

Naslov članka/Article:

## KAKO Z VERNIERJEVIM METALCEM KOVINSKIH KROGLIC ZADETI KOŠ?

*How to Shoot a Ball into a Hoop with a Vernier Projectile Launcher*

Avtor/Author:

Peter Jevšenak

CC licenca



Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav



**Fizika v šoli št. 1/2021, letnik 26**

ISSN 1318-6388

Izdal in založil: Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Kraj in leto izdaje: Ljubljana, 2021

Spletna stran revije:

<https://www.zrss.si/strokovne-revije/fizika-v-soli/>

# Kako z Vernierjevim metalcem kovinskih kroglic zadeti koš?

Peter Jevšenak

Šolski center Velenje, Gimnazija Velenje

## Izvleček

Vernierjev metalec kovinskih kroglic je učilo, ki zaradi možnosti nastavljanja kota in hitrosti izstrelitve omogoča preučevanje vseh vrst metov, tudi met na koš. Pomislili smo, da bi dijake pri eksperimentalnem delu pritegnilo, če bi morali s strelom kroglice iz metalca zadeti koš. V tem prispevku najprej z meritvami ocenimo natančnost dometa, kar je osnova za izdelavo koša. Nato z množico strelav na koš pri različnih parametrih, kot so razdalja do koša, hitrost in kot izstrelitve ter višinska razlika, preverjamo vpliv teh parametrov na število zadetkov. Na koncu pridobljeno znanje in izkušnje uporabimo v novi situaciji in preverimo, ali izbrane nastavitve pripeljejo do takojšnjega zadetka. Priložena so tudi navodila za eksperimentalno vajo na višji ravni zahtevnosti.

**Ključne besede:** Vernierjev metalec kroglic, vodoravni met, poševni met, met na koš, domet

## How to Shoot a Ball into a Hoop with a Vernier Projectile Launcher

### Abstract

The Vernier Projectile Launcher is a learning tool which allows students to investigate important concepts in two-dimensional kinematics, including a shot into a hoop, at different angles and velocities. We thought that students would engage more in the experimental work if they were to use the launcher to shoot a ball into a hoop. The article first describes the measurements used to determine the exactness of the range, which was the basis for the creation of the hoop. Then, with a series of shots at different parameters, such as distance from the hoop, velocity and angle of the shot and height difference, we determined the influence of these factors on the number of hits. Finally, the acquired knowledge and experience was used in a new situation to see if the selected parameters would guarantee a one-time shot. The article also includes instructions for an experimental exercise at a higher difficulty level.

**Keywords:** Vernier Projectile Launcher, horizontal throw, projectile motion, shot into a hoop, range

## 1 Uvod

Vernierjev metalec kovinskih kroglic (angl. *Vernier projectile launcher*) je naprava oziroma učilo, ki omogoča preučevanje vodoravnega in poševnega meta. Pnevmatiski lansirni sistem naprave omogoča dokaj natančno spreminjanje hitrosti kroglic, prav tako lahko spreminjamo kot izstrelitve. Ko se je po prvih preizkusih pokazala dobra ponovljivost strelav, smo pomislili, da bi dijake pritegnilo, če bi metalec uporabili za streljanje na koš. Da bi prišli do smiselne ocene, smo se odločili natančneje preučiti ponovljivost strelav ter ujemanje teoretičnih dometov pri vodoravnem in poševnem metu z izmerjenimi vrednostmi. Dijaki bi postavili koš na neko poljubno razdaljo od metalca in to razdaljo izmerili. Nato bi s pomočjo fizikalnih enačb določili hitrost in kot izstrelitve, pri katerih bi bila možnost zadetka velika. Ko bi z

metalцем dosegli pravo hitrost, bi ustrelili na koš. Cilj je, da bi (lahko) že s prvim strelom zadeli koš. Pred samim preizkušanjem se nam je porajalo nekaj vprašanj, ki jih lahko strnemo v tri hipoteze.

- 1) Zračni upor ni pomemben dejavnik pri dometu kroglic.
- 2) Pri dani hitrosti bo pri večjem od obeh mogočih kotov več zadetkov koša.
- 3) S povečevanjem razdalje se bo število zadetkov koša zmanjševalo.

V tem prispevku najprej z meritvami ocenimo natančnost dometa, kar je osnova za izdelavo koša. Nato z množico strelav na koš pri različnih parametrih, kot so razdalja do koša, hitrost in kot izstrelitve ter višinska razlika, preverjamo postavljene hipoteze. Na koncu pridobljeno znanje

in izkušnje uporabimo v novi situaciji in preverimo, ali izbrane nastavitve pripeljejo do takojšnjega zadetka.

## 2 Teoretični opis gibanja teles v homogenem gravitacijskem polju

Pri gibanju teles v homogenem gravitacijskem polju gre za gibanje teles pod vplivom teže in opravlja imamo s krivim gibanjem, ki ga obravnavamo ločeno v smeri  $x$  in  $y$ .

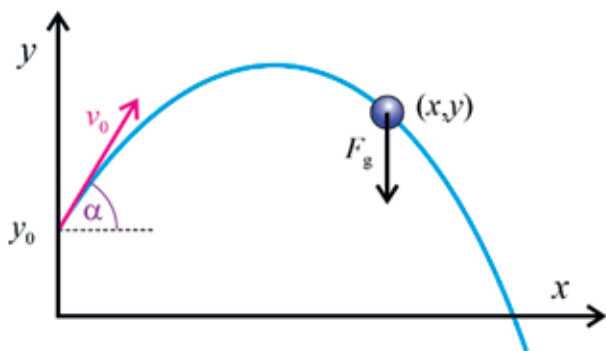
Telo vržemo z višine  $y_0$  s hitrostjo  $v_0$  pod kotom  $\alpha$  glede na vodoravno tla (Slika 1), in če lahko zanemarimo zračni upor, potem velja, da imamo v smeri osi  $x$  enakomerno gibanje, v smeri osi  $y$  pa enakomerno pojemajoče gibanje:

$$a_x = 0, \quad a_y = -g, \quad (1a, 1b)$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2a, 2b)$$

$$x = v_0 \cos \alpha t, \quad y = y_0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}, \quad (3a, 3b)$$

pri čemer je  $t$  čas leta telesa,  $g$  pa težni pospešek.



Slika 1: Tir telesa pri krivem gibanju pod vplivom teže.

### 2.1 Tir gibanja

Če iz enačbe 3a izrazimo čas in ga vstavimo v enačbo 3b, dobimo tir gibanja, ki je v tem primeru parabola (Slika 1):

$$y = y_0 + \tan(\alpha) x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 \quad (4).$$

### 2.2 Domet

Domet leta običajno določajo geometrijski pogoji, ko telo doseže določen cilj. V našem primeru je cilj definiran s koordinato  $y$  v prostoru. Na podlagi tega lahko iz enačbe 4 izrazimo  $x$  in s tem določimo domet. Kot primer omenimo vodoravni met in met na isto višino, pri čemer se enačba 4 poenostavi in lahko domet relativno enostavno izrazimo.

#### Vodoravni met

Telo vržemo z višine  $y_0$  v vodoravni smeri ( $\alpha = 0$ ). Pri tem nas zanima  $D = x$  telesa, ko ta doseže višino  $y = 0$ .

Enačba 4 se v tem primeru poenostavi:  $0 = y_0 - \frac{g}{2v_0^2} D^2$  in dobimo:

$$D = v_0 \sqrt{\frac{2y_0}{g}} \quad (5).$$

#### Poševni met na isto višino

Telo vržemo z višine  $y_0 = 0$  pod kotom  $\alpha$ . Pri tem nas zanima  $D = x$  telesa, ko ta doseže višino  $y = 0$ . Enačba 4 se v tem primeru poenostavi:  $0 = \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} D$ , in dobimo:

$$D = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \quad (6).$$

#### Met na koš

Če je cilj na višini  $y$ , začetni položaj pa na višini  $y_0$ , potem je višinska razlika  $h = y - y_0$ .

V tem primeru izrazimo  $x$  iz kvadratne enačbe 4 in upoštevamo pozitivno rešitev, ki nam da za domet:

$$D = \frac{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g} \cdot \left( \tan \alpha + \sqrt{\tan^2 \alpha - \left( \frac{2gh}{v_0^2 \cos^2 \alpha} \right)} \right) \quad (7).$$

Domet lahko sestavimo tudi iz enačb 5 in 6 tako, da vzamemo polovico dometa poševnega meta na isto višino, preostanek pa je vodoravni met z maksimalne višine tira  $h_0$  na višino cilja  $y$ , pri čemer velja:

$$h_0 = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} + y_0 \quad (8).$$

### 2.3 Izračun kota in začetne hitrosti izstrelitve

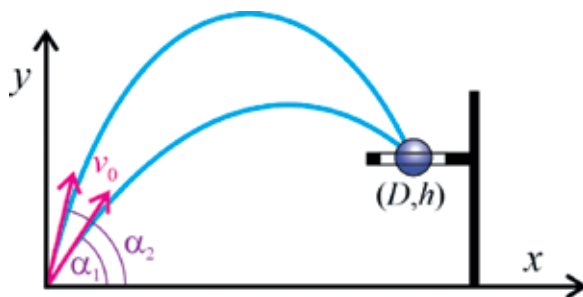
Koš je mogoče zadeti pri isti (dovolj veliki) hitrosti in dveh različnih tirih, ki se razlikujeta po višini leta (Slika 2).

Za izračun kotov uporabimo enačbo 7, v kateri nadomestimo  $\cos^2 \alpha = 1/(1 + \tan^2 \alpha)$ . Če enačbo preuredimo, dobimo kvadratno enačbo:

$$b^2 - \frac{2 \cdot v_0^2}{s \cdot g} \cdot b + \frac{2 \cdot h \cdot v_0^2}{s^2 \cdot g} + 1 = 0, \text{ kjer je } b = \tan(\alpha).$$

Iz enačbe izrazimo diskriminanto  $d = \left( \frac{2v_0^2}{s \cdot g} \right)^2 - \frac{8h \cdot v_0^2}{s^2 \cdot g} - 4$  in dobimo rešitvi:

$$b_1 = \frac{\frac{2 \cdot v_0^2}{s \cdot g} + \sqrt{d}}{2}, \quad \alpha_1 = \arctan(b_1) \text{ in } b_2 = \frac{\frac{2 \cdot v_0^2}{s \cdot g} - \sqrt{d}}{2}, \quad \alpha_2 = \arctan(b_2) \quad (9a, 9b).$$



Slika 2: Dva mogoča tira za zadetek koša.

Iz enačbe 7 lahko izrazimo tudi hitrost izstrelitve, ki jo potrebujemo, da zadene mo koš (Slika 2) pri danem kotu izstrelitve:

$$v_0 = \frac{D}{\cos \alpha} \cdot \sqrt{\frac{g}{2(D \tan \alpha - h)}} \quad (10).$$

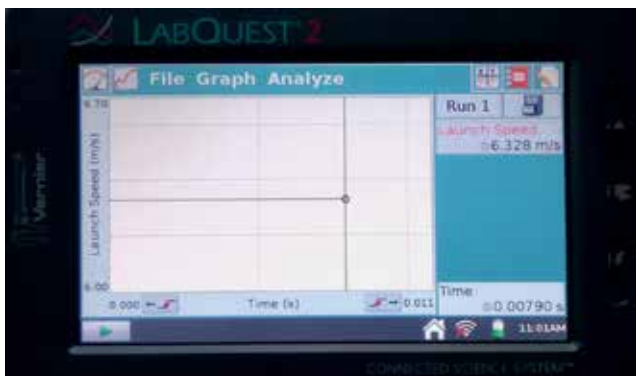
### 3 Karakteristike metalca in metode dela

#### 3.1 Karakteristike metalca

Metalec najprej dobro pritrdimo na podlago (tla ali mizo). V ta namen ima metalec spredaj in zadaj po eno kovinsko ploščico z luknjico, da lahko uporabimo vijake ali prižeme. Pred strelom kroglico vstavimo v ležišče in na ustrezen priključek privijemo ročno zračno tlačilko (skupaj v kompletu z napravo, Slika 3). Začnemo s tlačanjem zraka in poslušamo ventil na metalcu. Ko začne ventil puščati zrak, je dosežen ustrezen tlak. Na vmesniku LabQuest2 pritisnemo tipko START, na metalcu pa držimo tipko ARM in nato stisnemo še tipko LAUNCH (Slika 5). Kroglica se izstreli, na vmesniku LabQuest2 pa se izpiše hitrost. Če želimo ustreliti kroglico z večjo hitrostjo, zavrtimo vrtljivi srednji gumb RANGE na napravi v smeri urinih kazalcev (Slika 5). Omogočeno je tudi enostavno spreminjanje kota izstrelitve z natančnostjo približno pol stopinje. Dejanske meritve so pokazale, da gre hitrost kroglic do 7 m/s, skrajni domet pa je pri tej hitrosti skoraj 5 m.



Slika 3: Metalec s pripadajočo opremo, vir slike [2].



Slika 4: Vernierjev vmesnik LabQuest2 z zapisom hitrosti izstrelitve desno zgoraj (Launch Speed).

Metalec ima vgrajena fotovrata za natančno merjenje časa, ki so 50 mm od ležišča kroglice. Pri strelu se iz časa potovanja kroglice na tej razdalji izračuna hitrost, ki se izpiše na Vernierjevem vmesniku LabQuest2 (Slika 4) na tri decimalna mesta natančno. Vernierjeva fotovrata merijo čas na milijoninko sekunde natančno, tako da natančnost hitrosti določata natančnost izdelave izstrelitvene cevi in natančnost premera kroglice. Proizvajalec navaja premer kroglice na stotinko milimetra natančno, in če velja podobna natančnost še za izstrelitveno cev, potem so vse decimalke hitrosti upravičene.



Slika 5: Gumba za izstrelitev (Arm in Launch) in vrtljivi gumb (Range) za nastavljanje hitrosti, vir slike [2].

Proizvajalčevi tehnični podatki [2]:

Kot izstrelitve:	0–70°
Hitrost:	0–6 m/s
Višina središča kroglice v napravi:	146 mm
Domet:	2,5 m
Železna kroglica:	$m = 21,8 \text{ g}$ $d = 17,46 \text{ mm}$

#### 3.2 Merjenje dometa

Metalec kroglic smo pritrdili na šolsko mizo v učilnici. Pri streljanju vodoravno je tako kroglica 92,0 cm nad tlemi. Domet smo merili pri hitrostih med 4 m/s in 6,3 m/s. Pri določanju vodoravnice – kota 0° – smo si pomagali z vodno tehtnico na napravi, kote pa smo preverjali tudi s kotomerom na mobilnem telefonu (aplikacija Bubble Level). Pri vsaki hitrosti smo opravili serijo vsaj petih streljajev, na mesto trkov kroglic ob tla pa smo prilepili povoščen papir. Tako so kroglice pustile jasen odtis, kam so priletele. Na tla od metalca mimo povoščenega papirja smo potegnili merski trak (Slika 6) in po končanem streljanju napravili fotografijo odtisov krogel s pripadajočim odsekom metra. Pri vsakem strelu smo tudi zabeležili hitrost, ki jo je prikazal vmesnik LabQuest2.

Pri poševnem metu na isto višino smo isto višino dosegli z dolgo ravno desko na dviznih mizicah (Slika 7). Tudi v tem primeru smo si pri določanju dometa pomagali s fotografijami odtisov kroglic na povoščenem papirju in z merskim trakom. Domet smo merili pri hitrostih med 4 m/s in 6 m/s ter pri kotu 45°. Streljali smo v serijah po tri strele.



**Slika 6:** Postavitev pri meritvah dometa pri vodoravnem metu.



**Slika 7:** Postavitev pri poševnem metu na isto višino. Deska na dvignjenih mizicah je na enaki višini kot kroglica v metalcu.

## 4 Rezultati

Merili smo domet pri vodoravnem metu in poševnem metu na isto višino. Zanimalo nas je predvsem, v kolikšen krog padajo kroglice pri zaporednih streljih brez sprememb v nastavitvah ter kakšno je ujemanje izmerjenih in izračunanih dometov.

### 4.1 Vodoravni met

**Tabela 1:** Vodoravni met – rezultati meritev

Meritev	Povprečna hitrost (m/s)	Izmerjeni domet (cm)	Izračunani domet (cm)
1	4,024	173,2	174,3
2	5,075	219,8	219,8
3	5,957	258,9	258,0
4	6,320	274,0	273,7

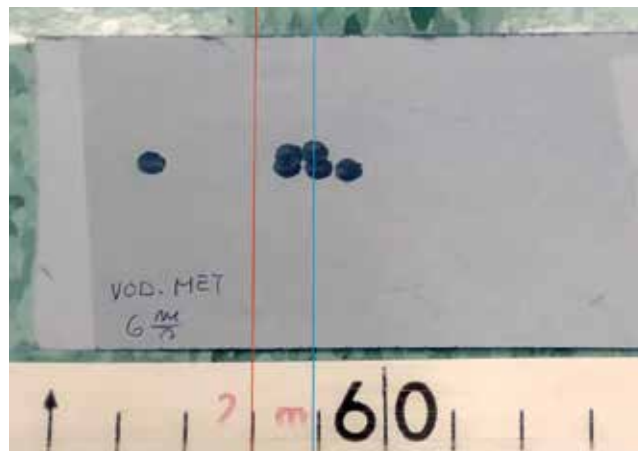
Pri vsaki hitrosti je bilo vsaj pet streljav,  $h = 92,0$  cm.

Zadnji stolpec v Tabeli 1 je izračunani domet po enačbi (5), če bi kroglica imela začetno hitrost enako povprečni hitrosti iz drugega stolpca. Kot primer je predstavljena meritev 3 iz Tabele 1. Izvedeno je bilo šest streljav z naslednjimi hitrostmi. Vse hitrosti so v metrih na sekundo.

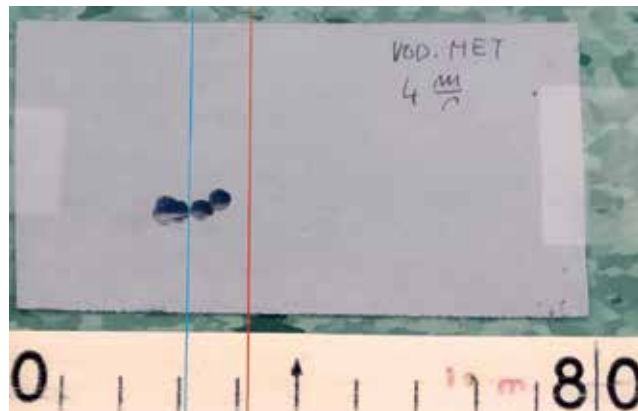
**Tabela 2:** Meritev 3 – posamezne hitrosti

$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	Povprečje (m/s)
5,974	5,965	5,955	5,955	5,904	5,945	5,957

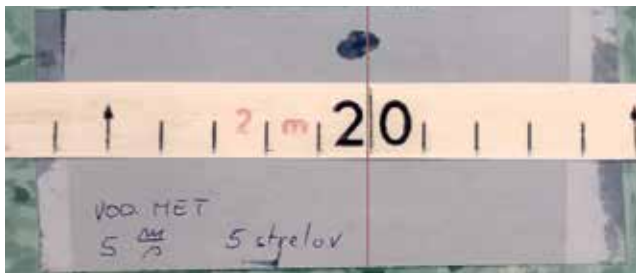
Na Sliki 8 je povečan papir z odtisi kroglic iz meritve 3. Vidimo, da je pet odtisov blizu skupaj, en odtis pa zaostaja za približno 3 cm. Ta odtis ustreza hitrosti  $v_5$ , ki je v Tabeli 2 obarvana rdeče. Ta hitrost se od povprečja razlikuje le za približno 0,05 m/s, a je to vseeno precej več od odstopanj preostalih petih hitrosti, zato v statistiki ta strel ni upoštevan. Praksa kaže, da se občasno zgodi kakšen strel, ko hitrost nekoliko bolj odstopa. A to je običajno posledica kakšne mehanske napake, kot je slab stik med tlačilko in metalcem. Ko to popravimo, se tudi hitrosti stabilizirajo. Pri več zaporednih streljih se tlačilka nekoliko segreje, kar najbrž vpliva na delovanje tlačnega ventila. Iz Tabele 2 je zaznati rahlo upadanje hitrosti, kar bi lahko bila posledica segrevanja. Sicer pa dobro velja povezava manjša hitrost – krajši domet, tudi če se hitrost zniža samo za nekaj tisočink metra na sekundo. Razlika v dometu pri največji hitrosti  $v_1$  in najmanjši hitrosti  $v_6$  iz Tabele 2 je teoretično 1,3 cm, kar dobro ustreza razdalji med prvim in zadnjim odtisom v gruči na Sliki 8. Na Slikah 8, 9 in 10 modra črta predstavlja povprečni izmerjeni domet, rdeča črta pa izračunani domet pri povprečni hitrosti.



**Slika 8:** Primer vodoravnega meta – meritev 3, razlika med črta je 0,9 cm.



**Slika 9:** Primer vodoravnega meta – meritev 1, razlika med črta je 1,1 cm.



**Slika 10:** Primer vodoravnega meta – meritev 2, črti se ujemata.

Vidimo, da odtisi kroglic predstavljajo zgoščene skupine premera manj kot 2 cm. Ujemanje med izmerjenim in izračunanim dometom je (presenetljivo) najmanjše pri hitrosti 4 m/s (meritev 1). Razlika 1,1 cm pri dometu 174,3 cm pomeni relativno odstopanje 0,63 %, pri vseh drugih meritvah pa je relativno odstopanje še vsaj dvakrat manjše.

#### 4.2 Poševni met na isto višino

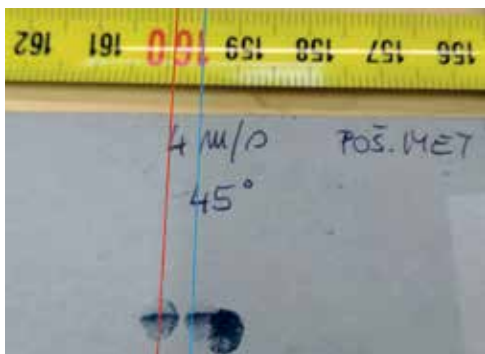
Primerjavo med izmerjenim dometom in dometom, izračunanim s povprečno hitrostjo strelcev pri kotu  $45^\circ$  po enačbi (6), podaja Tabela 3.

**Tabela 3:** Poševni met na isto višino, kot  $45^\circ$  – rezultati meritev

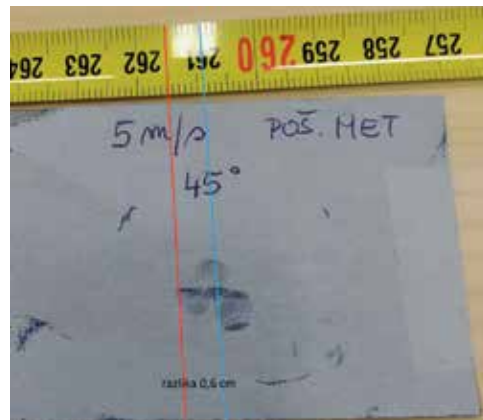
Meritev	Povprečna hitrost (m/s)	Izmerjeni domet (cm)	Izračunani domet (cm)
1	3,961	159,5	159,9
2	5,065	260,9	261,5
3	6,031	370,7	370,8

Pri vsaki hitrosti so bili trije streli.

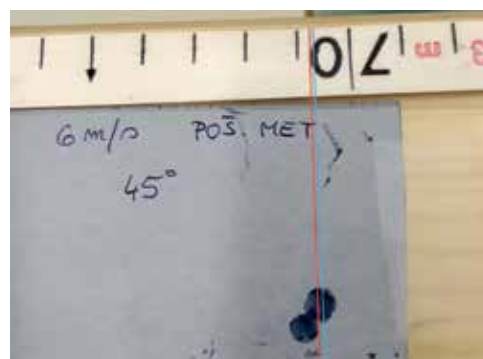
Iz Tabele 3 in Slik 11, 12 in 13, ki predstavljajo dome-te strelcev iz posameznih meritev, razberemo zelo dobro ujemanje izmerjenih vrednosti z izračunanimi. Celo pri dometu 3,7 metra je ujemanje skoraj popolno, raztros pa majhen (Slika 13). Tudi na Slikah 11 do 13 modra črta predstavlja povprečni izmerjeni domet, rdeča črta pa izračunani domet.



**Slika 11:** Poševni met, kot  $45^\circ$  – meritev 1, razlika med črtama je 0,4 cm.



**Slika 12:** Poševni met, kot  $45^\circ$  – meritev 2, razlika med črtama je 0,6 cm.



**Slika 13:** Poševni met, kot  $45^\circ$  – meritev 3, razlika med črtama je 0,1 cm.

#### 4.3 Izdelava koša

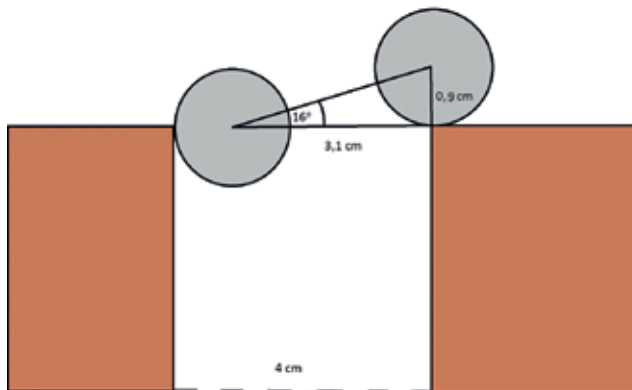
Najprej se je bilo treba odločiti, kolikšna bosta višina koša in premer obroča oz. odprtine. Višina ni tako pomembna, saj lahko s samo postavitvijo metalca in koša na različnih ravneh nastavljamo višino. Odločili smo se za 50 cm visoko leseno konstrukcijo, na vrhu katere je ploščica z izrezano okroglo odprtino na sredini. Koš ni podoben košarkarskemu, je pa izdelava enostavnejša, koš stabilnejši in lažje se opazi, ali je prišlo do zadetka (Slika 15). Na oceno premera odprtine pa vpliva več dejavnikov. Dosedanje meritve so pokazale, da kroglice pri izbrani nastavitvi gumba RANGE, ki določa tlak in s tem hitrost, padajo v krog premera približno 2 cm. Ker mora kroglica pasti skozi odprtino, je treba prišteti še premer kroglice 1,8 cm. Kroglice pa ne padajo navpično, ampak pod kotom (Slika 16). Da kroglica polmera 0,9 cm sploh lahko pade v luknjo premera 4 cm, mora prileteti vsaj pod kotom  $16^\circ$ . Da lahko praktično upamo na zadetek, pa mora biti ta kot precej večji ali pa je treba povečati premer odprtine. Ker je teoretično težko priti do realne ocene, je padla odločitev, da izdelamo najprej vrhno ploščico z odprtino premera 4 cm in z njo začnemo meritve (Slika 14). Če bo v praksi skoraj nemogoče zadeti koš, lahko nato povečamo premer luknjice. Koš je tudi tako konstruiran, da se ploščice lahko menjujejo.



Slika 14: Primerjava velikosti luknjice in kroglice.



Slika 15: Koš z luknjico premera 4 cm.



Slika 16: Minimalni kot za zadetek; kroglica se mora spustiti vsaj za polmer v luknjico.

#### 4.4 Streljanje na koš

Na koš želimo streljati z različnih oddaljenosti, pri posamezni oddaljenosti je mogoče doseči zadetek z različnimi hitrostmi, pri ustreznih hitrostih pa je mogoče doseči koš pri dveh različnih kotih. S pomočjo preprostega računalniškega programa za izračunavanje po enačbah 7 in 9a ter 9b (lahko bi uporabili tudi kar Excel) smo si pripravili program streljanja, ki ga prikazuje Tabela 4. Višinsko razliko med košem in kroglico smo postavili na 0,3 m. Rezultati računalniškega programa so pokazali, da se z večanjem višinske razlike hitro oži interval hitrosti, ki omogočajo zadetek pri dveh različnih kotih. Pri manjšem od obeh kotov se najprej izgubi teoretična možnost za zadetek koša.

**Tabela 4:** Teoretično določeni koti pri različnih postavitvah koša in različnih hitrostih izstrelitve. Meritev 7 predstavlja največjo mogočo oddaljenost koša pri dani hitrosti, zato je rešitev za kot samo ena.

Meritev	Razdalja (m)	Hitrost (m/s)	Kot 1	Kot 2
1	1,0	4,0	39°	68°
2	1,5	4,5	38,5°	63°
3	2,0	5,0	38°	60,5°
4	2,0	4,8	46°	53°
5	2,5	5,3	44°	53°
6	3,0	5,8	41°	54,5°
7	3,35	6,0	48°	/

Dosedanje izkušnje so nas naučile, da z metalcem ne moremo ponavljati strelov z izbrano hitrostjo recimo 4,000 m/s. Lahko pa dosežemo, da bo povprečna hitrost strelov zelo blizu izbrani hitrosti. Zaradi lažje obravnave smo za strele izbirali bolj »okrogle« vrednosti hitrosti, ki so v Tabeli 4 podane z zapisom na eno decimalko, vse nadaljnje decimalke pa so nič. Izmerjene hitrosti pa so vedno zapisane na tri decimalna mesta natančno. Streljanje je dalo naslednje rezultate. Pri vseh kotih, manjših od 44°, do zadetka koša ni prišlo, čeprav smo strele ponavljali toliko časa, dokler kroglica ni vsaj na videz optimalno priletela na luknjico. Kroglica je na koš priletela pod premajhnim kotom, da bi lahko padla skozi luknjico. Kot 44° pri meritvi 5 je najmanjši kot, kjer je prišlo do zadetka koša. To se je zgodilo, če je bila izmerjena hitrost med 5,290 m/s in 5,307 m/s. Hitrostni interval je širok samo 0,017 m/s, vseeno pa nam je uspelo zadeti koš šestkrat zapored. Rezultati streljanja na koš, zbrani v Tabeli 5, nakazujejo, da manjši kot je kot, ožji je hitrostni interval za zadetek.

**Tabela 5:** Meritve intervala začetne hitrosti pri zadetku na koš v odvisnosti od kota izstrelitve

Meritev po Tabeli 4	Kot (°)	Hitrostni interval za zadetek (m/s)	Velikost intervala (m/s)
5	44	5,290–5,307	0,017
4	46	4,795–4,800	0,005
7	48	6,017–6,030	0,013
4	53	4,797–4,814	0,017
5	53	5,300–5,320	0,020
6	54,5	5,800–5,825	0,025
3	60,5	5,019–5,042	0,023
2	63	4,526–4,552	0,028
1	68	4,039–4,069	0,030

Rezultati v Tabeli 5 temeljijo na vsaj desetih streljih pri posamezni meritvi, tako zadetih kot zgrešenih. Mejo intervala smo določili tako, da smo vzeli največjo in najmanjšo hitrost, ki je pripeljala do zadetka. Pri iskanju mej smo tudi spreminjali nastavev gumba RANGE na metalcu, a ker zelo fina nastavev hitrosti ni mogoča, so lahko mejne vrednosti tudi drugačne od navedenih. Napako meje intervala lahko ocenimo na 0,005 m/s za vse meritve v Tabeli 5. Za toliko so se v povprečju razlikovale hitrosti, najbližje mejnim vrednostim, kjer do zadetka ni prišlo.

Pri manjših kotih dobro velja, da izračunane vrednosti pripeljejo do zadetka. Pri večjih kotih, meja je po Tabeli 5 pri 53°, je za zadetek treba povečati hitrost za nekaj stotink m/s, prav tako pa tudi pri meritvi 7, ko je kot sicer 48°, a imamo strele na največji razdalji z največjo hitrostjo. Ta meritev je še posebej zanimiva, saj smo zadeli kar devet streljev zapored, preden je hitrost padla izven intervala za zadetek. Glavni razlog za neuspešne strele je nihanje hitrosti in posledično razlike v dometu, odstopanja v smeri pa so zelo majhna, skoraj zanemarljiva. Če smo že zgrešili smer, je bila to večinoma posledica premika metalca, ko se pri streljih pritiska na gumba ARM in LAUNCH.

Cilj je določiti takšne vrednosti količin, da bi imeli veliko možnosti zadeti koš »iz prve«. Zato je bolje streljati na koš pri večjih kotih, recimo okoli 60°, ker je mogoč zadetek pri večjem razponu hitrosti, iz meritev pa je razvidno, da mora biti hitrost pri takšnih kotih nekoliko večja od teoretične vrednosti. Da bi prišli do boljše ocene tega povečanja hitrosti, smo pri vseh testnih razdaljah od enega do treh metrov izvedli streljanje pri kotu 60° in beležili hitrosti zadetkov. Rezultati izmerjene povprečne hitrosti v Tabeli 6 temeljijo na šestih zadetih streljih pri posamezni razdalji in podanem kotu izstrelitve. Teoretične hitrosti izstrelitve smo izračunali iz enačbe 10, ob upoštevanju, da je  $h = 0,3$  m.

**Tabela 6:** Primerjava teoretičnih in izmerjenih hitrosti pri zadetku na koš za podani kot izstrelitve

Razdalja (m)	Kot (°)	Hitrost – teoretično (m/s)	Povprečna hitrost zadetkov (m/s)
1	60	3,70	3,695
1,5	59,5	4,40	4,390
2	60,5	5,00	5,033
2,5	59,5	5,50	5,545
3	60	6,00	6,060

Po Tabeli 6 je ujemanje dobro do hitrosti 4,4 m/s, potem pa približno velja:

- hitrosti med 4,5 in 5,0 m/s prištejemo 0,025 m/s,
- hitrosti med 5,0 in 5,5 m/s prištejemo 0,040 m/s,
- hitrosti med 5,5 in 6,0 m/s prištejemo 0,055 m/s.

Hitrost na metalcu lahko nastavimo z nekaj prakse na 0,010 m/s natančno, same hitrosti pa potem pri zaporednih streljih nihajo po intervalu širine približno 0,020 m/s, občasno tudi kakšen strel več. Razdalja je izmerjena na 2 mm, višinska razlika pa na 1 mm natančno. Zelo se pozna natančnost kota, s pomočjo mobilnega telefona dosežemo natančnost približno 0,2°, svoje pa prispevajo tudi napake pri računanju in zaokrožanju rezultatov. Za serijo uspešnih streljev je zato potrebne tudi nekaj sreče z nastavitvami, vsaj pri luknjici premera samo 4 cm.

#### 4.5 Končni preizkus

Vse pridobljeno znanje, izkušnje in zanesljivost metalca kroglic smo preizkusili na naslednji način. Koš smo postavili na poljubno razdaljo, izbirali smo na intervalu od 1 m do 3,35 m od metalca. V dveh primerih smo obdržali višinsko razliko 0,3 m, v enem primeru pa smo tudi to spremenili. Razdaljo smo izmerili in nato izračunali hitrost, ki omogoča zadetek koša pri kotu 60°. Tej hitrosti smo prišteli še dodatek zaradi strela pod velikim kotom. Nato smo z nekaj strelji (običajno je potrebnih pet ali šest streljev) dosegli zeleno hitrost in poravnali smer. Potem smo želeli izvesti deset streljev brez kakršnih koli popravkov in beležiti uspešnost. Vendar pa je bilo v dveh primerih očitno, da pri izbranih nastavitvah do zadetkov ne bo prišlo. Glavni razlog za to vidimo v nenatančnosti nastavitve kota. Ker nima smisla streljati mimo koša, smo naredili še zadnji popravek hitrosti (povečanje za približno 0,020 m/s) in potem izvedli deset testnih streljev. Rezultati preizkusov so v Tabeli 7.



**Tabela 7:** Uspešnost serije desetih strel, koš z odprtino premera 4 cm, kot streljanja 60°

Razdalja (m)	Višinska razlika (cm)	Izračunana hitrost (m/s)	Povprečna hitrost strel (m/s)	Strel	Uspešnost
1,83	30	4,775	4,780	○○○○○○○○X○○	9/10
2,10	36,4	5,140	5,155*	○○○○X○○○○	8/10
2,75	30	5,755	5,780*	○X○X○○○○○○	8/10

Zvezdica (\*) pomeni popravek hitrosti nad izračunano vrednost, da je bil dosežen zadetek.

## 5 Razprava

Koš z luknjico premera 4 cm se je izkazal za dobro izbiro. Dosegli smo veliko zadetkov, po drugi strani pa je bilo tudi veliko zgrešenih strel, ki so pokazali meje natančnosti.

V prvi hipotezi smo predpostavili, da zračni upor ni pomemben dejavnik pri streljanju kroglic. Vpliv upora zraka na izstreljeno telo je tem večji, čim večja je hitrost in čim daljša je pot telesa, posledica pa je krajši doomet. Meritve so pokazale, da pri hitrostih nad 4,5 m/s in kotu 60° doomet začne padati, kar je v skladu z učinkom zračnega upora. A kroglico smo izstrelili tudi s hitrostjo 6 m/s pod kotom 45° kar 3,7 m daleč. Izmerjeni doomet se je kljub veliki hitrosti in dolgi poti kroglice popolnoma ujel s teoretično določeno vrednostjo. Enako je bilo pri vodoravnem metu, kjer smo streljali z največjo hitrostjo 6,3 m/s. Učinka zračnega upora vse meritve torej ne podpirajo. Ali je krajši doomet pri velikih kotih posledica katerega drugega dejavnika?

V drugi hipotezi smo predpostavili, da bo pri večjem od obeh kotov več zadetkov. To se je potrdilo tako v teoriji kot praksi. Pri kotih pod 44° sploh nismo dosegli zadetka koša. Sicer pa se je potrdilo, da je pri večjem kotu večji interval hitrosti za zadetek. Ker hitrost strel niha, se s tem izboljšajo možnosti za zadetek.

V tretji hipotezi smo predpostavili, da se bo z razdaljo število zadetkov zmanjševalo. Čeprav smo pričakovali, da bomo to hipotezo zlahka potrdili, rezultati kažejo nasprotno. Število zadetkov koša na testnih razdaljah med 1 m in 3,35 m ni odvisno od razdalje. Pri razdalji 3,35 m do koša smo dosegli devet zaporednih zadetkov, kar ni uspelo pri večini krajših razdalj, hipotezi pa nasprotujejo tudi rezultati končnega preizkusa v Tabeli 7. K neodvisnosti števila zadetkov od razdalje verjetno močno pripomore zelo dobro držanje smeri strel.

Da bi popolnoma izpolnili svoj cilj – na metalcu nastavili ustrezno hitrost in kot, ustrelili in zadeli – pa je malo manjkalo. Prišli smo zelo blizu, v končnem preizkusu je uspelo enkrat, dvakrat pa je bil potreben še minimalen popravek hitrosti. Metalec kroglic enostavno ne omogoča dovolj natančne nastavitve kota in hitrosti za zadetek luknjice premera 4 cm samo iz teoretično določenih vrednosti.

Zato smo vrhno ploščico z odprtino 4 cm (2,3-kratni premer kroglice) zamenjali s ploščico z odprtino 5,3 cm (trikratni premer kroglice) in ponovili drugo streljanje v Tabeli 7 (razdalja 2,1 m in višinska razlika 0,364 m). Razdalja in kot sta bila na novo izmerjena in nastavljena (vmes so bila streljanja z drugimi nastavitvami). Tokrat je kroglica pri priporočeni hitrosti 5,140 m/s gladko zadela in tako je bilo s celo serijo desetih strel, uspešnost 10/10. Hitrostni interval se je zaradi večje luknje razširil vsaj na 0,040 m/s (med 5,110 m/s in 5,150 m/s), očitno pa nam je tokrat tudi bolj uspela nastavitve kota. Hoteli smo preizkusiti še skrajne meje, zato smo koš postavili na razdaljo 3,6 m pri višinski razliki 0,364 m. S pomočjo računalniškega programa smo izbrali hitrost 6,4 m/s in kot 56°. V tem območju nismo določali povečanja hitrosti, zato smo šli s hitrostjo od 6,400 m/s počasi navzgor. Ko smo dosegli hitrostni interval 6,430–6,440 m/s, smo dosegli uspešnost zadetkov 10/10 (Slika 17). Opazili smo, da je pri večjih tlakih v sistemu hitrost stabilnejša, nihanja so manjša, zato se verjetnost za zadetek z razdaljo ne zmanjšuje.

Hitrost kroglice je zagotovo odvisna od temperature pnevmatskega sistema (metalec in tlačilka). Po seriji strel, ko se tlačilka nekoliko segreje (občutimo na dotik), hitrost nekoliko pade. Ko po kakšni uri prekinitev nadaljujemo streljanje z nespremenjenimi nastavitvami, je hitrost za 0,020–0,030 m/s višja. Potrebni je približno deset zaporednih strel, da pride sistem na delovno temperaturo, občasno pa tudi to ni dovolj in je treba posredovati z vrtenjem gumba RANGE.



**Slika 17:** Tir kroglice pri zadetku koša na razdalji 3,6 m, višina 36,4 cm, hitrost 6,4 m/s, kot 56°. Dolžina mize je 1,2 m za lažjo oceno razdalje. Videoposnetek z 240 slikami na sekundo je bil obdelan v programu LoggerPro. Točke si sledijo v časovnih razmikih 1/40 sekunde.

## 6 Zaključek

Mislimo, da smo z množico strel, meritvami dometov in štejem zadetkov koša dobro preučili prednosti in slabosti Vernierjevega metalca kovinskih kroglic. Med slabosti lahko štejemo nihanje hitrosti strel, odvisnost hitrosti od temperature, premalo natančno nastavitev kota. Dobro pa je to, da so nihanja hitrosti tako majhna, da segajo razlike v dometu do 2 cm. Metalec zelo dobro drži smer strel, odstopanje levo – desno je manj kot 1 cm tudi pri razdaljah več kot 3 m. Nastavitev kota pa lahko izboljšamo z uporabo mobilnega telefona in ustrezne aplikacije. Streljali smo pri večjih hitrostih in precej večjih razdaljah, kot jih priporoča proizvajalec. Tudi v tem primeru se je metalec dobro obnesel, hitrost je celo stabilnejša pri hitrostih nad 6 m/s, zato se število zadetkov koša z razdaljo ne zmanjšuje. Koš z odprtino premera 4 cm se je izkazal za nekoliko premajhnega, da bi lahko računali na zanesljiv zadetek samo iz teoretičnih napovedi. Nenatančnost hitrosti in kota je prevelika. S košem z odprtino premera 5,3 cm, kar je trikratni premer kroglice, pa smo izpolnili tudi ta cilj. Edino vprašanje, na katero meritve niso dale jasnega odgovora, je vpliv zračnega upora na domet kroglice. Zakaj se domet pri izbrani hitrosti pri kotu  $45^\circ$  popolnoma sklada s teoretično vrednostjo, pri kotu  $60^\circ$  pa ne? Tako hitrost kot dolžina tira sta v obeh primerih zelo podobna. Ker pa smo morali pri streljih na koš na razdaljah nad 2 m povečati hitrost za zadetek nad teoretično določeno vrednost, se

bolj nagibamo k ugotovitvi, da je zračni upor pomemben dejavnik, ki vpliva na doseg kroglice.

Za konec lahko poskusimo še s primerjavo metov na koš pri košarki in svojih strel na koš. Košarkarska žoga ima premer 25 cm, obroč je na višini 305 cm in ima premer 45 cm. Če vzamemo za enoto dolžine premer žoge oziroma kroglice, ugotovimo naslednje. Met za tri točke se izvaja z razdalje dobrih 7 m ali cca. 30 žog. 30 kroglic v nizu pomeni razdaljo 52 cm. Strel na koš na razdalji 2,5 m pomeni podobno kot met na koš z razdalje 35 m, kar pomeni met čez celo košarkarsko igrišče, strel na koš na razdalji 3,6 m pa kot met na koš z razdalje 50 m. Odrasel človek meče žogo na koš z višine približno 2 m, tako da je višina do koša 1 m ali štiri žoge. 30 cm višinske razlike pri strelu kroglice na koš pomeni 16 kroglic. Lahko si predstavljamo, kot da je koš na višini 6 m oziroma 4 m nad višino izmeta žoge. Če bi obroč koša povečali s 45 cm na 75 cm (na trikratni premer košarkarske žoge) in obroč hkrati dvignili na 6 m, bi pri metih čez celo igrišče videli zgolj nekaj naključnih zadetkov. Z metalcem pa lahko dosežemo zadetke v serijah.

Vse meritve, predstavljene v tem članku, so vzete iz raziskovalne naloge z naslovom *Strel na koš* [1], ki je bila izdelana v okviru gibanja Mladi raziskovalci (ZOTKS) v šolskem letu 2019/20.

Na podlagi izkušenj, ki smo jih pridobili z metalcem kroglic in s strelji na koš, smo oblikovali naslednja navodila, ki so na strani 32, za eksperimentalno delo dijakov maturantov.

### Vira

[1] Jevšenak, P. (2020). Strel na koš, raziskovalna naloga. OŠ Mihe Pintarja Toleda Velenje.

[2] Spletna stran Vernier. <https://www.vernier.com/product/vernier-projectile-launcher> (19. 1. 2020).

## Poševni met

**Naloga: Teoretična in praktična obravnava poševnega meta s pomočjo Vernierjevega metalca kovinskih kroglic**

### Pripomočki:

- metalec kroglic s pripadajočo opremo,
- vmesnik LabQuest,
- meter,
- koš,
- deska,
- dvižne mizice

### 1. naloga: Preverite natančnost metalca pri kotu $45^\circ$

Učitelj ali laborant vas seznanijo z upravljanjem metalca in uporabo pripadajoče opreme. Gumb RANGE zavrtite v tak položaj, da bo hitrost kroglic med 4,0 m/s in 6,0 m/s, kot izstrelitve pa  $45^\circ$ . Z desko na dvižnih mizicah lahko dosežete, da bo kroglica pristala na isti višini, kot jo metalec izstrelil. Izmerite doomet šestih strel, pri vsakem strelu zapišite hitrost z vmesnika LabQuest. Preverite ujemanje izračunanih dometov z izmerjenimi in zapišite relativno napako izmerjenih dometov.

### 2. naloga: Preverite ujemanje dometov pri kotih $30^\circ$ in $60^\circ$

Pri nespremenjeni hitrosti naredite serijo treh strel pri vsakem od obeh kotov, merite hitrost in doomet. Izračunajte odstopanje povprečnih dometov pri enem in drugem kotu od izračunane vrednosti in (morebitno) razliko v dometu pri obeh kotih.

### 3. naloga: Kam je treba postaviti koš za zadetek?

Kot strela nastavite na  $50^\circ$ , hitrost ostane nespremenjena. Izračunajte in nato preverite v praksi, na katero vodoravno razdaljo od metalca je treba postaviti koš, da ga izstreljena kroglica zadene. Bodite pozorni na višinsko razliko med kroglico in košem. Komentirajte svojo (ne)uspešnost pri zadevanju koša.

### 4. naloga: Pri novi razdalji do koša izračunajte oba kota izstrelitve, ki lahko privedeta do zadetka koša, in ju preverite v praksi

Koš nekoliko približajte metalcu (priporočljivo za 20 cm do 40 cm). Pri znani vodoravni razdalji (izmerite), hitrosti (nespremenjena) in višinski razliki izračunajte oba kota za zadetek koša. Dobljeni vrednosti preizkusite v praksi in komentirajte uspešnost.

### 5. naloga: Ocenite, koliko energije izgubi kroglica zaradi zračnega upora

Za gibanje kroglice skozi zrak velja kvadratni zakon upora. Ocenite povprečno hitrost kroglice pri strelu z največjim dometom (povprečje po celotnem tiru) in izračunajte silo upora. Ocenite tudi dolžino poti kroglice po zraku in izračunajte delo sile upora. To delo primerjajte s celotno energijo kroglice.