

Naslov članka/Article:

## Preiskovanje v matematiki za vse – učne ure za učitelje in učence

*Inquiry in Mathematics for All – Lessons for Teachers and Students*

Avtor/Author:

dr. Kristijan Cafuta, dr. Selena Praprotnik

DOI:

CC licenca



Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav



### Matematika v šoli št. 1/2023, letnik 29

ISSN 1318-010X

Izdal in založil: Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Kraj in leto izdaje: Ljubljana, 2023

Spletna stran revije:

<https://www.zrssi.si/strokovne-revije/matematika-v-soli/>

# Preiskovanje v matematiki za vse – učne ure za učitelje in učence

## Inquiry in Mathematics for All – Lessons for Teachers and Students

dr. Kristijan Cafuta in dr. Selena Praprotnik  
Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko

### Izvleček

V članku povzamemo bistvene značilnosti treh aktualnih raziskovalnih teorij iz preučevanja pedagoških praks učiteljev matematike. To so Teorija didaktičnih situacij (TDS), Učenje matematike v realnem kontekstu (RME) in Lesson Study (LS). Predstavljene teorije obravnavamo s teoretičnega vidika, pri čemer smo vse tri preizkusili tudi v praksi v okviru dveh mednarodnih projektov – MERIA in TIME. Splošen opis vsebin v tem članku je namenjen seznanjanju učiteljev z metodologijo in izrazoslovjem, povezanim s teorijami TDS, RME in LS. Po uvodnem delu v drugem razdelku članka opišemo glavne značilnosti teorije TDS, v tretjem razdelku pa se osredotočimo na teorijo RME. Četrty razdelek je namenjen predstavitvi teorije LS.

**Ključne besede:** učenje matematike s preiskovanjem, Teorija didaktičnih situacij (TDS), Učenje matematike v realnem kontekstu (RME), Lesson Study (LS), projekt MERIA, projekt TIME

### Abstract

This article summarises the essential features of three contemporary research theories derived from studying mathematics teachers' pedagogical practices, namely, the Theory of Didactical Situations (TDS), Realistic Mathematics Education (RME) and Lesson Study (LS). These theories, discussed here from a theoretical perspective, have been tested in practice in the context of two international projects – MERIA and TIME. The article aims to familiarise teachers with the methodology and terminology associated with the TDS, RME and LS. In what follows, we examine the main elements of the TDS (section two) and RME (sections three) and provide an overview of LS (section four).

**Keywords:** Inquiry Based Mathematics Learning, Theory of Didactic Situations (TDS), Real-Mathematics Education (RME), Lesson Study (LS), project MERIA, project TIME.

## 1 Uvod

Matematika med mnogimi učenci velja za nezanimiv predmet. Učenci imajo vtis, da se je pri matematiki treba naučiti nekaj postopkov na pamet, potem pa jih uporabljajo v nezanimivih, dolgočasnih in neuporabnih nalogah. Pri klasičnem učenju in reševanju nalog iz učbenikov in zbirk nalog učenci ne vidijo smisla in vsebino hitro pozabijo. Še huje, naučenega ne znajo uporabiti v praksi, to je pri vsakdanjih problemih.

Kot učitelji vemo, da je matematika lahko zanimiva in zelo uporabna. Včasih nas kak problem zaposli in ga navdušeno rešujemo tudi več dni. Večina nas tudi pozna občutek zadovoljstva, ki sledi uspešni (raz)rešitvi dane naloge. Zato se vedno bolj trudimo, da bi pri pouku reševali naloge, ki bi jih učenci prepoznali kot pomembne, zanimive in uporabne. Trudimo se, da bi učence naloge pritegnile, da bi bili visoko motivirani pri reševanju in da bi

jih zanimalo, kakšne poti vodijo do rešitve. Radi bi, da tudi učenci spoznajo navdušenje, ki ga lahko prinese reševanje matematičnega problema, tudi če ne obrodi rešitve v času, ki ga imamo na voljo pri pouku, oziroma tudi takrat, ko smo ugotovili le to, da določen pristop ne deluje. Učencem so še posebej zanimivi problemi, s katerimi se srečujejo v vsakdanjem življenju. Govorimo o problemih, ki imajo več različnih rešitev oziroma pri katerih do pravih rešitev vodi več različnih poti. Kako lahko z drugačnim razmislekom pridemo do enakih rešitev? Zakaj lahko več rešitev ustreza enemu problemu? Ti vprašani sta zanimivi tudi učencem, ki jim sicer bolj ustrezajo družboslovne vsebine. Zato lahko morda drugačen način izvajanja učnih ur matematike pritegne tudi tiste, ki so vedno menili, da »oni pa niso za matematiko«.

Način poučevanja matematike s preiskovanjem lahko za začetek učitelj izbere za ure, pri katerih od učencev pričakuje nižjo motivacijo za delo. V praksi se je namreč izkazalo, da so take aktivnosti izredno motivacijske. Predlagamo, da v teh primerih preiz-

kusite scenarije, ki smo jih pripravili v sklopu projektov MERIA (<https://meria-project.eu/>) in TIME (<https://time-project.eu/>). Projekta sta potekala v sodelovanju s strokovnjaki, raziskovalci in učitelji matematike iz Slovenije, Hrvaške, Nizozemske in Danske. Prepričani smo, da boste nad izvedbo učnih ur po pripravljenih scenarijih prijetno presenečeni, tako vi – učitelji, kot vaši varovanci – učenci. Naše izkušnje so zelo pozitivne. Nekateri učenci so naloge po takšni učni uri reševali še v času malice! Zato učitelji pristop radi ohranijo in ponovno izvedejo podobne ure z novo vsebino. Tudi učenci sprašujejo, kdaj bodo spet imeli »zabavno« matematiko.

Razvoj gradiv za poučevanje matematike s preiskovanjem, ki smo jih pripravili pri projektih MERIA in TIME, temelji na dveh uveljavljenih raziskovalnih programih: na teoriji didaktičnih situacij (Theory of Didactical Situation – TDS), ki jo je razvil Guy Brousseau (Brousseau, 1997), in pristopu učenja matematike v realnem kontekstu (Realistic Mathematics Education – RME), ki ga je razvil Hans Freudenthal (Freudenthal, 1991). Obe teoriji spodbujata avtonomno preiskovanje učencev, ki morajo aktivno delovati brez (pretiranega) posredovanja in usmerjanja učitelja. S svojim obstoječim matematičnim znanjem učenci raziskujejo in preiskujejo zastavljeni problem in skozi proces preiskovanja svoje znanje poglobijo in razširijo. Seveda ne bodo vsi učenci prišli do enakih zaključkov, niti ne bodo ubrali enakih strategij. Zagotovo pa bodo v procesu precej pridobili. Pridobljeno znanje ali vsaj notranji občutek o naravi danega problema, ki so ga dosegli z lastnim trudom skozi dejavnost, ostane z učenci precej dalj časa kot vsebina, ki jo preberejo iz učbenika.

Glavni cilj projekta MERIA je bil spodbujati poučevanje s preiskovanjem in podpirati učitelje pri njegovem izvajanju z zagotavljanjem učnih scenarijev, praktičnih zamisli in dejavnosti strokovnega izpopolnjevanja. Nekateri tuji avtorji ugotavljajo, da je najbolj obetaven način za zagotavljanje kontinuiranega strokovnega usposabljanja pristop, ki ga imenujemo Lesson Study (LS). Ta se že več kot stoletje uporablja kot oblika strokovnega usposabljanja učiteljev na Japonskem. Cilj projekta TIME kot nadaljevalnega projekta je bil raziskati, v kolikšni meri lahko majhne skupine učiteljev, ki jih navdihuje ravno LS, ustvarijo gradiva, kakršna smo pripravili v projektu MERIA. Na tem mestu podajamo kratke opise teorij TDS, RME in LS, povzete po materialih, nastalih v okviru omenjenih projektov.

## 2 Teorija didaktičnih situacij in faze učne ure

Učne ure, ki temeljijo na teoriji TDS, potekajo v več fazah. Faze si sledijo v določenem zaporedju, da dosežemo najboljši možni učinek – boljše razumevanje in visoko motivacijo učencev. Večina problemov je takih, da jih je smiselno reševati v skupinah. Takoj na začetku ure učence razdelimo in posedemo na način, da bodo lahko čim bolje sodelovali. Ker se je v preteklem časovnem obdobju uporabljala različna slovenska terminologija za poimevanje faz TDS, bomo v nadaljevanju omenili kar vse.

### Devolucija oz. Predstavitev problema oz. Prenos

Prva faza je **predstavitev problema**. V tej fazi učitelj predstavi nalogo, ki jo morajo učenci rešiti z obstoječim znanjem in s svo-

jim lastnim preiskovalnim razmišljanjem. Učitelj se mora pripraviti, da vsi učenci razumejo cilj naloge.

### Akcija oz. Delovanje oz. Reševanje oz. Preiskovanje



**Slika 1:** Faza reševanja med izvedbo učne ure po principu TDS. Vir: Arhiv XV. gimnazije Zagreb.

V drugi fazi **učenci preiskujejo** problem, razmišljajo o dani nalogi, rišejo skice, računajo ter iščejo načine, ki bi jim lahko bili v pomoč pri razumevanju ali pri iskanju rešitev. Včasih sami ugotovijo, da določen način ne deluje, včasih ne. V tej fazi se lahko dogaja marsikaj. Primer preiskovanja je prikazan na sliki (Slika 1). **Bistveno je, da učitelj v trajanju te faze ne posega** v delo učencev. To pomeni, da učitelj ne posreduje, ne komentira ali ocenjuje pristopa, ki so ga ubrali učenci, tudi če opazi, da na takšen način ne bodo našli rešitev. Učenci bodo dobili izkušnjo tudi z neuspešnimi pristopi. Izkaže se, da je neposeganje v delo učencev velik izziv za učitelje, zato je na to treba posebej opozoriti. Neposeganje pa ne pomeni, da učitelj pasivno čaka. Učitelj opazuje, kakšne pristope so ubrali učenci. Zabeleži si manj običajne zamisli. Posluša, če so kakšno dobro zamisel zavrgli in zakaj. Opazuje, zakaj so izbrali določen pristop, za katerega učitelj ve, da ne bo deloval. Mogoče opazi tudi nerazumevanje. Vse to uporabi v nadaljevanju. Pri vsaki učni uri določimo predviden čas trajanja te faze. Ko čas poteče, nastopi tretja faza.

### Formulacija oz. Zapis ugotovitev

Tretja faza je faza **zapisa ugotovitev (formulacije)**. Vsaka skupina učencev mora iz vseh svojih raziskav, poskusov, skic, računov in še česa sestaviti smiselno celoto. Opisati bodo morali, kako so razmišljali, kaj so preizkusili, ali je delovalo, ali so prišli do želenega rezultata, in, če jim uspe, kakšna je njihova rešitev problema in zakaj. Zakaj so prepričani, da je njihova rešitev pravilna? Svojo dejavnost iz druge faze morajo strniti in sestaviti povzetek (za njih) bistvenih rezultatov. Tudi v tej fazi učitelj običajno ne sodeluje aktivno.

### Validacija oz. Verifikacija oz. Poročanje oz. Potrditev

V četrti fazi skupine **poročajo** in medvrstniško »verificirajo« svoje ugotovitve. Poročajo lahko samo nekatere skupine, odvi-



**Slika 2:** Poročanje lahko organiziramo na različne načine. Ne-konvencionalne pristope učenci zelo dobro sprejmejo. Vir: Arhiv XV. gimnazije Zagreb.

sno od števila učencev, časa in različnih strategij, ki so jih učenci ubrali pri reševanju. Vrstni red predstavitev določi učitelj. Idealna situacija bi bila, da bi neuspešne pristope razrešili učenci med seboj. Kakšna druga skupina je mogoče razmišljala podobno in ugotovila, zakaj nekaj ne deluje. Tako bodo učenci sami razložili svojim sošolcem, kakšen razmislek jih je pripeljal do rezultata. Učitelj mora pazljivo izbrati vrstni red poročanja, in sicer od manj uspešnih do bolj uspešnih strategij. Ne glede na to, koliko je določena skupina uspela doseči v danem času, četudi so morebiti popolnoma zgrešili smer, mora učitelj reagirati spodbudno, ali vsaj nevtralnno, da učenci ne izgubijo motivacije. Poročanje lahko učitelj naredi tudi na kakšen bolj inovativen način, kot je primer s slike (Slika 2).

V delu učne ure lahko večkrat pride do faze verifikacije, ko svoje teorije učenci povzamejo in testirajo, ali so pravilne. To lahko naredijo samostojno. Če je naloga dobro zastavljena, lahko sami ugotovijo, ali je predlagana rešitev pravilna ali ne, ko jo preverjajo v danem kontekstu. Včasih verifikacijo izvedejo že v fazi reševanja, da določen pristop zavržejo. Včasih ugotovijo, da je rešitev dobra, ko izvedejo formulacijo. Praviloma pa se verifikacija zgodi pri poročanju, s pomočjo sovrstnikov.

### Institucionalizacija oz. Oblikovanje ustaljenega zapisa

Ko se poročanje zaključi, učitelj **povzame** skupne ugotovitve, ki so jih učenci našli. Povzetku lahko še kaj doda, da razširi vsebino, ki ustreza danemu problemu, tudi če ga učenci v nobeni skupini niso rešili v celoti. Bistveno je, da učitelj vsebino iz učbenika poveže z dejavnostjo učencev. Na takšen način znanje postane kolektivno in njim lastno – učenci se spomnijo svojih preiskovanj in razumevanja problema. Ko učitelj znanje poveže z dejavnostjo, učno vsebino zapiše tudi formalno, tako kot je sicer zapisana v učbeniku. Tej fazi rečemo *Institucionalizacija* oziroma v opisni obliki »oblikovanje ustaljenega zapisa«.

Sledi **pogovor** med učiteljem in učenci, da se prepričajo, da formalni zapis učenci razumejo in ga vidijo kot nadgradnjo svojega lastnega preiskovanja.

Učne ure lahko priredimo, tako da ponavljamo določene faze. V določenih primerih lahko večkrat ponovimo devolucijo in akcijo, še posebej, če opazimo, da nobena od skupin nima zamisli, kako bi se lotila reševanja prvotnega problema. To lahko uredimo z novo devolucijo, torej s spodbudo v obliki namiga ali postavitvijo vprašanja, ki je povezano z začetno nalogo in ni tako obširno.

Na kratko bomo opisali še nekaj pogosto uporabljenih izrazov.

**Institucionalno znanje** (včasih imenovano *javno* ali *uradno* znanje) je znanje, ki je predstavljeno v učbenikih, na spletnih stra-

neh, v strokovnih raziskovalnih revijah in drugih objavljenih virih.

**Osebo znanje** je znanje, ki ga učenci (in drugi) izgrajujejo med interakcijo z matematičnim problemom.

Cilj učne ure po principu TDS je, da učenci razvijejo osebno znanje, učitelj pa ob koncu njihovo izkušnjo poveže z institucionalnim znanjem, ki ga običajno podaja.

**Adidaktične situacije** so tiste, v katerih se učenci lotijo problema in raziskujejo okolje, nalogo ali dan problem brez posredovanja s strani učitelja. V takšnih situacijah učenci razvijajo svoje osebno znanje tako, da ga prilagajajo reševanemu problemu, preko dodatnih preiskovalnih dejavnosti ali s preizkušanjem idej oziroma preko formulacije argumentov, ko poskušajo prepričati vrstnike.

Najdaljša adidaktična faza je običajno faza reševanja (akcije).

**Didaktične situacije** so tiste, v katerih učitelj stopa v interakcijo z učenci. V teh situacijah učitelj ureja in vodi adidaktične situacije in poskrbi, da se znanje iz adidaktičnega dela deli, potrdi in prepozna kot »pravilno« ali »nepravilno«.

Didaktične in adidaktične situacije se med sabo izmenjujejo, tako da se lahko postopoma gradi institucionalno znanje.

## 3 Učenje matematike v realnem kontekstu

Druga teorija je teorija učenja matematike v realnem kontekstu (RME). Ta teorija nas spomni, da je matematika človekova dejavnost in da se z njo srečujemo na vsakem koraku.

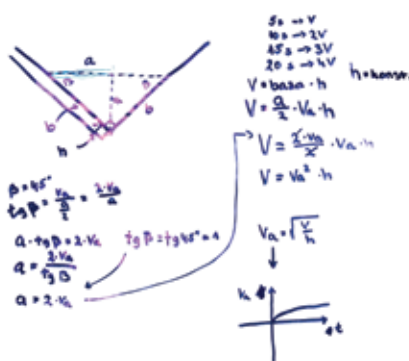
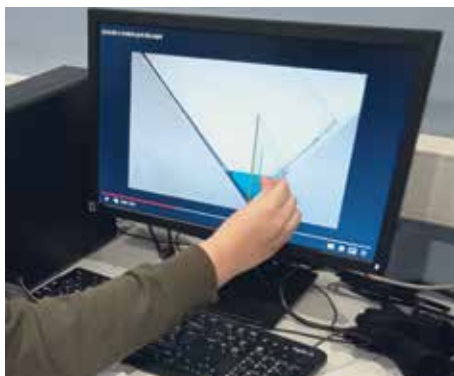
### 3.1 Kontekst pri učenju matematike

Smiselna matematika izhaja iz bogatih kontekstov, ne iz klasičnih učbenikov, v katerih so problemi zoženi na en sam račun ali kratek razmislek, ki mu je odvzeta večina vsebine. Bogat kontekst pomeni, da matematičnega znanja ne razvijamo iz matematičnih struktur, ampak predvsem iz tega, kar je za nas realno in kar smo sami izkusili. Novo znanje pridobimo iz tega, kar že poznamo in kar ima za nas že določen smisel. Kontekst, v katerem se naloga ali problem dogaja, je lahko (in večinoma je) nematematičen, a kljub temu takšen, da lahko znotraj dogajanja najdemo mnogo matematičnih opisov oziroma struktur.

Bogat kontekst je tisti, ki se povezuje z »zdravo kmečko pametjo«. Če lahko najdemo veliko matematičnih opisov znanih pojavov znotraj danega konteksta, je takšen kontekst bogat.

To, da je kontekst bogat, lahko opredelimo tudi s tem, da je uporabnost pridobljenega znanja zelo široka. Znanje, ki ga pridobimo v danem kontekstu, lahko uporabimo v mnogih situacijah. Znanje je torej splošno uporabno in ne samo v dani situaciji.





**Slika 3:** Matematizacija – preiskovanje in (bolj ali manj natančen) zapis problema v matematičnem jeziku.

Vir: Arhiv XV. gimnazije Zagreb.

Tretji vidik bogatega konteksta v nalogi je ta, da omogoča različne pristope, različne načine reševanja in celo različne rešitve, ki ustrezajo situaciji.

Glavni del učenja matematike v realnem kontekstu imenujemo *matematizacija*. Ta vključuje aksiomatiziranje, formaliziranje, shematiziranje, algoritmiranje, modeliranje itd. Matematizacija pomeni, da bolj ali manj matematično natančno opišemo dogajanje, ki ga opažamo (opazujemo). To lahko naredimo tako, da zapišemo formalno definicijo ali da določimo postopek, s katerim vedno pridemo do rešitve podobnega problema. Primer različnih načinov matematizacije je prikazan na sliki (Slika 3).

Znotraj matematiziranja ločimo dve usmeritvi: horizontalno in vertikalno. Pri učencih se moramo truditi, da uporabljajo obe smeri. V grobem: horizontalna matematizacija pomeni, da znamo povezovati matematično znanje z realnimi situacijami, v katerih ga uporabljamo. Gre za sposobnost opisa problema v matematičnem jeziku. Vertikalna matematizacija je formaliziranje in oblikovanje povezav znotraj matematike, kar vodi k boljšemu razumevanju. Je posploševanje matematičnih opisov konkretnih problemov.

### 3.2 Učne ure v jeziku učenja matematike v realnem kontekstu

Poraja se vprašanje, kako lahko teorijo RME uporabimo pri izvedbi učne ure. Seveda učitelji ure prilagodijo svojemu načinu dela, učencem in njihovim sposobnostim, predvsem pa njihovim in svojim interesom. Kontekst naj bo znan in zanimiv. Bistveni del učenja matematike v realnem kontekstu, kot pove že ime teorije, je *kontekst*. Zato je prva naloga učitelja, da predstavi znan in zanimiv kontekst z relativno odprtim problemom. Problem (in kontekst) lahko predlagajo tudi učenci, če je to mogoče. Kontekst lahko ostane enak za različne matematične probleme, lahko se k njemu vračamo. V istem kontekstu lahko preizkušamo različne načine reševanja in razmišljamo, kateri (če sploh kateri) je boljši in zakaj.

Šele ko je kontekst jasen in ko vsi učenci vedo, v kakšnem okolju se dogaja neka situacija, se začne matematizacija. Ta bo najprej horizontalna, ko učenci neformalno opišejo dogajanje in postopoma uvedejo matematični jezik, ki ga bodo uporabili za opis problema, npr. umestijo koordinatni sistem, izberejo oznake, določijo neznanke itd.

Ko izberejo formalni opis, se začne vertikalna matematizacija: učenci razvijajo izbran matematični model, posplošujejo ugotovitev in model naredijo bolj abstrakten.

Ko ugotovitev čim bolj posplošijo, o naučenem skupaj premislimo. Bolj aktivno se vključi tudi učitelj. Skupaj razmislimo o celotnem procesu in poskusimo poiskati drugačne probleme, ki bi jih lahko rešili z novim znanjem. Učenci delijo svoja spoznanja, učitelj usmerja in poudari glavne točke.

## 4 Lesson Study kot oblika učiteljevega profesionalnega razvoja

Lesson Study (LS) je pristop, ki temelji na sodelovanju med učitelji pri »problemu poučevanja«, tako pri načrtovanju in izvedbi poučevanja, kakor tudi pri evalvaciji učnih ur. Eno izmed osnovnih načel LS je namreč, da se učitelji najbolje učijo in izboljšujejo svojo prakso z opazovanjem poučevanja drugih učiteljev. Učitelji si pri LS prizadevajo izboljšati kakovost poučevanja. To storijo tako, da ga preučujejo na način, kjer natančno analizirajo, kaj »deluje« in kaj »ne deluje« – seveda vse v smislu izboljšanja kakovosti učenja učencev. Čeprav se morda zdi, da je poudarek na učitelju, je končni cilj povečanje zanimanja in motivacije učencev ter izboljšanje kakovosti njihovega učenja.

### 4.1 Zgodovinsko ozadje profesionalnega razvoja učiteljev Lesson Study

Na Japonskem se LS že več kot stoletje redno uporablja in je hkrati primarna metoda profesionalnega razvoja učiteljev. Metoda je zrasla iz preobrazbe japonskega izobraževalnega sistema, ki se je preusmeril od individualnega poučevanja, prilagojenega sposobnostim učenca, k poučevanju v skupinah. Učitelji iz Zahodnih držav, ki so bili povabljeni na Japonsko, so uvedli koncept poučevanja v celotnem razredu, kar je bilo sicer v tistem času tudi izven Japonske še vedno redko. To je privedlo do pisanja novih učbenikov in pojava »odprtih lekcij« (angl. open lesson), tj. učnih ur, ki so izvedene pred širšo javnostjo, na primer za učitelje drugih šol. Odprte lekcije so japonski učitelji ohranili in jih uporabljajo za razpravo in prilagajanje svoje učne prakse. Ob podpori vlade so japonski učitelji nato po vsej državi sprejeli kulturo izvajanja opazovanja aktivnosti učencev med učno uro in naknadne evalvacijske razprave (refleksije).



**Slika 4:** Izvedba učne ure na način LS na Japonskem. Učitelji spremljajo način učenja in razmišljanje učencev.

Vir: Tom McDougal, <https://www.apmreports.org/episode/2015/08/26/a-different-approach-to-teacher-learning-lesson-study>

Japonski učitelji so v procesu izvajanja LS postopoma spreminjali svoj pristop k poučevanju in začeli predlagati nove metode, osredotočene na reševanje problemov. Tako so se odmaknili od tradicionalnega pristopa predavanj, ki jih vodi učitelj, in se osredotočili na pouk, kjer so učenci postavljali vprašanja in aktivno sodelovali pri reševanju problemov. Danes je na Japonskem problemsko učenje uveljavljeno kot vodilni način poučevanja. Zanj je značilen »odprt pristop« – spodbujanje uporabe različnih načinov reševanja problemov, postavljanje problemov z več odgovori in izvajanje dejavnosti spreminjanja in razvijanja problemov s strani učencev. Primer opazovane učne ure na Japonskem je na sliki (Slika 4).

Sprva je bila metoda LS uporabljena v vrtcih in osnovnih šolah, vendar se je sčasoma razširila tudi na srednje šole in univerze. Danes je LS na Japonskem zelo razširjena metoda in jo uporablja večina šol. Japonska vlada jo podpira in spodbuja kot pomemben del izobraževalnega sistema in izobraževanja učiteljev.

Okrog leta 1994 je ameriški profesor matematike James W. Stigler obiskal Japonsko in začel raziskovati njihov izobraževalni sistem. Med svojim obiskom je odkril, da je LS pomemben del japonskega poučevanja matematike, kjer učitelji skupaj izmenjujejo ideje in izboljšujejo svoje poučevanje. Po vrnitvi v ZDA je Stigler začel spodbujati uporabo LS v ameriškem izobraževanju. Pozornost učiteljev zunaj Japonske je LS prvič pritegnila predvsem z objavo njegove knjige *The Teaching Gap* (Stigler in Hiebert, 1999), kakor tudi z videoštudijo TIMMS, ki je prikazala, kako deluje japonsko poučevanje matematike v razredu. Videoposnetki so razkrili, da dobre učne rezultate lahko dosežemo ne nujno z uporabo posebnih učnih metod, temveč tako, da najdemo načine za vključevanje učencev v reševanje matematičnih problemov. Neodvisno od tega so tudi nekateri pedagogi (Lewis in Tsuchida, 1998) opazili pomen japonskega pouka in na to opozorili mednarodno skupnost. Od takrat naprej se z LS ukvarjajo številni učitelji matematike, raziskovalci in izobraževalci učiteljev po vsem svetu.

## 4.2 Zakaj uporabljati Lesson Study?

Mnogi učitelji matematike poročajo, da se kljub udeležbi tečajev strokovnega izpopolnjevanja, kjer lahko preizkusijo nova učna

gradiva, vsakodnevno poučevanje le malo spremeni. To je bilo opaženo tudi pri projektu PRIMAS, kjer je García (2013) predlagal, da bi lahko strukture, navdihnjene s koncepti LS, bolj dolgoročno podprle načrtovanje pouka na podlagi preiskovanja, kar bi lahko postal trajnejši pristop za učitelje.

Tudi zelo dobro vodeni seminarji, ki učitelje navdušijo za nove ideje in ponujajo dobro zasnovane učne ure, morda ne bodo bistveno vplivali na način poučevanja učiteljev (zlasti ne na kratki rok). Pri projektu Mist v ZDA so na primer preučevali, kako bi lahko izboljšali kakovost poučevanja v velikih skupinah (Cobb idr., 2018). Ugotovili so, da je prav LS najbolj obetaven način za zagotavljanje kontinuiranega strokovnega razvoja, ko gre za razvoj pedagoške prakse.

Iz literature vidimo, da obstaja (presenetljiva) podobnost med LS kot dejavnostjo za učitelje in izkušnjami pri poučevanju, ki temelji na preiskovanju in je namenjeno učencem. Ta podobnost temelji na načelu, da se ljudje učijo s preučevanjem problema in preizkušanjem hipotetičnih rešitev.

Nekaj konkretnih razlogov, zakaj uporabljati LS, bi lahko bilo:

- **Izboljšanje kakovosti poučevanja in učenja:** LS pomaga učiteljem izboljšati poučevanje in učne pristope s poudarkom na učnih potrebah učencev.
- **Strokovno izpopolnjevanje učiteljev in spodbujanje sodelovanja:** LS spodbuja strokoven razvoj učiteljev preko sodelovanja, opazovanja in refleksije. Sodelovanje med učitelji (na eni šoli) omogoča izmenjavo idej in izkušenj, kar (lahko) privede do razvoja kulture skupnega poučevanja in učenja.
- **Individualizacija poučevanja:** LS spodbuja učitelje, da razvijajo tudi prilagojene načrte poučevanja in pristope, ki so prilagojeni posameznim potrebam učencev.
- **Povečanje zanimanja in motivacije učencev:** LS omogoča učiteljem, da razvijejo bolj zanimive in interaktivne pristope poučevanja, kar (lahko) privede do povečanja zanimanja in motivacije učencev za učenje.
- **Povečanje zaupanja v učitelje:** Ko se kakovost poučevanja in učenja s pomočjo LS izboljša, se (lahko) poveča zaupanje staršev in skupnosti v učitelje kot strokovnjake, ki so sposobni zagotavljati kakovostno izobraževanje. Vendar pa so koristi LS odvisne tudi od širšega okolja, v katerem se izvaja. Če družba ne spoštuje vloge učiteljev ali če imajo učitelji slabo plačilo in pomanjkljivo podporo, bo težko doseči povečanje zaupanja v učitelje. Zato je pomembno, da se vrednoti in podpira vlogo učiteljev kot ključnih akterjev izobraževanja.

## 4.3 Osnovna načela Lesson Study

LS je skupno delo učiteljskega tima na problemu poučevanja. Ekipa učiteljev želi izboljšati poučevanje na tak način, da nanj pogledajo kot na predmet preučevanja. Vsak član učiteljske ekipe v učenje vnese svojo perspektivo. Lahko so vključeni tudi zunanji strokovnjaki ali učitelji kake druge šole. LS proces je sestavljen iz štirih glavnih faz:

- prepoznavanje in proučevanje učnega problema,
- načrtovanje pouka,
- poučevanje in opazovanje pouka v živo in
- sistematična skupna refleksija, ki temelji na proučevanju podatkov opazovanja glede na cilje učne ure.

Mnogi avtorji menijo, da je proces ciklični, pri čemer se ista učna ura popravlja in ponovno izvaja. Proces smo prikazali v preprostem diagramu (Slika 5), kjer številke v diagramu ustrezajo naslednjim dejavnostim (ki dopuščajo možnost, da se del procesa ponovi več kot enkrat):

1. Prepoznavanje in preučevanje problema poučevanja (faza **ANALIZA**),
2. Načrtovanje učne ure (faza **NAČRTOVANJE**),
3. Izvedba učne ure (faza **OPAZOVANJE**),
4. Vrednotenje učne ure in pregled rezultatov (faza **REFLEKSIJA**),
5. Ponovni razmislek o učni uri (faza **NAČRTOVANJE**),
6. Izvajanje pouka na podlagi ponovnega premisleka (faza **OPAZOVANJE**),
7. Vrednotenje in pregled (faza **REFLEKSIJA**),
8. Izmenjava rezultatov (faza **POROČILO**).

V nadaljevanju podamo podrobnejše opise teh faz.

### ANALIZA – opredelitev učnega problema in učnih ciljev

V fazi analize učitelji sodelujejo pri preučevanju učnih gradiv, npr. delovnih zvezkov in priročnikov za učitelje, literature o znanju predmeta, literature o težavah učencev pri pouku in drugo gradivo, povezano z učno vsebino, ki jo bodo poučevali pri učni uri. Učitelji se opirajo tudi na predhodne izkušnje tako iz lastne prakse kakor tudi prakse drugih.

Pri ugotavljanju učnega problema je delo učiteljske ekipe praviloma več kot le strinjanje o tem, katero temo je težko predstaviti ali jo učenci težko razumejo. Poiščejo »vodilno temo« (angl. research theme), ki vodi proces LS in lahko pomeni eno ali več izvedb procesa, prikazanega na sliki (Slika 5). Vodilna tema je lahko na primer izboljšanje matematične argumentacije in sklepanja učencev. Naslednji korak je izbira matematičnega konteksta. Ko je ta določen, ekipa učiteljev oblikuje učne cilje posamezne učne ure. Izbira ciljnega znanja učne ure so lahko konkretni manjši deli vsebinskega znanja (recimo kakšna formula) ali, širše zastavljeno, splošnejši dosežki (recimo kompetence učencev ali možne različne uporabe problema). Pomembno je, da se pred nadaljnjim načrtovanjem dejanskega poučevanja ukvarjamo z eksplicitnim učnim ciljem, da bi ga lahko dosegli. Vsekakor mora biti jasno določeno, kakšno novo znanje naj bi učenci usvojili, ko po učni uri zapustijo razred. Proces LS je shematično predstavljen na sliki (Slika 6).

### NAČRTOVANJE in izdelava načrta učne ure

Načrtovanje učne ure je lahko dolgotrajen proces, ki se konča s pripravo osnutka načrta učne ure. Je skupno prizadevanje celotnega učiteljskega tima, da bo učna ura pomagala učiteljem in učencem pri učenju. Preprost dogovor, kot je uporaba besede »mi« namesto »ti« in »jaz« lahko novim udeležencem LS pomaga premagati začetno nelagodje ob odpiranju učilnic večjemu številu opazovalcev in deljenju priprav učne ure s kolegi. Člani tima so v tem skupaj.

V načrtu učne ure učitelji določijo in zapišejo ciljno znanje in kompetence, spretnosti ali druge pomembne koncepte, ki so opisani kot širši cilji, časovnico, zahtevano gradivo ipd. Problem, s katerim naj bi se učenci ukvarjali, je treba v procesu načrtovanja (pre)oblikovati tako, da ustreza ciljnemu znanju in ima ustrezen učni potencial. V ta namen predvidimo in zapišemo strategije, za katere predvidevamo, da bi jih učenci lahko uporabili.

### OPAZOVANJE učne ure

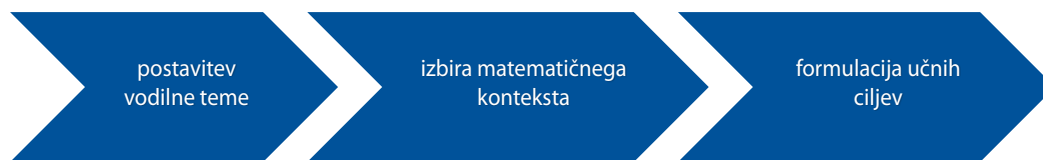
Pri opazovanju učne ure je običajno prisoten tim učiteljev, ki se je ukvarjal z učno uro. Lahko povabijo tudi druge opazovalce (učitelje drugih šol, vodstvo šole ipd.), ki prav tako opazujejo in beležijo dejavnosti učencev. Namen opazovanja je raziskati učne učencev oziroma, natančneje, v kolikšni meri so cilji učne ure doseženi. Seveda je lahko zanimivo tudi opazovati prakso kolegov, vključno z njihovo interakcijo z učenci, toda pri LS se osredotočamo na opazovanje učenja učencev glede na opredeljene cilje učne ure. Opazovalci ne posegajo v poučevanje in ne komunicirajo z učenci. Med adidaktičnimi fazami (torej kadar učenci večinoma rešujejo problem) se lahko opazovalci nemoteno gibljejo med mizami učencev, opazujejo njihovo delo in slišijo njihove razprave. Med izvedbo ure opazovalci delajo zapiske za kasnejšo razpravo, zbirajo podatke o tem, kako se učenci odzivajo na problem, ugotavljajo, kako učitelj vodi njihovo delo, in delajo druge zapiske, ki so pomembni za spremljanje realizacije ciljev učne ure.

### REFLEKSIJA izvedene učne ure in revizija načrta učne ure

Če je le mogoče, refleksijo opravimo takoj po izvedeni učni uri, po možnosti v isti učilnici, v kateri je potekala učna ura (kjer je še vedno vidna popisana tabla, gradiva učencev ipd.). Razpravlja se o konkretnih opažanjih, ki se nanašajo zlasti na učni problem in



Slika 5: Glavne faze učne ure, prilagoditev diagrama Stiglerja in Hieberta.



**Slika 6:** Izbira učnega problema in opredelitev ciljev učne ure je en od bistvenih korakov LS.

cilje učne ure. Po refleksiji tim učiteljev, ki je pripravil učno uro, razmisli o tem, kaj so se naučili in kako bi to lahko uporabili pri nadaljnjem poučevanju. Lahko se odločijo za popravke učne ure in ponovne izvedbe v drugem razredu (s strani drugega ali istega učitelja). Ta cikel, ki je prikazan na sliki (Slika 5), se načeloma lahko celo večkrat ponovi.

## POROČILO

LS cikel se lahko konča s pisanjem poročila o izvedbi, ki ga nato ekipa učiteljev deli z drugimi učitelji ali celo objavi v kakšni strokovni reviji oziroma predstavi na konferenci. Izmenjava izkušenj je eden ključnih vidikov LS. Poročilo ima lahko preprosto obliko,

vendar mora vsebovati najpomembnejše informacije, ki drugim učiteljem omogočajo, da se učijo iz opisanega primera in učno uro uporabijo kot vir navdiha. Poročila na splošno lahko vsebujejo prejšnje izkušnje in motivacijo za temo, jasno navedbo ciljev učne ure, problem, ki je bil zastavljen učencem, opažanja članov tima učiteljev, zaključke refleksije ipd. V projektu TIME smo se dogovorili, da je poročilo sestavljeno iz (očitnih) štirih delov: Prepoznavanje problema in učnih ciljev, Načrtovanje in izdelava načrta učne ure, Opazovanje učne ure, Refleksija in sklepane opombe.

V okviru projekta TIME je nastalo 19 zanimivih poročil na podlagi LS ciklov, pri čemer jih ima večina tudi pripadajoče načrte učnih ur, ki smo jih poimenovali scenariji.

## Zaključek

V članku so opisane bistvene značilnosti treh aktualnih teorij s področja poučevanja matematike – TDS, RME in LS. Cilj vseh treh je podoben, in sicer, da učitelji spremenimo svoj pristop z načina *ex katedra*, pri katerem učitelj govori, učenci pa v tišini poslušajo, na način vključevanja, sodelovanja, preiskovanja in raziskovanja. Dotaknili smo se le osnov, saj lahko radoveden bralec najde bolj natančne opise in razdelane teorije v virih, ki so navedeni na koncu tega sestavka. Namen prispevka je bil, da bralce s teorijo seznanimo do te mere, da bodo lahko s pridom uporabljali izkušnje učiteljev, ki so na pot poučevanja matematike s preiskovanjem (po teorijah TDS, RME in LS) že stopili. Želimo si, da bi bil članek uporaben kot začetek uvajanja novih učiteljev, ki bodo zbrali pogum in voljo, da se podajo po stopinjah svojih predhodnikov. Po branju tega članka si lahko ogledajo pripravljene učne ure s projektov MERIA ali TIME ali objavljeno poročilo enega izmed ciklov Lesson Study in pri tem ne bi smeli imeti težav z razumevanjem terminov. Prepričani smo, da učiteljem, ki bodo preizkusili predlagan pristop poučevanja, ne bo žal in da se bodo z veseljem znova vračali po nove zamisli za izvedbo učnih ur. Z velikim zadovoljstvom bomo pričakali nove ideje, ki bodo plod lastnega profesionalnega razvoja učiteljev, saj bo to pomenilo velik pozitiven napredek za poučevanje matematike v Sloveniji.

## Viri

- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Cobb, P., Jackson, K., Henrick, E., Smith, T. M., in the Mist team. (2018). *Systems for Instructional Improvement – Creating coherence from the classroom to the District Office*. Harvard: Harvard Education Press.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- García, F. J. (ur.) (2013). *Primas – Guide for professional development providers*. [https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/FINAL\\_WP4\\_Guide\\_PD\\_providers\\_licence\\_150708.pdf](https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/FINAL_WP4_Guide_PD_providers_licence_150708.pdf)
- Lewis, C. in Tsuchida, I. (1998). A lesson like a swiftly flowing river. *American educator*, 22(4), 12–17 in 50–52.
- Stigler, J. in Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York, NY, USA: Free Press.
- Projekt MERIA <https://meria-project.eu/>
- Projekt MIST [https://peabody.vanderbilt.edu/departments/tl/teaching\\_and\\_learning\\_research/mist/](https://peabody.vanderbilt.edu/departments/tl/teaching_and_learning_research/mist/)
- Projekt Primas <https://primas-project.eu/>
- Projekt TIME <https://time-project.eu/>
- TIMMS <https://timssandpirls.bc.edu/timss-landing.html>