





Vsebina

- Jerneja Bone
2 **V kot vključevanje (uvodnik)**
Osnovna in srednja šola
Tina Bregant
- 4 **Razvoj matematičnih kompetenc**
Učencu s težavami znam pomagati
Andrejka Slavec Gornik
Učenci s posebnimi potrebami in njihovi dosežki pri nacionalnem preverjanju znanja iz matematike
- 21
Ivanka Bider Petelin
- 41 **Pomoč učencu z učnimi težavami pri usvajanju časovnih merskih enot**
Osnovna šola
Sonja Mišič
- 52 **Po korakih do preprostega logaritemskega računalna v osnovni šoli**
Katja Bonaca
- 63 **Bober – naloge iz računalništva pri matematiki**
Osnovna in srednja šola
Tinka Marajon
- 73 **Kaj je ulomek?**
Zlatan Magajna
- 74 **Ali je $\frac{1}{\pi}$ ulomek?**
Borut Jurčič Zlobec
Raziskovalne naloge iz matematike na Srečanju mladih raziskovalcev Slovenije 2015
- 80 **Novice**
Urška Valenčič
- 86 **To je/ni matematična knjiga**
Milena Čretnik
- 88 **O knjigi Težave pri učenju matematike**
Sonja Rajh
- 90 **Državno tekmovanje Hitro in zanesljivo računanje 2016**
Sonja Rajh
- 94 **Meddržavno tekmovanje Hitro in zanesljivo računanje 2016**

Contents

<i>Jerneja Bone</i> I as Integration (editorial)	2
<i>Primary and Secondary School</i> <i>Tina Bregant</i> Development of Mathematical Competences	4
<i>I Can Help a Pupil with Difficulties</i> <i>Andrejka Slavec Gornik</i> Students with Special Needs and Their Attainment in the National Mathematics Examination	21
<i>Ivanka Bider Petelin</i> Helping a Student with Learning Difficulties to Learn Units of Time	41
<i>Primary School</i> <i>Sonja Mišič</i> Making a Simple Slide Rule in Primary School, Step by Step	52
<i>Katja Bonaca</i> Bober – Mathematical Tasks in Computer Science?	63
<i>Primary and Secondary School</i> <i>Tinka Marajon</i> What Is a Fraction?	73
<i>Zlatan Magajna</i> Is $\frac{1}{\pi}$ a Fraction?	74
<i>Borut Jurčič Zlobec</i> Research Assignments in Mathematics at Srečanje mladih raziskovalcev Slovenije 2015 (Meeting of Young Researchers of Slovenia 2015)	80
<i>News</i> <i>Urška Valenčič</i> This Is (Not) a Mathematics Book	86
<i>Milena Čretnik</i> About the Book Learning Difficulties in Mathematics	88
<i>Sonja Rajh</i> Hitro in zanesljivo računanje (Fast and Reliable Calculations) 2016 National Competition	90
<i>Sonja Rajh</i> Hitro in zanesljivo računanje (Fast and Reliable Calculations) 2016 International Competition	94



α

V kot vključevanje

Jerneja Bone
odgovorna urednica

V kot vključevanje

Poimenujmo ga Ožbej. Že vzgojiteljice v vrtcu so zaznale, da je šibkejši na matematičnem področju. In res, odkar je vstopil v šolo, ima težave pri matematiki. Ožbej ima diagnosticirano razvojno diskalkulijo. To je gensko pogojen kognitivni primanjkljaj, pri katerem ima otrok izrazite težave z reševanjem enostavnih računskih problemov, štetjem, usvajanjem pojma število. Otrok s tako težavo je lahko povprečno ali nadpovprečno intelektualno sposoben. V razrede so vključeni raznoliki učenci, vsak s svojimi posebnimi potrebami in težavami. V razredu sobivajo, skupaj rastejo in napredujejo.

A kot avtonomija

Učiteljico matematike, Tino, je bilo sprva strah, kako bo z Ožbejem delala pri pouku matematike. A vesela je bila, da ima kar nekaj avtonomije, ki ji bo pri poučevanju prišla še kako prav. Vodstvo šole zaupa v Tinine sposobnosti in osebnostne kvalitete, kar je eden od pogojev, da se razvije avtonomija učitelja. Tini kot učiteljici matematike bo prepuščeno odločanje o vseh tistih stvareh, ki niso neposredno povezane z načeli enotnosti šolskega sistema.

L kot literatura

Ko je Tina izvedela, da bo poučevala Ožbeja, je poiskala literaturo s področja diskalkulije ter literaturo, ki na splošno opisuje

MATEMATIKA V ŠOLI, letnik 22, številka 3-4, 2016 | ISSN 1318-010X | **Uredniški odbor:** | Jerneja Bone, Zavod RS za šolstvo, jerneja.bone@zrss.si (odgovorna urednica); dr. Darja Antolin Drešar, Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta Maribor, darja.antolin@um.si; dr. Darjo Felda, Univerza v Kopru, Pedagoška fakulteta Koper, darjo.felda@pef.uprsi; dr. Marjan Jerman, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, marjan.jerman@mf.uni-lj.si; Silva Kmetič, Zavod RS za šolstvo, silva.kmetic@zrss.si; Sabina Kumer, Tehniška gimnazija Kriško, kumer.sabina@gmail.com; dr. Zlatan Magajna, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta v Ljubljani, zlatan.magajna@pef.uni-lj.si; mag. Sonja Rajh, Zavod RS za šolstvo, sonja.rajh@zrss.si; mag. Mateja Sirnik, Zavod RS za šolstvo, mateja.sirnik@zrss.si; Simona Vreš, Gimnazija Ravne na Koroškem, simona.vres@gimnazija-ravne.si; Vesna Vršič, Zavod RS za šolstvo, vesna.vrsic@zrss.si; dr. Amalija Zakelj, Zavod RS za šolstvo, amalija.zakelj@zrss.si; dr. Lucija Zeljko, OŠ Sostro, lucija.zeljko@guest.arnes.si; dr. Herremans Adriaan, Universiteit Antwerpen, Belgija; dr. Jasmina Milinković, Pedagoška fakulteta Beograd, Srbija; dr. Evgenia Sendova, Institute of Mathematics and Informatics at the Bulgarian Academy of Sciences, Bolgarija | **Naslov uredništva:** Zavod RS za šolstvo, OE Nova Gorica (za revijo Matematika v šoli), Erjavčeva 2, 5000 Nova Gorica | **Urednica založbe:** Simona Vozelj | **Jezikovni pregled:** Katja Križnik Jeraj | **Prevod povzetkov v angleščino:** Ensitra prevajanje, Brigita Vogrinec s. p. | **Oblikovanje:** Anže Škerjanec | **Prelom in tisk:** Design Demšar d.o.o., Present d.o.o. | **Naklada:** 540 izvodov | **Izdal in založil:** Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, Poljanska 28 | **Predstavniki:** dr. Vinko Logaj | **Letna naročnina** (4 številke oziroma 2 dvojini): 20,86 EUR za šole in ustanove, 14,19 EUR za posameznike in 13,35 EUR za dijake, študente in upokojece. | **Cena posamezne dvojine številke v prosti prodaji je 13,35 EUR.** | **Naročila:** ZRSS – Založba, Poljanska cesta 28, 1000 Ljubljana, faks: 01/30 05 199, e-pošta: založba@zrss.si | Revija je vpisana v razvid medijev, ki ga vodi Ministrstvo za kulturo pod zaporedno številko 568. | Revija Matematika v šoli je indeksirana in vključena v mednarodne baze podatkov: MathEduc – Mathematics Education Database, ZDM – The International Journal on Mathematics Education, Co-operative Online Bibliographic System and Services (COBISS) | Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana. | © Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2016 | Vse pravice pridržane. Brez založnikovega pisnega dovoljenja ni dovoljeno nobenega dela revije na kakršenkoli način reproducirati, kopirati ali kako drugače razširjati. Ta prepoved se nanaša tako na mehanske oblike reprodukcije (fotokopiranje) kot na elektronske (snemanje ali prepisovanje na kakršenkoli pomnilniški medij) ter medijske oblike reprodukcije.

kolofon

učence s težavami, in petstopenjski model pomoči. Nekaj gradiva je našla v šolski knjižnici in pri šolski svetovalni delavki, nekaj gradiva si je izposodila v krajevni knjižnici. Veliko gradiva je našla tudi na spletu. Z branjem si je osvetlila, kako lahko pomaga Ožbeju.

E kot evalvacija

Kot učiteljica se je zavedala, da bo morala sproti evalvirati in se veseliti še tako majhnega napredka, ki ga opazi pri Ožbeju. A ne samo pri Ožbeju. Evalvirala bo tudi svoje delo. Ovrednotila bo stanje in načrtovala ukrepe za izboljšave. A zaznala je, da bo to bolje delala, če ne bo sama.

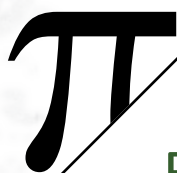
T kot timsko delo

Tina se je že ob tem, ko je izvedela, da bo poučevala otroka z diagnosticirano razvojno diksalkulijo, povezala s šolsko svetovalno službo, z učiteljicami, ki so Ožbeja poučevale v nižjih razredih, in z razrednikom. Skupaj so si izmenjevali mnenja in izkušnje, kaj so v preteklih letih že naredili, vse z namenom, da bi Ožbeju pomagali. S timskim delom, kjer je podpiranje članov v timu pomembno, je ugotovila, da lahko veliko naredijo in nadgradijo delo, ki je bilo predhodno postorjeno v prvih petih letih šolanja. Ob sodelovanju vseh članov tima je Tina ugotovila, da se strokovni delavci dopolnjujejo, si pomagajo razreševati nastale težave, iščejo možne poti in načine poučevanja, izdelujejo nove pripomočke, ki bodo Ožbeju olajšali učenje matematike. Pa ne samo Ožbeju, tudi drugim učencem. Tudi evalvacijo svojega dela bo Tina naredila s kritičnim prijateljevanjem sodelavcev v timu.

E kot empatija

Pri delu z učenci potrebujemo veliko mero empatije, je ugotovila Tina. Vživljanje v otroka je pomembno. Ožbej in starši so vedeli, da v stiski, ki jo doživljajo ob težavah pri matematiki, niso sami. Ker je empatija sposobnost, si je Tina prizadevala, da jo razvija in izboljšuje. To ji bo pomagalo, da se bo odzvala na potrebe razumno, prijazno in odgovorno.

P.s.: Ožbej in Tina sta izmišljeni imeni.



Razvoj matematičnih kompetenc

Development of Mathematical Competences

Tina Bregant
Univerzitetni
rehabilitacijski inštitut
RS – Soča

Σ Povzetek

Beseda matematika izhaja iz antike in pomeni znanost, učenje in celo ljubezen do učenja. Razumemo jo kot znanstveno vedo, ki raziskuje vzorce in pri tem zahteva poznavanje abstraktnih lastnosti množin, struktur, sprememb in prostora. Za obvladovanje tovrstnih informacij je ključno, da posedujemo matematične kompetence. Nekatere so nam vrojene – biološko dane, druge pa razvijemo pod vplivi okolja.

V članku predstavimo definicijo matematičnih kompetenc in njihov pomen za vsakdanje življenje. Obvladovanje matematike namreč pomeni v današnjem svetu možnost akademskega udejstvovanja, boljši zaslužek in celo višji BDP na nacionalnem nivoju. Pomeni lahko celo razliko med življenjem in boleznijo.

Pri procesiranju informacij, ki so ključne za obvladovanje matematičnih kompetenc, sodelujejo specifični, posebej temu namenjeni predeli možganov. V članku jih na kratko predstavimo.

V članku razpravljamo o vplivih razvoja na sposobnost matematičnega mišljenja. Matematične kompetence povežemo z zgodnjimi zaznavnimi in gibalnimi izkušnjami, telesno shemo in celo s socialno-čustvenimi kompetencami, ki smo jih razvili v otroštvu znotraj družine. Ocenjevanje številčnosti neke skupine, primerjanje dveh vrednosti ali količin ter osnovno dodajanje ali odzemanje so biološko določene sposobnosti, ki so prirojene ljudem in nekaterim živalim. Kas-

neje v razvoju občutek za količino nadgradimo pod vplivom okolja, zlasti formalnega učenja, z uporabo števk, simboličnim učenjem in učenjem algoritmov.

Razumevanje temeljnih principov osvajanja matematičnih veščin nam pomaga otrokom približati matematiko na načine, ki so skladni z njihovim razvojem in delovanjem možganov.

Ključne besede: aproksimacija količine, aritmetika, matematične veščine, telesna shema

Σ Abstract

The word 'mathematics' comes from Antiquity and means science, learning, and even the love of learning. It is understood as a scientific discipline, which studies patterns and requires knowledge of the abstract properties of quantities, structures, changes, and space. In order to master such information, we must possess mathematical competences. Some of them are innate – biologically given, whereas others are developed under the influence of the environment.

The article presents the definition of mathematical competences and their importance in everyday life. In today's world, the mastery of mathematics provides the opportunity to be academically active, have a higher income, and even a higher GDP at the national level. It can even mean the difference between life and illness.

When processing information that is crucial for mastering mathematical competences, specific areas of the brain are involved, which are intended for this purpose. The article briefly describes them.

The article discusses the impact of development on the ability to think mathematically. Mathematical competences are connected with early sensory and movement experiences, with the body scheme, and even with the social and emotional competences that we developed within our family during childhood. Estimating the numbers within a group, comparing two values or quantities, and basic addition or subtraction are biologically determined abilities, which are innate to humans and certain animals. In our subsequent development, we upgrade our sense of quantity under the influence of the environment, especially

of formal learning, by using digits, symbolic learning, and the learning of algorithms.

The understanding of the basic principles of learning mathematical skills helps us to present mathematics to children in ways that are suitable for their stage of development and brain function.

Key words: *approximation of quantity, arithmetic, mathematical skills, body scheme*

α Uvod

Matematika (starogrško μαθηματικά: mathēmátiká iz izraza μάθημα: máthēma - thematos - znanost, znanje, učenje, študij; μαθηματικός: mathematikos - ljubezen do učenja) je znanstvena veda, ki raziskuje vzorce. Razumevanje matematike in njena uporaba zahteva poznavanje abstraktnih lastnosti množin, struktur, sprememb in prostora. Matematična logika je temeljna matematična panoga, ki obravnava in formalizira neprotislovno sklepanje. Matematika lahko tudi vidimo kot znanost nujnih sklepov.

β Matematične kompetence

Matematike kot znanstvene vede raziskovanja vzorcev, ki vsebuje veliko abstraktnih pojmov, se moramo priučiti. Matematične kompetence nam omogočajo razumeti matematiko in matematične pojme. Matematične kompetence so temeljne kognitivne sposobnosti, ki jih večinoma pridobimo skozi formalno šolanje (1). Razumemo jih kot osrednjo komponento človekovega uma, ki pomembno določa izobrazbo in poklicne dosežke (2). Lahko jih definiramo skozi pedagoško prizmo kot sposobnosti,

ki nam omogočajo reševanje vsakdanjih problemov z matematičnim mišljenjem in zajemajo poleg občutka za količino in računanja tudi veščine logičnega mišljenja, prostorske predstave in sposobnost abstrakcije, ki se kaže v razumevanju formul, modelov, konstruktov, grafov in razpredelnic (3).

V življenju srečamo veliko informacij, ki so numerične oziroma povezane s količino. Nanje se odzovemo z razmislekom, ki vsebuje matematično analizo, ki nam pomaga informacijo ustrezno uporabiti (4). Zanimivo je, da je veliko informacij, povezanih z zdravjem, matematičnih. Nekdo, ki ima slabe matematične kompetence, tako zaradi slabega obvladovanja tovrstnih podatkov ravna za svoje zdravje škodljivo, kar vodi celo v večjo obolevnost in lahko tudi poviša smrtnost (5). Lahko bi celo rekli, da znanje matematike pomembno vpliva na zdravje in preživetje. Matematične kompetence gradimo skozi razvoj in jih mojestrimo; kasneje v nevrodegenerativnih procesih pa te kompetence tudi izgublamo. Najprej izgubimo sposobnost zelo kompleksnih operacij, kasneje pa npr. pri demenci lahko izgubimo tudi zelo osnovne sposobnosti zaznave količin (6).

K matematičnim kompetencam sodi intuitivno znanje matematike, ki je vrojeno – genetsko dano. Najbolj raziskano je zazna-

vanje količine. Gre za vrojene, evolucijsko starejše sposobnosti, ki smo jih podedovali od naših prednikov in si jih delimo z nekaterimi živalskimi vrstami (7, 8). Na te vrojene sposobnosti najtežje vplivamo, saj so genetsko – biološko določene (7). Vrojene sposobnosti lahko nadgradimo z izkušnjami zlasti iz predšolskega, manj iz šolskega obdobja. Predšolsko obdobje je namreč obdobje, ko so kritična obdobja za razvoj marsikaterih veščin, tudi matematičnih, široko odprta in omogočajo hitrejšo, robustnejšo učenje z manjšim vložkom energije, saj so možgani pripravljeni na tovrstne izkušnje (9). Za celotno otroštvo je namreč značilno izjemno hitro in učinkovito učenje, ki je zvezano z občutljivimi obdobji, ki so časovno širša kot kritična obdobja. V občutljivem obdobju, ki ga uravnavajo posebne molekule, vezane na biološko notranjo uro, izkušnje nepovratno vplivajo na razvoj določenih predelov živčevja (9). Vrojene sposobnosti v kombinaciji s priučenimi lastnostmi in veščinami pa pomembno vplivajo na naš kasnejši, akademski uspeh, hkrati pa celo določajo višino naše plače in vplivajo na ekonomsko uspešnost države (10).

γ Pomen matematike

Zadnji izsledki OECD-jeve raziskave PISA, ki ocenjuje znanje in veščine petnajstletnikov, segajo v december 2013, po analizi rezultatov pridobljenih v letu 2012 (11). V raziskavo je bilo takrat vključenih približno 510000 dijakov iz 65 različnih držav širom po svetu. Raziskovalci so preučevali znanje na področju matematike, branja in znanstvenih veščin – naravoslovja. Raziskava PISA se je v letu 2015 osredotočila na naravoslovno pismenost in je vključila približno 70 držav. Rezultate raziskav PISA

in TIMSS pričakujemo šele decembra 2016. V letu 2012 se je raziskava osredotočila na matematične veščine. Glavni argument je bil, da izurjenost v matematičnih veščinah določa uspehe v kasnejšem, torej univerzitetnem izobraževanju, ter vpliva na višino zaslužka. Najvišje uvrščeni dijaki v znanju matematike so bili iz Šanghaja in Singapura, zelo visoko tudi iz ostalih azijskih držav (Hongkong, Taipei, Koreja, Japonska) pa tudi iz evropskih držav – Liechtenstein, Švica, Nizozemska in Finska. Slovenija se je v matematičnih veščinah uvrstila sorazmerno visoko, za Avstrijo, na 20. mesto (11).

V analizi rezultatov raziskave PISA so ugotavljali, da če se v procesu izobraževanja osredotočimo na pridobivanje znanja in jasno definirane učne cilje, potem lahko dosežemo boljše rezultate. To dokazujejo države, ki izboljšujejo povprečne rezultate na področju matematike in se posvetijo doseganju višjih minimalnih standardov, npr. Italija, Poljska in Portugalska; pa tudi države, ki izboljšujejo že tako nadpovprečne rezultate: Šanghaj in Singapur. Temu tudi služi raziskava PISA, saj naj bi nudila povratno informacijo načrtovalcem obveznega šolanja. Zato v teh raziskavah preizkušajo predvsem spretnosti, ki pridejo prav v vsakdanjem življenju. Minimalni standardi so zato določeni kot nivo znanja, ki omogoča dijakom živeti aktivno in produktivno (12). Glede na nivoje znanja, ki jih ima PISA šest, je kot minimalni standard definiran drugi nivo.

V raziskavi OECD leta 2012 so poudarili pomen dati priložnosti za uspeh vsakemu otroku, saj prav osnovne matematične veščine omogočajo nadaljevanje šolanja, boljše plačane službe in kasneje višje dohodke tudi na nivoju države. Matematika v slovenski šoli v predmetniku poleg slovenšči-

ne zavzame največ ur na teden, večinoma do štiri, največ pa pet ur tedensko. Pomena matematike in matematičnih kompetenc za kasnejši uspeh v življenju se torej v šolstvu zavedamo. Morda se v Sloveniji najmanj zavedamo pomena znanja. Sicer stremimo k vedno višjim povprečnim ocenam, a to ne pomeni nujno tudi stremjenja k odličnosti in znanju. Prav matematika je predmet, pri katerem dobivajo učenci izmed vseh predmetov najpogostejše negativne ocene; po njihovih navedkih je teh kar ena tretjina (13, 14).

Slovenski osnovnošolci sprejemajo in razumejo matematiko zelo različno. Nekaterim je najljubši predmet, mnogim vzbuja strah in marsikdo se bojuje z negativno oceno (15). Nekateri slovenski učenci v matematiki ne uživajo in se v njej ne počutijo domače (16). Zanimivo je sicer, da tudi v tujini poročajo o strahu pred matematiko, ki se pojavi približno v drugi triadi, kar sovpade z uvedbo ocen (17). Strah je pomembno čustvo, ki vpliva na naše spoznavne sposobnosti in spomin ter na ta način hromi usvajanje matematičnih veščin. Nekateri akademiki so sicer mnenja, da je strah posledica napačnega pristopa poučevanja, kar pa ni nujno edini razlog. Ne nazadnje smo danes priča velikim pritiskom staršev na učitelje in učence, pri čemer so pritiski na otroke uničujoči zlasti z osebnega vidika. Želja staršev, da naj se otrok »le uči, za ostalo bodo poskrbeli starši«, namreč otrokom nalaga breme učne uspešnosti, hkrati pa otroku ne omogoča potrjevanja uspešnosti na drugih področjih življenja. Zlasti je breme učne uspešnosti težko za otroke, ki akademskih želja niti nimajo, imajo pa druge lastnosti, kot so umetniški in športni talenti, estetski čut, smisel za sočloveka, občutek za naravo: živali in rastline ipd. Te

lastnosti praviloma zaživijo v neformalnih, ustvarjalnih okoljih, ki niso tako strogo strukturirana kot akademski svet, so pa za zadovoljstvo v življenju in tudi uresničevanje v poklicu, ki ga kasneje opravljamo, zelo pomembni.

Na vprašanje, zakaj bi se sploh učili matematike, je meni najljubši »klasični« odgovor, zapisan kar v dokumentu »The Common Core«, ki mu sledijo vrtci in šole ZDA v 42 državah in okrožju Columbia (18). Smernice in implementacija le-teh zagotavlja solidno znanje tistim, ki po končani srednji šoli bodisi vstopajo na trg dela bodisi vstopajo v visokošolske programe preko kolidžev. V dokumentu je zapisano, da se učimo matematike zato, ker:

1. Je čudovit in osupljiv človekov dosežek.
2. Zaradi nje same.
3. Nas pripravlja na kolidž in bodoče karierne izzive, zlasti v naravoslovju: znanosti, tehnologiji, inženirstvu in matematiki (t. i. področje STEMI – angl. Science, Technology, Engineering, Mathematics, Informatics).

V »klasični« razlagi matematiko razumemo v luči antike, ki vključuje ljubezen do učenja in vidi v razvrščanjih in prepoznavi vzorcev dodano vrednost ter hkrati ceni pravila logike in človekov um. Danes se zdi, da to ni dovolj, oziroma da je ljudi, ki bi jim ta razlaga zadoščala, zelo malo. Za abstrakcije in ideje žal večina ni dostopna oziroma jim ne zadostujejo. Tem lahko ponudimo zelo praktične argumente:

- Preko matematike spoznavamo raznolikost človekovega mišljenja, še zlasti če jo gledamo v luči kulturne raznolikosti in zgodovinske perspektive.
- Matematiko uporabljamo v vsakodnevnih dejavnostih.

- Preko matematike lahko izpeljemo analize, kritike in razumevanje sodobnega sveta; celo sociološke in politične fenomene lahko opredelimo in analiziramo.

8 Matematika kot funkcija delovanja možganov

Pri proučevanju možganov smo se včasih zanašali na anatomijo in patologijo. Sodobne metode, kot je npr. preiskava z magnetno resonanco ali magnetoencefalografija, pa nam omogočajo preučevanje procesov, ki se odvijajo v možganih. Možgane prvenstveno razumemo kot kompleksen procesor informacij. Nevroni se, povezani v kompleksno mrežje, s serijo mehaničnih, električnih in kemičnih procesov odzovejo na informacijo, jo pretvorijo oziroma procesirajo, oddajo naprej ter se nanjo prilagodijo. Mrežje se organizira in spremeni – to imenujemo plastičnost. Podlaga za plastičnost je specifično delovanje sinaps. Procesi na sinapsah namreč omogočajo obdelavo informacij v otroštvu, kar imenujemo razvojna plastičnost, omogočajo pa tudi učenje in pomnjenje še pozno v starost, kar imenujemo plastičnost učenja in spomina; ter nadomestitev izgube funkcije ob poškodbi, kar imenujemo plastičnost, ki jo vzpodbudi poškodba. Možgani nam tako vse življenje omogočajo obdelavo informacij, učenje in pomnjenje (9).

Preiskave s funkcijskim magnetno-resonančnim slikanjem (slikanje s fMR) so omogočile prepoznavo možganskih struktur, ki omogočajo osnovno količinsko pa tudi matematično procesiranje. V luči prejšnjega odstavka procesiranje pomeni odzive nevronov na informacijo. Če gre za procesiranje številčnih podatkov, npr.

arabskih števk, potem gre v možganih za procesiranje simbolne informacije, zapisane s specifičnimi simboli. Če gre za količinsko procesiranje, gre za procesiranje informacije, za katero simboli niso potrebni, zadostuje sistem zaznave in sledenja objektu. Ker so možgani izjemno ekonomični, poteka procesiranje organizirano. Tako obstajajo področja v možganih – posebni sistemi, ki so specializirani npr. za simbolno procesiranje in sistemi, kjer je pomembno le sledenje objektu.

Matematična intuicija

Vsa človeška bitja, pa tudi nekatere živali, so sposobna prepoznave količine. Tako se vsi ljudje in nekatere živali specifično odzovejo pri analizi nesimbolnih dražljajev, npr. skupine madežev ali zaporedja tonov (8, 19). Odziv nam omogoča sistem za osnovno prepoznavanje količine; imenujemo ga tudi sistem aproksimacije (angl. Approximate Number System - ANS) (19). Sistem ni odvisen od uporabe jezika (govora) ali simbolov, pač pa deluje kot kognitivni sistem sledenja objektu. Prisoten je že ob rojstvu in nato z zorenjem doseže vedno večjo natančnost in sposobnost razpoznave tako večjih količin kot manjših razlik, tako da odrasla oseba brez preštevanja oziroma štetja zmore razločiti skupino 100 predmetov od 115 (20). Če pri malčku ugotavljamo dobro delujočo in zrelejši sistem aproksimacije kot pri vrstnikih, je velika verjetnost, da bo otroku v šoli pri matematiki dobro šlo in da bo pri matematiki uspešnejši od vrstnikov (21).

Dojenčki že kmalu po rojstvu, večinoma pri treh mesecih, postanejo pozorni na številčnost niza predmetov. Pri šestih mesecih vizualno ločijo skupini z osmimi in šestnaj-

stimi elementi, pri enajstih mesecih pa že izražajo poznavanje ordinalnosti (22). Ta občutek za količino imenujemo tudi matematična intuicija, saj so te presoje hitre, avtomatične in brez introspekcije (23). Intuicija ne zajema kompleksnih matematičnih operacij in kognitivno zahtevnih konceptov kot so ulomki, koreni, negativna in realna števila. Slednje razvijemo in razumemo šele z izobraževanjem oziroma se jih priučimo. Pri matematični intuiciji gre torej zgolj za osnovno razumevanje števil, ki je prisotno celotno življenjsko obdobje (z izjemo stanj, kot je npr. demenca) in ga poznajo tudi nekatere živalske vrste (24).

Matematično procesiranje

Matematično procesiranje, ki vključuje računsko prakso, uporabo jezika in kognitivno zahtevnejših konceptov, kot so iracionalna in negativna števila, je bolj kompleksno. Zahteva simbolno mišljenje, ki je kasneje nadgrajeno s sposobnostjo abstrakcije in obvladovanje jezika - govora. Numerična kognicija je osnovna, bazična sposobnost procesiranja numerične oziroma številčne informacije. Za reševanje kompleksnejših matematičnih problemov pa je treba numerično kognicijo nadgraditi z aritmetičnim procesiranjem, saj je števila treba povezati z besedami in s količinsko predstavo, izbrati je treba najbolj ustrezno metodo za reševanje določenega problema, algoritmom je treba dati pomen in razumevanje. Poleg razumevanja aritmetičnih nalog je za uspešnost pri matematičnih nalogah – torej za brežhibno matematično procesiranje, zelo pomembno prepoznavanje numerične informacije iz diagramov, tabel in enačb. Gre za sposobnost razbiranja numeričnih informacij iz različnih formatov. Podatki iz raziskav nakazujejo, da so matematično

»sposobnejši« posamezniki boljši ne toliko v priklicu aritmetičnih znanj, pač pa v delovanju višjih, kognitivnih procesov, zlasti pri procesiranju matematičnih simbolov (19, 24).

ε Predeli v možganih, ki so aktivni med matematičnim procesiranjem

Anatomsko možgane ločimo na možganski hemisferi ali polobli, male možgane in možgansko deblo s podaljšano hrbtenjačo. Poloble delimo na režnje. Spredaj je čelni reženj, ki je ključnega pomena za razmišljanje, načrtovanje, reševanje problemov, čustvene odzive, osebnostne značilnosti, gibanje in delno govor. Temenski reženj ima pomembno vlogo pri natančni zaznavi in ločevanju dražljajev, kot so pritisk, dotik, temperatura in bolečina ter sodeluje pri gibanju in zaznavi informacij, tudi objektov. V tem predelu zbiramo pomembne informacije iz okolja. Senčnični reženj je pomemben za zaznavo in prepoznavo slušnih dražljajev, govor ter pomnjenje. Zatilni reženj ima pomembno vlogo pri vidu. Del možganov so tudi mali možgani, ki sodelujejo pri izvrševanju gibov in nadzoru drže, pomembni so tudi za izvedbo miselnih procesov. Iz možganov navzdol v hrbtenjačo poteka možgansko deblo, kjer so pomembni predeli za uravnavanje osnovnih življenjskih funkcij, kot je uravnavanje dihanja in bitja srca. Razdelitev možganov na dve funkcionalno različni polobli in na funkcijske enote (režnje), ki pa so med seboj povezani, povezani pa so tudi z ostalimi, evolucijsko starejšimi predeli možganov, šele omogoča kompleksno delovanje možganov in telesa.

Procesiranje tako količinske kot numerične informacije povezujemo z aktivacijo temenskih režnjev. Temensko področje se aktivira ob predstavitvi informacije, ki je tako v obliki vzorca pik kot v simbolni obliki arabskih števk. Če se količina ali način predstavitve v predstavljenem vzorcu spremeni, pride do ponovne aktivacije in ojačitve v tem predelu, kar lahko z vidika delovanja možganov razumemo kot procesiranje numerične informacije. Bolj ko se količina razlikuje, bolj izrazita je sprememba (25). V študiji so med numeričnim procesiranjem zaznali tudi razlike v obeh hemisferah. Leva hemisfera je bila bolj aktivna med abstraktnimi numeričnimi reprezentacijami, medtem ko je bila desna aktivnejša med primerjanjem in poimenovanjem števil. Razlike med hemisferama so bile najbolj očitne pri primerjavi števil in pri računanju. Med primerjanjem dveh števil je intraparietalna in prefrontalna dejavnost močnejša v desni hemisferi, pri množenju v levi hemisferi, pri odštevanju pa je aktivnost prisotna obojestransko. Verjetno za primerjavo števil zadoštuje le aktivna desna hemisfera, čeprav sta pri primerjanju števil običajno aktivni obe. Pri poimenovanju in računanju pa se praviloma aktivira le leva hemisfera (26).

Intraparietalni sulcus (IPS), še posebej njegov horizontalni del (hIPS), je stranski del temenskega režnja. Je ključen za osnovno določanje količine in je aktiven pri vseh številskih nalogah in pri vseh predstavitvah količine, ne glede na zapis količine in modalnost (24). Osnovno numerično procesiranje povezujemo z aktivacijo horizontalnega segmenta intraparietalnega sulkusa (angl. horizontal segment of the intraparietal sulcus – hIPS) (27), ki ga edinega tudi povezujemo zgolj s številčnimi informacijami, neodvisno od konteksta (28), medtem

ko je za kompleksnejše matematične procese ali procesiranje zahtevnejših konceptov, kot so negativne vrednosti, nujno usklajeno delovanje več področij (1, 29).

Prvi predlagani model numeričnega procesiranja sta predstavila v študijah Dehaene in Cohen, in velja še danes, z nekaterimi dopolnili. Za numerično procesiranje so ključni trije predeli:

1. Bilateralni predeli ob intraparietalnem sulkusu (IPS) med procesiranjem numerične količine, torej katera števka je večja.
2. Temensko področje, predvsem levo, ki ga imenujemo angularni girus (AG), med preprostim računanjem (seštevanje/odštevanje; množenje/deljenje).
3. Bilateralni zgornji predeli temenske skorje, ki jih povezujemo s pozornostjo in vidno-prostorskimi zaznavami, ki so potrebne med numeričnim ali matematičnim procesiranjem. Ob tem prihaja do aktivacije predelov, kjer se vrši vidna predstava količine – senčnični predel; ob izreki oz. poimenovanju tudi artikulacijska zanka in govorni predel; za priklic in prepoznavo aritmetičnih dejstev so ključne globoke možganske strukture – bazalni gangliji in talamus. Pri izbiri strategije in načrtovanju računske operacije/reševanje matematičnega problema je nujno tudi aktiviranje prefrontalne skorje. Pomembnejši predeli pri tem so medialni in superiorni girusi čelnega režnja, ki omogočajo načrtovanje, stopenjsko reševanje problema; srednji girusi čelnega režnja za zahtevnejše, večstopenjske probleme, in spodnji del čelnega režnja, kjer se vrši nadzor nad preprostimi problemi (24).

Ker je procesiranje matematičnih problemov izjemno kompleksno in zahteva usklajeno in brezhibno delovanje različnih

predelov možganov, lahko razumemo, zakaj je včasih stereotipno veljalo, da je nekdo, ki obvlada matematiko, zares bister. Tudi podatki iz raziskav nakazujejo, da so matematično »sposobnejši« posamezniki boljši ne toliko v priklicu aritmetičnih znanj, torej delovanju spomina, pač pa v delovanju višjih, kognitivnih procesov, zlasti to velja pri procesiranju matematičnih simbolov. Pri dobrih matematikih se ti procesi zelo aktivno odvijajo v levem angularnem girusu, ki je pri njih bolj dejaven kot pri slabih matematikih. Lahko celo sklepamo, da je delovanje višjih kognitivnih procesov biološka danost, ki pa nato preko urjenja večšin postane tudi subspecializacija določenega predela možganov.

Velja tudi opazanje, da nekdo, ki je govorno spreten, ni nujno spreten tudi v obvladanju matematičnih veščin. Matematične sposobnosti se namreč ne povezujejo s sposobnostjo in hitrostjo poimenovanja in izražanja, ki so tudi eno od meril kognitivnega razvoja. Iz nevrološkega vidika matematika tudi ni jezik. Uporablja simbole, podobno kot jezik, vendar pa za uspešno reševanje matematičnih problemov uporablja povsem drugo, vendar pa podobno zapleteno nevronske mreže kot jezik.

ζ Povezava med možgani in telesom določa intuitivno razumevanje matematike

Prostorske in količinske predstave otrok prične usvajati zelo zgodaj, takrat ko pričene uporabljati svoje telo. Takrat tudi prične z oblikovanjem lastne telesne sheme. Telesna shema je miselni konstrukt, ki opisuje, kako si predstavljamo svoje telo v prostoru, kar vključuje postavitev našega telesa v prostor, dolžino in meje naših udov glede na prostor, razmerja delov telesa, razpo-

reditev in razmerja med deli telesa in ob ustreznem treningu tudi podaljške našega telesa, kot npr. palica ali violina. Ko dojenček leži na hrbtu, okoli tretjega meseca starosti namensko poseže po predmetu. Sprva je njegov poseg v prostor negotov: premočan ali prešibak, nenatančno usmerjen na predmet, a sčasoma se dojenček izuri in s spoznavanjem svojega telesa poseže ne le z roko po predmetu pač pa tudi s telesom v prostor: prične s kotaljenjem, plazenjem, kobacanjem in okoli prvega rojstnega dne tudi shodi. S celim telesom otrok spoznava, kaj je daleč in kaj blizu; kaj je več in kaj manj. Njegovo telo mu omogoča razumeti osnovne koncepte: več-manj, močno-šibko, daleč-blizu, ostro-topo, ravno-ukriviljeno itd. Prve koračnice otroku omogočijo novo modalnost: matematične količine spoznava preko glasbe, s celim telesom občuti zaporedje in ritem. Matematiko tako pričenjamo razumeti v tem obdobju intuitivno.



[Slika 1] Otroci, ki se učijo igranja na instrument, so v veliki prednosti pri osvajanju matematičnih kompetenc. Urijo svoje prste, ki so ključni za številčne predstave. Preko celotnega telesa spoznavajo ritem, melodijo in s spoznavanjem not celo telesno občutijo, kaj so ulomki: celinka, polovinka, četrtinka. Ulomki so za njihovo trenutno mišljenje pri npr. šestih letih, sicer preveč zahtevni, a jih zmorejo razumeti telesno. Najstniki pa preko instrumenta spoznavajo zakone akustike. Vir slike: arhiv avtorice.

Štetje na prste in uporabo desetiškega sistema pri večini kultur razlagamo s teorijo povezave med telesom in umom (30). Ob uporabi prstov se pri preiskovancih, ki sicer kulturološko uporabljajo desetiški sistem, aktivirajo ista področja kot ob preprostem računanju z arabskimi števki. Uporaba prstov in manipulacije z njimi služijo kot konkretna podlaga za abstraktne pojme. Reprezentacija prstov v naših možganov se kaže podobno kot naše miselno-abstraktne predstave o količinah in manipulaciji z njimi, z aktivacijo istih področij v možganih. Lahko sklepamo, da prsti kasneje s treningom preštevanja in štetja ter razvojem logičnega mišljenja, postanejo tudi abstraktni pojmi. Računanje na prste tako predstavlja prelomnico med intuitivnim in konkretnim mišljenjem (30).

S teorijo povezave med telesom in umom lahko razložimo tudi nekatere druge miselne predstave. Lakoff in Nunez sta uporabila sistem metafor (teorijo kognitivnih ali konceptualnih metafor), v kateri predlagata aritmetiko kot način zbiranja predmetov oziroma aritmetiko kot gibanje vzdolž osi (31). Če ste desnični, kar velja za večino populacije, in uporabljate evropski način pisanja, od leve proti desni, potem je za vas vse, kar je večje, boljše in prihodnje, umeščeno na vašo desno. Zahodnoevropejci smo znani po linearnem razmišljanju, z numerično osjo, ki se pričinja na levi in po velikosti raste proti desni (32). Pri poskusih s številčnimi vrednostmi na ekranih smo pri pritisku na gumb kot reaktivnem času prepoznavne vrednosti pri večjih količinah hitrejši z desnico kot levico. Podobno za nas velja pri vertikalni številčni osi, kjer višje za nas pomeni tudi večje. Tako preiskovanci pri generiranju števil ob premikih telesa navzgor, generirajo večje vrednos-

ti, kot če se premikajo navzdol (33). Če so preiskovanci kimali navzgor, so generirali višje vrednosti, kot če so kimali z glavo navzdol (34). Naši možgani poleg tega enačijo modalnosti. Tako razumemo večje napisano številko tudi kot količinsko večjo od drobno napisane in količino pikic precenimo, če prekrivajo večjo površino (35). Povezavo med telesom in umom nevroznanstveniki utemeljujejo z aktivacijo istih možganskih predelov ob gibalni ali miselni nalogi, saj se ob procesiranju števil in količin v možganih aktivira predel temenskega režnja, pri čemer je aktivacija podobna kot pri procesiranju prostorskih informacij ob gibanju, kjer navzgor pomeni več, navzdol manj; levo manj, desno več ipd. (36).

η Problem modalnosti

Pri preučevanju delovanja možganov se srečamo s problemom modalnosti. Modalnost je posledica sposobnosti osrednjega živčevja, ki je najbolj kompleksna prav pri sesalcih in omogoča preko različnih zaznavnih sistemov, vidnega, slušnega in somato-senzoričnega, prepoznavo istega dražljaja na različne načine. Ob tem prihaja do aktivacije različnih predelov možganske skorje. Možgani modalnosti enačijo, kar pomeni da kljub različni pojavnosti in aktivaciji različnih možganskih predelov, možgani »prepoznajo«, da gre za opis iste vsebine. Modalnost pri matematičnem dražljaju bi morda najboljše opisali kot obliko pojavnosti, ki je lahko različna, čeprav vsebina, v tem primeru količina, ostaja enaka.

Tako ste, ko ste vzeli v roke revijo, prebrali, kdaj je izšla in kako je številčno označena. Če ste se odločili za branje točno določenega prispevka, ste morali prepoznati številko strani, na kateri se nahaja, in revijo

prelistati. Če imate v rokah septembrsko številko, ali ste pomislili, da gre za 9. številko? Morda IX? Beseda september je tudi zelo drugačna od besede devet. Poleg tega prepoznava govora aktivira druga področja kot prepoznavanje količin.

Številke so abstraktni simboli, ki lahko pomenijo različne stvari: količino kot npr. trije članki ali pa zaporedje: npr. tretji, ki je lahko tudi zadnji, članek ali pa zgolj simbol – npr. za Radensko – tri srca. Številke lahko zapišemo že samo simbolično na več načinov: tri ali 3 ali III ali pa nesimbolično, npr. tri pike ali ooo. Lahko bi tudi trikrat plosknili, trikrat zatrobili, trikrat utripnili z lučjo itd. in na ta način spremenili modalnost iz vidnega dražljaja v zvočnega. Prav vsi zapisi, ne glede na modalnost, pa pomenijo enako količino (24).

Danes menimo, da za razumevanje količine ni treba imeti razvitega govora, pač pa imamo nekatere sisteme vrojene. Empirični dokazi iz skupnosti otrok Aboriginov, ki štejejo brez števk, saj poznajo le besede ena, dve, malo in veliko, so pokazale, da so ti otroci povsem primerljivi v določanju količine in tudi pri preprostih oblikovanjih enako velikih skupin (torej seštevanju/odštevanju), enako starim angleško govorečim otrokom (8). Poleg tega danes menimo, da nam možgani omogočajo »začutiti« količino. Količino prepoznamo amodalno - torej ne glede na modalnost. Ljudje imamo vrojena dva sistema reprezentacije števil. Prvi sistem je ocena (aproksimacija) števila elementov v skupini. Seveda je določanje številčnosti netočno, a se natančnost z zrelostjo možganov izboljšuje. Aproksimacija ni omejena le na vidne (vizualne) objekte, temveč velja tudi za slušne dražljaje. Drugi sistem je sistem določanja natančne vrednosti količine oz. števila objektov. Otroci in

odrasli lahko natančno število elementov določijo le, če teh ni veliko. Dojenčki dojamajo številčnost elementov, če je število objektov največ tri, in ne glede na diskretne ali kontinuirane vrednosti (npr. število piškotov, količina soka), oziroma vizualne ali avditorne dogodke (npr. skoki lutke, zvočni signali) (19).

θ Prepoznavanje količin in števil

Že v predšolskem obdobju prepoznavanje različnih količin in snovanje števil, prilagojeno potrebam in zmožnostim posameznika, vpliva na razvoj in izboljšanje matematičnih sposobnosti. Dobro poznavanje količine in intuitivne številske predstave so namreč predpogoj za uspešno razumevanje matematike in kasneje, v šolskem obdobju, korelirajo z matematičnimi sposobnostmi osnovnošolcev. Novejše raziskave so pokazale, da razvoj aritmetičnih sposobnostih ne temelji zgolj na pridobivanju izkušenj in učenju, temveč so nam nekatere aritmetične sposobnosti, predvsem občutek za količino, vrojene (19).

Sposobnost določanja količine ni vrojena le ljudem, pač pa jo poznajo tudi živali. Živali sicer zelo verjetno ne štejejo v lingvističnem pomenu štetja. Torej živali ne štejejo ena, dve, tri ... pač pa imajo vrojeno sposobnost določanja in razločevanja količine. Gre najverjetneje za evolucijsko prednost teritorialnih živali, ki jim ta sposobnost omogoča določiti teritorij, kjer je več hrane za celotno skupino. Presoja, kje bo taščica našla več črvov ali presoja levinje, v kateri čredi antilop je možnost ulova največja, je živalim vrojena, saj je pomembna za obstoj vrste (8).

Sistem za določanje količine je razvit tako pri ljudeh kot pri živalih. Gre za nekakšen vmesnik med vidom in mišljenjem, ki omogoča »videti« male količine. Zato lahko »vidimo« količino do 5 predmetov, ne da bi jih prešteli. Vrojena sposobnost »videti« količino se oblikuje iz interakcij med količino predmetov in številko, ki jih predstavlja. Težave pri količinski zaznavi naraščajo s številčnostjo elementov pa tudi z velikostjo same količine. Manjša ko je številčnost elementov, bolj smo točni pri oceni. Bolj ko je količina majhna, lažje in večkrat si jo zmoremo predstavljati.

Že dojenčki so sposobni razlikovati množici z različnimi elementi, številčnost pa dojemajo amodalno. Pri šestih mesecih ločijo množici, katerih število elementov je v razmerju 1 : 2, s starostjo pa se to razmerje hitro izboljšuje. Petletni otroci že ločijo skupini, katerih število elementov je v razmerju 7 : 8. Sposobnost primerjanja dveh količin se začne razvijati šele po 15. mesecu starosti, preštevanja pa se otroci naučijo spontano, z učenjem jezika (19).

Govor otroku omogoči, da števila dobijo abstrakten, simbolni pomen, s tem pa se odpre pot k simbolni aritmetiki. Zanimivo pa je, da za preštevanje ni potrebno znanje jezika, saj so osnovni numerični koncepti vrojeni in niso odvisni od razvoja govora oziroma jezika. Do tretjega leta starosti štejejo brez težav do 10, tri in pol letni otrok zazna napako v preštevanju, do četrtega leta pa usvoji osnovni princip preštevanja, t.j. da je vsak predmet štet le enkrat in da si števila morajo slediti zaporedno. Domnevamo, da gre za vrojeno sposobnost, ki je posledica sposobnosti spontanega učenja jezika. Šele po četrtem letu starosti otroci praviloma začnejo razumeti, čemu je preštevanje namenjeno, t.j. da končno število predstavlja

število vseh elementov v skupini (10). Otroci se najprej naučijo prešteti tri medvede in ne zgolj število tri. Ker učenje temelji na predvidevanju, torej kaj naši možgani pričakujejo, da sledi, je sosledje konceptov zelo pomembno. Otroci si lažje zapomnijo in usvojijo koncept števila, če jim najprej predstavimo predmete – torej medvede, in šele nato njihovo količino – torej tri medvede. Z navodilom: »Poglej medvede, trije so!« si otroci zapomnijo količino kar za 30 % bolje, kot če rečemo: »Poglej, trije medvedi!«



[Slika 2, 3] Otroci med petim in sedmim letom spontano pričenejo z opisnim jevanjem. V to vkljuujejo tudi številke. Zelo radi ustvarjajo vzorce, razvrščajo simbole, tudi številke, kar je razvidno iz slike 5-letnice, kjer so številke še zapisane zrcalno. Leto dni kasneje, pri šestih letih, je v zgodbo v obliki stripa že vključena beseda, ki odgovarja na vprašanje »Koliko?« »Za tri piškote. Za celo vrečo.« Vir slike: arhiv avtorice.

☞ Uspešnost učencev in spodbude pri usvajanju matematičnih veščin

Na uspešnost učencev pri usvajanju matematičnih veščin ima velik vpliv biološka danost. So otroci, ki so resnično bolj nadarjeni za matematiko in jim usvajanje matematičnih konceptov ne predstavlja večjih ovir. To so praviloma otroci, ki tudi kasneje v poznem najstništvu posegajo po akademskih dosežkih, saj so njihove kognitivne sposobnosti, zlasti sposobnosti abstraktnega mišljenja, nadpovprečne.

Poleg genetske predispozicije ima velik vpliv tudi zgodnje otroštvo. Gibanje in oblikovanje telesne sheme je najbolj izrazito v predšolskem obdobju. Večina otrok usvoji odrasle, zrele gibalne vzorce ob vstopu v šolo. Kasneje le z velikim naporom oziroma profesionalnim treningom vplivajo nanje. Telesna shema vpliva zlasti na naše intuitivno razumevanje matematike, ki je ključno v vsakdanjem življenju.

Ker pa ljudje nismo samo biološka in telesna bitja, pač pa smo vpeti v družbo, nas oblikujejo tudi medosebni odnosi. Recipročnost odnosov med šolo in domom je tako pomembna, da so otroci bolj osredotočeni na šolske naloge, in zanimivo, hkrati tudi bolj uspešni pri matematiki, če njihovi starši mislijo, da so njihovi otroci uspešni (37). Ravno obratno pa nezaupanje v otrokove sposobnosti vodi v splošno slabšo učno uspešnost in tudi slabše matematične kompetence. Starši, zlasti očetje, s trajanjem šolanja povečujejo zaupanje v sinove matematične kompetence, medtem ko jih za hčere zmanjšujejo. Kako matere razumejo otrokove matematične sposobnosti, pa določa formalno in neformalno matematično

znanje ter tudi uspešnost, pri čemer je materino znanje matematike tisto, ki določa formalni nivo znanja otroka (38).

Predšolske izkušnje in spodbudno predšolsko okolje je tisto, ki vpliva na kasnejše uspehe pri matematiki (39). Učinki obogatenih materialov, dejavnosti in interakcij med vzgojitelji-učitelji in učenci v najzgodnejših letih učenja se kažejo še štiri leta po učinkoviti intervenciji, usmerjeni v matematiko (40). Še bolj zanimivi kot pričakovani uspehi pri matematiki, so drugi učinki spodbud učenja matematike, ki segajo od uravnavanja in zmanjšanja težavnih vedenj, večsamonadzora in pripadnosti šoli in učenju ter večja pogostost pozitivnih socialno-čustvenih vedenj, kar pa je najverjetneje povezano z otrokovo dobro samopodobo.

└ Zaključek

S prispevkom sem poskusila osvetliti nekatere vidike osvajanja matematičnih kompetenc, ki lahko pridejo prav učiteljem pri delu z učenci. Zakonitosti delovanja možganov in naše biološke danosti so dejstva, ki jih včasih ni enostavno sprejeti. Kot učitelji tako pri nadarjenih za matematiko nimamo posebnih zaslug za njihove uspehe, prav tako kot nismo »krivi«, če otrok, pri katerem že intuitivno zaznavanje matematičnih količin pomeni doseganje meja njegovih kompetenc, ne zmore dlje od osnov aritmetike. Drži pa, da s formalnim načinom učenja vplivamo na matematične kompetence.

Snovanje števil, prilagojeno potrebam in možnostim malčka, z začetkom že v predšolskem obdobju, vpliva na izboljšanje matematičnih sposobnosti. Dobro poznavanje količin in razumevanje števil je namreč predpogoj za uspešno razumevanje

matematike. Predšolski otroci imajo dobro razvito matematično intuicijo, znajo oceniti številčnost skupine, preštevajo, seštevajo in odštevajo, seveda na svoj intuitiven način. V šoli jim z učenjem algoritmov intuicijo zameglimo, kar povzroči, da postane mate-

matika težka in manj priljubljena. Učencem moramo zato omogočiti, da uporabljajo matematično intuicijo tudi v šolskih klo-
peh, saj ima le-ta ključni pomen za razume-
vanje matematike in za razvoj matematič-
nih kompetenc.

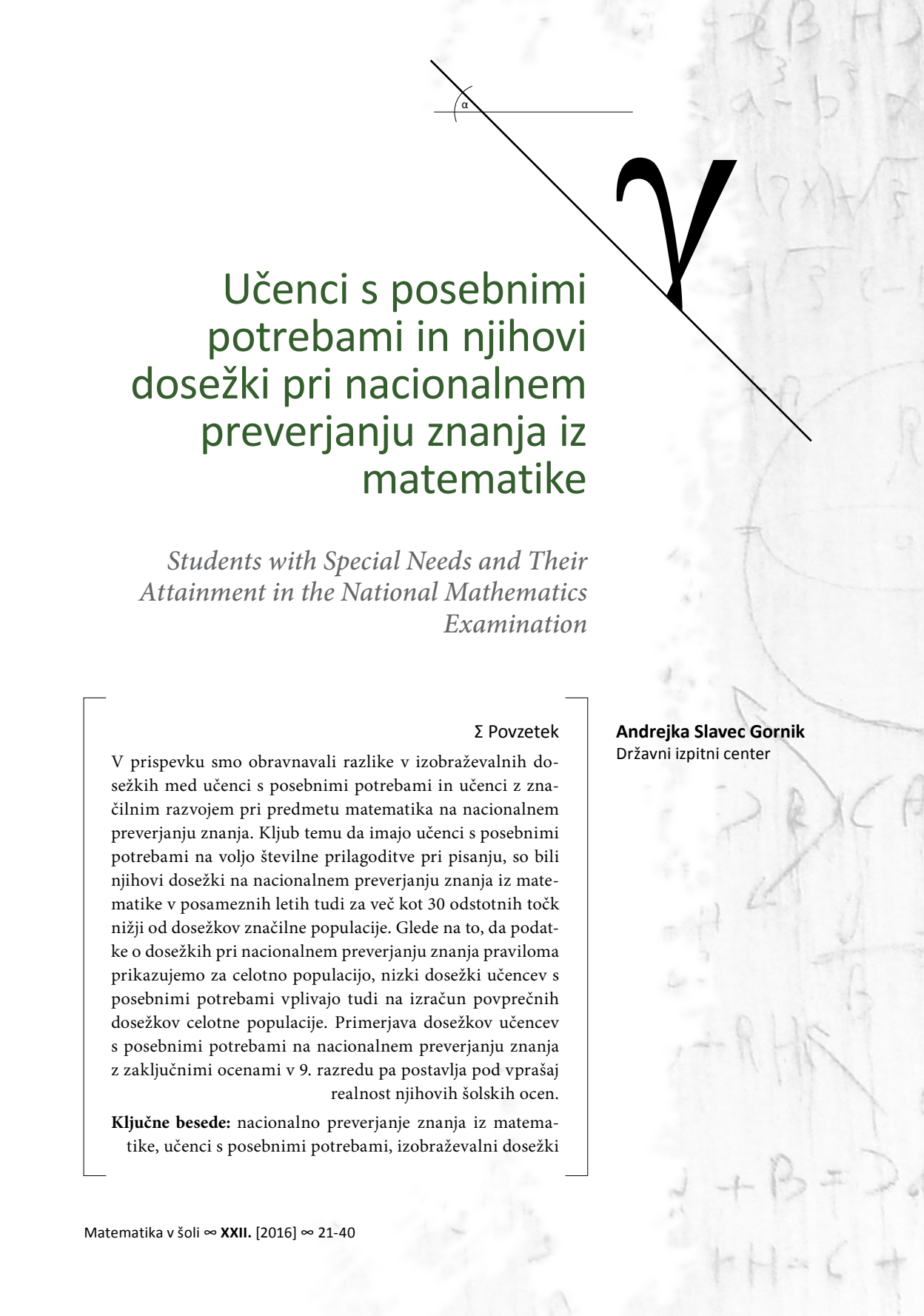
K Literatura

1. Grabner R.H., Reishofer G., Koschutnig K. in Ebner F. (2011). Brain correlates of mathematical competence in processing mathematical representations. *Front Hum Neurosci*. Dostopno na: <http://dx.doi.org/10.3389/fn-hum.2011.00130> (20. 6. 2016).
2. Schmidt, F. L. in Hunter, J. E. (1998). The validity and utility of selection methods in personnel psychology: practical and theoretical implications of 85 years of research findings. *Psychol. Bull.* 124, 262–274.
3. KEYCONET. (2006). Mathematical competence and basic competences in science and technology. Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on Key Competences for Lifelong Learning (2006/962/EC): Mathematical competence. Dostopno na: <http://keyconet.eun.org/maths-science-tech> (20. 6. 2016).
4. Parsons, S. in Bynner, J. (2005). Does Numeracy Matter More? London: National Research and Development Centre for adult literacy and numeracy.
5. Reyna, V. F., Nelson, W. L., Han, P. K. in Dieckmann, N. F. (2009). How numeracy influences risk comprehension and medical decision making. *Psychol. Bull.* 135, 943–973.
6. Gurd J.M., Kischka U. in Marshall J.C. (2010). *Handbook of Clinical Neuropsychology*. Oxford university Press, New York; 2010.
7. Libertus M.E., Feigenson L. in Halberda J. (2011). Pre-school acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science*; 14 (6): 1292–1300.
8. Bregant, T. (2013). Ali je matematika doma le v človekovih možganih?. *Proteus*; 75 (5): 209-216.
9. Bregant, T. (2012) Razvoj, rast in zorenje možganov. *Psihološka obzorja*, letn. 21, (št. 2), str. 51-60. Dostopno na: http://psiholoska-obzorja.si/arhiv_clanki/2012_2/bregant.pdf.

10. Bregant, T. (2004). Ali malček spozna matematiko že v vrtcu?. V: Vrbovšek B. (ur.). Spodbujanje matematičnega mišljenja v vrtcu. Ljubljana: Supra, str. 12-17.
11. OECD. Programme for International Student Assessment (PISA). Dostopno na: <http://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/> (29.1. 2016).
12. OECD. Programme for International Student Assessment (PISA). About PISA. FAQ. Dostopno na: <https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/pisafaq.htm> (20. 6. 2016).
13. Peklaj, C. (2012). Učenci z učnimi težavami v šoli in kaj lahko stori učitelj. Ljubljana: Znanstvena založba Filozofske fakultete.
14. Kavčič, R. A. (2005). Učenje z gibanjem pri matematiki. Priročnik gibalnih aktivnosti za učenje in poučevanje matematike v 2. razredu devetletke. Ljubljana: Bravo.
15. Kavkler, M., Žerdin, T. in Magajna, L. (1991). Brati, pisati, računati. Murska Sobota: Pomurska založba.
16. Zajc, I. in Koželj, M. (2001). Matematika v srcu umetnosti. Ljubljana: Jutro.
17. Forgasz, H. in Rivera, F. (2012). Towards Equity in Mathematics Education: Gender, Culture, and Diversity. San Jose: Springer.
18. Common Core State Standards for Mathematics (CCSS-M). Common Core. States Standards Initiative. Preparing America's students for success. <http://www.corestandards.org/> (29. 1. 2016).
19. Levstek, T., Bregant, T. in Podlesek, A. (2013). Razvoj aritmetičnih sposobnosti. Psihološka obzorja, letn. 22, str. 115-121. http://psy.ff.uni-lj.si/psiholoska_obzorja/arhiv_clanki/2013/levstek_et_al.pdf (29. 1. 2016).
20. Sousa, D. (2010). Mind, Brain, and Education: Neuroscience Implications for the Classroom. Solution Tree Press.
21. Mazzocco, M.M.M., Feigenson, L. in Halberda, J. (2011). »Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance«. PLoS ONE 6(9): e23749. doi:10.1371/journal.pone.0023749. (29. 1. 2016).
22. Dehaene, S. (2009). Origins of Mathematical Intuitions. The Case of Arithmetic. The Year in Cognitive Neuroscience 2009: Annual NewYork Academy of Science, letn. 1156, str. 232-259, dostopno na doi: 10.1111/j.1749-6632.2009.04469.x
23. Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L. in Wilson, A. J. (2004). Arithmetic and the brain. Current Opinion in Neurobiology, letn.14, str. 218-224.

24. Bregant, T. (2012). Nevrokognitivne osnove numeričnega procesiranja = Brain mechanisms underlying numerical processing. *Psihološka obzorja*, letn. 21, št. 3/4, str. 69-74. http://psy.ff.uni-lj.si/psiholoska_obzorja/arhiv_clanki/2012_3/bregant.pdf (29. 1. 2016).
25. Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D. in Dehaene, S. (2007). A Magnitude Code Common to Numerosities and Number Symbols in Human Intraparietal Cortex. *Neuron*, letn. 53, str. 293-305.
26. Chochon, F., Cohen, L., Moortele, P. F. in Dehaene, S. (1999). Differential contributions of the left and right inferior parietal lobules to number processing. *Journal of Cognitive Neuroscience*, letn. 11, str. 617-630.
27. Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P. in Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, letn. 20 (3/4/5/6), str. 487-506.
28. Thioux, M., Pesenti, M., De Volder, A., in Seron, X. (2002). Category-specific representation and processing of numbers and animal names across semantic tasks: A PET study. *NeuroImage*, letn. 13, št. 6 suppl. 2/2, str. S617.
29. Blair, K.P., Rosenberg-Lee, M., Tsang, J.M., Schwartz, D.L. in Menon, V. (2012) Beyond natural numbers: negative number representation in parietal cortex. *Frontiers in Human Neuroscience*, letn. 6, št. 7. <http://10.3389/fnhum.2012.00007> (29. 1. 2016).
30. Krinzinger, H., Koten, J.W., Horoufchin, H., Kohn, N. in Amdt, D. (2011). The role of finger representations and saccades for number processing: an fMRI study in children. *Frontiers in psychology*, letn. 2, str. 56-67.
31. Lakoff, G. in Nunez, R.E. (2000). *Where mathematics comes from*, New York: Basic Books.
32. Dehaene, S., Bossini, S., in Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude, *Journal of Experimental Psychology: General*, letn. 122, str. 371- 396.
33. Hartmann, M., Grabherr, L., in Last, F.W. (2012). Moving along the mental number line: Interactions between whole-body motion and numerical cognition, *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, letn. 38, št. 6, str. 1416-1427.
34. Winter, B. in Matlock, T. (2013). More is up... and right: Random number generation along two axes, V: Knauff, M., Pauen, M., Sebanz, N., Wachsmuth, I. (ur.), *Proceedings of the 35th Annual Conference of the Cognitive Science Society*, Austin, TX: Cognitive Science Society, str. 3789-3974.

35. Hurewitz, F., Gelman, R. in Schnitzer, B. (2006). Sometimes area counts more than number. *Proceedings of the National Academy of Sciences, U.S.A.*, letn. 103, str. 599– 604.
36. Bregant, T. (2016). Matematične sposobnosti pri otrocih : nekaj vrojenega, nekaj pridobljenega, a vedno lahko vir zadovoljstva. *Obzornik za matematiko in fiziko*, let. 63, št. 1, str. 18-24.
37. Aunola, K., Nurmi, J.E., Lerkkanen, K. in Rasku-Puttonen, K. (2003). The role of achievement-related behaviors and parental beliefs in children's mathematical performance. *Educational Psychology*, letn. 23, št. 4, str. 403-421.
38. Blevins-Knabe, B., Whiteside-Mansell, L. in Selig, J. (2007). Parenting and mathematical development. *Academic Exchange Quarterly*, letn. 11, št. 2, str. 76-80.
39. Brooks-Gunn, J., Fuligni, A.S. in Berlin, L.J. (2003). *Early child development in the 21st Century: Profiles of current research initiatives*, New York: Teachers College Press.
40. Preisner-Feinberg, E.S., Burchinal, M.R. in Clifford, R.M. (2001). The relation of preschool child-care quality to children's cognitive and social developmental trajectories through second grade. *Child Development*, letn. 72, št. 5, str. 1534-1553.



Učenci s posebnimi potrebami in njihovi dosežki pri nacionalnem preverjanju znanja iz matematike

Students with Special Needs and Their Attainment in the National Mathematics Examination

Σ Povzetek

V prispevku smo obravnavali razlike v izobraževalnih dosežkih med učenci s posebnimi potrebami in učenci z značilnim razvojem pri predmetu matematika na nacionalnem preverjanju znanja. Kljub temu da imajo učenci s posebnimi potrebami na voljo številne prilagoditve pri pisanju, so bili njihovi dosežki na nacionalnem preverjanju znanja iz matematike v posameznih letih tudi za več kot 30 odstotnih točk nižji od dosežkov značilne populacije. Glede na to, da podatke o dosežkih pri nacionalnem preverjanju znanja praviloma prikazujemo za celotno populacijo, nizki dosežki učencev s posebnimi potrebami vplivajo tudi na izračun povprečnih dosežkov celotne populacije. Primerjava dosežkov učencev s posebnimi potrebami na nacionalnem preverjanju znanja z zaključnimi ocenami v 9. razredu pa postavlja pod vprašaj realnost njihovih šolskih ocen.

Ključne besede: nacionalno preverjanje znanja iz matematike, učenci s posebnimi potrebami, izobraževalni dosežki

Andrejka Slavec Gornik
Državni izpitni center

Σ Abstract

The paper discusses the differences in educational attainment among students with special needs and students with typical development in the subject of mathematics at the national examination. Despite the fact that students with special needs take the test with many adjustments, their attainment in the national mathematics examination in specific years was over 30 percentage points lower than that of the typical population. In light of the fact that the data on attainment in the national examination are generally shown for the entire population, the low attainment of students with special needs also affects the calculation of the average attainment of the entire population. The comparison between the attainment of students with special needs in the national examination and their final marks in the 9th grade raises doubts as to whether their school marks are realistic.

Key words: national mathematics examination, students with special needs, educational attainment

α Uvod

V Sloveniji smo danes priča dvema nasprotujočima si procesoma: eroziji doseganja standardov znanja, zapisanih v učnih načrtih (Zupanc, Bren, 2010), in želji po izboljšanju dosežkov naših učencev predvsem na višjih taksonomskih stopnjah, kar povzroča tekmovalno naravnost šol in učencev, ki stremijo k vedno višjim učnim dosežkom in tudi višjim dosežkom na nacionalnem preverjanju znanja (v nadaljevanju: NPZ), ter integraciji/inkluziji vedno večjega števila učencev s posebnimi potrebami (predvsem učencev s primanjkljaji na posameznih področjih učenja) v redne programe osnovnošolskega izobraževanja, kjer bi morali dosežati iste izobrazbene standarde kot njihovi vrstniki, pa jih vsaj nezanemarljiv del žal ne more.

S formativnim NPZ-jem v osnovni šoli kot obliko eksternega preverjanja znanja

smo v zadnjih desetih letih, še posebej pa po letu 2008, pridobili veliko podatkov o učencih s posebnimi potrebami, ki opravljajo NPZ in pri tem zahtevajo določene prilagoditve. Poleg objektivnih, veljavnih in zanesljivih podatkov o dejanskih dosežkih učencev s posebnimi potrebami in njihovih sovrstnikov se na Državnem izpitnem centru sistematično zbirajo tudi drugi podatki, ki jih potrebujemo za organizacijo in tehnično izvedbo preverjanja in vrednotenja. Žal se ti podatki doslej niso uporabili še v nobeni poglavljeni študiji.

V prispevku bomo skušali odgovoriti na naslednji vprašanje:

- Kakšni so dosežki učencev s posebnimi potrebami pri NPZ-ju iz matematike v 6. razredu in ob zaključku osnovnošolskega izobraževanja v primerjavi z njihovimi sovrstniki z značilnim razvojem?
- Kaj nam pove primerjava dosežkov učencev s posebnimi potrebami na NPZ-ju iz

matematike in njihovih šolskih ocen v 9. razredu?

β Metodološka izhodišča

Na katerih podatkih temelji analiza?

Državni izpitni center v postopku določanja prilagoditev pri opravljanju NPZ-ja šteje med učence s posebnimi potrebami tiste učence, ki imajo, v skladu z zakonom, odločbo o usmeritvi, in tudi učence, ki zaradi posledic poškodbe, nesreče ali bolezni, ki se jim je zgodila neposredno pred pisanjem, ne zmorejo izkazati svojega znanja enakovredno in potrebujejo določene prilagoditve pri opravljanju NPZ-ja.

V analizo so vključeni učenci s posebnimi potrebami, ki se šolajo v rednih osnovnih šolah po programu s prilagojenim izvajanjem in z dodatno strokovno pomočjo (okrog 95 %) ali pa v enem od petih zavodov, ki izvajajo prilagojen program z enakovrednim izobrazbenim standardom (okrog 5 %).

Obravnavamo samo tiste učence s posebnimi potrebami, ki so zaprosili za prilagoditve pri opravljanju NPZ-ja.

V analizo so vključeni podatki o številu učencev s posebnimi potrebami od leta 2006 dalje, ko ima NPZ formativno funkcijo. Podatki o številu učencev so verodostojnejši za učence 9. razreda, saj je bil NPZ zanje vseskozi obvezno, za učence 6. razreda pa šele od šolskega leta 2013/2014. Poleg tega se je NPZ v 6. razredu prvič izvajal na vseh šolah šele v šolskem letu 2008/2009. Po podatkih lahko sklepamo, da so dotlej njegovo opravljanje učencem s posebnimi potrebami na marsikateri šoli odsvetovali.

V šolskih letih 2005/2006 in 2006/2007 smo prijave zbirali v pisni obliki, zato ima

Državni izpitni center za ti dve leti v elektronski obliki le podatke o številu učencev. Od leta 2008, ko je bil uveden računalniški program za prijavo ter so bile sistematično urejene in zbrane možne prilagoditve pri opravljanju NPZ-ja, Državni izpitni center vodi obsežno podatkovno zbirko o učencih s posebnimi potrebami, ki uveljavljajo prilagoditve tudi pri opravljanju NPZ-ja.

Zaradi zagotavljanja večje veljavnosti so v podrobnejšo analizo vključeni učenci 6. in 9. razreda, ki obvezno opravljajo NPZ.

Naraščanje števila in deleža učencev s posebnimi potrebami

Število učencev s posebnimi potrebami, ki so opravljali NPZ ob koncu osnovnošolskega izobraževanja in so pri tem potrebovali prilagoditve, se je povečalo s 494 leta 2006 na 1529 leta 2015. Od leta 2006 do leta 2015 je torej naraslo za več kot 3-krat. Podobno se je povečalo število učencev 9. razreda, ki so potrebovali prilagoditve pri opravljanju NPZ-ja iz matematike. Leta 2006 jih je bilo 481 ali 2,3 %, leta 2015 pa 1480 ali 8,3 %. Podatki, prikazani v tabeli 1, kažejo, da je večina učencev s posebnimi potrebami (UPP), ki je imela prilagoditve pri opravljanju NPZ-ja, te potrebovala tudi pri NPZ-ju iz matematike.

Kot kažejo podatki v tabeli 2, je bilo leta 2006 v 6. razredu le 95 učencev s posebnimi potrebami, ki so potrebovali prilagoditve ali 4,0 % vseh učencev, ki so opravljali NPZ, njihovo število pa je do leta 2013, ko so šestošolci zadnjič prostovoljno opravljali NPZ naraslo na 974 ali 6,3 % vseh učencev, ki so opravljali NPZ. Od leta 2013 do leta 2015 pa se je njihovo število povečalo za skoraj polovico. V letu 2015 je matematiko na prilagojen način opravljal 1405 učencev 6. razreda ali 8,1 % vseh.

Leto izvajanja NPZ-ja	Število UPP	Delež UPP od vseh, ki so opravljali NPZ (v %)	Število UPP, ki so opravljali NPZ iz MAT	Delež UPP, ki so opravljali NPZ iz MAT od vseh, ki so opravljali NPZ (v %)	Delež UPP, ki so opravljali NPZ iz MAT od vseh UPP (v %)
2006	494	2,4	481	2,3	97,4
2007	669	3,5	640	3,3	95,7
2008	808	4,3	778	4,1	96,3
2009	918	4,9	883	4,7	96,2
2010	1093	6,0	1067	5,9	97,6
2011	1190	6,5	1161	6,3	97,6
2012	1349	7,5	1287	7,2	95,4
2013	1422	8,0	1386	7,8	97,5
2014	1523	8,8	1482	8,6	97,3
2015	1529	8,5	1480	8,3	96,8

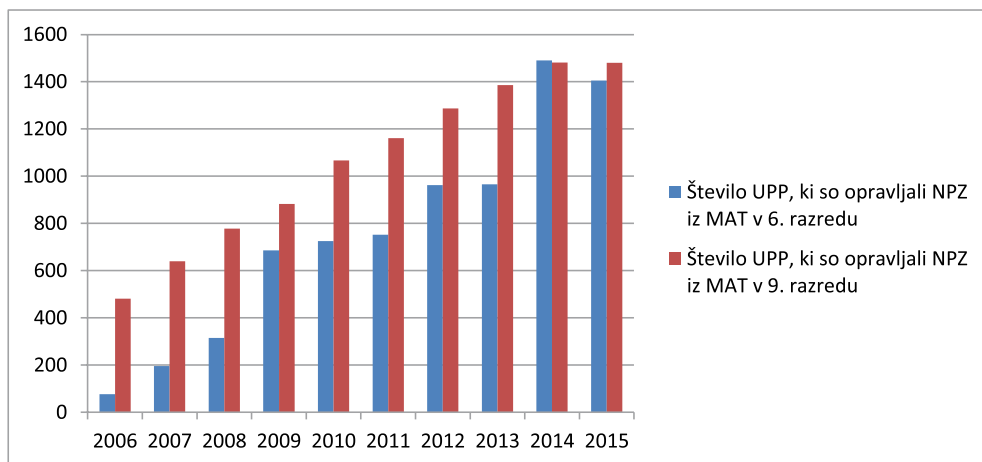
[Tab a 1] Število in delež vseh učencev s posebnimi potrebami, ki so opravljali NPZ ter število in delež vseh učencev s posebnimi potrebami, ki so opravljali NPZ iz matematike, 9. razred, 2006–2015

Vir: Ric, 2016

Leto izvajanja NPZ-ja	Število UPP	Delež UPP od vseh, ki so opravljali NPZ (v %)	Število UPP, ki so opravljali NPZ iz MAT	Delež UPP, ki so opravljali NPZ iz MAT od vseh, ki so opravljali NPZ (v %)	Delež UPP, ki so opravljali NPZ iz MAT od vseh UPP (v %)
2006	95	4,0	77	3,2	81,1
2007	225	4,7	196	4,1	87,1
2008	315	4,0	315	4,0	100,0
2009	700	4,7	686	4,6	98,0
2010	731	4,9	725	4,8	99,2
2011	793	5,4	752	5,1	94,8
2012	968	6,1	962	6,0	99,4
2013	974	6,3	966	6,3	99,2
2014	1547	8,8	1491	8,5	96,4
2015	1447	8,4	1405	8,1	97,1

[Tabela 2] Število in delež vseh učencev s posebnimi potrebami, ki so opravljali NPZ, ter število in delež vseh učencev s posebnimi potrebami, ki so opravljali NPZ iz matematike, 6. razred, 2006–2015

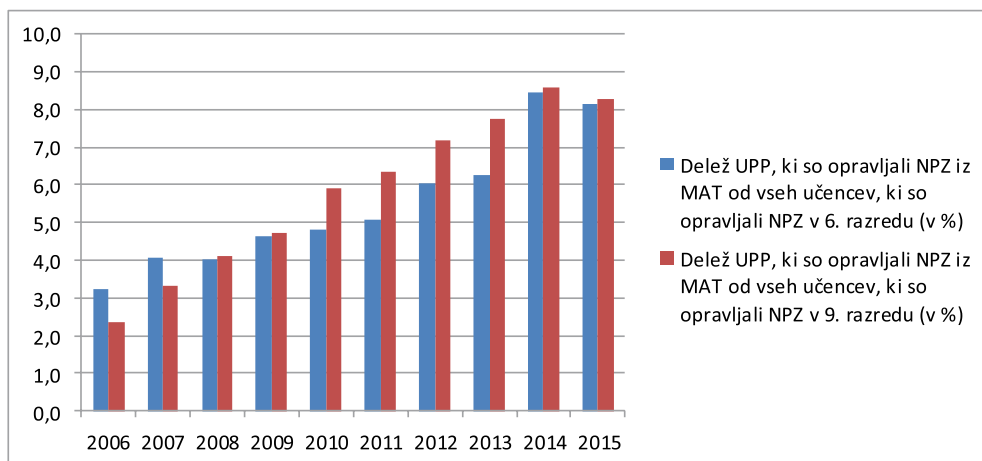
Vir: Ric, 2016



[Slika 1] Primerjava števila učencev s posebnimi potrebami v 6. in 9. razredu, ki so opravljali NPZ iz matematike, 2006–2015. Vir: Ric, 2016

Medtem ko je bilo število učencev, ki so opravljali NPZ iz matematike, v 9. razredu iz leta v leto višje, pa je v 6. razredu viden skokovit porast v letu 2009, ko se je NPZ prvič izvajal na vseh osnovnih šolah in leta 2014, ko je postal NPZ obvezen, kar je vidno s slike 1.

Odkar je NPZ postal obvezen za vse učence 6. in 9. razreda, sta število in delež učencev s posebnimi potrebami v obeh razredih precej izenačena. V letu 2015 je prvič opazen absolutni in relativni upad števila učencev s posebnimi potrebami, tako v 6. kot tudi v 9. razredu. Natančnejša prikaza sta na slikah 1 in 2.

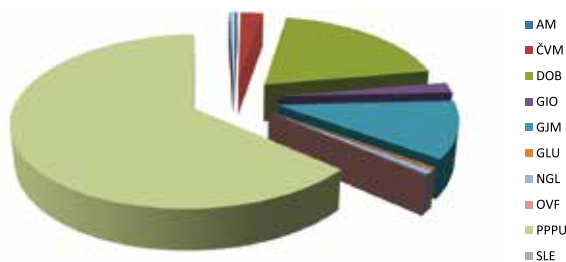


[Slika 2] Primerjava deleža učencev s posebnimi potrebami v 6. in 9. razredu, ki so opravljali NPZ iz matematike, 2006–2015. Vir: Ric, 2016

Vedno več je tudi osnovnih šol, kjer ti učenci opravljajo NPZ. Medtem ko so leta 2006 učenci s posebnimi potrebami pisali NPZ na 234 osnovnih šolah, je to število do leta 2015 naraslo na 428 šol ali za 82,9 %.

Učenci s posebnimi potrebami glede na motnjo, oviro oziroma primanjkljaj

Kot kaže slika 3, je bilo leta 2015 med učenci s posebnimi potrebami, ki so v 9. razredu opravljali NPZ iz matematike, največ učencev, ki so imeli primanjkljaje na posameznih področjih učenja – PPPU (77,5 %). Sledili so jim dolgotrajno bolni učenci – DOB (23,8 %), učenci z govorno-jezikovnimi motnjami – GJM (13,2 %), učenci s čustvenimi in vedenjskimi motnjami – ČVM (3,0 %), gibalno ovirani učenci – GIO (2,5 %) in naglušni učenci – NGL (1,0 %). Deleži učencev z ostalimi motnjami ovirami in primanjkljaji (slepi – SLE, slabovidni – SLA, z okvaro vidne funkcije – OVF, gluhi – GLU, avtistične motnje – AM) so bili nižji od enega odstotka. Skupni seštevki deleža učencev po posameznih motnjah so lahko višji od 100 odstotkov, ker ima lahko posamezni učenec več motenj, ovir ali primanjkljajev.



[Slika 3] Učenci s posebnimi potrebami, ki so opravljali NPZ iz matematike, glede na motnjo oviro in primanjkljaj, 9. razred, 2015

Vir: Ric, 2016

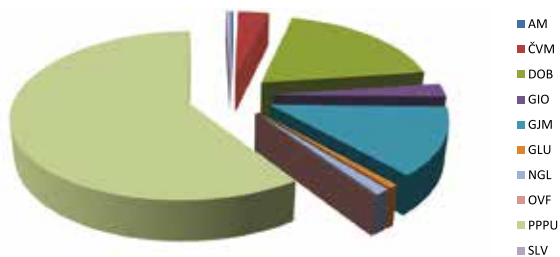
Če primerjamo podatke za leti 2008 in 2015, lahko ugotovimo, da se je v tem obdobju najbolj zvišal relativni delež dolgotrajno bolnih učencev (za 14,0 %), učencev z govorno-jezikovnimi motnjami (za 6,2 %) in učencev s primanjkljaji na posameznih področjih učenja (5,7 %). V vseh ostalih kategorijah sta bila število in delež učencev iz leta v leto bolj ali manj konstantna.

Med učenci s posebnimi potrebami v 9. razredu osnovne šole, ki so opravljali NPZ iz matematike, je bilo absolutno in relativno največ učencev s primanjkljaji na posameznih področjih učenja. Najvišji je bil delež teh učencev leta 2008, ko je znašal 83,2 % (ali 647 učencev), najnižji pa leta 2010, ko je dosegel 72,2 % (ali 877 učencev). Deleži učencev s primanjkljaji na posameznih področjih učenja so bili pri matematiki višji kot pri celotni populaciji učencev s posebnimi potrebami, ki so opravljali NPZ. Tudi absolutno število je vseskozi naraščalo in leta 2015 je NPZ opravljalo 1147 učencev s primanjkljaji na posameznih področjih učenja. Medtem ko se je celotno število učencev s posebnimi potrebami, ki so opravljali NPZ iz matematike, po letu 2014 nekoliko znižalo, je število učencev s primanjkljaji na posameznih področjih učenja še vedno raslo.

Lahko rečemo, da se je v zadnjih petih letih število učencev s posebnimi potrebami povečalo predvsem na račun kategorije učencev s primanjkljaji na posameznih področjih učenja. Z uvedbo Zakona o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami se je namreč postopoma opustila kategorija »otrok z mejnimi intelektualnimi sposobnostmi«, ki je imela segregativni prizvok, zato je bilo veliko otrok z mejnimi intelektualnimi sposobnostmi usmerjenih v kategorijo učencev s primanjkljaji na posameznih področjih

učenja. Vprašanje je, ali je bilo to smiselno, saj glede na prilagoditve, ki jih zahtevajo pri opravljanju NPZ-ja, sklepamo, da ima nezanemarljiv delež teh učencev v glavnem splošne učne težave in ne specifičnih.

Za 6. razred so podatki relevantni le za leti 2014 in 2015, ko je NPZ postal obvezen za vse učence. Podatki, prikazani na sliki 4, kažejo, da je bilo leta 2015 med učenci s posebnimi potrebami, ki so v 6. razredu opravljali NPZ iz matematike, prav tako največ učencev s primanjkljaji na posameznih področjih učenja (72,9 %), vendar je bil ta delež nekoliko nižji kot v 9. razredu. Sledili so dolgotrajno bolni učenci (15,5 %), učenci z govorno-jezikovnimi motnjami (11,5 %), učenci s čustvenimi in vedenjskimi motnjami (1,5 %) in gibalno ovirani učenci (2,8 %). Deleži učencev z ostalimi motnjami, ovirami in primanjkljaji so bili nižji od enega odstotka.



[Slika 4] Učenci s posebnimi potrebami, ki so opravljali NPZ iz matematike, glede na motnjo oviro in primanjkljaj, 6. razred, 2015

Vir: Ric, 2016

Podatki kažejo, da med učenci s posebnimi potrebami v 6. razredu ni bilo učencev, ki bi imeli več motenj, ovir in primanjkljajev. To pomeni, da se v zadnjem triletnem osnovnošolskega izobraževanja skoraj četrtini učencev spremeni odločba o usmeritvi ali pa jo učenci dobijo na novo, za dve ali več motenj, ovir oziroma primanjkljajev.

Prilagoditve pri opravljanju NPZ-ja

Učenci s posebnimi potrebami lahko pri opravljanju NPZ-ja na Državnem izpitnem centru zahtevajo različne prilagoditve, ki morajo biti v skladu z njihovo odločbo o usmeritvi in Navodili za izvedbo nacionalnega preverjanja znanja. Iz vlog vedno večjega števila učencev s posebnimi potrebami je bilo razvidno, da so imeli učenci z enakimi motnjami zelo različne zahteve po prilagoditvah, kar samo po sebi ni sporno. Vprašljive pa so bile predvsem tiste vloge, in teh ni bilo malo, ki so zahtevale prilagoditve, povezane z doseganjem standardov znanja, oziroma so bile v popolnem nasprotju z Navodili za izobraževalne programe s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo za devetletno osnovno šolo, ki jih je sprejel Strokovni svet RS za splošno izobraževanje. Zato je Državni izpitni center skupaj s strokovnjaki za posamezne motnje, ovire oziroma primanjkljaje opredelil referenčni okvir prilagoditev, ki se je od leta 2008 do danes nekoliko spremenil, predvsem zaradi natančnejše opredelitve motenj, ovir oziroma primanjkljajev in praktičnih izkušenj z izvajanjem. Na ta način smo nekako skušali regulirati prilagoditve pri zunanjem preverjanju znanja, ki učencem s posebnimi potrebami omogočajo, da lahko enakovredno izkažejo svoje znanje in sposobnosti.

Učenci s posebnimi potrebami lahko glede na motnjo, oviro oziroma primanjkljaj zahtevajo prilagoditev načina opravljanja, prilagoditev preizkusa znanja, uporabo posebnih pripomočkov in prilagojeni način vrednotenja.

Podatki za obdobje od leta 2008 do 2015 kažejo, da imajo tisti učenci s posebnimi potrebami, ki zahtevajo prilagoditve pri

opravljanju NPZ-ja, večinoma prilagoditve pri vseh treh predmetih: slovenščini (italijanščini, madžarščini), matematiki in tujem jeziku oziroma tretjem predmetu.

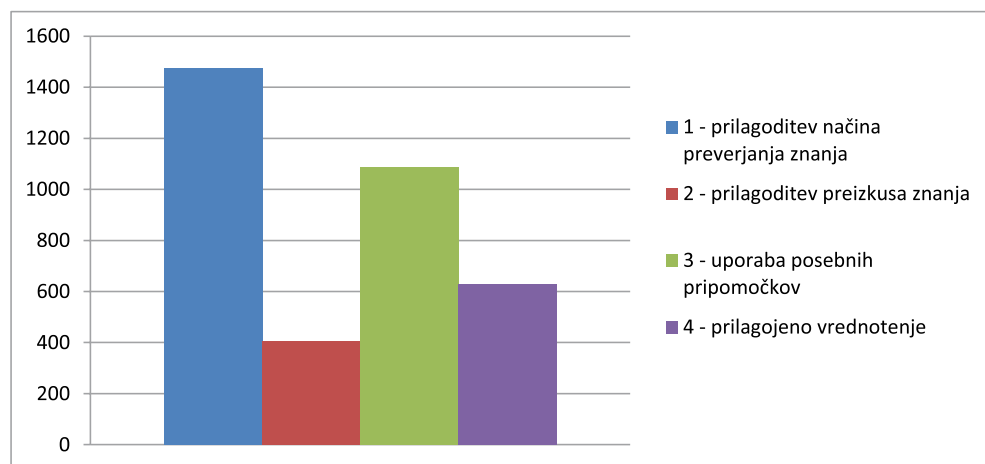
Glede na to, da se je med leti spreminjalo tudi število prilagoditev, ki so jih imeli na voljo učenci s posebnimi potrebami pri opravljanju matematike, neposredna primerjava povprečnega števila prilagoditev na učenca ni smiselna.

V 9. razredu je imelo leta 2015 pri NPZ-ju iz matematike 99,7 % učencev s posebnimi potrebami prilagojeni način opravljanja (podaljšan čas pisanja, prekinitev pisanja po potrebi, pisanje ali branje preizkusa s pomočjo računalnika, sodelovanje pomočnika ...). V primerjavi z drugimi predmeti je zelo izstopal delež učencev, ki so zahtevali uporabo posebnih pripomočkov (uporaba prilagojenega pisalnega pribora, prilagojenega pribora za geometrijo, dodatnih listov, žepnega računalna, lista z matematičnimi obrazci brez navedbe, za kaj se uporabljajo, kartončka s poštevankinim kvadratom ali pretvorniki merskih enot ...). Ta je zna-

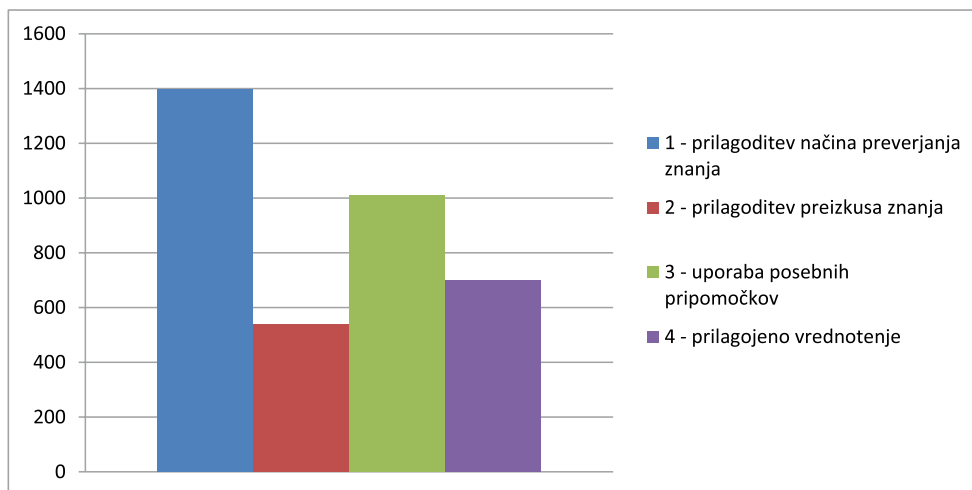
šal 73,4 %. Tehnično prilagojene preizkuse znanja (povečave, elektronski zapisi gradiva, brajica ...) je imelo 27,6 % učencev. Na sliki 5 lahko vidimo, da je bilo prilagojeno ovrednotenih 630 preizkusov ali 42,6 % vseh preizkusov učencev s posebnimi potrebami.

Leta 2015 so imeli učenci s posebnimi potrebami pri matematiki v 9. razredu v povprečju 8,0 prilagoditev pri pisanju preizkusa. Največ prilagoditev so imeli slepi (12,0) in slabovidni učenci (8,9), sledijo pa učenci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja (7,3) in gibalno ovirani učenci (7,1).

V 6. razredu je imelo leta 2015 pri NPZ-ju iz matematike 99,5 % učencev s posebnimi potrebami prilagojeni način opravljanja. Tudi v 6. razredu je z 71,8 % zelo izstopal delež učencev, ki so zahtevali uporabo posebnih pripomočkov, čeprav je bil ta nižji kot v 9. razredu. To pomeni, da učenci, kljub strokovni pomoči, ki jo prejema, ne opuščajo uporabe teh pripomočkov, ampak uporabljajo nove. Tehnično prilagojene



[Slika 5] Število učencev s posebnimi potrebami in vrste prilagoditev, ki so jih imeli pri opravljanju NPZ-ja iz matematike, 9. razred, 2015. Vir: Ric 2016



[Slika 6] Število učencev s posebnimi potrebami in vrste prilagoditev, ki so jih imeli pri opravljanju NPZ-ja iz matematike, 6. razred, 2015. Vir: Ric 2016

preizkuse znanja je imelo 38,2 % učencev, kar je bistveno več kot v 9. razredu. Prilagojeno ovrednotenjih je bilo 698 preizkusov (slika 6) ali 49,7 % vseh preizkusov učencev s posebnimi potrebami, kar je več kot v 9. razredu.

Leta 2015 so imeli učenci s posebnimi potrebami pri matematiki v 9. razredu v povprečju 8,5 prilagoditev pri pisanju preizkusa. Največ prilagoditev so imeli slepi (9,7) in slabovidni (8,8), sledijo pa učenci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja (7,5) in gibalno ovirani učenci (6,0). Povprečno število prilagoditev je bilo torej v 6. razredu večje kot v 9.

V nadaljevanju bomo predstavili le tiste prilagoditve, ki lahko vplivajo na zanesljivost dosežkov pri NPZ-ju, saj nekatere prilagoditve, ki jih učenci imajo, onemogočajo merjenje dosežkov. Na primer, če učenec pri NPZ-ju uporablja žepno računalno, potem so podatki o uspešnosti reševanja nalog, ki preverjajo znanje računanja, brez vrednosti. Pregled prilagoditev pokaže, da je leta 2015

v 9. razredu kar 527 učencev s posebnimi potrebami (35,6 %) pri pisanju matematike uporabljalo list z matematičnimi obrazy, kar je celo več kot v 6. razredu (32,6 %). Kartonček s poštevančinim kvadratom je imelo 14,9 % devetošolcev in 15,9 % šestošolcev, kartonček s pretvorniki merskih enot pa 19,3 % učencev 9. razreda in 17,8 % učencev 6. razreda. Žepno računalno je uporabljalo kar 19,1 % v 9. razredu in 10,7 % učencev 6. razreda. Večina jih je iz skupine učencev s primanjkljaji na posameznih področjih učenja.

Pomočnika bralca je imelo 7,1 % učencev 9. in 8,4 % učencev 6. razreda, pomočnika spodbujevalca pa 15,0 % devetošolcev in 18,4 % šestošolcev, večinoma iz skupine dolgotrajno bolnih učencev.

Dolgotrajno bolni učenci so pri vrednotenju uveljavljali pravico do tolerance pri vrednotenju načrtovalnih nalog (8,4 % v 9. razredu, 9,6 % v 6. razredu).

Podatki kažejo, da ni zaslediti trenda zmanjševanja prilagoditev pri opravljanju

NPZ-ja iz matematike. Sklepamo lahko, da je dodatna strokovna pomoč v šoli večinoma namenjena usvajanju učne snovi. Strokovni delavci se trudijo, da bi učenec dosegel minimalne standarde znanja za napredovanje v naslednji razred ali pa je strokovna pomoč premalo prilagojena dejanskim potrebam posameznega učenca. Z intenzivnim delom v okviru dodatne strokovne pomoči bi se moralo pri učencu odpravljati ali omiliti primanjkljaj, učiti bi se ga moralo določenih kompenzacijskih tehnik, ki bi jih uporabljal pri pouku in preverjanju ter ocenjevanju znanja. Seveda bi imel v začetku pravico do nekaterih prilagoditev. Na primer učenec, ki ima težave z zapisovanjem števil, bi se moral pri urah dodatne strokovne pomoči učiti s posebnimi barvnimi pripomočki nastavljeni štrevila; po nekaj urah bi to usvojil, s tem pa bi usvojil tudi zapis števil. Pripomočkov potem ne bi več potreboval. Podatki pa kažejo, da učenci ohranjajo večino svojih prilagoditev vse do zaključka osnovnošolskega izobraževanja.

6 Dosežki učencev s posebnimi potrebami pri NPZ-ju

Preverjanje in ocenjevanje znanja je ena izmed etap učnega procesa. V osnovnoškem izobraževalnem sistemu lahko učenci poleg šolskih ocen pridobijo tudi podatke o dosežkih na NPZ-ju, ki nudijo učencem, staršem, šolam in celotnemu šolskemu sistemu dodatno informacijo o doseganju standardov znanja, določenih v učnih načrtih.

Dosežkom na NPZ-ju se v našem šolskem sistemu posveča premalo pozornosti in enako velja tudi za dosežke učencev s posebnimi potrebami. Namesto da bi analize dosežkov uporabili za kakovostnejše

poučevanje, učenje in znanje, za preverjanje kakovosti učnih načrtov, za oblikovanje enotnejših meril učiteljevega ocenjevanja in nenazadnje za zagotavljanje enakih izobraževalnih možnosti vseh učencev, se te analize redko upoštevajo in pogosto se zdi, da so namenoma prezrte. Neupoštevanje dosežkov pomeni, da učni proces ni sklenjen in da dosežki nimajo povratnega vpliva na poučevanje, učenje in znanje.

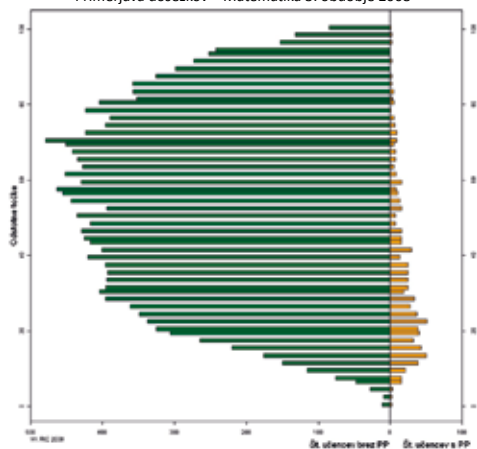
Podatki v letnih poročilih o izvedbi NPZ-ja v zadnjih letih kažejo, da učenci s posebnimi potrebami dosegajo nižje rezultate kot njihovi sovrstniki z značilnim razvojem.

V nadaljevanju bomo predstavili dosežke učencev s posebnimi potrebami v primerjavi z njihovimi sovrstniki na NPZ-ju iz matematike v 9. in 6. razredu. Glede na to, da so v to analizo zajeti učenci, ki se šolajo v osnovnih šolah z enakovrednim izobražbenim standardom, in da imajo pri NPZ-ju številne prilagoditve, bi pričakovali, da bo njihova učna uspešnost primerljiva učni uspešnosti njihovih sovrstnikov. Podatki pa kažejo prav nasprotno.

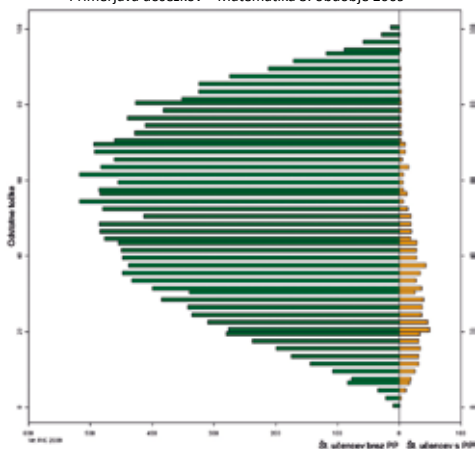
Porazdelitev dosežkov učencev z značilnim razvojem in učencev s posebnimi potrebami pri matematiki v 9. razredu od leta 2008 do 2015 prikazujejo grafi na sliki 7. Porazdelitev dosežkov učencev z značilnim razvojem je v celotnem obdobju bolj ali manj podobna normalni Gaussovi krivulji, čeprav je nekoliko pomaknjena v desno, medtem ko je porazdelitev dosežkov učencev s posebnimi potrebami pomaknjena v levo in asimetrična v desno.

Ker primerjava dosežkov pri preizkusih znanja med posameznimi leti ni strokovno sprejemljiva, smo za vse preizkuse, ki so se pisali v obdobju od leta 2008 do leta 2015, izračunali delež povprečnih odstotnih točk,

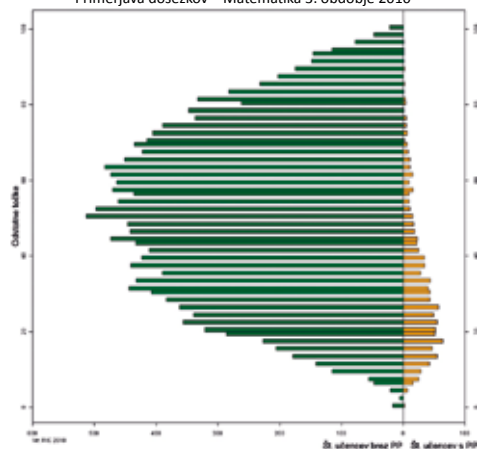
Primerjava dosežkov – Matematika 3. obdobje 2008



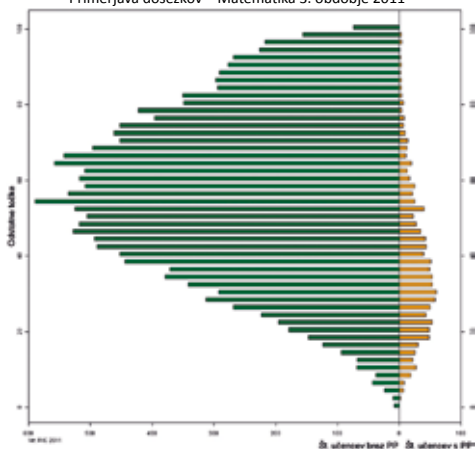
Primerjava dosežkov – Matematika 3. obdobje 2009



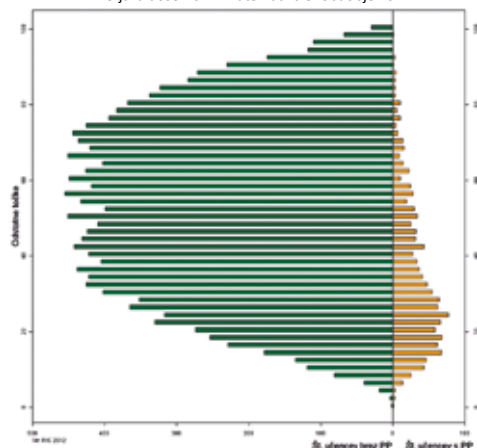
Primerjava dosežkov – Matematika 3. obdobje 2010



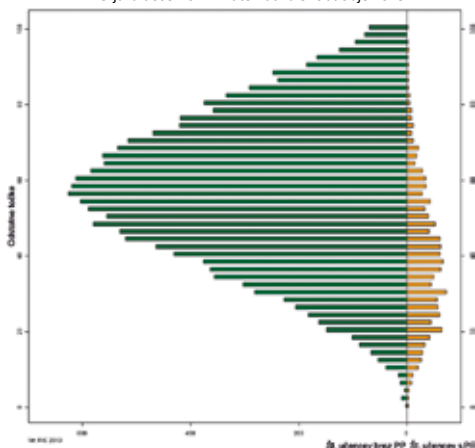
Primerjava dosežkov – Matematika 3. obdobje 2011

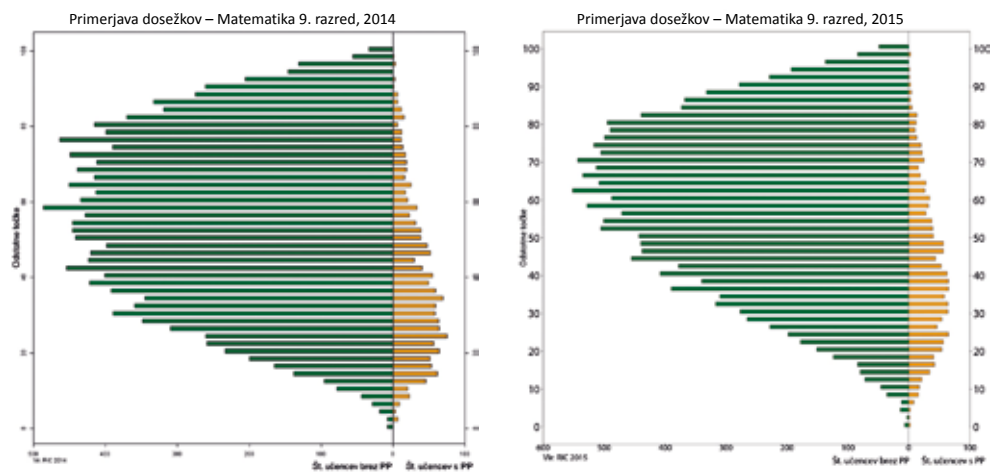


Primerjava dosežkov – Matematika 3. obdobje 2012



Primerjava dosežkov – Matematika 3. obdobje 2013





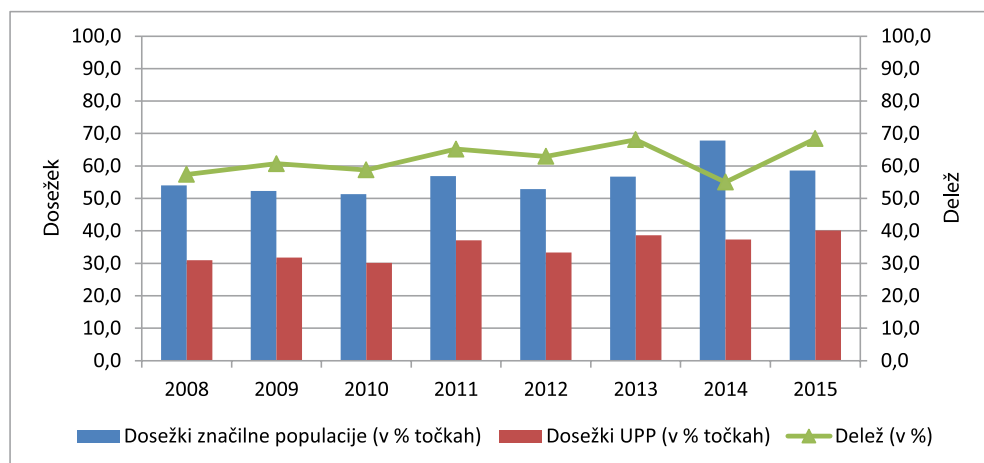
[Slika 7] Razporeditev učencev s posebnimi potrebami in učencev z značilnim razvojem glede na število doseženih odstotnih točk pri NPZ-ju iz matematike v 9. razredu, 2008–2015. Vir: Ric 2016

ki so jih dosegli učenci s posebnimi potrebami v primerjavi s svojimi sovrstniki.

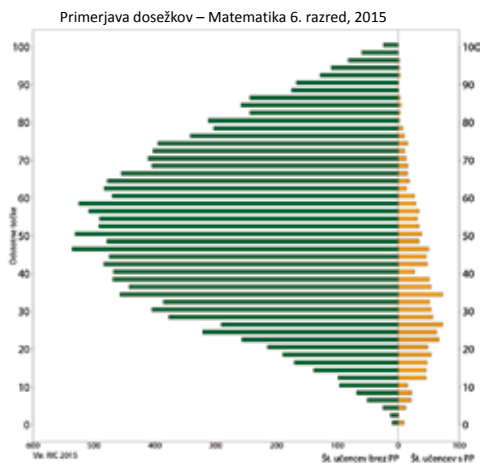
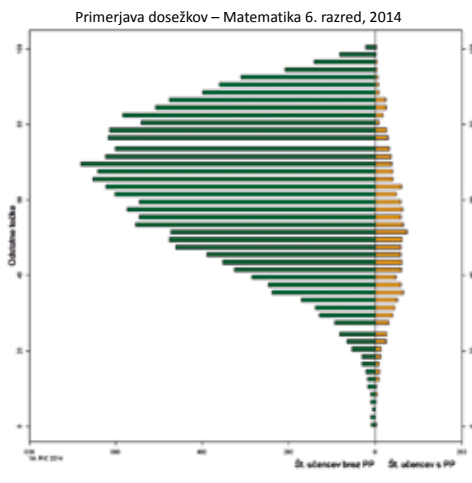
Analiza dosežkov pri NPZ-ju kaže, da učenci s posebnimi potrebami pri matematiki dosegajo najslabše rezultate. Podatki, prikazani na sliki 8, kažejo, da so bili najnižji dosežki leta 2014, ko so znašali 55,0 % odstotnih točk povprečnega sovrstnika,

najvišji pa leta 2015, ko so dosegli 68,4 % odstotnih točk. Dosežki učencev s posebnimi potrebami iz leta v leto nihajo manj kot dosežki značilne populacije.

Povprečni dosežek učencev s posebnimi potrebami v 9. razredu pri matematiki je bil najnižji leta 2008, ko je znašal 31,0 odstotne točke. Z izjemo leta 2010 se povprečni



[Slika 8] Delež odstotnih točk, ki so jih dosegli učenci s posebnimi potrebami v primerjavi s sovrstniki (v %) ter povprečni dosežki značilne populacije in učencev s posebnimi potrebami (v odstotnih točkah) pri NPZ-ju iz matematike v 9. razredu, 2008–2015. Vir: Ric 2016



[Slika 9] Razporeditev učencev s posebnimi potrebami in učencev z značilnim razvojem glede na število doseženih odstotnih točk pri NPZ-ju iz matematike v 6. razredu, 2014–2015. Vir: Ric 2016

dosežki teh učencev iz leta v leto izboljšujejo. Leta 2015 je znašal povprečni dosežek učencev s posebnimi potrebami 40,1 odstotne točke, učencev z značilnim razvojem pa 58,6 odstotne točke.

Porazdelitev dosežkov učencev z značilnim razvojem in učencev s posebnimi potrebami pri matematiki v 6. razredu v letih 2014 in 2015, ko je bil NPZ za te učence obvezen, prikazujeta grafa na sliki 9.

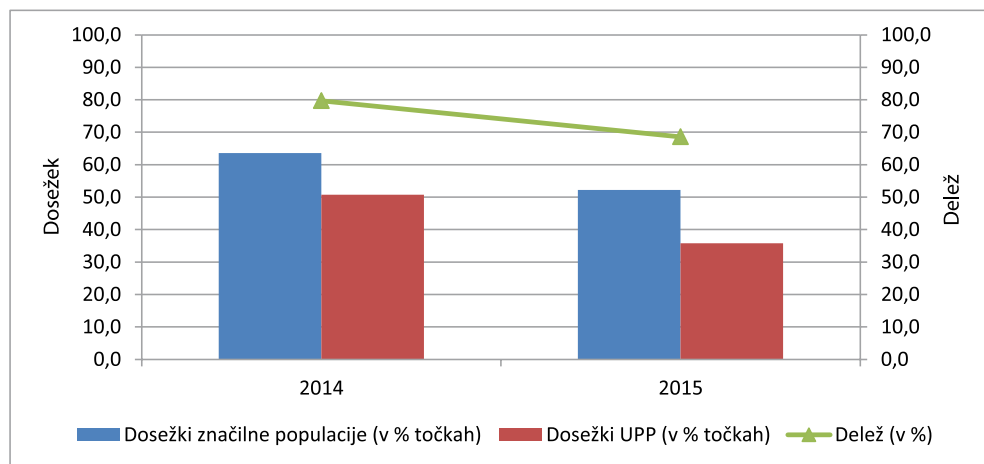
Leta 2014 so bile razlike v dosežkih učencev s posebnimi potrebami in učencev z značilnim razvojem zelo majhne. Prvi so dosegli 63,6 odstotne točke, drugi pa 50,7 (slika 10). Tudi razporeditev učencev je bila drugačna kot leto kasneje. Porazdelitev dosežkov učencev s posebnimi potrebami je bila podobna normalni Gaussovi krivulji, učencev z značilnim razvojem pa je bila pomaknjena v desno oziroma asimetrična v levo.

Podatki na sliki 10 kažejo, da je leta 2015 znašal povprečni dosežek učencev z značilnim razvojem pri matematiki v 6. razredu 52,2 odstotne točke, povprečni dose-

žek učencev s posebnimi potrebami pa le 35,8 odstotnih točk. Porazdelitev dosežkov učencev z značilnim razvojem je podobna normalni Gaussovi krivulji, medtem ko je porazdelitev dosežkov učencev s posebnimi potrebami pomaknjena v levo in asimetrična v desno.

Leta 2017 bo prva generacija šestošolcev, ki je obvezno opravljala NPZ, le-tega opravljala v 9. razredu. Takrat bomo lahko izvedli neposredno primerjavo njihovih dosežkov.

Učenci s posebnimi potrebami imajo pri vseh predmetih, ki se preverjajo z NPZ ob zaključku osnovnošolskega izobraževanja, bistveno slabše dosežke kot ostali učenci, kar posledično vpliva tudi na izračun povprečnih dosežkov celotne populacije. Učenci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja so najštevilčnejša kategorija, zato lahko sklepamo, da njihovi dosežki močno vplivajo na izračunane dosežke vseh učencev s posebnimi potrebami. Zato bi morala strokovna javnost v prihodnje nameniti več pozornosti obravnavanju razlik v dosežkih



[Slika 10] Delež odstotnih točk, ki so jih dosegli učenci s posebnimi potrebami v primerjavi s sovrstniki (v %) ter povprečni dosežki značilne populacije in učencev s posebnimi potrebami (v odstotnih točkah) pri NPZ-ju iz matematike v 6. razredu, 2014–2015. Vir: Ric 2016

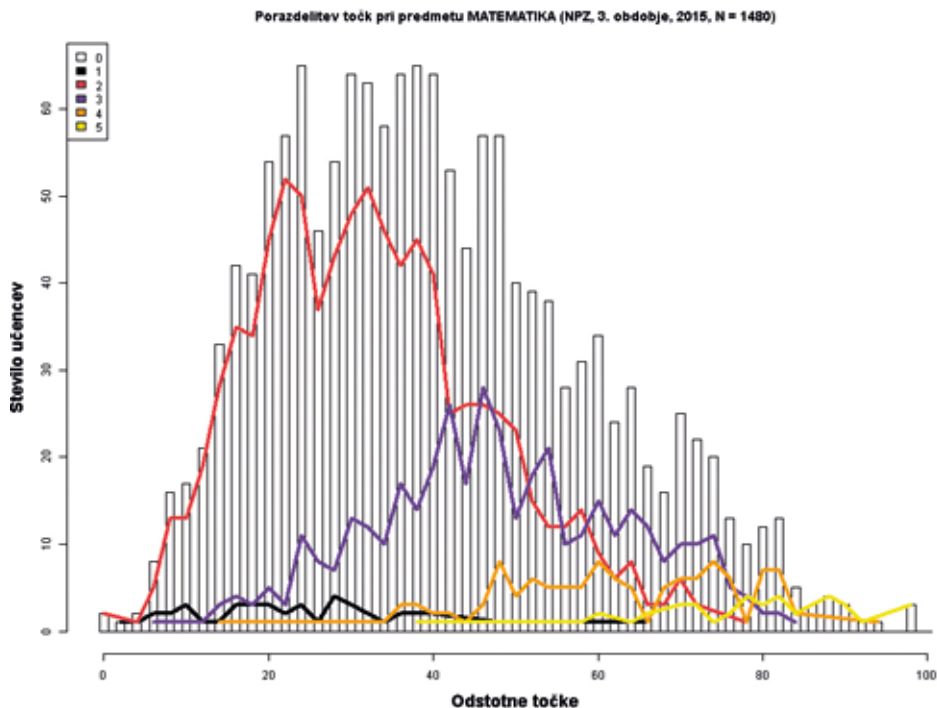
učencev s posebnimi potrebami in dosežkih značilne populacije. Če bomo poznali raven dosežkov učencev s posebnimi potrebami in tistih brez, bomo lahko uspešno zviševali izobrazbene standarde obojih. Iz podatkov je namreč razvidno, da slabe dosežke dosegajo tudi drugi učenci, ki niso prepoznani kot učenci s posebnimi potrebami, ali pa imajo odločbo o usmeritvi, vendar pri opravljanju NPZ-ja niso zahtevali prilagoditev.

Podatki po občinah Slovenije kažejo tudi, da obstaja šibka negativna korelacija med deleži učencev s posebnimi potrebami in dosežki vseh učencev. To pomeni, da višji ko je delež učencev s posebnimi potrebami, nižji je dosežek vseh učencev na NPZ, vendar na nižje dosežke vplivajo tudi drugi dejavniki.

Razlogov za tako nizke dosežke ne poznamo. Lahko le ugibamo, da na to vplivajo različni dejavniki: nizka stopnja seznanjenosti učiteljev z metodami in tehnikami poučevanja učencev z različnimi motnja-

mi, ovirami oziroma primanjkljaji, izvajanje učne namesto strokovne pomoči, ki bi učencem pomagala premagati njihove primanjkljaje, pomanjkanje strokovnih kadrov zlasti na manjših in bolj oddaljenih šolah, materialni pogoji šol, usmeritev v neustreznem izobraževalni program ... Raziskav o tem pa žal nimamo.

Na osnovi prilagoditev pri opravljanju NPZ-ja, ki jih za učence predlagajo šole v sodelovanju s starši, lahko sklepamo, da učitelji številnim učencem prilagajajo preizkuse med poukom na zgolj ali celo pod nivo minimalnih standardov znanja. Predvidevamo, da ti učenci ne dosegajo enakovrednega izobrazbenega standarda in dejansko ne sodijo v ta izobraževalni program, kar vzbuja dvom v upravičenost njihove usmeritve, pod vprašaj pa postavlja tudi ustreznost strokovne in učne pomoči. Pričakovali bi namreč, da bodo v redno osnovno šolo vpisani učenci z ustrežno strokovno in učno pomočjo izkazovali boljše učne dosežke, kot jih trenutno dosegajo. Kot pra-



[Slika 11] Razporeditev učencev s posebnimi potrebami glede na število doseženih odstotnih točk pri NPZ iz matematike in glede na dosežene ocene v 9. razredu, 2015. Vir: Ric 2016

vi Lesarjeva (Lesar 2009: 341): »Kriterij za vpis v redno šolo je, ali ima učenec takšno vrsto in stopnjo primanjkljaja, s katero bo lahko dosegel izobrazbeni standard kot drugi učenci.« Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami je torej vzel v absolutno zaščito minimalne standarde znanja. Žal se je to v praksi zaradi različnih razlogov izjalovilo in so v naše šole z enakovrednim izobrazbenim standardom vključeni tudi učenci z motnjami v duševnem razvoju, ki se skupaj z ostalimi učenci šolajo po enakem izobraževalnem programu. To potrjuje tudi Rovšek (Rovšek 2009: 355), ko zapiše: »V Sloveniji se je poleg sistemske vpeljave devetletne osnovne šole hkrati oblikovala tudi stihijna praksa vključevan-

ja otrok z motnjami v duševnem razvoju v večinske osnovne šole. Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami sicer predvideva izvajanje programov za otroke z lažjo motnjo v duševnem razvoju v večinskih šolah, vendar to ni zadostna podlaga za vključevanje.« Za pojasnitev te problematike bi vsekakor potrebovali dodatne analize.

γ Dosežki učencev s posebnimi potrebami pri NPZ-ju in njihove šolske ocene

Razporeditev učencev s posebnimi potrebami po številu doseženih odstotnih točk pri predmetu matematika na NPZ-ju leta 2015 in razporeditve učencev na podlagi

ocen iz tega predmeta v 9. razredu osnovne šole se pri matematiki precej ujemata. Večina učencev je imela ob zaključku šolanja pri tem predmetu oceno dve, sledili so jim učenci z oceno tri. Iz razporeditve na sliki 11 lahko vidimo, da je zelo malo učencev s šolsko oceno dve preseglo 50 odstotnih točk na NPZ-ju. Na drugi strani pa so posamezni učenci z oceno 5 dosegli tudi manj kot 40 odstotnih točk.

Podatki o šolskih ocenah učencev 6. razreda bodo na voljo šele v šolskem letu 2016/2017.

Podatki kažejo, da samo 29,4 % učencev s posebnimi potrebami na NPZ-ju preseže 50 odstotnih točk, pa kljub temu zaključijo razred s pozitivno oceno, kar postavlja pod vprašaj realnost njihovih ocen. Na osnovi teh podatkov in zapisov v vlogah za prilagoditve pri NPZ-ju lahko sklepamo, da učitelji minimalne standarde znanja znižujejo do te mere, da tudi učenci s posebnimi potrebami uspešno zaključijo razred. Predvidevamo, da se posledično znižujejo tudi kriteriji za doseganje višjih standardov oziroma nivojev znanja, ki jih morajo doseči ostali učenci za višje ocene. Tako sedaj učenci, ki bi komaj dosegli minimalne standarde znanja, dobijo oceno 2, 3 ali 4. Posledica tega je poplava petic in odličnjakov v slovenskih osnovnih šolah. »Pred sedemintridesetimi leti (1979) je osnovno šolo z odličnim uspehom zaključilo 16 % učencev, 25 % je bilo prav dobrih, 34 % dobrih, 23 % zadostnih in manj kot 2 % nezadostnih. Če splošni uspeh dobro (3) v sredini slovenske ocenjevalne lestvice po smislu označimo za »povprečen«, je bilo v tej generaciji 41 % učencev z »nadpovprečnim« uspehom, povprečna ocena splošnega uspeha pa se je lahko ovrednotila s solidnim dobrim – 3,3. Leta 2004, ko je večina letne

generacije učencev zaključevala še osemletno osnovno šolo, je bila porazdelitev ocen splošnega uspeha ob koncu osmega razreda že takšna, da nezadostnih tako rekoč ni bilo, odličnih pa je bilo že 28 %, torej več kot četrтина učencev. Skupaj s prav dobrimi je bila že več kot polovica (54 %) generacije učenkov in učencev z »nadpovprečnim« uspehom. Povprečna ocena splošnega uspeha se je že bližala prav dobremu – 3,6. V novi devetletni osnovni šoli je leta 2004 z zadostnim splošnim uspehom osnovno šolo zaključilo le še 4 % učenkov in učencev, odličnih jih je bilo že 37 %, prav dobrih in odličnih skupaj pa jih je bilo že 69 %. Povprečna ocena splošnega uspeha je bila že 4,0.« (Zupanc, Bren 2010: 210–211). Dvanajst let kasneje nam »Ugotovitve preliminarne analize« kažejo, da dosežki učencev pri (pre)kratkih in vsebinsko »okrnjenih« 60-minutnih pisnih testih NPZ že v obstoječi izvedbi (z vsemi prej navedenimi dilemami) vsaj tako dobro – če ne celo bolje kot interne, šolske ocene – napovedujejo uspešnost učencev v nadaljnjem izobraževanju v srednjih šolah. To ni hvalnica obstoječemu konceptu in izvedbi NPZ, ampak kritika slabosti, ki se dogajajo v naših šolah, z inflatornim internim šolskim ocenjevanjem na čelu.« (Zupanc 2015: 13). Na podlagi prilagoditev, ki jih učenci in šole zahtevajo pri opravljanju NPZ-ja, lahko sklepamo, da marsikateri izmed učencev s posebnimi potrebami ni zmožen dosegati standardov znanja predpisanih z učnim načrtom. To postavlja pod vprašaj tudi pravilnost izdanih odločb o usmeritvi.

Neskladje med dejanskim znanjem in ocenami – učnim uspehom v večinskih osnovnih šolah – podpirajo tudi ugotovitve, da pozitivne ocene še ne pomenijo, da imajo otroci ustrezno znanje. Po izsledkih raziskave, v katero je bilo vključenih

127 različnih strokovnjakov (Jurišić 2006: 174–189), ki delajo z otroki s posebnimi potrebami, se kar 56 % strokovnjakov strinja, da učitelji nestvarno ocenjujejo otroke s posebnimi potrebami zato, ker se bojijo očitkov, da teh otrok ne sprejemajo (11 % je neodločenih, 13 % brez odgovora, samo 18 % pa se s to trditvijo ne strinja). Druga, za šolski sistem še pomembnejša ugotovitev pa je, da »pozitivne ocene še ne pomenijo, da imajo otroci tudi ustrezno znanje.« Kar 85,7 % strokovnjakov se s to trditvijo strinja (delno ali popolnoma), 8 % je neodločenih ali brez odgovora, samo 6,3 % pa tej trditvi delno nasprotuje (nihče ji ne nasprotuje popolnoma) (prav tam).

Posledice tihe integracije vedno večjega števila učencev s posebnimi potrebami se kažejo tudi na nižjih dosežkih celotne populacije. Dosežki učencev so namreč kazalec učinkovitosti in uspešnosti šolskega sistema. Šola na prvem mestu opravlja izobraževalno funkcijo, in če sklepamo po dosežkih učencev s posebnimi potrebami, lahko rečemo, da tukaj svoje naloge ne opravlja dovolj dobro. Dosežki na NPZ-ju so gotovo objektivni kazalec, ki opozarja, da so na tem področju nujne spremembe. Učence s posebnimi potrebami smo integrirali v redne osnovne šole, jim določili individualizirane programe izobraževanja (ti so pogosto v neskladju z Navodili za izobraževalne programe s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo, slednja pa so premalo natančna in potrebna

revizije) in jim dodelili učitelje, ki v času študija in nadaljnega strokovnega izobraževanja niso pridobili ustreznih znanj za poučevanje učencev s posebnimi potrebami. Doslej o tem niso bile opravljene poglobljene analize, vendar pa o tem lahko sklepamo iz zahtev po prilagoditvah, ki jih na Ricu že od leta 2008 sistematično zbiramo za vse učence s posebnimi potrebami (okoli 3000 vsako leto), ki zahtevajo prilagoditve pri opravljanju NPZ-ja na podlagi individualiziranih programov, ki naj bi bili pripravljeni v skladu z obstoječimi Navodili za izobraževalne programe s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo iz leta 2003. Slednja tudi niso popolnoma usklajena z Zakonom o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami iz leta 2011 (manjkajo navodila za delo otrok z okvaro vidne funkcije, otrok z avtistično motnjo ...). Glede na to lahko rečemo, da smo v Sloveniji, vsaj na področju izobraževanja učencev s posebnimi potrebami, še daleč od inkluzivne šole. V razvitih inkluzivnih izobraževalnih okoljih namreč poročajo, da je prav inkluzija učencev s posebnimi potrebami vplivala na izboljšanje dosežkov vseh učencev, saj učitelji prilagajajo metode dela vsem učencem, ne samo tistim, ki imajo odločbo o usmeritvi (Inclusion in action 2009: 3). Pri nas pa se očitno z večanjem deleža učencev s posebnimi potrebami znižujejo tudi dosežki. Zato bi bilo treba v prihodnje raziskati, kje so razlogi za padec dosežkov.

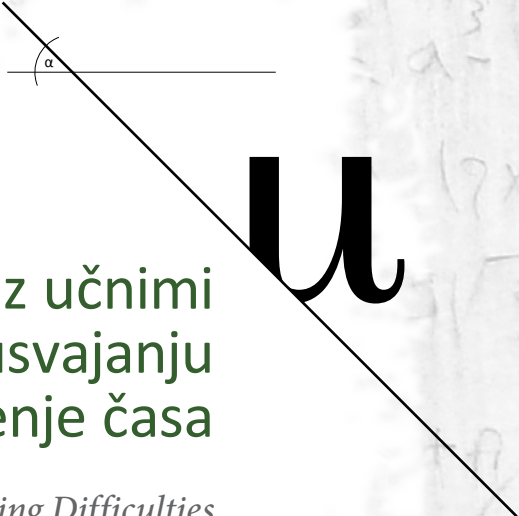
8 Viri in literatura

1. Analiza vzgoje in izobraževanja otrok s posebnimi potrebami v Sloveniji (2010). Ljubljana: Pedagoški inštitut.

2. Anžič, Katja (2010): Izobraževanje otrok s posebnimi potrebami (Slovenija–tujina). Diplomsko naloga. Ljubljana: Fakulteta za družbene vede. Dostopno na: <http://dk.fdv.uni-lj.si/diplomska/pdfs/anizic-katja.pdf> (15. 9. 2010).
3. Assessment in Inclusive Settings. Key Issues for Policy and Practice (2007). Brussels: European Agency for Development in Special Needs Education. Dostopno na: <http://www.european-agency.org/publications/ereports/assessment-in-inclusive-settings-key-issues-for-policy-and-practice/assessment-in-inclusive-settings-key-issues-for-policy-and-practice> (1. 10. 2010).
4. Children with Special Educational Needs 2010: an analysis (2010). London: Department for education. Dostopno na: <http://www.education.gov.uk/rsgateway/DB/STA/t000965/index.shtml> (15. 10. 2010).
5. Dyson, Alan, Farrell, Peter, Polat, Filiz, Huteson, Graeme (2004): Inclusion and Pupil Achievement. Research Report RR578. Newcastle: University of Newcastle, Department for education and skills. Dostopno na: <http://www.education.gov.uk/research/data/uploadfiles/ACFC9F.pdf> (1. 12. 2010).
6. Florian, L., Rouse, M. (2001): Achieving high standards and the inclusion of pupils with special educational needs. Cambridge Journal of Education, 31/3. Dostopno na: http://www.standards.dfes.gov.uk/research/themes/pupil_grouping/WedOct161037372002/Florian.doc (10. 10. 2010).
7. Inclusion in action. Improving outcomes for special educational needs. The National Strategies (2009). London: TES Department for children, schools and families. Dostopno na: <http://www.slideshare.net/fionasalvage/national-strategies-sen-supplement-6-nov-09> (1. 10. 2010).
8. Inkluzija in inkluzivnost. Model nudenja pomoči učiteljem pri delu z dijaki s posebnimi potrebami, ki so integrirani v redne oddelke (2010). Ljubljana: Center RS za poklicno izobraževanje.
9. Jurišič, Branka D. (2006): Učenje otrok s spektroavtistično motnjo za čim bolj samostojno življenje in delo. V: Kržišnik, C. in Battelino, T. (ur.). Izbrana poglavja iz pediatrije. Novosti v otroški gastroenterologiji. Novosti v pediatriji. Avtizem. Ljubljana: Medicinska fakulteta V Ljubljani, Katedra za pediatrijo. 174–189.

10. Lesar, Irena (2007): Osnovna šola kot inkluzivno naravnana institucija. Doktorska disertacija. Ljubljana: Filozofska fakulteta, Oddelek za pedagogiko in andragogiko. Dostopno na: <http://www.dlib.si/v2/Details.aspx?URN=NBN:SI:doc-ERVTTYXWZ> (15. 11. 2010).
11. Lesar, Irena (2009): Ali formalne rešitve na področju šolanja marginaliziranih omogočajo uresničevanje ideje inkluzije? V: *Sodobna pedagogika* 60/1. 334–348.
12. Letno poročilo o izvedbi NPZ v šolskem letu 2006/2007 (2007). Ljubljana: Državni izpitni center.
13. Letno poročilo o izvedbi NPZ v šolskem letu 2007/2008 (2008). Ljubljana: Državni izpitni center.
14. Letno poročilo o izvedbi NPZ v šolskem letu 2008/2009 (2009). Ljubljana: Državni izpitni center.
15. Letno poročilo o izvedbi NPZ v šolskem letu 2009/2010 (2010). Ljubljana: Državni izpitni center.
16. Letno poročilo o izvedbi NPZ v šolskem letu 2010/2011 (2010). Ljubljana: Državni izpitni center.
17. Letno poročilo o izvedbi NPZ v šolskem letu 2011/2012 (2010). Ljubljana: Državni izpitni center.
18. Letno poročilo o izvedbi NPZ v šolskem letu 2012/2013 (2010). Ljubljana: Državni izpitni center.
19. Letno poročilo o izvedbi NPZ v šolskem letu 2013/2014 (2010). Ljubljana: Državni izpitni center.
20. Letno poročilo o izvedbi NPZ v šolskem letu 2014/2015 (2010). Ljubljana: Državni izpitni center.
21. Mladina in odrasli v osnovnošolskem izobraževanju, Slovenija, konec šolskega leta, letno. Osnovne šole in zavodi s prilagojenim programom, število otrok/udeležencev – skupaj. Ljubljana: Statistični urad RS. Dostopno na: http://www.stat.si/pxweb/Dialog/varval.asp?ma=0952802S&ti=&path=../Database/Dem_soc/09_izobrazevanje/04_osnovnosol_izobraz/02_09528_kon_sol_leta/&lang=2 (15. 1. 2011).
22. Navodila za izobraževalne programe s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo za devetletno osnovno šolo (2003). Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
23. Navodila za izvedbo nacionalnega preverjanja znanja v osnovni šoli (2015). Ljubljana: Državni izpitni center.
24. Rovšek, Matej (2009): Stanje na področju vključevanja otrok z motnjami v duševnem razvoju v šolski sistem. Neustreznost usmerjanja in nekaj predlogov za ukrepanje. *Sodobna pedagogika* 60/1. 350–360.

25. Schmidt, Majda (2001): Vzgojno-izobraževalna integracija. Portorož: Strokovno srečanje ravnateljev osnovnih šol. 1–4. Dostopno na: <http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/pdf/VZGOJNO.pdf> (15. 10. 2010).
26. Skalar, Vinko. Integracija in inkluzija. Dostopno na: http://student.pfmb.uni-mb.si/~gambroz/Iskanja/Iskanja/Iskanja2526/Skalar_Integracija_in_inkluzija.html (1. 10. 2010).
27. Štefanc, Damijan (2004): Problem razmerja med preverjanjem in ocenjevanjem v učnem procesu. *Sodobna pedagogika* 55/1. 112–125. Dostopno na: <http://www.pedagogika-andragogika.com/files//razmerje%20med%20preverjanjem%20in%20ocenjevanjem.pdf> (1. 10. 2010).
28. Zupanc, Darko (2015): Zakaj bi zaradi neprijetnih slik razbijali ogledala? *Dnevnikov objektiv*, ISSN 1854-6781. [Tiskana izd.], 18. 4. 2015, leto 65, št. 90, str. 13. Dostopno na: <https://www.dnevnik.si/1042711452> (20. 6. 2016).
29. Zupanc, Darko, Bren, Matevž (2010): Inflacija pri internem ocenjevanju v Sloveniji. *Sodobna pedagogika*, ISSN 0038-0474, 2010, letn. 61, št. 3, str. 208-228.



Pomoč učencu z učnimi težavami pri usvajanju enot za merjenje časa

*Helping a Student with Learning Difficulties
to Learn Units of Time*

Σ Povzetek

Merjenje časa je ena izmed matematičnih veščin, ki jo najpogosteje uporabljamo v vsakdanjem življenju in se je zaradi abstraktnosti in večpomenskosti v vsakdanjem življenju težko naučimo. Številni učenci z učnimi težavami težko razumejo pojem časa in počasneje usvajajo enote za merjenje časa. Obvladovanje le-teh pa je ključnega pomena za uspeh tako na šolskem področju kot v vsakdanjem življenju. V prispevku predstavljamo strategije in metode dela usvajanja enot za merjenje časa za učence z učnimi težavami.

Ključne besede: učne težave, enote za merjenje časa, strategije, metode dela

Ivanka Bider Petelin

Osnovna šola Venclja

Perka

Σ Abstract

Measuring time is a mathematical skill that is used the most in everyday life; due to its abstract and polysemous nature, it is very hard to learn in everyday life. Many students with learning difficulties find it harder to grasp the concept of time and take longer to learn units of time. Mastery of the latter is of key importance for success, both in school and in everyday life. The paper presents the work strategies and methods for teaching students with learning difficulties units of time.

Key words: learning difficulties, units of time, strategies, work methods

α Uvod

O učnih težavah pri matematiki je napisanega in znanega precej manj v primerjavi z motnjami branja in pisanja. Študije, ki obravnavajo učne težave pri matematiki, navajajo predvsem težave na področju avtomatizacije aritmetičnih dejstev in postopkov, manjša pozornost pa je namenjena ostalim področjem matematike. Večina oseb s težavami usvajanja enot za merjenje časa ima diskalkulijo ali disleksijo. Pogost vzrok so težave s kratkotrajnim ali delovnim spominom (Atwood, 2009).

Merjenje časa je ena izmed matematičnih veščin, ki ni pomembna le za uspeh na šolskem področju, temveč tudi za učinkovito vključevanje v družbo in delovanje v vsakdanjem življenju. Učencu pomaga pri načrtovanju lastnega dela, pri razvoju metakognitivnih sposobnosti.

Težave nerazumevanja enot za merjenje časa pa niso omejene le na matematične naloge, temveč se učenci z njimi srečujejo tudi v naravoslovju in družboslovju. Slabo obvladovanje časovnih mer v mladostništvu in odraslosti, ko se poveča potreba po samostojnosti, vodi v resne težave v vsakdanjem življenju. Osebe, ki imajo težave z razumevanjem enot za merjenje časa, se vsakodnevno spopadajo s stresom in frustracijami, ko se od njih zahteva samostojno načrtovanje dejavnosti, branje urnikov, vozni redov, televizijskih sporedov ipd. Te težave vplivajo tudi na socializacijo, ker pogosto zamudijo ali pozabijo na pomembna srečanja s prijatelji, si ne zapomnijo pomembnih datumov, npr. rojstnih dni, in nimajo časa za prostočasne dejavnosti. Brez ustrezne podpore in pomoči imajo težave pri opravljanju dnevnih opravil, kar vpliva na njihovo kakovost življenja.

β Razvoj pojmovnega razumevanja časa pri otrocih

Raziskave o zavedanju časa in sposobnosti upravljanja s časom pri otrocih so maloštevilne. Deloma zaradi pomanjkanja inštrumentov za merjenje razumevanja pojma časa, hkrati se te veščine sploh ne pričakuje pri otrocih, vse dokler se frontalni del možganov dokončno ne razvije v adolescenci ter višje funkcioniranje, kot so načrtovanje, kontrola, hitro reševanje problemov ipd. (Woods idr., 2000 v Janeslatt, 2009).

Pri kognitivnem razvoju otroka se poudarja pomembnost razumevanja pojma časa. Izpostavljeni sta dve pomembni komponenti, ki ju mora otrok usvojiti pred pojmovnim razumevanjem časa, in sicer:

- zaporedje dogodkov;
- trajanje časovnih intervalov (Piaget, 1969 v Dickson, 1993).

S prikazovanjem zaporedij ilustracij dogodka (npr. polnitev steklenice ali padec predmeta), ki so ga otroci predhodno opazovali, in navodilom po ureditvi ilustracij, so pri otrocih raziskovali razumevanje zaporedja dogodkov. Opazili so, da se pri otrocih ta zmožnost ni razvila vse do sedmega oziroma osmega leta starosti. Ureditve zaporedja dogodkov zahteva zmožnost predstavljanja dogodka in zato tega otroci ne zmorejo, vse dokler ne dosežejo konkretne ravni mišljenja. Še težje je razumevanje trajanja časovnih intervalov (Piaget, 1969 v Dickson, 1993). Trajanje časovnih intervalov zahteva razumevanje besed »sedaj«, »kasneje«, »prej«, »včasih« in stalnost gibanja časa (Greenes, 1979 v Dickson, 1993). Otroci pred osmim letom starosti se nagibajo k povezovanju starosti osebe z njeno višino (Piaget, 1969 v Dickson, 1993).

Majhni otroci povezujejo čas s tremi stvarmi:

- osebno izkušnjo;
- socialnimi dejavnostmi;
- kulturo (Charlesworth in Lind, 1990).

Otrokova osebna izkušnja se nanaša na njegovo preteklost, sedanjost in prihodnost. Otrok si predstavlja sebe kot dojenčka in kot odraslo osebo. Čas, ki je povezan s socialnimi aktivnostmi, je lažji za razumevanje in bolj pomenljiv za majhne otroke. Ti se nagibajo k zaporedju in rutinam. Sprememba urnika je za majhne otroke lahko vznemirjajoča. Čas jim predstavlja zaporedje predvidljivih dogodkov (npr. ko poje večerjo, gleda risanko, se umije, obleče pižamo in se odpravi v posteljo). Tretja vrsta časa je kulturni čas, ki je določen z uro in koledarjem. Otrok ga verjetno ne more razumeti, dokler je na konkretni stopnji mišljenja (Charlesworth in Lind, 1990). Kakorkoli učence lahko naučimo povedati, kateri čas kaže ura in operirati s časom, preden imajo pojmovno razumevanje časa, se lahko leto naglo izboljša. Med učenjem poznavanja na uro razvijamo razumevanje pojma časa in večino merjenja časa (Kerslake, 1975 v Dickson, 1993).

6 Vsebine o času v prvem in drugem triletju osnovne šole

Učenje o času in enotah za merjenje časa je v prvem in drugem triletju osnovne šole vključeno v različne šolske predmete: matematiko, spoznavanje okolja, slovenščino, naravoslovje in tehniko ter družbo.

Učenci se s časom najprej srečajo pri spoznavanju okolja, kjer začnejo v prvem razredu s pojmi, ki so zanje bolj pomenljivi; od časovnega poteka in zaporedja dogodkov do obdobja enega tedna. V drugem razredu spoznajo koledar, letne čase in se srečajo s časovnim trakom. Šele v tretjem

razredu jih učimo posameznih delov dneva, ur in minut. Pomembno je, da je podarek na osebni doživljanju, upoštevanju izkušenj in zamisli učencev, ki naj jih učenci razvijajo ob konkretnih dejavnostih. Poleg tega naj učitelj aktualne dogodke in situacije vplete v pouk (Program osnovna šola. Spoznavanje okolja. Učni načrt, 2011).

Pri matematiki učenci prvič obravnavajo čas v tretjem razredu osnovne šole, kjer v sklopu merjenja spoznajo dan, teden, uro in minuto. V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci obravnavajo pri vsebini čas enote za merjenje časa in sicer: sekundo, minuto, uro, dan, teden, mesec in leto. Tudi pri matematiki obravnavana vsebina čas izhaja iz predznanja učencev in njihovih sposobnosti, vsebine si sledijo od lažje predstavljivih k abstraktnejšim. Problemi so vzeti iz resničnega življenja, ki jih učenci lahko prepoznajo kot smiselne in uporabne (Program osnovna šola. Matematika. Učni načrt, 2011).

Pri predmetu slovenščina učenci umeščajo besedila v časovni in kulturni kontekst. Pri področju jezika razvijajo poimenovalno zmožnost z navajanjem besed, ki se nanašajo na pojem čas in enote za merjenje časa (besede z nasprotnim, enakim, ožjim in širšim pomenom). Učenci opazujejo dogodek in izražajo dejanja glede na čas sporočanja ter glede na njihovo sosledje in pišejo besedila, ki so povezana z obravnavanimi temami čas pri drugih predmetnih področjih. Pri obravnavi književnih besedil učenci ločujejo čas dogajanja in časovno razvrščajo dogodke (Program osnovna šola. Učni načrt. Slovenščina, 2011).

Pri naravoslovju in tehniki učenci odkrivajo povezanost nastanka dneva in noči z vrtenjem Zemlje okoli njene osi. Znati morajo dokazati, da se dan zvezno prevesi

v noč in da je vmes mrak. Prav tako morajo znati razložiti, zakaj se dan in noč razlikujeta po osvetljenosti. Pri naravoslovju in tehniki naj pouk temelji na učenčevem aktivnem usvajanju znanja (Program osnovna šola. Učni načrt. Naravoslovje in tehnika, 2011).

Pri družbi pri vsebinskem sklopu Ljudje v času obravnavajo časovni trak zgodovine človeštva in temeljna obdobja slovenskega zgodovinskega razvoja. Pri tem je pomembno, da učenci izhajajo iz svoje zgodovine, zgodovine staršev in starih staršev. Tako bodo lahko dojel razsežnost dogajanja v preteklosti. Spoznavanje temeljnih zgodovinskih obdobj mora biti podkrepljeno z vizualnim gradivom (Program osnovna šola. Učni načrt. Družba, 2011).

Program osnovne šole pri obravnavi vsebin o pojmu čas in enotah za merjenje časa upošteva razvojne zakonitosti učencev, doseženo stopnjo spoznavnega razvoja, njihova zanimanja in interese. Pri vseh predmetih se poudarja, da moramo pri obravnavi posameznih vsebin izhajati iz konkretnih oz. aktualnih situacij, posameznikovih izkušenj in če je le mogoče, naj bodo učenci čim bolj aktivni pri usvajanju znanja. Obravnavane vsebine morajo biti podkrepljene z vizualnim gradivom.

Y Izkazovanje težav učencev z diskalkulijo, disleksijo, motnjo pozornosti in/ali hiperaktivnostjo ter motnjo avtističnega spektra pri usvajanju pojma čas in enot za merjenje časa

Poustie (2000) trdi, da v razredu učenca z diskalkulijo običajno prepoznamo, ko ne

zmore povedati, kateri čas kaže analogna ura. Adler (2001) razlaga, da ta večšina zahteva različne zmožnosti. Najprej moramo ugotoviti kot in smer gibanja kazalcev, nato moramo izračunati, kateri je dejanski čas. Ura nam ne pove, ali je deset minut do osmih zjutraj ali zvečer. Zmožnost branja ure zahteva ustrezno vidno zaznavanje, dober delovni spomin in razumevanje jezika. Za veliko oseb z diskalkulijo je lažje branje digitalne ure, kjer se čas enostavno prebere od leve proti desni (npr. 10:40). Newman (1998) pojasnjuje, da imajo ti učenci težave z vizualizacijo ali predstavljanjem lokacije števil na analogni uri. Adler (2001) pravi, da učenci z diskalkulijo prav tako težko razumejo uporabo števil v povezavi z določeno količino pri merjenju (npr. 60 let) in odnose med posameznimi enotami za merjenje časa. Zanje je velik problem reševanje besedilnih nalog ter praktična uporaba enot. Težave imajo z branjem časa v tabeli (npr. urnika, voznega reda). Težave s časovno orientacijo vodijo v resne probleme, ko se od učenca zahteva, da si sam načrtuje urnik šolskih obveznosti in ostalih dejavnosti. Za prav vse učence je običajna presoja, da imajo več časa na razpolago. Toda, učenec z diskalkulijo ima tipične težave z določitvijo, v kakšnem zaporedju naj dokonča zadolžitev, ti učenci pogosto slabo razumejo zaporedja dogodkov. Kakorkoli, težave z upravljanjem časa niso omejene le na probleme z načrtovanjem domačih nalog. Odražajo se pri vsakem načrtovanju, celo pri najbolj osnovnih aktivnostih, kot je pospravljanje sobe. Newman (1998) dodaja, da imajo učenci z diskalkulijo poleg težav z načrtovanjem in opravljanjem vsakodnevnih aktivnosti težave s pomnjenjem pomembnih letnic, datumov in uporabo koledarja.

Pri učencih z disleksijo so pogosto prisotne vidno motorične in/ali vidno prostorske težave, kar pa vpliva na težave pri branju časa na analogni uri (Poustie, 2000). Na področju usvajanja pojma čas in enot za merjenje časa učenci z disleksijo izkazujejo težave na področju načrtovanja, organizacije in upravljanje s časom. Prav tako so pri teh učencih prisotne težave pri pomnjenju številskih dejstev (Kavkler idr., 2010).

Eden izmed glavnih problemov oseb s težavami kratkotrajnega in delovnega spomina je v celoti obvladovati pojem časa. Težave s spominom se lahko pojavljajo samostojno ali v povezavi z diskalkulijo oziroma disleksijo. V obeh primerih se lahko pojavljajo težave pri branju ure, razumevanju voznega reda, težave z zapornitvijo zaporedja mesecev in letnih časov.

Učenci z motnjo avtističnega spektra in motnjo pozornosti in/ali hiperaktivnostjo imajo probleme pri zaznavanju časa. Imajo slabši občutek za čas. Slabo načrtujejo vsakodnevne obveznosti in izrabljajo svoj čas. Ne zmorejo pravilno oceniti časa, ki ga bodo potrebovali za dokončanje neke naloge ter koliko časa jim je ostalo, da dokončajo zadolžitev. Pogosto imajo lahko težave s predstavljanjem vrstnega reda aktivnosti in določitev prioritete. Te osebe imajo slabo časovno orientacijo (Janeslatt, 2009).

8 Povzetek poteka, metodologije in ugotovitev študije primere

S študijo primera, ki je potekala v šolskem letu 2010/11, smo želeli preveriti vpliv učenca enot za merjenje časa, časovne orientacije in časovne organizacije na izboljšanje različnih znanj in spretnosti 11-letne učenke z učnimi težavami. Učenka je usmerjena v

redni program osnovne šole kot dolgotrajno bolan otrok, natančnejša diagnoza ni navedena v dokumentaciji. Training je potekal individualno v okviru osemnajstih srečanj, ki so potekala dvakrat tedensko po eno šolsko uro na osnovni šoli, in sicer od januarja do marca 2011. Pred začetkom in po koncu izvajanja treninga smo s pomočjo merskega instrumentarija pridobili informacije o učenki.

Pri nalogah objektivnega tipa za preverjanje znanja enot za merjenje časa (sestavljen v namen raziskave na osnovi učnih načrtov in literature) je učenka pred začetkom treninga dosegla 2,5 in po treningu 23 točk od možnih 32. Z nalogami smo preverili razumevanje pojma čas in enot za merjenje časa. Po treningu zmore učenka prebrati čas na analogni uri in zapisati čas v digitalni obliki. Pomemben napredek je opazen pri ocenjevanju časovnega trajanja, saj je učenka ob koncu treninga za vseh pet dogodkov navedla ustrezno mersko število in enoto.

Časovna organiziranost učenke se je po treningu izboljšala. Učenka si je začela redno zapisovati šolske in prostočasne obveznosti. Napredek na področju časovne organizacije potrjuje dobljen rezultat na vprašalniku o organizacijskih spretnostih (Do you have good organization skills?, 2010). Na področju časovne organiziranosti je učenka pred treningom dosegla 64 in po treningu 72 od možnih 100 točk. Rezultati, dobljeni z vprašalnikom organizacijskih spretnosti, pa potrjujejo, da je napredek opazen tudi na ostalih področjih organizacije. Večji napredek je opazen na področjih organiziranost v šoli, strategije in osebna urejenost. Prav tako je s treningom učenka izboljšala aritmetično znanje, pri prvem testiranju je dosegla 81 točk in po treningu

104 od možnih 110 točk na 10-minutnem aritmetičnem testu (Kavkler idr., 1997). Učenka je bolje reševala račune odštevanja, z neznanim členom in sestavljene račune.

€ Metoda usvajanja enot za merjenje časa

Ko učence z učnimi težavami učimo pojme, povezane s časom, sta ključni uporaba enostavnega jezika in grafična ponazoritev. Hkrati je pomembno, da vsak pojem povežemo z znano situacijo iz njihovega življenja. Učenci naj prikaze opremijo z ilustracijami in poznanimi dogodki. Ob izdelanih prikazih naj urijo orientacijo, ponavljajo naučeno in predstavljajo razmerja med posameznimi enotami.

Predstavili bomo metode in strategije dela, ki so se izkazale za uspešne pri delu z učenci z učnimi težavami. Te bomo predstavili po posameznih področjih. Predstavljene strategije in metode dela so bile preverjene v okviru zgoraj opisane študije primera.

Učenje časovnega zaporedja

Prvi korak pri razvijanju pojmov pri mlajših učencih je, da ga zaznamo na različne načine in v različnih okoliščinah. Pri usvajanju pojma čas je torej treba izhajati iz vsakodnevne izkušnje učencev. Vsem učencem, še posebej pa učencem z učnimi težavami, bo v pomoč, če bomo časovni potek in zaporedje dogodkov vizualno ponazorili s časovnim trakom in te vsebine povezali z dogodki in dejavnostmi iz njihovega življenja.

Čas lahko obravnavamo kot linearni proces. Koliko časa traja nek dogodek, se lahko prikaže s časovnim trakom. Prak-

tično je to pogosto ravna ali krožna linija, ki izraža ciklično naravo mnogih časovnih procesov. Merjenje časa vključuje dva glavna vidika: določanje časovnega trajanja (tj. koliko časa preteče med dvema danima momentoma) in določanje trenutnega časa; del dneva, teden, leto (Heuvel-Panhuizen in Bujs, 2008).

Učencem bo v veliko pomoč, če zaporedje posameznih enot za merjenje časa prikažemo na ravni ali krožni liniji ter jih opremimo z ilustracijami in/ali posameznemu učencu poznanimi dogodki. Ob izdelanih prikazih ponavljamo in izvajamo orientacijske vaje. Enote za merjenje časa povezujemo med seboj s predstavljanjem razmerja ene do druge.

– Linearen prikaz časovnega zaporedja

Premico razdelimo na enake razmike in vsaki točki (črtici) določimo uro ter tako ponazorimo, koliko časa traja dan. Ob urah učenci zapišejo ali narišejo dejavnosti, ki so značilne za njihov dan. Na podoben način oblikujemo časovni trak z označenimi dnevi v tednu, meseci, leti, desetletji in stoletji. Pri tem je pomembno, da vse časovne premice opremimo s posameznikovimi izkušnjami. Trakove zvijemo v krog in prikažemo ponavljanje zaporedij.

– Krožni prikaz časovnih zaporedij

Na krožnici npr. prikažemo razdelitev dneva na ure in poimenovanje posameznih delov dneva (jutro, dopoldne, opoldne, popoldne, večer). S krožnim prikazom ponazorimo ponavljanje letnih časov in mesecev.

Razvijanje občutka, koliko časa nekaj traja

Pri razvijanju predstav o standardnih merskih enotah – minutah in sekundah, naj

učenci opazujejo gibanje sekundnega kazalca, pri razumevanju sekunde in minute pa naj jim bo v oporo štetje. Učenci z učnimi težavami bodo hitreje usvojili predstave o trajanju kratkotrajnih dogodkov, če jim bomo ponudili različne nestandardizirane pripomočke za merjenje.

Učenje časovnih merskih enot naj torej poteka preko treh tipov dejavnosti. Na primer, čas lahko merimo s štetjem in z uporabo nestandardiziranih ali standardiziranih merskih instrumentov, kot so peščene ure, odštevalniki časa, štoparice in (analogne, digitalne) ure. Ob tem razvijamo dober občutek za čas in učenje odčitavanja časa iz merilnega instrumenta.

Primeri dejavnosti za razvijanje občutka, koliko časa traja nek dogodek ali dejavnost:

- izbira peščene ure (med 1-, 3- in 10-minutno) in merjenje trajanja različnih dejavnosti;

- ocenjevanje trajanja dejavnosti in preverjanje »ocene« z dejanskim podatkom meritve;
- primerjanje količine pretresenega peska in določanje trajanja;
- merjenje trajanja iste dejavnosti s peščeno uro, štetjem, podano oceno z dejanskim podatkom meritve;
- glasno štetje ob opazovanju premikanja sekundnega kazalca.

Boucher (1998) razlaga, da se učenci preko različnih dejavnosti ocenjevanja zavedajo, da ocenjevanje ni enako ugibanju, temveč metoda, s katero mislimo o problemu in možnih rešitvah. S tem lahko pri učencih razvijamo miselne sposobnosti in kritično mišljenje.

Razvijanje orientacije

Za učence z disleksijo in diskalkulijo je značilno, da imajo slabšo orientacijo na uri,

Dejavnost	Merjenje s peščeno uro	Trajanje (od 1 do 4)	Ocena (s, min)	Merjenje s štoparico
Brisanje table				
Umivanje rok				
2 počepa in 5 krogov okrog mize				
Zlaganje vžigalic v vrsto				
Padec svinčnika z mize				
»Mišja« hoja od sprednje do zadnje stene učilnice				

[Tabela 1] Ocenjevanje in merjenje dejavnosti

koledarju in/ali časovni premici. Pomagamo jim lahko z različnimi orientacijskimi vajami.

- Na uri:
 - dopolnjevanje manjkajočih števil na številčnici ure;
 - risanje kazalcev na uri po navodilu ali zapisu časa;
 - risanje položaja kazalcev;
 - nastavljanje kazalcev na uri.
- Na koledarju:
 - iskanje posameznih mesecev, datumov;
 - iskanje, na kateri dan je določen datum;
 - premikanje na koledarju za določeno število dni, tednov, mesecev naprej/nazaj.
- Na premici:
 - postavljanje figure na leto ..., premikanje za 3, 5 ... let naprej/nazaj.

Učenje branja analogne ure

Poznavanje ure ni tako enostavno za vse učence, kot včasih predvidevajo učitelji. Težavnost je v številu diskriminacij, ki jih morajo narediti učenci pri branju časa na (analogni) uri.

Za zmožnost odčitati čas na analogni uri je treba razlikovati:

- smer gibanja kazalca;
- minutni in urni kazalec;
- minute (niso označene na uri) od ur (predstavljajo jih števila na uri) (Stein idr., 2006).

Zgoraj našteje diskriminacije povzročajo težave, kadar niso ustrezno naučene, še posebno pri učencih z nižjimi izobraževalnimi dosežki. Ugotovitve študije primera so pokazale, da je najpogostejša napaka pri branju časa na analogni uri ta, da učenec pravilno prebere ure, minute navede nena- tančno. V pomoč jim bo, če bomo na rob

ure nalepili številke, ki predstavljajo minute (zapišemo večkratnike števila 5; od 5 do 60). Učenci naj opazujejo gibanje velikega in malega kazalca, številke na uri, ob zapisanih minutah naj štejejo po pet in po ena naprej.

Strategija za zapomnitev števila dni posameznega meseca

Pri pomnjenju števila dni posameznega meseca si učenci uspešno pomagajo s členki na rokah (slika 3), nekaterim pa bo morda v pomoč spodnja pesem. Preko ponavljanja in orientacijskih vaj na koledarju si zapomnijo, da je februar izjema med meseci.



[Slika 1] Strategija za zapomnitev števila dni v mesecu

*Dni 30 ima september,
april, junij in november.
Vsi drugi en dan več.
Le februar jih šteje manj,
28 dni ima,
a se mu vsake 4 leta,
kar tako en dan doda.
(Attwood, 2009)*

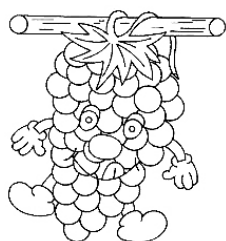
Reševanje besedilnih problemov v povezavi s časom

Računanje z urami in minutami je precej drugačno od običajnega decimalnega sistema ter ostalih sistemov merskih enot, zato ker morajo učenci uporabiti šestdesetiški

sistem. Če učenci usvojijo računanje z enotami za čas, potem ne bodo imeli težav pri računanju z enotami za merjenje kota, kjer je ravno tako v uporabi šestdesetiški sistem (kotne stopinje, kotne minute, kotne sekunde). Računanje s časovnimi merskimi enotami zahteva uporabo novih pretvornikov, kot so 7, 12, 24 in 60. Poleg šestdesetiškega sistema, morajo učenci poznati večkratnike števila 7 (teden ima 7 dni), 12 (leto ima 12 mesecev) in 24 (dan ima 24 ur).

- Besedilne naloge učenci rešujejo s pomočjo strategije prikazane v spodnji tabeli;

GROZDJE strategija reševanja besedilnih nalog



Glasno preberi.

Riši.

Obkroži podatke.

Zdaj predvidi način reševanja.

Delavno se loti računanja.

Je odgovor zapisan?

Enkrat še preveri.

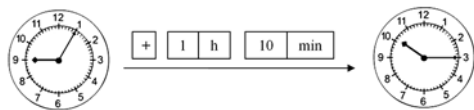
[Tabela 2] Strategija reševanja besedilnih nalog
Vir slike: <https://www.pinterest.com/pin/552183604285666458/>.

- pri računanju z urami in minutami si pomagajo z risanjem ur;
- ob prvi uri štejejo minute, ki manjkajo do časa, ki ga kaže druga ura;

Primer:

Film, ki ga želiš gledati na TV, se začne ob 10.15. Sedaj je ura 9.05. Koliko časa moraš čakati na začetek filma?

Reševanje: za reševanje smo uporabili pristop z dopolnjevanjem (lahko bi ga z odštevanjem, kar bi lahko pri učencih povzročilo dodatne težave, zlasti ko pride do pretvarjanja ur v minute)



[Slika 2] Reševanje besedilne naloge povezane z risanjem ur

- pri besedilnih problemih, ki zahtevajo računanje z leti in meseci, si pomagajo s koledarjem in izdelanimi prikazi.

Zaključek

Usvojena pojmovna in proceduralna znanja enot za merjenje časa so pomembna za obvladovanje in razumevanje številnih področij tako v naravoslovju kot družboslovju. Učencem je treba ponuditi strategije in pripomočke, s pomočjo katerih bodo usvojili in razumeli enote za merjenje časa glede na svoje zmožnosti. S pomočjo študije primera smo ugotovili, da lahko z uporabo predstavljenih strategij in metod dela izboljšamo znanje enot za merjenje časa pri učencu z učnimi težavami. S tem znanjem pa prav tako vplivamo na izboljšanje časovne organizacije, celotne organizacije in na boljše aritmetično znanje. Williams in Shuard (1994) trdita, da je računanje z enotami za merjenje časa precej različno od ostalih sistemov merskih enot ter da učenci potrebujejo ustrezno poučevanje za obvladovanje pomembnih aritmetičnih veščin, potrebnih za računanje časovnih intervalov. Učence najprej učimo pojme, ki so zanje bolj pomenljivi (od delov dneva, tednov

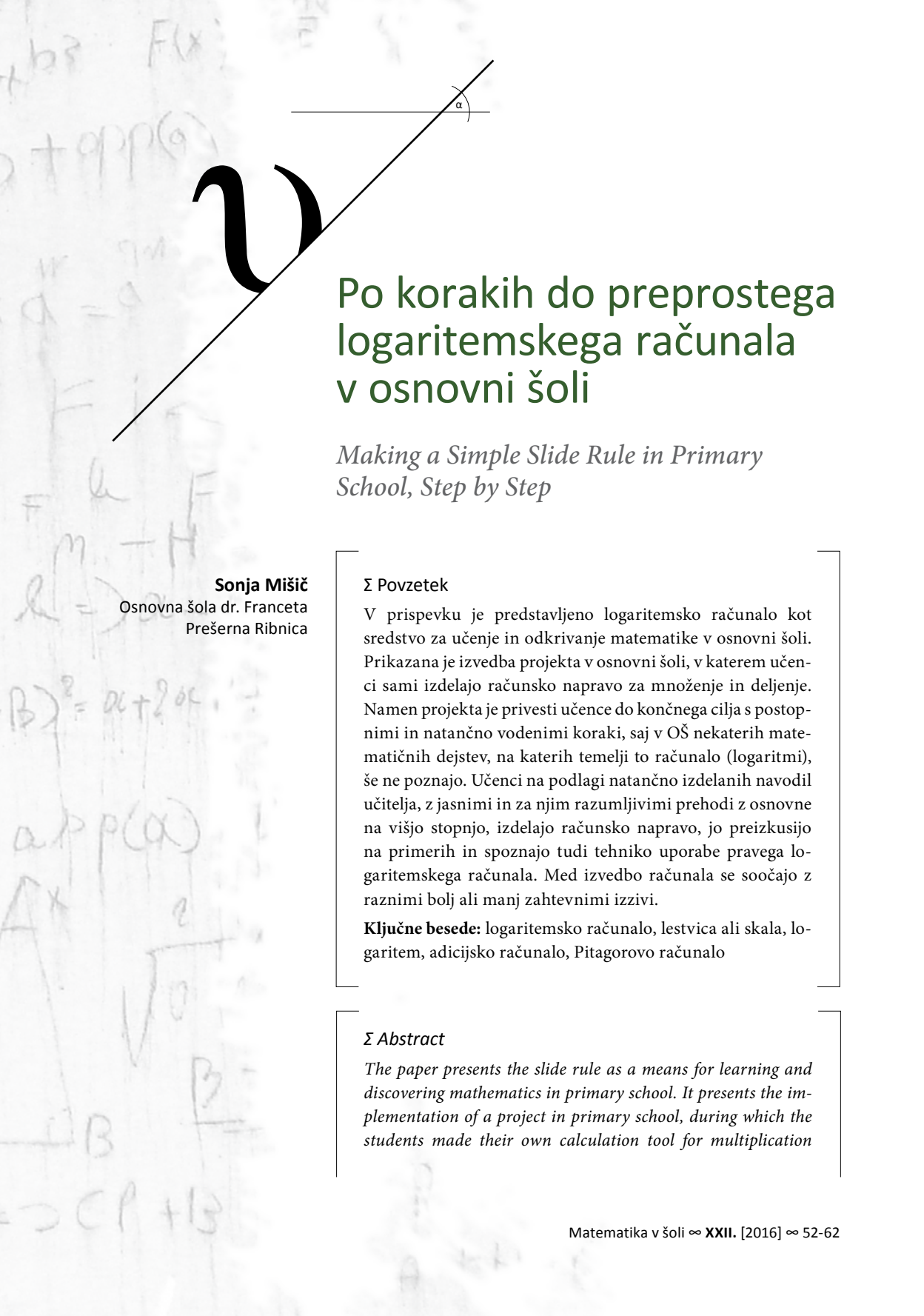
itd.) in nazadnje jih učimo branja časa z ure. Na vsaki stopnji učenja moramo učencem zagotoviti življenjski primer. Fleg (2010) pravi, da je razumevanje manjših enot za merjenje časa, ki jih učenci obravnavajo pri matematiki, učencem v pomoč pri razume-

vanju daljših obdobj, ki jih obravnavajo pri zgodovini. Atwood (2009) pa razlaga, da je čas osnovno zaporedje in večina učencev, ki obvladuje pojem časa, običajno preмага vse težave z zaporedji ter lažje razume še veliko drugih pojmov pri matematiki.

η Viri

1. Adler, B. (2001). What is dyscalculia?, An e-book from Kognitiv Centrum Sweden. Dostopno na: <http://www.dyscalculiainfo.org> (10. 12. 2010).
2. Attwood, T. (2009). The key to time. Dostopno na: <http://www.senco.me.uk/SEN43key.pdf> (21. 11. 2014).
3. Boucher, A. C. (1998). Critical Thinking through Estimation, Teaching Children Mathematics, letn. 4, št. 8, str. 452-456.
4. Charlesworth, R. in Lind, K. (1990). Math & science for young children. United states of America: Delmar Publishers Inc.
5. Dickson, L., Brown, M. in Gibson, O. (1993). Children learning mathematics. A teacher's Guide to Recent Research. Great Britain: Cassell.
6. Do you have good organization skills? (School/work version). Dostopno na: http://www.queendom.com/tests/access_page/index.htm?idRegTest=2284 (20. 11. 2010).
7. Fleg, V. EC-Geography and history. Dostopno na: http://www.montessorird.com/pdf/EC_Geography_&_History_sample.pdf (20. 11. 2014).
8. Heuvel-Panhuizen, M. in Bujs, K. (2008). Young children learn measurement and geometry: a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for the lower grades in primary school, Rotterdam, Sense.
9. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (uporabljeno 6. 2. 2016)
10. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_naravoslovje_in_tehnika.pdf (uporabljeno 6. 2. 2016)
11. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_druzba_OS.pdf (uporabljeno 7. 2. 2016)

12. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_slovenscina_OS.pdf (uporabljeno 7. 2. 2016)
13. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_spoznavanje_okolja_pop.pdf (uporabljeno 6. 2. 2016)
14. Janeslatt, G. (2009). Time for time, Assessment of time processing ability and daily time management in children with and without disabilities, Stockholm, Karolinska Institutet.
15. Kavkler, M., Magajna, L., Košak Babuder, M., Zemljak, B., Janželj, L., Andrejčič, M. idr. (2010). Disleksija - vodnik za samostojno učenje študentov in dijakov. Ljubljana: Društvo Bravo – društvo za pomoč otrokom in mladostnikom s specifičnimi učnimi težavami.
16. Newman, R. N. (1998). The dyscalculia syndrome. Dostopno na: <http://www.dyscalculia.org/thesis.html> (20. 10. 2010).
17. Poustie, J. (2000). Mathematics Solutions: How to Identify, Assess and Manage Specific Learning Difficulties in Mathematics. An Introduction to Dyscalculia. Great Britain: Next Generation.
18. Stein, M., Kinder, D., Silbert, J. in Carnie, D. (2006). Designing Effective Mathematics Instruction, A Direct Instruction Approach, New Jersey, Merrill.
19. Williams, E. in Shuard, H. (1994). Primary mathematics today, London, Longman.



Po korakih do preprostega logaritemskega računalna v osnovni šoli

Making a Simple Slide Rule in Primary School, Step by Step

Sonja Mišič

Osnovna šola dr. Franceta
Prešerna Ribnica

Σ Povzetek

V prispevku je predstavljeno logaritmsko računalno kot sredstvo za učenje in odkrivanje matematike v osnovni šoli. Prikazana je izvedba projekta v osnovni šoli, v katerem učenci sami izdelajo računsko napravo za množenje in deljenje. Namen projekta je privedi učence do končnega cilja s postopnimi in natančno vodenimi koraki, saj v OŠ nekaterih matematičnih dejstev, na katerih temelji to računalno (logaritmi), še ne poznajo. Učenci na podlagi natančno izdelanih navodil učitelja, z jasnimi in za njim razumljivimi prehodi z osnovne na višjo stopnjo, izdelajo računsko napravo, jo preizkusijo na primerih in spoznajo tudi tehniko uporabe pravega logaritemskega računalna. Med izvedbo računalna se soočajo z različnimi bolj ali manj zahtevnimi izzivi.

Ključne besede: logaritmsko računalno, lestvica ali skala, logaritem, adicijsko računalno, Pitagorovo računalno

Σ Abstract

The paper presents the slide rule as a means for learning and discovering mathematics in primary school. It presents the implementation of a project in primary school, during which the students made their own calculation tool for multiplication

and division. The purpose of the project is to lead students to the final goal through gradual and precisely guided steps, since primary school students are not yet familiar with some of the mathematical facts (i.e. logarithms) on which this calculator is based. Following precise instructions from the teacher and with clear and understandable transitions from the basic to the advanced level, students make a calculation tool, test it on examples, and become familiar with the technique of using a real logarithm calculator. When making the calculator, they will be confronted with various more or less demanding challenges.

Key words: logarithm calculator, scale, logarithm, addition calculator, Pythagorean theorem calculator

α Uvod

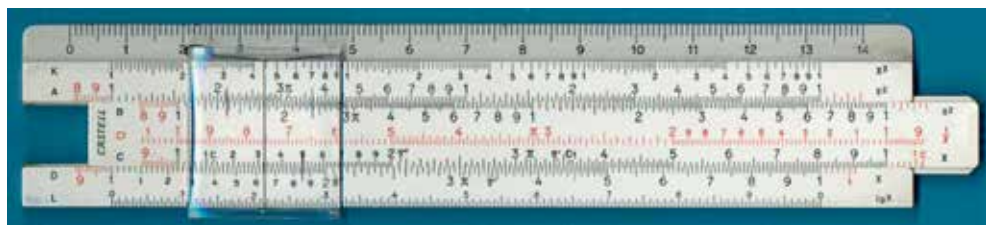
Logaritemsko računalno (slika 1) je bilo več kot tristo let, vse do iznajdbe elektronskih žepnih računal, eden najpomembnejših in najbolj razširjenih pripomočkov za računanje. Današnji računski pripomočki so bolj praktični, natančnejši in hitrejši, vendar je logaritemsko računalno izvrsten pripomoček za vizualno predstavitev lastnosti logaritmov in potenc ter njunih medsebojnih povezav, saj temelji na logaritmih, s katerimi je omogočeno računske operacije višje stopnje (množenje in deljenje) prevesti na enostavnejše, nižje stopnje (seštevanje in odštevanje).

Večino ugotovitev in predstavljenih aktivnosti v tem prispevku povzemam po svoji diplomski nalogi.

β Potek izdelave preprostega računalna za množenje in deljenje v osnovni šoli

Učenci so izdelali preprosto računsko napravo za množenje in deljenje, katere osnovni princip delovanja je pretvorba množenja števil v seštevanje oz. deljenje števil v odštevanje. Ker logaritmov še ne poznajo, jih je bilo treba do tega spoznanja privedi postopoma, zato je projekt potekal v treh delih.

V prvem delu so izdelali računalno za seštevanje in odštevanje števil, s katerim so ponovili seštevanje in odštevanje pozitivnih in negativnih števil na številskih premicah, kar so spoznali že pri pouku matematike. Cilj prvega dela je bil, da so učenci praktično preizkusili in spoznali princip



[Slika 1] Mehansko logaritemsko računalno

delovanja t. i. adicijskega računalu, kar je bila osnova za razumevanje vseh nadaljnjih aktivnosti (Mišič, 2003).

V drugem delu so izdelali računalu za seštevanje in odštevanje kvadratov števil, t. i. Pitagorovo računalu. Cilj drugega dela je bil spoznati pojem številске lestvice oz. računanje s pomočjo številskih lestvic na primeru lestvice s kvadrati naravnih števil.

V tretjem delu so učenci najprej izdelali računalu za računanje s potencami, s katerim so prišli do spoznanja, da s tem ko eksponente potenc z enako osnovo na računalu seštevamo oz. odštevamo, v resnici vrednosti potenc množimo oz. delimo. S pomočjo tega dejstva so učenci prišli do ključnega cilja v projektu; izdelati preprosto računalu za množenje in deljenje poljubnih realnih števil, torej preprosto logaritemsko računalu.

Na poti do cilja je vsak učenec potreboval: deset pripravljenih 30 cm dolgih trakov, barvna pisala, daljše ravnilo (30 cm), geotrikotnik, zvezek za izračune ter žepno računalu za računanje razdalj, ki jih nanašajo na merilo, in za preverjanje izračunov, ki jih izvedejo na izdelanih računalih.

Vsak učenec je torej izdelal skupno pet različnih računal, vsako računalu je bilo sestavljeno iz dveh enako izdelanih trakov z ustreznimi številskimi lestvicami. Glede na obsežnost in zahtevnost je bil projekt izveden v okviru matematičnih delavnic v

manjši skupini učencev 8. ali 9. razreda s solidnim matematičnim predznanjem.

1. del: Izdelava in uporaba adicijskega računalu

a) Izdelava adicijskega računalu s pozitivnimi števili

Navodilo:

Nariši merilo od 0 do 10 na dva 30 cm dolga trakova ter vsako enoto razdeli še na desetine.

S pomočjo t. i. adicijskega računalu izračunaj vsoto oz. razliko števil 7 in 3 (slika 2).

Izziv:

Kako bi izračunali vsoto dveh števil, ki sta večji od 10? Primer: $35 + 50 = ?$

Reševanje: Obe števili smo zapisali kot produkt števila, ki se nahaja na našem merilu, in potence števila

$$10 : 35 + 50 = 3,5 \cdot 10 + 5 \cdot 10$$

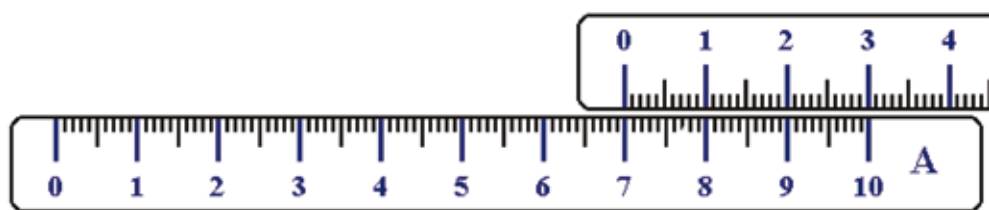
Po zakonu o združevanju smo izpostavili skupni faktor obeh členov:

$$35 + 50 = (3,5 + 5) \cdot 10$$

Ker je naša osnovna skala razdeljena tudi na desetine, smo brez težav poiskali vsoto v oklepaju ter izračunali:

$$35 + 50 = 8,5 \cdot 10 = 85$$

Na podoben način smo preverili še nekaj izračunov:



[Slika 2] Prikaz vsote števil 7 in 3 na t. i. adicijskem računalu

$$265 + 125 = (2,65 + 1,25) \cdot 100 = 3,9 \cdot 100 = 390$$

$$927 + 16 = (9,27 + 0,16) \cdot 100 = 9,43 \cdot 100 = 943$$

Ugotovitev učencev: Če želimo računati npr. s trimestnimi števili, morajo biti vse enote namišljeno razdeljene na stotine, s štirimestnimi števili na tisočine

Utemeljili so, zakaj je računanje vsot ali razlik z adicijskim računalom hitro, a le približno.

b) Izdelava adicijskega računalu s pozitivnimi in negativnimi števili

Navodilo:

Nariši merilo od -10 do 10 na dva 30 cm dolga trakova ter vsako enoto razdeli še na polovico (slika 3).

Izziv:

Na računalu si izberi poljubno število ter mu prištej njegovo nasprotno število.

Reševanje: Učenci ponovijo zakonitost:

$$a + (-a) = 0 \text{ oz. } -a + (+a) = 0$$

Napišejo: $-(a+b) = (-a) + (-b)$ in primer $-(2+7) = (-2) + (-7) = -9$

S pomočjo računalu so potrdili pravili, ki so jih preverili na primeru: $-(+a) = -a$, $-(-a) = a$ ter $-(a+b) = (-a) + (-b)$

Razliko dveh števil so najprej s pomočjo preverjenih pravil prevedli v vsoto nasprot-

nih vrednosti števil oz. v nasprotno vrednost vsote števil. Primera:

$$-6 - 8 = (-6) + (-8) = -(6+8) = -14 \text{ in } 6 - 8 = 6 + (-8) = -(-6+8) = -2$$

Ugotovitev učencev: Adicijsko računalu s pozitivnimi in negativnimi števili (slika 3) bi lahko uporabili tudi pri računanju z večjimi števili, če bi bile enote na računalu razdeljene še na desetine, stotine ...

Brez težav so preverili še nekaj primerov:

$$-70 + 50 = (-7 + 5) \cdot 10 = -120$$

$$-350 - 850 = -(350 + 850) =$$

$$-((3,5 + 8,5) \cdot 100) = -(12 \cdot 100) = -1200$$

$$4500 - 9500 = 4500 + (-9500) =$$

$$-((-4,5 + 9,5) \cdot 1000) = -(5 \cdot 1000) = -5000$$

2. del: Izdelava Pitagorovega računalu

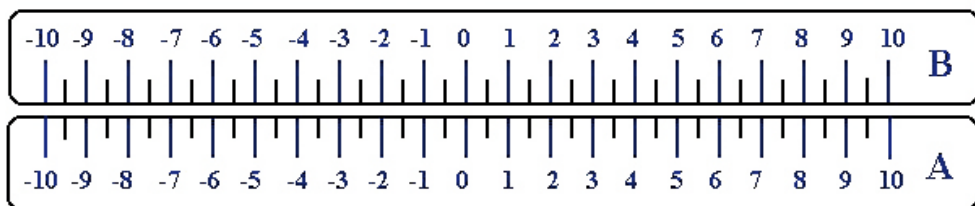
Navodilo:

Na dva 30 cm dolga trakova nariši merilo s števili od 0 do 10 tako, da bodo razdalje števil do izhodišča enake kvadratom teh števil.

Ker so morali najprej oba trakova z dolžino osnovne skale 30 cm razdeliti na 100 enakih enot, je bilo treba izračunati dolžino ene enote:

$$30 \text{ cm} : 100 = 300 \text{ mm} : 100 = 3 \text{ mm.}$$

Reševanje: Izračunali so razdalje od izhodišča do kvadratov števil in jih nanесли na oba trakova (preglednica 1):



[Slika 3] Računalu za računanje s pozitivnimi in negativnimi števili

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
$D(0, x) = x^2$ (mm)	0	3	12	27	48	75	108	147	192	243	300

[Preglednica 1] Razdalje od izhodišča do kvadratov števil

Razmike so označili s centimetrskimi črtami, pod oz. nad katerimi so napisali števila od 1 do 10.

Napisali so podatke, za kateti v pravokotnem trikotniku in izračunali dolžino hipotenuze s pomočjo obrazca:

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$b = 8 \text{ cm}$$

$$c = 10 \text{ cm}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 6^2 + 8^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow c = 10 \text{ cm}$$

Ugotovitev učencev: Pitagorovo računallo (slika 4 in 5) deluje na popolnoma enak način kot adicijsko računallo, le da so na njem kvadrati števil, s katerimi operiramo pri uporabi Pitagorovega izreka.

Izziv:

V pravokotnem trikotniku izračunaj dolžino hipotenuze, ki ni celo število.

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$b = 7 \text{ cm}$$

$$c =$$

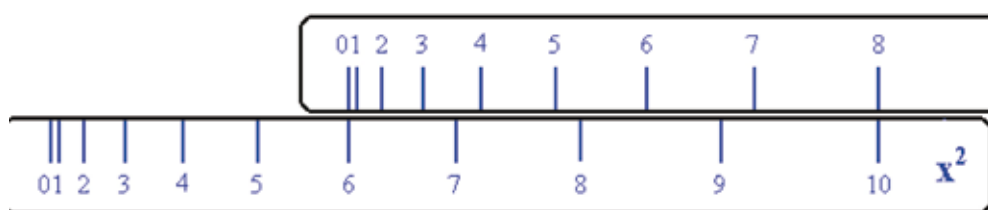
$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 5^2 + 7^2$$

Reševanje: Učenci so izračunali:

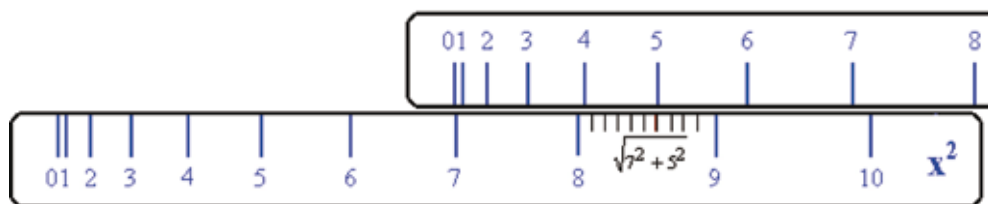
$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{74} \text{ cm.}$$

S pomočjo računalna so rezultat umestili med 8,5 cm in 8,7 cm.

Z žepnim računalom so preverili rezultat: $c = \sqrt{74 \text{ cm}^2} = 8.60232... \text{ cm.}$



[Slika 4] Prikaz vsote $6^2 + 8^2 = 10^2$ na t. i. Pitagorovem računalu



[Slika 5] Prikaz izračuna $c^2 = 5^2 + 7^2$ na Pitagorovem računalu

3. del: Izdelava logaritemskega računalu

a) Izdelava računalu za računanje s poten- cami

Učenci so napisali zaporedne potence števila 2 z eksponenti pozitivnih celih števil od 1 do 10 (preglednica 2).

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

[Preglednica 2] Zaporedne potence števila 2 z eksponenti pozitivnih celih števil od 1 do 10

Navodilo:

Nanesi zgornjo vrsto potenc 2^0 , 2^1 , 2^2 , 2^3 , ..., 2^{10} enakomerno na dva 30 cm dolga trakova.

Reševanje: Učenci so nanesli vrednosti potenc števila 2 na oba trakova in nastalo računalu preizkusili.

Ugotovitev učencev: Princip delovanja je podoben kot pri adicijskem in Pitagorovem računalu, vendar z njim števila 2^x in 2^y ne seštevamo oz. odštevamo, temveč jih množimo oz. delimo (slika 6).

Primeri: $2^3 + 2^2 \rightarrow 2^5 = 2^2 \cdot 2^3 = 8 \cdot 4 = 32$

$2^8 - 2^5 \rightarrow 2^3 = 2^8 : 2^5 = 256 : 32 = 8$

Končna ugotovitev, na osnovi katere deluje računalu za računanje potence z osnovo 2:

$$2^x \cdot 2^y = 2^{x+y}, \quad 2^x : 2^y = 2^{x-y}$$

Izziv:

Ali zgornja ugotovitev velja le za potence z osnovo 2 ali bi lahko za osnovo potence določili katerokoli število a ?

Reševanje: Učenci:

- so predlagali, da izdelamo še eno računalu, kjer bo osnova potence večja od 2;
- so se spomnili na splošni obrazec za računanje s potenami z enakimi osnovami:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}, \quad a^x : a^y = a^{x-y}$$

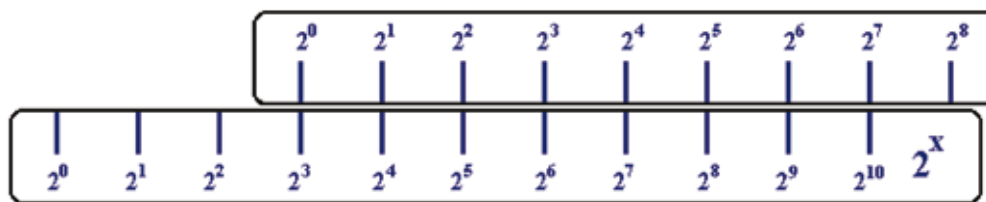
Ugotovitev učencev: S številom 3 oz. s števili, ki jih lahko zapišemo v obliki 3^x , bi lahko množili in delili s tistim računalom, ki ima na enotah merila števila 3^x ... Torej lahko množimo in delimo potence s poljubno (toda med seboj enako) osnovo a , zato lahko takšno računalu poimenujemo kar računalu za deljenje in množenje števil.

Končna ugotovitev: Z računalom za računanje potenc množimo in delimo natanko s tistimi števili, ki jih lahko zapišemo v obliki potence z enakimi osnovami.

b) Izdelava računalu za množenje in deljenje – preprosto logaritmsko računalu

Izziv:

Kako bi izgledalo računalu, s katerim bi lahko množili in delili med seboj poljubna števila, ne glede na osnovo potence?



[Slika 6] Prikaz množenja potenc z osnovo 2: $2^3 \cdot 2^7 = 2^{10} \rightarrow 8 \cdot 128 = 1024$

Ugotovitev učencev: Na računalu moramo nanesti zaporedje potence s čim manjšo osnovo.

Pojasnilo učencem: Sedaj bomo izdelali naše končno računalo za deljenje in množenje med seboj različnih števil in ne le števil, ki imajo v potenci skupno osnovo in so večja od 2. To računalo bomo poimenovali logaritemsko računalo, ker temelji na logaritmih, ki jih bodo spoznali v srednji šoli.

Pred nadaljevanjem so učenci še enkrat preverili razlike med lestvico na računalu za računanje potenc z lestvico na adicijskem računalu.

Ugotovitev učencev:

- lestvica na računalu za računanje potenc se začne s številom 1, ne glede na to, katero število vzamemo za osnovo potence, saj je $a^0 = 1$, za vsak $a \in \mathbb{R}$.
- osnova mora biti večja od 1 in manjša od 2, torej $1 < a < 2$.

Po razgovoru so učenci predlagali, da za osnovo vzamemo število 1,1.

Navodilo:

Nanašaj zaporedje vrednosti potenc na dva 30 cm dolga trakova tako dolgo, dokler vrednost potence ne doseže vrednosti 10.

Reševanje: Sestavili so podobno preglednico, kot smo jo pri nanašanju potence 2^x (preglednica 3):

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$1,1^x$	1	1,1	1,21	1,331	1,464	1,611	1,772	1,949	2,144	2,358	2,594	2,853	3,138
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	3,452	3,797	4,177	4,595	5,054	5,560	6,116	6,727	7,400	8,140	8,954	9,850	10,835

[Preglednica 3] Zaporedje vrednosti potenc $1,1^x$ ($x \in \mathbb{N}$)

Ugotovitev učencev:

potrebujemo 24 enakomernih razdelkov, vrednost potence $1,1^x$ na začetku počasi, nato pa čedalje hitreje narašča.

Pojasnilo učencem: Nanašali bomo le tiste vrednosti potence, ki predstavljajo cela števila oz. so tem najbližje, ter vmesna števila, zaokrožena na eno decimalko. Števila, ki so najbližja celim številom, bomo v tabeli osenčili.

Izziv:

Kako poiskati vmesne vrednosti med števili 1 in 10?

Ugotovitev učencev: Poiščemo še manjšo osnovo od 1,1, torej med 1,01 in 1,09, ker bomo tako dobili še gostejše in s tem bolj natančne vrednosti, ki jih bomo nanesli na naše merilo, s tem bo računalo tudi natančnejše.

Po skupnem pogovoru glede izbire najustreznejše osnove smo se odločili, da kljub najbolj natančni osnovi 1,01 izberemo osnovo 1,03, saj bi bilo v prvem primeru računanje zelo dolgotrajno.

Reševanje: Lotili so se dolgega računanja potence $1,03^x$, natančno na tri decimalna mesta. Računali so vsak na svojem žepnem računalu ter zapisovali podatke v novo preglednico (preglednica 4).

x	$1,03^x$
0	1
1	1,03
2	1,061
3	1,093
4	1,126
5	1,159
6	1,194
7	1,230
8	1,267
9	1,305

x	$1,03^x$
10	1,344
11	1,384
12	1,426
13	1,469
14	1,513
15	1,558
16	1,605
17	1,653
18	1,702
19	1,754

x	$1,03^x$
20	1,806
21	1,860
22	1,916
23	1,974
24	2,033
25	2,094
26	2,157
27	2,221
28	2,288
29	2,357

x	$1,03^x$
30	2,427
31	2,500
32	2,575
33	2,652
34	2,732
35	2,814
36	2,898
37	2,985
38	3,075
39	3,167

x	$1,03^x$
40	3,262
41	3,360
42	3,461
43	3,565
44	3,671
45	3,782
46	3,895
47	4,012
48	4,132
49	4,256

x	$1,03^x$
50	4,384
51	4,515
52	4,651
53	4,790
54	4,934
55	5,082
56	5,235
57	5,392
58	5,553
59	5,720

x	$1,03^x$
60	5,892
61	6,068
62	6,250
63	6,438
64	6,631
65	6,830
66	7,035
67	7,246
68	7,463
69	7,687

x	$1,03^x$
70	7,918
71	8,155
72	8,400
73	8,652
74	8,916
75	9,179
76	9,454
77	9,738
78	10,030

[Preglednica 4] Potence $1,03^x$

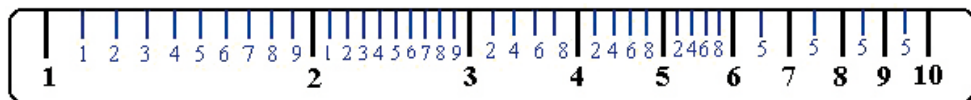
Ko je bila tabela izpolnjena, smo se pogovorili, katera števila bomo nanegli na naša računalna in njihove približke v tabeli tudi osenčili:

- razdelka 1 – 2 in 2 – 3 sta zelo velika in se nahaja v njih zelo veliko števil, zato ju bomo razdelili na deset delov (1,1; 1,2; 1,3...).
- razdelke 3 – 4, 4 – 5 in 5 – 6 bomo razdelili na pet delov (3,2; 3,4; 3,6...).
- razdelke 6 – 7, 7 – 8, 8 – 9 in 9 – 10 bomo razdelili le na polovice (6,5; 7,5; 8,5...).

Navodilo:

Izdelaj še zadnje, končno računalno za množenje in deljenje ter ga preizkusi na primerih.

Reševanje: S pomočjo zgornjih preglednic so določili približne enote (jih zbrali v novi tabeli) in izračunali razdalje od izhodišča 1 do enot, na katerih se bodo nahajala označena števila. Ko so imeli na voljo vse potrebne podatke, so izbrana števila potence $1,03$ z merjenjem nanegli na zadnja dva trakova (slika 7).



[Slika 7] Končna izdelana lestvica računalja za množenje in deljenje (lestvica preprostega logaritemskega računalja)

Množenje in deljenje števil z uporabo preprostega logaritemskega računalja

a) Množenje števil z izdelanim preprostim računalom

Navodilo: Izračunaj produkt $2 \cdot 5$.

Ugotovitev učencev: Računalno deluje po popolnoma enakem principu kot adicijsko računalno, le da z njim s seštevanjem in odštevanjem poljubnih razdalj števila množimo in delimo.

Izziv:

Kako bi na računalu izračunali produkt $2 \cdot 6 = 12$ oziroma produkt števil, katerih rezultat produkta pade izven osnovne skale računalja? Spomni se na seštevanje števil z adicijskim računalom.

Ugotovitev učencev: Lahko uporabimo postopek, ki smo ga uporabili pri seštevanju števil z adicijskim računalom, katerih vsota je večja od 10:

Sešteli so $2 + 9 = 11$ na adicijskem računalu, nato so enak postopek izvedli še na logaritmskem računalu, kjer so dejansko izračunali zmnožek $2 \cdot 9$. Na računalu so

odčitali rezultat 1,8 in premaknili decimalno vejico za eno mesto v desno $\rightarrow 2 \cdot 9 = 18$.

Preverili so zapis:

$$a) 2 \cdot 60 = \quad b) 20 \cdot 6000 =$$

Ugotovitev učencev:

- lahko zmnožimo $2 \cdot 6 = 12$ in seštejemo ter dopišemo ničle (slika 8),
- uporabimo postopek, s katerim smo seštevali velika števila na adicijskem računalu:

$$2 \cdot 60 = 2 \cdot 6 \cdot 10 = (2 \cdot 6) \cdot 10 = 12 \cdot 10 = 120,$$

$$20 \cdot 6000 = (2 \cdot 10) \cdot (6 \cdot 1000) = (2 \cdot 6) \cdot 10 \cdot 1000 = 12 \cdot 10000 = 120000.$$

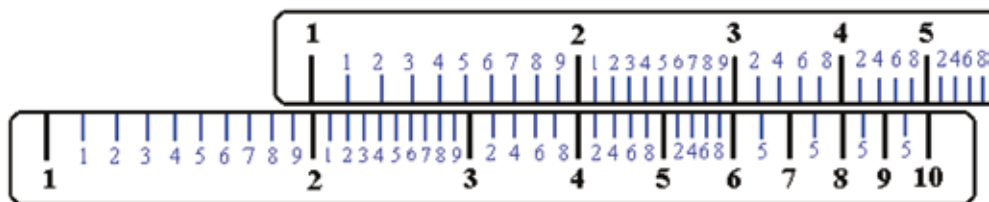
Učenci so sami poiskali števili na merilu in poskusili določiti rezultat še primerom:

$$1,5 \cdot 2,8 = 4,2$$

$$15 \cdot 28 = (1,5 \cdot 10) \cdot (2,8 \cdot 10) = (1,5 \cdot 2,8) \cdot 100 = 4,2 \cdot 100 = 420$$

$$250 \cdot 52 = (2,5 \cdot 100) \cdot (5,2 \cdot 10) = (2,5 \cdot 5,2) \cdot 1000 = 13 \cdot 1000 = 13000$$

Ugotovitev učencev, kako z logaritmskim računalom števila množimo:



[Slika 8] Prikaz produkta $2 \cdot 5 = 10$ na preprostem logaritmskem računalu

- če je produkt števil manjši od 10, premaknemo levo krajišče 1 zgornjega merila nad prvi faktor spodnjega merila in preberemo rezultat pod drugim faktorjem zgornjega merila;
- če je produkt števil večji od 10, vlogi levega in desnega krajišča zgornjega merila zamenjamo; desno krajišče 10 zgornjega merila premaknemo nad prvi faktor spodnjega merila in preberemo rezultat pod drugim faktorjem zgornjega merila.

Končna ugotovitev in utemeljitev:

- natančneje lahko računamo le s števili, ki jih imamo na razpolago na našem računalu;
- najbolj natančen rezultat lahko določimo v razdelku 1 – 2 in 2 – 3, saj lahko določimo tudi desetine, v razdelkih 3 – 4, 4 – 5 in 5 – 6, lahko določimo najbolj natančen rezultat v petinah, v razdelkih 6 – 7, 7 – 8, 8 – 9 in 9 – 10 pa le v polovicah.

b) Deljenje števil z izdelanim preprostim računalom

Navodilo: Izračunaj količnik: $10 : 5$.

Izziv:

Izračunaj še količnika: $100 : 5$ in $1\,000 : 50$.

Ugotovitev učencev:

- lahko delimo $10 : 5 = 2$ ter dopišemo ničle (slika 9),

- uporabimo postopek, ki smo ga uporabili pri množenju velikih števil:

$$100 : 5 = (10 \cdot 10) : 5 = (10 : 5) \cdot 10 = 2 \cdot 10 = 20,$$

$$1\,000 : 50 = (10 \cdot 100) : (5 \cdot 10) = (10 : 5) \cdot (100 : 10) = 2 \cdot 10 = 20$$

Učenci so sami poiskali števili na merilu in poskusili določiti rezultat še primerom:

$$7,5 : 2,5 = 3$$

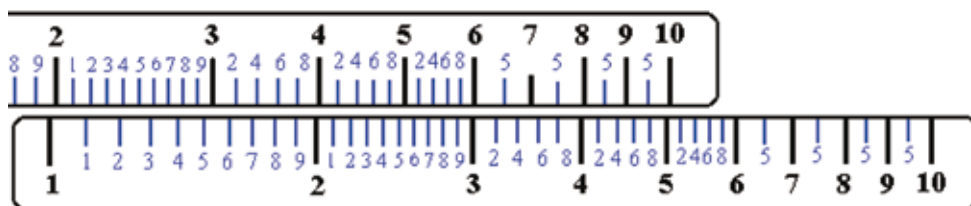
$$7\,500 : 25 = (7,5 \cdot 1\,000) : (2,5 \cdot 10) = (7,5 : 2,5) \cdot (1\,000 : 10) = 3 \cdot 100 = 300$$

Ugotovitev učencev, kako z logaritmskim računalom števila delimo:

- nad deljenec na spodnjem merilu postavimo delitelj na zgornjem merilu in če je prva številka v delitelju večja od prve številke v deljencu, preberemo rezultat kvocienta v levem krajišču 1 zgornjega merila;
- nad deljenec na spodnjem merilu postavimo delitelj na zgornjem merilu in če je prva številka v delitelju manjša od prve številke v deljencu, preberemo rezultat kvocienta v desnem krajišču 10 zgornjega merila.

6 Zaključek

Za razumevanje bistva, na katerem delovanje logaritmskega računalu sloni, je treba temeljito spoznati tudi teoretično matematično podlago njegovega ustroja (logaritmi), za samo uporabo logaritmskega računalu



[Slika 9] Prikaz količnika $10 : 5 = 2$ na preprostem logaritmskem računalu

ni nujno potrebno poznavanje matematične teorije, na podlagi katere je računalno konstruirano (Mišič, 2003).

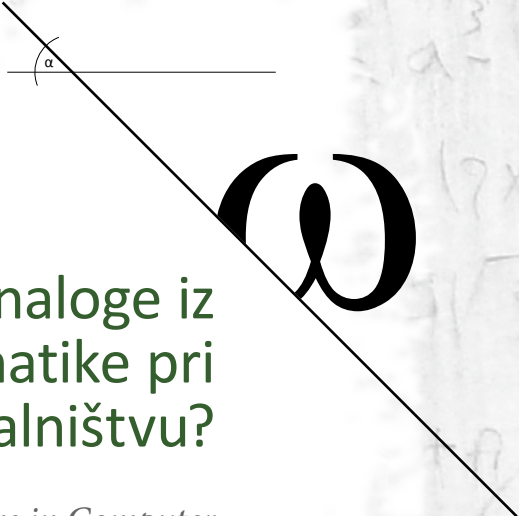
Za uporabo računalna, ki so ga izdelali učenci, zadostuje, da učenci osvojijo najpomembnejše mehanske veščine ter nekaj pravil za določitev končnega rezultata in to povežejo z znanjem o računanju s potencami. Tako lahko z njim množijo in delijo poljubna števila.

Cilj, ki smo si ga zadali, je bil dosežen; učenci so s pomočjo natančno izdelanih

navodil z jasnimi in skrbno izbranimi koraki prišli do računske naprave za deljenje in množenje. Spoznali so tehniko uporabe te računske naprave na primerih, s tem tudi tehniko uporabe logaritemskega računalna, ki so ga še v 50. in 60. letih prejšnjega stoletja uporabljali v vsakdanjem življenju. Med izdelavo računalna so učenci sami odkrivali in s tem ponovili nekatera njim že poznana matematična dejstva, obenem pa odkrivali nova.

▼ Literatura

1. Mišič S. (2003). Odkrivanje matematike ob izdelavi logaritemskega računalna v osnovni šoli. Diplomsko delo, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani.
2. Slika 1: <http://diameter.si/sciquest/pict2/sliderule.jpg> (pridobljeno 15. 2. 2016).



Bober – naloge iz matematike pri računalništvu?

Bober – Mathematical Tasks in Computer Science?

Σ Povzetek

V prispevku predstavljamo naloge iz že izpeljanih tekmovanj Bober, ki imajo matematično ozadje. Opišemo, kako so učenci od 5. do 9. razreda ob pripravi na tekmovanje te naloge reševali in s katerimi težavami so se srečevali pri njihovem reševanju. Naloge smo povezali s cilji in temami iz matematičnih vsebin.

Ključne besede: tekmovanje Bober, računalniško razmišljanje, matematične strategije

Katja Bonaca

Osnovna šola Livade Izola

Σ Abstract

The paper presents tasks from previous Bober competitions with a mathematical background. It describes how students from the 5th to 9th grades solved these tasks when preparing for the competition, and the problems they had encountered when solving them. These tasks were then linked to the objectives and topics of mathematical contents.

Key words: Bober competition, computational thinking, mathematical strategies

α Uvod

Vemo, da sta matematika in računalništvo zelo povezana. S poučevanjem neobveznega izbirnega predmeta računalništvo v 5. razredu, s katerim smo se letos prvič spoprijeli mnogi učitelji po Sloveniji, smo to povezavo še bolj začutili.

Učenci naj bi pri izbirnem predmetu računalništvo reševali probleme in spoznavali računalniške koncepte. Ti cilji so tudi cilji tekmovanja Bober, prav zaradi tega veliko učiteljev vključi priprave na tekmovanje Bober v neobvezni izbirni predmet računalništvo.

Ob reševanju nalog s tekmovanja Bober uporabljamo tudi matematično znanje in strategije reševanja problemskih nalog. Marsikatero od nalog lahko uporabimo pri urah matematike kot uvod v obravnavo nove vsebine, kot motivacijo, naloge za nadarjene učence ali pa dodatne naloge za učence od tretjega razreda naprej.

β Tekmovanje Bober

Bober je mednarodno tekmovanje, ki spodbuja računalniško razmišljanje. Namenjeno je učencem osnovne šole od tretjega razreda naprej in srednješolcem. Cilj tekmovanja je povečati zanimanje učencev za računalništvo. Učenci naj bi spoznali, da računalnik ni le sredstvo za gledanje filmov, poslušanje glasbe, igranje igrice, urejanje besedil ... ampak tudi neizčrpen vir zanimivih logičnih problemov (<http://tekmovanja.acm.si/bober>). Tekmovanja se je v letu 2015/16 udeležilo 25 000 tekmovalcev iz Slovenije, v približno 35 državah po vsem svetu pa jih je bilo več kot milijon in pol.

Tekmovanje Bober je podobno matematičnemu tekmovanju Kenguru, saj so nalo-

ge prav tako izbirnega tipa. Pri reševanju si učenec lahko pomaga s svinčnikom in listom papirja. Glavna razlika pa je v tem, da tekmovanje Bober poteka z računalnikom prek spletnega tekmovalnega sistema.

Tekmovanje poteka v štirih kategorijah, in sicer **bobrček** – 2. triada osnovne šole, **mladi bober** – 3. triada, **bober** – 1. in 2. letnik srednje šole in **starejši bober**, ki je namenjena dijakom 3. in 4. letnika srednjih šol.

6 Računalništvo je način razmišljanja

»Računalništvo je način razmišljanja,« je povedal dr. Demšar v prispevku Programiranje v osnovnošolskih klopeh, kjer opisuje Poletno šolo FRI – delavnice s področja računalništva in informatike.

Če povzamem po Učnem načrtu za neobvezni izbirni predmet računalništvo, ima računalništvo v današnji družbi zelo velik pomen, saj je vključeno v skoraj vsako področje našega življenja. Glavni cilj neobveznega izbirnega predmeta računalništvo ni samo delo z računalnikom in raznimi programi, temveč razumevanje delovanja računalnika in s tem povezanega računalniškega razmišljanja. (Kranjc, 2013)

Računalniško razmišljanje je usmerjeno v sistematično reševanje problemov, v uporabo postopkov, v smiselno organiziranje aktivnosti, podatkov, reči ... S tem presega rabo v računalništvu: principi, koncepti, način razmišljanja, ki jih uči računalništvo, so uporabni tudi pri vsakdanjih opravilih. (Demšar, 2012). V nadaljevanju se bomo osredotočili na skupne točke, ki jih imata računalništvo in matematika, in sicer reševanje problemov in razvoj problemskih in procesnih znanj.

Pri reševanju nalog iz tekmovanja Bober ni potrebno računalniško predznanje. Tako kot pri reševanju matematičnih nalog potrebujemo logično razmišljanje, uporabiti moramo ustrezno strategijo reševanja in imeti razne prebliske, ki nas opomnijo na že znane postopke in procedure.

γ Naloge povezane z matematiko

V nadaljevanju predstavljam izbor matematičnih problemskih nalog s tekmovanja Bober, glede na uporabo v različnih fazah pouka. Predstavljene so naloge, pri katerih so učenci na začetku imeli težave pri reševanju, vendar so jih v nadaljevanju uspešno premagali. Pri nekaterih nalogah so priloženi izdelki učencev in njihove strategije reševanja.

Ker mora učitelj kritično preveriti nalogo pred uporabo v razredu, so nekatere predstavljene naloge slogovno preoblikovane. S tem izboljšamo njeno razumevanje. Čeprav so naloge na tekmovanju Bober izbirnega tipa, pri večini učencem odgovorov nisem podala. Učenci nalog niso reševali z eno od možnih strategij, to je z izločanjem, ampak so sami iskali različne poti reševanja. Mnogi od učencev so bili tako bolj aktivni.

Risanje (šolsko tekmovanje – Mladi bober 2015/16)

Ukaz

2	≡	5
---	---	---

 nariše mrežo z dvema vrsticama in petimi stolpci.

Ukaz

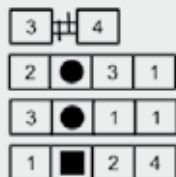
2	▲	1	3
---	---	---	---

 nariše dva trikotnika. Prvi trikotnik je v prvi vrstici in v tretjem stolpcu. Drugi trikotnik je desno od njega.

Oba ukaza zapored torej narišeta



Kakšno sliko nariše spodnje zaporedje ukazov?



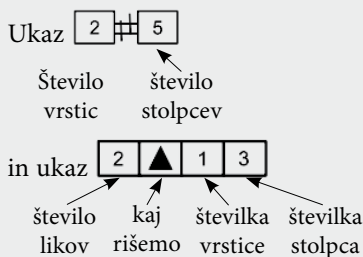
Uvod v obravnavo nove vsebine začnemo z nalogami za motivacijo oziroma z nalogami, kjer učenci ponovijo že usvojeno znanje in odkrivajo, kaj vse se bodo še naučili pri obravnavi nove vsebine.

Pri obravnavi koordinatnega sistema mora učitelj pripraviti dejavnosti za ponavljanje. Učenci so se ukvarjali s koordinatno mrežo že v nižjih razredih. Prav tako imajo izkušnje z orientacijo v ravnini izven predmeta (šah, sedež v gledališču, potapljanje ladjic ...). Pri tem ponovijo, kako upodobimo urejen par (dva podatka) in kako odčitamo koordinate objekta v koordinatni mreži. Naloga Risanje je problemska naloga, ki na poseben računalniški način razporeja objekte po ravnini. Učitelj jo lahko uporabi za motivacijo ali za ponavljanje in poglobljanje snovi oz. z njo navdušuje učence, ki jih matematika in računalništvo posebej navdušujeta. Naloga tudi razvija razumevanje pojma ukaz na simbolni dogovorni ravni.

Učitelj lahko besedilo naloge tudi dopolni, da je učencem razumljivejša.

Mreža malo drugače (prirejeno po nalogi Risanje šolsko tekmovanje – Mladi bober 2015/16)

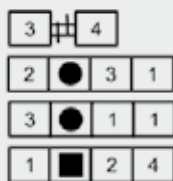
Narisati želimo mrežo, ki ima dve vrstici in pet stolpcev. V mreži želimo narisati dva trikotnika. Prvi trikotnik leži v prvi vrstici tretjega stolpca, drugi trikotnik pa v isti vrstici desno od prvega. Ukaze za risanje bi lahko zapisali nekoliko drugače, in sicer:



Oba ukaza zapored narišeta



Kakšno sliko bi narisali, če bi imeli po-dane spodnje ukaze?



Reševanje naloge

Naloga je bila učencem zanimiva, saj je bila za uro matematike nenavadna, zato so jo z veseljem reševali. Ponovili so, da je pomembno poenotiti zapise za upodabljanje elementov v mreži. Ugotovili so, da če bi mrežo opremili s številčenjem vrstic in stolpcev, bi se lažje orientirali po njej. Lego vsakega elementa bi zapisali s pomočjo urejenega para.

Vsebine in cilji iz učnega načrta

Preoblikovano nalogo lahko učitelj uporabi po že obravnavani snovi koordinatnega sistema v osmih razredih. Večina učencev je pravilno narisala mrežo. Ugotovili so tudi, da morajo narisati enkrat dva kroga, drugič tri kroge in nato še en kvadrat. Težave so imeli pri legi elementov, saj iz zapisa niso razbrali položaja elementov. To pomeni, da jih je ovirala spremenjena oblika sporčanja lege likov.

Matematični cilji:

- v koordinatni mreži upodobijo točko;
- reši matematični problem.

Bobrova piramida (šolsko tekmovanje – Mladi bober 2012/13)

Bobri so postavljeni v vrste. V vsaki naslednji vrsti je dvakrat toliko bobrov kot v prejšnji. Na sliki v lihih vrstah bobri gledajo v desno, v sodih pa naprej.



Koliko bobrov gleda v desno, če se po predstavljenem pravilu razvrsti 511 bobrov?

Reševanje naloge

Učenci osmih razredov, ki so se pripravljali na šolsko tekmovanje, so imeli težave pri nalogi. Učenci so najprej ugotavljali, koliko bobrčkov je v vsaki vrsti. Ugotovili so, da je število bobrov v vsaki vrsti odvisno od števila boborov v predhodni vrstici.

Primer je rastoči vzorec. Za te vzorce je značilno, da rastejo iz koraka v korak. (Suban, 2013, str. 190). Vzorec z bobrački so opisali s števili. Dobili so naraščajoče zaporedje potence števila 2. S pomočjo vprašanj in sistematičnega načina reševanja (glej sliko 1) so učenci ugotovili še drugo lastnost zaporedja, in sicer da je vsota bobrov v posamezni vrsti vedno za 1 večja od vsote števil vseh bobrov skupaj v predhodnih vrstah. Ta ugotovitev jim je omogočala sprotno, hitrejše seštevanje števila bobrov. Na koncu so le še sešteli število bobrov, ki gledajo desno.

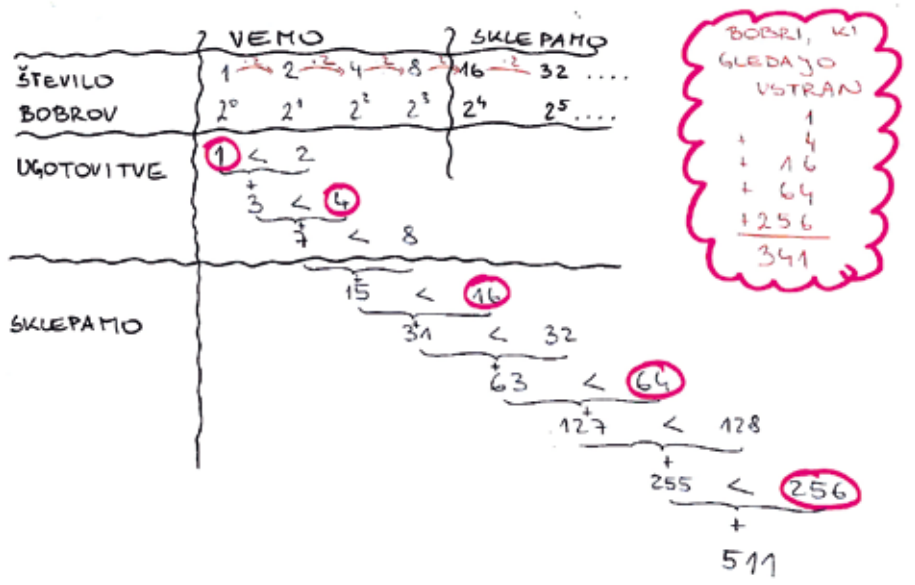
Vsebine in cilji iz učnega načrta

To nalogo uporabimo pri obravnavi vzorcev od 5. razreda naprej.

Matematični cilji:

- uporabijo pravilo podano z besedami;
- nalogo razčlenijo;
- sistematično rešujejo;
- upoštevajo proces reševanja problemov in nadzorujejo svoje vmesne kroake, delne rezultate ...;
- opazujejo vzorec in ugotovijo pravilo (vsota vseh bobrov v zadnji vrstici je za ena večja od vsote vseh bobrov v zgornjih vrsticah).

S tako nalogo razvijamo procesna in problemska znanja, saj morajo obstoječa, že znana znanja uporabiti v novih situacijah. Učenci na tak način povezujejo različne matematične vsebine med seboj (vzorci, števila, računske operacije, potence in zapo-



[Slika 1] Rešitev naloge Bobrova piramida, ki jo je učitelj ob razlagi zapisal na tablo

Naloga Nabiranje je prav tako zanimiva problemska naloga.

Čebela leta nabirat nektar. Na vsakem poletu gre le do enega cveta in nazaj do panja. Na cvetu pobere 10 mg nektarja (več ga ne more nositi) ali manj, če ga je na njem manj. Na isti cvet se lahko vrne večkrat.

Color	Number of Flowers
Red	6
Yellow	52
Blue	35
Green	82
Orange	23
Purple	11

Branje z razumevanjem je pri tej nalogi še posebej pomembno. Pozorni so morali biti na dve zahtevi, in sicer da lahko čebela pobere največ 10 mg nektarja in da pot lahko opravi 20-krat.

- Upoštevali so samo cvet, ki ima največ nektarja (njihov odgovor je bil 82).
- Upoštevali so, da lahko čebela poleti 20-krat in vsakokrat lahko prinese po 10 mg nektarja. Ugotovili so, da lahko skupaj prinese največ 200 mg nektarja. Zato so učenci seštevali največje količine ($23 + 82 + 35 + 52 + 6 = 198$), pozorni so bili le na to, da ne presežejo 200 mg.
- Nekateri učenci pa so upoštevali oba pogoja in reševali tako, da so upošteva-

$$10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+6=196$$

Čeprav je naloga Nabiranje nektarja namenjena učencem od 4. do 7. razreda, me je zanimalo, kakšno strategijo bi uporabili učenci osmih razredov.

Diagram illustrating a plant breeding cross across five generations:

- Generation 1: A small flower (6) crossed with a large flower (52²).
- Generation 2: A medium flower (35⁵) crossed with a large flower (82²).
- Generation 3: A small flower (23³) crossed with a large flower (11).
- Generation 4: A small flower (20) crossed with a large flower (10).
- Generation 5: A large flower (196mg) crossed with a large flower (180).

Vsebine in cilji iz učnega načrta

To nalogo bi lahko uporabili pri obravnavi matematičnih problemov in problemov z življenjskimi situacijami.

Matematični cilji:

- bereje z razumevanjem;
- znajo upoštevati in nadzorovati več pogojev;
- razčlenijo problemsko situacijo;
- rešijo besedilne naloge (probleme);

- uporabijo zanesljive tehnike štetja in računanja.

Ples v krogu je zanimiva naloga, ki jo lahko uporabimo kot problemsko nalogo pri obravnavi najmanjših skupnih večkratnikov.

Ples v krogu (državno tekmovanje – Mladi bober 2012/13)

Šest bobrov se igra. Na začetku vsak stoji v enem od oštevilčenih obročev (od 1 do 6) kot kaže slika. Na obroče so pritrjeni baloni. Številke kažejo smer premikanja ob znaku, torej cilj, ki se od obroča do obroča razlikuje. Na primer, bober, ki stoji v obroču s številko 5, se bo, kot pravi balon, premaknil v obroč 1.

Ko vodja da znak, se vsi bobri premaknejo iz trenutnega obroča v svoj ciljni obroč. To ponavljajo, dokler ni vsak bober ponovno v obroču, v katerem je začel igrati.

Koliko ponovitev morajo istočasno narediti bobri, da končajo igro?

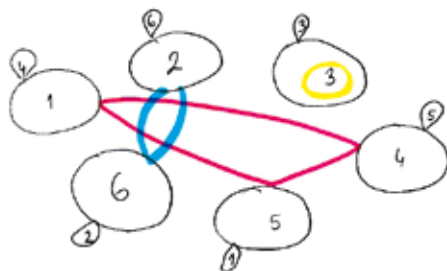


Reševanje naloge

Večina učencev je odgovorila, da se igra konča po treh krogih, saj so upoštevali le najdaljši krog bobrov v obročih 1, 4 in 5.

Nekateri učenci so le ugotovili, da moramo biti pozorni na bobra v 2. in 6. obroču. Opazili so, da po treh krogih ta dva bobra

nista v prvotnih obročih. Ko so ugotovili, da so bobri v 1., 4. in 5. obroču na prvotnih mestih po treh krogih, bobra 2 in 6 po 2 krogih, so ugotovili, da si lahko pri tej nalogi pomagajo z najmanjšimi skupni večkratniki - najmanjši skupni večkratnik števil 1, 2 in 3 je 6, oz. $v(1,2,3) = 6$ (slika 4).



[Slika 4] Reševanje učenke 7. razreda

Vsebine in cilji iz učnega načrta

To nalogo lahko uporabimo pri obravnavi naravnih števil v 7. razredu. Mogoče pa jo je uporabiti že prej, saj lahko s sistematičnim beleženjem in s sklepanjem pridejo do rešitve brez formalnega znanja o skupnih večkratnikih.

Matematični cilji:

- poiščejo najmanjši skupni večkratnik števil;
- rešijo besedilne naloge v povezavi z večkratniki.

Zelo zanimivi nalogi s področja geometrijskih transformacij, ki ju lahko uporabimo v 7. razredih za npr. preverjanje znanja pri transformacijah, sta Obračanje in Uganka vrtavka. V obeh nalogah so podani odgovori, kjer so učenci pri reševanju uporabili strategijo izločanja.

Obračanje (šolsko tekmovanje – Bobrček 2013/14)

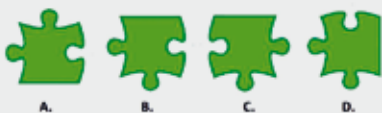
Bobrčki uporabljajo program za risanje, s katerim lahko zasučejo lik v smeri urnega kazalca, kot kaže slika. Isti lik lahko zasučejo tudi večkrat zapored.



Bobrček Pavel je narisal košček sestav-

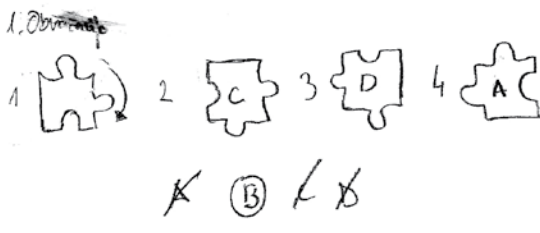
ljanke.

Katerega od spodnjih koščkov ne more dobiti z obračanjem tega koščka?



Reševanje naloge

Večina učencev je pri nalogi risala in ugotavljala, kateri lik lahko dobimo z vrtenjem in katerega ne (slika 5).



[Slika 5] Reševanje učenca 9. razreda

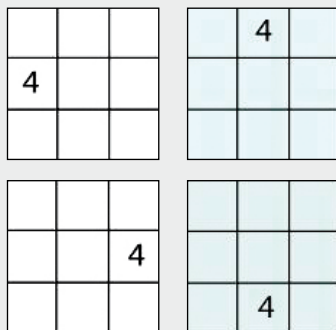
Z nalogo Uganka vrtavka preverjamo razumevanje zaporednih vrtežev.

Uganka vrtavka (šolsko tekmovanje – Mladi bober 2012/13)

Bober Henrik igra novo igrico. Na zaslonu so številke od 1 do 9 in tipke A, B, C in D. Ko Henrik pritisne kako tipko, se številke okrog nje zavrtijo v smeri urnega kazalca. Če bi, recimo, na levi sliki pritisnil tipko A, bi se številke obrnile in obstale tako, kot kaže desna slika.



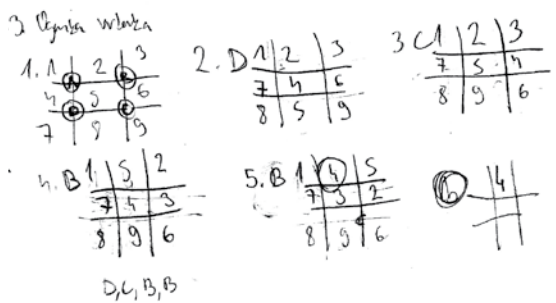
V začetku so številke razporejene, kot kaže leva slika. Henrik pritisne tipke D, C, B, B. Kje je po tem številka 4? Obkroži sliko, ki prikazuje pravi zaslon.



Reševanje naloge

Večina učencev je vsak vrtež zapisala in do ugotovitve prišla z zapisom vseh štirih vrtežev za vse številke (slika 6).

Med učenci, ki so se pripravljali na tekmovanje, so pri nalogah Obračanje in Uganka vrtavka imeli težave tisti, ki si pri reševanju niso pomagali z zapisom zaporedja vrtežev. Ti učenci so poskušali rešiti



[Slika 6] Reševanje učenke 9. razreda

nalogo na pamet. Nekateri so le preverjali, ali so podane rešitve pravilne (reševali so s pomočjo izločanja nepravilnih odgovorov). Tako reševanje na pamet kot tudi z izločanjem nepravilnih rešitev je večino teh učencev pripeljalo do napačnih odgovorov.

Vsebine in cilji iz učnega načrta

Nalogi Obračanje in Uganka vrtavka lahko uporabimo pri obravnavi transformacij v 7. razredu in za razvoj problemskih znanj.

Matematični cilji:

- poznajo transformacije in njihove lastnosti;

- oblikujejo vzorce z vrteži in z zrcaljenjem;
- rešujejo matematične probleme.

Pri obravnavi preslikav ugotavljam, da ima večina mojih učencev težave z vrteži. Ti dve nalogi sta primera, s katerima lahko dopolnimo nabor dejavnosti z vrteži v razredu.

δ Za konec

Učenci pogosto sprašujejo, kje bodo potrebovali snov, ki jo obravnavamo pri rednem pouku. Z nalogami iz tekmovanja Bober lahko učenci spoznajo, da je matematično znanje zelo uporabno na različnih področjih. Poleg tega lahko s temi nalogami ponovijo veliko vsebin, ki so jih obravnavali pri pouku matematike v nižjih razredih.

Z učenci smo spoznali, da so naloge s tekmovanja zelo zanimive. Treba je ponoviti že obravnavano snov iz matematike in ugotoviti, kakšno povezavo imajo te naloge z računalništvom, česar pa letos večini učencem še ni uspelo. To nalogo upam, da dokončamo v prihodnjih šolskih letih.

ε Literatura

1. Demšar, J. (2012). V šole bi bilo potrebno uvesti pouk računalništva. Didakta, letnik 12, št. 159, str. 6-8.
2. <http://dajmi.fri.uni-lj.si/bober/Bober%202015%20-%20naloge.pdf> (24. 1. 2016).
3. Krajnc, R. et al. Učni načrt. Program osnovna šola. Računalništvo : neobvezni izbirni predmet. Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, 2013.
4. Ratej, M. (2014): Programiranje v osnovnošolskih klopih. Dostopno na: <http://val202.rtvsl.si/2014/07/programiranje-v-osnovnosolskih-klopi>

- peh/ (24. 1. 2016).
5. Suban, M. et al. Posodobitev pouka v osnovnošolski praksi matematika. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana 2013.
 6. Žakelj, A. et al. Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika. Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, 2011.
 7. <http://bober.fri.uni-lj.si/quiz/Mladi%20bober/2013/4> (24. 1. 2016).
 8. <http://dajmi.fri.uni-lj.si/bober/2013-osnovna-sola.pdf> (24. 1. 2016).
 9. http://publik.tuwien.ac.at/files/PubDat_140308.pdf (1. 4. 2016).
 10. <http://tekmovanja.acm.si/bober/o-bobru> (10. 6. 2016).
 11. <http://bober.fri.uni-lj.si/quiz/Mladi%20bober/2014/6> (24. 1. 2016).



Kaj je ulomek?



Tinka Majaron
Konservatorij za glasbo in
balet Ljubljana

Kot mnogi učitelji tudi sama nerada vidim, če učencem razlaga matematiko kdo, ki je sam dobro ne razume, saj s tem le ustvarja zmešnjavo v glavah učencev. Ob neki priložnosti pa sem se vprašala, ali tudi jaz kdaj ustvarjam zmešnjavo v glavah svojih učencev? To se je zgodilo, ko sem se zavedla, da je v moji glavi pojem ulomek drugačen od razlage v učbenikih (ostalo se na srečo ujema). Kaj je torej ulomek?

Začetek je vsem jasen – z ulomki se začne, ko celoto delimo na enake dele. Takrat je tudi pojem števila še omejen na naravna števila. Potem se svet števil počasi širi do vseh realnih, v srednji šoli pa še kompleksnih števil. Ulomek pa obtiči na začetku. V mojem najljubšem učbeniku piše:

»Ulomek je izraz oblike $\frac{a}{b}$, kjer sta a in b celi števili in je b različen od 0.«

In nekaj strani kasneje še: »Racionalna števila so vsa števila, ki jih lahko zapišemo kot ulomek.«

Nekaj podobnega piše tudi v ostalih veljavnih učbenikih.

Tukaj vidim zmešnjavo. Dijaki mi na vprašanje, kaj je ulomek, hitro zdrdrajo zgornjo definicijo, ki so jo prinesli že iz osnovne šole. Potem se nam pa zatakne, ko vprašam, kaj je $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ali $\frac{1}{\pi}$. Logičen odgovor je, da sta tudi to ulomka. Lahko bi zapisala še kopico drugih neracionalnih ulomkov in zame to SO ulomki.

Meni se zdita pravi definiciji:

Ulomek je izraz oblike $\frac{a}{b}$, kjer sta a in b POLJUBNI števili in je b različen od 0.

Racionalno število je število, ki ga lahko zapišemo z ulomkom s CELIM števцем in imenovalcem.

Kdo ima prav in kdo ustvarja zmešnjavo? Verjetno se komu zdim malenkostna, ampak meni se zdi pomembno. Za reševanje nalog lahko uporabimo različne poti, osnovni pojmi pa morajo imeti za vse enak pomen. Matematika ima za čas, v katerem živimo, poleg vseh ostalih še eno čudovito lastnost: za vse je enaka. Naj taka tudi ostane. Ali bi morala zapisati: naj taka postane tudi pri nas?



Is $\frac{1}{\pi}$ a Fraction?

Zlatan Magajna
Pedagoška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Σ Ποvzetek

V prispevku obravnavamo pomen izraza *ulomek* in zapisa $\frac{a}{b}$. Čeprav je ulomek eden najosnovnejših matematičnih pojmov in je oznaka zanj vsem poznana, ju učenci, dijaki in tudi učitelji matematike različno razumejo. V prispevku predstavljamo različna pojmovanja in razumevanja izraza *ulomek* in zapisa z ulomkovo črto ter vzroke za raznolikost v njihovem razumevanju. Ulomek je primer matematičnega pojma, ki ga uporabljamo tako v formalnem, izvornem pomenu, pa tudi manj formalno v drugih pomenih, zato je predvsem pomembno razlikovati različne pomeni in se jih zavedati.

Σ Abstract

The paper discusses the meaning of the term fraction and of the notation $\frac{a}{b}$. Even though the fraction is one of the most basic mathematical concepts and the symbol for it is known by all, primary school students, secondary school students and mathematics teachers understand it differently. The paper presents various concepts and understandings of the term fraction and of the notation with a fraction line, and the reasons for such differences in understanding. The fraction is an example of a mathematical concept which is being used in the formal, original meaning, and less formally in other meanings; it is therefore important that we distinguish among the different meanings and are aware of them.

α Uvod

Pričujoči prispevek je nastal kot odgovor na razmišljanje bralke, v katerem se slikovito sprašuje: *Ali je $\frac{1}{\pi}$ ulomek?* Vsi poznamo rek »Dva pravnika – tri pravniška mnenja.« Kot nasprotje pravniškim raznolikim interpretacijam istih zakonov postavljamo za zgled matematiko, kjer naj bi bili pojmi in dejstva nedvoumni in naj bi jih vsi enako razumeli. Razmišljanje bralke pa kaže, da ni tako. Na vprašanji *Kaj je ulomek?* in *Ali je $\frac{1}{\pi}$ ulomek?* bi dobili zelo raznolike odgovore celo pri učiteljih matematike in drugih matematikih, kaj šele pri učencih, dijakih. Še večja raznolikost bi prišla na dan, če bi raziskali, kako razumemo pojem ulomek.

Razlogov za razlike v razumevanju ulomkov in nasploh matematičnih pojmov je več, predvsem pa se pojavljajo na različnih ravneh. Na *konceptualni ravni* govorimo o različnih pojmovanjih ulomka, npr. ulomek kot del celote ni enak pojem kot ulomek v pomenu razmerja. Na *terminološki ravni* so razlike v interpretaciji izraza *ulomek* in interpretaciji zapisa $\frac{a}{b}$. Na *didaktični ravni* prihaja do razlik zaradi didaktičnih poenostavitev: avtorji oz. učitelji želijo uvesti pojme, povezane z ulomki, na enostaven ali celo poenostavljen način, včasih zato tudi zožijo obravnavane pojme (npr. v učbenikih srečamo vsebinsko različne opredelitve algebrskih ulomkov). V učnem kontekstu pa ne moremo mimo dejstva, da je ulomek, kot ga razume posameznik, *subjektiven konstrukt* – tako kot tudi vsak matematičen pojem. Tudi če je nek pojem enotno opredeljen, posameznik sam zgradi in oblikuje razumevanje pojma, v skladu s svojimi izkušnjami in predhodnim znanjem. Za nekatere mora, na primer, biti ulo-

mek (ne glede na kdaj naučeno definicijo) nujno pozitiven. Pri običajnem delu individualne razlike v razumevanju usvojenih matematičnih pojmov ne povzročajo nesporazumov in se jih zato niti ne zavedamo.

V prispevku se bomo omejili na *terminološko raven*, saj se nanjo nanaša zapis bralke. Torej: *Kaj označuje izraz 'ulomek'? Kdaj zapišu oblike $\frac{a}{b}$ lahko rečemo ulomek?*

β Pomeni izraza *ulomek* in zapisa $\frac{a}{b}$

Vsi se strinjamo, da $\frac{2}{7}$ predstavlja ulomek. Vendar zapis, da je $\frac{2}{7}$ ulomek, lahko interpretiramo na različne načine. Predstavili bomo tri značilne.

1. Ulomek je simbolni zapis racionalnega števila. V tovrstnem zapisu sta števec in imenoalec nujno celi števili, pri čemer je imenoalec različen od 0. Po tej interpretaciji sta $\frac{2}{7}$ in $\frac{2}{14}$ različna ulomka, torej različna simbolna zapisa istega racionalnega števila. Isto racionalno število lahko torej predstavimo z več različnimi ulomki (kot simbolnimi zapisi racionalnih števil). Kot včasih rečemo, imajo lahko različni ulomki enako vrednost oz. predstavljajo isto racionalno število. V tem pomenu v zapisu $\frac{2}{7}$ ne gre za deljenje – v množici celih števil se to deljenje ne izide – temveč za označitev racionalnega števila z navedbo dveh celih števil. Ko govorimo o števcu in imenovalcu ulomka, se to nanaša na ulomek v pomenu simbolnega zapisa racionalnega števila. In ko rečemo, da ulomek razširimo ali pa krajšamo, prav tako mislimo na ulomek v smislu simbolnega zapisa: dani simbolni zapis racionalnega števila (ulomek) nadomestimo z drugačnim za-

pisom istega racionalnega števila (razširjeni oz. krajšani ulomek).

2. **Ulomek je racionalno število.** Zapis $\frac{2}{7}$ predstavlja neko racionalno število, ki mu pogosto tudi pravimo ulomek. V zapisu $\frac{2}{7} + \frac{1}{5}$ nastopata dva ulomka. Ta ulomka predstavljata racionalni števili, saj seveda seštevamo racionalni števili. Zapiša $\frac{2}{7}$ oz. $\frac{1}{5}$ v omenjenem izrazu interpretiramo kot racionalni števili, predstavljeni s paroma celih števil 2 in 7 oz. 1 in 5. Če v tem kontekstu uporabimo izraz *ulomek*, torej mislimo na racionalno število in ne na simbolni zapis. Zapisov namreč ne moremo seštevati, seštevamo lahko le števila. Kadar uporabimo izraz *ulomek* v pomenu racionalnega števila, ne moremo govoriti o imenovalcu ulomka ali števcu ulomka, saj zapis racionalnega števila s parom celih števil ni enoličen.

Videli smo, da $\frac{a}{b}$ in s tem povezan izraz *ulomek* lahko pomeni včasih simbolni zapis racionalnega števila ali pa racionalno število, ki ga zapis predstavlja. Pri naravnih številih je drugače, saj uporabljamo različna izraza za zapis in za to, na kar se zapis nanaša, torej za označevalca in označeno. *Številka* se nanaša na označevalca (zapis števila), število pa na označeno. Številka je simbolni zapis števila.

3. **Ulomek je računski izraz (deljenje dveh celih števil).** Zapis $\frac{2}{7}$ lahko interpretiramo še drugače. Števec in imenovalac obravnavam kot *celi števili v obsegu racionalnih števil (ali tudi realnih števil)*. V obsegu lahko vedno delimo z neničelnim elementom. Kvocient števca in imenovalca (kot racionalni števili) je racionalno število, ki ga simbolno preds-

tavimo s parom celih števil – ta par sta lahko kar števec in imenovalac ali pa kak drug ustrezen par. V našem primeru lahko izraz $\frac{2}{7}$ razumem kot deljenje racionalnega števila 2 z racionalnim številom 7, rezultat je racionalno število, ki ga simbolno zapišemo kot npr. kot $\frac{2}{7}$ ali $\frac{4}{14}$ in seveda še drugače. To je torej tretja interpretacija zapisa $\frac{2}{7}$. V tem pomenu zapis $\frac{a}{b}$ uporabim v pomenu kvocienta $a : b$ v obsegu racionalnih števil, pri čemer sta a in b celi števili in je b različen od 0.

Doslej smo na zapleten način povedali to, kar tako ali drugače piše v učbenikih matematike. Ulomek je izraz $\frac{a}{b}$, kjer sta a in b celi števili in b ni 0. Racionalna števila lahko zapišemo z ulomkom. V množici racionalnih števil je kvocient celih števil a in b enak ulomku $\frac{a}{b}$.

6 Matematično in didaktično ozadje

Na ulomke bomo pogledali še z dveh zornih kotov. Najprej bomo predstavili matematično ozadje ulomkov in ulomkom podobnih objektov, pri katerih števec in imenovalac nista nujno celi števili. Na ulomke pa bomo pogledali tudi z vidika učenja matematike, kjer je treba učečim se predstaviti ulomke na bolj ali manj poenostavljen, a korekten način. Pri eni in drugi obravnavi se bomo naslonili na avtoritativne in lahko dostopne vire z našega prostora.

Do racionalnih števil lahko pridemo iz celih števil s konstrukcijo, ki je splošna in je opisana v vsakem učbeniku abstraktne algebre (Vidav, 1989). Vsak cel komutativen kolobar je namreč mogoče vložiti v najmanjši komutativen obseg. Iz kolobarja

celih števil tako dobimo obseg racionalnih števil, iz kolobarja polinomov s celimi koeficienti dobimo obseg racionalnih funkcij itd. Pri tej konstrukciji najprej tvorimo množico parov (a, b) elementov kolobarja, pri čemer $b \neq 0$. Če v to množico parov uvedemo ekvivalenčno relacijo

$(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow a \cdot d = c \cdot b$ in v množici ekvivalenčnih razredov ustrezno definiramo operaciji seštevanja in množenja, dobimo komutativen obseg. Torej lahko vsak element nastalega obsega predstavimo s **parom elementov izhodiščnega kolobarja**, pri čemer za par (a, b) in/ali ekvivalenčni razred $[(a, b)]$ tega para običajno uporabljamo zapis $\frac{a}{b}$. Če gre za konstrukcijo racionalnih števil iz celih števil, potem je v pomenu simbolnega zapisa ulomek $\frac{2}{7}$ dogovorjeni zapis urejenega para $(2, 7)$, v pomenu racionalnega števila pa ulomek $\frac{2}{7}$ pomeni ekvivalenčni razred urejenih parov, kamor sodi par $(2, 7)$.

Če izhajamo iz kolobarja celih števil, predstavljajo ulomki racionalna števila oz. zapise racionalnih števil s parom celih števil. Takim ulomkom pravimo tudi **številski ulomki**. Če izhajamo iz kolobarja polinomov s celoštevilskimi koeficienti, predstavljajo ulomki **racionalne funkcije** oz. zapise racionalnih funkcij s parom polinomov s celoštevilskimi koeficienti. Če izhajamo iz kolobarja celih kompleksnih števil, predstavljajo ulomki **racionalna kompleksna števila**. Primerov je seveda še več.

V osnovnošolskih in srednješolskih učbenikih so racionalna števila uvedena na zgoraj opisan način, seveda ustrezno poenostavljen. Legiša (1996, str. 75) opredeli ulomek kot »izraz oblike $\frac{m}{n}$, kjer sta m in n celi števili in $n \neq 0$.« Nato uvede ekvivalenčnost ulomkov in zapiše: »Dogovorimo

se, da bomo ekvivalentne ulomke izenačili, npr. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$.« V nadaljevanju torej uporablja izraz **ulomek** tako v pomenu simbolnega zapisa kot v pomenu racionalnega števila. V zahtevnejših učbenikih zasledimo tudi drugačno pot do množice racionalnih števil. Vidav (1981) in Prijatelj (1980) izhajata iz obsega realnih števil in podmnožice množice celih števil v njem. Oba uvedeta ulomek $\frac{a}{b}$ v pomenu zapisa kvocienta $a \cdot b^{-1}$, kjer sta a in $b \neq 0$ celi števili v obsegu realnih števil. »Racionalna števila so po temtakem natanko tista realna števila, ki so izrazljiva z ulomkom.« (Prijatelj, 1980, str. 99). Načeloma oba avtorja torej uporabljata izraz ulomek v pomenu zapisa izraza in ne v pomenu vrednosti izraza.

Mnoge (a ne vse!) postopke in pravila za računanje s številskimi ulomki je enostavno razširiti na primere, kjer sta števec in imenovalc poljubna izraza, ulomkova črta pa pomeni deljenje števca z imenovalcem. Kot pravi Venceljeva (1999, str. 99) ob obravnavi ulomkov s celoštevilskimi števci in imenovalci: »Iz pomena ulomka kot količnika med števcem in imenovalcem izhaja tudi navada, da **namesto znaka za deljenje enakovredno uporabljamo ulomkovo črto tudi v primerih, ko ne gre za ulomke**.« (poudarek je avtorčin). Če torej uporabljamo ulomkovo črto, še ne pomeni, da gre za ulomek v smislu racionalnega števila ali njegovega zapisa, temveč gre lahko le za zapis kvocienta dveh izrazov oz. za vrednost kvocienta. A ne le, da pogosto zapisu kvocienta dveh izrazov rečemo ulomek, temveč se – po analogiji s številskim ulomkom – na deljenec in delitelj sklicujemo kot na števec in imenovalc (kar lahko ni najbolj posrečeno). Nekatere zapise, kjer z ulomkovo črto označujemo deljenje, srečamo pogosto,

in ker so povezani s specifičnimi postopki, jih tudi posebej poimenujemo. Če sta v zapisu $\frac{a}{b}$ števec in/ali imenovalc ulomka, govorimo o **dvojnem ulomku**; zapisu $\frac{a}{b}$, kjer sta a in/ali b izraz z ulomki, pravimo **sestavljeni ulomek** (angl. *complex fraction*); posebna vrsta sestavljenih ulomkov so **verizni ulomki**. Če gre v zapisu $\frac{a}{b}$ za kvocient algebrskih izrazov (t.j. izrazov, v katerih nastopajo cela števila, spremenljivke, štiri osnovne operacije in potence z racionalnimi eksponenti), govorimo **algebrskih ulomkih**. Za posamezne vrste ulomkov so pomembni specifični postopki: dvojne ulomke in sestavljene ulomke lahko pretvorimo v številske ulomke, algebrske ulomke skušamo racionalizirati ipd.

▼ Kaj je torej ulomek?

Izraz *ulomek* uporabljamo v različnih pomenih. V matematiki je pomembno, da so definicije, s katerimi vpeljujemo nove pojme, natančne in nedvoumne. K nedvoumnosti sporočanja pripomore tudi nedvoumnost v poimenovanju in simbolizaciji pojmov, ki naj bi oba bila nedvoumna. To zagotovo velja za poimenovanja *kvocient*, *racionalno število*, *številski izraz*. Vendar pa prizadevanje, da bi v sporočanju za vsak pojem uporabljali svoje ime in oznako, včasih vodi k nepreglednosti, okornosti in nerazumljivosti. Zato se avtorji matematičnih besedil in tudi učitelji zatekajo k nečemu, kar v angleščini poimenujemo *abuse of terminology* in *abuse of notation* (zloraba terminologije, zloraba označevanja). Gre za to, da se za doseganje boljše razumljivosti in preglednosti izrazimo na način, ki formalno ni povsem natančen. Torej ne gre za napako v izražanju ali nepravilnost v

sami trditvi, temveč za to, da raje kot formalno pravilno in bralcu/poslušalcu težko razumljivo formulacijo uporabimo sicer ne povsem natančno formulacijo, ki pa predvidoma bralca/poslušalca napelje k pravilnemu razumevanju obravnavanega dejstva. Goldova v zvezi s tem zapiše:

Matematiki so znani po tem, da se zatekajo k zlorabi označevanja (abuse of notation). Pogosto uporabljamo enako oznako v mnogih različnih kontekstih (s širjenjem pomena oznake). Na primer: (a, b) označuje točko v ravnini, element kateregakoli kartezičnega produkta itd. Spremenljivke uporabljamo na zelo različne načine, pri čemer pričakujemo, da bodo dijaki sami iz konteksta razbrali, kako naj jih uporabljajo v posameznem kontekstu. (Gold, 2012, str. 159)

Nekateri avtorji tako formalno opredelijo ulomek kot simbolni zapis $\frac{a}{b}$ para števil, kjer sta a in b celi števili in $b \neq 0$. Nato pa izraz »ulomek« uporabljajo tudi v pomenu vrednosti ulomka, t.j. racionalnega števila oz. ekvivalenčnega razreda parov celih števil, ki so v enakem razmerju. Drugi avtorji formalno opredelijo ulomek kot racionalno število, a uporabljajo izraz »ulomek« tudi v pomenu simbolnega zapisa racionalnega števila s parom celih števil. In pogosto, posebej pri delu v razredu, uporabimo izraz »ulomek« tudi za kvocient dveh kakršnihkoli izrazov, kjer deljenje označeno z ulomkovo črto. Če se, na primer, pri delu v razredu rečemo »Imenovalc ulomka $\frac{2+\sqrt{3}}{1+\pi}$ «, bodo vsi dijaki razumeli, da mislimo na izraz $(1+\pi)$, in nas bodo bolje razumeli, kot če rečemo »Delitelj v izrazu, kjer je deljenje zapisano z ulomkovo črto«.

Ali je torej $\frac{1}{\pi}$ ulomek? V pravem, izvornem pomenu besede ni ulomek, saj v zapisu

števec in imenoalec nista oba celi števili. Gre pač za zapis kvocienta dveh realnih števil z ulomkovo črto. Ali je $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ulomek? Zagotovo ni običajen (številski) ulomek, lahko pa nanj gledamo kot na algebrski ulomek. Medtem ko izraz *racionalno število* praviloma uporabljamo v enem samem pomenu, pa je uporaba izraza *ulomek* izmuzljiva. V istem stavku lahko pomeni racionalno število in simbolni zapis racionalnega števila. Izraz *ulomek* je tudi povezan s specifičnimi zapisi, ki pa imajo posebna poimenovanja. Formalna opredelitev ulomka kot z ulomkovo črto zapisanega kvocienta poljubnega

realnega števila z neničelnim realnim številom bi vodila v težave in nesporazume. Da se pri tovrstnem izrazu sklicujemo kot na ulomek, pa je sprejemljiv *abuse of terminology*. Pomembno je, da se zavedamo, da uporabljamo izraz *ulomek* v različnih pomenih, ne vedno formalno povsem točnih. In pomembno je, da te pomene razlikujemo in da jih v kontekstu prepoznamo. Če jih ne razlikujemo ali jih ne prepoznamo, bo lahko $\pi = \frac{\pi}{1}$ postalo racionalno število, skušali bomo okrajšati ulomek $\frac{\sqrt{3}}{5}$, iskali bomo najmanjši skupni imenoalec ulomkov $\frac{1}{\pi}$ in $\frac{1}{e}$.

δ Viri

1. Gold, B. (2012) How Your Philosophy of Mathematics Impacts your Teaching. V: Mircea, P. (ed.). The Best Writing in Mathematics 2012. Str. 149-162. Princeton: Princeton University Press.
2. Legiša, P. (1996) Matematika I. Realna števila in linearna funkcija. Ljubljana: DZS.
3. Prijatelj, N. (1980) Uvod v matematično analizo. Del I. Ljubljana: DZS.
4. Vencelj, M. (1999) Matematike za triletno poklicne šole, 1. zvezek, Ljubljana: DZS.
5. Vidav, I. (1981) Višja matematika I. Ljubljana: DZS.
6. Vidav, I. (1989) Algebra. Ljubljana: DMFA.



Raziskovalne naloge iz matematike na Srečanju mladih raziskovalcev Slovenije 2015

Borut Jurčič Zlobec
Univerza v Ljubljani
Fakulteta za
elektrotehniko

α Uvod

Državno Srečanje mladih raziskovalcev Slovenije organizira Zveza za tehnično kulturo Slovenije. Namen srečanja je čim zgodnejše uvajanje mladih v znanost in popularizacija znanosti ter tehnike, odkrivanje nadarjenih učencev in dijakov na posameznih področjih in spodbujanje k poglobljanju njihovega znanja in raziskovalni dejavnosti.

V letu 2015 je potekalo že 49. državno srečanje v Murski Soboti. Na končnem izboru v tekmovanju za srebrna in zlata priznanja je bilo pred komisijo predstavljenih 12 raziskovalnih nalog. Komisijo so sestavljali Polona Pavlič, Janja Jerebic, Dominik Benkovič in Borut Jurčič Zlobec. Komisija je izbrala šest nalog za srebrno priznanje, šest nalog pa je dobilo zlato priznanje.

Odločili smo se, da bomo vsako leto objavili recenzijo zanimivih nalog. Po eni strani, da povemo širši javnosti, kaj delajo naši mladi raziskovalci, po drugi pa, da spodbudimo druge, da bi jim sledili. Morda jim bomo s tem dali kakšno idejo ali pa jih spodbudili, da še oni zapišejo svoje misli, ki so se jim ob tem porodile. Seveda imajo tu mentorji pomembno vlogo in enako velja seveda tudi zanje.

Po temah so naloge, ki so bile predstavljene, štiri geometrijske, tri iz teorije iger, tri iz teorije števil, ena iz obdelave slik in ena statistična.

β Kako lahko raziskovalne naloge izboljšamo

Preden se posvetimo zmagovitim nalogam, bi rad omenil, kaj bi se dalo izboljšati, da bi tudi naloge, ki niso prejele najvišjih priznanj, lahko dobile boljše ocene. Navedel bom enega od primerov, ki se jim lahko v prihodnje izognemo z malo več matematičnega razmišljanja.

Moč matematike je v tem, da se obrne od posebnega k splošnemu, v abstrakciji. Algebrske strukture se razkrijejo šele potem, ko nas konkretna števila ne zanimajo več in jih nadomestimo s črkami, ki smo jih v šoli imenovali obča števila. Distributivnega zakona $a(b + c) = ab + ac$ ne bomo zaznali, če imamo opravka s konkretnimi števili. V konkretnih primerih bomo prezgodaj sesteli števila b in c , da bi opazili distributivnost. To opazimo le, če nas nekaj zadrži, da računa ne zaključimo prezgodaj. To so pa ravno obča števila. Vrednosti vstavimo šele čisto na koncu, vmes pa uživamo v algebrskih strukturah.

Naloga: Enakostranični trikotnik s pregibanjem traku

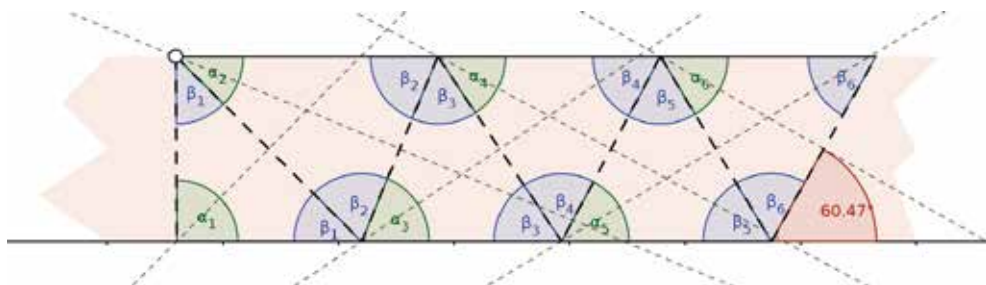
Naloga je vzbudila pozornost, ker je bila to tema, kakršne si samo želimo. Avtorju in

mentorju se je ob posrečeno izbrani temi ponudila priložnost, da pokažeta, kako se rešujejo problemi, če uporabimo pravi matematični pristop. Vendar sta ostala na pol poti in tako žal nista dosegla najvišjega priznanja. Ustavimo se na kratko pri nalogi.

Takole piše avtor v uvodu: Pri uri zgodovine smo dobili učni list, ki ga je bilo treba obrezati, preden smo ga lahko zalepili v zvezek. Trak papirja, ki je postal odpadke, sem začel prepogibati. Prepogibanje traku in opazovanje nastalega vzorca me je spodbudilo k raziskovanju. Pri pregibanju so nastajali trikotniki, sprva enakokraki, po nekaj pregibih pa enakostranični.

Kako bi to nalogo rešili?

1. Trikotniki so enakokraki, kot ob vrhu v i -tem trikotniku je α_i , medtem ko sta kota ob osnovnici enaka β_i .
2. Oba para krakov kotov, α_{i+1} in β_i , sta usmerjena v nasprotno smer, kota sta skladna $\alpha_{i+1} = \beta_i$.
3. Ker je vsota notranjih kotov enaka 180° , lahko v i -tem trikotniku zapišemo enačbo $\alpha_i + 2\beta_i = 180^\circ$. Ko vstavimo α_{i+1} namesto β_i , dobimo rekurzivno zvezo med koti ob vrhu enakokrakih trikotnikov $\alpha_i + 2\alpha_{i+1} = 180^\circ$.



Vir <https://www.geogebra.org/apps/?id=RrPNCmxQ>

4. Izrazimo α_{i+1} in dobimo $\alpha_{i+1} = \frac{180^\circ - \alpha_i}{2}$. Če obstaja limita α_i , ko gre i preko vseh meja, imenujmo jo α , kar je bilo v nalogi posredno tudi pokazano, potem mora ta ustrezati enačbi: $\alpha + 2\alpha = 180^\circ$ oziroma $3\alpha = 180^\circ$ od tod pa sledi, da je $\alpha = 60^\circ$.
5. Tako smo pokazali, da se trikotniki približujejo enakostraničnemu trikotniku. Lahko pa bi izpeljal neposreden izraz za kot ob vrhu enakostraničnega trikotnika po n -tem prepogibu
- $$\alpha_n = \alpha_0 \left(-\frac{1}{2}\right)^n + 60^\circ \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right).$$

Naloga: Pitagorov izrek

Naloga na temo posplošenega Pitagorovega izreka se je v različnih oblikah že večkrat pojavila na izboru. Nad stranicami pravokotnega trikotnika ne konstruiramo kvadratov, kot je to v navadi, ampak kakšen drug lik. V določenih primerih velja za ploščine konstruiranih likov, da je vsota ploščin likov, konstruiranih nad katetama, enaka ploščini lika, konstruiranega nad hipotenuzo. Večinoma so tako nalogo reševali tako, da so za vsak konstruiran lik posebej dokazovali, da je vsota ploščin likov, konstruiranih nad katetami, enaka ploščini lika, konstruiranega nad hipotenuzo.

Običajno se izberejo pravilni mnogokotniki ali polkrogi. Pri pravilnih mnogokotnikih se njihove stranice ujemajo s stranicami trikotnika, pri polkrogu pa je stranica trikotnika običajno enaka premeru polkroga. V nekaterih primerih smo bili priča bolj zapletenim likom, kot so pentagrami itd. Kako naj bi se naloga rešila s splošnim pristopom?

Zapišimo Pitagorov izrek $a^2 + b^2 = c^2$ pomnožimo enačbo s številom k , različnim od nič $ka^2 + kb^2 = kc^2$.

Če je ploščina lika, konstruiranega nad stranico a , enaka ka^2 , kjer je konstanta k neodvisna od velikosti lika, potem bo za ploščine likov, konstruiranih nad stranicami pravokotnega trikotnika, veljal Pitagorov izrek.

Naloga mora pokazati le to, da za ploščine izbranih likov res velja omenjena zveza.

Pravilni n -kotnik nad stranico a je sestavljen iz n enakokrakih trikotnikov z osnovnico enako a in višino v_a . Kot ob vrhu pa je enak $\varphi = \frac{2\pi}{n}$. Ploščina pravega n -kotnika s stranico enako a je potemtakem enaka $p = \frac{nav_a}{2}$. Zaradi podobnosti je višina na osnovnico a , v_a premosorazmerna osnovnici. Vzemimo, da v primeru, ko je $a_0 = 1$, je $v_{a_0} = v_0$.



Liki nad stranicami pravokotnega trikotnika
(vir <http://www.contracosta.edu/legacycontent/math/Pythagoras.htm>).

Potem je $v_a = v_0 a$. Od tod je ploščina pravičnega mnogokotnika enaka $p = \frac{na^2 v_0}{2}$. V tem primeru je $k = \frac{nv_0}{2}$ oziroma natančneje $k = \frac{n}{4 \cot \frac{\pi}{n}}$. Pri dokazu uporabimo podobnost, tako da kotnih funkcij niti ne potrebujemo. Potrebujemo jih le, če želimo izračunati ploščine.

Ploščina polkroga nad stranico a je $p = \frac{\pi a^2}{4}$. Vidimo, da je ploščina sorazmerna z a^2 , faktor sorazmernosti pa je enak $k = \frac{\pi}{4}$.

Za podobne like se da dokazati čisto splošno. Definirajmo premer lika kot največjo razdaljo med dvema točkama lika. Če imata dva podobna lika razmerje premerov enako d , potem je razmerje njunih ploščin enako d^2 .

6 Raziskovalne naloge, nagrajene z zlatim priznanjem za leto 2015

Nagrajene so bile štiri raziskovalne naloge, dve osnovnošolski in dve srednješolski.

1. Geometrija v večrazsežnem prostoru
Avtor: Luka Smrekar Voskobojsnik
Mentor: Jaka Smrekar
Šola: OŠ Danile Kumar, Ljubljana
2. Pravila za deljivost – ne le v desetiškem sestavu
Avtorji: Zoja Javornik, Nina Oven
in Jakob Šušteršič
Mentor: dr. Lucija Željko
Šola: OŠ Sostro, Ljubljana
3. Hanojski stolp na zvezdi
Avtorja: Anže Kastelic in Zala Mlinarič
Mentorja: Jasna Kos in
prof. dr. Sandi Klavžar
Šola: Gimnazija Ljubljana Bežigrad

4. Sinus in kosinus quadraticus
Avtorji: Jakob Božič, Primož Ruter in
Miha Debenjak
Mentor: Alojz Grahor
Šola: Škofijska gimnazija Vipava

Na kratko o dosežkih v pričajučih nalogah.

1. Naloga: Geometrija v večrazsežnem prostoru

V nalogi se je avtor ukvarjal s štirirazsežnimi geometrijskimi objekti. Izračunal je štirirazsežno prostornino štirirazsežnih teles: hiperkocke, hiperpiramide, hiperstožca in hiperkrogla.

Ugotavljal je, kako lahko računamo prostornine in površine trirazsežnih teles na način, ki omogoča posplošitev na štirirazsežno prostornino štirirazsežnih teles. Naloga je matematično korektno napisana. Učenec je pokazal, da obvlada matematično terminologijo, slovenski jezik in programiranje v sistemu Mathematica. Brez pripomb, odlična naloga.

2. Naloga: Pravila za deljivost -- ne le v desetiškem sestavu

Naloga se začne s kratkim uvodom o zgodovini številskih sestavov in nadaljuje z opisom mestnih številskih sestavov in pretvarjanjem zapisa iz enega v drug mestni številski sestav. Nato govori o pravilih za deljivost v desetiškem sestavu.

1. Število N je deljivo z n v n -tiškem sestavu, če je zadnja številka 0. To velja v vseh n -tiških sestavih, če je $n \in \{2, \dots, 9\}$.
2. Če je vsota števk števila N v n -tiškem sestavu deljiva z m , pri čemer m deli $n - 1$, potem je tudi število N deljivo z m .

3. Če je število, ki je sestavljeno iz zadnjih k števk števila N v n -tiškem sestavu, deljivo z m^k , pri čemer m deli n , potem je tudi število N deljivo z m^k .
4. Če je izmenična vsota števk števila N v n -tiškem sestavu deljiva z m , pri čemer m deli $n + 1$, potem je tudi število N deljivo z m .

Vsa pravila so bila dokazana splošno, kar je še posebej pohvalno. Naloga je v vseh ozirih korektno predstavljena. Brez pri-pomb, odlična naloga.

3. Naloga: Hanojski stolp na zvezdi

Igra Hanojski stolp je uvrščena med deset največjih ugank vseh časov. Sestavljena je iz treh nosilcev. Na prvem so diski različnih velikosti in so razporejeni od največjega do najmanjšega, z največjim na dnu. Cilj igre je s čim manjšim številom potez premakniti diske s prvega nosilca na tretjega, pri čemer lahko vsakič prestavimo le en disk, nikoli pa ne smemo postaviti večjega diska na manjšega. Hanojski stolp na zvezdi je inačica že rešenega problema Hanojskega stolpa, le da so tu namesto treh nosilcev štirje. Eden iz-med njih je centralni, okoli njega pa so v trikotnik razporejeni periferni nosilci. Na njih so diski razporejeni po velikosti.

S čim manj premiki ob upoštevanju ena-kih pravil kot prej jih želimo premakni-ti z enega nosilca na drugega. V nalogi je obravnavana do sedaj neraziskana uganka centralnega Hanojskega stolpa na zvezdi. Diske premikamo s centralnega na perifer-ni nosilec. Izpeljana je rekurzivna formula za zgornjo mejo števila premikov n diskov.

Problem, ki so si ga naložili dijaki, je zahteven in še ni rešen. Kot je videti, jim je uspelo narediti pomemben korak pri reše-vanju tega problema.

Dijaki so v zaključku zapisali: Ob reševan-ju naloge smo odkrili novo zaporedje, ki še ni v bazi zaporedij *The On-Line Encyclope-dia of Integer Sequences*^{*}. Členi zaporedja so 1, 4, 7, 14, 23, 32, 47 Zapisali so tudi re-kurzivno formulo za računanje členov tega zaporedja. Brez besed, čestitamo.

4. Naloga: Sinus in kosinus quadraticus

Raziskovalne naloge, ki prihajajo iz Škofijs-ke gimnazije v Vipavi pod mentorstvom Alojza Grahorja, odlikuje izvirnost in že nekaj let zasedajo prva mesta na predstavit-vah.

Nalogo predstavimo kar s kratkim pov-zetkom avtorjev.

Kotne funkcije poljubnega kota so de-finirane s koordinatami točke, ki leži na presečišču enotske krožnice in premičnega kraka kota: abscisa je kosinus, ordinata sinus kota. V raziskovalni nalogi smo namesto enotske krožnice vzeli enotski kvadrat, to je množico točk v ravnini, ki ustreza enačbi. Nove funkcije smo poimenovali kvadratič-ne funkcije (funkcije quadraticus), in sicer sinus quadraticus in kosinus quadraticus (kvadratični sinus in kvadratični kosinus), označili pa z $f(x) = \sin q(x)$ in $f(x) = \cos q(x)$. Izpeljali smo njihove funkcijske predpise, narisali njihove grafe, izračunali natančne vrednosti pri nekaterih kotih, opisali last-nosti, izpeljali zveze med njimi in zveze z običajnimi kotnimi funkcijami, izračuna-li odvode, nedoločena integrala, inverzni funkciji ter izpeljali in dokazali adicijske izreke. Poleg tega smo posplošili definicije kotnih funkcij na poljubni enotski krivulji, izpeljali njihove funkcijske predpise in ski-cirali grafe.

Naloga je izjemno lepo opremljena, odlikuje jo lep jezik in jasno matematično izražanje. Brez pripomb, odlična naloga.

γ Zaključek

Naj zaključim z mislijo, ki sem jo izrekel tudi na predavanju o raziskovalnih nalogah jeseni leta 2013 na Pedagoški fakulteti v Ljubljani. »Spoštujem delo profesorjev, ki so si vzeli čas za plemenito delo za delo z mladimi raziskovalci na področju matematike.

Želim omeniti, kaj bi se dalo pri raziskovalnih nalogah izboljšati:

- Več pozornosti namenite dokazovanju.
- Izogibajte se dokazom, ki to pravzaprav niso (na primer: računska preverjanja).
- Uporabljajte natančno matematično izražanje, dosledno uporabljajte matematično terminologijo.
- Posebno pozornost posvetite izražanju in pisanju v slovenskem jeziku.

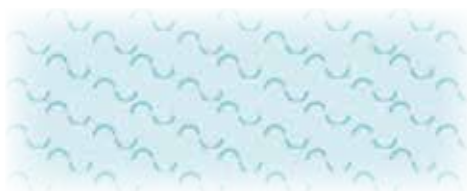
Še nekaj želim poudariti, čeprav se bo čudno slišalo: naj vas ne bo strah znanja in izstopite iz okvirov, čeprav določenih vsebin v šoli še niste in jih niti ne boste obravnavali. Spoštovani učitelji, profesorji, želim vas spodbuditi, da pomagate talentiranim na področju matematike prebiti okvir šolskega znanja.«

Prosojnice iz omenjenega predavanja najdete na povezavi
<https://dl.dropboxusercontent.com/u/8290265/raziskovalne-2013.pdf>.



To je ni matematična knjiga

Urška Valenčič
Osnovna šola Jelšane

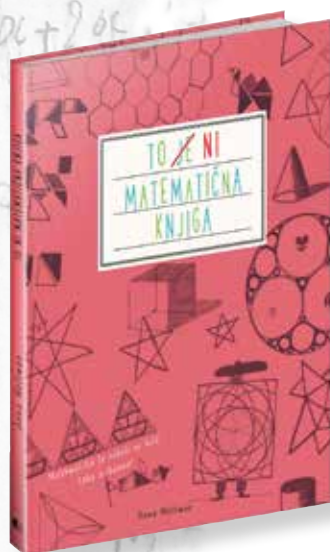


Morje. Dodajmo mu še ladjico , v daljavi mo-
goče še svetilnik .

Le kaj bi takšna slička sodila v matematično revijo? Nista umetnost in matematika popolnoma različni stvari? Ali pač?

To se v knjigi z zgovornim naslovom TO JE NI MATEMATIČNA KNJIGA sprašuje tudi avtorica Anna Weltman. Prvi pogled na naslovnico (geometrijski liki in telesa, vzorci, tlakovanje ...) bralcu vzbudi zanimanje, kaj vsebuje, ter vzbuja dvom, da gre, kljub naslovu, zagotovo za matematiko.

Avtorica Anna Weltman, učiteljica iz New Yorka, učencem rada pokaže, kako matematika sestavlja svet. Sporoča nam, da gresta matematika in umetnost z roko v roki, le opaziti moramo to. Začetki skupne poti segajo daleč nazaj, saj so ljudje že od nekdaj pri urejanju svojega doma in okolice uporabljali vzorce, sestavljene iz različnih likov, ki so zapolnili celotno ravnino. Da sta matema-



Weltman, A (2015). *To je ni matematična knjiga*. Ljubljana: Družina.

tika in umetnost povezani, lahko razberemo tudi v delih nizozemskega slikarja M. C. Escherja (različna tlakovanja, upodobitev Möbiusovega traku, prikazovanje neskončnosti).

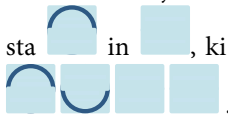
Po pregledu kazala lahko vidimo, da se v knjigi prepleta več vsebin. Veliko je takih, ki so vključene v učnem načrtu za matematiko: krog in krožnica, trikotnik, večkratniki, vzorci. V učnem načrtu iz leta 2011 je uporaba vzorcev in zaporedij vključena v celotno osnovnošolsko izobraževanje, od prepoznavanja in nadaljevanja pravila v slikovnem in geometrijskem vzorcu, nadaljevanja vzorca, do posplošitve in zapisa n-tega člena zaporedja (Učni načrt, 2011). In prav na vzorcih, ki jih je v učbenikih vedno premalo, je velik poudarek ravno v tej knjigi.

V knjigi *To je ni matematična knjiga* lahko poleg vsebin, ki so vključene v učnem načrtu za matematiko, najdemo še veliko drugih. Sestavljanke Stomachion (zelo podobna pri nas bolj znani sestavljanke Tangram), različni fraktali (Kochova snežinka, trikotnik Sierpinskega), zlata spirala, nenavadni trikotniki, zanke, nagnjena in 3D-umetnost, so vsebine, na katere prepogosto pozabimo. Vsebine, ki jih lahko uporabimo neodvisno od matematičnega znanja, nas popeljejo v čudoviti svet umetnosti.

Vrnimo se k morju, ladjici in svetilniku.



Ravnino smo prekrili z liki tako, da med njimi ni praznega prostora in dobili smo morje. Osnovna objekta vzorca



Ladjico in svetilnik sestavimo s pomočjo sestavljanke Stomachion. Iz 14 likov, ki tvorijo kvadrat, sestavljamo različne zabavne slike.

Poleg zbirke nalog knjiga vsebuje tudi slovar v knjigi uporabljenih matematičnih pojmov, namige za nadaljevanje samostojnega ustvarjanja ter delovne liste, ki jih potrebujemo pri samostojnem ustvarjanju. Knjigo bi lahko uporabili kot dodatno gradivo pri pouku matematike (npr. vzorci, krožnica in krog, trikotnik, večkratniki), izbirnem predmetu matematične delavnice (npr. tlakovanja, drugačna geometrija, telesa in prostor) ter kot odličen pripomoček pri delu z nadarjenimi. Ob reševanju takšnih nalog bo matematika vsekakor postala izziv. Učenci bodo začutili lepoto matematike, krepili ustvarjalnost in natančnost. Zanimivo knjigo lahko uporabimo kot delovni zvezek.

Knjigo priporočam vsem, za popestritev vsakdanjika ter učnih ur učencem, ne glede na matematično predznanje. Spodbudimo otroke, da na matematiko začnejo gledati drugače in jo bodo imeli za uporabno v vsakdanjem življenju.

Nepooblaščen fotokopiranje knjige ni dovoljeno, kljub temu pa ponuja učiteljem mnogo idej in priložnosti za pripravo delovnih listov.

O knjigi Težave pri učenju matematike

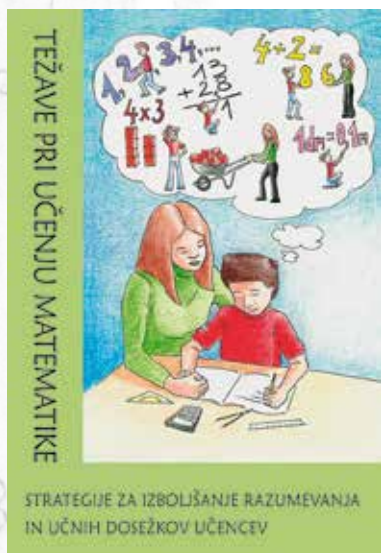
Milena Čretnik
Osnovna šola Antona
Globočnika Postojna

Bralno društvo za pomoč otrokom in mladostnikom s specifičnimi učnimi težavami (Bravo) je lansko leto (2015) izdalo knjigo z naslovom *Težave pri učenju matematike – strategije za izboljšanje razumevanja in učnih dosežkov učencev*, ki sta jo uredili Marija Kavkler in Milena Košak Babuder. Knjiga obsega 206 strani in je namenjena učiteljem v osnovni šoli (največ vsebin se nanaša na prvo in drugo triado) ter učiteljem in strokovnim delavcem, ki izvajajo različne oblike pomoči (DSP, UP, SUP idr.).

»Šola je brezvezna. Glupi testi.«, »Itak ne znam ...«, »Učitelji so smotani.« Tako se izrazi šestošolka Ana, ki jo v knjigi opiše profesorica defektologije Jerica Vipavc. Kakšen pomen nosijo te besede? Strah, negotovost, nizka samopodoba ali mogoče samo slab dan?

Učitelji se pri svojem poklicu srečujemo tudi s takimi učenci, ki jim matematika povzroča velike težave in se z vsakim letom šolanja njihov primanjkljaj lahko samo še pogloblja. Odkritje vzroka težave lahko, ravno nasprotno, učenca oblikuje v zadovoljnega otroka in kasneje odraslega, ki se uspešno sooča z vsakdanom.

V knjigi se najprej seznanimo s konceptualnimi osnovami obravnave učencev z učnimi težavami pri matematiki in s tem, kakšni so kriteriji pri določanju učnih težav (UT), specifičnih učnih težav pri matematiki (SUT) ter izrazitih učnih težav pri matema-



tiki oz. primanjkljaji na področju učenja matematike (PPPU). Predstavljen je tudi petstopenjski model pomoči in podpore: od pomoči učitelja (1. stopnja), svetovalne službe, individualne in skupinske pomoči, vključitev zunanje strokovne ustanove do usmeritve učenca (5. stopnja).

Dr. Marko Kalan, profesor defektologije, nam opiše primer obravnave otroka z diskalkulijo v Svetovalnem centru za otroke, mladostnike in starše v Ljubljani. Dvanajstletno Nušo so v svetovalni center pripeljali starši, ki so pri deklici opazali odpor do števil, na splošno do matematike, dvom vase in ogromno truda in dela, ki ne obrodit rezultata. Nuša ugotovi, da ima njena težava ime – diskalkulija. Avtor nam pri Nušinem primeru predstavi, kako so specifične učne težave na področju matematike prepoznali in kako je potekala nadaljnja obravnava. Prikazane so konkretne naloge ugotavljanja zmožnosti fleksibilnega računanja in preizkus za ugotavljanje avtomatizacije aritmetičnih dejstev in postopkov z naravnimi števili.

V najboljšejšem poglavju Jerica Vipavc predstavi težave pri učenju matematike. Težave so lahko: pri branju in razumevanju števil, besedila, miselnih vzorcev, tabel, diagramov ipd.; pri pisanju števil, tudi pri podpisovanju med pisnim računanjem; pri razumevanju pojmov in simbolov; pri številskih zaporedjih in matematičnih dejstvih ter težave, ki se kažejo v vsakdanjem življenju. V nadaljevanju spoznamo osnovna načela in tehnike poučevanja učencev s težavami. Na konkretnem primeru se vživimo v na začetku omenjeno Anino zgodbo in njeno doživljanje matematike.

Besedilne naloge – trn v peti mnogim učencem in učiteljem (pa tudi staršem). V

prispevku Marije Kavkler, Lidije Magajna in Milene Košak Babuder lahko preberemo, katera znanja in veščine so potrebne za reševanje matematičnih besedilnih nalog, ki vsebujejo izraze in jih je treba razvozlati, umestiti v matematični svet simbolov. Avtorice prispevka so v raziskavi petošolcev ugotovile, da imajo pri reševanju teh nalog težave tisti učenci, ki imajo slabše avtomatizirana aritmetična dejstva in postopke, kar pa številni avtorji povezujejo s splošno uspešnostjo pri matematiki. Podani so tudi predlogi, ki lahko učiteljem pomagajo pri poučevanju matematičnih besedilnih nalog.

V osnovni šoli sem se ničkolikokrat igrala s šestilom in si predstavljala, da je baletka. Sploh tisto šestilo, ki ga je imela sošolka in se je na enem kraku lahko prelomilo (kot noga pri kolenu). Moja »baletka« je izvajala vrhunske piruete in res sem pazila, da je bila ena noga trdno zabodena v papir, druga noga pa je risala ... V nori dirki za predelano učno snovjo, ocenjevanju znanja in še bi lahko naštevala (verjetno) vsem znane zgodbe, kar pozabim, kako pravljica je lahko matematika. Zato sem vesela, ko preberem prispevek (Ines Štular), ki me na to spomni in v knjigi se najdejo zgodbe, ki nas lahko z učenci zblížajo.

Poleg opisane knjige o težavah pri učenju matematike sta v založbi ZRSŠ izšli še dve:

- Žakelj, A., Valenčič Zuljan, M.: Učenci z učnimi težavami pri matematiki: prepoznavanje učnih težav in model pomoči (Ljubljana 2015)
- Žakelj, A.: Učne težave pri matematiki in slovenščini (Ljubljana 2013), ki je dostopna na <http://www.zrss.si/digitalnaknjiznica/UTMIS-zbornik-prispevkov-2014>.



Državno tekmovanje Hitro in zanesljivo računanje 2016

Sonja Rajh
Zavod RS za šolstvo

V organizaciji **Zavoda RS za šolstvo** je v soboto, 20. februarja 2016, potekalo finale državnega tekmovanja Hitro in zanesljivo računanje. Tekmovanje v spretnem računanju na pamet smo izvedli v štirih računalniških učilnicah **Ekonomске šole Murska Sobota**. Sodelovali so najboljši tekmovalci iz celotne države, ki so se pred tem pomerili že v treh tekmovalnih krogih na daljavo preko spletne aplikacije <http://sl.lefo.net/>.

Rezultati finala državnega tekmovanja Hitro in zanesljivo računanje 2016

1. starostna skupina (učenci 1., 2. in 3. razreda)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Blaž Tonin	OŠ Marije Vere Kamnik	3. razred	11103
2.	Amadej Kastelic	OŠ III Murska Sobota	3. razred	9621
3.	Anej Vovk	OŠ Dolenjske Toplice	3. razred	8816
4.	Matic Munda	OŠ Sveti Tomaž	3. razred	6940
5.	Gal Trampuš	OŠ Nove Jarše	3. razred	6248
6.	Nik Trampuš	OŠ Nove Jarše	3. razred	5976
7.	Tadej Karas	DOŠ Prosenjakovci	3. razred	5509
8.	Teo Bukovič	OŠ Sveti Tomaž	3. razred	5362
9.	Martin Kropec	OŠ Majšperk	3. razred	5069
10.	Dominik Kuharič	OŠ Sveti Tomaž	3. razred	4932

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
11.	Tim Trampuš	OŠ Nove Jarše	3. razred	4788
12.	Mark Črtalič	OŠ Grm Novo mesto	3. razred	3893

2. starostna skupina (učenci 4. in 5. razreda)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Tin Bevc Taraniš	OŠ Center Novo mesto	4. razred	16468
2.	Luka Gautam	OŠ Grm Novo mesto	5. razred	14609
3.	Filip Zver	OŠ Križevci	5. razred	13463
4.	Barbara Kropec	OŠ Majšperk	5. razred	13243
5.	Maja Cigan	OŠ II Murska Sobota	5. razred	12791
6.	Tija Žura	OŠ Center Novo mesto	4. razred	12782
7.	Tim Bartelj	OŠ Grm Novo mesto	5. razred	12053
8.	Miha Gorše Pihler	OŠ Fram	4. razred	10294
9.	Tomaž Holc	OŠ Breg Ptuj	4. razred	10290
10.	Benjamin Bečirević	OŠ Grm Novo mesto	4. razred	9558
11.	Luka Orel	OŠ Žužemberk	5. razred	9391
12.	Anžej Pavlin	OŠ Grm Novo mesto	5. razred	9267

3. starostna skupina (učenci 6. in 7. razreda)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Rene Žižek	OŠ Tišina	6. razred	21152
2.	Nika Zabukovšek	OŠ Blaža Kocena Ponikva	7. razred	16539
3.	Mark Gajšek	OŠ Marije Vere Kamnik	6. razred	16450
4.	Lenart Frankovič	OŠ Gustava Šiliha Velenje	6. razred	16278
5.	Domen Jug	OŠ Sveta Trojica	7. razred	15892
6.	Marija Judež	OŠ Šmihel Novo mesto	6. razred	12812
7.	Gaj Juvan	OŠ Litija	6. razred	12256
8.	Jaka Berk	OŠ Grm Novo mesto	7. razred	12131
9.	Žanet Glavač	DOŠ Dobrovnik	6. razred	11598
10.	Eliza Krasniqi	OŠ Fram	7. razred	11575
11.	Alen Bečirević	OŠ Grm Novo mesto	7. razred	10349

4. starostna skupina (učenci 8. in 9. razreda)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Urh Krafogel	OŠ Litija	9. razred	17000
2.	Sinja Mežnar	OŠ Grm Novo mesto	9. razred	16521
3.	Nikola Kovač	DOŠ Dobrovnik	8. razred	14081
4.	Marko Bjelčevič	OŠ Litija	9. razred	14037
5.	Žiga Laci	DOŠ Dobrovnik	8. razred	13917
6.	Aleksander Bajc	OŠ Leskovec pri Krškem	9. razred	13633
7.	Meta Majcen	OŠ Sveti Tomaž	8. razred	11991
8.	Tim Vipavec	OŠ Belokranjskega odreda Semič	8. razred	10762
9.	Anže Matjašič	OŠ Metlika	9. razred	8594
10.	Matevž Plisson	OŠ Grm Novo mesto	8. razred	8588

5. starostna skupina (srednješolci)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Kaja Tuškei	Gimnazija Murska Sobota	2. letnik SŠ	24958
2.	Eugenija Janjoš	Srednja šola Črnomelj	4. letnik SŠ	17734
3.	Žiga Škalič	Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer	1. letnik SŠ	16997
4.	Leja Verbič	Gimnazija Novo mesto	1. letnik SŠ	15982
5.	Juš Gašparič	Srednja šola za elektro-tehniko in računalništvo Ljubljana	3. letnik SŠ	15037
6.	Samo Matjašič	Srednja šola Črnomelj	3. letnik SŠ	14893
7.	Niko Farič	Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer	1. letnik SŠ	13927
8.	Mitja Barbo	Šolski center Novo mesto	1. letnik SŠ	13707
9.	Attila Bogdan	Dvojezična srednja šola Lendava	3. letnik SŠ	12264
10.	Gašper Poljanšek	Gimnazija Ledina	2. letnik SŠ	11486

6. starostna skupina (odrasli)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Število točk
1.	Gregor Hvala		15745
2.	Rok Markelc	OŠ Litija	15292
3.	Srečko Janjoš		14780
4.	Robert Buček	OŠ Litija	12532
5.	Miran Zdravec	OŠ Grad	11028
6.	Marija Bjelčevič	OŠ Litija	10895
7.	Nuša Zagorc	OŠ Gornja Radgona	10839

Doseženi rezultati so zelo spodbudni, saj tekmovalci iz leta v leto izboljšujejo svoj dosežek. Večina tekmovalcev je v finalu izboljšala svoj rekord v peteroboju, dva tekmovalca sta izboljšala tudi rekord starostne skupine. To sta **Rene Žižek** in **Kaja Tuškei**, ki ju v vseh teh letih ni še nihče premagal tudi v nižjih starostnih skupinah, zato ohranjata stari rekord.

Starostna skupina	Razredi	Število točk	Leto	Rekorder
1.	1.- 3. razred	19432	2013	Rene Žižek
2.	4. in 5. razred	20564	2015	Rene Žižek
3.	6. in 7. razred	21152	2016	Rene Žižek
4.	8. in 9. razred	23583	2014	Kaja Tuškei
5.	srednješolci	24958	2016	Kaja Tuškei
6.	odrasli	16991	2015	Srečko Janjoš



Meddržavno tekmovanje Hitro in zanesljivo računanje 2016

Sonja Rajh
Zavod RS za šolstvo

V šolskem letu 2015/16 smo v Sloveniji organizirali in izvedli tudi **meddržavno tekmovanje**, na katerem so se pomerili najboljši tekmovalci v spretnem računanju na pamet iz Litve, Latvije, Estonije, Ukrajine in Slovenije.

Tekmovanja, ki smo ga izvedli v soboto, 7. maja 2016, v Ekonomski šoli Murska Sobota, se je udeležilo 129 tekmovalcev iz petih držav

Dosežki tekmovalcev iz Slovenije:

Učenci od 1. do 3. razreda (starostna kategorija Primary)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
16. mesto	Amadej Kastelic	11530
17. mesto	Anej Vovk	10839
19. mesto	Matic Munda	10043
25. mesto	Tadej Karas	7989
26. mesto	Gal Trampuš	7832
27. mesto	Nik Trampuš	7828

Učenci od 4. do 6. razreda (starostna kategorija Basic)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
2. mesto (srebrna medalja)	Rene Žižek	21863
3. mesto (bronasta medalja)	Tin Bevc Taraniš	18745

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
8. mesto	Lenart Frankovič	16770
12. mesto	Mark Gajšek	15405
15. mesto	Filip Zver	14606
17. mesto	Barbara Kropec	13316

Dekleta od 7. razreda OŠ do zadnjega letnika SŠ (starostna kategorija Girls)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
1. mesto (zlata medalja)	Kaja Tuškei	25329
9. mesto	Nika Zabukovšek	16683
11. mesto	Sinja Mežnar	16683
14. mesto	Leja Verbič	15939
15. mesto	Eugenija Janjoš	15546

Fantje od 7. razreda OŠ do zadnjega letnika SŠ (starostna kategorija Boys)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
12. mesto	Žiga Škalič	17675
14. mesto	Urh Krafogel	16581
15. mesto	Juš Gašparič	16445
16. mesto	Nikola Kovač	15749
21. mesto	Domen Jug	13016

Ženske (starostna kategorija Women)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
9. mesto	Nuša Zagorc	12458
13. mesto	Marija Bjelčević	10104

Moški (starostna kategorija Men)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
5. mesto	Gregor Hvala	15813
6. mesto	Srečko Janjoš	15417
9. mesto	Rok Markelc	14684

Rezultati vseh tekmovalcev so objavljeni na spletni povezavi <http://miksike.ee/php/live/wcs16/>

SIRiktova desetka za učenje

10. mednarodna konferenca



6. – 7. 10. 2016, Kranjska Gora



Pridružite se nam na 10. mednarodni konferenci SIRikt 2016, ki bo potekala od 6. do 7. oktobra v Kranjski Gori.

Konferenca SIRikt (*Splet izobraževanja in raziskovanja z informacijsko in komunikacijsko tehnologijo*) je največji izobraževalni dogodek v Sloveniji, na katerem se srečujejo in delijo svoje izkušnje uporabe IKT vzgojitelji, učitelji, ravnatelji, univerzitetni profesorji, raziskovalci, študenti, učenci in najrazličnejši strokovnjaki s področja izobraževanja ter drugih znanosti. Ima 21-letno tradicijo, ki nosi ime SIRikt zadnjih 10 let.

Naslov letošnje konference je **SIRiktova desetka za učenje**. Vodilo vseh programskih sklopov je **učenje** na različne načine ob podpori IKT, zato imajo sklopi tudi različne oblike predstavitev.

Tematski sklopi in oblike predstavitev

1. Učenje učencem v roke: kako spodbujamo prevzemanje odgovornosti za lastno učenje, kako učence spremljamo na poti do samostojnega in odgovornega učenja? Kako nam pri tem pomaga tehnologija? Kako pri tem vključujemo »zunanji svet«? Oblika predstavitev: Izobraževalni start-up, #podjetnost
2. Odprto učenje: Kako organiziramo učenje brez časovnih in prostorskih omejitev,

kako vzpostavljamo odprta učna okolja za samostojno učenje, kako načrtujemo odgovorno učenje s pomočjo mentorja in kakšna tehnološka okolja so najprimernejša za to? Oblika predstavitev: BežiBeži, #ekosistem

3. Ustvarjamo za učenje: kako uporabljajo učenci obstoječa in ustvarjajo lastna orodja, okolja, aktivnosti, gradiva za učenje. Oblika predstavitev: Ustvarjalnica, #ustvari

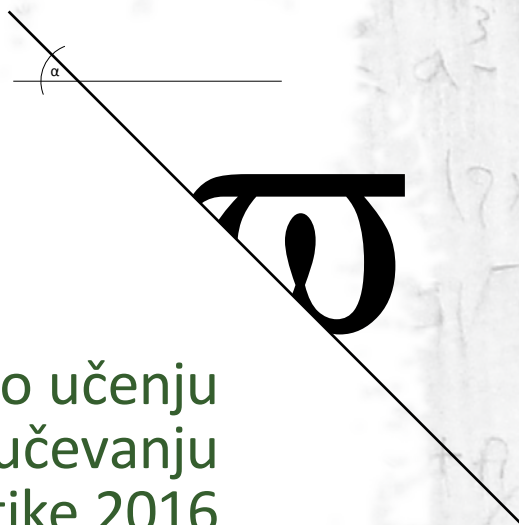
Parlament

Parlament je novost 10. jubilejnega SIRikta. Gre za dogodek debatnega tipa, ki bo še močnejše povezal predavatelje in udeležence konference tudi v stališčih, o katerih se morda ne strinjajo.

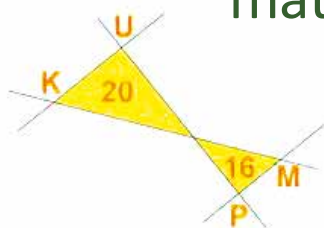
Predlog, ki bo dan parlamentu, je uvedba obvezne uporabe mobilnih telefonov pri pouku, zato ima tudi naslov **Prižgimo mobilne telefone!**

Več informacij najdete na spletni strani www.sirikt.si, kjer se lahko tudi prijavite. Ves čas se tudi oglašamo in povezujemo s pomočjo družabnih omrežij, zato vas vabimo, da nam sledite na Twitterju in Facebooku ter z nami sodelujete že sedaj z uporabo ključnika #sirikt.

Učenje naj bo!



Konferenca o učenju in poučevanju matematike 2016 (KUPM 2016)



Vljudno vas vabimo na 3. mednarodno **Konferenco o učenju in poučevanju matematike KUPM 2016**, ki bo **17. in 18. novembra 2016** v Kongresnem centru Brdo pri Kranju.

Konferenca je namenjena učiteljem razrednega pouka, učiteljem matematike v osnovnih in srednjih šolah in strokovnjakom na področju matematičnega izobraževanja.

Primarni **namen konference** ostaja predstavitev novih in izvirnih pristopov k učenju in poučevanju matematike po vsej vertikali in za vse izobraževalne programe.

Predavanja, predstavitve in delavnice bodo umeščene v **vsebinske sklope**:

- Geometrija za danes in jutri,
- Spremljanje učenca pri učenju matematike,
- Od matematične pismenosti do medpredmetnega povezovanja.

Obiščite spletno stran konference <http://www.zrss.si/kupm2016/>.

Veselimo se strokovnega srečanja z vami.



Priročnik Animirajmo!

Brezplačna publikacija v elektronski obliki je objavljena v Digitalni bralnici Zavoda RS za šolstvo. Dostopno na <http://www.zrss.si/zalozba/digitalna-bralnica/podrobno?publikacija=127>.

Konec marca 2016 je pri založbi Zavoda RS za šolstvo izšel e-priročnik *Animirajmo! Animirani film v vrtcu in šoli*. Avtorji, domači filmski strokovnjaki in filmski ustvarjalci, so priročnik zasnovali tudi na pobudo pedagogov, ki so opozarjali na nujno potrebno izobraževanje za samostojno delovanje na področju animiranega filma. Animirani film se namreč vse pogostejše uporablja ne le kot umetniški izdelek, ampak tudi kot didaktični pripomoček. Zato je priročnik, ki prinaša smernice za usposobitev posameznika za samostojno ukvarjanje s filmom,

namenjen predvsem strokovnim delavcem v vzgoji in izobraževanju – vzgojiteljem, učiteljem, profesorjem, mentorjem, izvajalcem obšolskih in zunajšolskih dejavnosti – pa tudi izvajalcem neformalnih izobraževanj in delavnic animiranega filma.

Priročnik seznanja strokovne delavce najprej z animiranim filmom kot umetniško zvrstjo. Bralec sledi razvoju animiranega filma na Slovenskem, spozna osnove filmske govorice in njene zakonitosti ter posamezne značilnosti animiranega filma. Avtorji bralcem predstavijo, kako v predšolskem in osnovnošolskem programu različne tehnike animiranega filma pokrivajo likovna področja, zaradi izjemne



razlagalne vrednosti pa lahko animirani film univerzalno pojasnjuje tudi zahtevnejše koncepte in vsebine na najrazličnejših področjih ter medpredmetno povezuje. Animirani film je primeren tudi za obravnavo v srednji šoli, na primer pri sociologiji, filozofiji, psihologiji itn. Dijaki lahko pri ustvarjanju animiranega filma povezujejo različna predmetna področja – od pisanja scenarija (slovenščina) do zasnove likov in ozadja (likovna umetnost), realizacije (likovna umetnost in računalništvo) in zvočnega opremljanja (glasba), pri tem pa razvijajo timsko delo.

Učitelj lahko animirani film kot didaktični pripomoček uporabi pri določenih vsebinah svojega predmeta, lahko pa izkoristi možnost medpredmetnega povezovanja in sodeluje s kolegi drugih predmetov. Ena od možnosti obravnave je tudi vključitev filma v dan dejavnosti v osnovni šoli (kulturni, naravoslovni, tehniški), v srednji šoli je obravnavo filma mogoče vključiti v projektne dneve v sklopu obveznih izbirnih vsebin ali pa v obliki krožka.

Animirani film je uporaben didaktični pripomoček tudi pri matematiki. Z njegovo pomočjo lahko cilje predmeta učitelj zasleduje že v prvem razredu, ko se otroci ob pogovoru o risankah in prebiranju sporeda učijo, koliko časa risanke trajajo, narišejo lahko stolpčni prikaz rezultatov ankete o risankah ipd. S pomočjo animiranega filma lahko učenci spoznavajo geometrijske like in telesa, dele celote, zaporedje ... Starejši učenci in dijaki pa lahko sami izdelajo animirani film, v katerem prikažejo oziroma razložijo določen matematični izrek ali definicijo.

Delavnice, predstavljene v priročniku, vključujejo različne pedagoške pristope, na

primer praktično delo, problemski pristop, študijo primerov, zasnovo zgodbe, pripravo zgodborisa, ustvarjanje posameznih filmskih elementov (ozadje, liki, montaža ...). Predstavljene so različne tehnike, pri vsaki delavnici je za lažje načrtovanje dela naveden čas izvedbe.

Delavnice utrjujejo znanja, ki so jih učenci in dijaki pridobili na drugih področjih ali pri posameznih predmetih, poljubno jih povežemo tudi z drugimi predmeti in področji (kroskurikularno oziroma medpredmetno povezovanje). Označene so s težavnostnimi stopnjami, tako da jih lahko izvaja tudi pedagog, ki je pri animiranem filmu še začetnik, ter s starostno stopnjo otrok. V posebnem poglavju so izpostavljene še smernice za pogovor ob izbranih animiranih filmih.

Avtorji so si prizadevali vzpostaviti tudi strokovno izrazoslovje in tako so mnogim izrazom premišljeno poiskali slovenske ustreznice. Priročniku je na koncu dodan slovarček z jedrnatimi opisi ključnega filmskega izrazoslovja.

Pedagogi oziroma mentorji bodo v priročniku našli še spletna mesta, na katerih so dostopna reprezentativna dela slovenskih organizacij in javnih zavodov, ki se ukvarjajo z animiranim filmom, organizacijo delavnic ipd., ter predstavitev organizacij, ki izvajajo filmsko-vzgojne programe na področju animiranega filma, in festivalov, na katerih animirane filme predvajajo.



IZ ZALOŽBE ZAVODA RS ZA ŠOLSTVO

temeljni priročnik

TAKSONOMIJA ZA UČENJE, POUČEVANJE IN VREDNOTENJE ZNANJA

- Revidirana BLOOMova taksonomija izobraževalnih ciljev
- Utemeljitev taksonomije, predstavitev taksonomske preglednice in prikaz uporabe taksonomske preglednice v praksi.
- Temeljni priročnik, neprecenljiv vir in orodje za vse, ki se na neposreden ali posreden način ukvarjajo z izobraževanjem.
- Okvir, ki omogoča učiteljem organizirati učne cilje tako, da bodo lahko razumljivi in uresničljivi.



Avtorji: Lorin W. Anderson, David R. Krathwohl idr.
Prevod: Sonja Sentočnik
Cena: 34,50 €

PRED
IZIDOM



Avtorici: Alenka Kompare,
Tanja Rupnik Vec

KAKO SPODBUJATI RAZVOJ MIŠLJENJA

Od temeljnih miselnih procesov do argumentiranja

- Namenjeno osnovnošolskim in srednješolskim učiteljem različnih predmetov ter bodočim pedagoškim delavcem.
- Učitelju omogoča spodbujanje in razvoj kritičnega mišljenja, **ponuja eksplicitne poučevalne pristope, miselne izzive in naloge za razvoj kritičnega mišljenja** na različnih stopnjah izobraževanja od osnovne do srednje šole.
- Podaja različna deklarativna in proceduralna znanja s področja kritičnega mišljenja.
- Namenjeno tudi vsem, ki jih zanima področje kritičnega mišljenja in spodbujanje razvoja kritičnega misleca.

PONATIS
2015



Avtorici: Sonja Pečjak, Ana Gradišar
Cena: 35,00 €

BRALNE UČNE STRATEGIJE

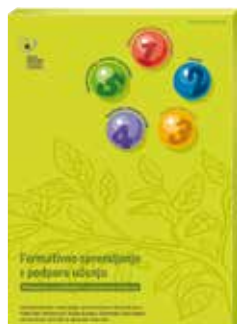
- Prenovljena in z novjšimi spoznanji dopolnjena izdaja s področja učenja.
- **Najpomembnejši in najbolj celovit pripomoček za razvijanje bralne pismenosti** in tudi zmožnosti samoregulacije učenja iz pisnih virov pri nas.
- Namenjeno pedagoškim delavcem v najširšem smislu: učiteljem na vseh stopnjah izobraževanja, študentom vseh pedagoških smeri in šolskim svetovalnim delavcem pri strokovni pomoči učencem z učnimi težavami.



Naročanje:

po pošti (Zavod RS za šolstvo, Poljanska c. 28, 1000 Ljubljana),
faksu (01/3005-199), elektronski pošti (zalozba@zrss.si)
ali na spletni strani (<http://www.zrss.si>).

IZ ZALOŽBE ZAVODA RS ZA ŠOLSTVO



Formativno spremljanje v podporo učenju

Priročnik za učitelje in strokovne delavce

2016, ISBN 987-061-03-0347-3, format A4
12,40 €

Ada Holcar Brunauer, Cvetka Bizjak, Marjeta Borstner, Janja Cotič Pajntar, Vineta Eržen, Mihaela Kerin, Natalija Komljanc, Saša Kregar, Urška Margan, Leonida Novak, Zora Rutar Ilc, Sonja Zajc, Nives Zore

Priročnik obsega 7 zvezkov, zbranih v mapi.



Priročnik združuje strokovna, znanstvenoraziskovalna in osebna spoznanja avtorjev – svetovalcev ter učiteljev praktikov, ki že vrsto let učinkovito uvajajo formativno spremljanje v svoje delo.

Vsak zvezek priročnika vsebuje:

- **teoretični del**, ki izpostavlja nekaj bistvenih značilnosti posameznega elementa formativnega spremljanja,
- **orodje za refleksijo**, ki vodi učitelja v razmislek, kako uspešen je pri uvajanju formativnega spremljanja v svojo prakso, in
- **formativno spremljanje v praksi**, z različnimi primeri, delovnimi listi ipd., ki jih učitelj ob določenih prilagoditvah lahko prenese na svoj predmet oz. področje.

**Formativno
spremljanje
je most med
poučevanjem
in učenjem**



60 let Zavod
Republike
Slovenije
za šolstvo

Naročanje:

P Zavod RS za šolstvo, Poljanska c. 28, 1000 Ljubljana

T 01 300 51 00

F 01 300 51 99

E zalozba@zrss.si

S www.zrss.si

ISSN 1318-010X



9 771318 010005



Zavod
Republike
Slovenije
za šolstvo