

Naslov članka/Article:

ZAČETNO POUČEVANJE KVANTNE MEHANIKE V SREDNJI ŠOLI – OSNOVE

Initial Teaching of Quantum Mechanics in Secondary School – basics

Avtor/Author:

Dr. Sergej Faletič, dr. Tomaž Kranjc

CC licenca



Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav



Fizika v šoli št. 1/2021, letnik 26

ISSN 1318-6388

Izdal in založil: Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Kraj in leto izdaje: Ljubljana, 2021

Spletna stran revije:

<https://www.zrss.si/strokovne-revije/fizika-v-soli/>

Začetno poučevanje kvantne mehanike v srednji šoli – osnove

Dr. Sergej Faletič¹, dr. Tomaž Kranjc²

¹ Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko

² Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

Izvleček

V tem članku bomo opisali pristop k poučevanju kvantne mehanike v srednji šoli, ki poveže pristop z dvonivojskim sistemom in pristop z valovnim opisom. Razvili smo simulacijo delca v dvojni potencialni jami, ki smo jo postopoma nadgrajevali na osnovi pridobljenih izkušenj pri poučevanju. Vključili smo funkcije, ki so potrebne, da lahko dijaki s simulacijo aktivno odkrivajo pravila kvantnega sveta. Vsako leto spremljamo usvojeno znanje dijakov s formativnimi vprašanji ter s predtesti in potesti. Vsebina celotnega tečaja je obsežna, zato se bomo v tem članku osredotočili zgolj na najosnovnejše koncepte. Predstavili bomo, kako uporabljamo simulacijo dvojne potencialne jame za uvajanje osnovnih pojmov kvantne mehanike na aktiven način in kako uspešni so dijaki pri delno vodenem odkrivanju teh pojmov.

Ključne besede: kvantna mehanika, srednja šola, aktivno učenje, ISLE (Investigative Science Learning Environment, okolje za raziskovalno učenje naravoslovja), simulacije

Initial Teaching of Quantum Mechanics in Secondary School – basics

Abstract

The article describes a quantum mechanics teaching approach in secondary school which links the two-level system with the wave function description. We developed a double-well potential simulation for a particle, which was gradually upgraded based on the teaching experience. We included the functions necessary for students to actively discover the laws of quantum mechanics through simulation. Every year, student knowledge is assessed with formative questions as well as with before-and-after tests. Due to the extensiveness of the course content, this article focuses only on the most basic concepts. It presents how the double-well potential simulation is used to introduce the basic quantum mechanics principles in an active way and how successful students are in their partially guided discovery of these principles.

Keywords: quantum mechanics, high school, active learning, ISLE (Investigative Science Learning Environment), simulations

1 Uvod

Že dolgo se zastavlja vprašanje poučevanja »moderne« fizike v srednji ali celo osnovni šoli. Pri tem pod pojmom »moderna« fizika razumemo predvsem relativnostno teorijo in teorije, ki opisujejo atomski svet, tj. predvsem kvantno mehaniko. Izraz »moderna« fizika je seveda vse bolj zastarel, saj je »moderna fizika« nastajala že na začetku prejšnjega stoletja in šteje že več kot sto let.

Po eni strani bi radi učencem/dijakom v šoli čim prej posredovali nova naravoslovna spoznanja in jih s tem usposabljali za boljše razumevanje tako naravnih pojavov kakor tudi tehnoloških dosežkov. Po drugi strani je snov,

ki jo zajema »moderna« fizika, pojmovno zahtevna, saj tako relativnostna teorija kakor tudi kvantna mehanika opisujeta pojave, s katerimi nimamo neposrednih izkušenj in si jih zato ne znamo »nazorno« predstavljati in razumeti njihovega poteka. V pouk so (bile) zato večinoma vključene le tiste teme, ki jih je mogoče razumeti in razložiti (bolj ali manj) klasično.

Nekateri učbeniki fizike za srednje šole že vključujejo »pravo« kvantno mehaniko (v smislu, da uvajajo prave kvantnomehanske pojme in principe in ne le klasičnih analogij), na primer [1]. Vendar kvantna mehanika (in relativnost) nista del šolskega kurikula. Kljub temu po-

staja poučevanje kvantne mehanike v srednji šoli pomembna tema [2–5].

V tem prispevku bi radi predstavili poskus začetnega pouka kvantne mehanike v srednji šoli, pri katerem uvedemo »prave« osnovne kvantnomehanske pojme, kot so »kvantnomehansko stanje«, superpozicija, naključnost, kasneje še kolaps, nedoločenost in valovna funkcija. Trudimo se, da bi dijaki za te pojme dobili potrebno znanje pa tudi občutek.

Dandanašnji si je težko predstavljati fiziko brez kvantne mehanike. Kakor je napisal K. Huang v svojem znanem učbeniku o statistični mehaniki: »Vsi sistemi v naravi ubogajo kvantno mehaniko« [6]. Hkrati pa je eden najvidnejših »kvantnih mehanikov« Richard P. Feynman zapisal: »Mislim, da lahko mirno rečem, da nihče ne razume kvantne mehanike« [7]. Malo blažjo izjavo je dal N. Bohr: »Če koga kvantna mehanika ni pretresla, je še ne razume« [8]. »Uporabnejši« je M. Gell-Mann, ki je rekel: »Kvantna mehanika, ta skrivnostna znanost, ki človeka vedno znova zmede in je nihče v resnici ne razume, kljub temu pa jo znamo uporabljati v praktičnih primerih« [9].

Posebej naštejmo »glavne zadrege« pojmovnega sveta kvantne mehanike, ki jih je treba pri (uspešnem) pouku postopoma razjasniti: valovno-delčna dvojnost, kolaps valovne funkcije, nelokalnost (paradoks EPR) in jasna predstava o tem, kaj je realnost kvantnih sistemov.

Zaradi omejenega matematičnega znanja povprečnih srednješolcev mora biti srednješolski pristop bolj usmerjen k razumevanju konceptov. Pristop z dvonivojskim sistemom smo predlagali zaradi njegove preprostosti in nazornosti [2]. Obstaja več različnih dvonivojskih pristopov, uporabili smo pristop z enodimenzionalno dvojno potencialno jamo (slika 1): delec je lahko v levi ali v desni potencialni jami – stanji lege levo in desno sta en bazni par. Uvedemo še drugi bazni par: stanji energije E1 in E2. Pristop z dvojno jamo, ki se zdi zelo nazoren, pa je primeren za vpeljavo časovnega razvoja stanja.

Druga skupina pristopov, ki jih najdemo v literaturi, se začneja z različnimi oblikami seštevanja amplitud (funkcionalna integracija /»path integrals« [4], valovna funkcija/). Ti gradijo na izkušnjah, ki jih imajo dijaki z valovi, in so v konstruktivističnem smislu zato morda dijakom bližji. Ker nujno vsebujejo časovno odvisnost, so primerni za vpeljavo časovnega razvoja stanj. Vendar pa niso zelo prikladni za vpeljavo stanj, ker je na razpolago neskončna množica stanj.

V pristopu, ki ga bomo predstavili v pričujočem članku, smo združili pristop z dvema stanjema s pristopom z valovno funkcijo, pri čemer smo uporabljali simulacijo, ki omogoča aktivno raziskovanje dijakov [5]. Razvili smo simulacijo delca v dvojni potencialni jami z več nastavljivimi parametri in jo sproti dopolnjevali med poukom v razredu.

Za aktivno vključevanje dijakov smo izbrali okvir ISLE (Investigative Science Learning Environment, okolje za raziskovalno učenje naravoslovja) [10], ki je zasnovano tako, da lahko dijaki gradijo znanje na epistemološko avtentičen način. Pri uporabi ISLE se trudimo slediti korakom, ki jih raziskovalci uporabljajo pri svojem raziskovanju. Dijaki opazujejo pojav, opazijo vzorce in predlagajo razlage (modele) za opažene pojave in vzorce. Nato s testnimi poskusi preverjajo modele, ki so jih predlagali, in sodijo o njihovi veljavnosti. V tem članku predstavljamo predvsem opazovalne poskuse, ki so namenjeni temu, da dijaki zgradijo model (pravila) kvantnega sveta. Vpeljavo in obravnavo kvantnomehanske valovne funkcije nameravamo obravnavati v enem od prihodnjih člankov.

2 Okolje izvedbe pristopa

Pristop preizkušamo v razredu v srednji šoli od leta 2017. Pouk je izbirni in je del skupine naravoslovno usmerjenih predmetov. Dijake, ki izberejo ta predmet, tipično zanima fizika ali kemija ali biologija oziroma jih na splošno bolj zanima naravoslovje kakor jeziki ali družboslovni predmeti. Navadno je vsako leto okoli 30 takih dijakov. Število ur, ki so na razpolago za tečaj, se od leta do leta spreminja, ker je začetek tečaja odvisen od razpoložljivosti izvajalca. Celoten tečaj, ki zajema veliko več tem, kot jih je navedenih tukaj, traja od 20 do 25 ur. Aktivnosti, ki jih opisujemo v tem članku, pa obsegajo največ pet ur. Pouk vodi eden od avtorjev (SF). Dijaki pri urah večinoma delajo v parih ali v manjših skupinah. Vsako leto smo pri dijakih tudi preverjali usvojeno znanje.

Tečaj smo dodatno testirali na treh skupinah motiviranih dijakov: ena skupina je obiskovala poletno šolo za dijake v Ljubljani (17 dijakov, tri ure), druga skupina je obiskovala poletno šolo za dijake v Vidmu (Udine, Italija) (30 dijakov, tri ure), tretja pa je obiskovala seminar za zainteresirane dijake na Jesenicah (30 dijakov, tri ure). Podatki, ki smo jih zbrali o vseh treh skupinah, so pretežno opazovalne narave.

3 Poskusi z dvojno potencialno jamo

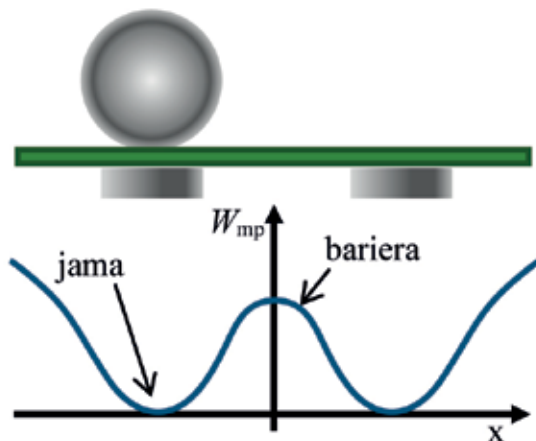
3.1 Kaj je dvojna potencialna jama

V prispevku bomo kot sistem za uvajanje kvantnomehanskih zakonitosti uporabili t. i. dvonivojski sistem oz. delec v enodimenzionalni dvojni potencialni jami (slika 1 in 2A): delec je v (dvojni) potencialni jami z dvema minimumoma (jamama). Če je delec v levi jami, pravimo, da je v levem lokaliziranem stanju (to bomo simbolično zaznamovali z $|x = L \rangle$), če je v desni jami, pravimo, da je v desnem lokaliziranem stanju (oznaka $|x = D \rangle$). (Seveda je pomembno opredeliti sam kvantnomehanski pojem »stanje«. Obe lokalizirani stanji služita za intuitivno razumevanje tega pojma.) Obe lokalizirani stanji bomo poimenovali »pozicijski« stanji ali stanji lege, saj opredeljujeta lego (pozicijo) delca. Podobno bomo sta-

nja, v katerih ima delec določeno energijo, imenovali »energijska« stanja.

Potencialni vrh med jamama imenujemo »potencialna bariera«. Po klasični fiziki delec, ki ima manjšo energijo od višine potencialne bariere, ne more preiti iz ene jame v drugo – hrib, prek katerega bi moral »splezati«, da bi prišel v drugo jamo, je za njegovo energijo previsok. V kvantni mehaniki lahko delec, četudi ima premalo energije, da bi se dvignil čez potencialni vrh, preide na drugo stran. Ta pojav imenujemo »tuneliranje«. Zaradi tuneliranja se kvantni delec lahko »pretaka« med jamama, četudi ima premalo energije za prehod čez potencialni vrh. Ugibamo, da je pogostost prehajanja med jamama odvisna od oblike in višine potencialne bariere ter od energije in mase delca.

Primere dvonivojskih sistemov najdemo v naravi: v kristalih so to na primer vrinki (tuji atomi), ki se vgradijo v kristalno mrežo in se lahko gibljejo (= tunelirajo) med legama, ki jih za dani vrinek določa kristalni potencial. Tak sistem sta tudi delca, ki se lahko gibljeta le po premici in sta med sabo zvezana z vzmetjo. Gibanje delcev lahko razdelimo na gibanje masnega središča in relativno gibanje delcev. Relativno gibanje delcev se opiše kot enakovreden problem gibanja enega delca v dvojnem potencialu. Preprost primer je tudi feromagnetna (jeklena) kroglica na podlagi, pod katero sta prilepljena magnetna (slika 1). Da se kroglica odmakne levo ali desno od področja nad enim magnetom, moramo na njej opraviti delo. Če to naredimo počasi, se njena kinetična energija ne spreminja, spreminja pa se njena magnetna potencialna energija. Magnetna potencialna energija se torej večja, ko se kroglica oddaljuje od magnetna, zato govorimo o potencialni jami, ki ima dno nad magnetom. Ko kroglica pride na sredino med magnetoma, jo začne drugi magnet privlačiti bolj kot prvi in »zdrsne« v njegovo potencialno jamo. Pojem jame je uporaben, čeprav ves čas govorimo o eni sami smeri gibanja.



Slika 1: Kroglica nad magnetoma in približna oblika magnetne potencialne energije sistema. Takí obliki poteka potencialne energije pravimo dvojna potencialna jama.

3.2 Izrazi

Ko govorimo o kvantnem svetu, je pomembno, da uporabljamo dobro definirane izraze [11]. Nedoslednost pri uporabi izrazov lahko pripelje do težav z razumevanjem. Čeprav so izrazi znani že iz klasične fizike, jih moramo ponoviti. Uporabili bomo izraze *stanja*¹, *količine* in *vrednosti*. Ko na primer merimo *količino* »lega« v dvojni jami, lahko dobimo dve *vrednosti*: leva jama (označimo z L) ali desna jama (označimo z D). Podobno sta *vrednosti* energije E_1 in E_2 . Stanje si lahko predstavljamo kot zbirko vrednosti posameznih količin. Npr. termodinamično stanje bi lahko zapisali kot $\{T = 25 \text{ }^\circ\text{C}, p = 101,3 \text{ kPa}, V = 1,5 \text{ l}\}$. V kvantni mehaniki obstaja dogovor o zapisovanju stanj. Pogosto se uporablja t. i. Diracov zapis. V tem zapisu stanje označimo z znakom $|\dots\rangle$, ki mu pravimo *ket*. Tako bi npr. v tem zapisu zgornje termodinamsko stanje označili s $|T = 25 \text{ }^\circ\text{C}, p = 101,3 \text{ kPa}, V = 1,5 \text{ l}\rangle$. Podrobneje bomo primerno uporabo teh izrazov spoznali skozi aktivnosti. Ko gre za lego delca, ki je lahko v levi ali v desni potencialni jami, dijaki intuitivno sprejmejo poimenovanje »stanje«: delec je lahko v dveh »stanjih« lege: na levi ali desni strani.

3.3 Vpeljava izrazov in simulacije

Samo nekaj minut vam vzame preizkus delovanja simulacije na prosto dostopni strani <https://www.fmf.uni-lj.si/si/imenik/9577/> [12] pod naslovom »SIM QM Double well«.

Grafični uporabniški vmesnik (GUI) za simulacijo je prikazan na sliki 2. Simulacija omogoča spreminjanje začetnega stanja delca (priprava). Delce lahko pripravimo v stanjih, v katerih poznamo njihovo lego (L ali D). Takim stanjem pravimo lastna stanja lege. Delce lahko pripravimo tudi v enem od lastnih stanj energije. To sta stanji, v katerih ima delec znano energijo (E_1 ali E_2). Dijakom razložimo, da podobno, kot smo za lego izbrali dva senzorja, ki pokrivata vsak eno celo jamo (ne, denimo, le tretjino jame), tudi za energijo izberemo taka senzorja, ki lahko izmerita dve vrednosti energije: nad neko izbrano energijo (E_2) in pod neko izbrano energijo (E_1). To zadošča, da lahko nadaljujemo aktivnosti.² Simulacija omogoča izbiro količine, ki jo merimo (lega, x , ali energija, E), čas meritve in možnost, da delec pred naslednjo meritvijo ponastavimo ali ne (to pomeni, da so zaporedni poskusi bodisi neodvisni ali pa jih izvajamo zaporedoma na istem delcu). Seveda je mogoče, da simulacija samodejno izvede določeno število ponovitev poskusa. Rezultati se prikažejo v obliki histograma za

1 Kvantno stanje je (matematični) izraz, ki zajema poln opis opazljivih lastnosti kvantnega sistema. Včasih stanju pravimo tudi vektor stanja, ker ga lahko predstavimo kot element nekega Hilbertovega vektorskega prostora. Valovna funkcija je vektor stanja v specifični bazi.
2 Energijska stanja v dvojni jami so kvantizirana. Dejansko na področju energije, ki nas zanima, ne moremo dobiti več kot dveh vrednosti energije. A na tem mestu nimamo orodja, da bi pred dijaki to utemeljili. Pa tudi dijaki ne sprašujejo po utemeljitvi. Utemeljitev sledi po obravnavi valovne funkcije, lahko pa se jo naredi tudi empirično z analizo spektra. Slednja aktivnost presega obseg tega prispevka.

vsako meritev, pokaže se tudi število meritev. Grafi predstavljajo porazdelitev izmerjenih vrednosti. Modri graf predstavlja meritev lege in se deli na vrednosti levo in desno, kar je tudi vizualno razvidno iz postavitve (stolpca sta levo in desno). Rdeči graf predstavlja meritev energije in se deli na vrednosti E1 (nižja energija) in E2 (višja energija), kar je spet razvidno iz postavitve. V šolskem letu 2018/19 smo dodali »dnevnik« rezultatov, ki omogoča analizo zaporednih meritev. Simulacija omogoča spreminjanje samo nekaterih parametrov za potencialno jamo, vendar pa je večina funkcionalnih možnosti onemogočena, da se dijaki lažje osredotočijo na bistvo meritev.

Tehnično je simulacija narejena v HTML 5, ki omogoča uporabo na različnih platformah. Simulacija je dostopna na spletu [12] in jo je mogoče poganjati tudi s prenosnih naprav – to je način, kako dijaki izvajajo simulirane poskuse. Doslej smo opazili nekaj težav pri nekaterih mobilnih napravah, kar bomo popravili v prihodnjih modifikacijah programske opreme.

Ob predstavitvi simulacije dijakom lahko vpeljemo še nekatere izraze. V tabeli 1 je prikazana prva aktivnost.

Tabela 1: Začetni poskus za vpeljavo izrazov in simulacije. Ležeče so zapisani pričakovani odgovori dijakov oz. ugotovitve.

Aktivnost 1: Spoznajmo se s simulacijo in izrazi

Naloge:

Delec pripravite v levi jami in izmerite lego ob času 0. Meritev ponovite vsaj desetkrat.	
a) Ali je rezultat meritve pri vsaki ponovitvi enak?	Da.
b) Ali lahko napoveste rezultat naslednje meritve? Pojasnite, kako bi podali napoved.	Da. Glede na to, da je rezultat vsakič »leva jama«, lahko pričakujemo, da bo tudi naslednjič »leva jama«.

Na primeru izidov meritev pri aktivnosti 1 konkretiziramo izraze: Merili smo *količino* lega (x). Pri vsaki meritvi smo izmerili vrednost te količine »levo« ($x = L$). Trenutno lahko o stanju povemo, da ima vedno lego »levo«, torej $|x = L\rangle$.

3.4 Stohastičnost in verjetnost

Z izrazom *stohastičnost* imamo v mislih dejstvo, da je izid posamezne meritve na delcu, ki ima lahko več vrednosti neke količine, popolnoma naključen. Ni načina, da predvidimo, katera od mogočih vrednosti se bo uresničila. Največ, kar lahko napovemo, je *verjetnost* uresničitve posamezne vrednosti. Znanstveniki, vključno z Einsteinom, niso bili zadovoljni s takim opisom sveta. Od tod znane fraze, kot je »Bog ne kocka« [13]. Vendar so vsi poskusi, da bi našli način, kako deterministično napovedati izid posameznega poskusa, spodleteli. Izid kvantnomehanske meritve je inherentno nenapovedljiv.³

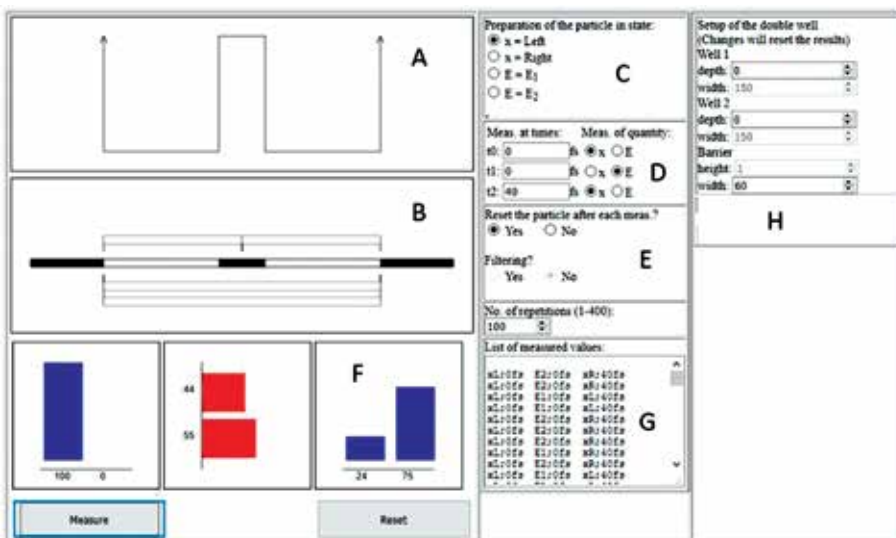
Dijaki to spoznajo z aktivnostjo 2 v tabeli 2. Simulacija izpiše rezultate meritev v obliki [količina][vrednost];[čas], tako npr. xL ; 20 fs pomeni, da smo merili lego (x) ob času 20 fs ($20 \cdot 10^{-15}$ s) in izmerili vrednost levo (L).

Na podlagi rezultatov iz aktivnosti 1 (tabela 1) in aktivnosti 2 (tabela 2) smo prišli do naslednjih spoznanj:

1. Pri meritvi dobimo bodisi eno bodisi drugo vrednost neke količine. Nikoli ne dobimo obeh vrednosti hkrati. Iz tega sklepamo, da je delec nedeljiv. Lastnosti, da je lahko rezultat le ena od mogočih vrednosti, pa pravimo *izključnost* ali *ekskluzivnost*.

³ »Ne jemljite predavanja preresno, z občutkom, da morate zares razumeti, na osnovi nekega modela, kar vam bom opisoval. Le sprostite se in uživajte. Povedal vam bom, kako se obnaša narava. Če boste preprosto vzeli na znanje, da se morda obnaša tako, boste spoznali, da je čudovita in očarljiva. Ne govorite si, če se le lahko temu izognete, »Toda kako je lahko tako?«, saj vas bo v tem primeru posrkalo, s tokom navzdol, v slepo ulico, iz katere se ni še nihče rešil. Nihče ne ve, kako je lahko tako.«

Richard P. Feynman, *The Character of Physical Law*, Penguin Books, 1992, str. 129



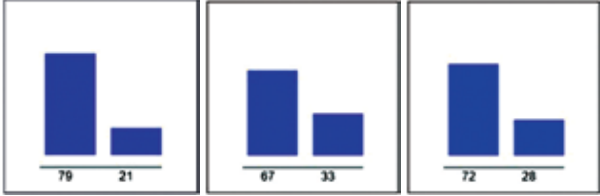
Slika 2: Grafični uporabniški vmesnik (GUI) za simulacijo: (A) upodobitev potenciala, (B) upodobitev enodimenzionalne dvojne potencialne jame, (C) priprava začetnega stanja delcev, (D) nastavitve meritev, (E) ponastavljanje ali neponastavljanje delca po meritvi, (F) grafična predstavitev rezultatov merjenja (podrobnejši opis je v besedilu), (G) dnevnik rezultatov in (H) parametri potencialne jame.

Tabela 2: Aktivnost za odkrivanje stohastičnosti izidov meritve v kvantni mehaniki. Ležeče so zapisani pričakovani odgovori dijakov oz. ugotovitve.

Aktivnost 2: (Ne)napovedljivost izida meritve

Namen: Ugotovite, kaj lahko v kvantni mehaniki napovemo o izidu meritve.

Naloge:

<p>Pripravite delec v levi jami. Nastavite merjenje lege (x) ob 20 fs. Nekajkrat izvedite posamezno meritev. Sproti poskušajte odgovarjati na vprašanja. Ko se vam zdi, da ni več potrebno, da si vzamete čas za razmislek o vsakem izidu, lahko nastavite število ponovitev na 100 in izvedete 100 ponovitev poskusa. Tudi tako meritev lahko po potrebi večkrat ponovite.</p>																										
<p>a) Ali sta kdaj oba senzorja utripnila istočasno? Kaj to pomeni v zvezi z mogočimi vrednostmi, ki jih lahko izmerimo za posamezno količino?</p>	<p><i>Ob opazovanju utripov ugotovimo, da senzorja nikoli ne utripneta istočasno. To pomeni, da lahko količini ob vsaki meritvi izmerimo le eno vrednost.</i></p>																									
<p>b) Ali obstaja vzorec v vrstnem redu, kako se pojavljajo posamezne vrednosti $x:L$ in $x:R$? Opišite ga, če obstaja. Zapišite si rezultate meritve, iz katerih izhaja vaš odgovor.</p>	<p><i>Pet zaporednih meritev po pet ponovitev:</i></p> <table border="1"> <tr> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> </tr> <tr> <td>$xR;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xR;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> </tr> <tr> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xR;20fs$</td> </tr> <tr> <td>$xR;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xR;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> </tr> <tr> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xL;20fs$</td> <td>$xR;20fs$</td> <td>$xR;20fs$</td> </tr> </table> <p><i>Iz tabele vidimo, da ni očitnega vzorca. Vrednosti se pojavljajo naključno.</i></p>	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xR;20fs$	$xL;20fs$	$xR;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xR;20fs$	$xR;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xR;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xR;20fs$	$xR;20fs$
$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$																						
$xR;20fs$	$xL;20fs$	$xR;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$																						
$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xR;20fs$																						
$xR;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xR;20fs$	$xL;20fs$																						
$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xL;20fs$	$xR;20fs$	$xR;20fs$																						
<p>c) Ali obstaja vzorec v porazdelitvi izidov med vrednostma $x:L$ in $x:R$? Opišite ga, če obstaja. Zapišite si rezultate meritve, iz katerih izhaja vaš odgovor.</p>	<p><i>Trije izidi meritve 100 delcev:⁴</i></p>  <p><i>Porazdelitve so podobne. Lahko izračunamo tudi povprečno število delcev v levi in desni jami: 75 : 25.</i></p>																									
<p>d) Ali lahko z gotovostjo napoveste, ali bo naslednji izid meritve na enem delcu pokazal vrednost $x:L$ ali $x:R$? Pojasnite.</p>	<p><i>Iz ugotovitve, da ni vzorca v zaporedju izidov, sledi, da ne moremo z gotovostjo napovedati naslednjega izida. Tudi če je verjetnost za $x:R$ manjša, je mogoče, da se bo ta izid pojavil ravno pri naslednji meritvi.</i></p>																									
<p>e) Kaj lahko napoveste o prihodnjih izidih poskusov z istimi nastavitvami? Pojasnite.</p>	<p><i>Največ, kar lahko napovemo, je očitno verjetnost za posamezen izid. V tem primeru konkretno lahko napovemo, da bo pri istih nastavitvah 75% verjetnost, da bo izid meritve $x:L$, in 25% verjetnost, da bo izid $x:R$.</i></p>																									

- Obstajajo stanja, za katera lahko z gotovostjo napovemo vrednost lege. Taka stanja poimenujemo *lastna stanja lege*.
 - Obstajajo stanja, za katera ne moremo napovedati izida naslednje meritve. To imenujemo *nenapovedljivost* posameznega rezultata. Taka stanja poimenujemo *superpozicija*, ker ima vsaka meritev več mogočih izidov.
 - V primeru superpozicijskih stanj ne moramo napovedati, katera vrednost bo rezultat naslednje meritve. Lahko pa napovemo *verjetnost*, da bo neka vrednost rezultat naslednje meritve.
- Dijaki pri naših pilotskih izvedbah uspejo ugotoviti izključnost v 100 % primerov, verjetnostno naravo rezultatov ugotovijo v 60 do 90 % primerov, nenapovedljivost

pa v približno 80 % primerov. Dijaki so torej sposobni priti do ključnih ugotovitev te aktivnosti v približno 80 % primerih samo z vprašanji na delovnem listu in z izvajanjem simulacije.

3.5 Formalni opis

Formalni zapis stanja superpozicije je

$$|\Psi\rangle = a|x=L\rangle + b|x=R\rangle,$$

kjer koeficienta a in b povežemo z verjetnostjo P :

$$P(x=L) = |a|^2,$$

$$P(x=R) = |b|^2.$$

Koeficienta a in b sta kompleksni števili, zato je absolutna vrednost pred kvadriranjem nujna. V pristopu lahko kar dolgo shajamo brez kompleksnih koeficientov, če pa

⁴ Porazdelitve je mogoče primerjati samo, če imamo dovolj ponovitev. Dijaki postopoma preidejo na 100 ponovitev, kot jim namigne navodilo naloge.

želimo kvantno mehaniko vpeljati povsem korektno, se jim ne moremo izogniti. Kasneje jih lahko vpeljemo z aktivnostmi, ki presegajo obseg tega članka.

Na tej točki lahko dijake prosimo, da predlagajo formalni zapis stanja, ki ima eno verjetnost za rezultat merjenja lege L in različno verjetnost za rezultat D. Dijaki najpogosteje predlagajo bodisi $a|x = L\rangle + b|x = D\rangle$ ali $a|x = L\rangle$ OR $b|x = D\rangle$. Več kot polovica dijakov po naših izkušnjah predlaga prvo možnost. To pomeni, da je formalni zapis $a|x = L\rangle + b|x = D\rangle$ zelo intuitiven, čeprav je treba natančen pomen šele razložiti. Dijaki bi za a in b pisali kar verjetnosti. Ampak s takim opisom hitro naletimo na težave, ko poskusimo uvesti valovno funkcijo. Opis, ki nas ne bo privedel do težav, je, da stanje zapišemo izrecno z verjetnostmi, kar v obliki $|x = \dots\rangle$, npr.

$$|x = L(25\%)D(75\%)\rangle.$$

Druga možnost je, da okoli koeficientov, ki predstavljajo verjetnosti, damo neke značilne oznake, ki nas spomnijo, da to niso kar navadni koeficienti. Npr.

$$[25\%]|x = L\rangle + [75\%]|x = D\rangle.$$

V vsakem primeru je na tem mestu smiselno vpeljati nek opis stanj superpozicije, ki ga lahko uporabimo pri nadaljnjem delu.⁵

3.6 Časovni razvoj

Že pri aktivnostih 1 in 2 smo opazili, da se stanje delca spreminja s časom. Naslednja aktivnost je preprosta opazovalna aktivnost, pri kateri dijaki iščejo vzorec spreminjanja stanja s časom (tabela 3).

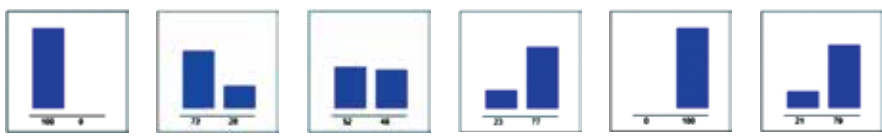

Dijaki pripravijo delec v lastnem stanju lege in potem merijo lego ob različnih časih. Predlagamo, da poskusijo ob časih reda velikosti desetih femtosekund. Naloga dijakov je, da ugotovijo, kako se s časom spreminjajo izidi merjenja lege. Dijaki morajo ponoviti, kaj predstavljajo stolpci v histogramih (verjetnost), in tako razjasnijo, da se s časom spreminja verjetnost za posamezno vrednost pri merjenju lege. Nadalje ugotovijo, da obstaja značilen čas (perioda), v katerem po izidu meritev delec preide

⁵ Na tem mestu opozorimo, da dijaki superpozicijo interpretirajo, kot da gre za statistično mešanico, kjer je nekaj delcev v stanju $|x = L\rangle$ in nekaj v $|x = D\rangle$ (57 %, N = 19). V resnici je superpozicija stanje enega delca, kjer njegova vrednost lege ni ne ena ne druga, dokler ne izvedemo meritve. Interpretacija s statistično mešanico ni ustrezna, a ne pride v konflikt z drugimi aktivnostmi, opisanimi v tem članku, zato ji v tem članku ne bomo posvetili nadaljnje pozornosti.

Tabela 3: Raziskovanje časovnega razvoja. Ležeče so zapisani pričakovani odgovori dijakov oz. ugotovitve.

Aktivnost 3: Časovni razvoj.

Namen: Pri aktivnosti želimo raziskati, kako se stanja s časom spreminjajo.

1) Časovni razvoj lastnega stanja lege. Pripravite delec v enem od lastnih stanj lege.	
<p>Raziščite, kako se verjetnosti za vrednosti lege L in D spreminjata s časom. Opišite vzorec, če ga najdete.</p>	<p>Rezultati meritve lege na 100 delcih ob različnih časih:</p>  <p>0 fs 20 fs 30 fs 40 fs 60 fs 80 fs</p> <p>Iz rezultatov vidimo, da se porazdelitev verjetnosti za vrednost količine x spreminja s časom. Lahko bi rekli, da se nekako »pretaka« iz ene jame v drugo in nazaj. Perioda je 120 fs (60 fs v eno in 60 fs v drugo smer).</p>
2) Časovni razvoj lastnega stanja energije. Pripravite delec v enem od lastnih stanj energije.	
<p>Raziščite, kako se verjetnosti za vrednosti lege L in D spreminjata s časom. Opišite vzorec, če ga najdete.</p>	<p>Rezultati meritve lege na 100 delcih ob različnih časih:</p>  <p>0 fs 20 fs 30 fs 40 fs 60 fs 80 fs</p> <p>Iz rezultatov vidimo, da porazdelitev verjetnosti za vrednost količine x ostaja nespremenjena, neodvisno od časa.</p>

iz ene jame v drugo in nazaj. Pomembno je, da dijake vedno opozarjamo, da govorimo o verjetnostni porazdelitvi. Nato dijaki pripravijo delec v enem od lastnih energijskih stanj in ponovijo poskus. Pri slednji nalogi ugotovijo, da se verjetnostna porazdelitev s časom ne spreminja.

Pri tej aktivnosti dijaki pridejo do naslednjih ugotovitev:

- Obstajajo stanja (npr. pozicijska stanja), ki se s časom spreminjajo. Takim stanjem pravimo *nestacionarna stanja*.
- Obstajajo stanja (npr. energijska stanja), ki se s časom ne spreminjajo. Takim stanjem pravimo *stacionarna stanja*.

Časovni razvoj nestacionarnega stanja je v prihodnjih aktivnostih ključnega pomena za kakršnekoli kvalitativne in kvantitativne naloge. Je relativno lahko napovedljiv, vsaj za šestine in četrtine nihajnega časa, in to uporabimo kasneje pri nalogah in napovedih. Stacionarna stanja v tem delu niso zelo pomembna, postanejo pa pomembna kasneje ob vpeljavi valovne funkcije.

3.7 Kolaps

Ko v kvantni mehaniki na superpozicijskem stanju, npr. $|x = L(25\%)D(75\%)>$, izvedemo meritev lege, s tem spremenimo stanje delca. Če dobimo z meritvijo vrednost $x = L$, se (dotedanje) stanje spremeni v $|x = L>$. Če dobimo vrednost $x = D$, se stanje spremeni v $|x = D>$. Temu pojavu pravimo *kolaps stanja*. Iz stanja, v katerem sta bili mogoči obe vrednosti lege, je delec kolabiral v stanje, kjer je mogoča samo ena vrednost. Ko

smo enkrat izmerili lego, ni več nikakršne verjetnosti, da bi bila lega karkoli drugega.⁶

Če dijake vprašamo, kakšno je stanje delca po meritvi, večinoma dobimo dve vrsti odgovorov: bodisi da po rezultatu meritve $x = L$ dobimo stanje $|x = L>$ in po rezultatu meritve $x = D$ dobimo stanje $|x = D>$ (50 % $N = 22$), kar je točno kolaps, bodisi da stanje ostane neka vrsta superpozicije $|x = L(50\%)D(50\%)>$ (13 %, $N = 22$). Ti hipotezi lahko preizkusimo s testnim poskusom, opisanim v tabeli 4.

Pri naši izvedbi so dijaki pravilno podali napoved izida na podlagi hipoteze I v 90 % primerov ($N = 22$), napoved izida na podlagi hipoteze II pa v 55 % primerov ($N = 22$). V splošnem pa imajo dijaki težave napovedovati izide na podlagi hipotez, še posebno tistih, s katerimi se sami ne strinjajo, zato je v splošnem dobro, da pregledamo in komentiramo/popravimo napovedi, preden izvedemo poskus. Izid poskusa pa nedvoumno ovreže hipotezo II in je skladen s hipotezo I. Torej hipotezo o kolapsu za zdaj sprejmemo. Prišli smo torej do še enega ključnega spoznanja:

- Meritve spremeni stanje sistema, in sicer tako, da izid meritve določi stanje po meritvi. To bo vedno lastno stanje, ki je skladno z izidom meritve. Temu pojavu pravimo *kolaps stanja*.

Tako smo z nekaj aktivnostmi pripeljali dijake do sedmih ključnih pravil kvantne fizike. Nadaljujemo lahko z drugimi pravili in uporabo pravil na primerih, a to presega obseg tega članka.

⁶ Kolaps torej pomeni nenaden proces, pri katerem se stanje sistema spremeni v lastno stanje opazljive količine, katere vrednost ugotavljamo z meritvijo.

Tabela 4: Testni poskus za hipoteze o učinku meritve na stanje sistema. Ležeče so zapisani pričakovani odgovori dijakov oz. ugotovitve.

Aktivnost 4.

Namen: Testirati hipoteze o tem, v kakšnem stanju je delec po meritvi.

Naloge:

Delec pripravimo v stanju $ x = L>$ in mu pomerimo lego ob času 30 fs ter takoj potem ob času 30,01 fs. Napovejte, kakšni bodo rezultati druge meritve (dopolnite tabelo), če velja vsaka od ponujenih hipotez. Hipoteza I: Po meritvi dobimo lastno stanje, ki je skladno z izidom meritve. Če je izmerjena vrednost $x = L$, bo stanje $ x = L>$, če je izmerjena vrednost $x = D$, bo stanje $ x = D>$. Hipoteza II: Po meritvi dobimo superpozicijsko stanje $ x = L(50\%)D(50\%)>$.						
Stanje tik pred meritvijo ob 30 fs	Izvedemo meritev ob 30 fs	Vrednost lege, ki jo dobimo ob meritvi	Izvedemo meritev ob 30,01 fs	Napoved po hipotezi I	Napoved po hipotezi II	Izid poskusa
$ x = L(50\%)D(50\%)>$	meritev	$x = L$	meritev	$x = L$	$x = D$	$x = L$
$ x = L(50\%)D(50\%)>$	meritev	$x = D$	meritev	$x = D$	$x = D$	$x = D$
$ x = L(50\%)D(50\%)>$	meritev	$x = D$	meritev	$x = D$	$x = L$	$x = D$
$ x = L(50\%)D(50\%)>$	meritev	$x = L$	meritev	$x = L$	$x = L$	$x = L$
$ x = L(50\%)D(50\%)>$	meritev	$x = D$	meritev	$x = D$	$x = L$	$x = D$
$ x = L(50\%)D(50\%)>$	meritev	$x = L$	meritev	$x = L$	$x = D$	$x = L$

4 Ugotovitve iz dela v razredu

Vsako leto so dijaki reševali predtest in potest, s katerima smo želeli ugotoviti, kakšne ideje imajo dijaki. Na predtestu in potestu je med drugimi tudi vprašanje, kaj dijaki prepoznajo kot ključne elemente opisa kvantnega sveta. Odgovore prikazuje tabela 5. Omemba ideje, da meritev vpliva na sistem, je prevladovala z več kakor 84 % dijakov, ki so jo označili kot ključno značilnost. Druga največkrat omenjena značilnost kvantne mehanike je njena verjetnostna narava. Čeprav smo na tečaju obravnavali tudi valovno naravo delcev (kar načrtujemo za temo enega naslednjih člankov), jo je omenila le dobra tretjina dijakov.

Tabela 5: Tabela prikazuje rezultate predtesta in potesta. Predstavljen je le odgovor na vprašanje, ki se nanaša na del tečaja, obravnavan v tem članku.

Katere so glavne lastnosti kvantne mehanike, ki jo razlikujejo od klasične mehanike?	Predtest (%)	Potest (%)	Razlika (%)
Kolaps.	0	32	32
Meritev zmoti sistem.	8	84	76
Opis z valom z dualnostjo ali brez nje.	20	36	16
Opis z valom, vključujoč dualnost.	0	12	12
Samo verjetnost je deterministična.	8	56	48
Nimajo smiselne predstave o tem, kaj je specifično kvantno.	64	0	-64

Iz tabele 5 je razvidno, da je premik proti kvantnemu pogledu na svet očiten. Predvsem je opazno, da se je delež tistih, ki niso vedeli, kaj so specifično kvantne lastnosti sveta, zmanjšal s 64 % na nič.

Poleg doslej povedanega smo pri esejskih vprašanjih opazili, da so dijaki pokazali presenetljivo dobro sposobnost argumentacije z uporabo kvantnomehanskih idej. Vsako leto med raznimi preverjanji zastavimo tudi vprašanje, pri katerem je treba argumentirati nek kvantni pojav. Tipično vprašanje je zastavljeno v obliki: »Sošolec Jože pravi ... Kako bi mu odgovorili?« Vsako leto več kot 50 % dijakov doseže vse točke pri taki nalogi.

5 Zaključek

V članku smo predstavili nekaj osnovnih elementov začetnega poučevanja kvantne mehanike v srednji šoli. Opisali smo dvojno potencialno jamo, ki nam je služila kot prototip obnašanja kvantnega sistema, opredelili smo osnovno terminologijo in formalni zapis ter predstavili simulacijo, s pomočjo katere smo dijake uvajali v zakonitosti kvantnega sveta. Opredelili smo stohastičnost in verjetnost ter časovni razvoj kvantnega stanja. Pokazali smo, da motivirani dijaki samostojno uspešno odkrijejo opisane zakonitosti ob aktivnostih pri pouku.

Opisane aktivnosti je mogoče izvesti v obliki tri- do šesturnih delavnic, ki jih je mogoče vključiti v obvezne izbirne vsebine, naravoslovne dneve ali izvesti kot krožek. Ker teme (še) ni v učnem načrtu, je manj primerna za izvedbo med rednimi urami pouka, a trend v evropskih državah je, da se kvantna mehanika vključi v srednješolske učne načrte, zato razvijamo ta tečaj v smeri, da bi lahko nekoč postal del rednega pouka fizike.

6 Literatura

- [1] Kuščer, I., Moljc, A., Kranjc, T., Peternej, J., Rosina, M., Strand, J. (2002). *Fizika za srednje šole, III. del*, Ljubljana: DZS.
- [2] Michelini, M., Ragazzon, R., Santi, L., Stefanel, A. (2000). Proposal for quantum physics in secondary school, *Phys. Edu.* **35**, str. 406.
- [3] Olsen, R. V. (2002). Introducing quantum mechanics in the upper secondary school: A study in Norway, *Intl. J. Sci. Edu.* **24**, str. 565–574.
- [4] de los Angeles Fanaro, M., Otero, M. R., Arlego, M. (2012). Teaching Basic Quantum Mechanics in Secondary School Using Concepts of Feynman Path Integrals Method, *Phys. Teac.* **50**, str. 156–158.
- [5] Faletič, S. (2020). A double well on-line simulation and activities for active learning of introductory quantum mechanics, *Eur. J. Phys.* **41**, str. 045706.
- [6] Huang, K. (1987). *Statistical Mechanics*, 2nd Edition. New York: John Wiley & Sons.
- [7] Feynman, R. P. (1992). *The Character of Physical Law*, Penguin Books, str. 129.
- [8] Heisenberg, W. (1971). *Physics and Beyond*. New York: Harper & Row, str. 206.
- [9] Gell-Mann, M. (1981). *The Nature of Matter*, Wolfson College Lecture 1980, ed. Mulvey, J. H., Oxford: Clarendon Press.
- [10] Etkina, E., Van Heuvelen, A. (2007). Investigative Science Learning Environment – A Science Process Approach to Learning Physics. In E. F. Redish & P. J. Cooney (Eds.), *Research – Based Reform of University Physics 1* (pridobljeno iz www.compadre.org/per/per_reviews/media/volume1/isle-2007.pdf).
- [11] Brookes, D. T., Etkina, E. (2007). Using conceptual metaphor and functional grammar to explore how language used in physics affects student learning, *Phys. Rev. S. T. Phys. Educ. Res.* **3** 010105.
- [12] <https://www.fmf.uni-lj.si/si/imenik/9577/>.
- [13] Einstein, A. (1926). Letter to Max Born, published in 1971, Irene Born (translator), *The Born-Einstein Letters*, New York: Walker and Company.