

Naslov članka/Article:

Preiskovalna aktivnost z aplikacijo Zajci

Investigation Activity with Rabbits App

Avtor/Author:

Natalija Horvat, Irena Rauter Repija in mag. Mateja Škrlec in Štefka Štraki

DOI:

CC licenca



Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav



Matematika v šoli št. 1/2024, letnik 30

ISSN 1318-010X

Izdal in založil: Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Kraj in leto izdaje: Ljubljana, 2024

Spletna stran revije:

<https://www.zrss.si/strokovne-revije/matematika-v-soli/>

Preiskovalna aktivnost z aplikacijo Zajci

Investigation Activity with Rabbits App

Natalija Horvat, Irena Rauter Repija in mag. Mateja Škrlec in Štefka Štraki
Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer

Izvleček

V članku predstavljamo učno situacijo, ko dijaki skozi igro in preiskovanje razvijajo razumevanje algebrskega zapisa. Hkrati jih motiviramo za učenje matematike. S pomočjo mobilne aplikacije Zajci dijaki raziskujejo in rešujejo probleme ter medsebojno aktivno sodelujejo. Učitelj opazuje dijake, beleži njihove rešitve in strategije, jih spodbuja ter usmerja. Postavlja tudi preiskovalna vprašanja in jih vodi do cilja učne situacije. V članku je vključen podroben opis poteka učne situacije, v katerem so zapisane dejavnosti učitelja in dijakov.

Ključne besede: matematika, učna situacija, preiskovanje, vzorci, igra, spremljanje

Abstract

This paper presents a learning situation where students develop their understanding of algebraic notation through play and experimentation while being motivated to learn mathematics. Using the Rabbits app and online game, students explore, problem-solve, and actively interact with each other. The teacher observes and records students' solutions and strategies, encourages and guides them, asks investigative questions and leads them to the goal of the learning situation. A detailed description of the learning situation and the lesson flow with teacher and student activities is included to the article.

Keywords: mathematics, learning situation, investigation, patterns, game, monitoring

Uvod

Matematika za marsikoga predstavlja velik izziv. Učitelji se teh težav zavedamo in se trudimo, da bi matematiko dijakom čim bolj približali in si olajšali učni proces. Želimo si, da znanje, ki ga dijaki pridobijo, ostane trajno. To je ključno za njihov nadaljnji uspeh ne le v matematiki, ampak tudi na drugih področjih, ki zahtevajo analitično razmišljanje in reševanje kompleksnejših problemov.

Pri poučevanju se osredotočamo na uporabo različnih pristopov in metod, ki dijakom omogočajo lažje razumevanje in povezovanje matematičnih pojmov s konkretnimi primeri iz vsakdanjega življenja. Prav tako se trudimo razvijati matematične veščine, kot sta logično razmišljanje in reševanje problemov.

Za dožemanje matematičnih idej na konkretni način uporabljamo različne vizualne pripomočke, interaktivne igre in realne situacije. Zelo učinkovit pristop

pri poučevanju matematike je učenje s preiskovanjem. S pomočjo vzorcev dijak spodbujamo k aktivnemu preiskovanju, razpravljanju, sistematičnemu beleženju in zapisovanju posplošitve.

Razumevanje in spretnosti v prepoznavanju in nadaljevanju vzorcev se začnejo razvijati že v osnovni šoli. V srednji šoli

jih pri različnih temah vsa štiri leta postopoma nadgrajujemo in se bolj osredotočamo na zapis algebrskega izraza.

V nadaljevanju je predstavljena učna situacija, pri kateri nam je v pomoč igra na mobilni aplikaciji Zajci (Rabbits Riddle, slika 1), s katero matematiko osmislimo na zabaven način.



Slika 1: Vstopna stran mobilne aplikacije Zajci (Rabbits Riddle)



Slika 2: Vstopna stran igre za nesimetrični način



Slika 3: Vstopna stran igre za simetrični način



Slika 4: Enako število zajcev sive in bele barve



Slika 5: Različno število zajcev sive in bele barve

Mobilna aplikacija Zajci omogoča dijakom, da rešujejo zastavljene probleme, preiskujejo, razpravljajo s sošolci in iz konkretnih števil najdejo splošitve ter zapišejo ustrezen algebrski izraz.

Pri igri Zajci nastopajo zajci dveh barv, sivi in beli.

Pred začetkom igre lahko dijaki v aplikaciji izberejo nesimetrični način (Asymmetric, slika 2) ali simetrični način (Symmetric, slika 3) postavitve zajcev glede na začetno prazno mesto izmenjave.

V obeh načinih, nesimetričnem in simetričnem, pa lahko dijaki izbirajo še med enakim številom (slika 4) ali različnim številom zajcev sive in bele barve (slika 5).

Cilj igre je premikanje zajcev do končne zelene postavitve.

Pri enakem številu sivih in belih zajcev ni razlik med nesimetričnim in simetričnim načinom preiskovanja. Razlika se pojavi, ko je število sivih in belih zajcev različno. V simetričnem načinu morajo zajci

zamenjati položaj preko enega fiksnega mesta, v tem primeru kamna. Število štorov na levi in desni strani kamna je enako (simetrično), pri čemer lahko nekaj štorov ostane tudi brez zajcev. V tem načinu dijaki iščejo najmanjše število premikov za rešitev problema.

Pri nesimetričnem načinu je prazen samo en štor, preko katerega se začne izmenjava zajcev. Za dijake je ta način preiskovanja nekoliko lažji, zato jih na začetku spodbu-



Slika 6: Nesimetrični način

dimo, naj s preiskovanjem začnejo v tem načinu.

Med drugim aplikacija prikazuje število korakov (Steps), število skokov (Jumps) in skupno število premikov (Total). To dijakom pomaga predvideti število premikov, ne da bi vedeli, da obstaja le ena strategija za izmenjavo položaja zajcev. Na začetku je v obeh načinih, nesimetričnem in simetričnem, število korakov, skokov in premikov enako nič, kot je prikazano na slikah 6 in 7.

Naj za konec omenimo še ozadje igre, ki ob petju ptic in žuborenju potoka igralca v mislih popelje v del naše prelepe dežele Slovenije, od panonskih ravnin s travniki in gozdovi do gorskega sveta s Triglavom v ozadju.

Opis poteka dejavnosti

Dejavnost poteka po učnem scenariju, ki je zapisan v nadaljevanju.

Učni scenarij je ustvarjen za potrebe mednarodnega projekta TIME^{2,1} zato je v angleškem prevodu objavljen na spletni strani projekta TIME (<https://time-project.math.hr/>). Projekt TIME je nadaljevanje projekta MERIA² zato je za zapis učnega scenarija uporabljena ista predloga.

Učitelj predstavi problem in vodi učno uro po zapisanih navodilih za učitelja ter dijake spodbuja in usmerja. Dijaki pri delu uporabljajo svoje pametne telefone ali tablične računalnike.



Slika 7: Simetrični način

1 TIME – Teachers' Inquiry in Mathematics Education (Učitelj matematike preiskuje lastno poučevalno prakso), gradivo v slovenskem jeziku je objavljeno na povezavi <https://www.zrss.si/projekti/projekt-time/>.

2 MERIA – Mathematics Education – Relevant, Interesting and Applicable (Matematično izobraževanje – pomembno, zanimivo in uporabno), gradivo v slovenskem jeziku je objavljeno na povezavi <https://www.zrss.si/projekti/zakljuceni-projekti/matematicno-izobrazevanje-pomembno-zanimivo-in-uporabno-meria/>.

Standardi znanja (pričakovani dosežki)	Dijak: – zapisuje številske in algebrske izraze ter z njimi računa (uporablja distributivnostni zakon ...), – prepozna vzorec in ga posploši.
Splošni cilji³	Dijak: – rešuje matematične in življenjske probleme z izrazi, – sodeluje z različnimi posamezniki ali skupinami, – se izraža z ustrezno terminologijo predmeta in skrbi za ustrezno govorno in pisno raven svojega strokovnega jezika.
Potrebno matematično predznanje	Scenarij omogoča doseganje pričakovanih dosežkov na različnih ravneh. Primeren je za dijake brez predhodnega znanja o preiskovanju in tudi za dijake, ki že imajo izkušnje s preiskovanjem, saj na ta način utrjujejo svoje veščine reševanja problemov in argumentiranja.
Razred/letnik/starost⁴	1. letnik srednje šole; dijaki, stari 15, 16 let
Trajanje	60 minut
Potrebni material	Pametni telefon ali tablični računalnik Aplikacija Rabbits Riddle Google Play  https://tinyurl.com/bdf7zv8v App Store  https://tinyurl.com/2p883san

Problem

Igra z zajci se začne tako, da imamo na levi strani vrsto sivih zajcev, na desni pa vrsto belih zajcev (slika 8). Cilj igre je premakniti vse sive zajce na desno in vse bele zajce na levo stran vrste preko praznega mesta (slika 9). Sivi zajci se lahko premikajo samo v desno smer, beli zajci pa samo v levo.

Pri vsakem premiku lahko zajec naredi korak na sosednji prazen prostor ali preskoči natanko enega drugega zajca.

**Slika 8:** Začetna postavitev zajcev**Slika 9:** Končna postavitev zajcev

Igraj igro in odgovori na vprašanje:

Ali je vedno mogoče doseči končno postavitev zajcev?

Če je odgovor da, kolikšno najmanjše število premikov (korakov in skokov) je potrebno, da sivi in beli zajci zamenjajo mesta?

³ Izraz »broader goals« smo prevedli v »splošni cilji« in označuje cilje, ki presegajo zgolj izvedbo konkretne učne ure. Nakazuje znanje in veščine v širšem smislu, ki jih dijaki razvijajo v daljšem časovnem obdobju.

Glej članek: Suban, M. (2023). Preiskovanje širjenja govoric. Matematika v šoli, letnik XXIX, številka 1.

⁴ Med sodelujočimi državami (Hrvaška, Danska, Nizozemska, Slovenija) starost dijakov v istem letniku ni enaka, zato smo za boljše razumevanje navajali letnik in starost dijakov.

Faze ⁵	Dejavnosti in navodila učitelja	Dejavnosti in odzivi dijakov
Devolucija (didaktična faza) 5 minut	Učitelj dijake razdeli v skupine, jim posreduje povezavo za igro in razloži problem. Na podlagi pričakovanih dosežkov učitelj usmerja dijake, da se osredotočijo na to, kar bodo preiskovali in da zapišejo svoje ideje.	Dijaki prenesejo aplikacijo in igrajo igro, da razumejo pravila. Dijaki postavljajo vprašanja.
Akcija (adidaktična faza) 20 minut	Učitelj opazuje delo dijakov in jih pri tem ne moti. Če ima učitelj vtis, da igrajo dijaki igro nesistematično brez preiskovanja vzorca, jih lahko usmeri na posploševanje.	Dijaki igrajo igro, dokler bolje ne razumejo pravil in možnih položajev. S ponavljanjem igre se dijaki srečujejo z različnimi vzorci in ugotavljajo, katere poteze vodijo do rešitve igre. Ko dijaki odkrijejo pot do rešitve igre z danim številom zajcev, začnejo preiskovati z drugimi številskimi. Rešitve za različno število zajcev zberejo v preglednici, ki jim omogoča posplošitev. Lahko pa razmišljajo in zapisujejo tudi na druge načine, ki jim omogočajo posploševanje in argumentacijo za svoje hipoteze.
Formulacija (didaktična/adidaktična faza) 20 minut	Učitelj povabi dijake, da predstavijo svoje ugotovitve, hipoteze in argumentacijo. Predstavitve so lahko napisane na plakatih ali v digitalni obliki. Učitelj organizira predstavitve skupin po vrstnem redu od najkonkretnjšega do splošnejšega reševanja.	Skupine pripravljajo svoje predstavitve. Nekatere skupine pojasnijo z besedami, vendar se pričakuje, da večina skupin uporablja preglednice in formule. Od dijakov se pričakuje, da bodo uporabili različne strategije reševanja in da bodo morda celo dobili različne odgovore, če so naredili manjše napake.
Validacija (didaktična/adidaktična faza) 10 minut	Učitelj vodi razpravo, v kateri dijaki primerjajo svoje odgovore. Učitelj dijake spodbuja k postavljanju vprašanj, da bi bolje razumeli utemeljitve drugih skupin.	Skupine predstavijo in primerjajo svoje odgovore. Dijaki opazijo, da so njihovi odgovori podobni ali enaki, a da so do njih prišli na različne načine. Dijaki postavljajo vprašanja, da bi povezali različne pristope.
Institucionalizacija (didaktična faza) 5 minut	Učitelj povzame različne strategije reševanja problemov, ki so bile uporabljene, dopolni odgovore dijakov in jih pripelje do splošne rešitve problema.	Dijaki postavljajo dodatna vprašanja in beležijo ideje drugih skupin. Povežejo svoje načine reševanja in sklepanja z drugimi strategijami sklepanja v matematiki.

Dijaki so kljub uporabi pametnega telefona in igre delali zelo zavzeto. Najprej so morali usvojiti strategijo igranja, ki vodi do končne postavitve zajcev. Nato so začeli preiskovanje števila potez tako, da so na levi in desni strani spreminjali število zajcev.

V skupini so si dijaki delo med seboj razdelili. Nekateri so igrali igro, medtem ko so drugi zapisovali število premikov v preglednico. Na sliki 10 je prikazan primer zapisa preglednice ene izmed skupin dijakov.

Nekateri dijaki so se dela lotili tako, da so zapisali vse možne poteze zajcev. Na sliki 11 je prikaz zaporedja premikov za reševanje problema, ki je prikazan na sliki 8 (trije beli in trije sivi zajci).

⁵ Faze pouka so opisane v članku: Cafuta, K. in Praprotnik, S. (2023). *Preiskovanje pri matematiki za vse – učne ure za učitelje in učence*. Matematika v šoli, XXIX (1).

	2:2 4 zajci	3:3 6 zajcev	4:4 8 zajcev	5:5 10 zajcev
št. skokov	4	9	16	25
št. premikov	4	6	8	10
Skupaj (št. potez)	8	15	24	35

Slika 10: Število potez za 4, 6, 8 in 10 zajcev

1	2	3	4	5	6	7
Zaporedje premikov						
3 na 4	1. poteza					
5 na 3	2. poteza					
6 na 5	3. poteza					
4 na 6	4. poteza					
2 na 4	5. poteza					
1 na 2	6. poteza					
3 na 1	7. poteza					
5 na 3	8. poteza					
7 na 5	9. poteza					
6 na 7	10. poteza					
4 na 6	11. poteza					
2 na 4	12. poteza					
3 na 2	13. poteza					
5 na 3	14. poteza					
4 na 5	15. poteza					

Slika 11: Seznam premikov za 6 zajcev, pri čemer so trije beli in trije sivi.

S posplošitvijo pri enakem številu sivih in belih zajcev večina dijakov ni imela težav in so oblikovali pravilne algebrske zapise.

Pri različnem številu sivih in belih zajcev je pri nesimetričnem načinu nekaterim skupinam uspelo ugotoviti predpis in zapisati neke vrste posplošitev, kot prikazuje slika 13.

$n:n$	skoki	premiški	poteze
	n^2	$2 \cdot n$	$n^2 + 2n$

Slika 12: Zapis posplošitve v primeru enakega števila sivih in belih zajcev

B	S	skoki	premiški	poteze
2	3	6	5	11
3	4	12	7	19
4	5	20	9	29

$$(5 \cdot 3) + (5 + 3)$$

$$(2 \cdot 3) + (2 + 3) = 11$$

$$(3 \cdot 4) + (3 + 4) = 19$$

$$(4 \cdot 5) + (4 + 5) = 29$$

Slika 13: Število potez za različno število sivih in belih zajcev

Preiskovanje z različnim številom sivih in belih zajcev v simetričnem načinu pa je ostal izziv, za katerega v predvidenem času nobeni skupini ni uspelo zapisati splošnega algebrskega zapisa za število premikov.

Učni scenarij smo večkrat popravljali in tudi večkrat izvedli, vedno v drugem oddelku.

Prva in druga izvedba sta potekali po prvotnem scenariju, hkrati pa smo želeli tudi preizkusiti razvijajočo se mobilno

aplikacijo Zajci. Pri pouku so bili poleg učitelja, ki je vodil uro, prisotni tudi drugi učitelji matematike, ki so spremljali pouk po metodi Lesson Study⁶. Ti so skrbno opazovali in spremljali delo dijakov, zapisovali so si ideje, različne poti do rešitev ter končne predstavljene sklepe dijakov. Po izvedeni uri je sledila analiza in evalvacija učne ure, na kateri so bili prisotni učitelj, ki je poučeval, ter drugi učitelji, ki so spremljali učno uro. Pregledali smo različne poti reševanja dijakov, njihovo odzivanje in razumevanje ter se pogovarjali o morebitni dopolnitvi učne situacije in potrebnih spremembah mobilne aplikacije.

Po teh popravkih smo učno situacijo preizkusili še enkrat. Na izvedbo smo povabili ravnatelja naše šole, Zvonka Kusteca, in mag. Sonjo Rajh z Zavoda RS za šolstvo OE Murska Sobota, ki je med celotnim projektom bdela nad našim delom, nas usmerjala ter spodbujala v pravo smer. Z rezultati in odzivi dijakov smo bili po tretji izvedbi zadovoljni.



Slika 14: Preiskovanje s pomočjo aplikacije Zajci in zapis ugotovitev

Opisano učno situacijo smo v obliki delavnice z naslovom **Z »zajčki« do posploševanja in boljšega poučevanja** izvedli tudi na 5. konferenci o učenju in poučevanju matematike KUPM 2022 (povzetek in predstavitevno gradivo je objavljeno na povezavi: <https://kupm2022.zrss.si/program/z-zajcki-do-posploševanja/>).

6 Več o Lesson Study si lahko preberete v članku: Cafuta, K. in Praprotnik, S. (2023). Preiskovanje pri matematiki za vse – učne ure za učitelje in učence. *Matematika v šoli*, XXIX (1).

Zaključek

Preiskovalna aktivnost z aplikacijo »Zajci« je bila naša tretja učna situacija, ki smo jo v okviru projekta TIME razvili po načelu Lesson Study (NAČRTOVANJE – OPAZOVANJE – REFLEKSIJA z analizo in izdelava PO-ROČILA).

Pred končno obliko zapisa situacije so svoje mnenje in predloge za izboljšanje podali tudi drugi člani projekta TIME iz Slovenije, s Hrvaške, Danske in Nizozemske. Sedaj sta situacija in mobilna aplikacija Zajci (Rabbits Riddle) na razpolago vsem učiteljem, ki želijo pri svojih dijakih razvijati preiskovanje in jim približati matematiko skozi igro.

Učna situacija in mobilna aplikacija, ki služi za pomoč pri preiskovanju in posploševanju, sta primerni tudi za učence zaključnih razredov osnovne šole. Zato vabimo tudi učitelje osnovnih šol k uporabi pripravljenega gradiva.

Opomnik in dodatni napotki

Če je na obeh straneh enako število zajcev sive in bele barve, se rešitvi v obeh načinih, nesimetričnem in simetričnem, ujemata. Eden izmed možnih zapisov je prikazan v preglednici:

Št. belih zajcev	Št. sivih zajcev	Št. korakov	Št. skokov	Št. vseh premikov
1	1	2	1	$3 = 1 \cdot 3$
2	2	4	4	$8 = 2 \cdot 4$
3	3	6	9	$15 = 3 \cdot 5$
...	...	...	...	
n	n	$2n$	n^2	$n(n+2)$

Dijaki lahko število korakov, skokov in premikov sistematično beležijo v preglednico in posplošujejo na podlagi zapisanih števil. Če pri posplošenem primeru seštejemo korake in skoke, dobimo skupno število premikov, kar nakazuje tudi distributivnostni zakon, npr.:

$$2n + n^2 = n(n+2)$$

Ko je število zajcev sive in bele barve različno, se rešitvi ter pot do rešitve pri nesimetričnem in simetričnem načinu nekoliko razlikujeta. Več o teh rešitvah, njihovi enoličnosti in strategijah reševanja si lahko preberete na spletni strani projekta TIME v zavihku ACTIVITIES AND RESULTS/O6. TIME teaching scenarios, na povezavi <https://time-project.math.hr/>.



Povezava na O6. TIME teaching scenarios je na QR kodi:

Viri in literatura

Bašić, M. in Cafuta, K. (2023). *Time² Scenarios, Innovative scenarios for inquiry-based mathematics*. Project TIME, dostopno (6. 5. 2023) na povezavi <https://time-project.eu/en/intellectual-outputs/time-teaching-scenarios>.

Cafuta, K. in Praprotnik, S. (2023). Preiskovanje v matematiki za vse – učne ure za učitelje in učence. *Matematika v šoli*, 29 (1), 20–26.

Suban, M. (2023). Preiskovanje širjenja govoric. *Matematika v šoli*, 29 (1), (27–36).

Spletna stran aplikacije Rabbits Riddle:

- Google Play: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.TuarStudios.RabbitsRiddle>.
- App Store: <https://apps.apple.com/us/app/rabbits-riddle/id6449797450>.