

Naslov članka/Article:

Različne poti do uspešnosti pri matematiki

Multiple Pathways to Mathematical Success

Avtor/Author:

Loreta Hebar, Tatjana Kerin, Andrejka Kramar

DOI:

CC licenca



Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav



Matematika v šoli št. 1/2024, letnik 30

ISSN 1318-010X

Izdal in založil: Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Kraj in leto izdaje: Ljubljana, 2024

Spletna stran revije:

<https://www.zrss.si/strokovne-revije/matematika-v-soli/>

Različne poti do uspešnosti pri matematiki

Multiple Pathways to Mathematical Success

Loreta Hebar, Osnovna šola Jarenina
Tatjana Kerin, Osnovna šola Leskovec pri Krškem
Andrejka Kramar, Osnovna šola Bistrica

Izvleček

V članku so predstavljene izkušnje pri pouku matematike s poudarkom na preizkušanju različnih aktivnih oblik pouka, predvsem raznolikih načinov ugotavljanja matematičnega znanja, s katerimi se učitelji bolj približajo različnim sposobnostim, afinitetam in potrebam različnih skupin učencev, učenci pa lahko v tem primeru učinkoviteje izkažejo svoje matematično znanje. Vsi učenci se namreč ne učijo enako hitro ali na enak način. V članku so kratki opisi izbranih oblik ugotavljanja matematičnega znanja, ki jim sledijo predstavitev izvedb v razredu in dokazi o znanju učencev: preiskovanje, tvorjenje pisnih besedil, vizualna predstavitev – izdelek, didaktična igra ...

Ključne besede: miselno aktivni učenci, ugotavljanje matematičnega znanja

Abstract

The article presents mathematics classroom experiences. It focuses on evaluating several active types of instruction, notably different ways of formative assessment in mathematics, to bring teachers closer to various learning abilities, affinities, and needs. In turn, students can more effectively demonstrate their mathematical knowledge. Not everyone learns at the same pace or in the same way. This article briefly describes the selected forms of mathematics formative assessment, followed by classroom demonstrations and evidence of student achievement: investigations, written texts, visual representations, didactic games, etc.

Keywords: mentally active learners, mathematics formative assessment

Uvod

Matematika, jezik vzorcev, števil, veličin in oblik, ki nam pomaga razumeti in opisati svet okoli nas, pri mnogih posameznikih pogosto sproži občutek tesnobe. Ta lahko negativno vpliva na samopodobo, motivacijo in končni uspeh posameznika pri učenju matematike. Pa brez tega ne gre? Se mora učenec pri matematiki nujno počutiti nelagodno? Menimo, da ni tako. Tudi učenci, ki pri matematiki niso najbolj učno uspešni, lahko v varnem in spodbudnem učnem okolju aktivno sodelujejo in napredujejo.

Obstaja veliko poučevalnih praks, nekatere so že uveljavljene, nekatere se razvijajo. Kot je zapisal Hattie v svoji knjigi *Vidno učenje za učitelje*, nam nobena poučevalna praksa ne zagotavlja odličnih

dosežkov učencev sama po sebi. Ključen je učitelj. Če se čezmerno posvečamo le učnim dosežkom, zagotovo spregledamo znanja in veščine, ki jih učenec že ima, ali tisto, kar ima rad. Namen šolanja presega le učne dosežke. Pomemben je razvoj otroka v mislečega in aktivnega državljan, ki bo razvil skrb zase in za druge ter se opiral na dejstva in prevzemal odgovornost za svoja dejanja. Učenje mora biti vidno učiteljem in učencem. Učenci morajo biti pripravljeni na vseživljenjsko učenje, imeti pozitiven odnos do učenja in ga ceniti. Zato naj bo poučevanje usmerjeno k učencu in ga gradimo na njegovem predznanju. V procesu učenja mu pomagajo in ga usmerjajo nameni učenja in kriteriji uspešnosti ter povratne informacije, ki jih pridobi. Kakovostna povratna informacija ni številčna ocena, biti mora kvalitativna. Tako v veliko večji

meri zagotavljamo kakovostno znanje in dovolimo učencem, da se učijo tudi iz napak (Hattie, 2018).

Ko smo razmišljale o svojem poučevanju, smo se spomnile začetkov svoje poučevalne prakse oziroma prakse, ki smo je bile kot učenke deležne same.

Čas, v katerem živimo, in potrebe učencev so nas spodbudili, da smo na svojo poučevalno prakso in vlogo učitelja začele gledati drugače. Treba je bilo poiskati načine, ki bodo učenca postavili v središče učnega procesa. Z razvijanjem različnih veščin učenci pridobijo kakovostno in trajnostno znanje.

Na uspeh pri pouku zagotovo vpliva tudi to, ali se vsi dobro počutimo, tako učenci kot učitelji.



Slika 1

Načrtovanje pouka

Na sliki 1 so prikazani koraki poučevanja, ki nas vodijo pri oblikovanju zgoraj opisane učnega procesa.

Pred obravnavo učnih vsebin je pomembno preveriti učenčovo predznanje. To lahko naredimo s pogovorom v parih ali manjših skupinah, s krajšo dejavnostjo, z vstopnim listom ... O tem, kaj morajo znati in kako uspešni so na poti doseganja ciljev pouka, se sprašujemo celoten proces učenja. Pri tem si pomagamo s kriteriji uspešnosti, ki jih oblikujemo in sproti dopolnjujemo. Med učenjem učenci zbirajo različne dokaze o svojem znanju, s katerimi sproti izkazujejo in nadgrajujejo svoje znanje. Pri tem so ključne sprotne povratne informacije, ki so lahko ustne ali pisne, lahko jih poda učitelj ali pa si jih učenci izmenjajo med seboj. Seveda je to proces in po več izkušnjah učencev s podajanjem povratnih informacij bodo le-te vedno bolj kakovostne. Tako učenci osmišljajo svoje učenje in prevzemajo odgovornost za svoje znanje. Učitelji učence

usmerjamo, spodbujamo, vodimo na poti učenja.

Napake morajo biti priložnost za učenje in iz njih se lahko veliko naučimo. Niso samo povratna informacija učitelju, so predvsem smerokaz za nadaljnje delo.

Aktivne oblike pouka

Pri obravnavi snovi se trudimo, da so učenci in s tem pouk čim aktivnejši, da preiskujejo, razmišljajo in naloge rešujejo samostojno, v paru oziroma skupini, kot je prikazano na slikah 2a, 2b, 2c.

Učenje lahko poteka praktično kjerkoli, velikokrat tudi zunaj učilnice. Naloge lahko razporedimo po učilnici in se učenec premika med njimi ter se tako uči. Učenec se premakne do listka, ga odlepi, prepíše številski izraz v svoj zvezek, izračuna njegovo vrednost in ga nato vrne na mesto, kjer ga je dobil. Če delo poteka v skupinah, se lahko dogovorimo, da gre vsakič po listek drug učenec. Če pa želimo situa-

cijo še otežiti, lahko učencem rečemo, naj si nalogo ali številski izraz zapomnijo ... Pravilnost reševanja praviloma preverimo na koncu ure, lahko z učnim listom, na katerem so zapisane rešitve, ali pa z žepnim računalom.

Različni načini izkazovanja znanja

Ne učijo se vsi učenci enako hitro in na enak način. Dobro je, da učitelj zaradi različnih učnih tipov učencev vključuje v pouk tudi drugačne načine izkazovanja znanja. Predstavljamo nekaj načinov izkazovanja znanja, ki jih poleg pisnega in ustnega uporabljamo v razredu.

Te načine uporabljamo kot samostojni dokaz o učenju in znanju učenca ter jih lahko med seboj povezujemo.

Kaj ponujajo raznoliki načini izkazovanja znanja?

- Vpogled v proces učenja, raznolika znanja in veščine
- Celostna informacija o učenčevem znanju na različnih zahtevnostnih ravneh
- Večja veljavnost ocenjevanja v skladu s cilji in standardi iz učnih načrtov
- Večja motiviranost in odgovornost učencev za učenje
- Poudarjanje napredka, ne le končne ocene
- Bolj individualiziran pristop in upoštevanje učenčevih močnih področij
- Več povezovanja med različnimi področji znotraj predmeta in med različnimi predmeti
- Spodbujanje ustvarjalnosti
- Iz jasnih in pravočasno opredeljenih kriterijev učenci vedo in razumejo, kaj se od njih pričakuje

(Izzivi izkazovanja in ocenjevanja znanja na raznolike načine, 2021)



Slika 2a



Slika 2b



Slika 2c

a) Predstavitve ob opori

Opora je lahko plakat (tudi interaktivni plakat), zloženka, različni modeli (modeli iz vsakdanjega življenja, modeli geometrijskih teles, modeli ulomkov ...)

ali predstavitevne drsnice ... Medtem ko učenci iščejo najprimernejšo obliko ali model, razmišljajo o matematiki, jo povezujejo z okolico in vsakdanjim življenjem. Učenci nas največkrat presenetijo z izvirno idejo, saj njihova domišljija nima meja.

Iz njihovih idej se velikokrat lahko učimo tudi učitelji.

Na slikah od 3 do 13 so prikazani nekateri primeri opor učencev za predstavitev.

- V 6. razredu pri vsebinah ulomki (slika 3 in 4) in osnovni geometrijski pojmi (slika 5).



Slika 3



Slika 4



Slika 5

- V 7. razredu pri vsebinah praštevila (slika 6) in računanje z ulomki (slika 7).

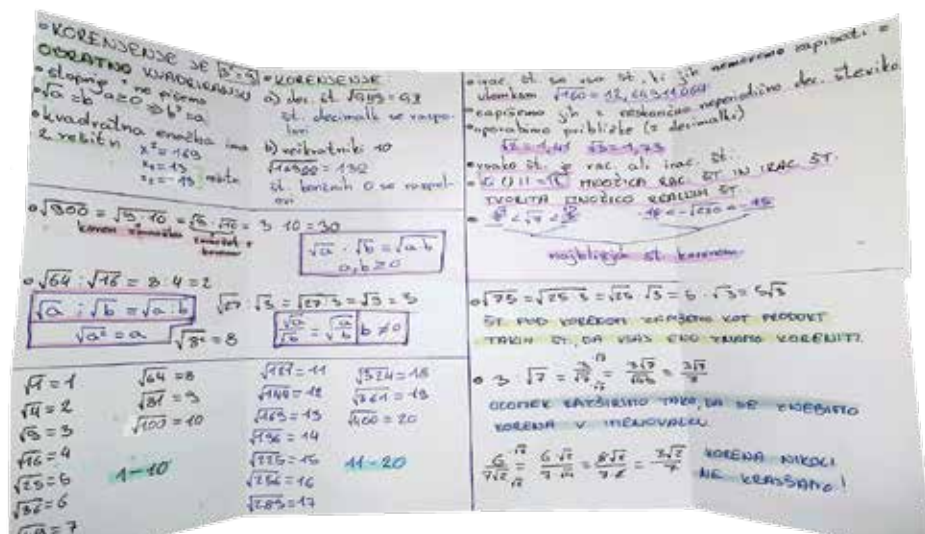


Slika 6

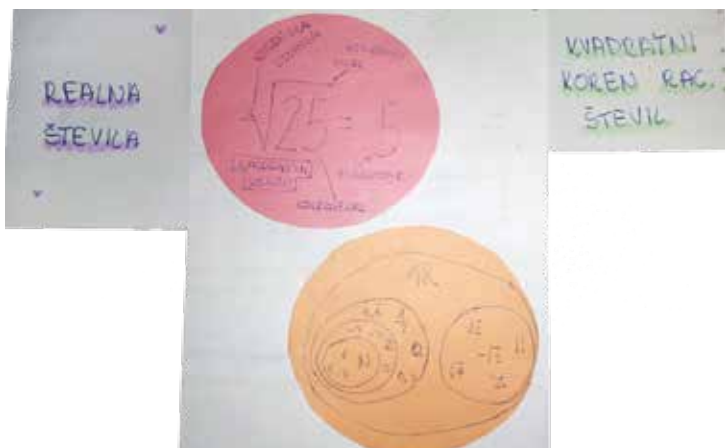


Slika 7

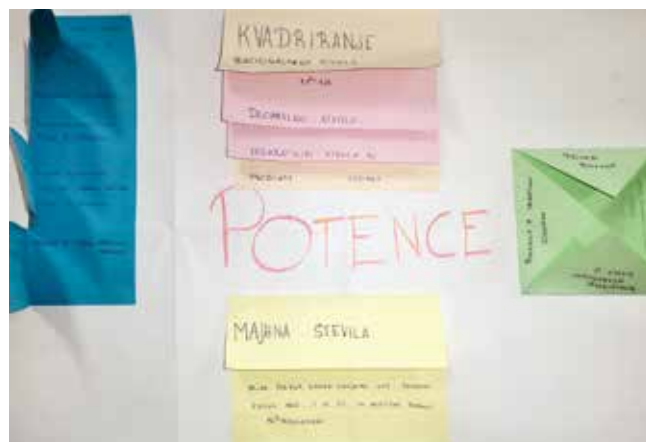
- V 8. razredu pri vsebinah realna števila, potence in koreni (slike 8, 9, in 10).



Slika 8

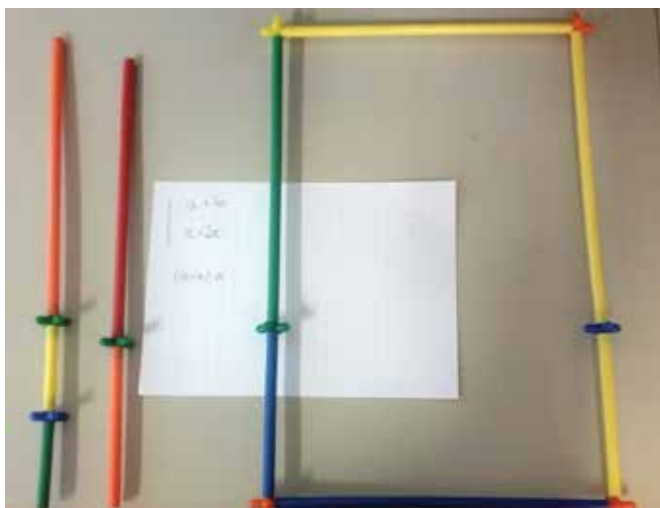


Slika 9

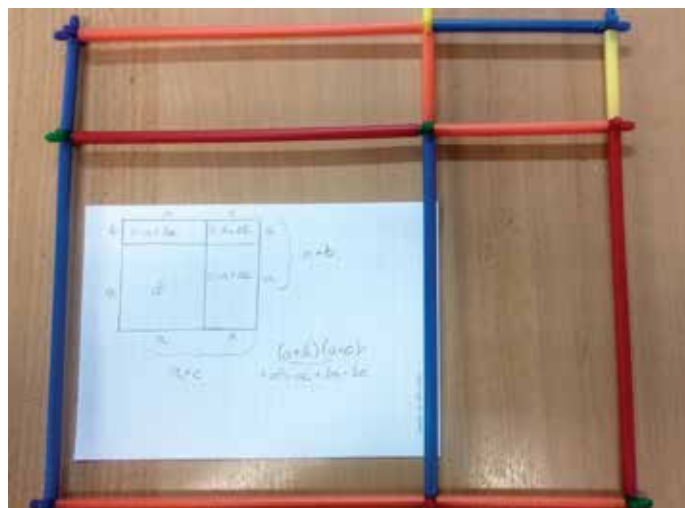


Slika 10

- V 9. razredu pri povezavi algebrskih izrazov z geometrijo (sliki 11 in 12).



Slika 11



Slika 12

b) Tvorjenje pisnih besedil

Učenci pogosto znajo rešiti matematični problem, na vprašanje, zakaj so tako reševali, pa jim je veliko težje odgovoriti, pogosto rečejo: »Znam rešiti nalogo, samo ne znam razložiti.«

Pri vseh predmetih spodbujamo razvijanje vseh štirih sporazumevalnih zmožnosti: poslušanje, govorjenje, branje in pisanje. Tvorjenje pisnih besedil pri matematiki vključuje smiselno kombinacijo uporabe besedila, simbolov (oznak) in slikovnih reprezentacij (slik, fotografij). Učence moramo postopno navajati na zapisovanje: od krajših do daljših besedil, od preprostejših do kompleksnejših zapisov. Pisno izražanje oz. tvorjenje pisnih besedil je namreč za učence mnogo težje kot ustno sporočanje oz. govorjenje (Bone v Suban, 2020).

Kako tvorimo pisna besedila pri matematiki?

Za vsak obravnavani učni sklop z učenci **oblikujemo kriterije uspešnosti**, da vedo, kaj se bomo učili oz. kaj bodo morali na koncu znati. Kriteriji uspešnosti so osnova za **dajanje povratnih informacij** o napredovanju učenčevega znanja.

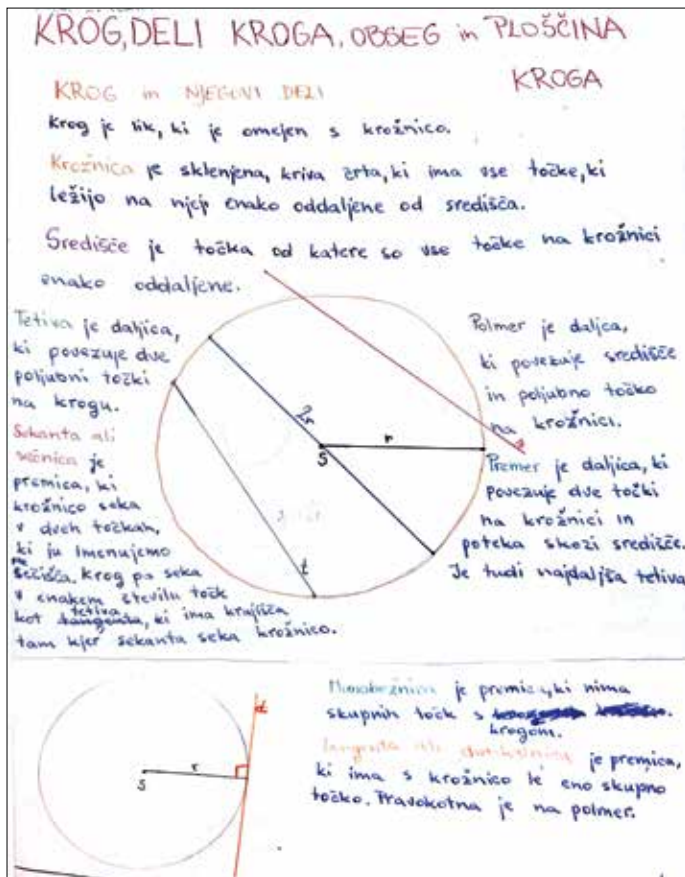
Že v fazi preverjanja učenci **pripravijo pisni sestavek** – predstavitev obravnavane vsebine. Z njim pokažejo razumevanje pojmov in postopkov reševanja nalog na obravnavano temo. Dolžina sestavka in oblika nista predpisani, določijo si ju lahko sami. V besedilo lahko vključijo skice, primere nalog ... ki bodo pojasnjevale njihov zapis. Pri pisanju morajo uporabljati ustrezno matematično besedišče. Pomagajo si lahko s kriteriji uspešnosti, da ne spregledajo vsebin, ki so bile obravnavane in jih morajo zajeti v besedilu. Usmerja-

mo jih v prikaz uporabe matematike in v iskanje povezav matematike z vsakdanjim življenjem.

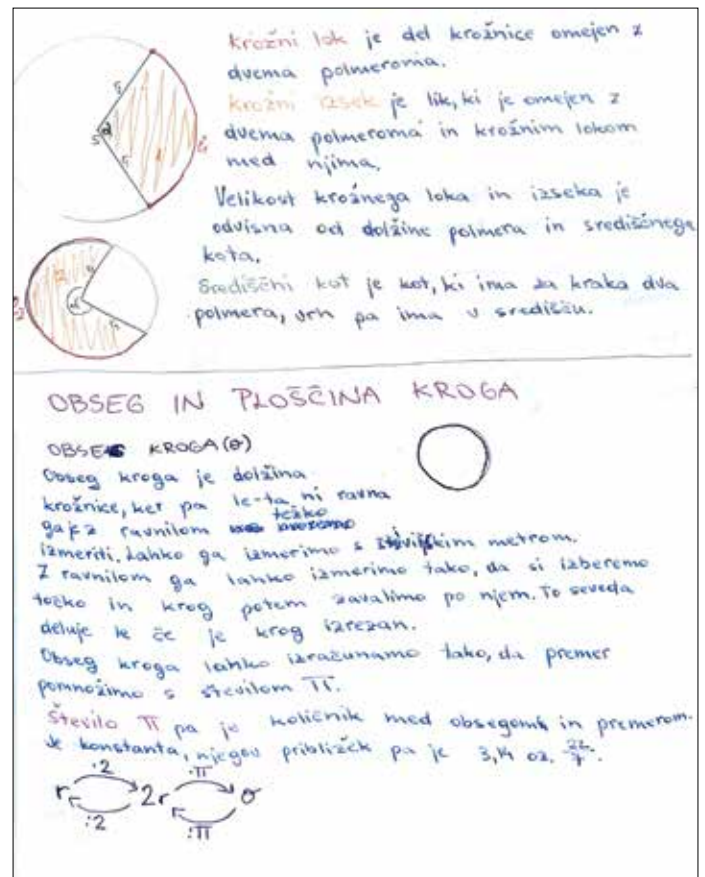
Tvorjenje pisnih besedil:

- pomaga učencem bolj poglobljeno in jasneje razmišljati o matematiki,
- prispeva k poglobljenemu razumevanju matematičnih pojmov, struktur, veščin, konceptov in procesov,
- nudi možnost odpravljanja napačnih predstav,
- močno podpira učenje, ker od učencev zahteva, da organizirajo svoje ideje, jih razjasnijo in razmislijo o njih (Bone v Suban, 2020).

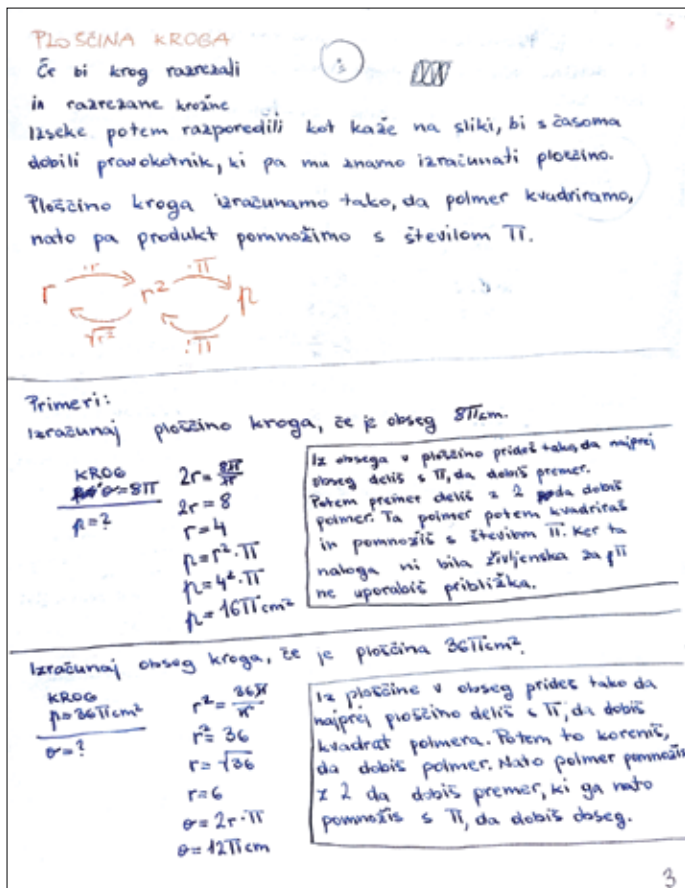
S tvorjenjem pisnih besedil pri matematiki realiziramo različne cilje iz učnega načrta za matematiko. Primer izdelka učenca pri obravnavi vsebine krog in deli kroga je prikazan na slikah od 13 do 16.



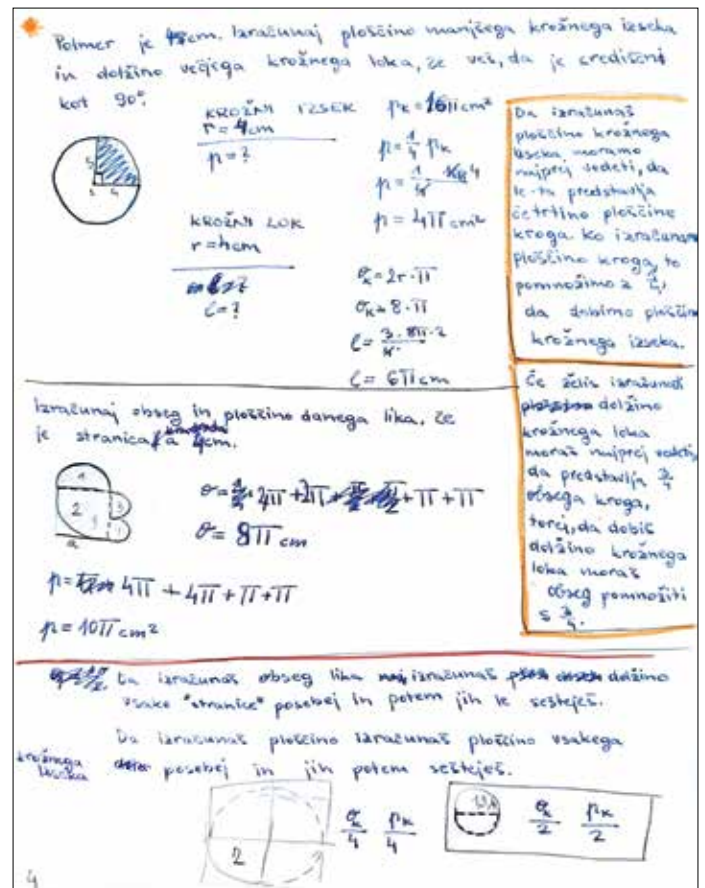
Slika 13



Slika 14



Slika 15

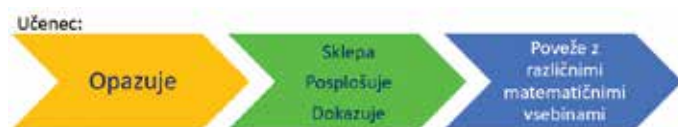


Slika 16

c) Preiskovanje

Preiskovanje kot aktivna oblika dela lahko traja le nekaj minut ali pa učno uro ali dve. Pomembno je, da učenci najprej sami / v paru / v skupini razmišljajo in preiskujejo neko zakonitost, pravilo ali vzorec.

Predstavljamo primer **preiskovanja vzorcev**. S tem ko učenci opazujejo vzorce, ugotavljajo pravila in iščejo posplošitve, razvijajo algebraično mišljenje.



Vsebinsko obravnavamo daljši čas. Sprva je poudarek na prepoznavanju vzorcev, nadaljevanju vzorcev in predvsem pogovoru o tem, kako posamezni vzorec logično nadaljujemo. Pomembno je, da si pri preiskovanju vzorcev učenci pomagajo s sistematičnim zapisovanjem v preglednico. Tako lažje opazujejo povezavo med sosednjima korakoma ter povezujejo zaporedno številko koraka s sliko in številom objektov oz. vrednostjo v preglednici. V procesu se veliko pogovarjamo in se tako učimo uporabe matematične terminologije, predvsem opisovanja pravil.

Vzorci naj postajajo vse bolj kompleksni. Po preštevanju elementov v posameznem koraku vzorca in po posploševanju zapisa števila elementov v n -tem koraku se lotimo preiskovanja geometrij-



Slika 17

skih lastnosti: dolžin stranic, diagonal, velikosti obsegov, ploščin ipd.



Predstavljamo primer izdelka učencev. Učenci so izbirali med različnimi ponujenimi vzorci. Postavljali so si različna preiskovalna vprašanja in raziskovali rastoče geometrijske vzorce. Zapisovali so svoje ugotovitve in posplošitve (slika 17). Za lažje spremljanje napredka in samovrednotenje uspešnosti smo zapisali kriterije uspešnosti (slika 18a) in kasneje še kriterije za ocenjevanje (slika 18b), s katerimi smo vrednotili preiskovanje vzorcev, ki so jih učenci samostojno oblikovali in preiskovali.

Kriteriji uspešnosti:	Znam	Delno znam	Se ne znam
> Preiskovanje vzorcev	😊	😐	😞
• Znam nadaljevati dani vzorec, narišem naslednji korak.	✗ 7.10.		
• Opišem pravilo nadaljevanja vzorca.	✗ 7.10.		
• Znam napovedati poljubni element v vzorcu.	✗ 5.11.	✗ 7.10.	
• Povežem število elementov vzorca s številko koraka.	✗ 5.11.	✗ 7.10.	
• Znam zapisati posplošitev za n-ti korak.	✗ 15.1.	✗ 15.1.	✗ 7.10.
• Znam opisati, razložiti, utemeljiti posplošitev.		✗ 15.1.	✗ 7.10.
• Samostojno oblikujem vzorec.	✗ 7.10.		
• Na vzorcih preiskujem geometrijske pojme.		✗ 10. 12.	
• Postavim si preiskovalna vprašanja ob vzorcu in jih rešim.		✗ 10. 12.	

😊 Dobro mi gre... narišem nove točke po vrsti	😐 Pomoč rabim pri... ker moram razložiti pravilo in ker ne dojam pravih vzorcev, zaradi tega ne morem zapisati pravilne posplošitve.	Označi kako daleč na poti doseganja namenov učenja se nahajaš?
😞 Ne razumem / ne znam ...	Moj načrt za učenje... se bom vadil vzorce skupaj z žuro.	

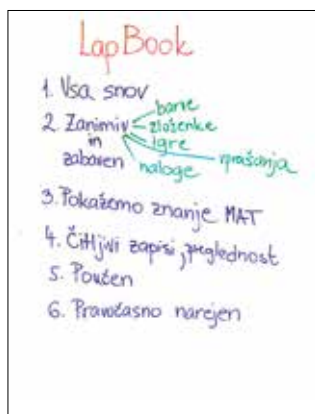
Slika 18a

	Preiskovanje vzorcev	Preiskovanje vzorcev
1. RAZUMEVANJE PROBLEMA	• prebrati nalogo in jo razumeti	• prebrati nalogo in jo razumeti
2. RAZUMEVANJE VZORCA	• da zna nadaljevati naslednji vzorec	• da zna nadaljevati naslednji vzorec
3. ZAPISANJE VZORCA	• da zna zapisati pravilo vzorca	• da zna zapisati pravilo vzorca
4. POSPLOŠITEV	• da zna zapisati posplošitev vzorca	• da zna zapisati posplošitev vzorca
5. RAZUMEVANJE REŠITVE	• mas. rešitev, ampak ne zna razložiti	• mas. rešitev, ampak ne zna razložiti

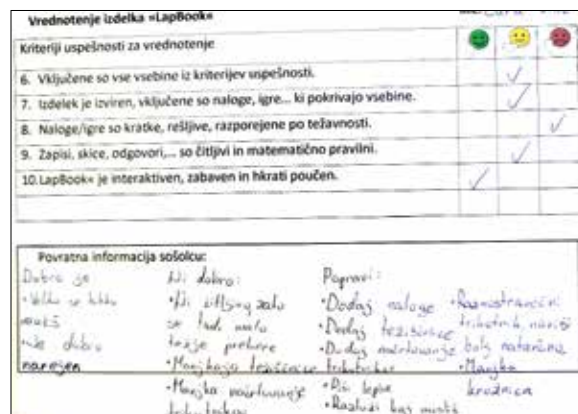
Slika 18b

The image shows four cross-shaped figures made of sticks, arranged horizontally and increasing in size from left to right. Each figure consists of a central square with four sticks extending from its sides to form the cross arms. The first figure is small and purple. The second is slightly larger and also purple. The third is larger still and green. The fourth is the largest, made of many more green sticks, and has a small white square in the center of its cross arms.

Je vsestransko izobraževalno orodje, ki se uporablja za predstavitev učenja katere koli teme ali predmeta, za katero koli starost. Notranjost mape je polna miniaturnih knjig (mini knjig, zloženek) in drugih komponent, ki so zbirka tega, kar se je učenec naučil o določeni temi. Omogoča pregledno, organizirano učenje in utrjevanje znanja, individualizacijo ter razvija-



Nadaljevali smo z obravnavo vsebin učne snovi, učenci pa so doma sproti pripravljali svoj lapbook. V šoli so dobivali sprotne povratne informacije o napredku.



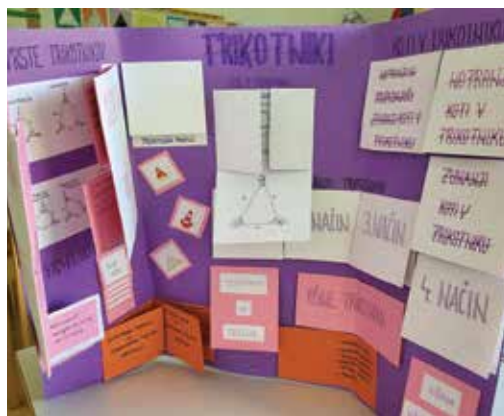
Glede na pridobljene povratne informacije so učenci lahko ponovno dopolnili



34

svoje izdelke. Sledile so govorne predstavitve izdelkov, kjer so učenci na kratko predstavili svoj izdelek, morda poudarili kakšno posebnost.

Učitelj ima ob opisani dejavnosti priložnost tudi za vrednotenje znanja. Predstavitev lapboka je lahko opora pri govorni predstavitvi, ustnem izkazovanju znanja ali geometrijskem načrtovanju po navodilih. Na slikah 25 do 28 so primeri izdelkov učencev.



Slika 26



Slika 27



Slika 28

e) Izdelki učencev

Učence v učnem procesu z dejavnostmi, pri katerih pripravljajo in izdelujejo različne izdelke, spodbujamo, da razvijajo svoje veščine in spretnosti ter pri tem uporabijo svoje znanje. Učenci z delom s konkretnim materialom razvijajo in poglobljajo svoje znanje, ga konkretizirajo in abstraktno povežejo z realnim izdelkom. S tem ne spodbujamo samo učenceve kreativnosti, temveč učenci s tem tudi poglobljajo razumevanje različnih matematičnih konceptov. Pogosto konstruktorske izdelke vključujemo pri geometrijskih vsebinah po zaključku obravnavanih sklopov. Pomagamo si lahko s konkretnimi materiali, kot so škatle odpadne embalaže različnih oblik, lahko samostojno izdelajo modele iz mrež geometrijskih teles (slika 29) ali uporabijo link kocke, ki so prikazane na sliki 30.

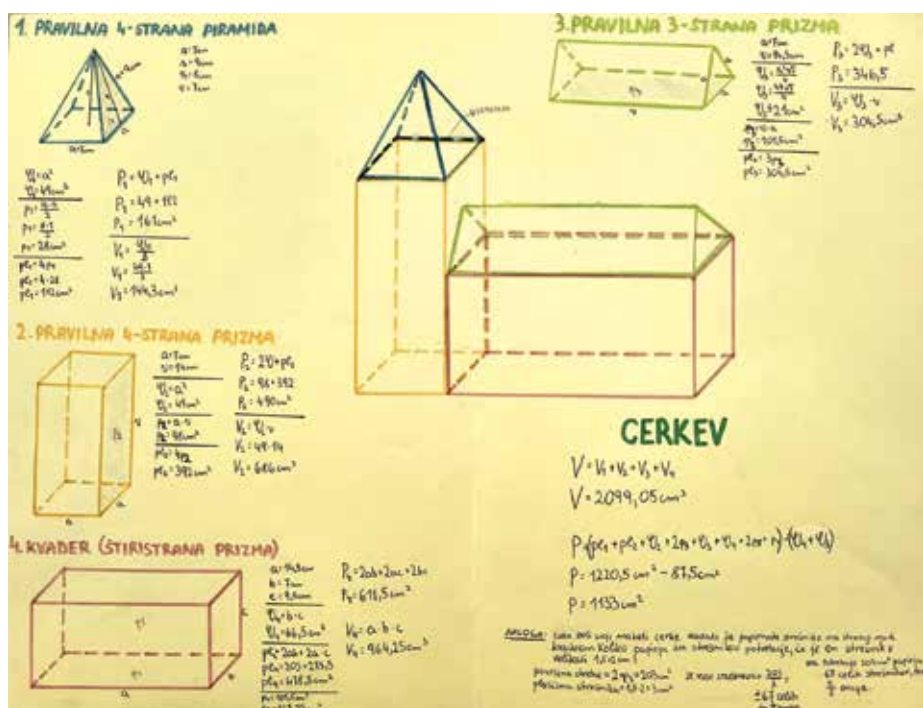
Predstavljamo nekaj izdelkov učencev, ki so nastali ob obravnavi vsebine geometrijska telesa. Učenci so med spoznavanjem geometrijskih teles iskali svoje ideje za sestavljeno telo. Sledili so načrtovanje, oblikovanje in konstrukcija izdelka. Sestavljenemu telesu so nato izračunali prostornino in površino. S tem so se urili v uporabi znanja v



Slika 29



Slika 30



Slika 31

novi situaciji, na konkretnem izdelku ter sestavljeno geometrijsko telo postavili v življenjsko situacijo – obračun stroškov barvanja fasade, strešne kritine ... (slike 31, 32, 33).



Slika 32



Slika 33

f) Didaktične igre

Učenec za dano učno vsebino izdela igro in zapiše navodila za igranje. Pomembno je, da v igro vključi primere nalog in vprašanj različnih zahtevnosti, z rešitvami in odgovori. Zato da igra v razredu poteka

tekoče in jo lahko igrajo vsi učenci, naj bodo naloge hitro rešljive. Z izdelavo igre učenec izkaže usvojeno znanje in veščine, izhajajoč iz učnih ciljev. Pomembno je, da z učenci oblikujemo kriterije uspešnosti za kasnejše vrednotenje njihovih izdelkov. Primer vrstniškega vrednotenja izdelane didaktične igre učencev prikazuje slika 34.



Slika 34



Slika 35



Slika 36

Kasneje se igranje izdelanih iger v razredu uporablja kot orodje za učenje ali za ponavljanje in utrjevanje. Poleg učnih vidikov se z igranjem iger v razredu vzpostavljajo tudi boljši medosebni odnosi, učenje tako postane bolj sproščeno in zanimivo. Igra prehaja v delo in učenje. Primera izdelanih iger učencev prikazujeta sliki 35 in 36.

Zaključek

V prispevku smo predstavili načine vrednotenja znanja, ki jih sicer pri pouku matematike ne uporabljamo tako pogosto kot pisno in ustno vrednotenje znanja. Z vključevanjem raznolikih načinov vrednotenja znanja pridobi tako učenec kot učitelj in tako rastemo skupaj z učenci.

Več o različnih načinih ugotavljanja matematičnega znanja lahko preberete v priročniku *Ugotavljanje matematičnega znanja: priročnik za učitelje*. Priročnik je rezultat dela učiteljev matematike pri razvojni nalogi »Uvajanje formativnega spremljanja in inkluzivne paradigme (2018–2020)« in je dostopen v digitalni bralnici na spletni strani ZRSŠ.



Viri

- Hattie, J. (2018). *Vidno učenje za učitelje: Maksimiranje učinka na učenje*. Griže: Svetovalno-izobraževalni center MI.
- How to Make a Lapbook*. (2021). Pridobljeno iz homeschoollshare.com: <https://www.homeschoollshare.com/how-to-make-lapbook/>
- Interno gradivo RNUUO in PRS, nastalo v razvojni nalogi Uvajanje formativnega spremljanja in inkluzivne paradigme (2018–2020), Zavod RS za šolstvo.
- Izzivi izkazovanja in ocenjevanja znanja na raznolike načine*. (2021). Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno iz https://arhiv.zrss.si/zrss/wp-content/uploads/2021-01-21-priloga-1_izzivi-izkazovanja-in-ocenjevanja-znanja-na-raznolike-nacine.pdf
- Suban, M., Bone, J., Herbaj, V., Jerko, A., Sirnik, M., Rajh, S., Pulko, L., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Rihtaršič, U., Canzutti, A., Škafar, K., Novoselec, M., Plut, M., Verbinc, A., Oder Grabner, A., Udovč, K., Lipnik, R., Jug, L., Potočnik, A., Kerin, T. in Kramar, A. (2020). *Ugotavljanje matematičnega znanja. Priročnik za učitelje*. Zavod RS za šolstvo. https://www.zrss.si/pdf/ugotavljanje_matematicnega_znanja.pdf
- Suban, M., Kmetič, S., Žakelj, A., Lipovec, A., Magajna, Z., Sirnik, M., Vršič, V., Legvart, P., Perkovič, A., Čekada, D., Flisar, M., Magdič, M., Kmetec, K., Kodelja, A., Bone, J., Rajh, S., Repovž, B. in Senekovič, J. (2013). *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika*. Zavod RS za šolstvo. <https://www.zrss.si/pdf/Posodobitve-pouka-v-osnovnosolski-praksi-MATEMATIKA.pdf>
- Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika* (2011). Ministrstvo za šolstvo in šport. Zavod RS za šolstvo.