Naslov članka/Article:

PLANETI V DVOZVEZDJIH

Planets in Binary Star Systems

Avtor/Author: **Peter Jevšenak**

Fizika v šoli št. 1/2018, letnik 23
ISSN 1318-6388
Izdal in založil: Zavod Republike Slovenije za šolstvo
Kraj in leto izdaje: Ljubljana, 2018

Spletna stran revije:
https://www.zrss.si/strokovne-revije/fizika-v-soli/

Planeti v dvozvezdjih

Peter Jevšenak
Šolski center Velenje, Gimnazija Velenje

Povzetek
V dvozvezdju se zvezdi gibljeta okoli skupnega težišča po krožnih ali eliptičnih tirih in v svoji okolici ustvarjata spreminjajoče se gravitacijsko polje. Zaradi tako dinamičnih pogojev planeti v takem sistemu ne morejo obstajati kjerkoli. Kje se nahajajo območja stabilnih orbit planetov? Ali lahko določimo meje? Ali lahko planet zamenja zvezdo, okoli katere kroži? Za lažje iskanje odgovorov smo izdelali računalniški program, ki sproti izračunava in riše tire zvezd in planetov v ravnini kroženja.

Ključne besede: dvozvezdje, orbite, stabilnost orbit planetov v dvozvezdju, računalniške simulacije

Planets in Binary Star Systems

Abstract
In a binary star system, two stars orbit around a common barycentre in circular or elliptical orbits, creating a changing gravitational field around them. Owing to such dynamic conditions, planets cannot exist just anywhere in such a system. Where are the stable orbits of planets located? Can we determine the borders? Can a planet replace the star it is orbiting? In order to facilitate the search for answers, a computer program was made which calculates and draws the orbits of stars and planets in the orbital plane.

Keywords: binary star system, orbits, stability of planets' orbits in binary star system, computer simulations

Slika 1: Sončni zahod na Tatooinu (vir: http://imgur.com/a/HqrYe).

1 Uvod

V znanstvenofantastični filmski sagi Vojna zvezd se znaten del zgodbe odvija na planetu Tatooine. Njegova posebnost je, da lahko prebivalci tega planeta vidijo dve sonci. Če so bili v osemdesetih letih prejšnjega stoletja planeti v dvozvezdjih samo znanstvenofantastični konstrukt, potem danes, v dobi odkrivanja eksoplanetov, vemo, da taki planeti resnično obstajajo. Se je pa tudi v znanstvenih krogih za planete v dvozvezdjih prijel izraz »Tatooine like planets« – planeti kot Tatooine.

Dvozvezdni sistem je veliko bolj dinamičen od sistema z eno zvezdo v težišču, kakršen je naš sončni sistem. Zvezdi krožita okoli skupnega težišča in ustvarjata spreminjajoče se gravitacijsko polje, ki lahko deluje uničujoče na stabilnost orbit planetov. Kje torej iskati planete v dvozvezdjih? Možnosti sta dve. Prva je, da je orbita planeta tako daleč stran od težišča in zvezd, da lahko zvezdi štejemo za eno telo s skupno maso v težišču. Planete s takimi orbitami imenujemo tip P (planetarni tip). Drugo možnost pa predstavljajo planeti, ki krožijo tako blizu ene zvezde, da je druga samo manjša motnja. Planete v teh bližnjih orbitah imenujemo tip S (satelitski tip). Če torej orbito planeta tipa P približujemo težišču, so spremembe v gravitacijskem polju zaradi gibajočih se zvezd vse večje in pri neki kritični oddaljenosti orbita postane nestabilna. Obratno je pri orbitah planetov tipa S. Ko se orbita odmika od matične zvezde, je spreminjajoči se vpliv druge zvezde vse močnejši in pri neki kritični oddaljenosti orbita postane nestabilna. Pri obeh tipih je med območjema popolne stabilnosti in popolne nestabilnosti še tako imenovano kaotično področje: stabilne in nestabilne orbite se izmenjujejo z majhnimi spremembami v oddaljenost planeta od težišča pa tudi pri isti oddaljenosti, a drugačni začetni legi planeta glede na zvezdi.

Astronomi so v preteklosti za pomoč pri iskanju eksoplanetov že opravili množico računalniških simulacij in za različne tipe dvozvezdij (različna masna razmerja, različne ekscentričnosti zvezdnih orbit) določili kritične vrednosti planetarnih orbit. Zanimalo nas je, ali lahko z malo razširjenim srednješolskim znanjem fizike, matematike in računalništva napišemo lasten računalniški program, ki bo simuliral orbite planetov v dvozvezdjih.

Tako bi lahko s spreminjanjem začetnih pogojev iskali nenavadne orbite, tako stabilne kot nestabilne, določali kritične vrednosti, preučevali kaotično območje … Pri tem bi lahko natančnost svojih simulacij preverili na podatkih o kritičnih orbitah v literaturi.

2 Spoznavanje problema

2.1 Dvojne zvezde

Sir William Herschel (1738–1822) je bil prvi astronom, ki je opazil, da obstaja mnogo parov bližnjih zvezd, in jih tudi sistematično zapisoval. V njegovem katalogu se je število dvojnih zvezd ustavilo pri številki 703. V dvojnem sistemu zvezdi krožita okoli skupnega težišča in sta medsebojno gravitacijsko vezani. Kolikšen je delež dvozvezdij glede na vse sončne sisteme, je iz literature težko oceniti. Ocene se gibljejo od 33 % pa vse tja do 85 %. Pri tem velja, da v novejši literaturi najdemo višje deleže. Rečemo lahko, da je v naši galaksiji dvozvezdje prevladujoč primer sončnega sistema. Astronomi so potrdili obstoj tudi tri-, štiri- ali celo šestzvezdij. Dvozvezdja so za astronome izjemnega pomena, saj jim omogočajo, da iz merljivih parametrov natančno določijo maso zvezd. Dvozvezdja se lahko med seboj zelo razlikujejo po masi, ekscentričnosti tirov, razdalji med zvezdama in obhodnem času. Zvezdi v paru sta lahko tako blizu skupaj, da med njima prihaja do izmenjave snovi, lahko pa sta več tisoč astronomskih enot narazen in imata obhodni čas več sto let. Glede na to, kako astronomi opazijo oziroma izmerijo, da gre v posameznem primeru za dvozvezdje, ločimo več tipov.

Vidno dvozvezdje: S pogledom skozi teleskop vidimo zvezdi vsako zase in z opazovanjem na dolgi rok lahko določimo obhodni čas. Med amaterskimi astronomi so najbolj priljubljene tarče Albiero v Labodu, Almach v Andromedi, Mizar v Velikem vozu …

Če sta zvezdi daleč od Zemlje ali pa preblizu skupaj, ju s teleskopi ne moremo ločiti. V tem primeru si lahko pomagamo z Dopplerjevim premikom spektralnih črt.

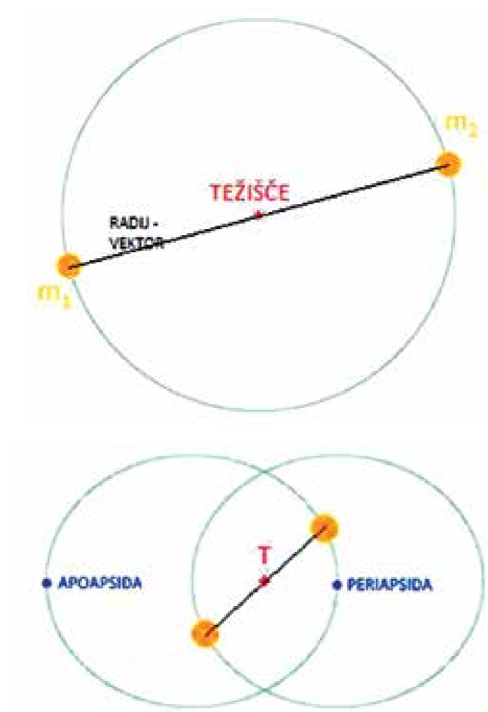
Spektralno dvozvezdje: Zaradi gibanja zvezde proti nam in stran od nas se frekvenca črt v spektru periodično spreminja.

Prekrivno dvozvezdje (»eclipsing binary«): Če zvezdi krožita točno v ravnini našega pogleda, potem vsake toliko časa ena zvezda pride pred drugo in jo zakrije delno ali v celoti in izsev se zmanjša. To lahko zaznamo s fotometričnimi meritvami.

Astrometrično dvozvezdje: Na obstoj šibke spremljevalke lahko kažejo periodične motnje ali nihaji v sicer pravilnem gibanju zvezde [1].

2.2 Orbitalna mehanika

Zvezdi v dvozvezdju krožita okoli skupnega težišča. Tira sta lahko krožna ali eliptična. Položaj zvezd je vedno takšen, da gre radij-vektor, ki povezuje zvezdi, skozi težišče. Če sta masi zvezd enaki, potem je tudi razdalja obeh zvezd do težišča enaka. Če ima ena zvezda dvakrat večjo maso, potem je ves čas dvakrat bližje težišču. Pri krožnih tirih je hitrost zvezd ves čas enaka, pri eliptičnih pa hitrost narašča, ko se zvezda približuje težišču (maksimalna vrednost je dosežena v periapsidi), in pada, ko se od težišča oddaljuje (minimalna vrednost v apoapsidi, slika 2).



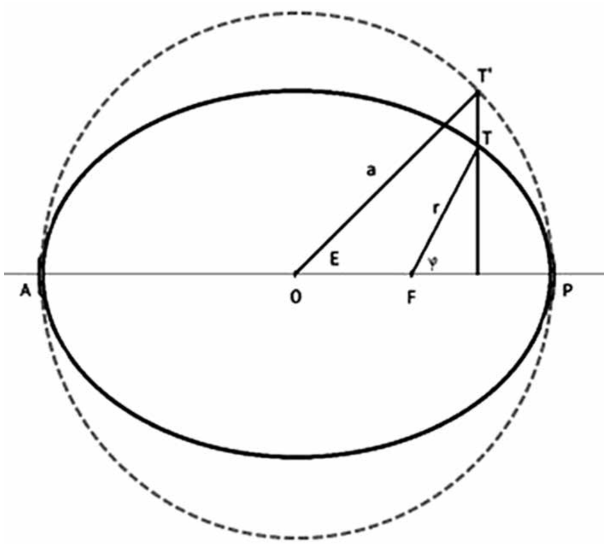
Slika 2: Razmerje mas $m_1 : m_2 = 1 : 1$, krožni tir in eliptični tir ($e = 0{,}5$).

Za uspešno določanje tira planeta potrebujemo v vsakem trenutku natančno lego zvezd v ravnini kroženja. Krožne orbite so lažje obvladljive. Ker sta razdalji obeh zvezd do težišča konstantni in ker se v enakih časovnih intervalih polarni kot φ poveča za enak korak, določimo samo še začetne pogoje in se lahko lotimo simulacije. Vse to pa se spremeni pri eliptičnih orbitah. Zapišemo lahko enačbo orbite, ki nam podaja lego zvezde, ki kroži po elipsi okoli gorišča, v odvisnosti od polarnega kota. Vendar pa se ta kot v zaporednih časovnih korakih neenakomerno spreminja zaradi spreminjajoče se hitrosti telesa na eliptičnem tiru. Na sliki 3 je točka F gorišče, točka 0 središče elipsi očrtanega kroga, r razdalja od zvezde do gorišča, a polmer kroga, φ polarni kot in E kot z imenom ekscentrična anomalija [2].

Kota φ in E povezuje enačba:

$$\tan\frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan\frac{E}{2} \qquad (1),$$

kjer je e numerična ekscentričnost elipse. Numerično ekscentričnost dobimo z razmerjem razdalj 0F in 0P ter zavzema vrednosti $0 \le e < 1$. Kot M z imenom povpreč-



Slika 3: Elipsa z očrtano krožnico ter kota φ in E.

na anomalija (kot med daljicama 0T in 0P na sliki 3) povezuje z ekscentrično anomalijo E transcendentna Keplerjeva enačba:

$$M = E - e \cdot \sin E \qquad (2).$$

Kot M in čas t pa povezuje enačba: $t = \frac{M}{2\pi} \cdot t_o$ (3),

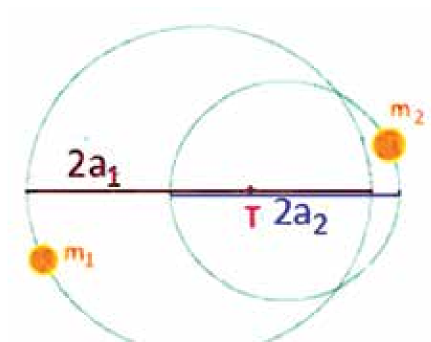
kjer je t_o obhodni čas dvozvezdja: $t_o = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G(m_1+m_2)}}$ (4).

G je gravitacijska konstanta, m_1 in m_2 sta masi zvezd, a pa je polmer kroga oziroma velika polos elipse. Ne glede na to, ali se nebesno telo giblje po elipsi ali krožnici na sliki 4, je obhodni čas enak. Pri krožni orbiti gorišče F sovpada s središčem 0 in kota φ ter M postaneta isti kot. Komplet enačb zaokrožuje že omenjena enačba orbite, ki poveže še razdaljo r s polarnim kotom φ:

$$r = a \cdot \frac{1 - e^2}{1 + e \cdot \cos\varphi} \qquad (5).$$

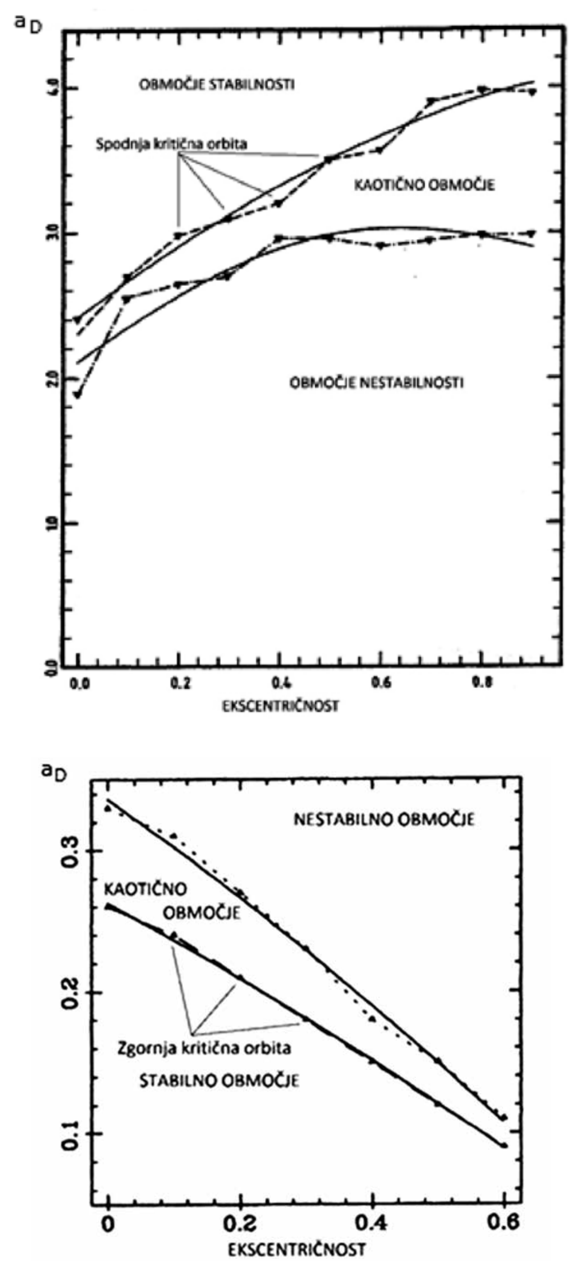
2.3 Planeti v dvozvezdjih in kritične orbite

Spodnja kritična orbita je tista vrednost velike polosi elipse, ki predstavlja tir planeta tipa P, od katere naprej so vse orbite stabilne ne glede na začetne pogoje. Enoto za merjenje razdalj predstavlja velika polos dvozvezdja z oznako a_D. Dobimo jo kot vsoto velikih polosi obeh elips, ki predstavljata tir zvezd pri kroženju okoli težišča na sliki 4, $a_D = a_1 + a_2$.



Slika 4: Določanje velike polosi dvozvezdja na primeru $m_1 : m_2 = 2 : 3$, $e = 0{,}3$.

Na sliki 5 je prikazana odvisnost kritične orbite planeta tipa P in tipa S od ekscentričnosti tira zvezd za masno razmerje 1 : 1, ocenimo pa lahko tudi širino kaotičnega območja. Ta v povprečju znaša petino kritične orbite.



Slika 5: Odvisnost kritične orbite planeta tipa P (prva slika [3]) in tipa S (druga slika [4]) od ekscentričnosti tira zvezd za masno razmerje 1 : 1; čas integracije 300 obhodnih dob.

Zgornja kritična orbita je tista vrednost velike polosi elipse, ki predstavlja tir planeta tipa S, do katere so vse orbite stabilne ne glede na začetne pogoje. Tudi v tem primeru pa meja ni ostra in najdemo območje kaotičnosti.

Do danes so astronomi odkrili več tisoč eksoplanetov, ki pa v večini krožijo v sončnih sistemih z eno zvezdo. Planeti v dvozvezdjih so (za zdaj) redka najdba, a obstoj eksoplanetov obeh tipov ni več vprašljiv. Sistem Kepler 47 je dvozvezdje, kjer so našli dva planeta tipa P, vsaj eden od njiju pa ima orbito v območju, primernem za življenje (»habitable zone«) [6]. Tatooinu podobni planeti res obstajajo.

3 Računalniški program in potek simulacij

Programi so napisani v programskem jeziku C++, v okolju Visual Studio 2015. Za grafiko pa je uporabljena dodatna knjižnica SFML.

Pri dvozvezdjih s planeti smo morali napraviti nekaj poenostavitev. Privzeli smo, da so vsa telesa v simulaciji točkasta in krožijo v isti ravnini. Planeti in zvezde na ekranu imajo obliko kroga z večjo ali manjšo površino, vendar je to le prikaz za lažje spremljanje. Tako se lahko zgodi, da gre planet skozi zvezdo in nadaljuje pot. Tudi zvezdi se lahko dotakneta ali prekrijeta, če je planet daleč in je temu primerno izbrano merilo. Zvezdi gravitacijsko delujeta na planete, planeti pa ne vplivajo na zvezdi. Takšne privzetke so naredili tudi avtorji virov, s katerimi lahko primerjamo rezultate.

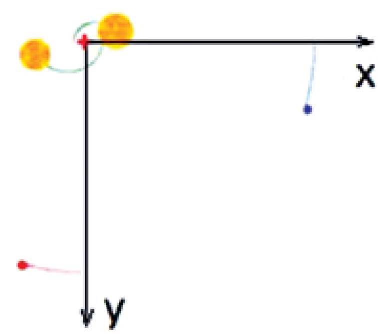
Krožne orbite zvezd smo opisali s polarnimi koordinatami z izhodiščem v težišču. Kotna hitrost se izračuna iz ravnovesja centrifugalne sile in sile teže, razdalja do težišča pa je pri krožnih orbitah konstantna in jo določimo na začetku simulacije skupaj z masama zvezd.

Pri eliptičnih orbitah pa se polarni kot računa po enačbah od 1 do 5. Kot začetne podatke vnesemo masi zvezd in razdaljo prve zvezde do težišča v periapsidi in apoapsidi. Iz teh podatkov se potem izračunajo velika in mala polos elipse, ekscentričnost in obhodni čas dvozvezdja (enačba 4). V simulaciji pa določimo dolžino časovnega koraka. V vsakem časovnem koraku se po enačbi 3 izračuna kot M. Nato se z bisekcijo po Keplerjevi enačbi (enačba 2) izračuna kot E. Bisekcija je mogoča, saj ustrezna funkcija narašča na intervalu, ki nas zanima. Natančnost bisekcije je nastavljena na manj kot eno desettisočinko kota v radianih. Iz kota E se po enačbi 1 izračuna kot φ, razdalja od zvezde do gorišča pa po enačbi 5.

Za premikanje planetov smo uporabili kartezični koordinatni sistem. Kot začetna podatka vnesemo pozicijo in hitrost planeta, ko sta zvezdi v periapsidi. Planet se nato v danem časovnem intervalu premakne sorazmerno z začetno hitrostjo. Nato pa se iz položaja zvezd določi težni pospešek po Newtonovem gravitacijskem zakonu na novem mestu planeta. Težni pospešek se razstavi na pravokotni komponenti, iz katerih se izračunata komponenti nove hitrosti planeta, ki se uporabita v naslednjem koraku. Iz komponent hitrosti dobimo premik planeta po x- in y-osi. Časovni korak je za planete tipa P 50.000 s (približno 15 ur pri razdaljah med zvezdama velikostnega reda astronomske enote), za planete tipa S pa 10.000 s. Ker je planet tipa S v neposredni bližini zvezd, so sile in spremembe količin, ki opisujejo gibanje, bistveno večje in je treba zmanjšati časovni korak.

3.1 Tip P

V tem primeru tako zvezdi kot planeti krožijo okoli težišča, zato v simulaciji težišče miruje in je v središču koordinatnega sistema. Opazujemo lahko tir dveh planetov, ki začneta potovati na isti oddaljenosti od težišča z enako velikostjo hitrosti, vendar na različnih mestih, kot je prikazano na sliki 6. Tako lahko preučujemo, kako začetna lega vpliva na razvoj planetarne orbite.

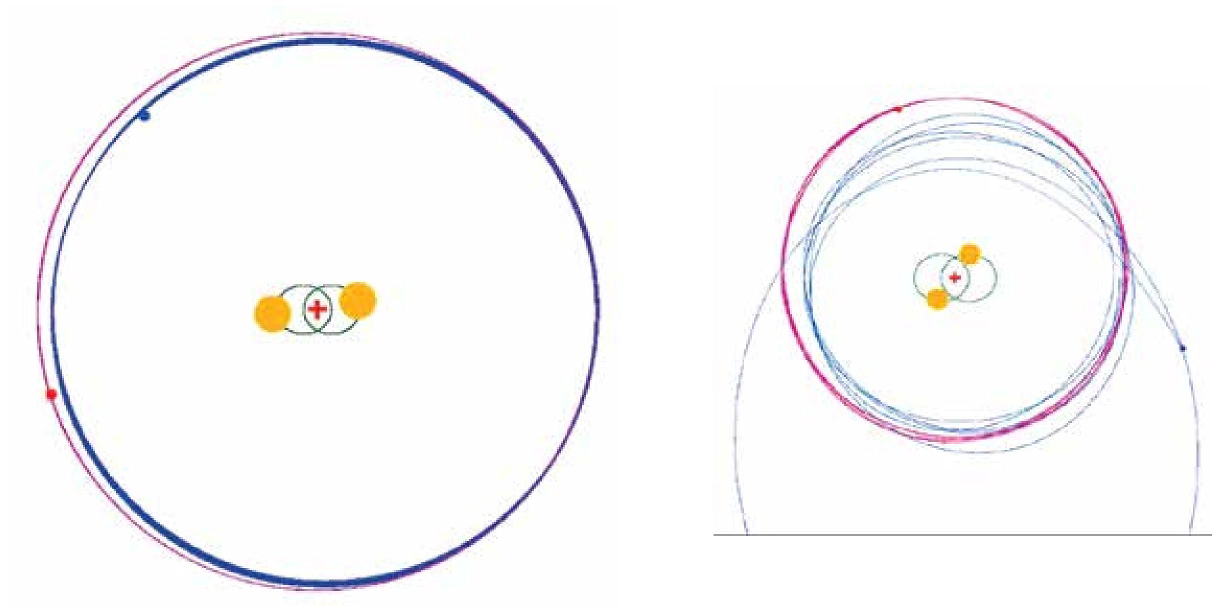


Slika 6: Prikaz začetne postavitve: zvezdi začneta v najbližji medsebojni legi, modri planet na osi *x*, rdeči pa na osi *y*.

Če se planeta nahajata globoko v območju stabilnosti, potem njuni orbiti skoraj sovpadata in sta na pogled krožni. Kolobar, ki ga izriše sled planeta po več obhodih, je ozek. To situacijo prikazuje slika 7a. Se pa na tej sliki že opazi, da modri planet kroži v povprečju nekoliko bližje težišču. Pri zmanjševanju začetne oddaljenosti je njegova orbita tista, ki je v nevarnosti, da prva postane nestabilna.

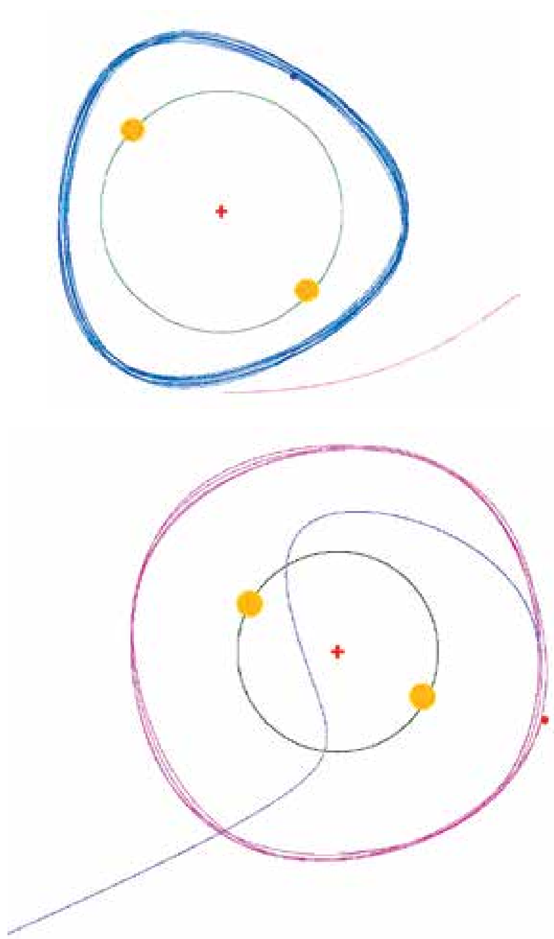
Na sliki 7b vidimo, da je rdeči planet s svojo orbito še v območju stabilnosti, modrega pa sta zvezdi v nekaj obhodih pritegnili k sebi. Zaradi zmanjšanja potencialne energije se poveča kinetična energija in planet se z veliko hitrostjo oddalji po izrazito eliptičnem tiru. Ker o stabilnosti orbite odloča samo začetni položaj, se planeta nahajata v kaotičnem območju.

Stabilne orbite planetov tipa P so kot v sistemih z enim soncem eliptične. Le ko se približujemo kritični orbiti, lahko spreminjajoče se gravitacijsko polje povzroči rahlo vijuganje tira. Planet se težišču najbolj približa pri matematično najenostavnejšem primeru dvozvezdja: enaki masi zvezd s krožno orbito, kjer je spodnja kritična or-



Slika 7a, b: Stabilna orbita za masno razmerje 1 : 1 in e = 0,5 (a) in presežena kritična orbita za isti primer (b).

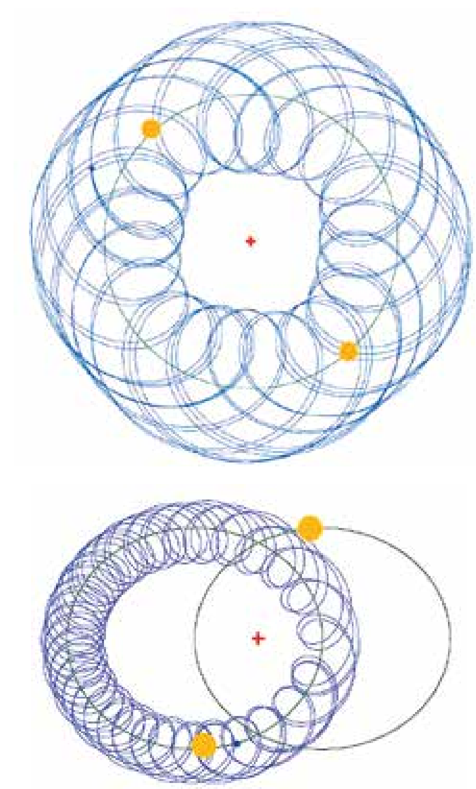
bita 2,4 a_D (slika 5). Če planet zavrtimo retrogradno (v nasprotno smer vrtenja zvezd), lahko dobimo s pravimi začetnimi pogoji nenavadne orbite kot na sliki 8.



Slika 8: Retrogradni »trikotna« in »kvadratna« orbita.

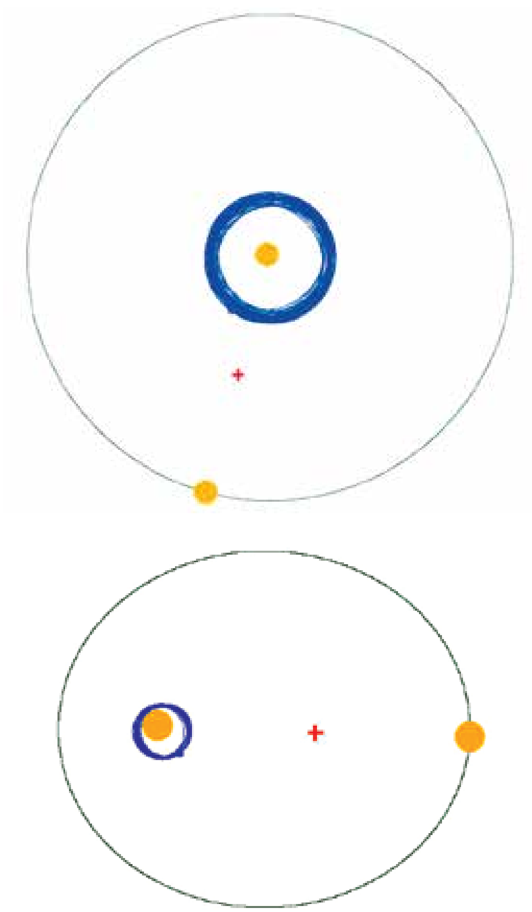
3.2 Tip S

Če obdržimo koordinatni sistem z mirujočim težiščem in približamo planet eni zvezdi, dobimo zelo dinamične simulacije. Zaradi preglednosti opazujemo samo en planet, ki je na začetku postavljen na os x desno od obeh zvezd. Planet se giblje okoli gibajoče se zvezde po kompleksnem tiru, ki lahko izriše zanimive pentlje, kot je primer na sliki 9.



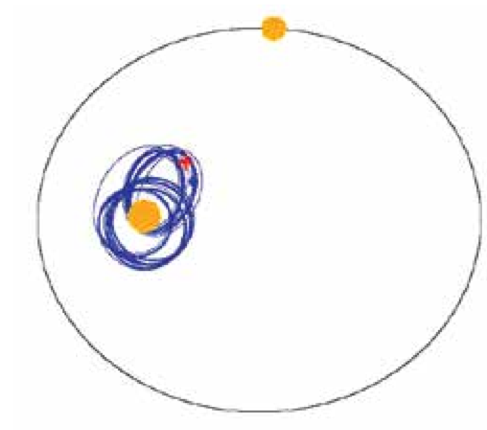
Slika 9: Pentlje planeta pri gibanju okoli ene zvezde pri krožnem in eliptičnem tiru zvezd.

Pri krožni orbiti so zaradi stalne hitrosti zvezd pentlje vzdolž tira povsod enake. Pri eliptičnem tiru pa se pokaže sprememba hitrosti zvezde v obliki gostote pentelj. V apoapsidi na skrajni levi je hitrost najmanjša in tam planet zvezdo na izbranem odseku tira večkrat obkroži, pentlje pa so ožje. Drugače je v periapsidi na desni, kjer so pentlje redke in široke, ko planet lovi hitro zvezdo. V periapsidi sta tudi zvezdi v najbližjem položaju in je zato moteči vpliv druge na planet največji. To je za planet kritična točka, kjer se lahko sproži nestabilnost orbite. Čeprav so animacije z gibajočimi se zvezdami atraktivne, pa za sam študij kritičnih orbit niso preveč primerne. Zato postavimo zvezdo s planetom v mirujoče koordinatno izhodišče in iz slike 9 dobimo sliko 10.



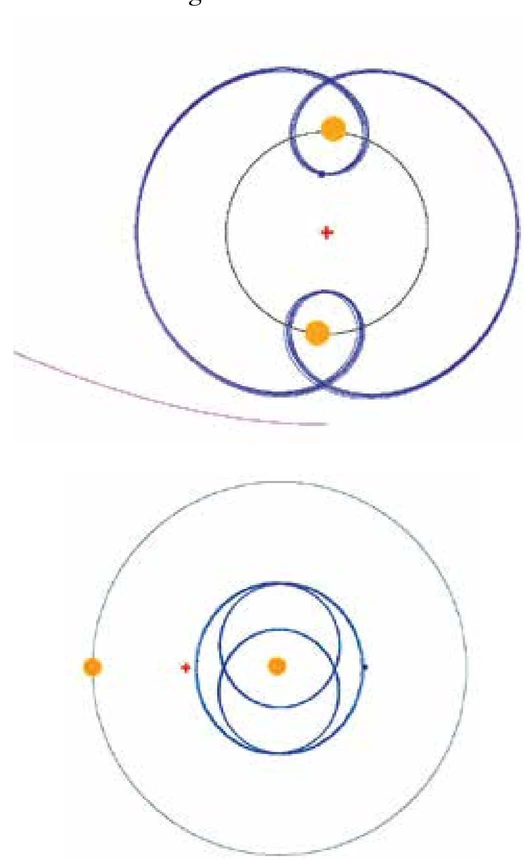
Slika 10: Isti dvozvezdji kot na sliki 9, kompleksni tir planeta se poenostavi v eliptičnega, če je matična zvezda v koordinatnem izhodišču.

Pri večjih ekscentričnostih zvezdnih orbit se dogaja, da moteča zvezda vsakič, ko se približa planetu, nekoliko spremeni njegovo orbito. Spremembe so lahko znatne, tako da se spremenita eliptičnost tira in obhodni čas, planet pa vseeno nadaljuje s kroženjem okoli matične zvezde – slika 11. V teh primerih se je težko odločiti, kje je orbita še stabilna in kje se začne kaotično območje.

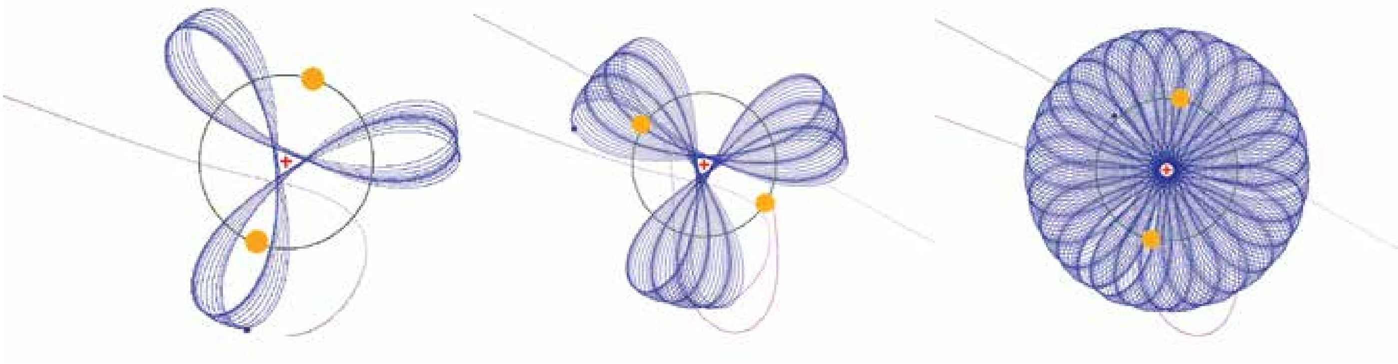


Slika 11: Masno razmerje 7 : 3, e = 0,5. Druga zvezda pri vsakem prehodu periapside spremeni orbito planeta.

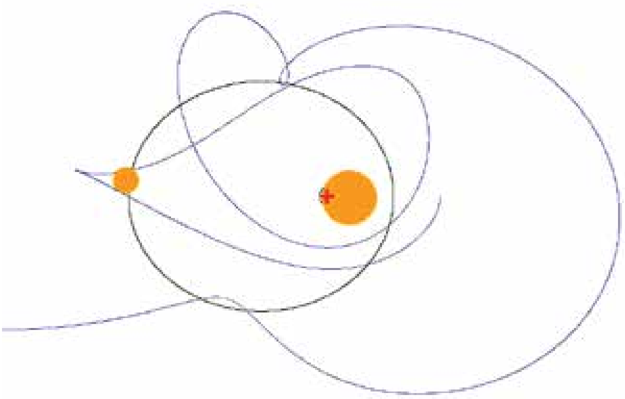
S spreminjanjem vhodnih parametrov lahko dobimo množico animacij, ki postrežejo s takšno ali drugačno zanimivostjo: sledi orbit izrišejo osupljive slike, zvezdi si »kradeta« planet ali pa se planet zaradi računskih napak, ko se preveč približa eni od zvezd, izstreli iz sistema. Najlepše slike (slike z veliko simetrije) izrisuje sled stabilnega planeta v dvozvezdjih s krožno orbito. Zanimivo je spremljati, v kakšno končno obliko se povezujejo elipse ali pentlje, izbiramo pa lahko tudi perspektivo z izbiro središča koordinatnega sistema.



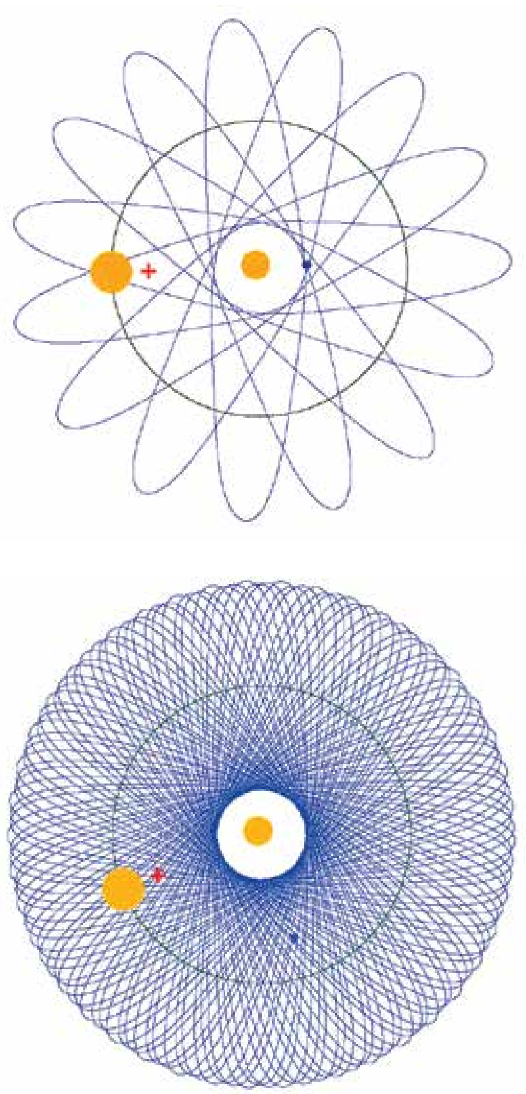
Slika 12: Masno razmerje 1 : 1, e = 0,0; pentlji se preoblikujeta v oko, ko spremenimo koordinatno izhodišče.



Slika 13: Razvoj triperesne deteljice v popolno rozeto po 10, 25 in 70 obhodnih časih dvozvezdja (masno razmerje 1 : 1, retrogradno).



Slika 15: Masno razmerje 1 : 9, e = 0,5. Opaziš miško?



Slika 14: Cvetlica; masno razmerje 1 : 3, lažja zvezda v središču, retrogradno.

Včasih pa tudi nestabilne orbite postrežejo s kakšnim presenečenjem in nastale oblike vzbujajo različne asociacije kot na sliki 15.

4 Zaključek

Računalniški programi so nastali na Gimnaziji Velenje v okviru izdelave raziskovalne naloge z naslovom Tatooine in podobni planeti [7], ki je bila predstavljena leta 2017 na Državnem srečanju mladih raziskovalcev v Murski Soboti v kategoriji Astronomija ali fizika. Uporabljena metoda je dovolj natančna, da se je 33 od skupno 35 določenih kritičnih orbit za oba tipa planetov ujemalo s podatki iz literature [3, 4, 5] z natančnostjo 20 %, kolikor znaša širina kaotičnega območja. Do večjega odstopanja je prišlo samo v dveh primerih pri tipu S, ko sta imeli zvezdi močno ekscentrični orbiti.

Uporabljena metoda zvezdi premika po pričakovanem tiru, zato so napake pri gibanju zvezd zanemarljive. Enako lahko rečemo za gibanje planetov, če so dovolj oddaljeni od zvezd, da se v izbranem časovnem koraku težni pospešek neznatno spremeni. Tudi tira zvezd bi lahko določali s sprotnim izračunavanjem težnega pospeška in hitrosti. Vendar pa bi morali zaradi doseganja dovolj velike natančnosti premikov močno skrajšati časovni korak in tako zelo upočasniti potek simulacij. Druga možnost bi bila uporaba natančnejših, a matematično (pre)zahtevnih metod integracije.

S primerno predstavitvijo z zgledi in razlago vhodnih podatkov lahko programe vključimo tudi v pouk. Možne so različne naloge. Dijaki najprej sami iščejo informacije o dvozvezdjih, eksoplanetih … in pripravijo predstavitev. V medpredmetnem sodelovanju z matematiko dijaki preučujejo lastnosti elipse in se seznanijo s pojmi gorišče, ekscentričnost, velika polos. Nato lahko sledi določanje kritičnih orbit planetov za različne tipe dvozvezdij. Lahko »razpišemo nagrado« za najlepšo, najzanimivejšo, najnenavadnejšo orbito. Simulacije lahko služijo kot demonstracija Keplerjevih zakonov ter ohranitve kinetične in potencialne energije. Dijake, ki imajo radi dodatne izzive, pa lahko vprašamo, zakaj je v primeru na sliki 7b ravno orbita modrega planeta tista, ki prva postane nestabilna. Kaj bi spremenili, da bi se prva destabilizirala orbita rdečega planeta? Odgovor se skriva v odvisnosti gravitacijske sile od razdalje in zahteva res dobro razumevanje dogajanja.

Obravnava dvozvezdij na predstavljeni način dijakom približa realno dogajanje v sončnih sistemih, osmišlja uporabo IKT in medpredmetno povezavo z matematiko. Dodana vrednost je atraktivnost planetarnih orbit, ki sama po sebi pritegne dijake, in ni potrebe po drugih motivacijskih prijemih. Do neke mere lahko tako govorimo o povezavi znanosti in umetnosti – STEAM, kar je bila rdeča nit 4. konference učiteljev naravoslovnih predmetov NAK 2017 v Laškem. Nekaj zanimivejših simulacij smo zbrali v video z naslovom »Creative Gravity«, ki je objavljen na spletni strani https://www.youtube.com/watch?v=0SmuWakQc7s.

Viri in literatura

[1] Binary stars, Australia telescope national facility. http://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/binary_intro.html (19. 8. 2016).

[2] Curtis, H. D. (2010). Orbital mechanics for engineering students. Butterworth-Heinemann, Oxford, UK.

[3] Dvorak, R. (1986). Critical orbits in elliptic restricted three-body problem. Astronomy and astrophysics: 167, 379–386.

[4] Rabl, G., Dvorak, R. (1988). Satellite-type planetary orbits in double stars: a numerical approach. Astronomy and astrophysics: 191, 385–391.

[5] Holman, M. J., Weigert, P. A. (jan. 1999). Long-term stability of planets in binary systems. The astronomical journal: 177, 621–628.

[6] Kepler-47: two worlds circling a double star. http://www.space.com/17348-tatooine-alien-planets-two-suns-kepler-74-infographic.html (18. 8. 2016).

[7] Jevšenak, L., (2017). Tatooine in podobni planeti, raziskovalna naloga. Šolski center Velenje.