Preiskovanje širjenja govoric

Inquiry of Spreading Rumours

mag. Mojca Suban
Zavod RS za šolstvo

Izvleček

V članku je predstavljen primer učnega scenarija, ki je nastal v mednarodnem projektu MERIA (Mathematics Education – Relevant, Interesting and Applicable). Projekt je potekal na Hrvaškem, Danskem, Nizozemskem in v Sloveniji. Primer temelji na učenju matematike s preiskovanjem in je bil izveden v srednjih šolah. Obravnava situacijo iz vsakdanjega življenja (preiskovanje širjenja govoric) in vključuje iskanje ustreznega matematičnega modela za opis navedene situacije. Predstavljene so strategije reševanja, ki so jih uporabili dijaki v različnih izvedbah, in izkušnje njihovih učiteljev.

Ključne besede: matematika, eksponentna funkcija, modeliranje, preiskovanje

Abstract

The article introduces a learning scenario developed as part of the international project MERIA (Mathematics Education - Relevant, Interesting and Applicable). Croatia, Denmark, the Netherlands, and Slovenia participated in the initiative. The scenario, which follows the inquiry-based mathematics learning method in secondary schools, is concerned with an everyday situation (i.e., inquiry the spread of rumours) and necessitates building an appropriate mathematical model to represent it. The article presents varied students' problem-solving strategies as well as their teachers' experiences.

Keywords: mathematics, exponential function, modelling, inquiry.

1 Uvod

V projektu MERIA (Mathematics Education – Relevant, Interesting and Applicable) je bil osrednji in krovni cilj vzpodbujati pozitiven odnos do matematike in dijakom prikazati matematiko kot uporabno in zanimivo. Primeri učnih scenarijev, ki so jih pripravljali člani mednarodnega projektnega tima iz Hrvaške, Danske, Nizozemske in v Slovenije, so temeljili na matematičnem preiskovanju situacij iz vsakdanjega življenja, modeliranju in matematičnem mišljenju. Pri nastanku scenarijev sta bila v ospredju dva teoretična podstata: Učenje matematike s preiskovanjem (IBML) in Teorija didaktičnih situacij (TDS). Več o obeh podstatih je možno izvedeti v *Priročniku MERIA za poučevanje matematike s preiskovanjem* in v članku *Preiskovanje v matematiki za vse – učne ure za učitelje in učence* v tej številki revije *Matematika v šoli*.

V tem članku predstavljamo primer učnega scenarija, ki se dotika transcendentnih funkcij, te pa so za nekatere dijake velikokrat ena od zahtevnejših vsebin. Scenarij obravnava eksponentno in logaritemsko funkcijo ter ponudi eno od možnosti za uvod v obravnavno logaritemske funkcije preko eksponentne funkcije na realnem primeru.

V domači literaturi najdemo zanimive primere, ki funkciji obravnavajo v realnem kontekstu in skušajo prispevati k bolj poglobljenem znanju in razumevanju narave obeh funkcij in njunega medsebojnega odnosa (Beroš, Ćulav Markičević, Lobor, Martinić, 2022; Horvat, 2022; Jesenek Grašič, 2016; Kretič Mamič, 2020; Dezider et al., 2014). Vzrok za slabše razumevanje obeh funkcij bi lahko iskali tudi v tem, da se narava eksponentne in logaritemske funkcije ne pokriva z običajnim linearnim razmišljanjem in dojemanjem časa, ki se zdi linearno. V nadaljnjem preizkušanju scenarija v projektu TIME (Teachers' Inquiry in Mathematics Education) je npr. »v zadnjem delu učne ure učitelj poudaril, da razmišljamo linearno, toda naša čutila zaznavajo na logaritemski skali«. Narava oz. obnašanje eksponentne funkcije se razlikuje od linearne v tem, da opisuje širjenje pojavov, ki v začetku delujejo zelo »krotko« (vrednost odvisne spremenljivke počasi narašča), potem pa »zdivjajo« (v kratkem času vrednost odvisne spremenljivke zelo hitro naraste), kar je v nasprotju z konstantnim prirastkom linearne funkcije. Na primer za povečevanje količine znanja v svetu ne zadošča linearna odvisnost, ampak naraščanje opisuje eksponenta odvisnost.

Osnovna ideja scenarija je, da dijaki s samostojno aktivnostjo preiskujejo realen primer in pridejo do ugotovitve, da za njegovo rešitev potrebujejo novo funkcijo (logaritemsko funkcijo). Bralec lahko pogleda tudi primer v Jessen, Doorman, Bos (2017), kjer je na strani 49 predstavljen primer naloge, ki bi morala dijakom omogočiti, da sami občutijo potrebo po vpeljavi nove funkcije (logaritemske funkcije).

2 Opis problema

Problem v opisanem scenariju se nanaša na situacijo iz realnega sveta in je izbran tako, da je relevanten za dijake oz. so se z njim najverjetneje že srečali v svojem vsakdanjiku. Problem je odprt in ne predvideva vnaprej poti reševanja in (ene) pravilne rešitve – matematičnega modela[1]. Obravnava kontekst širjenja govoric (novic, čenč), kjer dijaki s preiskovalnim načinom učenja oblikujejo matematični model za opis tega procesa.

Problem

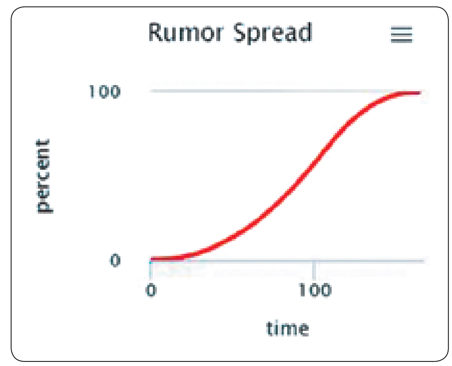
Na kakšen način in kako hitro se širijo govorice?
Pomagaj raziskovalcu/novinarju pri oblikovanju modela za širjenje govoric.

Obravnavani problem je torej vezan na modele, ki podajajo matematično razlago za širjenje govoric, čenč, novic ipd. Modeli so lahko zelo različni in so odvisni od izbire pogojev oz. načina, kako se govorica prenaša. Enega od načinov lahko najdemo v prispevku Pustavrh, Hvastja, 2010, kjer se model opre na logistično funkcijo. Logistična funkcija ni predpisana vsebina v učnem načrtu za matematiko v gimnazijah ali v katalogih znanja za matematiko v srednjem strokovnem izobraževanju. Po Dezider idr., 2014 »logistično krivuljo uporabimo za opis pojavov, pri katerih eksponentna rast na neki točki preneha. Vrednosti se od te točke dalje večajo počasneje in nikoli ne presežejo predpisane zgornje meje«.

Če bi želeli preizkusiti kakšen model širjenja govoric s pomočjo digitalne tehnologije, lahko npr. uporabite NetLogo, kjer pod naslovom *Rumor Mill* najdemo na prostorski bližini zasnovan model širjenja govoric (Wilensky, 1997). V tem primeru se govorica širi tako, da oseba, ki govorico pozna, to pove enemu od svojih sosedov. Sosedje so opredeljeni kot štirje bližnji ali osem bližnjih sosedov. V vsakem koraku oseba, ki pozna govorico, to pove poljubno izbranemu sosedu. V grafični simulaciji sledimo osebam, ki poznajo govorico (kot rdeče točke). Program beleži njihovo število in število ponovitev prenosa govorice. Na sliki 1 je primer za naslednje izbrane začetne podatke: izvor govorice je ena oseba, bližnji sosedje pa so štirje (Wilensky, 1999). Zajeto je stanje po 20 in 83 ponovitvah ter končno stanje, ko govorico poznajo vsi v izbranem »svetu«.

Ker gre za simulacijo, število vseh ponovitev ni vedno enako.

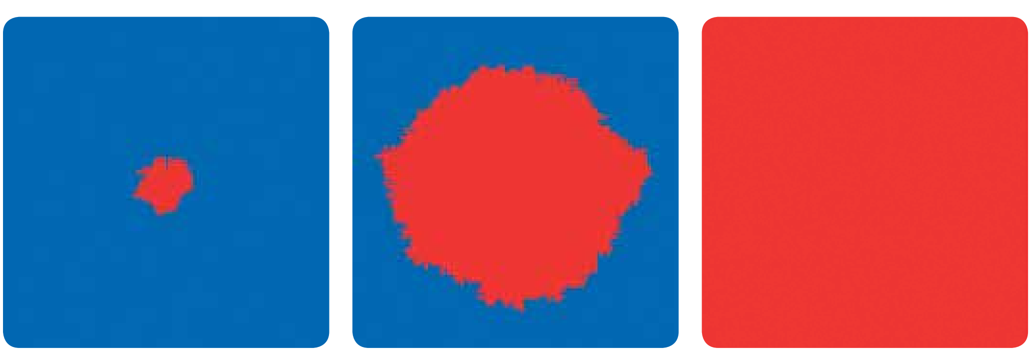
Na sliki 2 je za ta primer še graf funkcije časovne odvisnosti deleža oseb (glede na število vseh oseb v izbranem »svetu«), ki poznajo govorico, kar se izrisuje vzporedno s potekom simulacije v programu NetLogo.



Slika 2: Graf funkcije časovne odvisnosti deleža oseb, ki poznajo govorico.

Kateri modeli širjenja govoric pridejo v poštev za šolsko situacijo in šolsko obravnavo? Pri tem upoštevamo, da je treba dijakom omogočiti, da model zares preizkusijo in prepoznajo oz. ustvarjajo matematiko, ki je v ozadju. V scenariju se osredotočamo na modeliranje z eksponentno funkcijo in primer uporabimo kot uvod v logaritemsko funkcijo.

Primer je opisan v obliki učnega scenarija, ki je zasnovan na fazah TDS. V predlogi za scenarij so faze jasno opredeljene, za vsako fazo pa predvidene *Dejavnosti in navodila za učitelja* in *Dejavnosti in odzivi dijakov* ter časovni okvir za izvedbo vsake faze. Problem, s katerim so se dijaki ukvarjali, je v času nastajanja doživel nekaj sprememb, zato v nadaljevanju prispevka navajamo dve varianti.



Slika 1: Model širjenja govoric v progamu NetLogo po 20, 83 in 164 ponovitvah.

1 Matematični model je posebna vrsta matematične predstavitve obravnavanega nematematičnega objekta oz. pojava z matematičnim jezikom (npr. premo sorazmerje uporabimo kot model pri nakupovanju, geometrijska krogla kot model pri obravnavi žoge). Matematičnega modela ne razumemo kot ponazoritev matematičnih pojmov z drugimi pojmi (npr. daljico ponazorimo s tanko palico). Matematični model je lahko npr. funkcijski predpis, graf, enačba, sistem enačb, diagram, preglednica, geometrijski objekt, stožnice, slika, besedni opis … (Matematična pismenost, 2022)

3 MERIA scenarij »Širjenje govoric«

Standardi znanja (pričakovani dosežki)	Skozi modeliranje prepoznati logaritemsko funkcijo kot inverzno k eksponentni funkciji (na osnovi preglednice in/ali grafa).
Splošni cilji[2]	Uvod v logaritemsko funkcijo in reševanje realnih situacij.
Potrebno matematično predznanje	Definicija eksponentne funkcije, graf eksponentne funkcije, reševanje problemov z življenjskimi situacijami z eksponentno funkcijo.
Letnik/starost[3]	2. letnik srednje šole, dijaki, stari 15 do 16 let
Trajanje	60 minut
Potrebni material	papir, svinčnik, digitalna tehnologija
Problem: Na kakšen način in kako hitro se širijo govorice?	

Faze	Dejavnosti in navodila učitelja	Dejavnosti in odzivi dijakov
Devolucija/Prenos (didaktična faza) 3 min	Učitelj zastavi dijakom vprašanje: Ali ste kdaj razmišljali, na kakšen način se širijo govorice in kako hitro? Učitelj lahko ponudi možnosti, kot so linearno, kvadratno in eksponentno.	Dijaki sodelujejo v pogovoru.
Akcija/Reševanje (adidaktična faza) 10 min	Učitelj hodi po razredu in beleži različne ideje dijakov.	Dijaki preiskujejo v manjših skupinah (3–4), razpravljajo in na različne načine predstavljajo model širjenja govoric. Uporabijo lahko drevesni prikaz, preglednico, graf, nekateri pa bodo uporabili digitalno tehnologijo.
Formulacija/Zapis ugotovitev (didaktična in adidaktična faza) 3 min	Učitelj identificira različne rešitve, ki so jih našli dijaki. Glede na različne rešitve skupin določi vrstni red predstavitev, npr. najprej skupine, ki so najmanj ugotovile … npr. metoda snežene kepe.	Dijaki pripravijo predstavitev o strategiji, ki so jo uporabili.
Validacija /Potrditev (didaktična in adidaktična faza) 10 min	Učitelj pozove dijake z različnimi strategijami, da predstavijo svoje delo.	Dijaki spremljajo predstavitve in razpravljajo o njih ter zastavljajo razjasnjevalna vprašanja.
Institucionalizacija / Oblikovanje ustaljenega zapisa (didaktična faza) 2 min	Učitelj se skupaj z dijaki odloči, katerega od prestavljenih modelov bodo raziskali bolj podrobno. Odločijo se za eksponentni model.	Dijaki poslušajo in si delajo zapiske.
Devolucija/Prenos (didaktična faza) 2 min	Učitelj zastavi problem v bolj izčiščeni inačici: Razišči naslednji model širjenja govoric: dijak na šoli pove govorico drugemu dijaku na šoli, ki govorice še ne pozna. Nato vsak od njiju govorico pove novemu dijaku in tako naprej. Vsak dijak, ki govorico pozna, jo pove drugemu dijaku, ki govorice še ne pozna. Recimo, da sporočanje govorice traja 1 minuto. Kako dolgo bi trajalo, da bi se govorica razširila po celotni šoli? (Učitelj pove podatek o številu dijakov N na šoli.)	

2 V projektu MERIA je bila za vse sodelujoče države dogovorjena uporaba skupne predloge za zapis scenarija v angleškem jeziku. Pri prevodu »broader goals« v slovenščino smo se odločili za *Splošni cilji*, kar se v tem primeru nanaša na cilje, ki presegajo zgolj izvedbo konkretne učne ure oz. učnih ur. Nakazujejo znanje in veščine v širšem smislu, ki jih dijaki razvijajo v daljšem časovnem obdobju.

3 Med sodelujočimi državami starost dijakov v istem letniku ni enaka, zato so avtorji scenarijev za boljše razumevanje navajali letnik oz. starost.

Faze	Dejavnosti in navodila učitelja	Dejavnosti in odzivi dijakov
Akcija v kombinaciji s formulacijo (didaktična faza) 15 min	Učitelj hodi po razredu in beleži različne ideje dijakov.	Dijaki preiskujejo v manjših skupinah, razpravljajo in na različne načine predstavljajo model širjenja govoric. Uporabijo lahko drevesni prikaz, preglednico, graf, nekateri pa bodo uporabili digitalno tehnologijo. Pridejo do problema, kako rešiti eksponentno enačbo $N = a^b$, b minut po tem, ko prvi dijak začne širiti govorice. Uporabijo lahko žepno računalo in/ali računalnik, da čim bolj natančno ugotovijo b. Ugotovijo, da morajo rešiti enačbo: $N = a^b \Rightarrow b = ?$, kar vodi v razmislek, da je treba najti inverzno funkcijo k eksponentni funkciji.
Validacija/Potrditev (didaktična in adidaktična faza) 10 min	Učitelj pozove dijake z različnimi strategijami, da predstavijo svoje delo. Posebej se osredotoči na tiste strategije, ki ustrezajo karakteristikam logaritma.	Dijaki se vključujejo v razpravo.
Institucionalizacija/ Oblikovanje ustaljenega zapisa (didaktična faza) 5 min	Učitelj naredi povzetek in na koncu predstavi pojem *logaritma*. Učitelj dijake opozori na omejitve in posledice modela (npr.: obstajajo tudi drugi modeli širjenja govoric; v realnosti nekaterim osebam/učencem lažje/hitreje poveš govorico v danem času kot drugemu.	Dijaki poslušajo in si delajo zapiske.

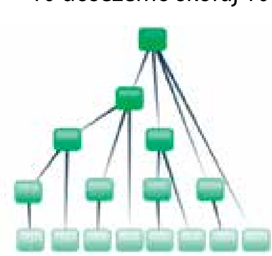
Možni načini, kako lahko dijaki dosežejo standarde znanja

Strategije za primer $a = 2$.

- Oblikovanje preglednice:

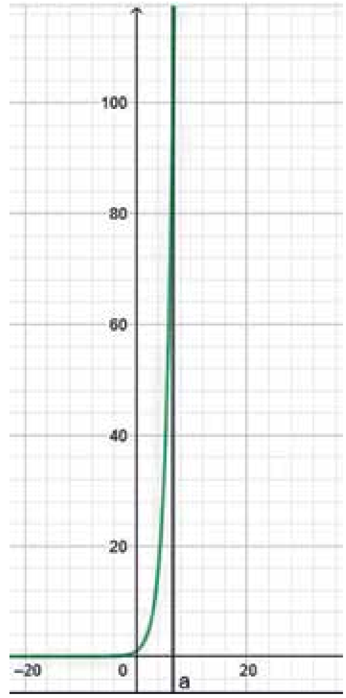
Po b minutah	Število dijakov, ki po b minutah na novo izve govorico	Skupno število dijakov, ki po b minutah pozna govorico
0	1	$1 = 2^0$
1	1	$2 = 2^1$
2	2	$4 = 2^2$
3	4	$8 = 2^3$
4	8	$16 = 2^4$
5	16	$32 = 2^5$
6	32	$64 = 2^6$
…		
b	2^{b-1}	2^b

- Uporaba žepnega računala za izračun vrednosti za določen (npr.: $N = 100$:
  Dijak izračuna nekaj vrednosti za 2^b: $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$.
  Torej velja $6 < b < 7$. Naslednji korak je izračun vrednosti za $2^{6,1}$, $2^{6,2}$, $2^{6,3}$ … z računalom. Torej je $6,6 < b < 6,7$ itd.
- Utemeljitev s faktorjem rasti (npr.: če za $b = 10$ dosežemo skoraj 1000 učencev, dosežemo za $b = 11$ 2000 učencev).
- Uporaba drevesnega prikaza:



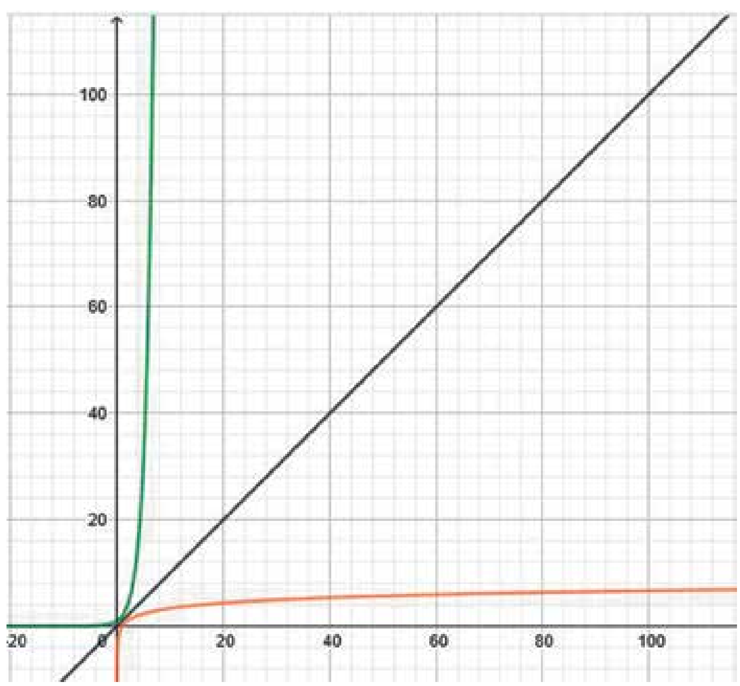
<table>
<tr>
<td></td>
<td>

- Risanje grafa $f(x) = 2^x$:



Dijak nariše graf $f(x) = 2^x$ in prebere vrednosti za x za $f(x) = N$

- Risanje grafa $f(x) = 2^x$ in risanje grafa inverzne funkcije z zrcaljenjem preko simetrale lihih kvadrantov:



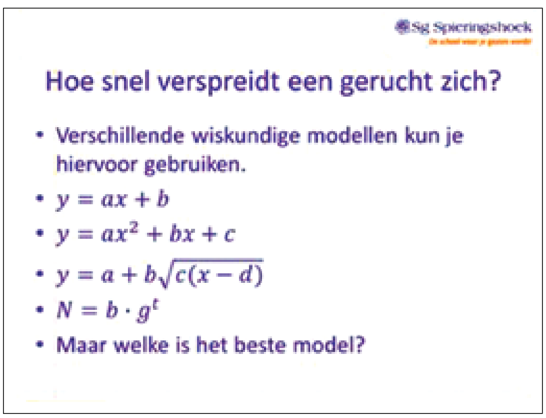
Dijak prebere vrednost za $x = N$ v prezrcaljenem grafu.

</td>
</tr>
<tr>
<td>Nadaljnje preiskovanje</td>
<td>Dijaki poiščejo še druge situacije iz vsakdanjega življenja, kjer nastopata eksponentna in logaritemska funkcija.</td>
</tr>
</table>

4 Dodatne usmeritve za izvedbo v razredu

Dolžina posamezne faze se lahko prilagodi glede na dinamiko dela dijakov, splošne značilnosti razreda in stopnje poznavanje dela s preiskovanjem. Vendar se odsvetuje, da bi se posamezne faze preveč podaljševale. Za delo dijakov lahko izberemo tudi drugačno obliko: nekateri dijaki lahko delajo v paru ali manjših skupinah, morda pa kateri od dijakov raje rešuje problem sam.

Prvo devolucijo lahko učitelj podpre s konkretnimi funkcijami, ki predstavljajo možne modele za širjenje govoric. Na sliki 3 je primer prosojnice, ki jo je uporabil učitelj pri izvedbi na Nizozemskem. Na njej je navedeno vprašanje *Kako hitro se širijo govorice?* in zapis »za to se lahko uporabljajo različni matematični modeli«, sledijo pa ponujeni različni matematični modeli (linearen, kvadraten, korenski, eksponenten). Dijaki odgovorijo na vprašanje, kateri je »najprimernejši« model.



Slika 3: Prosojnica, ki jo je uporabil učitelj na Nizozemskem.

Pri izvedbi v Sloveniji na Ekonomski šoli v Novem mestu so dijaki model širjenja govoric tudi konkretno zaigrali (igra vlog na sliki 4). Dijaki, ki še niso poznali govorice, so bili zbrani skupaj, ločeno od tistih, ki govorico že poznajo. Z igro vlog so dijaki pridobili izkušnjo, pri kateri so govorico širili od ust do ust. Ugotovili so, da v majhni skupini govorica hitro doseže vse. Povedali so še, da navadno svoje govorice širijo s pomočjo pametnih telefonov (npr. SMS, družbena omrežja).

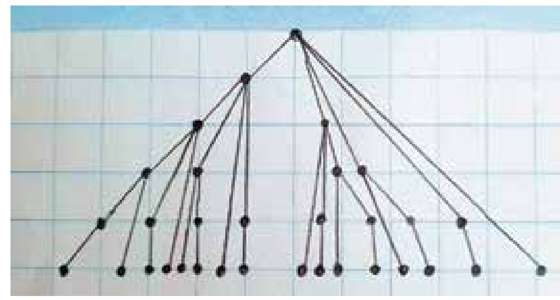
Slika 4: Igra vlog pri širjenju govoric pri izvedbi v Sloveniji (avtorica fotografije: Katarina Udovč).

5 Opažanja po izvedbi scenarija v praksi

Primer scenarija je bil v sklopu projekta MERIA v tej inačici preizkušen na srednjih šolah na Hrvaškem, Nizozemskem in v Sloveniji. V nadaljevanju navajamo opažanja o uporabljenih strategijah dijakov iz prakse, o katerih so poročali sodelujoči učitelji:

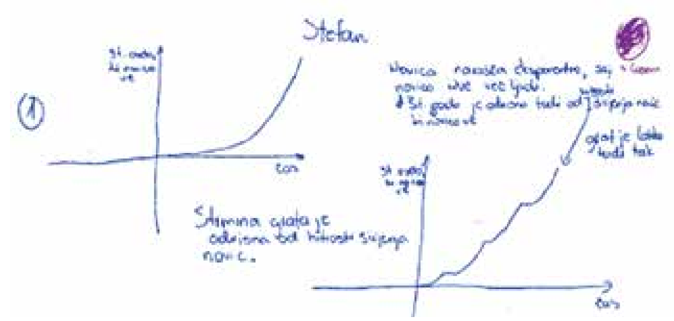
5.1 Modeli širjenja govoric, ki so jih zabeležili dijaki

1. Risanje drevesnega prikaza (Slika 5)



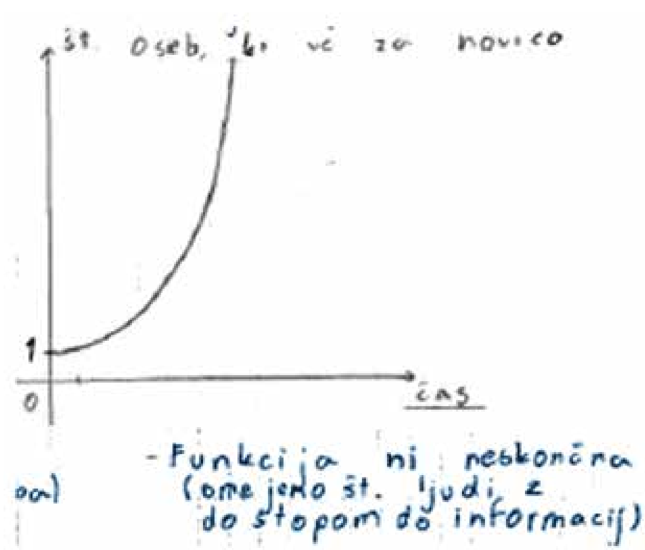
Slika 5: Prikaz modela širjenja govoric z drevesnim prikazom.

2. Risanje grafa funkcije (Slika 6, Slika 7)



Slika 6: Izdelek dijaka – risanje grafa.

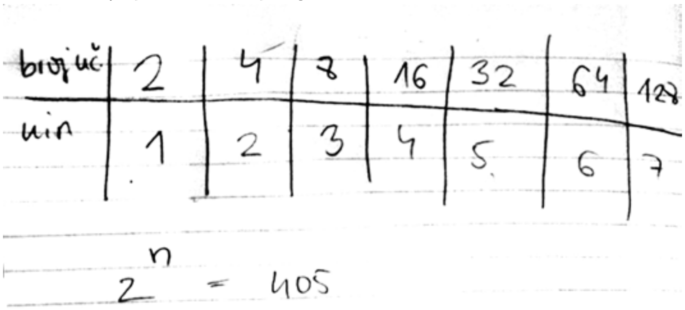
Na prvem grafu je dijak za x os izbral spremenljivko čas in število oseb, ki pozna govorico, za os y. V komentarju je zapisal, da »novica narašča eksponentno, saj s časom novico izve več ljudi«. Komentiral je tudi, da je »strmina grafa odvisna od hitrosti širjenja novice«. Na drugem grafu sta spremenljivki na x in y osi enaki, kot v prvem grafu, dijak pa je komentiral, da je »graf lahko tudi tak«.



Slika 7: Izdelek dijaka – risanje grafa.

Dijak je zapisal, da »funkcija ni neskončna, saj »je število ljudi z dostopom do informacije omejeno«.

3. Beleženje podatkov v preglednici (Slika 8)



Slika 8: Izdelek dijaka – preglednica.

Dijak je podatke beležil v preglednici, v kateri je v prvi vrstici zapisal število učencev, v drugi pa *minute.*

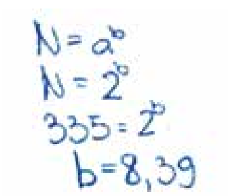
4. Zapis zaporedja

Dijak je število oseb, ki poznajo govorico, zapisal v obliki zaporedja. Zapisal je, da če *najprej (govorico) ve* ena oseba, lahko zapiše zaporedje, 1, 1, 2, 4, 8, 16.

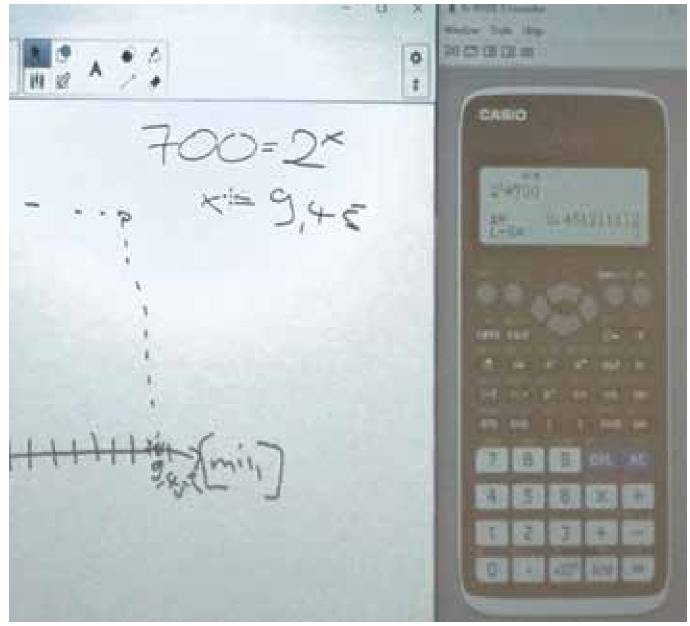
Ob zaključku navajanja strategij in modelov, ki so jih učitelji zabeležili pri izvedba scenarija v praksi, dodajamo še komentar učitelja z Nizozemske: pri nekaterih dijakih se je pojavila zmeda pri tem, koliko oseb govorico izve na novo (ob *b*-ti ponovitvi) in koliko oseb govorico pozna (skupno število).

5.2 Računanje časa, ki je potreben, da govorica doseže vse dijake na šoli

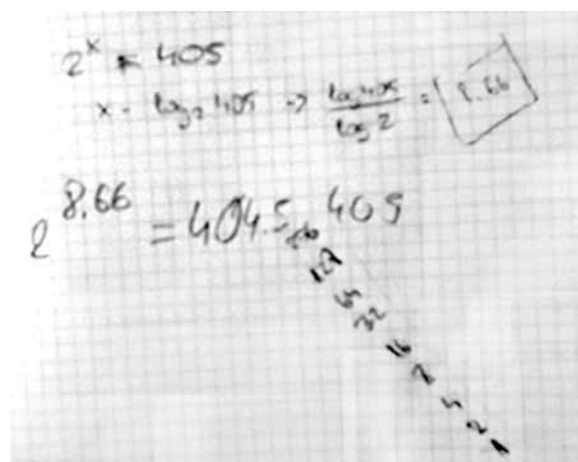
1. ***Reševanje enačbe za 335 dijakov s poskušanjem na žepnem računalu***



2. ***Reševanje enačbe za 700 dijakov na emulatorju*** **(Slika 9)**
3. ***Reševanje enačbe za 405 dijakov z uporabo pravila za prehod na novo osnovo*** **(Slika 10)**
4. ***Reševanje enačbe za 335 dijakov s premim sorazmerjem (napačno)***

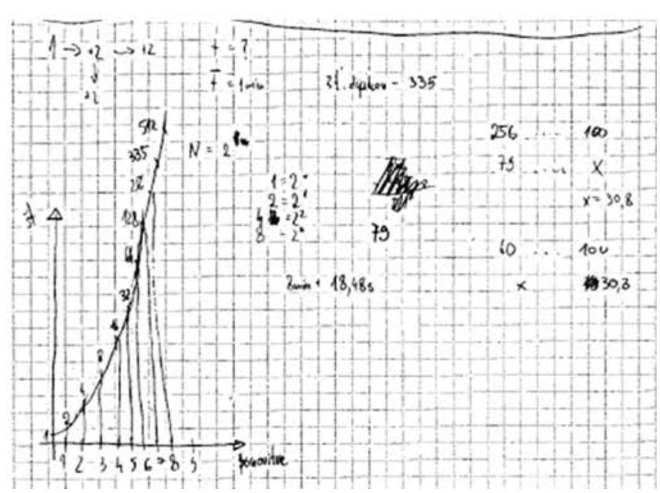


Slika 9: Reševanje enačbe s pomočjo emulatorja na i-tabli (Avtorica fotografije: Sonja Rajh, posneto na Gimnaziji Franca Miklošiča Ljutomer).



Slika 10: Izdelek dijaka – reševanje z uporabo pravila.

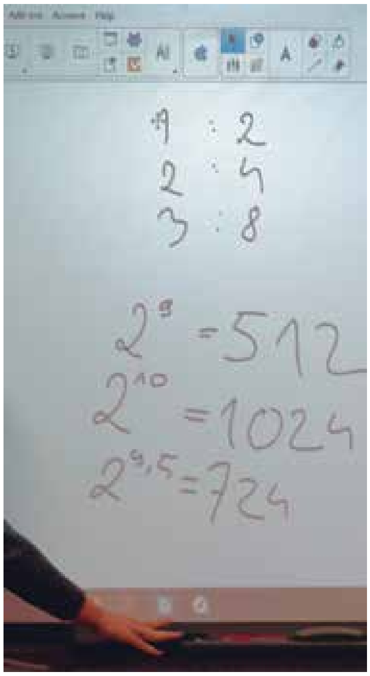
5. ***Reševanje enačbe z risanjem grafa in odčitavanjem vrednosti spremenljivke x pri vrednosti funkcije, enaki 335*** **(Slika 11)**



Slika 11: Izdelek dijaka – reševanje z grafom.

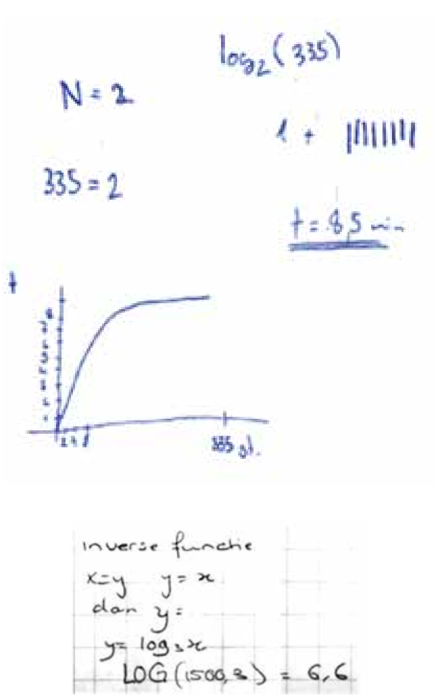
6. *Dijaki so predlagali, da narišejo graf z Geogebro. (Graf je narisal učitelj, dijaki pa so predlagali izbiro enote na x osi in premico y = 335).*

7. *Nekaj dijakov je uporabilo bisekcijo in ocenilo čas z žepnim računalom vrednost na dve decimalki* **(Slika 12).**



Slika 12: Prvi korak postopka bisekcije na i-tabli (Avtorica fotografije: Sonja Rajh, posneto na Gimnaziji Franca Miklošiča Ljutomer).

8. *Dijak, ki je poznal računanje inverzne funkcije na žepnem računalu, je ugotovil, da je inverzna funkcija logaritemska* **(Slika 13).**



Slika 13: Izdelka dijakov – računanje z žepnim računalom.

9. *Dijak beleži število oseb, ki poznajo govorico, in zapiše oceno, da je rešitev 9 minut (za primer, ko je na šoli 441 dijakov).* **(Slika 14)**

Slika 14: Izdelek dijaka – beleženje podatkov.

6 Variacija problema na osnovi didaktičnih spremenljivk

Problem, ki je bil preizkušan v praksi, je bil v drugi devoluciji konkretiziran na način, kot je navedeno v inačici 1.

Inačica 1

Razišči naslednji model širjenja govoric: dijak na šoli pove govorico drugemu dijaku na šoli. Nato vsak od njiju govorico pove novemu dijaku in tako naprej. Vsak dijak, ki govorico pozna, jo pove drugemu dijaku, ki govorice še ne pozna. Recimo, da sporočanje govorice traja 1 minuto. Kako dolgo bi trajalo, da bi se govorica razširila po celotni šoli? (Učitelj pove podatek o številu dijakov na šoli.)

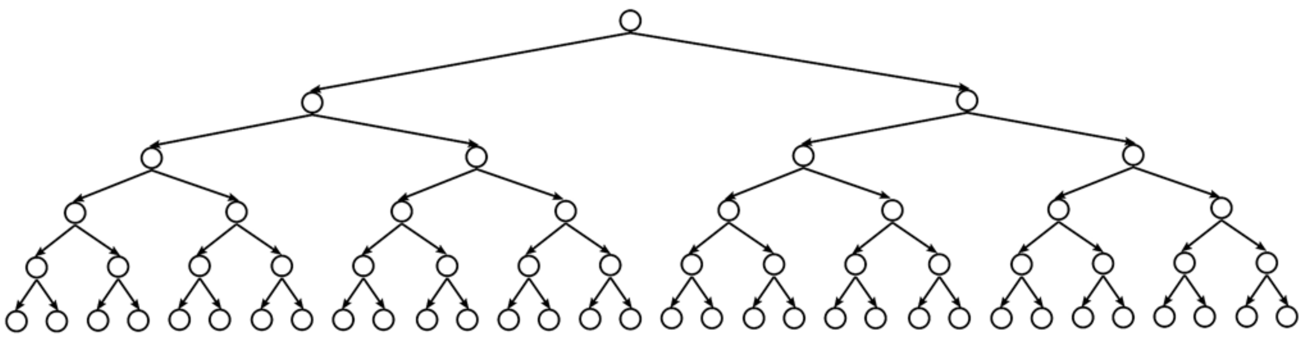
Problem je možno zastaviti še na kašen drug način. Navajamo še primer inačice 2.

Inačica 2

Dijak na šoli pove govorico dvema dijakoma, ki govorice še ne poznata. Vsak od teh dveh dijakov pove govorico dvema dijakoma, ki govorice še ne poznata in tako naprej. Recimo, da dijaku vzame eno minuto, da govorico pove drugemu dijaku. Čez koliko časa se bo govorica razširila po celi šoli?

V tej inačici je pozornost usmerjena na število dijakov, ki prvič (na novo) slišijo govorico v b-ti ponovitvi, zato je treba skrbno razmisliti, kolikšno je (skupno) število dijakov, ki poznajo govorico. Na primer: po petih ponovitvah govorico pozna 63 oseb ($1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$). Grafično je širjenje govorice prikazano na sliki 15 v obliki drevesnega prikaza.

Taka formulacija problema je lahko uporabljena tudi kot uvod v vrste. Če je vprašanje *Koliko dijakov pozna govorico po b ponovitvah*?, dobimo vsoto $1 + 2 + 4 + \ldots + 2^b$.



Slika 15: Drevesni prikaz širjenja govorice po inačici 2 (izdelano z aplikacijo Mural).

Zaključek

V scenariju Širjenje govoric je predstavljena ena od možnosti za uvod v logaritem na osnovi realnega primera. Dijaki naj bi skozi reševanje problema širjenja govoric in izračunavanja potrebnega časa za razširitev govorice na vse dijake na šoli ugotovili, da za rešitev enačbe $2^x = N$ še nimajo ustreznega matematičnega znanja. Potrebujejo novo funkcijo, ki bo inverzna eksponenti funkciji. Po preizkušanju scenarija v razredu so učitelji v naslednji šolski uri prešli na definicijo logaritma in nadaljevali z obravnavo logaritemske funkcije.

Po izvedbi so učitelji poročali, da so nekateri dijaki imeli težave pri tem, kako začeti z reševanjem problema in da v nekaterih razredih niso vajeni delati s preiskovalnim načinom. Ob koncu so dijaki poročali tudi to, da so se veliko naučili in da je bila ura zanimiva. Eden od dijakov je dejal: »Dejansko razumem. Ne morem verjet.«

Dodaten trud in čas, ki ga je treba vložiti v pripravo in izvedbo takih učnih ur, je nagrajen s tem, da lahko pri dijakih dosežemo globljo stopnjo uvida in razumevanja, kot je razvidno iz zapisane izjave. Seveda se pri nadaljnji obravnavi pričakovano še pojavijo vzeli v znanju, vendar nas odzivi dijakov opogumljajo, da s takim pristopom nadaljujemo.

Viri in literatura

Beroš, D., Ćulav Markičević, M., Lobor, Z., Martinić, I. (2022). Logaritemska skala. *Matematika v šoli, 28*(1), str. 40–46. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Horvat, N. (2022). Prikaz in računanje prevožene poti kolesarja z uporabo eksponentne funkcije. V *Razvijamo matematično pismenost Opredelitev matematične pismenosti s primeri dejavnosti*, Sirnik, M., Vršič, V. (ur.). Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Dezider, I., Janežič, T., Pustavrh, S., Zmazek, V., Mohorčič, A., Špolad, A., Jeler, A., Pečovnik Mencinger, A., Jericijo, O. (2014). VEGA 2, i-učbenik za matematiko v 2. letniku gimnazije, str. 621. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Jesenek Grašič, A. (2016). Matematično modeliranje pri pouku fizike. 3. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike. V *Zbornik razširjenih povzetkov KUPM 2016*. Zavod RS za šolstvo. Ljubljana. https://www.zrss.si/kupm2016/wp-content/uploads/matematicno-modeliranje-pri-pouku-fizike.pdf

Jessen, B., Doorman, M., Bos, R. (2017). Priročnik MERIA za poučevanje matematike s preiskovanjem. Strokovna redakcija slovenskega prevoda Suban, M., Rajh, S., Sirnik, M. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Kretič Mamič, A. (2020). Eksponentna funkcija. *Matematika v šoli, 26*(1), str. 32–40. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Kmetič, S., Sirnik, M. (ur.) (2010). *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Novičnik 6, projekt TIME (Teachers' Inquiry in Mathematics Education) https://www.zrss.si/wp-content/uploads/2021/09/2021-09-01-Novicnik-6.pdf

Pustavrh, S., Hvastja, D. (2010). Modeliranje z logistično funkcijo. V *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi*, str. 152., Kmetič, S., Sirnik, M. (ur.). Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* Zavod Republike Slovenije za šolstvo. Ljubljana, https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf

Suban, M. (2017). Učenje in poučevanje matematike s preiskovanjem. *Vzgoja in izobraževanje, XLVIII*(4). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

Suban, M. (2020). Preiskovalne naloge pri matematiki. V *Ugotavljanje matematičnega znanja*, Suban, M. idr. (ur.). Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Wilensky, U. (1997). NetLogo Rumor Mill model. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/RumorMill. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL

Wilensky, U. (1999). NetLogo. http://www.netlogoweb.org/launch#http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/models/Sample%20Models/Social%20Science/Rumor%20Mill.nlogo. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL