

Naslov članka/Article:

## Astronomske vaje z merilnim okularjem

### Exercises in Astronomy Using Eyepiece

Avtor/Author:

Rasto Snoj

DOI:

CC licenca



Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav



Fizika v šoli št. 1/2022, letnik 27

ISSN 1318-6388

Izdal in založil: Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Kraj in leto izdaje: Ljubljana, 2022

Spletna stran revije:

<https://www.zrss.si/strokovne-revije/fizika-v-soli/>

# Astronomske vaje z merilnim okularjem

Rasto Snaj

Elektrotehniško-računalniška strokovna šola in gimnazija Ljubljana, Vegova

## Izvleček

Srednješolska astronomija je postala izbirni predmet v tretjem letniku gimnazij že s sprejetjem učnega načrta pred desetletjem. Dostopne opreme za njen eksperimentalni izvedbeni del je na tržišču več kot dovolj. Opisujemo primer uporabe merilnega okularja, ki lahko takim nočnim (ali dnevnim pri opazovanju Sonca) eksperimentalnim aktivnostim dijakov da nov zagon.

**Ključne besede:** srednješolska astronomija, okular, teleskop, opazovanje nočnega neba

## Exercises in Astronomy Using Eyepiece

### Abstract

Astronomy was first offered as an elective in the third year of grammar schools when the curriculum was adopted a decade ago. There is an abundance of equipment for astronomy experiments available on the market. This article illustrates a potential use of an eyepiece that can add a new impetus to night-time (or, in the event of solar observation, daytime) experimental activities for students.

**Keywords:** astronomy in upper-secondary education, eyepiece, telescope, observing the night sky.

## Obvezen teoretski uvod v vaje z merilnim okularjem

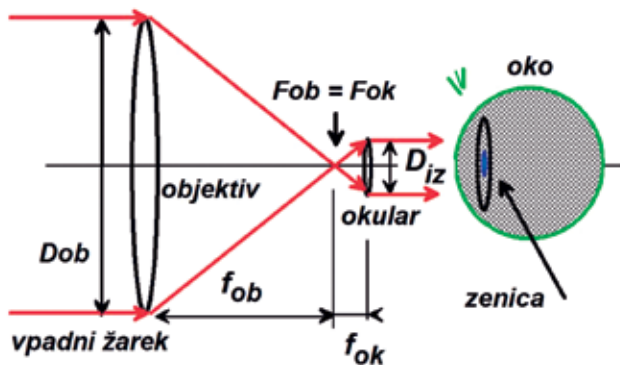
Dijaki morajo pri delu s teleskopi poznati osnove geometrijske optike pa tudi enačbe za povečavo teleskopa. Pred izvedbo kakršnih koli resnejših vaj je nujno vsaj krajše obdobje praktičnega spoznavanja s teleskopom, najprej v razredu ali pri dnevni svetlobi na terenu, pozneje pa v nočnih razmerah na opazovališču. Dijak naj zna teleskop usmeriti v iskano nebesno telo, vedeti mora, kako izvajati vsaj osnovne operacije z ročnim kontrolerjem, če uporablja teleskop z računalniškim vodenjem GoTo. Znati mora zamenjati različne okularje med samim opazovanjem in pri tem ponovno izostriti sliko, če ne uporablja t. i. parfokalnih okularjev. Poznati mora tudi nekaj osnovnih vrst in njihovih pomembnejših lastnosti, kar pride prav med samim delom, saj lahko le tako izbere nalogi primernega. Seveda mora vsaj nekaj vedeti tudi o nebesnih telesih, ki jih opazuje in jim s pomočjo merilnega okularja meri kotne dimenzije.

## Okularji

Vsak teleskop, ki je namenjen tudi vizualnemu opazovanju, mora imeti okular. Že sama beseda nakazuje, da je ta pri očesu, medtem ko so objektiv obrnjeni k objektu, se pravi k Luni, planetom, meglicam ... Objektiv so lahko leče ali zrcala, okularji pa so vedno le iz leč. Okular je funkcionalno enakovreden lupi, s katero od blizu opazujemo majhen predmet. Objektiv namreč naredi prav to: slika nebesnega telesa, ki jo ustvari v goriščni ravnini, je majhen »predmet«, ki ga opazujemo skozi okular.

Najpomembnejša lastnost okularja je njegova goriščna razdalja  $f_{ok}$ , ki skupaj z goriščno razdaljo objektiv  $f_{ob}$  določa povečavo teleskopa po enačbi  $M = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}$ , ki je srednješolcem dobro znana. Povečavo lahko dobimo tudi iz  $M = \frac{D_{ob}}{D_{iz}}$ , kjer je (pri refraktorju)  $D_{ob}$  enak premeru objektiv,  $D_{iz}$  pa pomeni premer t. i. izstopne odprtine.

Za optimalno uporabo brez izgube svetlobe, ki jo zajame objektiv, mora biti izstopna odprtina manjša od premera široko odprte zenice opazovalčevega očesa, ki je v trdi

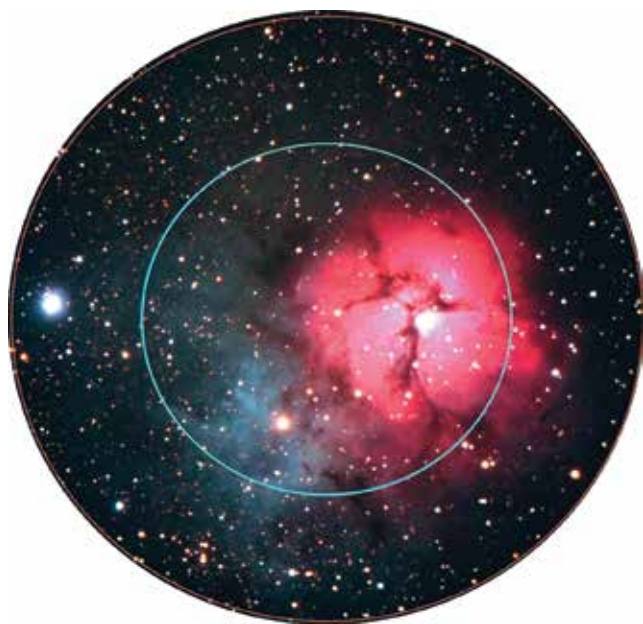


Slika 1: Objektiv in okular skupaj določata povečavo. Svetloba naj vsa vstopi v oko, torej naj bo  $D_{iz}$  (izstopna zenica) manjša ali enaka  $D_{očesa}$  (premer zenice očesa). Primer s slike ne ustreza tej zahtevi.

temi lahko največ (zaokroženo) od 5 do 8 mm, kar je odvisno predvsem od starosti opazovalca (glej npr. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/20506961>). To seveda pomeni, da pri izbiri okularjev ni smiselno uporabiti takšnega s preveliko goriščno razdaljo, ker bi s tem dobili tudi preveliko izstopno odprtino. Druge pomembne lastnosti v zvezi z okularji pa so opisane v nadaljevanju.

## Vidno polje teleskopa (FOV)

Gre za (okroglo) vidno polje v ločnih stopinjah, ki ga vidimo pri pogledu skozi okular teleskopa. Odvisno je od vrste uporabljenega okularja in povečave, ki jo določata goriščni razdalji objektiv in okularja. Zavedati se



Slika 2: Pri pogledu skozi okular z manjšim FOVn bi videli le del meglice znotraj modrega kroga, pri uporabi takega z večjim FOVn pa vso meglico (Trifid v Strelcu). To bi se seveda zgodilo, če bi obakrat izbrali enako povečavo, torej okular z enako goriščno razdaljo. (Foto: R. Snój)

moramo, da ločimo dve taki polji. Eno je navidezno, ki ga pogojujejo le lastnosti konkretnega okularja, drugo pa je pravo vidno polje, ki je odvisno od goriščne razdalje objektiv in okularja ter tudi od določenih specifičnih lastnosti, značilnih za posamezno vrsto okularja. V tej zvezi so pomembni naslednji izrazi.

**FOVn**, kar pomeni navidezno vidno polje okularja v stopinjah in spada med njegove konstrukcijske lastnosti. Okularji z večjim navideznim vidnim poljem so udobnejši, omogočajo pa tudi boljši »prostorski« občutek, čeprav pogosto na račun različnih kompromisov, zlasti slabše ostrine slike ob robu vidnega polja, zagotovo pa tudi bistveno višje cene.

**FOVr**, ki je kratica za pravo vidno polje, izraženo v stopinjah. **FOVr** je odvisno od navideznega vidnega polja okularja in povečave teleskopa. Enostavno ga ocenimo z enačbo:

$$FOV_r = \frac{FOV_n}{M}, \text{ kjer je } M \text{ povečava teleskopa.}$$

Pri danem objektivu okular iste vrste, a z manjšo goriščno razdaljo omogoči večjo povečavo, manjše resnično vidno polje in enako navidezno vidno polje kot drugi tovrstni okular. Seveda pa lahko izberemo tudi t. i. širokokotni (angl. *wide angle*) okular, torej takega drugačne vrste, a z manjšo goriščno razdaljo, ki zato zagotovi večjo povečavo, a ima lahko zaradi (precej) večjega navideznega polja vseeno tudi večje resnično vidno polje.

Običajno kar drži, da mnogi najraje opazujejo skozi okular s širokim (velikim) vidnim poljem pa še z veliko povečavo obenem, čeprav so to nekoliko protislovne zahteve. Rešitve obstajajo, a navsezadnje naletimo na vprašanje cene, saj je okular z večjim navideznim poljem praviloma tudi dražji. Optične napake se namreč izraziteje pokažejo pri večjem vidnem polju, odpraviti pa jih je težje kot pri ozkokotnem okularju.

**Očesni relief** je razdalja od zadnjega dela okularja do očesa in mora biti dovolj velik, da s pogledom zajamemo celotno vidno polje. Če opazujemo (npr. zaradi očal) z večje razdalje, vidimo le del vidnega polja, zato se premajhen očesni relief pokaže kot posebna težava pri tistih opazovalcih, ki potrebujejo očala. Če imamo le dioptrijo oziroma smo kratkovidni ali daljnovidni, lahko to hibo preprosto odpravimo tako, da opazujemo brez očal in z nekaj premikanja okularja proti objektivu ali stran od njega ponovno izostrimo sliko. Če pa imamo še astigmatizem, to ne zadostuje, zato je bolje uporabiti očala, kar je problematično pri (pre)majhnem očesnem reliefu. Navsezadnje pa lahko z očali tudi udarjamo v okular, kar povzroča poškodbe na obeh. Za udoben očesni relief naj v praksi velja, da je velik vsaj 20 mm.

## Pogoste vrste okularjev

Preden si ogledamo uporabo merilnega okularja, še nekaj besed o najpogostejših vrstah. Prvi, t. i. Galilejev te-

leskop iz leta 1609 je imel za okular preprosto konkavno lečo, torej tako z negativno dioptrijo, pozneje je njegova raba izginila iz astronomske prakse in je bil nekaj časa priljubljen le še pri »opernih« daljnogledih s skromno povečavo. Dobra lastnost Galilejevega teleskopa je le pravilno obrnjena slika opazovanega predmeta, kar pa za astronomsko rabo ni pomembno. Leta 1611 je Kepler za okular uporabil konveksno lečo in s tem naredil nekakšen »praokular« vseh sodobnih vrst.

Najpreprostejših okularjev iz ene same konveksne ali konkavne leče sicer že dolgo časa ne uporabljamo več zaradi različnih optičnih napak, predvsem zaradi barvne napake pa tudi majhnega vidnega polja (namerno zmanjšanje vidnega polja sicer odpravlja barvno napako). Nekoliko novejšega datuma sta okular iz dveh konveksnih leč, ki ga je naredil Christiaan Huygens okoli leta 1660, sicer tudi z majhnim vidnim poljem, in dobro stoletje kasneje še okular Jesseja Ramsdena, ki je izboljšana modifikacija Huygensovega. Tudi omenjena okularja sta pri sodobnih teleskopih skoraj povsem izginila. Zanimivo pa je, da celo preprosti Huygensov okular odpravlja barvno napako, čeprav ima samo dve konveksni leči!

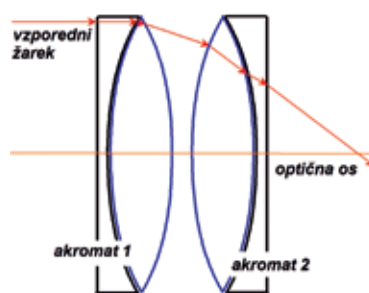
Sodobni (komercialni) okularji so, kar se tiče dimenzij, tj. premera njihovega tubusa (optične cevi), standardizirani v premerih 0,965", 1,25" in 2", večji so med amaterji izjema. Manjša dimenzija je že skoraj izumrla in jo tu pa tam srečamo le še pri kakšnih teleskopih iz akcij velikih trgovskih verig (čemur se velja na široko izogniti), vedno pogosteje pa uporabljamo večje, 2" okularje, ki nudijo udobno opazovanje. Čeprav so enote " v sistemu SI prepovedane, se tukaj še vedno uporabljajo. Palec ali cola (inč) meri 2,54 cm. Najbolj znani sodobni okularji so naštetni v nadaljevanju.



**Slika 3:** Širokokotni 68° Baaderjev modularni okular Hyperion. (Foto: R. Snoj)

**Kellnerjev** akromatični okular s tremi lečami je sredi 19. stoletja izdelal Karl Kellner, uporablja ga npr. znani solarni teleskop Meade Coronado PST. Goriščna razdalja je po navadi okoli 25 mm, navidezno vidno polje pa med 40 in 60 stopinj. Pogosto ga srečamo pri cenejših vrstah binokularjev, v astronomskih teleskopih pa ga uspešno nadomeščajo zmogljivejše vrste.

**Plossl** (slika 4) je štirielementni simetrični dublet iz dveh enakih akromatičnih leč, ki ga je konstruiral Georg Plossl leta 1860. Odlikuje ga ostra slika s srednje veli-



**Slika 4**

naredil Ernst Abbe, sestavljajo pa ga štirje elementi, triplet in dodatna leča. Ima sicer majhno vidno polje, le okoli 40 stopinj, a je kontrasten in zelo primeren za planetarna opazovanja. Premore tudi velik očesni relief, kar pride še posebej prav pri majhnih goriščnih razdaljah, ki so značilne za velike povečave pri opazovanju planetov.

**Koenig** je poenostavljen ortoskopski trilečni okular z velikim očesnim reliefom in velikim vidnim poljem, nad 55 stopinj. Iz njega izvirajo mnogi sodobni različiki z dodatkom vsaj ene konkavno konveksne leče. Tako imajo ti okularji še večje vidno polje, celo do 70 stopinj.

**Erflov** »širokokotnik« so prvotno namenili vojaški uporabi in je petelementni okular z velikim vidnim poljem, nad 60 stopinj. Okular je dokaj slab pri majhnih goriščnih razdaljah, a se dobro izkaže pri goriščni razdalji vsaj 40 mm, je udoben in ima velik očesni relief. To je klasični širokokotni okular, odličen za opazovanje meglic.

V zadnjih letih so znana podjetja, kot so ameriški TeleVue, nemški Baader, japonski Pentax in še nekatera, razvila svoje lastne vrste okularjev, ki sicer izhajajo iz znanih osnovnih tipov, a so izboljšane do (skoraj) popolnosti, seveda s pomočjo računalniškega projektiranja in uporabe ED-stekla z majhno disperzijo svetlobe ter posebnih antirefleksnih prevlek za večjo prepustnost pa tudi počrnenjenih robov za še izrazitejši kontrast. Tako so dandanes že precej pogosti okularji z navideznim vidnim poljem nad 80 stopinj in skoraj povsem ostro sliko do roba vidnega polja. Nekateri spadajo med modularne okularje, ki jim lahko kakšen del tudi enostavno odstranimo ali nadomestimo z drugim in s tem spremenimo njihove lastnosti, npr. Baader Hyperion. Omeniti moramo še povečevalne okularje, ki podobno kot objektiv pri kamerah in fotoaparatih s spremenljivo goriščno razdaljo omogočajo različne povečave, čeprav vsaj nekoliko na račun kakovosti slike.

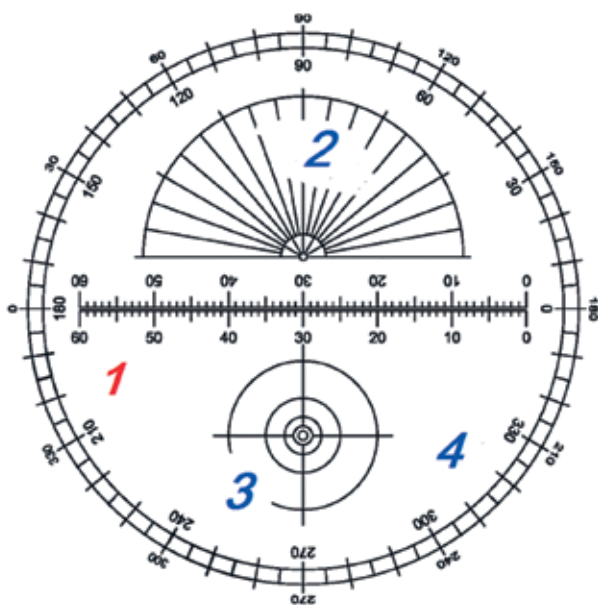
## Merilni okular

Celo amaterski teleskopi niso namenjeni le golemu opazovanju lepote zvezdnega neba, pač pa lahko s pomočjo nekaterih dodatkov opravimo različne zanimive meritve. Mednje zagotovo spada tudi merilni okular, ki bi si ga moral omisliti vsakdo z malo boljšim teleskopom in je tudi nujen del opreme na šolskih astronomskih opazovanjih.



Slika 5: Merilna skala v Baaderjevem okularju. (Foto: R. Snoj)

V nadaljevanju bomo spoznali nekaj primerov uporabe zelo natančnega (in dragega) legendarnega okularja Baader Planetarium Micro Guide, podobne pa izdeluje tudi nekaj drugih podjetij. Gre za zelo kakovosten ortoskopski okular, ki zagotavlja ostro sliko po vsem vidnem polju, izdelan pa je v standardni velikosti 1,25 palca s 50-stopinjskim vidnim poljem ter goriščno razdaljo 12,5 mm. Natančna kotna skala je že vgrajena (kar lepo vidimo tudi na fotografiji), prav tako je uporabniku omogočena njena nastavljiva osvetlitev. V ta namen je treba v okular od strani priviti nosilec majhne LED rdeče barve,



Slika 6: Merilni okular ima na sredini dve vzporedni črti, vsaka drobna oznaka pa meri 0,1 mm (skala 1), skala 2 je namenjena merjenju kotov, podobno 4, koncentrični krogi na 3 pa služijo vodenju teleskopa ali katerim drugim opravilom, razdalja med njimi pa je tudi določena s številom »drobnih« oznak z dela 1. Okular moramo pri resni uporabi umeriti na povsem določenem teleskopu, saj se goriščna razdalja objektiv v resnici malo razlikuje od nominalne (nazivne) vrednosti. (Vir osnovne slike kotne skale: Baader Planetarium)

ki ima v istem ohišju tudi gumbaste baterije in logaritemski potenciometer, s katerim lahko izklopimo osvetlitev ali prilagodimo svetlost kotne skale.

Obstaja tudi možnost ločene nastavitve ostrine posebej na kotno skalo, zato lahko hkrati ostro vidimo zvezdo v ozadju (kar dosežemo z gumbom za ostrenje na teleskopu) in osvetljeno skalo, tudi če nosimo očala. Okular uporabljamo za merjenje kotov med nebesnimi telesi ali med njihovimi deli, za določanje goriščne razdalje teleskopov, za vodenje pri astrofotografiji, za vodenje kamer na glave kometov, ki se hitro premikajo glede na fiksno nebesno ozadje, v spektroskopiji zvezd z uporabo uklonske mrežice, lahko pa tudi za običajnejša zemeljska merjenja kotov.

Oglejmo si le nekaj enostavnih meritev, ki jih lahko naredimo s takšnim okularjem. Ker so koti, ki jih merimo, majhni, je linearna skala na delu 1 primerna tudi za določanje kotnih razdalj med nebesnimi telesi, saj je pri majhnih vrednostih kot kar sorazmeren z linearnim odmikom na skali. Ker slika, recimo dveh zvezd v binarnem paru, nastane v goriščni ravnini objektiv (pa tudi okularja) teleskopa, velja:

$$\frac{y'}{f_{ob}} = \operatorname{tg} \varphi \approx \varphi,$$

kjer je  $y'$  razmik med slikama zvezd (slika predmeta) v goriščni ravnini in  $f_{ob}$  goriščna razdalja objektiv,  $\varphi$  pa je kot, pod katerim vidimo ti zvezdi v resnici, se pravi, ne da bi gledali povečano sliko skozi okular. Seveda sem trdno prepričan, da so bralcu te oznake že dobro znane iz kakšnega srednješolskega učbenika, npr. Strnad: *Mala fizika 2*, DZS.

Za lažje razumevanje nadaljevanja in mogočih uporab merilnega okularja privzemimo, da **količina[enota]** pomeni vrednost količine v enotah iz oklepaja, a brez pisanja enot. Tako je npr. čas  $t[\text{ms}] = 3200$  mišljen kot 3200 ms.

Pri pisanju kotov v fiziki sicer pogosto uporabljamo radiane, zaradi praktičnih razlogov pa jih je tukaj bolje pretvoriti v ločne sekunde. Ker ima ločna stopinja 3600'' in je stopinja  $\frac{\pi}{180}$  radianov, je ločna sekunda  $\frac{1}{3600} \frac{\pi}{180}$  radianov, od koder sledi uporabna enačba:

$$y' = f_{ob} \varphi = f_{ob} \varphi \left[ \frac{1}{3600} \frac{\pi}{180} \right] = f_{ob} \varphi ['] 4,848 \cdot 10^{-6}.$$

Če za enoto na skali izberemo 0,1 mm (najpogosteje uporabljena skala 1 pri Baaderjevem okularju ima 60 takih »drobnih« enot) in pišemo goriščno razdaljo v mm, dobimo uporabno »kuharsko« (priljubljena terminologija enega naših največjih fizikov, dr. Ivana Kuščerja) formulo:

$$0,1 \text{ mm} = f_{ob} [\text{mm}] \varphi_{0,1} ['] 4,848 \cdot 10^{-6} \text{ mm} \rightarrow$$

$$\varphi_{0,1} = \frac{0,1}{f_{ob} [\text{mm}]} \frac{1''}{4,848 \cdot 10^{-6}} = \frac{20626''}{f_{ob} [\text{mm}]}$$

Tako je določen kot v ločnih sekundah, ki ustreza razdalji 0,1 mm (sosednji drobni črtici) v merilnem oku-

larju. Vse drugo je zaradi majhnih kotov le še preprost sklepni račun. Še enkrat:

$$\varphi_{0,1} = \frac{20626''}{f_{ob} [mm]}$$

Ali po »šolsko« – kot ( $\varphi_{0,1}$ ), ki ustreza razdalji med sosednjima (drobnima) črticama, meri toliko ločnih sekund, kolikor je 20626 deljeno s številsko vrednostjo goriščne razdalje, izražene v milimetrih.

### 1. naloga

**Izračunajmo kotno razdaljo med dvojnima zvezdama, če je razdalja med njima v merilnem okularju 7,5 drobne črtice in je goriščna razdalja teleskopa 1300 mm.**

**Opomba:** Pri določanju kota moramo merilni okular zavrteti tako, da sta obe zvezdi na linearni skali, kar zahteva tudi nekaj dodatne telovadbe s kontrolerjem teleskopa, kar je za začetnika lahko malce težavno.

$$\varphi_{0,1} = \frac{20626''}{f_{ob} [mm]} = \frac{20626''}{1300} = 15,9'',$$

$$\varphi_{0,85} ['] = 7,5 \cdot 15,9'' = 119''.$$

Glede na verjetno napako za podatek o goriščni razdalji objektiva (vsaj 1 %) in napako pri merjenju kotne razdalje med zvezdama za vsaj 0,1 drobne črtice (kar da relativno napako 0,1/7,5 = 0,013), je relativna napaka rezultata okoli 3 % ali celo več in efektivna napaka izračunanega kota okoli 4'. Težava je tudi v migetanju zvezdine slike, ki je močno odvisno od razmer v ozračju (amaterski naziv: seeing), poleg tega pa svetlim zvezdam vizualno precej težko določimo točno lego na skali merilnega okularja. Vsekakor je rezultat natančnejši, če poleg merilnega okularja uporabimo še Barlowovo lečo (lečje), ki goriščno razdaljo objektiva poveča za faktor 2 ali celo 3. Tako se relativna napaka za prav tolikšen faktor zmanjša, če seveda zaupamo navodilom izdelovalca Barlowove leče. Najbolje pa je celoten sistem (objektiv z Barlowovo lečo vred) pred tem umeriti v smislu določanja prave goriščne razdalje, kot je to prikazano v nadaljevanju članka.

Za boljši občutek kotnih dimenzij si oglejmo še nekaj znanih nebesnih teles, razvrščenih po kotni velikosti:

Andromedina galaksija M31 .....	2,7° x 0,7°
Orionova meglica M42 .....	1° x 1°
Sonce in Luna .....	okoli 0,5°
Kroglasta kopica M13 .....	17' (premer)
Planetarna meglica M27 (Ročka) .....	8' x 6'
Venera .....	10" do 66"
Jupiter .....	29" do 50"
Pluton .....	0,1"
(premalo, da bi ga z amaterskimi teleskopi ločili od zvezde)	

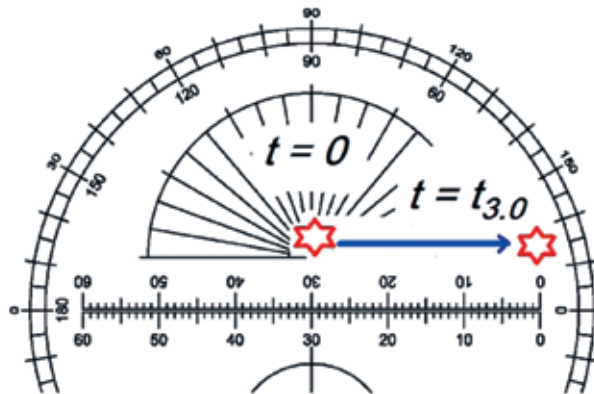
Če ne poznamo goriščne razdalje objektiva teleskopa dovolj natančno (sploh pa, če smo dodali še Barlowovo lečo s »sumljivo okroglo« povečavo), si z enačbo za kalibracijo skale ne moremo pomagati. Serijski teleskopi namreč pogosto nekoliko odstopajo od vrednosti, ki jih navaja izdelovalec. Zato tokrat sklepajmo takole (velja

za omenjeni Baaderjev okular in na mnogih amaterskih teleskopih uporabljeno Celestronovo vodenje GoTo):

Če zvezdo s premikanjem teleskopa najprej »postavimo« na sredino vidnega polja in iznenada **ustavimo sledenje** teleskopa (*Menu* → *Utilities* → *Hibernate*), zvezda zaradi vrtenja Zemlje okoli svoje osi »odpotuje« proti robu vidnega polja. **Pred tem moramo merilni okular zavrteti, tako da zvezda potuje po oznakah skale** »1«, kar nam bo po nekaj ponovitvah, ki so tudi del vaje, zagotovo uspelo.

Potem merimo čas, npr.  $t_{3,0}$ , ki ga zvezda potrebuje, da se od sredine vidnega polja oddalji za 30 drobnih črtic, torej za 3 mm v goriščni ravnini, na rob linearne skale merilnega okularja. **Če bi opazovali zvezdo z deklinacijo 0°**, torej na nebesnem ekvatorju, bi ta v eni sekundi opisala kot  $\frac{360 \cdot 3600''}{86160} = 15,04''$  V imenovalcu je 86160-sekundna vrednost zvezdnega dneva, v števcu pa polni kot v ločnih sekundah. Če zvezda ne leži na ekvatorju, opiše v enakem času za  $\cos \delta$  manjši kot (kot 0° bi opisala le pri deklinaciji 90°). Deklinacija  $\delta$  je kotna razdalja med nebesnim telesom in nebesnim ekvatorjem in je eden od dveh kotov, s katerima opišemo položaj nebesnega telesa na nebesni krogli. Torej se v splošnem primeru **v eni sekundi** zvezda premakne za kot:

$$\varphi_{1s} = 15,04'' \cos \delta.$$



**Slika 7:** Pri zaustavitvi vodenja naj se zvezda premika **vzporedno** z linearno skalo. (Vir osnovne slike kotne skale: Baader Planetarium)

Pri izmerjenem času  $t_{3,0}$  (za prehod 30 drobnih črtic) pa je kotni premik tolikokrat večji od  $\varphi_{1s}$ , kolikorkrat je čas, potreben za premik čez 30 črtic, večji od ene sekunde, se pravi po sklepnem računu:

$$\varphi_{1s} \dots 1 s, \varphi_{3,0} \dots t_{3,0} \text{ ali}$$

$$\varphi_{3,0} = 15,04'' \cos \delta \cdot t_{3,0} [s].$$

Kot smo že zapisali, ena drobna črtica v Baaderjevem merilnem okularju pomeni kot  $\varphi_{0,1} = \frac{20626''}{f_{ob} [mm]}$ , zato je kot pri premiku zvezde čez 30 črtic pač 30-krat tolikšen ali

$$\varphi_{3,0} = \frac{618794''}{f_{ob} [mm]}$$

Dobljeno vrednost (v kateri se v imenovalcu nahaja goriščna razdalja objektiva) izenačimo s tisto po prejšnji enačbi (z upoštevanom deklinacijo zvezde) in dobimo:

$$\frac{618794''}{f_{ob} [mm]} = 15,04'' t_{3,0} [s] \cos \delta.$$

Končno izrazimo:

$$f_{ob} [mm] = \frac{618794''}{15,04'' t_{3,0} [s] \cos \delta} \rightarrow$$

$$f_{ob} = \frac{41138 \text{ mm}}{t_{3,0} [s] \cos \delta}$$

## 2. naloga

Izmerili smo čas prehoda zvezde Deneb z deklinacijo  $45^{\circ}17'$  iz sredine merilnega okularja do roba za 30 drobnih črtic in dobili čas 38,7 s. Kolikšna je resnična goriščna razdalja objektiva tega teleskopa (če je nominalna 1500 mm)?

$$f_{ob} [mm] = \frac{41138 \text{ mm}}{t_{3,0} [s] \cos \delta} = \frac{41138 \text{ mm}}{39,2 \cos 45,28^{\circ}} = 1511 \text{ mm}.$$

Prava vrednost je za dober centimeter večja od nominalne, kar je pričakovano odstopanje.

Pripomniti pa moramo, da je potrebno tudi zelo natančno merjenje časa prehoda zvezde (ki je krajši pri večjih goriščnih razdaljah), sicer merske napake izničijo smiselnost opisanega preverjanja nominalne goriščne razdalje objektiva. Če ocenimo efektivno napako merjenja časa na 0,1 s, to v tem primeru pomeni relativno napako  $0,1/38,7 = 0,25\%$  in je potemtakem efektivna napaka izračunane goriščne razdalje 4 mm. Tudi ta poskus obravnavamo podobno, kot vsako fizikalno vajo, nujen je zapis končnega rezultata z efektivno in relativno napako.

## Višina kraterjev na Luni

Približno, a zanimivo amatersko meritev višine Luninih kraterjev lahko naredimo s pomočjo merilnega okularja. Kraterji ob Luninem terminatorju (področju, kjer Luna prehaja v Zemljino senco) so zelo kontrastni in mečejo dolge, ostre sence. Tako lažje določimo njihovo višino  $h$  na precej preprost način, kar storimo ob prvem ali zadnjem kraju.

S podobnimi trikotniki, kot je razvidno s skice (naloga 3), izračunamo:

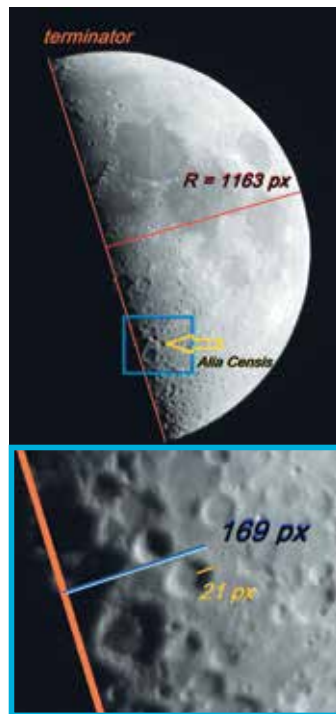
$$\frac{h}{D} = \frac{x}{R} \rightarrow h = \frac{x}{R} D.$$

Za izračun višine  $h$  v kilometrih moramo uporabiti sklepni račun in poznati eno dimenzijo v km, npr. polmer Lune. Pri delu z merilnim okularjem lahko za  $x$ ,  $D$  in  $R$  vzamemo kar razdalje med črticami na skali 1 in zato dobimo tudi  $h$  v enakih enotah, umerjanje okularja ni potrebno. S sklepnim računom rezultat preračunamo v km in velja:

$$\frac{h[\text{črtic}]}{R[\text{črtic}]} = \frac{h[\text{km}]}{R[\text{km}]} \rightarrow$$

$$h[\text{km}] = \frac{h[\text{črtic}]}{R[\text{črtic}]} R[\text{km}],$$

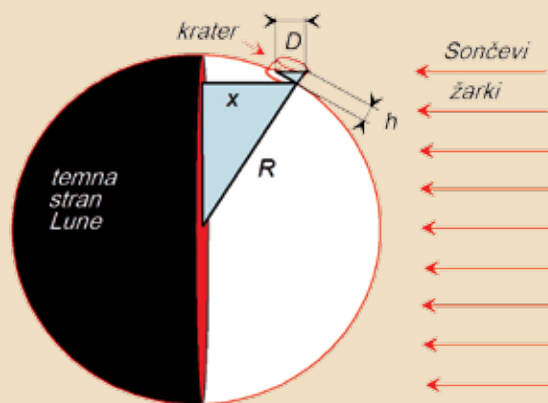
kjer je  $R$  Lune 1737 km.



Sliki 8 in 9: Luna s polmerom  $R$  ob prvem kraju (slika 7), krater (Alia Censis) je na razdalji  $x$  od terminatorja (meje med osvetljenim in neosvetljenim delom Lune), »desni« od Sonca osvetljeni rob meče na »levo« senco dolžine  $D$ . Gre za projekcijo koordinat krogle na ploskev v preseku, torej na krog, se pravi na ravnino fotografije. Spodnji posnetek (slika 8) je izsek modrega dela leve fotografije. Oznake v px pomenijo razdalje v slikovnih točkah (pikslih). (Foto: R. Snoj)

## 3. naloga

Na posnetku (sliki 8 in 9) Lune s polmerom 1737 km je razdalja kraterja od terminatorja ( $x$ ) 169 slikovnih točk (pikslov), polmer Lune 1163 slikovnih točk, senca je dolga ( $D$ ) 21 slikovnih točk. Število slikovnih točk zlahka določimo s katerim koli programom za obdelavo slik, lahko kar s



Slika 10: V drugačnem pogledu je višina kraterja  $h$ , ki meče senco dolžine  $D$ , kateta v trikotniku s hipotenuzo  $D$ , ta pa je podoben tistemu, kjer je hipotenuza polmer Lune  $R$ , ustreza kateta pa kar razdalja kraterja  $x$  od terminatorja. Velja pripomniti, da  $x$  dobimo s sklepnim računom s posnetka, če za  $R$  vzamemo polmer Lune 1737 km.

preprostim MS Slikarjem. Pri tem moramo paziti na orientacijo posnetka, upoštevamo tako koordinate  $y$  kot  $x$  (po potrebi uporabimo Pitagorov izrek). Izračun pri delu z merilnim okularjem je identičen, slikovne točke z zgornjega posnetka enostavno nadomestimo s številom črtic v merilnem okularju (seveda so številske vrednosti drugačne, rezultat pa je isti). Izračunajmo višino kraterja  $h$ !

$$h[px] = \frac{x[px]}{R[px]} D[px] = \frac{169}{1163} 21 = 3,1px.$$

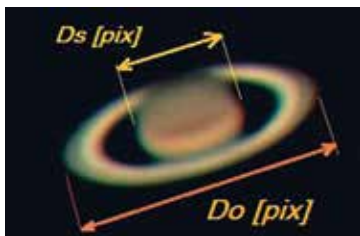
$$h[km] = \frac{h[px]}{R[px]} 1737 \text{ km} = \frac{3,1}{1163} 1737 \text{ km} = 4,6 \text{ km}.$$

Prava velikost tega kraterja je 3,9 km, razliko pripišemo predvsem kraterjevemu neravnemu dnu.

## Podrobnosti na velikih planetih

Za pravo velikost opazovane podrobnosti  $y$  na planetu (v npr. km) moramo s sklepnim računom pretvoriti njeno velikost  $y'$  med črticami v merilnem okularju v kilometre (lahko tudi v druge enote). To lahko storimo, če le poznamo razdaljo  $a$  do planeta in goriščno razdaljo objektiva  $f_{ob}$ .

S sklepnim računom rezultat preračunamo npr. v km, če le resnični premer ( $y = 2R$ ) planeta tudi pišemo v km.



**Slika 11:** Posnetek Saturna s planetarno kamero. Pri določanju dimenzij ( $y$ ) na posnetku planeta štejemo slikovne točke, ki ločijo posamezne podrobnosti, in njihovo število primerjamo s številom slikovnih točk za planetov (ekvatorialni) premer  $2R$ . Namesto slikovnih točk lahko štejemo tudi črtice v merilnem okularju. (Foto: R. Snoj)

mo s številom slikovnih točk za planetov (ekvatorialni) premer  $2R$ . Namesto slikovnih točk lahko štejemo tudi črtice v merilnem okularju. (Foto: R. Snoj)

Po znani enačbi povečave za lečo ali zrcalo:

$\frac{y'}{y} = \frac{b}{a} \approx \frac{f_{ob}}{a}$ , katere desni del je utemeljen s tem, da slika »neskončno« oddaljenega predmeta nastane v goriščni ravnini, sledi za pravo velikost izbrane podrobnosti:

$$y = y' \frac{a}{f_{ob}}.$$

Katero koli zanimivo dimenzijo (npr. velikost Saturnovih obročev  $Do$ ) na planetu ali v okolici torej dobimo kot  $y$  iz zgornje enačbe. Velikost slike  $y'$  v goriščni ravnini določimo z merilnim okularjem, upoštevajoč, da »majhna« razdalja med zareza v skali **1** pomeni **0,1 mm**, preostalo je sklepnim računom. Enačbo lahko preuredimo s pomočjo zgornje slike in s poznavanjem premera planeta  $D_s$ :

$$Do[km] = \frac{D_{s[črtic]}}{D_s[črtic]} D_s[km].$$

## 4. naloga

Pri opazovanju Saturna (ekvatorialni premer je 121000 km) skozi merilni okular ocenimo njegov navidezni premer na 9,2 drobne črtice. Izračunajmo zunanji premer obročev, če ga ocenimo na 21,0 črtice.

$$D[km] = \frac{D_{[črtic]}}{2R_{[črtic]}} 2R[km] = \frac{21,0}{9,2} 121000 \text{ km} = 280000 \text{ km}.$$

Obroči so sicer precej manjši, a enakega velikostnega reda kot razdalja od Zemlje do Lune (385000 km). Relativna napaka rezultata je vsaj vsota relativnih napak števca in imenovalca, se pravi  $\frac{0,1}{21,0} + \frac{0,1}{9,2} = 0,016$ . V km bi to pomenilo napako 5000 km.

## Sklep

Merilni okular se pri praktičnem delu pouka astronomije izkaže za enostaven in koristen pripomoček. Točnost meritev, ki jih v amaterskih razmerah naredimo z njim, je podobna točnosti preostalih merskih rezultatov, ki jih dobimo pri gimnazijskih fizikalnih vajah. Vsekakor dijakom omogoča »eksperimentiranje«, s katerim dobijo uporabne rezultate, in tako poveča zanimanje za tako delo. V času vsesplošne digitalizacije, ki v pedagoškem procesu ni a priori tudi nekaj pozitivnega, saj lahko dijakom nehote odtuji bistvo fizikalnih meritev, lahko pomeni »klasično« merjenje kotnih razdalj z merilnim okularjem, torej brez uporabe digitalne fotografije in programov za obdelavo slike, nekakšno vrnitev k zdravi pameti ter spodbudo, da vsaj za hip spet uporabijo lasten razmislek, ne da bi za pomoč po nepotrebnem prosili njegovo visočanstvo – vsemogočni računalnik.

## Viri in literatura

- [1] Snoj, R. (2015). *Teleskopi*. Ljubljana: Tehniška založba Slovenije.
- [2] Strnad, J. (2003). *Mala fizika 2*. Ljubljana: DZS.
- [3] Baader Planetarium: Baader Micro Guide eyepiece with Log-Pot illuminator manual
- [4] Snoj, R. (2017). Astronomija, nov gimnazijski predmet. *Revija Fizika v šoli*, 22(1), 30–40.