

Naslov članka/Article:

TIPI IN NEKAJ PRIMEROV NALOG MATEMATIČNEGA MODELIRANJA ZA RAZREDNO STOPNJO

Mathematical Modelling Task Types at Primary Level

Avtor/Author:

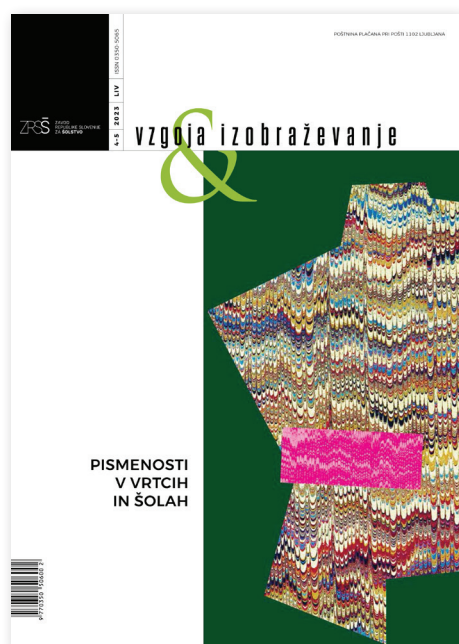
dr. Alenka Lipovec, Mateja Sabo Junger

<https://doi.org/10.59132/viz/2023/4-5/15-21>

CC licenca



Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav



Vzgoja in izobraževanje št. 4-5/2023, letnik 54

ISSN 0350-5065

Izdal in založil: Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Kraj in leto izdaje: Ljubljana, 2023

Spletna stran revije:

<https://www.zrss.si/strokovne-revije/vzgoja-in-izobrazevanje/>

Dr. Alenka Lipovec

Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta, Fakulteta za naravoslovje in matematiko

Mateja Sabo Junger

Univerza v Zagrebu, Pedagoška fakulteta

TIPI IN NEKAJ PRIMEROV NALOG MATEMATIČNEGA MODELIRANJA ZA RAZREDNO STOPNJO

Mathematical Modelling Task Types at Primary Level

IZVLEČEK

Modeliranje pri pouku zgodnje matematike je povezano s pristopi poučevanja matematike, ki spodbujajo povezovanje realnega sveta z abstraktnim svetom matematike. Matematično modeliranje lahko opišemo kot vključevanje kontekstualiziranih problemov s kompleksnimi podatki v pouk. Celoten drugi gradnik v matematični pismenosti, kot jo je opredelil projekt NA-MA POTI, je namenjen matematičnemu modeliranju, kar kaže na aktualnost in pomembnost pristopa. V prispevku najprej opredelimo matematično modeliranje, tako da je opredelitev osmišljena tudi za zgodnje poučevanje. V nadaljevanju podamo primere nalog dveh tipov (povezanost količin in odločanje glede na izbrane kriterije) skupaj z metodičnim instrumentarijem. Naloge so bile preizkušene s slovenskimi in hrvaškimi enajstletniki.

Ključne besede: razredna stopnja, pouk matematike, avtentični problemi, modeliranje

ABSTRACT

Modelling in early mathematics education is related to approaches in teaching mathematics that promote the integration of the real world with the abstract world of mathematics. We can describe it as integrating contextualised problems with complex data into the classroom. The NA-MA POTI project devotes the entire second building block in mathematical literacy to mathematical modelling, demonstrating the relevance and topicality of the approach. This article defines mathematical modelling so that the definition is also relevant for early learning. In what follows, two types of tasks are presented (quantity relatedness and decision-making according to selected criteria), together with a methodological toolbox. They were tested with Slovenian and Croatian 11-year-olds.

Keywords: primary level, mathematics lessons, authentic problems, modelling

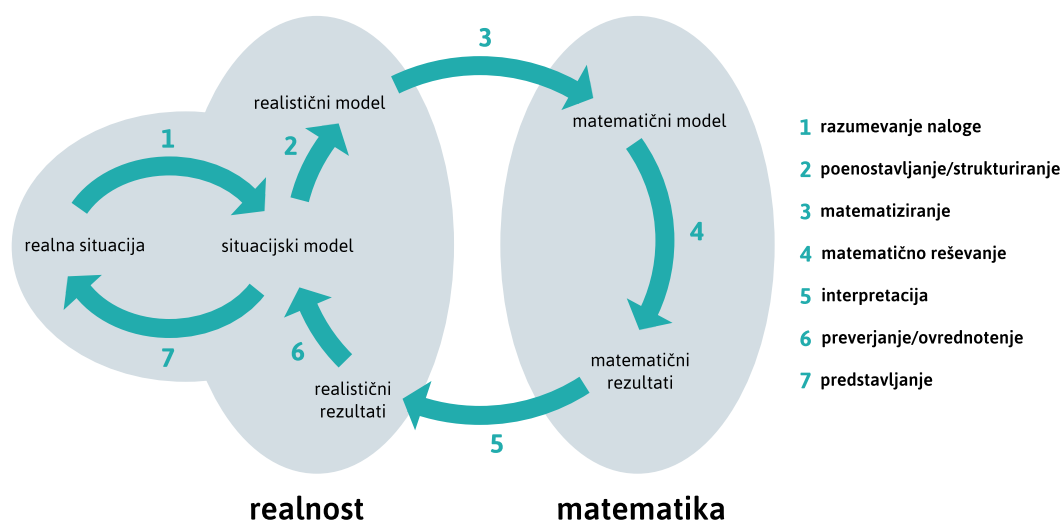
ZAKAJ MATEMATIČNO MODELIRANJE NA RAZREDNI STOPNJI IN KAKO?

Za razliko od tradicionalnih besedilnih nalog naloge matematičnega modeliranja zahtevajo veliko kognitivne pozornosti. Učenci ne le da morajo določiti, kako doseči cilj, temveč si morajo cilj določiti sami. Glavni cilj matematičnega modeliranja namreč ni, da najdemo bolj ali manj enolično določeno rešitev, ampak da razumemo situacijo in razmišljamo o možnih rešitvah. Matematično modeliranje pri učencih spodbuja metakognitivne sposobnosti, konceptualno razumevanje, krepi ustvarjalne in inovativne sposobnosti ter družbeno-kulturno vlogo matematike (Blum, 1994).

Poučevanje, ki vodi k razvoju sposobnosti matematičnega modeliranja, je bilo v zadnjem desetletju temeljito

preučevano (Beswick, 2021). V prispevku se naslonimo na naslednjo opredelitev: »Matematično modeliranje je iterativni postopek, ki vključuje odprte, realistične, praktične probleme, ki jih učenci pojasnijo z uporabo matematike in predpostavk, približkov in večkratnih predstavitev. Uporabljajo lahko tudi druge vire znanja, ne le matematičnih« (Stohlmann in Albarracin, 2016, str. 1). Iz opredelitve zaznamo, da gre za ciklični (iterativni) postopek, kjer učenci matematični model večkrat spreminjajo oz. prilagajajo, tako da bolje ustreza situaciji. Postopek prikazuje tudi Slika 1.

Brez dvoma je naloge modeliranja lažje implementirati pri starejših učencih, zato je največ raziskav s področja terciarnega/fakultetnega izobraževanja. V srednjih šolah je matematično modeliranje redko (Wess idr., 2021), pogostost se še zmanjšuje z nižanjem starosti učencev (Passarella, 2021). Na razredni stopnji matematičnega modeliranja



► SLIKA 1: Matematično modeliranje kot iterativni/ciklični postopek (prilagojeno po Blum, 2011, str. 18)

skorajda ni (Brown in Ikeda, 2019; Turner idr., 2022). Vendar pa se lahko osnove matematičnega modeliranja začnejo in bi se tudi morale začeti že na razredni stopnji osnovne šole, saj učenci že imajo znanja, na temelju katerih lahko izvajajo proces matematičnega modeliranja (Zubi idr., 2019).

Ena izmed osnovnih preprek pri vključevanju nalog matematičnega modeliranja v pouk matematike na razredni stopnji v Sloveniji in na Hrvaškem je po mnenju učiteljev manko ustreznih nalog, kar poskušamo uravnati tudi s tem prispevkom (Sabo Junger in Lipovec, 2022).

PRIMERI NALOG MODELIRANJA ZA RAZREDNO STOPNJO

V nadaljevanju predstavljamo štiri naloge, ki so primerne za razredno stopnjo. Naloge se razlikujejo tako perceptualno (različni konteksti) kot strukturno (različna matematična znanja). Navedene naloge so dveh tipov:

- povezanost količin, kjer iščemo odnose med različnimi količinami, in
- kriterijske, kjer se določamo glede na izbrane kriterije. Bralca spodbujamo, da naloge najprej reši.

Razvrščanje odpadkov

OŠ Morje in OŠ Obala sta imeli v prvih treh mesecih letošnjega leta akcijo zbiranja in ločevanja odpadkov. Preglednici prikazujeta kilograme zbranih in sortiranih odpadkov po mesecih in vrstah odpadkov.

OŠ Morje			
	1. mesec	2. mesec	3. mesec
plastika	9 kg	12 kg	13 kg
papir	8 kg	11 kg	14 kg
steklo	9 kg	14 kg	18 kg
kovina	10 kg	11 kg	17 kg

OŠ Obala			
	1. mesec	2. mesec	3. mesec
plastika	5 kg	9 kg	15 kg
papir	5 kg	8 kg	14 kg
steklo	6 kg	9 kg	12 kg
kovina	6 kg	10 kg	13 kg

Ugotovite, katera šola je v prvih treh mesecih zbrala več ločenih odpadkov.

Predvidite, koliko ločenih odpadkov bo zbranih v 4. mesecu. Pojasnite, kako ste prišli do napovedi, in se odločite, katera od šol je učinkovitejša pri zbiranju ločenih odpadkov.

Napišite pismo zmagovalni šoli, v katerem pojasnite svojo napoved in odločitev, ter predlagajte načine, s katerimi bi šola lahko bila še učinkovitejša na tem področju.

Naloga je primerna kot prva naloga matematičnega modeliranja, saj je bolj strukturirana, kot je običajno. Prvi del naloge (koliko so šole zbrale v prvih treh mesecih) je tradicionalna naloga računanja s količinami. Napoved za 4. mesec je že v sklopu modeliranja. Predlagamo, da učenci delajo v skupinah. Za učence bo naloga sprva nenavadna, saj so srečevali naloge iz sklopa povezanosti količin le v idealiziranih situacijah, kjer je šlo za konstantno spremem-

bo. Po potrebi se učitelj pogovori o tem, da so v realnem življenju situacije tipa *OŠ Obala – steklo*, kjer je pravilo za povečevanje očitno, zelo redke.

Spodaj prikazujemo možno rešitev učencev, v opombah so zapisani razlogi za odločitev. Posebej poudarjamo, da gre le za eno izmed rešitev in da bodo različne skupine učencev predlagale različne rešitve.

OŠ Morje		
4. mesec	Razlog	
plastika	11 kg	Ker se je količina povečala najprej za 3 kg in nato za 1 kg, bodo v 4. mesecu zbrali 2 kg manj kot v 3. mesecu, ker so že pripeljali vso plastiko.
papir	17 kg	Količina se povečuje za 3 kg.
steklo	21 kg	Količina se povečuje, a za vedno manj. V drugem mesecu se je povečala za 4 kg, v 3. mesecu za 4 kg, zato se bo v 4. mesecu povečalo za 3 kilograme.
kovina	18 kg	Najprej se je povečalo za 1 kg, nato pa za 7 kg. V 4. mesecu se bo spet povečalo samo za 1 kg.
OŠ Obala		
4. mesec	Razlog	
plastika	23 kg	Povečuje se za 4 kilograme, nato za 6 kg, v 4. mesecu bo povečanje za 8 kg.
papir	23 kg	Povečuje se za 3 kilograme, nato za 6 kg, v 4. mesecu bo povečanje za 9 kg.
steklo	15 kg	Povečuje se za 3 kg.
kovina	15 kg	Najprej za 4 kg, nato za 3 kg, v 4. mesecu se bo povečalo le za 2 kg.

Učenci bodo podajali tudi rešitve, ki niso povezane z matematičnimi argumenti, kot npr. *Vem, da na naši šoli zbiranje odpadkov traja le en mesec, zato četrti mesec ne bodo zbrali več ničesar*. Učitelj sprejme tudi takšne odgovore, a razpravo usmerja bolj v matematično argumentacijo. Številni učitelji domnevajo, da se večini učencev zdi modeliranje težko oziroma zahtevno, zato ga v učilnici redko uporabljajo. Žal pa sposobnosti matematičnega modeliranja ni mogoče razviti s poučevanjem, ki je osredotočeno na tipične primere in naloge v upanju, da bo to privedlo do znanja o modeliranju situacij in nalog iz resničnega sveta. Učitelji lahko ob opazovanju svojih učencev, ki delajo naloge ma-

tematičnega modeliranja, in pri pregledu izdelkov učencev zberejo mnoge koristne informacije o svojih učencih in se bolje seznanijo z njihovim razmišljanjem, tako da bo poučevanje učinkovitejše. Na zmožnosti reševanja situacij z matematičnim modeliranjem pri mlajših učencih pozitivno vplivajo: sposobnost interpretacije in razumevanja različnih prikazov podatkov, intuitivno znanje in razumevanje uporabljenih matematičnih konceptov, zmožnost metakognitivnega in kritičnega sklepanja, sposobnost branja z razumevanjem in sposobnost sodelovalnega učenja (English in Watters, 2005).

Nakup avtomobila

Karlo in njegova mama sta obiskala prodajalno avtov. Karlo bi rad kupil avto, ki ne porabi veliko goriva, ni preveč drag, a se je z njim zabavno voziti. Njegova mama, ki bo plačala avto, pa bi rada kupila varno in zanesljivo vozilo. Tvoja naloga je, da napraviš seznam avtov za Karla in seznam za njegovo mamo, da se bosta potem lažje odločila, kateri avto kupiti. V preglednici so informacije o avtih.

Avto	Letnik	Cena	Barva	Kilometri	Poraba goriva na 100 km	Dodatna oprema
Nissan Juke	2015	11 000	Rdeča	112 000	9	navigacija, avtomatska klima, radio, sprednje meglenke, tempomat
Ford Mondeo	2017	16 000	Bela	83 400	10	navigacija, avtomatska klima, radio, sprednje meglenke, tempomat, senzorji za parkiranje
Audi A4	2018	21 000	Črna	91 600	11	navigacija, avtomatska klima, radio, sprednje meglenke, tempomat, senzorji za parkiranje, usnjeni sedeži, senzorji za dež
Ford Fiesta	2016	8 500	Rdeča	60 400	8	avtomatska klima, radio
Hyundai Tucson	2017	18 600	Modra	40 900	11	avtomatska klima, radio, sprednje meglenke, tempomat, senzorji za parkiranje
BMW X2	2018	35 000	Srebrna	38 600	11	navigacija, avtomatska klima, radio, sprednje meglenke, tempomat, senzorji za parkiranje, usnjeni sedeži, senzorji za dež, LED luči, športni sedeži
Renault Captur	2018	11 600	Modra	111 400	9	avtomatska klima, radio, sprednje meglenke, tempomat
Opel Astra Karavan	2017	10 400	Srebrna	112 300	10	avtomatska klima, radio, sprednje meglenke
VW Golf	2016	12 000	Bela	70 000	9	avtomatska klima, radio

Naloga *nakup avtomobila* predstavlja tipični primer naloge, kjer se učenec odloča, kateri kriteriji so pomembni. Kriterije lahko tudi ureja od bolj proti manj pomembnim, kakor tudi počnemo v vsakdanjem življenju. Naloga za mlajše učence nima ustreznega konteksta (a nakup relativno zlahka prilagodimo v npr. igrača-darilo za rojstni dan). Nivo zahtevanega matematičnega znanja je primeren za razredno stopnjo, dodatno ima naloga visok potencial za iterativno izboljševanje modela.

Ko učenci začnejo reševati nalogo, bodo prvi modeli preprosti, morda tudi nematematični (npr. *Kupita naj BMW X2, ker je najboljši*). Nato bodo učenci ustvarili prvi preprost model. Morda bodo le uredili avtomobile po porabi goriva in predlagali nakup najvarčnejšega. (Opomba: Učenci bodo imeli raznolike rešitve, zgornje primere reševanja učencev navajamo le zaradi ponazoritve.)

Učitelj jim namigne, da si lahko pomagajo s tem, da različnim porabam goriva priredijo različno število točk. Za porabo goriva je seznam takšen: Ford Fiesta (4 točke), Nissan, Renault in VW (3 točke), Ford Mondeo in Opel (2 točki), Audi, Hyundai in BMW (1 točka). Opazimo, da je za porabo goriva primerna štiristopenjska lestvica.

Učenci nato ugotovijo, da je smiselno upoštevati več kriterijev. Pri ceni npr. avtomobile točkujejo takole: Ford Fiesta (4 točke), Opel, Nissan, Renault in VW (3 točke), Ford Mondeo in Hyundai (2 točki), Audi in BMW (1 točka). Ob ustvarjanju seznamov predhodne seznime ves čas prilagajajo. V tem trenutku se lahko npr. odločijo, da je BMW X2 preprosto predrag, in mu dajo 0 točk. Ali pa najprej ustvarijo seznam za ceno tako, da ima več točk, in kasneje prilagodijo največje število točk, da bo primerljivo tudi s preostalimi kriteriji.

Pri zanesljivosti se morajo najprej odločiti, s čim jo bodo merili. Odločijo se npr., da zanesljivost vozila merimo z letnico izdelave; starejši kot je avtomobil, manj je zanesljiv, novejši avtomobili zato dobijo več točk za zanesljivost. Seznam bi lahko bil Audi, BMW in Renault (4 točke), Ford Mondeo, Hyundai in Opel (3 točke), Ford Fiesta in VW (2 točki) ter Nissan (1 točka).

Tudi pri kriterijih varnost in zabavnost vožnje se morajo najprej odločiti, kako ju bodo merili. Po pregledu dodatne opreme se npr. odločijo, da so s področja varnosti na voljo navigacija, sprednje meglenke, senzorji za parkiranje, senzorji za dež in LED luči. Področje zabavnosti vožnje je manj jasno, učenci se lahko npr. odločijo, da zabavnost

vožnje vključuje vidike udobnosti. V tem primeru so na voljo avtomatska klima, radio, tempomat, usnjeni sedeži in športni sedeži. Na vsakem izmed področij je ob takšni delitvi po pet elementov dodatne opreme, kar ustreza glede primerljivosti teh dveh kriterijev, ne ustreza pa s področja primerljivosti s preostalimi kriteriji, ki so bili postavljeni na štiristopenjsko lestvico. Učenci ali ponovno popravijo model ali pa se odločijo, da je model že dovolj dober, in postavijo točkovanje: če ni elementov opreme, dobi avtomobil 0 točk, za en element opreme dobi 1 točko, za dva elementa dodatne opreme 2 točki, za tri 3 točke in za štiri ali pet elementov dodatne opreme 4 točke.

Vse ugotovitve učenci uredijo v preglednico (prim. Preglednica 1). V nadaljevanju posebej seštejejo kriterije, ki so pomembni za Karlo, in posebej kriterije, ki so pomembni za mamo. Karlo je dal največ točk Fordu Fiesti, nato Renaultu in nato Nissanu; mama pa BMW-ju in Audiju in nato Renaultu. V tem trenutku se lahko odločijo in predlagajo nakup Renaulta.

Učenci se morda začnejo pogovarjati tudi o tem, da mama malo premalo upošteva ceno. Zato upoštevajo, kateri kriteriji so »pomembnejši«. »Pomembnost« merijo z vrstnim redom kriterijev, kot sta jih navedla Karlo in mama. Pomembnost kriterija upoštevajo tako, da točke pomnožijo s tem, kako je kriterij pomemben. Zelo pomemben kriterij pomeni, da točke pomnožimo s 3, pri pomembnem kriteriju točke pomnožimo z 2, pri manj pomembnem kriteriju točke ohranimo. Odločijo se, da so za Karla pomembni kriteriji poraba (zelo pomembno), cena (pomembno) in zabavna vožnja (pomembno). Ker med svojimi kriteriji Karlo ni navedel varne in ne zanesljive vožnje, točk teh dveh kriterijev ne »povečajo«, saj sta za Karla manj pomembna. Seveda bi se učenci lahko odločili tudi za pomembnost 0 (popolnoma nepomembno), a sklenejo, da je Karlu varnost in zanesljivost vseeno vsaj nekoliko pomembna. Za mamo so kriteriji drugačni, zanj je najpomembnejša cena (zelo pomembno), pomembna ji je tudi zanesljivost (pomembno) in varnost vozila (pomembno). Mama zabavne vožnje ni omenila, zato je za njo ta kriterij manj pomemben. Učenci morda opazijo, da ima Karlo dva manj pomembna kriterija, mama pa le enega. Zaradi primerljivosti kriterij zabavne vožnje pri računanju pri mami zato štejejo dvakrat.

Izračunajo vrednosti za avtomobile. Karlo dodeli Nissanu 24 točk ($3 \cdot 3 + 2 \cdot (3 + 3) + 1 + 2 = 24$), njegova mama bi Nissanu dala le 21 točk ($3 \cdot 3 + 2 \cdot (1 + 2) + 3 + 3 = 21$)

► PREGLEDNICA 1: Možna rešitev naloge *nakup avtomobila*

Avtomobil	Poraba	Cena	Zanesljivost	Varnost	Zabavna vožnja	Karlo	Mama	Karlo	Mama	Skupaj
Nissan Juke	3	3	1	2	3	9	6	24	21	45
Ford Mondeo	2	2	3	1	4	8	6	22	22	44
Audi A4	1	1	4	4	3	6	9	19	25	44
Ford Fiesta	4	4	2	1	3	10	6	29	24	53
Hyundai Tucson	1	2	3	3	3	6	7	19	24	43
BMW X2	1	1	4	4	4	6	9	21	27	48
Renault Captur	3	3	4	2	3	9	8	27	27	54
Opel Astra Karavan	2	3	3	2	2	7	7	21	23	44
VW Golf	3	3	2	1	2	8	5	22	19	41

Ugotovimo, da bi se mama in Karlo verjetno strinjala ali s Ford Fiesta ali z Renault Captur. Ker je Karlu bolj všeč rdeča barva kot modra, izbereta Ford Fiesta.

V nadaljevanju predstavljamo še dve nalogi. Naloga *zabavišni park* je povzeta po Bleiler-Baxter s sodelavci (2017), naloga božična večerja pa po English (2007). V obeh virih lahko najdemo tudi možne rešitve nalog. Obe nalogi sta nekoliko prilagojeni za naš kulturni prostor (prilagojena

so imena atrakcij, malenkostno je prilagojen jedilnik). *Zabavišni park* je kompleksnejša verzija zbiranja odpadkov, saj gre ponovno za povezovanje količin, *božična večerja* pa kombinira povezanost količin in odločanje glede na izbrane kriterije.

Zabavišni park

Upravitelj zabavišnega parka potrebuje vašo pomoč. Njegov pripravnik je lahko izpolnil le del zahtevanih podatkov v preglednici. Vaša skupina bo dopolnjevala preglednico z manjkajočimi čakalnimi dobami za Lunapark Smeško. Odločitev vaše skupine boste morali matematično utemeljiti in jasno razložiti svojo strategijo. Pri dopolnjevanju manjkajočih podatkov v preglednici si lahko pomagata z risanjem, z besedami in s simboli. Vsaka skupina bo

predstavila svojo strategijo za vnos manjkajočih informacij celotnemu razredu. Med predstavitvijo mora biti vsak član skupine pripravljen razložiti matematično strategijo skupine. Cilj našega razreda je najti najboljšo možno rešitev za zapolnitev manjkajočih podatkov pri čakalni dobi. Pomembna opomba: ne obstaja samo en pravilen način za dokončanje te naloge. Vaša naloga je, da poskušate najti najboljšo možno strategijo.

Čakalna doba za vožnjo v minutah glede na gnečo v Lunaparku Smeško				
Vožnja	Majhna gneča	Zmerna gneča	Velika gneča	Zelo velika gneča
Centrala				
Minioni: Kaos 3D	30	50	110	155
Transformerji: Vožnja 3D		30		
Shrek 4D	10			
Hollywoodska raketa	20	30	75	110
New York				
Twister	5	10	15	20
Maščevanje mumije				90
Predstava bratov Blues	10			
San Francisco				
Beetlejuice pregleda pokopališče		15		
Katastrofa!			35	
Svetovna razstava				
Možje v črnem: napad nezemljanov			55	
Vožnja s Simpsonovimi	15	35	60	90
Hiša strahov v živo		10		
Otroška cona Petra Detla				
Živalski igralci na lokaciji	10	15	15	20
Dan v parku z Barneyjem			20	
Radovedni Tom gre v mesto		20		
Lešnikova hiša Petra Detla				45
Sarino igrišče			15	
E.T.-jeva pustolovščina			45	
Hollywood				
Orlandova grozljivka Makeup show	10	20	30	45
Terminator 2: 3D			35	
Poklon Luciji	5			

Božična večerja

Dan, Sofija in Eva pripravljajo božično večerjo za starše. Vedo, da načrtovanje večerje zahteva organizacijo in dobro načrtovan urnik. Sofija je povedala: »Ko si naredimo urnik, bo opravljeno najzahtevnejše delo. Dekoracija, priprava in kuhanje večerje je enostavno, če pa urnik ni pravilen, potem celotna večerja ne bo nikoli pripravljena!« Urnik mora upoštevati vse naloge, ki jih je treba opraviti, kot tudi predviden čas za vsako nalogo. Razpored naj bi jim tudi pomagal določiti, katera dela je treba opraviti najprej, da bo vsa hrana pripravljena pravočasno.

Kuhinja ima dva delovna pulta, dvojno pomivalno korito, mikrovalovno pečico ter štedilnik s štirimi zgornjimi gorilniki in pečico. Pečica je dovolj velika, da vanjo lahko položite purana in še en kos hrane hkrati.

Otroci so se že odločili za jedilnik za svojo božično večerjo:

- prigrizki pred večerjo (sir, korenčkove palčke in krekerji),
- pečen puran, pečena zelenjava in dušena zelenjava,
- Pavlova torta, sladoled in sveže jagode.

Otroci pričakujejo starše doma ob 18.30. Najprej želijo postreči prigrizke, purana kot glavno jed, nato pa Pavlovo torto za sladico. Vsi otroci so na voljo za začetek priprav na božično praznovanje ob 14. uri. Za pripravo imajo štiri ure in pol!

Upoštevati je treba nekaj stvari:

- kako dolgo se bo puran pekel,
- kaj še lahko spečem v pečici s puranom,
- kdaj okrasiti in pogrniti mizo,
- kdaj pripraviti torto Pavlova in koliko časa bo to trajalo,
- kako pogosto je potrebno čistiti med kuhanjem,
- koliko prostora imajo na klopi za pripravo hrane,
- katero hrano pripraviti najprej,
- kdo bo uporabljal kuhinjsko opremo in kdaj.

Razmisliti morajo tudi o tem, kdo bo odgovoren za katera dela!

Dan, Sofia in Eva potrebujejo vašo pomoč! Morajo opraviti toliko nalog, da bodo pripravljene presenetiti svoje starše, in potrebujejo zanesljiv urnik. Jim lahko pomagaš narediti dve stvari?

1. Naredite urnik priprave in kuhanja. Natančno določite, kaj bo vsaka oseba počela in točno ob katerem času, vključno z uporabo kuhinjske opreme.
2. Napišite razlago, kako ste ustvarili urnik. Načrtujejo, da bodo organizirali druge zabave presenečenja za svoje starše, in želijo vašo razlago uporabiti kot vodilo za prihodnje dogovore (English, 2007).

SKLEP

V prispevku smo predstavili pristop k poučevanju matematičnega modeliranja na razredni stopnji. Matematično modeliranje predstavlja pot iz realno oblikovane naloge/problema, to je avtentičnega stanja oz. situacije, v matematično nalogo. Rešitev le-te ponuja tudi rešitev začetnega stanja (Cindrić, 2016). Modeliranje je opredeljeno kot ustvarjalni postopek konstruiranja realnosti z matematičnim prikazom, kjer beležimo, simuliramo ali predstavljamo izbrane značilnosti ali vedenja (obnašanja, prilagajanja) modela realni situaciji, ki se modelira.

Vse štiri predstavljene naloge so bile preizkušene s slovenskimi petošolci in hrvaškimi četrtošolci v okviru usposabljanja slovenskih in hrvaških učiteljev. Naloge nudijo različne možnosti izboljševanja modela. Bralec je gotovo opazil, da je število iteracij za izboljševanje modela v nalogi *nakup avtomobila* zares veliko. Učitelji bodo pri manj izkušenih učencih pričakovali le preprostejše, začetne

modele, bolj izkušeni učenci pa bodo model večkrat izboljševali. Zato učiteljem predlagamo, da najprej izberejo le en tip naloge (npr. povezanost količin je značilna za *razvrščanje odpadkov* in *zabavišni park*, izbira in pomembnost kriterijev pa za nalogi *nakup avtomobila* in *božična večerja*). S spremembami konteksta bodo učenci v modeliranju izbranega tipa naloge vedno spretnejši. Primere nalog za modeliranje na razredni stopnji lahko učitelji med drugim najdejo tudi v prosto dostopnem i-učbeniku Matematika 5 (Bajramović idr., 2015), v sklopu Zbiranje in obdelava podatkov, enota Preiskava. Naloge *tekmovanje v letenju papirnih letal* (str. 485), *poletno bralno tekmovanje* (str. 489), *medeni tedni* in *planinski izlet* (str. 500) spadajo med naloge izbire in pomembnosti kriterija, nalogi *pleskanje šole* (str. 488) in *sajenje fižola* (str. 488) spadata v tip povezanosti količin.

Bogata izkušnja matematičnega modeliranja učencem omogoča, da se vključijo v naloge, ki ustrezajo njihovem trenutnemu razumevanju, hkrati nudi priložnosti za izzive

in rast, spodbuja učence k razumevanju širokega nabora pomembnih matematičnih konceptov. Iz primerov nalog je razvidno, da uporaba matematičnega modeliranja v učil-

nicah odpravlja vprašanja učencev o tem, ali je poučevana vsebina uporabna, zato učenci matematiko dojemajo kot koristno in življenjsko in ne kot abstraktno in izolirano.

VIRI IN LITERATURA

Bajramović, N., Renik, A., Kociper, M., Cigula, S., Slana Mesarič, M., Antolin Drešar, A., Ferik, E., in Visočnik, D. (2015). *Matematika 5, i-učbenik za matematiko v 5. razredu osnovne šole*. Zavod RS za šolstvo. <https://eucbeniki.sio.si/mat5/752/index.html>

Beswick, K. (2021). Inquiry-based approaches to mathematics learning, teaching, and mathematics education research. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), 123-126.

Bleiler-Baxter, S. K., Stephens, C. D., Baxter, W. A., in Barlow, A. T. (2017). Modeling Decision – as a Making Process. *Teaching children mathematics* 24(1), 20-29.

Blum, W. (1994). Mathematical modeling in mathematics education and instruction. V U. T. Breiteig, I. Huntley in G. Kaiser-Messmer (ur.), *Teaching and learning mathematics in context* (str. 3-14). Ellis Horwood Limited.

Blum, W. (2011). Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research. V G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri in G. Stillman (ur.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, vol 1. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_3

Brown J. P., in Ikeda T. (2019). Conclusions and Future Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education. V J. A. Stillman in G. P. Brown (ur.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (str. 233-253). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4_13

Cindrić, M. (2016). Problemska nastava i dječje strategije u nižim razredima osnovne škole. *Poučak*, 17 (65), 52-57.

English, L. D., in Watters, J. J. (2005). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics education research journal*, 16 (3), 58-79.

English, L. D. (2007). Complex systems in the elementary and middle school mathematics curriculum: A focus on modeling. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 139-156.

Passarella, S. (2021). Sense-Making in Mathematics with Activities of Mathematical Modelling: The Case of Multiplication at Primary School. V F. K. Shing Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, G., in K. L. Wong (ur.), *Mathematical Modelling Education in East and West* (str. 423-432). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_35

Sabo Junger, M., in Lipovec, A. (2022). What is and what is not mathematical modelling in primary

school: opinions of Slovenian and Croatian primary school. *Croatian Journal of Education*, 24 (2), 539-568. <https://doi.org/10.15516/cje.v24i2.4451>

Stohlmann, M. S., in Albarracin, L. (2016). What is known about elementary Grades Mathematical Modelling. *Education Research International*, 1, 1-9. <https://doi.org/10.1155/2016/5240683>

Turner, E. E., Bennett, A. B., Granillo, M., Ponnuru, N., Roth McDuffie, A., Foote, M. Q., Aguirre, J. M., in McVicar, E. (2022). Authenticity of elementary teacher designed and implemented mathematical modeling tasks. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-24. <https://doi.org/10.1080/10986065.2022.2028225>

Wess, R., Klock, H., Siller, H. S., in Greefrath, G. (2021). Measuring professional competence for the teaching of mathematical modelling. V F. K. Shing Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, G., in K. L. Wong (ur.), *Mathematical Modelling Education in East and West* (str. 249-260). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_21

Zubi, I. A., Peled, I., in Yarden, M. (2019). Modelling Tasks and Students with Mathematical Difficulties. V G. Stillman in J. P. Brown (ur.), *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education* (str. 213-231). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4_12

