1. mednarodna Konferenca o učenju in poučevanju matematike

1st International Conference on Learning and Teaching Mathematics

Zbornik prispevkov

Conference Proceedings

KUPM 2012

Maribor, 23. in 24. avgust 2012

Maribor, August 23 and 24, 2012

1. mednarodna Konferenca o učenju in poučevanju matematike
KUPM 2012
Zbornik prispevkov
Maribor, 23. in 24. avgust 2012

1st International Conference on Learning and Teaching Mathematics
KUPM 2012
Conference Proceedings
Maribor, August 23 and 24, 2012

Organizator / Organizer:
Zavod RS za šolstvo / The National Education Institute of the Republic of Slovenia

Organizacijski in programski odbor / Organizing and programme committee:
Mojca Suban Ambrož, Silva Kmetič, Janja Bizjak, Tadej Blatnik, Jerneja Bone, Mojca Dolinar, Darjo Felda, Alenka Lipovec, Zlatan Magajna, Vladimir Milekšič, Sonja Rajh, Amela Sambolić Beganović, Mateja Sirnik, Vesna Vršič, Amalija Žakelj

Uredniški odbor zbornika / Editorial team:
Silva Kmetič, Jerneja Bone, Sonja Rajh, Amela Sambolić Beganović, Mateja Sirnik, Mojca Suban Ambrož

Avtorji plenarnih predavanj / Authors of plenary lectures:
Mara Cotič, Darjo Felda, Nives Jozić, Alenka Lipovec, Zlatan Magajna, Jasmina Milinković, Erich Ch. Wittmann, Amalija Žakelj

Avtorji uvodnikov v tematske sklope / Authors of thematic tracks leading articles:
Jerneja Bone, Silva Kmetič, Sonja Rajh, Mateja Sirnik

Avtorji prispevkov v tematskih sklopih / Authors:
Darja Antolin, Olga Arnuš, Gertrud Aumayr, Tina Balantič, Ivan Bauman, Andreja Berlot Koncut, Lea Bole, Mirjam Bon Klanjšček, Tatjana Božič Geč, Damijana Čekada, Boris Černilec, Jana Cimerman, Dušanka Colnar, Darja Delač Felda, Magdalena Doberšek, Jan Dobrindt, Uroš Drnovšek, Sonja Flere, Metka Flisar, Rado Gorjup, Alojz Grahor, Adriaan Herremans, Diana Horvat, Saša Horvat Kovačič, Darka Hvastija, Tatjana Ilovar, Sonja Ivančič, Metka Jemec, Sara Kalaveshi, Andreja Klančar, Katja Kmetec, Silva Kmetič, Saša Kocijančič, Katja Končina, Mladen Kopasić, Iris Kravanja Šorli, Miha Kukec Mezek, Irena Kutoš, Iztok Lačen, Polona Legvart, Marija Magdič, Nives Markun Puhan, Ema Maver, Tomaž Miholič, Antonija Miklavčič-Jenič, Petar Mladinić, Polona Mlinar, Vilma Moderc, Iris Mohorič, Andreja Novak, Leonida Novak, Andrej Oberwalder Zupanc, Almira Okršlar, Nataša Olenik, Martina Omerzel, Nataša Pavšič, Mateja Peršolja, Petra Peterka, Evgenija Peternel, Mateja Pintar, Marija Pisk, Suzana Pleminitaš-Centrih, Mojca Plut, Simona Pustavrh, Jolanda Radolli, Irena Rauter Repija, Milena Ristić, Marko Rožič, Brigita Sajko, Jožef Senekovič, Vera Serdt, Darja Sever, Helena Skok Schlegel, Mateja Sirnik, Mateja Škrlec, Suzana Štefanec Kodila, Milena Strnad, Monika Šuligoj, Katarina Tadić, Matejka Tirgušek, Jože Tratar, Nataša Vanček, Majda Vehovec, Karmen Virc, Mateja Vodenik, Katja Vodlan, Vanja Vogrin, Maja Vogrinčič Bizjak, Simona Vreš, Erich Ch. Wittmann, Karmen Zadravec, Lucija Željko, Dejan Žnideršič, Željka Zorić

Strokovni pregled / Reviewing:
Člani programskega in organizacijskega odbora in učitelji člani Predmetne razvojne skupine za matematiko.
The members of programme and organising committee and the members of development group for mathematics

Jezikovni pregled povzetkov / Proofreading:
Milena Kerndl

Jezikovni pregled povzetkov v angleščini/ Proofreading:
Vilijenka Šavli

Jezikovni pregled prispevkov / Proofreading:
Andreja Čuk

Tehnično uredili / Design:
Jerneja Bone, Amela Sambolić Beganović

Izdal in založil / Publisher:
Zavod RS za šolstvo

Predstavnik / Represented by:
mag. Gregor Mohorčič

Objava na spletnem naslovu: http://www.zrss.si/pdf/zbornikprispevkovkupm2012.pdf

Prva izdaja
Ljubljana, 2012

Publikacija je brezplačna.
The publication is free of charge.

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

37.091.3:51(082)

MEDNARODNA konferenca o učenju in poučevanju matematike (1 ; 2012 ; Maribor)
KUPM 2012 [Elektronski vir] : zbornik prispevkov = conference proceedings / 1. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike, Maribor, 23. in 24. avgust 2012 = 1st International Conference on Learning and Teaching Mathematics, Maribor, August 23 and 24, 2012 ; [organizator Zavod RS za šolstvo ; avtorji Mara Cotič ... et al.]. - 1. izd. - El. knjiga. - Ljubljana : Zavod RS za šolstvo, 2012

Način dostopa (URL): http://www.zrss.si/pdf/zbornikprispevkovkupm2012.pdf

ISBN 978-961-03-0055-7 (pdf)
1. Gl. stv. nasl. 2. Cotič, Mara 3. Zavod Republike Slovenije za šolstvo
263329536

KAZALO

DOBRODOŠLI NA PRVI MEDNARODNI KONFERENCI O UČENJU IN POUČEVANJU MATEMATIKE KUPM 2012

Vse okoli nas se spreminja. Ali se spreminja tudi pouk matematike? V zadnjem desetletju so bili prenovljeni vsi učni načrti in katalogi znanj in prinesli nekaj ključnih novosti, od avtonomije učitelja do učenja z uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije. Ta konferenca je priložnost, da pokažemo, kako poučujemo matematiko po vsej vertikali, od 1. razreda osnovne šole do 4. letnika srednje šole, matematiko danes, za jutri.

Več kot 500 prijavljenih udeležencev bo v dveh konferenčnih dneh lahko spremljalo raznolik program: 117 avtorjev se bo v 104 prispevkih predstavilo s predavanji, krajšimi predstavitvami in delavnicami. Tako smo v letu 2012 skupaj ustvarili vsebino te konference. Povezali smo teorijo in prakso učenja in poučevanja matematike. Rezultat naših skupnih prizadevanj so poleg vsebin, ki jih bomo poslušali, tudi trajnejše oblike zapisov rezultatov konference. Izrabili smo različne medije, in sicer: tiskana izdaja zbornika povzetkov, e-izdaja zbornika povzetkov, e-izdaja zbornika prispevkov, ki je pred vami, ter objave predstavitev in video posnetkov na spletni strani konference: http://www.zrss.si/kupm2012/.

Želene vsebine smo najavili v naslednjih tematskih sklopih:

1. Strategije in oblike dela pri pouku matematike s preverjeno učinkovitostjo
2. Aktivna raba informacijsko-komunikacijske tehnologije pri učenju in poučevanju matematike
3. Uvajanje novosti iz učnih načrtov in katalogov znanja
4. Matematika in naravoslovni predmeti
5. Ugotavljanje znanja pri matematiki

Tematski sklopi v zapisu zgoraj so urejeni po številu prispevkov od največjega k manjšemu. Nekatere prispevke je težko umestiti, saj spadajo v več tematskih sklopov. Pri večini prispevkov smo upoštevali izbiro avtorja. Zaradi manjšega števila prispevkov v tematskem sklopu Ugotavljanje znanja pri matematiki so prispevki tega sklopa prerazporejeni v druge tematske sklope.

Želimo, da konferenca postane stalni strokovni dogodek, ki bo družil učitelje po vsej vertikali in strokovnjake s področja didaktike matematike ter prispeval k bogatitvi in razvoju pouka matematike.

Za programski in organizacijski odbor:
Silva Kmetič in mag. Mojca Suban Ambrož

TEACHING AND LEARNING MATHEMATICS ALONG FUNDAMENTAL MATHEMATICAL IDEAS FROM KINDERGARTEN TO THE MATURA

Poučevanje in učenje matematike ob temeljnih matematičnih pojmih in konceptih od vrtca do mature

ddr. Erich Ch. Wittmann, Fakulteta za matematiko, Univerza Dortmund

wittmann@math.tu-dortmund.de

Abstract
Mathematical knowledge has been and is developing in the process of research. Therefore it is only natural that mathematics is taught and learned also in process. This structural-genetic approach can be best supported by systematically pursuing fundamental mathematical ideas over the grades. This will be exemplified in the paper by means of three "learning trajectories" on linear equations, composing and decomposing figures, and operative proofs.

Key words: fundamental ideas of mathematics, substantial learning environments, learning trajectories.

Povzetek
Matematično znanje se je v procesu raziskovanja spreminjalo in se spreminja tudi danes. Naravno je, da je tudi samo poučevanje in učenje matematike proces. Takšen strukturno-genetični pristop najbolje podpira sistematično obravnavanje temeljnih matematičnih idej po posameznih razredih, kar bo v prispevku predstavljeno na lineanih enačbah, sestavljanju in razstavljanju likov ter operativnih dokazih.

Ključne besede: temeljne matematične ideje, ustrezno učno okolje, učna usmeritev.

Introduction

During the past decades mathematics education has been re-shaped by paradigm shifts that have affected all major elements of teaching and learning:

(1) Students are less seen as passive recipients of knowledge, but more as active agents in the exploration of subject matter.
(2) Correspondently the traditional role of teachers as instructors has been expanded by their role as organizers of learning processes.
(3) Most importantly the traditional view of mathematics as a body of ready-made structures has given way to a view of mathematics as the science of patterns that are open to investigation. It is *mathematical activity* that counts. General objectives or „competences" like „modeling", „exploring", „reasoning" and „communicating" have been aligned with content objectives (Winter 1975).

While there is general agreement about these new paradigms the views about how teaching and learning in the classrooms can be changed accordingly are diverse. At least three broad approaches can be distinguished: One is based on general theories of teaching and learning and is exemplified by the bulk of papers which appear in the context of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME). A second approach is based on psychometric competence-models. It is widely used in projects that pretend to define and to shape students' achievement in mathematics by means of standardized tests. In contrast with these two approaches there is a third approach which used to be the dominating one in the past, which, however, has lost its influence in recent decades: the mathematically founded approach, as typically represented by Freudenthal 1973 and Winter 1987. It is a moot and troubled question why today this approach is not receiving the attention it deserves. The main reason might be that in the mainstream of international mathematics education mathematics is seen just a subject matter that has to be especially prepared and embedded in educational theories in order to be usable for teaching and learning. In fact, however, mathematics, understood properly, carries *in itself* processes of teaching and learning. In a book published in 1978 Peter Heintel, at that time rector of the University of Klagenfurt, described the mathematically founded approach as follows: “mathematics education [in its proper sense] means a discipline that is rooted in mathematics itself. It means a re-construction of the processes that are inherent in mathematics, so to speak “frozen in”, and their transformation into learning processes”.

The present paper is fully in line with this mathematically founded approach of mathematics education. The objective is to show that fundamental mathematical ideas form a natural basis for developing learning trajectories that start in early years and are continuously pursued over the grades. The proposal to use fundamental ideas as key elements of a spiral curriculum was prominently articulated in Jerome Bruner’s book “The Process of Education” (Bruner 1960) and since then has received much attention in theoretical discussions. However, in elaborating this proposal for the teaching practice in a systematic way much has still to be done.

The three examples of this paper are taken from the developmental research systematically conducted in the project “mathe 2000” since 1987[1]. This project is based on an understanding of mathematics education as a design science. This means that is centered at designing, researching and implementing substantial learning environments (see Wittmann 1995 and Wittmann 2002). The structure of the following sections reflects this methodology: the three learning trajectories that have been selected for this paper are communicated as coherent series of learning environments.

Linear equations

The first learning trajectory uses the rich algebraic structure of arithmogons (McIntosh&Quadling 1975). As we wanted to introduce arithmogons in our curriculum already in grade 1 we changed the authors’ original geometric setting so that counters can be used. In the simplest case a triangle is divided in three fields (Fig. 1). We put counters or write numbers in these fields. The rule is as follows: Add the numbers in two adjacent fields and write the sum in the box of the corresponding side.

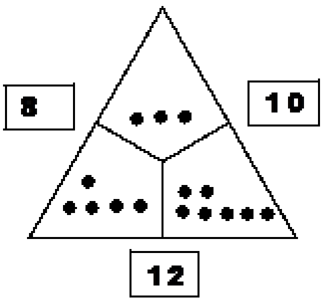


Fig. 1

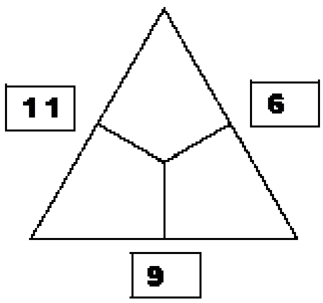


Fig. 2

Various problems arise in this context: When starting from the inner numbers, the outer numbers can be obtained by addition. When one or two inner numbers and respectively

[1] see www.tu-dortmund.de/mathe2000

two numbers or one outer number outside are given the missing numbers can be calculated by addition or subtraction.

When the three outer numbers are given (Fig. 2), an immediate calculation is not possible. So some thinking is required. Children in grade 1 can find the solution by (more or less) systematically varying the number of counters in the inner fields (see the sequence of trials in Fig. 3). There are, however, also systematic solutions that arise in the course of a continued study of arithmogons.

In grade 2 children re-visit arithmogons with bigger numbers. In grade 3 they are guided to discover a systematic solution of the difficult case (see Fig. 4): In the first step they complete some arithmogons and calculate the sum of the inner numbers and the sum of the outer numbers. They discover that the latter sum is twice as much as the first one and prove this relationship by pointing out that each inner number contributes to two outer numbers. They also discover that the sum of an inner number and the opposite outer number is the sum of the three inner numbers. Based on these relationships the inner numbers can be derived from the outer numbers in the following way: The three outer numbers are added.

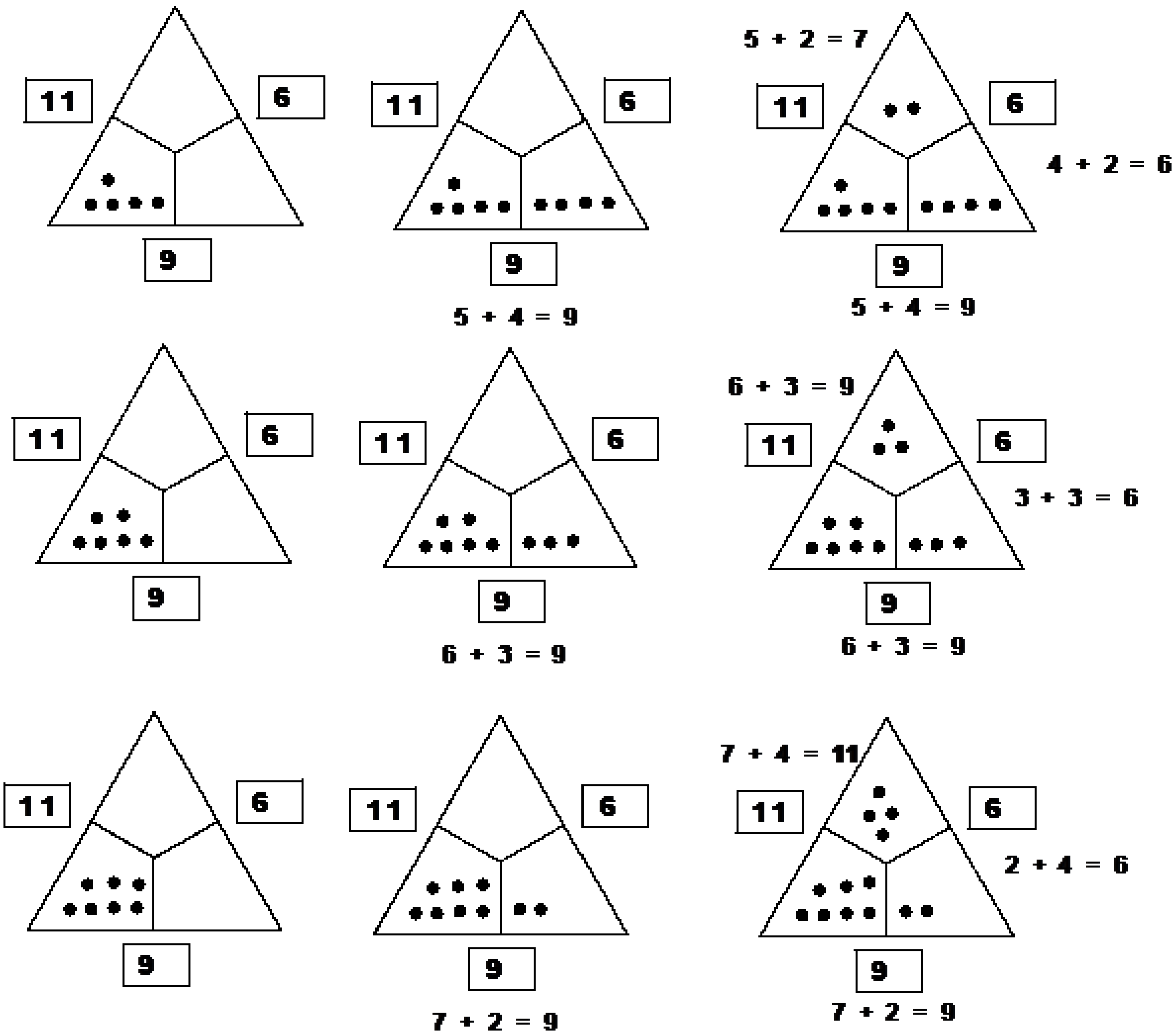
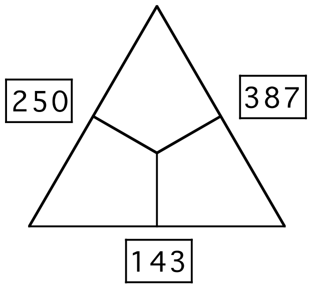


Fig. 3

The result is divided by 2 and is the sum of the inner numbers. Now each outer number is subtracted from this sum. The result of each subtraction is the opposite inner number.



$$250 + 387 + 143 = 780$$
$$780 : 2 = 390$$
$$390 - 387 = 3$$
$$390 - 250 = 140$$
$$390 - 143 = 247$$

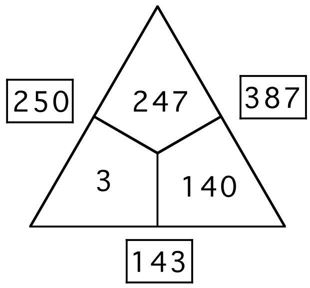
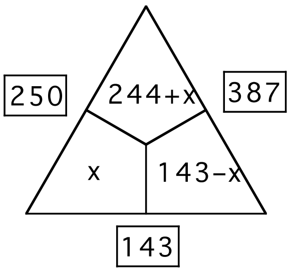


Fig. 4

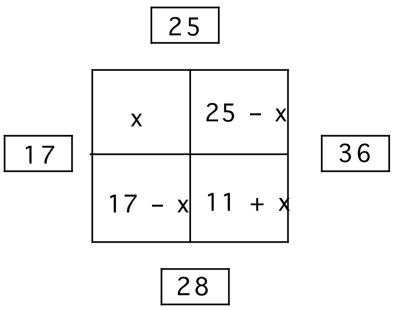
At the secondary level arithmogons are analyzed with algebraic tools and the difficult case is solved by means of a linear equation. The early method of systematically varying the numbers in the inner left field is a very good help for finding the equation (Fig. 5).



$$244 + x + x = 250$$
$$244 + 2x = 250 \quad | \; (-244)$$
$$2x = 6 \quad | \; (:2)$$
$$x = 3$$
$$143 - 3 = 140$$
$$244 + 3 = 247$$

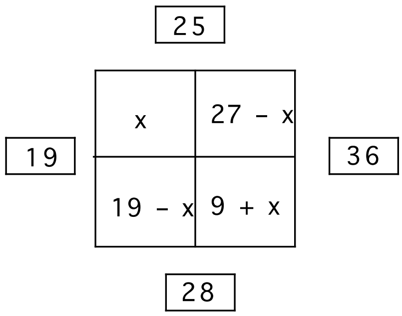
Fig. 5

Triangles can be extended to quadrilaterals, where new phenomena arise: Either we have more than one solution (Fig. 6) or no solution (Fig. 7). For the existence of solutions it is necessary and sufficient that the sums of opposite numbers are equal. Each of these sums is the sum of all inner numbers.



$$x + 25 - x = 25$$
$$25 = 25$$

Fig. 6



$$x + 27 - x = 25$$
$$27 = 25$$

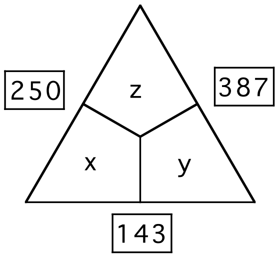
Fig. 7

In later years arithmogons can be described and solved by means of systems of linear equations (Fig. 8).

As shown in McIntosh&Quadling 1975 arithmogons can be generalized to polygons with n sides and be described with the notions of linear algebra: the inner and outer numbers can be written as vectors, and the relationship between them is a linear mapping from R^n into

R^n. Interestingly the corresponding matrix is non-singular for odd n and has the rank (n–1) for even.

Furthermore the two-dimensional structure of arithmogons can be generalized to “arithmohedra” in an obvious way: Numbers are assigned to vertices and faces of a polyhedron such that the numbers assigned to the faces are the sum of the numbers assigned to the vertices of this face. In this way a rich variety of examples can be created. In this way a rich context is provided that can be explored by students and student teachers in a course on Linear Algebra with great gains. All phenomena and all concepts relevant for the theory of systems of linear equations occur and can be explained in this context, up to Steinitz’ theorem and the dimension theorem.



$$\begin{aligned} x + y \quad &= 143 \\ y + z &= 387 \\ x + \quad z &= 250 \end{aligned}$$

Fig. 8

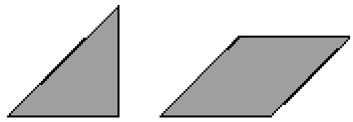


Fig.9

Composing and decomposing figures

A fundamental idea of elementary geometry is „fitting“. Freudenthal (1969, 422-23) described it as follows:

> *In paving a floor with congruent tiles there is a leading idea, I mean fitting. It is the same as in space and it is realized as concretely. Fitting is a motor sensation. Psychologists can tell you how strongly the motor component of the personality is marked at a young age, how important motor apprehension and memory may be. Things fit. Do children ask why? Apart from a rare exception young children do not. All these miracles of our space do not seem to make any impression. But they grind as millstones. The highest pedagogical virtue is patience. One day the child will ask why, and there is no use starting systematic geometry before that day has come. Even worse: it can really do harm.*

Friedrich Froebel, the founder of the kindergarten movement, gave a wonderful introduction into early geometry. The 7th of his famous gifts consists of wooden tablets of various shapes that can be put together to make more complex forms. For the teaching of geometry in later years the original Froebel tablets are not optimal as the angles and sides of the Froebel tablets do not fit well. In Froebel’s footsteps other shapes have been tried, and one combination has turned out as superior: It consists of congruent isosceles right triangles and congruent rhombuses with angles 45° and 135°. The side of the rhombuses is equal to the smaller side of the triangles (Fig. 9).
In the “mathe 2000” early maths project kindergarten kids use these shapes for covering a variety of different figures (Fig. 10, 11)

Fig. 10

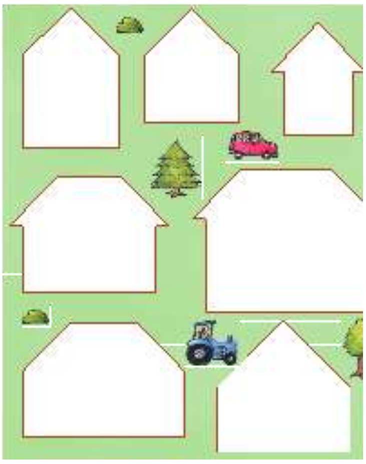


Fig. 11

Fig. 12

From the geometric point of view the two shapes are most interesting: If the common side is denoted by a, then the area of the triangle is $a^2/2$, while the area of the rhombus is $\sqrt{2}\cdot a^2/2$. Because of the irrationality of the square root of 2 the number of triangles and the number of rhombuses needed to cover a figure cannot be changed although the position of the shapes within the figure may vary.
In the early maths program of “mathe 2000” the figures have been carefully selected: Kindergarten kids can realize that a small square can be covered by two triangles, a bigger one by four triangles. This is a special case of the Pythagorean theorem. They can also see that a bigger triangle can be covered by four congruent triangles whereby the vertices of the inner triangle are the midpoints of the sides of the big triangle. This figure is very important in teaching geometry in the middle grades.

In grade 1 children decompose square paper in two or four parts by folding and cutting along axes of symmetry and re-arrange the parts in various ways. Many of the new figures will become important later in the curriculum. For example: The four isosceles rectangular triangles of two small squares can be put together to make one big square - a special case of the Pythagorean theorem (Fig. 13).

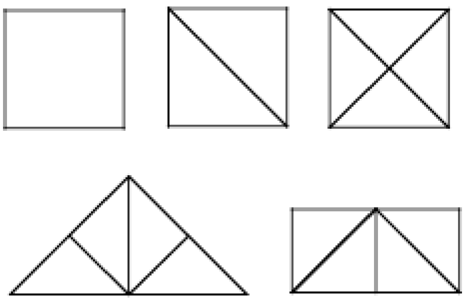


Fig. 13

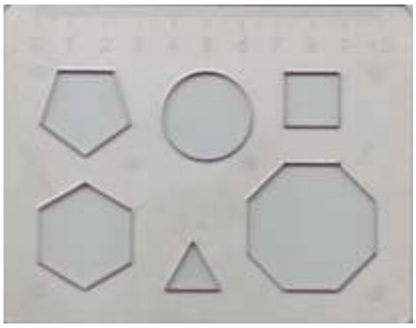


Fig. 14

In grade 2 the Chinese tangram is used. There are 13 convex polygons that can be covered by the seven tangram shapes. To find the coverings of these polygons is a rich exercise in fitting.

For fitting activities in grade 3 a template is used which allows for drawing squares, regular triangles, pentagons, hexagons and octagons with the same side length (Fig. 14). Children can explore experimentally which figures fit which way. They realize that there are only three regular tessellations and discover some semi-regular tessellations (Fig. 15)

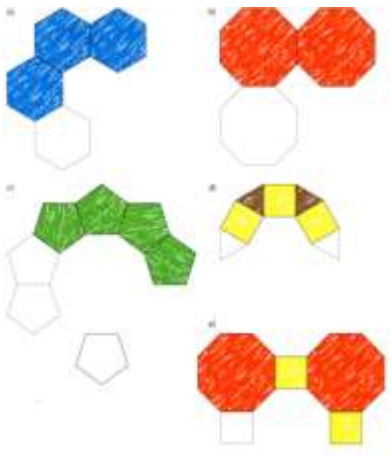


Fig. 15

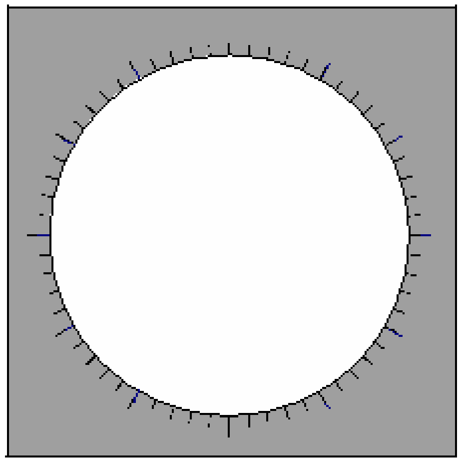
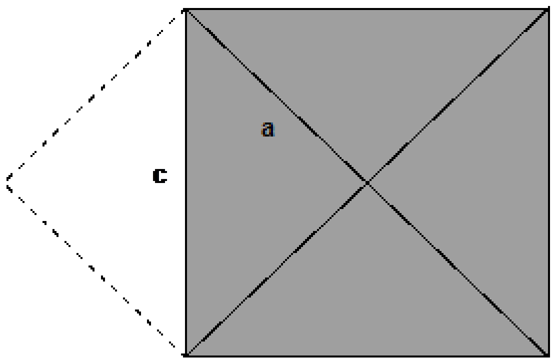


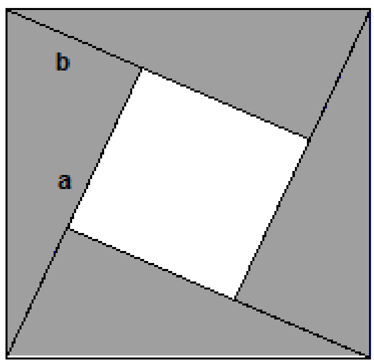
Fig. 16

In grade 4 children make regular polygons from cardboard by means of the „drawing clock“ (Fig. 16) and build the five Platonic solids. The name „drawing clock“ is derived from the fact that a circle is divided into 60 equal parts. As 60 is divisible by 3, 4, 5 and 6 the drawing clock allows for a convenient construction of squares, regular triangles, pentagons, hexagons and octagons. For example, to draw a regular polygon one has to divide the circumference in five equal parts of “12 minutes” each and connect the points. When drawing clocks of different sizes are used polygons of different sizes are obtained. The shapes are copied on cardboard. The circular segments attached to the sides of the polygons can be folded down and used as folds to paste the polygons together. In this way children can make stable models of all five Platonic solids. The proof of the existence of at most five Platonic solids at the end of book 13 of Euclid’s “Elements of Mathematics” is fully in line with children’s arguments.
In grade 5 cutting and fitting experiments with polygons will be used to found the concept and the measure of an angle what neatly corresponds to the historic development.
In the following grades cutting polygons into pieces and re-combining these pieces is the usual way to the area formulas and to the Pythagorean theorem (Fig. 17, 18). Students will re-visit configurations they met already in the kindergarten and in the early grades.



$c^2 = 2a^2$

Fig. 17



$c^2 = 2ab + (a - b)^2 =$
$2ab + a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + b^2$

Fig. 18

Unfortunately discrete geometry does not play a major role in the higher grades. In teacher education, however, composing figures, decomposing figures and re-arranging the parts are powerful tools for

(1) proving the Bolyai-Gerwien theorem on the equivalence of the notions “equal area” and “equidecomposable” of polygons and

(2) for deriving the regular and semiregular tessellations and the Platonic and Archimedean solids.

Operative proofs

Proofs are the very heart of mathematics. Therefore proofs have to play an essential role in any authentic teaching of mathematics. In higher mathematics proofs are embedded in systematic-deductive presentations of axiomatic theories and almost identified with these presentations. So it seems impossible at first sight to include rigid proofs at the lower levels. However, as the historic development of mathematics shows proofs were present when 600 BC the Pythagorean brotherhood introduced the notion of a logical conclusion and established mathematics as the science that we know today. Instead of formal means of representations the Pythagoreans used other means. Greek arithmetic at the times of Pythagoras underwent a period which is called “ψηφοι-arithmetic” and can be considered as the cradle of arithmetic (Becker 1954, 34-41, Damerow/Lefèbre 1981). “ψηφοι” is the Greek word for pebbles which the ancient Greek mathematicians used for representing numbers and classes of numbers. For example, they represented even numbers by double rows of pebbles, and odd numbers by double rows and a singleton. More complex patterns define other classes of numbers, the so-called “figurate numbers”: triangular numbers, square numbers, pentagonal numbers, etc. Also in the later Roman period “calculi” were used until the middle ages.

Counters are the modern form of ψηφοι. In primary teaching they are usually seen and used as mere teaching aids. However, as soon as they are connected to their ancestors they reveal a tremendous potential for investigating and explaining, that is, proving patterns in a rigid way. This will be demonstrated by means of some learning environments.

In the early maths program of “mathe 2000” the “race to 10 plays a central role. The rules are simple: A line of circles is numbered from 1 to 10 (Fig. 19). The first player starts by putting 1 or 2 counters on the first circle or the first two circles, the second player follows by putting 1 or 2 counters on the next circles similarly. Continuing in this way the players take turns until one of them arrives at the target and in doing so wins the game.

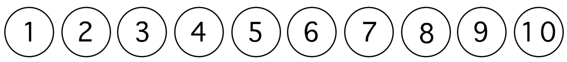


Fig. 19

While playing the game repeatedly children get more and more familiar with the mathematical structure of the game. By analyzing the moves backwards they realize that the position 7 is a winning position: The player who reaches this position forces his opponent into a bad move: if the opponent puts down one counter the first player puts down two counters and reaches 10. If the opponent puts down two counters then the first player can reach 10 by putting down one counter. In the same way the positions 4 and 1 are recognized as winning positions. For the children it is an important experience at this early age that this game is governed by a strict logic. If a child follows the strategy he or she will win.

In grade 1 counters are used for introducing odd and even numbers in the old Greek way (Fig. 20).

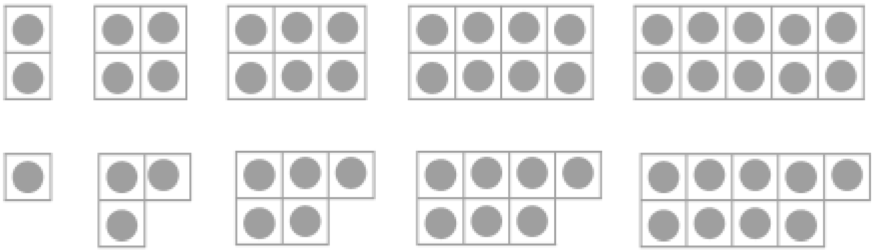


Fig. 20

These patterns are printed on cardboard so that children can combine them and form sums. Based on these experiences children are then asked to find sums with an *even* result. This task is a first suggestion to look at the structure more carefully. The subsequent task is more direct: After calculating the four packages of sums in Fig. 21 children are asked "What do you notice? Can you explain it?"
At this early level teachers are expected to refrain from pushing the children. All that teachers have to do is to listen to children's spontaneous attempts of making some sense of the data.

4 + 6 =	5 + 1 =	2 + 1 =	1 + 8 =
6 + 8 =	7 + 3 =	4 + 3 =	3 + 6 =
8 + 4 =	9 + 5 =	6 + 5 =	5 + 4 =
10 + 2 =	5 + 7 =	8 + 7 =	7 + 2 =
12 + 8 =	9 + 9 =	10 + 9 =	9 + 0 =

Fig. 21

In grades 2 and 3 even and odd numbers are revisited in wider number spaces. Children are given packages of exercises similar to those in Fig. 21 with bigger numbers and asked the same questions. At this level the even/odd patterns are recognized and expressed in the children's own words.
In grade 4 children have enough experience with even and odd numbers so that the following task can be set which explicitly demands a proof:

Even numbers can be represented by double rows, odd numbers by double rows and a singleton.
Use this representation to prove that
a) the sum of two even numbers is always even,
b) the sum of two odd numbers is always even,
c) the sum of an even and an odd number is always odd.

Children realize that no singletons occur when even patterns are combined, that in the case of two odd patterns the two singletons form a pair and yield again an even result. Furthermore children recognize that the singleton is preserved if an even and an odd pattern are combined and that in this case the result is odd. The teacher's task is to take up the children's attempts and to assist in formulating coherent lines of argument.
It is interesting to note that the formal algebraic proof is based on the same arguments:

If $n = 2k$ and $m = 2i$ then $n + m = 2\cdot(k + i)$
If $n = 2k + 1$ and $m = 2i + 1$ then $n + m = 2\cdot(k + l + 1)$
If $n = 2k + 1$ and $m = 2i$ then $n + m = 2\cdot(k + i) + 1$

In grade 2 rectangular arrays of dots are used for representing multiplication. This representation is the only one at this level that allows for founding the arithmetical laws and therefore it is well suited for proofs.
The task in Fig. 22 is part of a typical learning environment.

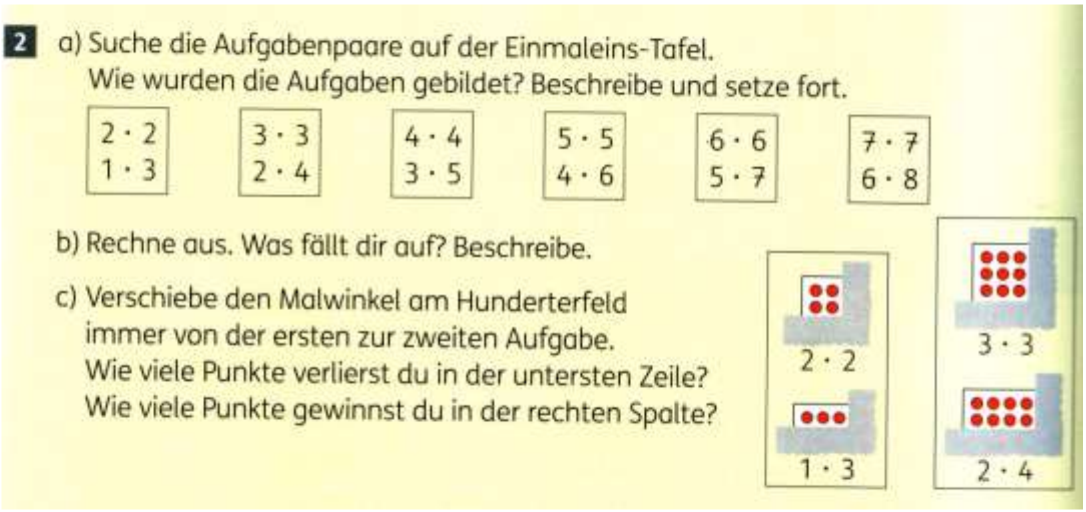


Fig. 22

Students compare the results of couples of tasks: one is the product of two equal numbers, the other one is derived form the first one by reducing one factor by 1 and increasing the other factor by 1. It turns out that the results differ by 1. The proof suggested by the pictures on the right hand side of Fig. 24 is as follows:
The last row in a square array is removed and another column is added. The effect of these operations is that the new array has one dot less. This result is independent of the special examples, it depends only on the operations. This is typical for operative proofs.

It is not by chance that this exercise is a special case of the second binomial formula: In the “mathe 2000”-curriculum the whole teaching of arithmetic is based on the arithmetical laws. In this way a firm foundation for algebra in the middle grades is established.

In grade 3 counters are used again in a different way. In a seminal paper Heinrich Winter showed how the divisibility rules can be derived from operations with counters on the place value table (Winter 1985). The following learning environment, an exercise in long addition, draws on Winter’s idea.
The underlying rule is this: By using only the six digits 2, 3, 4, 5, 6 and 7 two three-digit numbers are formed an added. Beyond mere calculations students should find the biggest and the smallest result and should try to reach round numbers like 800, 900, 1000, … or to approximate them as far as possible.

It is easy to find the biggest and the smallest result (Fig. 23). As far as round numbers are concerned 900 can be reached, others can only be approximated (Fig. 24).

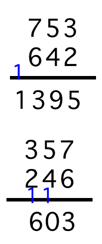


Fig. 23

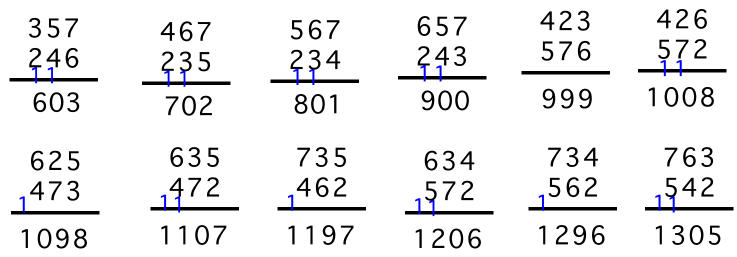


Fig. 24

The calculations reveal interesting patterns: 603, 702, 801, 900, 1008, 1107, 1206, 1305 and
999, 1098, 1197, 1296.
Operations with counters on the place value table allow for explaining these patterns.
We take an arbitrary calculation, for example 574 + 236 and represent it on the place value table (Fig. 25).

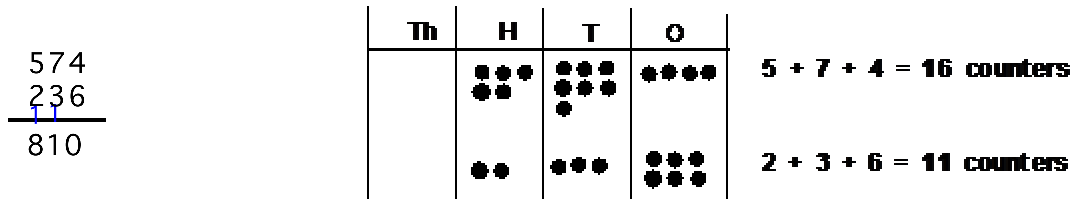


Fig. 25

For representing the first number 574 we need 5 + 7 + 4 = 16 counters, for the second one 2 + 3 + 6 = 11 counters. Altogether 16 + 11 = 27 counters are needed. It is important to realize that *all sums* formed with the digits 2, 3, 4, 5, 6, and 7 require 27 counters.
In order to add the numbers on the place value table the counters in each column are pushed together.

Then we have 10 counters in the ones column, 10 counters in the tens column, and 7 counters in the hundreds column (Fig. 26). This not yet the final result. In order to get the final result 10 counters have to be removed from the ones column and be replaced by 1 counter in the tens column (Fig. 27), that is, 9 counters have to be “cast out”.

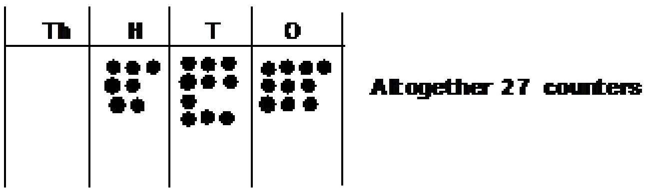


Fig. 26

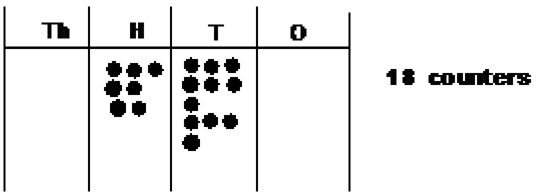


Fig. 27

In the same way 10 counters have to be removed from the tens column and to be replaced by 1 counter in the hundreds column. Again 9 counters are “cast out”. The final result 810 is represented by 9 counters (Fig. 28).

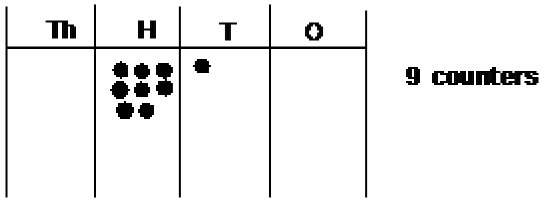


Fig. 28

In Fig. 24 the fifth addition (result 999) has no carries. Therefore the result has the digit sum 27. There are some results with one carry and the digit sum 18 and some results with two carries and the digit sum 9.

The operation of “casting out nines” is completely independent of special numbers: In *any* addition of numbers the sum of the digit sums of the summands differs by a multiple of 9 from the digit sum of the result. This multiple is determined by the number of carries.
The operating of “casting out nines” can also be extended to multiplication and the corresponding patterns can be explained in a similar way with the place value table.

In number theory the patterns for addition and multiplication can easily be explained by means of the residue ring modulo 9. From this higher standpoint the explanation with the place value table seems superfluous. However, it is not. We have to see the relationship the other way round: “Casting out nines” paves the way for the residue ring modulo 9. More generally: Arithmetic taught with respect to algebraic structures is a good foundation of algebra.

The use of counters must not be restricted to the early grades. In fact counters can also be a powerful tool for investigating more demanding problems. For example, it is possible to derive all square numbers that at the same time are triangular numbers by means of operations with counters.

We conclude this learning environment with the derivation of the formula for the geometric series from experiences with the place value table. Students are always happy to realize the chain reaction that happens when numbers like 99, 999, 9999, … are represented at the place value table and one counter is added: one column after the other is cleared and every time one counter moves to the next column until finally one counter is left.
This procedure can be transferred to symbols, for example:

$9999 + 1 = 9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 1 = 9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 10 = 9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 10^2 = 9 \cdot 10^3 + 10^3 = 10^4$.

As the number 10 is not relevant here the operations can be applied to a geometric series with the same effects:

$(q-1) \cdot q^n + (q-1) \cdot q^{n-1} + \ldots + (q-1) \cdot q^1 + (q-1) \cdot q^0 + 1 = (q-1) \cdot q^n + (q-1) \cdot q^{n-1} + \ldots + (q-1) \cdot q^1 + q = (q-1) \cdot q^n + (q-1) \cdot q^{n-1} + \ldots + (q-1) \cdot q^2 + q^2 = \ldots.. = q^{n+1}$
For $q \neq 1$ we get the formula $1 + q + q^2 + \ldots + q^{n-1} + q^n = (q^{n+1} - 1)/(q-1)$

This example shows how operations with “concrete” objects like counters can pave the way for operations with symbols.

Conclusion

For the success in teaching and learning mathematics it is of crucial importance to guarantee a smooth progress from level to level. What is learned at one level must be a sufficient basis for learning at the next level. New subject matter must never come out of the blue but it must be well built upon knowledge that has been firmly acquired previously. Fundamental ideas of mathematics are invaluable in securing the necessary coherence.

References

1. Becker, O. (1954): Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Darstellung. Freiburg-München.
2. Bruner, J.S. (1960): The Process of Education. Harvard University Press, Cambridge, Mass.
3. Damerow, P./Lefèvre, W. (eds.) (1981): Rechenstein, Experiment, Sprache. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften, Stuttgart.
4. Freudenthal, H. (1973): Mathematics as an Educational Task.: Reidel, Dordrecht.
5. Freudenthal, H. (1987): Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.: Reidel, Dordrecht.
6. Heintel, P. (1978): Modellbildung in der Fachdidaktik. Carinthia, Klagenfurt.
7. McIntosh, A. & Quadling, D.: Arithmogons. Mathematics Teaching No. 70, 18-23.
8. Winter, H. (1975): Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 7, 106-116.
9. Winter, H.: Neunerregel und Abakus – Schieben, denken, rechnen. Mathematik lehren 11/1985, 22 –26.
10. Winter, H. (1989): Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik. Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden.
11. Wittmann, E.Ch. (1995): Mathematics Education as a ‘Design Science’. Educational Studies in Mathematics 29, 355-374.
12. Wittmann, E.Ch. (2002): Developing mathematics education in a systemic process. Educational Studies in Mathematics 48, 1-20.

MED UTEMELJEVANJEM IN DOKAZOVANJEM
Between Argumentation and Proof

dr. Zlatan Magajna, Pedagoška fakulteta, Univerza Ljubljana

zlatan.magajna@pef.uni-lj.si

Povzetek
Zmožnost prepričljivega utemeljevanja trditev je eden od elementov vseh sodobnih opredelitev matematične pismenosti. Kljub temu pa je utemeljevanje med manj poudarjenimi vidiki matematičnega znanja v našem matematičnem kurikulu. Pri svojih razlagah sicer večina učiteljev matematike skuša utemeljiti obravnavane postopke in trditve, redkeje se zgodi, da od svojih učencev oz. dijakov pričakujejo poznavanje teh utemeljitev, še redkeje pa od svojih učencev in dijakov pričakujejo samostojno utemeljevanje trditev.
Matematično trditev lahko utemeljimo na različnih ravneh strogosti in različnih ravneh prepričljivosti, pogosto tudi z različnimi strategijami in različnimi vsebinskimi prijemi. V predstavitvi bomo izhajali iz dejstva, da namen utemeljevanja pri pouku matematike presega zgolj prepričevanje o pravilnosti obravnavanih izrekov in postopkov. Pokazali bomo, kako z različnimi utemeljitvami iste trditve dosežemo različne učne učinke. Zato je prav, da učitelji poznajo različne prijeme pri utemeljevanju in v posameznih primerih izberejo najbolj primeren način. Pri tem je potrebno upoštevati tudi matematično predznanje in zrelost otrok.

Ključne besede: utemeljevanje, dokazovanje, formalnost utemeljevanja, prepričljivost utemeljitve.

Abstract
Making well founded judgements is a constituent part of today's interpretation of mathematical literacy. However, providing arguments is a less emphasised aspect of Slovenian mathematics curriculum. In general, mathematics teachers in their explanations give some sort of proof or argumentation, why a presented theorem is true, but they seldom expect their students to be familiar with a proof, and they rarely expect them to give their own proof or explanation of a fact.
Giving proofs and arguments in school mathematics is not just about convincing the students of the correctness of a presented statement, in fact it supports several other learning aims. A statement in school mathematics can be substantiated in a more or less convincing way, on various levels of conformity to academic practices, often also with different strategies of argumentation. With some examples we shall illustrate how choosing an appropriate level of formality and an appropriate strategy of presenting a proof, besides taking into account the students' previous knowledge and maturity, are essential for achieving specific aims of argumenting.

Key words: argumentation, proof, convincingness, formality of argument.

Uvod
Že od antike sloni dokazovanje v matematiki na dedukciji. Zato je razumljivo, da deduktivno sklepanje in dokazovanje zavzema pomembno mesto pri učenju matematike in v samem pojmu matematičnega znanja. Dokazovanje in utemeljevanje je omenjeno v vseh učnih načrtih matematike za vse stopnje šolanja. Obstoječi učni načrt za naše osnovne šole (MZSŠ RS, 2011) predvideva, da že v prvem triletju učenci *»analizirajo in obnovijo*

problem s svojimi besedami ter utemeljijo rešitev«, pri učnih ciljih drugega in tretjega triletja je na primer zapisano, naj učenci »*utemeljijo kriterije razvrščanja*«, »*utemeljijo postopke dela*«, »*utemeljijo pravila za reševanje linearnih enačb*«, »*utemeljijo postopek geometrijske konstrukcije in utemeljijo, argumentirajo rešitev*«. Katalog znanj iz matematike za srednje strokovne šole (MZSŠ RS, 2007) namenja utemeljevanju in dokazovanju poseben sklop ciljev (Dijak sklepa, utemeljuje in dokazuje). Kot primer navedimo: »*(Dijak) uporabi matematično sklepanje (z dedukcijo) pri utemeljevanju trditev. Razčlenjuje rešitev problema (npr. geometrijskega) na korake in deduktivno utemeljuje posamezne korake.*« ter »*Dijaki ustno in pisno utemeljujejo in dokazujejo preproste matematične trditve (ne le reprodukcijo dokaza).*« Še natančneje so tovrstna znanja poudarjena v učnem načrtu za gimnazije, saj je dokazovanje, utemeljevanje in argumentiranje v učnem načrtu (MZSŠ RS, 2008) eksplicitno omenjeno na 37 mestih. Tudi sodobna opredelitev matematične pismenosti (OECD, 2006) navaja zmožnost utemeljevanja (v originalu: »to make well-founded judgements«) kot eno od treh komponent matematične pismenosti.

Razvoj učenja dokazovanja v šolah v zadnjih 150 letih poglobljeno analizira Herbst (2002). V zvezi z vlogo dokazovanja v učnem procesu je identificiral tri obdobja. V prvem obdobju, imenovanem Obdobje tekstov, se je dokazovanje nanašalo izključno na izdelane klasične dokaze pomembnih izrekov. Dokazi so bili obravnavani kot matematična vsebina, ki naj bi jo dijaki znali reproducirati. V drugem obdobju, imenovanem Obdobje izvirnosti, je bila problematika dokazovanja usmerjena v iskanje čim razumljivejših dokazov pomembnih izrekov. Dokaze so skušali poenostaviti in jih opremiti z razumljivimi diagrami, tako da bi bili dijakom čim dostopnejši. Šele v tretjem obdobju, imenovanem Obdobje vaj, je dokazovanje postalo sredstvo za razvijanje mišljenja. Avtorji so šele v tem obdobju v učbenike dodajali vaje za dokazovanje, torej preproste in ne nujno pomembne trditve, ki naj bi jih dijak samostojno dokazal. Poanta Herbstove analize je ugotovitev, da je uvajanje samostojnega dokazovanja preprostih dokazovalnih trditev povezano s krčenjem vsebin iz prvih dveh obdobij. Po njegovem mnenju je to dvorezen meč, saj poglobljena obravnava matematičnih vsebin z vključenimi dokazi omogočala izgradnjo baze znanja, ki je pomembna za uspešno dokazovanje.
V matematični vedi dokazovanje in utemeljevanje načeloma služi verifikaciji, t.j. potrjevanju pravilnosti dokazovane trditve. Vendar je v šolskem okolju to le ena od funkcij dokazovanja. Že Herbstova analiza zgodovine dokazovanja jasno kaže na odmik v namenu dokazovanja v šolski matematiki od zgolj verifikacije. Vlogo dokazovanja v šolski matematiki natančno obravnava Hanna (2000), ki navaja vrsto namenov dokazovanja v šolski matematiki. Prvi namen je že omenjena *verifikacija*, to je utemeljevanje pravilnosti trditve, ki jo dokazujemo. Druga možna pomembna funkcija dokaza je *razlaga oz. pojasnitev*, ki daje vpogled, zakaj neka trditev drži. Naslednja pomembna funkcija je *povezovanje in sistematizacija*. Dokazi namreč pogosto povezujejo med seboj mnoga predhodna znanja v deduktivno strukturo. Med nameni, ki jih navaja Hanna, naj omenimo še *komunikacijo*, saj se prav ob dokazih naučimo, kako sporočati utemeljitve obravnavanih matematičnih vsebin. Ne nazadnje je namen dokazovanja *raziskovanje* definicij in pogojev, pri katerih trditev drži. Pogosto je prav iz dokaza razvidno, ali in zakaj je nek pogoj nujen ali zadosten. Kot bomo videli v nadaljevanju, različni dokazi različno dobro služijo posameznim namenom dokazovanja.

Motivacijski vidik dokazovanja
Čeprav v šolski matematiki dokaz zavzema pomembno mesto, je v očeh učencev in dijakov dokazovanje tako rekoč (zanje) nepomemben del matematike. Avtorji učbenikov in

učitelji pri pouku sicer običajno obravnavane trditve bolj ali manj strogo utemeljijo – a, kot kaže, velja nek tih dogovor, da tovrstno utemeljevanje sodi v posebno 'vrečo', ki ni del tiste matematike, ki naj bi jo znal dijak ali učenec. To lepo ilustrira razmišljanje nekega dijaka srednje strokovne šole, ki je na vprašanje, kako upošteva izreke in dokaze, ko se uči matematiko, odgovoril:

Preskočim jih. V bistvu jih ne upoštevam. Zame izrek ni pomemben. Zame ni važno, zakaj je nekaj dolgo toliko in toliko – jaz naredim to, kar naloga od mene zahteva. Izreki zame niso pomembni. Razen če se jih moramo naučiti, če jih učitelj sprašuje pri ustnem spraševanju, drugače pa ne. Dokaze si v šoli sicer zapisujem, vendar se jih nima smisla učiti ali se z njimi ukvarjati.

Eden od razlogov, da učenci in dijaki postavljajo utemeljevanje v senco drugih znanj, je nemara ta, da ob pouku, ki mu prisostvujejo, ne pridejo dovolj do izraza vse funkcije dokazovanja. Torej da pri pouku predstavljenih dokazov ne uporabijo za raziskovanje dokazanih trditev in da dijaki redko sporočajo utemeljitve trditev. Tudi če se učenci in dijaki zavedajo verifikacijske funkcije dokaza, to zanje še ni zadosten razlog, da bi se poglobili v dokaz. Le zakaj bi se ob nekem izreku poglabljali v dokaz (ki ga nemara komajda ali pa sploh ne razumejo), če pa je pravilnost trditve splošno sprejeta in jo je preverilo na stotine matematikov.

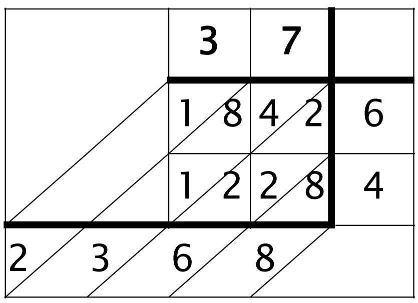
Za trditve, ki so bodisi nepomembne ali pa se o njih vsi strinjamo, običajno ne čutimo potrebe po dokazovanju njihove pravilnosti. To potrebo pa začutimo, kadar se soočimo z razlogi ali pomisleki o pravilnosti kake pomembne trditve. To ni nekaj novega: izredno lepo so to razdelali sholastični filozofi, ki so svoje teze utemeljili tako, da so najprej navedli argumente nasprotne teze, nato dokazali svojo tezo in na koncu še ovrgli prej predstavljene argumente nasprotne teze. Šele ko za dano trditev vidimo alternativno možnost in tudi argumente zanjo - šele tedaj postane utemeljevanje zares smiselno in pomembno. To je tudi v skladu s sodobno kognitivno teorijo (Orton, 2004), kjer pri učenju ne gre le za to, da učenec spozna neko novo dejstvo. Vsaj toliko je pomembno tudi to, da učenec uvidi, zakaj drugače ne more biti oz. da uvidi, da njegova morebitna napačna predstava ni ustrezna. Ne nazadnje tudi Bruner poudarja pomen kontrasta pri odkrivanju: trditev dobi pravi pomen šele, ko uvidimo, da pri nekaterih spremenjenih pogojih ne drži. Naj navedemo nekaj primerov, ko pred utemeljitvijo trditve lahko učence soočimo z protiargumenti.
Že na razredni stopnji se učenci srečajo z zakonom zamenljivosti za vsoto (naravnih) števil, torej $a + b = b + a$. Toda: ali je vseeno, če pri kosilu krompirju sledi sladica ali če sladici sledi krompir? Je 'enako', če zlijem kislino v vodo ali če vodo zlijem v kislino? Prav obravnava navedenih protiargumentov lahko pomembno izboljša ali celo popravi razumevanje pojma števila in operacije vsote.
Ena od 'klasičnih napak' učencev pri razumevanju ploščine je trditev, da je ploščina paralelograma enaka produktu dolžin njegovih stranic ($p = a \cdot b$), kar seveda nasploh ne drži. Toda: Denimo, da si predstavljamo obseg pravokotnika kot okvir, ploščino pravokotnika pa kot opno iz milnice v okvirju. Če nato pa okvir deformiramo, tako da postane paralelogram, se seveda stranice in obseg okvirja ne spremenijo, prav tako tudi ne ploščina, saj ni 'nič milnice ušlo iz okvirja'. Ali pa: če pogledam okno od strani, vidim paralelogram. Ploščina okna pa se ne spremeni, če ga gledam postrani in je torej enaka produktu stranic. Tudi v tem primeru je razmislek o gornjih argumentih lahko priložnost za razjasnitev pojma ploščine, utemeljitev pravilnosti pri obravnavi ploščine paralelograma pa tako postane pomembnejša.

Prepričljivost in formalnost utemeljitve
Prepričljivost utemeljitve dosežemo s predstavitvami, ki se dobro ujemajo z učenčevimi predhodnimi prepričanji, izkušnjami in predhodnim znanjem. Prepričljivost utemeljitve je torej subjektivna: neka utemeljitev koga lahko prepriča, nekoga drugega pa ne. Formalnost utemeljitve pa, po drugi strani, razumemo kot skladnost s preverljivimi in v krogu matematikov dogovorjenimi načini utemeljevanja. Tako pri prepričljivosti kot pri formalnosti utemeljitve ne gre za dihotomne značilnosti utemeljitve. Torej govorimo o večji in manjši prepričljivosti oz. formalnosti. Že Bruner ugotavlja, da nasploh dosežemo večjo prepričljivost z enaktivnimi predstavitvami (predstavitve, ki temeljijo na podoživljanju dogodkov), po drugi strani pa so formalne utemeljitve izvajane v simbolnem kontekstu in so zato pogosto manj prepričljive. Kot bo razvidno v nadaljevanju, pravkar povedano ni pravilo.

Značilni načini utemeljevanja
V nadaljevanju bomo predstavili nekaj značilnih načinov utemeljevanja, ki se jih poslužujemo pri obravnavi v šolski matematiki. Posamezne načine bomo ponazorili s primeri in ob tem razmislili o prepričljivosti in o možni vlogi predstavljene utemeljitve.

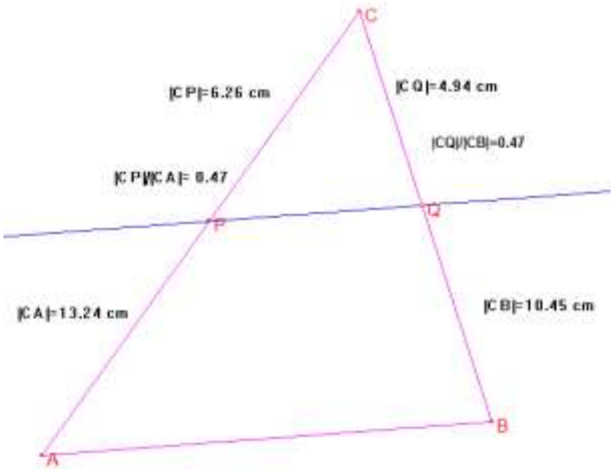
Utemeljitev s primeri
Kot pove samo ime, utemeljitev s primeri temelji na več primerih, ki naj bi potrjevali določeno trditev. Da bi trditev dokazali na ta način, moramo seveda preveriti prav vse primere. To seveda največkrat ni mogoče, tako da se pri pouku omejimo na nekaj primerov, ki so včasih izbrani slučajno, včasih po nekem vzorcu, včasih pa so premišljeno izbrani. Kot rečeno, na osnovi nekaj primerov trditve nasploh ne dokažemo v splošnosti.
Oglejmo si, kot zgled, zakon zamenljivosti za množenje (naravnih) števil. V razredu ta zakon utemeljimo s primeri tako, da za nekaj parov števil zmnožimo prvega z drugim in drugega s prvim. Na Sliki 1 (levo) sta predstavljena tovrstna računa, ki dasta enak rezultat. Če v razredu napravimo več podobnih primerov, lahko učenci to doživijo kot zelo prepričljiv argument za zakon zamenljivosti, dejansko pa taka utemeljitev nima kake verifikacijske vrednosti. Računa na levi tudi ne pojasnita, zakaj dobimo obakrat enak rezultat, saj v osrednjih vrsticah nastopajo povsem drugačna števila. Očitno je neznaten tudi komunikacijski in raziskovalni pomen take utemeljitve. Na desni strani Slike 1 pa je predstavljen račun enakega zmnožka z Napierovo metodo množenja. V tem primeru je zamenljivost faktorjev dokaj razvidna iz algoritma. Zato ima preverjanje s takim izračunom večjo verifikacijsko vrednost. A utemeljevanje s primeri je največkrat zelo pomembno iz povsem drugega razloga: primeri predvsem omogočajo učencem, da bolje razumejo, za kaj sploh gre pri obravnavani trditvi.

```
37*64      64*37
-----      -----
 222        192
  148        448
-----      -----
 2368       2368
```



Slika 1

Utemeljevanje s primeri uporabljamo, nemara ne da bi se tega zavedali, tudi pri utemeljevanju geometrijskih trditev s programi dinamične geometrije. Na Sliki 2 je prikazano, kako s programom dinamične geometrije preverimo Talesov izrek: *Če vzporednica stranici trikotnika seka ostali dve stranici, potem ju deli v enakem razmerju*. Za konkreten načrtani trikotnik in dano vzporednico eni od stranic izračunamo razmerji, opisani v izreku, in ju primerjamo. Z vlečenjem izbranih točk nato spreminjamo obliko trikotnika in položaj vzporednice, pri tem pa opazujemo ali se izračunani razmerji ujemata. Čeprav zaradi uporabe programa to ni neposredno razvidno, gre pri tovrstnem utemeljevanju za preverjanje primerov. Teh je seveda veliko in so med seboj lahko zelo raznoliki, zato je verifikacijska vrednost utemeljitve večja, kot če bi preverili le nekaj primerov, ne moremo pa govoriti o dokazu. Opisana utemeljitev z uporabo dinamične geometrije ne pojasnjuje, zakaj velja Talesov izrek, omogoča pa raziskovanje pogojev veljavnosti izreka, saj je konstrukcijo možno preprosto spreminjati.



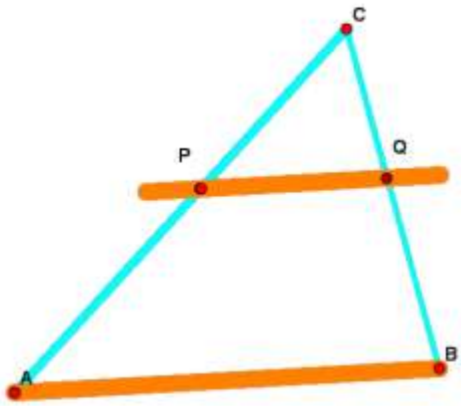
Slika 2

Utemeljevanje z vpogledom

Pri utemeljitvi z vpogledom dosežemo razvidnost obravnavane trditve s premišljenim načinom predstavitve nastopajočih pojmov. Gre torej za izrazito neformalno utemeljitev, ki je ob primernih predstavitvah pojmov lahko nadvse prepričljiva.
Omenili smo že zakon zamenljivosti za vsoto (naravnih) števil. Na levem delu Slike 3 je predstavljena vsota 3 + 5. Predstavitev temelji na ordinalnem pojmovanju števila: število 3 smo predstavili s tremi rumenimi kockami, vsoto pa smo predstavili z dodajanjem modrih kock v desni smeri, zato je na Sliki 3 na levi predstavljena vsota 3 + 5. A če to zaporedje kock postavimo med dva učenca (Slika 3 desno), bo isto predstavitev vsote eden videl kot 3 + 5, drugi pa kot 5 + 3. Število kock je v obeh primerih enako, torej je 3 + 5 = 5 + 3. Povedano očitno ne velja le za števili 3 in 5, temveč za katerikoli (naravni) števili. Opisana utemeljitev je zelo prepričljiva in tudi dobro pojasnjuje zamenljivost. Podobno lahko utemeljimo zamenljivost množenja s pravokotnim vzorcem kock.

Slika 3

Kako pa bi utemeljili že omenjeni Talesov izrek z vpogledom? V izreku nastopa pojem enakega razmerja dolžin. Razmerje dolžin lahko predstavimo z elastičnim trakom z označenimi točkami. Če trak raztegujemo, se razmerja nastopajočih dolžin ohranjajo. Zato lahko Talesov izrek (pravzaprav njegov obrat) predstavimo takole (Slika 4): Kraka AC in BC predstavimo z elastičnima trakovoma, katerih eno krajišče pritrdimo na letvico, ki predstavlja osnovnico AB. Na krakih označimo točki P in Q, tako da ti točki delita oba kraka v enakem razmerju. Če sedaj kakorkoli pomikamo točko C, pri čemer elastična trakova, ki predstavljata kraka, poljubno raztegujemo, opazimo, da je zveznica med točkama P in Q vedno vzporedna osnovnici. To zveznico lahko ponazorimo z dodatno letvico, ki je poteka skozi P in Q. Opisani model, v katerem sta letvici ob spreminjanju oblike trikotnika vedno vzporedni, deluje kot nek čarovniški trik. Zato model ne pojasnjuje Talesovega izreka, prej velja obratno: Talesov izrek pojasnjuje, zakaj sta letvici na modelu stalno vzporedni.

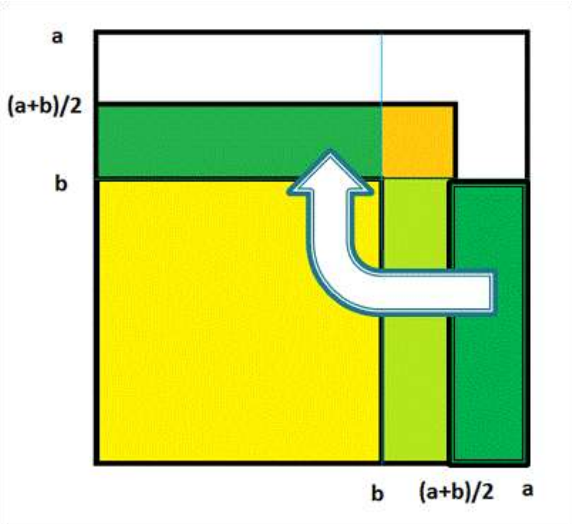


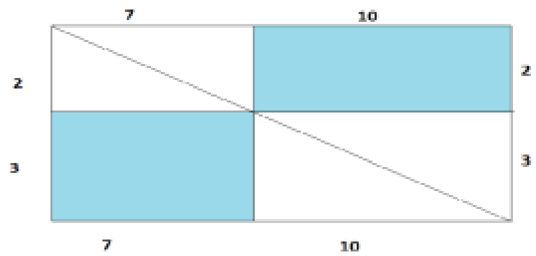
Slika 4

Vizualni dokazi

Vizualne dokaze odlikuje neposrednost in prepričljivost. Ti dokazi temeljijo na slikovnem prikazu (sliki ali animaciji), namen slike pa ni ponazoritev trditve, temveč njena utemeljitev. Vizualni dokazi so praviloma zelo domiselni in včasih ob sliki sploh ni potrebna razlaga ali opis.

Slika 5 (levo) je vizualni dokaz trditve, da je geometrijska sredina dveh pozitivnih števil manjša ali enaka aritmetični sredini teh števil. Za pozitivni števili a in b torej vedno velja $\sqrt{ab} \leq (a + b)/2$. Na sliki je kvadrat s stranico a, v njem manjši kvadrat s stranico b, med njima pa kvadrat s stranico $(a + b)/2$. Na sliki poiščimo pravokotnik s stranicama a in b ter kvadrat s stranico $(a + b)/2$ ter primerjajmo njuni ploščini. Sicer pa slika pove vse. A slika ni le prepričljiva utemeljitev trditve, da je geometrijska sredina dveh števil manjša ali enaka njuni aritmetični sredini. Iz slike lahko tudi razberemo, kdaj sta si sredini enaki in kdaj je aritmetična sredina strogo večja od geometrijske. Prisotne so torej verifikacijska funkcija, pojasnjevalna in tudi raziskovalna funkcija. Toda, ali je vizualni dokaz že pravi 'matematični' dokaz? Nasploh je odgovor nikalen: slika je v vsakem primeru predstavitev vsebine trditve, predstavitev pa ne dokazuje predstavljenega. Povedano drugače: slika lahko zavaja. Preprost primer (priredili smo ga po učbeniku (Legiša, 2000)), ki 'dokazuje', da je 20 = 21, prikazuje Slika 5 (desno). Kot je 'razvidno', diagonala deli pravokotnik na dva skladna pravokotna trikotnika. Vsakemu od njiju smo odvzeli po dva paroma skladna pravokotna trikotnika, kot je prikazano na Sliki 5 (desno). Preostala pravokotnika sta zato ploščinsko enaka, pri čemer prvi meri 21 enot, drugi pa 22 enot. Seveda nas je zavedla slika. Poznanih je še veliko podobnih, pravzaprav še bolj zagonetnih primerov, ko slika zelo prepričljivo 'dokazuje' nekaj, kar zagotovo ne velja. A to ne zmanjšuje vrednosti vizualnih dokazov. Če je možno vizualni dokaz formalizirati, potem gre za pošten dokaz, ki je predstavljen na duhovit, neposreden in privlačen način in je zato zelo dobrodošel v šolskem okolju.

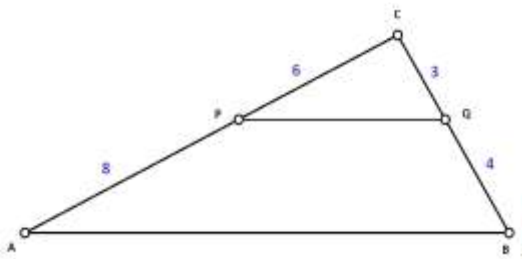


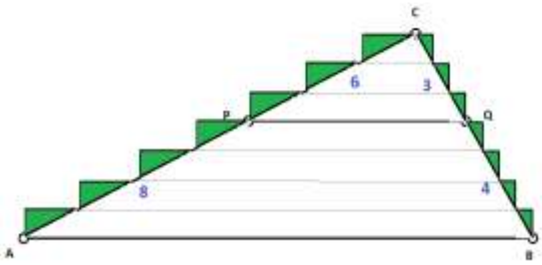


Slika 5

Generični dokaz

Generični dokaz je dokaz, izveden na konkretnem primeru. Dokazujemo torej konkreten primer, vendar je pri tem razvidno, da utemeljitev velja v vsakem primeru. Ker je generični dokaz izveden na konkretnem primeru, ja nasploh lažje razumljiv kot splošen dokaz.
Ilustrirajmo tovrstni način dokazovanja na primeru Talesovega izreka. Zamislimo si trikotnik (Slika 6 levo), katerega osnovnica je vodoravna, ostali stranici pa merita 7 in 14 enot. Od oglišča C odmerimo na vsakem kraku 3/7 dolžine stranice. Pokazati želimo, da nastali točki P in Q določata daljico, ki je vzporedna osnovnici, torej vodoravna. Res! Razdelimo vsako od poševnih stranic trikotnika na 7 skladnih delov in ob njih napravimo pravokotne trikotnike (kot neke vrste stopnice z vodoravnimi in navpičnimi katetami, Slika 6 desno). Zlahka pokažemo, da so dolžine navpičnih katet vseh teh trikotnikov med seboj skladne in da vodoravne katete zaporednih trikotnikov na levi in desni ležijo na skupnih premicah, ki so vzporedne osnovnici. Tretja od teh vzporednic, gledano od točke C navzdol, poteka skozi točki P in Q, zato je zveznica PQ vzporedna osnovnici.





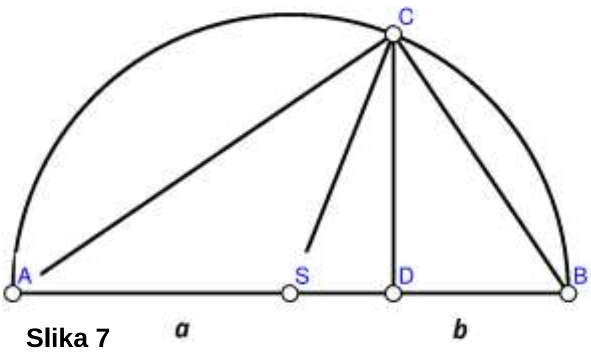
Slika 6

V gornjem odstavku smo z uporabo neformalnega besednjaka želeli prikazati, da je utemeljitev mogoče razumljivo predstaviti že učencem na razredni stopnji, argument pa dopušča dodelavo v povsem neoporečen dokaz. Narava utemeljitve pa je taka, da jo razvidno lahko priredimo za vsak primer, kadar točki P in Q delita stranici trikotnika v razmerju, ki ga lahko zapišemo kot ulomek. Opisana utemeljitev, ki je običajno uporabljena tudi v naših učbenikih, ima ob omenjeni omejitvi ustrezno verifikacijsko vrednost, predvsem pa zelo lepo pojasni, zakaj izrek velja.

Formalni dokaz

Formalni dokazi so v bolj ali manj poenostavljeni obliki tudi prisotni v šolski matematiki. Načeloma morajo biti povsem neoporečni, temeljiti morajo zgolj na formuliranih predpostavkah in deduktivnih sklepih iz predhodno utemeljenih trditev. Ti dokazi zatorej ne morejo temeljiti na ponazoritvah. Zaradi simbolnih predstavitev (nesimbolne so lahko le v pomoč), so lahko težje razumljivi, a to ni pravilo. Spomnimo se vsakemu otroku nadvse razumljive utemeljitve z vpogledom zakona o zamenljivosti za vsoto naravnih števil. Formalni dokaz tega zakona, izpeljan iz Peanovih aksiomov, je tako zapleten, da zagotovo presega srednješolsko raven matematike. Po drugi strani je formalni dokaz trditve, da je geometrijska sredina dveh pozitivnih števil vedno manjša ali enaka njuni aritmetični sredini, tako preprosta, da jo zmore izvesti z nekaj algebrajske manipulacije izvesti že kak devetošolec in vsak srednješolec (Slika 7 levo). desno).

$$
\begin{aligned}
\sqrt{a\cdot b} &\le \frac{a+b}{2}\\
2\cdot\sqrt{a\cdot b} &\le (a+b)\\
4\cdot a\cdot b &\le (a+b)^2\\
4\cdot a\cdot b &\le a^2+2\cdot a\cdot b+b^2\\
0 &\le a^2-2\cdot a\cdot b+b^2\\
0 &\le (a-b)^2
\end{aligned}
$$



Slika 7

Dokažimo trditev o geometrijski in aritmetični sredini dveh pozitivnih števil še drugače (Slika 7 desno). Za dani pozitivni števili a in b obstaja daljica AB in na njej točka D, tako da velja $|AD|=a$ in $|DB|=b$. Pravokotnica na AB v točki D naj seka polkrog nad AB v točki C. Če je S središče polkroga nad AB, potem je $|SC| = (a + b)/2$. Po Talesovem izreku o polkrogu je trikotnik ABC pravokoten in zanj velja višinski izrek, torej $|DC|=\sqrt{(ab)}$. Če sta točki D in C različni, je SDC pravokotni trikotnik in v njem je hipotenuza SC zagotovo daljša od katete DC. Če pa se točki D in C ujemata, daljici SC in DC sovpadata. V vsakem primeru torej velja $|DC|\le|SC|$ oziroma $\sqrt{(ab)} \le (a + b)/2$.

Oba gornja dokaza verificirata obravnavano trditev. Prvi se naslanja na poznavanje algebre in algebrajsko manipulacijo, drugi pa povezuje več geometrijskih izrekov, tako da lepo udejanja povezovalno funkcijo dokaza. Geometrijski dokaz, ki je sicer zahtevnejši, bolje pojasnjuje, zakaj velja obravnavana trditev. En in drugi dokaz pa omogoča raziskovanje, npr. kdaj velja enakost in kdaj stroga neenakost.

Zaključek

V prispevku smo se omejili na dokazovanje pri obravnavi vsebin v šolski matematiki. Povezali smo tri vidike dokazovanja. Prvi vidik je namen dokazovanja, ki v šolski matematiki nikakor ni le verifikacija obravnavanih trditev. Drugi vidik je prepričljivost in formalnost utemeljitve. Tretji vidik pa je način dokazovanja. Pri izbiri načina utemeljevanja učitelj izbira med vrsto različnih načinov dokazovanja: od preprostega preverjanja do formalnega dokaza. Pri izbiri načina utemeljevanja je potrebno biti pozoren na predhodno znanje učencev oz. dijakov, zahtevnost utemeljitve in prepričljivost utemeljitve. Predvsem pa se moramo vprašati, kakšna naj bo vloga utemeljitve oz. dokaza, ki ga želimo predstaviti. Skrbeti moramo, da so v učnem procesu ustrezno zastopani vsi nameni utemeljevanja in dokazovanja.

Viri

1. Hanna, G. (2000): Proof, Explanation and Exploration: an Overview. Educational Studies in Mathematics 44**:** 5–23.
2. Herbst, P. G. (2002): Establishing a Custom of Proving in American School Geometry: Evolution of the Two-Column Proof In The Early Twentieth Century, Educational Studies in Mathematics 49**,** 283–312.
3. Legiša, P. (2000): Matematika 1. Geometrija v ravnini. DZS, Ljubljana..
4. Mason, J., Burton, L., Stacey, K. (1982): Thinking mathematically*.* Addison-Wesley Publishing Company, Wokingham.
5. Nelsen, R. B. (1993): Proofs Without Words*.* MAA Service Center, Washington.
6. OECD (2006). Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy. A Framework for PISA 2006. http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2006/37464175.pdf (20. 8. 2012).
7. Orton, A. (2004): Learning Mathematics. Issues, Theories and Classroom Practice. Continuum, London.
8. Reid, D. A., Knipping, C. (2010): Proof in Mathematics Education. Sense Publishers, Rotterdam.
9. Tall, D. ed. (1991): Advanced Mathematical Thinking, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
10. MZSŠ RS (2007): Srednje strokovno izobraževanje. Katalog znanja. Matematika. http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2011/programi/SSI/KZ-IK/KZ_MAT_SSI_383_408.pdf (20. 8. 2012).
11. RS (2008): Učni načrt. Gimnazija. Matematika. http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/gimnazija/ucni_nacrti.htm (20. 8. 2012).
12. MZSŠ RS (2011): Program osnovna šola. Matematika. Učni načrt. http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (20. 8. 2012).

JE KVADRAT LIK ALI OKVIR?
Is Square a Figure or a Frame?

dr. Alenka Lipovec, Pedagoška fakulteta, Univerza Maribor

alenka.lipovec@uni-mb.si

Povzetek
Predstavljena bo opredelitev t. i. znanja za poučevanje, ki znanstvenike določenega področja razlikuje od učiteljev tega področja. V kontekstu matematike gre za amalgam matematičnega znanja, didaktičnega znanja in poznavanja šolskega konteksta. V prispevku bodo predstavljene tri raziskave, ki znanje za poučevanje osvetljujejo skozi primere po celotni vertikali. Odmevna raziskava o razlikah med znanjem ameriških in kitajskih učiteljev razrednega pouka poudarja, da ameriški učitelji težje kontekstualizirajo preproste simbolne zapise, imajo večje težave pri poglobljenem razumevanju tradicionalnih algoritmov in težje definirajo temeljne koncepte kot kitajski učitelji. Na ameriško raziskavo navezana slovenska raziskava o znanju bodočih slovenskih učiteljev matematike s področja iskanja podkonceptov pri računskih operacijah z ulomki in decimalkami ugotavlja, da iskanje podkonceptov oz. razstavljanje učnih ciljev ni kompetenca, ki za bodoče učitelje pride "naravno", še posebej ne v nepodpornih kontekstih. Rezultati slovenske študente namreč postavljajo ob bok ameriškim. Podrobneje bo opisana slovenska raziskava s področja geometrije, ki posega na področje dojemanja eno-, dve- in tridimenzionalnih geometrijskih oblik po celotni vertikali. Rezultati vseh raziskav kažejo, da je matematično učenje za poučevanje merljivo, kar pomeni, da lahko z raziskavami s tega področja vplivamo na učinkovitost programov izobraževanja učiteljev.

Ključne besede: znanje za poučevanje, tradicionalni algoritmi, ulomki, geometrija, dimenzije.

Abstract
Content pedagogical knowledge is the leading topic of the presented paper. This knowledge is unique and it distinguishes a teacher from a scientist. In case of mathematics it can be viewed as amalgam of mathematical knowledge, didactical knowledge and acquaintance with school context. Results of three empirical studies will be presented. Results highlight content pedagogical knowledge throughout the whole school vertical. Resounding study contrasting American and Chinese elementary teachers pointed out, American teachers' problems with contextualization of basic symbolic representations, deep understanding of traditional algorithms and evidencing fundamental concepts. Slovenian mathematical teachers were participating in the study regarding fractions and decimals calculations. Results of the American study were used as a mirror, showing that, the Slovenian preservice mathematics teacher is in the field of unpacking learning goals into their constituent parts, similar to American colleague. Unpacking mathematical learning goals is not a tendency that comes "naturally" to pre-service teachers, especially in non-supporting contexts. The third study is dealing with geometrical concepts, more concretely with distinguishing one-, two- or three dimensional objects. The results of all studies show, that content pedagogical knowledge is measurable, and as a result it can improve the effectiveness of teacher training programmes.

Key words: content pedagogical knowledge, traditional algorithms, fractions, decimals, geometry, dimensions.

Uvod

Koncept didaktičnega znanja vsebine (angl. *Pedagogical Content Knowledge*, PCK) je prvi predlagal Shulman (1986). Opisal ga je kot znanja predmeta, znanja didaktike in poznavanja šolskega konteksta. PCK je edinstvena za učitelje in razlikuje npr. učitelja matematike od matematika znanstvenika. Znanje izkušenih učiteljev matematike o matematiki je organizirano s perspektive poučevanja in se uporablja kot osnova za pomoč učencem pri razumevanju določenih konceptov. Znanje matematika, na drugi strani, pa je organizirano z raziskovalne perspektive in je uporabljeno kot podlaga za izgradnjo novega znanja na tem področju (Veal, MaKinster, 1999). PCK torej združuje znanje didaktike in znanje o vsebini predmeta.

Pri matematiki vsebinsko znanje predstavlja znanje matematike, strokovno oziroma didaktično znanje pa znanje didaktike matematike. Do sedaj je veljalo, da je znanje specialne/predmetne didaktike poseben primer znanja splošne didaktike, a raziskave kažejo, da načela splošne didaktike niso nujno direktno prenosljiva na različna predmetna področja, kar je za matematiko ugotovil npr. DeBock s sodelavci (2007), ki je empirično zaznal negativni vpliv napotka o vizualizaciji (risanju skic). V zadnjih dveh desetletjih so raziskovalci s področja izobraževanja bodočih učiteljev matematike razširili pojem PCK. Na podlagi Shulmanovega koncepta je Ballova s sodelavci (Ball, D. L., Thames, M. H., Phelps, G. (2008): Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, Vol. 59, str. 389-407. Hill, H. C., Ball, D. L., Schilling, S. G. (2008): Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 39, No. 4, str. 372– 400.) opisala naslednje komponente: splošno matematično znanje, ki ga pridobi večina izobraženih ljudi (angl. *common content knowledge*, CCK), specializirano matematično znanje, ki je edinstveno in nujno za poučevanje matematike (angl. *specialized content knowledge*, SCK), znanje, ki združuje znanje matematike in poznavanje učencev (angl. *knowledge of content and students*, KCS), znanje, ki združuje znanje matematike in znanje didaktike matematike (angl. *knowledge of content and teaching*, KCT) in poznavanje učnega načrta. (Slika 1).

Slika 1: Razdelan Shulmanov model

Zgornje štiri komponente si lahko ogledamo na primeru odštevanja večmestnih števil (npr. 721 – 263). Pričakujemo, da dobro izobraženi odrasli vedo, kako opraviti izračun oz. pridobiti razliko, zato se to nanaša na CCK. Tretja komponenta vključuje učiteljevo vedenje

o tipičnih napakah kot je npr. odštevanje manjše od večje števke. Učitelji morajo znati tudi pomagati učencem pri odpravljanju teh napak, kar spada pod KCT (učitelj pomaga učencu, da sam ugotovi, kje je naredil napako). SCK pa predstavlja matematično znanje, ki je nad tistim, ki se pričakuje od vseh dobro izobraženih odraslih oseb, toda ne zahteva poznavanja učencev ali znanja poučevanja. V našem primeru učitelj razume, *zakaj* odštevamo 3 od 11 oz. zakaj 6 prištejemo 1 in nato odštevamo od 12.
V slovenskem prostoru še ni jasno, ali gre za pomembno in potrebno znanje; mednarodne raziskave (npr. Liping, 1999) pa potrjujejo pozitivno korelacijo med dobrim SCK in učinkovitim poučevanjem za razumevanje. V nadaljevanju bomo predstavili tri raziskave s tega področja. Posebej se bomo posvetili nalogam, ki so bile zastavljene učiteljem in nekoliko manj primerjalnim rezultatom. Osnovni namen prispevka je torej reflektivno razmišljanje bralca, ki ga v ta namen spodbujamo, da se nalog loti, preden prebere nadaljevanje.

Učitelji razrednega pouka na Kitajskem in v ZDA
Matematično znanje za poučevanje so mnogi želeli izmeriti. Najbolj odmevna raziskava je gotovo primerjava ameriških in kitajskih učiteljev razrednega pouka, ki jo je opravila Liping, M. (1999): Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States. LEA, New Jersey., ki govori o poglobljenem znanju zgodnje matematike (angl. *profound understanding of fundamental mathematics,* PUFM). PUFM je več kot zdravorazumsko konceptualno razumevanje zgodnje matematike - gre za zavedanje konceptualnih struktur in temeljnega odnosa do matematike ter sposobnost prenašanja tega na učence. Zdi se, da je PUFM pri učiteljih, ki poučujejo v ZDA, bistveno slabše kot pri učiteljih, ki poučujejo na Kitajskem. Kitajski učitelji bolj poglobljeno vedo, »zakaj« npr. algoritmi delujejo tako, kot delujejo, kar smo že opisali na primeru pisnega odštevanja. Bolj so sposobni opisati temeljno znanje (pisnemu množenju z dvomestnim številom bi posvetili več časa kot množenju z enomestnim ali tromestnim številom). V tem primeru je bil učiteljem predstavljen naslednji scenarij:

> *Nekateri učitelji opažajo, da več učencev pri množenju trimestnih števil ne »zamika« delnih zmnožkov. Kaj bi predlagali tem učiteljem?*

Samo 30 % učiteljev iz ZDA je menilo, da je potrebno poglobiti razumevanje delovanja algoritma oz. razumevanje koncepta mestne vrednosti, grupiranja in distributivnostnega zakona, kar je bila strategija, ki jo je predlagalo 92 % kitajskih učiteljev. Vsi kitajski učitelji so poudarjali, da je temeljni element znanja množenje z dvomestnim številom. Tretji scenarij govori o sposobnosti učitelja, da pojem prikaže skozi raznolike reprezentacije. Scenarij je naslednji:

> *Poučujete deljenje ulomkov. Da bi pojem pridobil na smiselnosti, učitelji včasih podajo besedilno nalogo, ki opisuje življenjski primer. Kaj menite, katera zgodba bi bila primerna za primer* $1\frac{3}{4}:\frac{1}{2}$ *?*

Manj kot polovica (43 %) učiteljev iz ZDA je bila sposobna izvesti računski postopek, kitajski učitelji niso imeli s proceduro nobenih težav. Tudi tisti ameriški učitelji, ki so količnik znali izračunati, niso bili sposobni predstaviti besedilne naloge. Večina jih je predstavila naloge, kjer je šlo za deljenje z 2 in ne za deljenje z $\frac{1}{2}$ (npr. Imamo $1\frac{3}{4}$ pice ter jo razdelimo med dva otroka). Samo en učitelj je bil sposoben povedati konceptualno čisto nalogo, ki pa je bila pedagoško problematična, ker je vsebovala kot rezultat $3\frac{1}{2}$ osebe (Imam $1\frac{3}{4}$ kolača

in vsakemu otroku želim dati $\frac{1}{2}$ kolača. Koliko otrok lahko dobi kolač?). Velika večina kitajskih učiteljev (90 %) je bila sposobna povedati zgodbo, celo več zgodb na to temo. Uporabljali so tri modele deljenja: merjenje oz. kvocientno deljenje (Vsak dan zgradimo $\frac{1}{2}$ km ceste. Koliko dni gradimo $1\frac{3}{4}$ km?), razdeljevanje oz. partitivno deljenje (Polovica škatle tehta $1\frac{3}{4}$ kg, koliko tehta cela škatla?) in produkt količin (Ploščina pravokotnika meri $1\frac{3}{4}$ cm, ena stranica meri $\frac{1}{2}$ cm, koliko meri druga stranica?).
V zadnjem primeru je scenarij sledeč:

Predstavljajte si, da eden izmed vaših učencev pride vas navdušen v razred in pove, da je odkril, da če se obseg lika povečuje, se povečuje tudi ploščina. Učenec svojo ugotovitev utemelji z risbo 4 x 4 in 4 x 8 pravokotnikov. Kako ravnati?

Približno enak delež (nekaj manj kot 10 %) ameriških in kitajskih učiteljev je trditev sprejel kot pravilno. Med ostalimi pa je prišlo do večjih razlik. Ameriški učitelji bi v veliki večini pomoč poiskali najprej npr. v učbeniku, pri učiteljih na predmetni stopnji in šele nato bi odgovorili učencu. Kitajski učitelji pa bi samostojno skupaj z učencem iskali protiprimer, sistematično raziskovali možnosti ali natančno definirali pogoje, v katerih bi trditev lahko držala. Čeprav je SCK široko raziskovan v mednarodnih vodah (posvečena mu je tudi konferenca SEMT leta 2011), pa si v slovenskem področju šele utira pot. Predstavljene scenarije smo neformalno predelali tudi s slovenskimi bodočimi učitelji matematike. Rezultati niso bili natančno obdelani, občutek pa pravi, da so slovenski študenti bolj podobni ameriškim kot kitajskim učiteljem.

Bodoči učitelji matematike v Sloveniji in ZDA
Predstavili bomo SCK slovenskih bodočih učiteljev matematike na vsebinskem sklopu racionalnih števil (Lipovec, Ferk, 2012). Raziskava je primerljiva z raziskavo Morrisa, Hieberta in Spitzerja (2009) na vzorcu ameriških bodočih učiteljev matematike. Bodočim učiteljem smo zastavili naloge, ki so zahtevale predvidevanje idealnega odgovora, ocenjevanje učenčevega pravilnega dela, vrednotenje nepravilnega odgovora učencev in analiziranje učne ure. Opazovali smo, ali so v teh kontekstih bodoči učitelji sposobni razbiti koncept npr. seštevanja ulomkov na podkoncepte, kar učitelju pomaga pri operativizaciji cilja. Osvetlimo s primerom. Če mora učenec primerjati dva ulomka, so podkoncepti, ki jih mora poznati, naslednji: količina je opredeljena kot 1, zaradi razdelitve 1 v *n* enakih delov dobimo enote velikosti $\frac{1}{n}$, števec predstavlja število enot velikosti $\frac{1}{n}$, količine so lahko zapisane z ekvivalentnimi ulomki.
Scenarij pri vrednotenju nepravilnega odgovora temelji na uporabi kompleta za ulomke in vključuje problem, kjer učenci razmišljajo o tem, ali bi raje imeli $\frac{6}{10}$ € ali $\frac{4}{5}$ €. Študenti najprej preberejo opis ure in nato odgovorijo na vprašanje.

Nika je podala napačen odgovor. Rekla je: »Hočem $\frac{6}{10}$. Je večje.« in narisala sliko  *. Česa Nika ne razume pri primerjavi ulomkov?*

Scenarij pri ocenjevanju pravilnega odgovora (seštevanje decimalk) je bil sledeč:

Podana je naloga: Sara je imela dva kosa vrvi. En kos je dolg 0,08 metra, drugi kos pa 0,06 metra. Kako dolgo vrv ima Sara? Maja je napisala: »Zapomnila sem si, da je 0,01 metra enako kot centimeter. Torej sem vzela ravnilo in nekaj preje. Uporabila sem ravnilo, da sem odrezala dva kosa preje. En je bil dolg 8 centimetrov, en pa 6 centimetrov. Kosa sem združila in uporabila ravnilo, da sem ugotovila, koliko je rezultat.«

Nika je verjetno primerjala le števca, kar kaže na nerazumevanje koncepta celote. Kljub temu, da se je kar 88 % bodočih učiteljev nanašalo na idejo celote v drugih kontekstih (pri karo papirju, pri denarju, itd …), se je le 15 % bodočih učiteljev nanašalo na podkoncept, ko so analizirali Nikin odgovor. Pri analizi pravilnega odgovora je bila situacija še slabša: 41 % študentov se ni nanašalo na noben podkoncept, pri analizi nepravilnega odgovora pa je bilo takih študentov le 15 %. Očitno bodoči učitelji lažje razdelajo učni cilj z opredelitvijo posameznih podkonceptov, ko analizirajo napačne odgovore. Sklepamo, da je večino bodočih učiteljev zmotila pravilnost Majinih odgovorov, čeprav so kazali zelo malo razumevanja. Rezultati prejšnje naloge nakazujejo, da so bodoči učitelji poskušali razstaviti učni cilj, ko je učenec podal nepravilen odgovor. To podpira ugotovitev, da bodoči učitelji lahko identificirajo posamezne podkoncepte, ko je kontekst podporen: nepravilni odgovori učencev kažejo, da je nekaj narobe, zato hitro razstavijo matematične ideje, da prepoznajo vir težav. Pri pravilnih odgovorih učencev pa ni izrecnega nanašanja na podkoncepte in identifikacijo podkonceptov. V zadnjem času je bila večkrat omenjena uporabnost nepravilnih odgovorov učencev za načrtovanje učne poti. Zdi se, da bi bilo potrebno večjo pozornost posvetiti tudi analizi pravilnih odgovorov, kar za sedaj ostaja odprt problem.
Pri analiziranju učne ure naloga od bodočih učiteljev zahteva, da preberejo besedilo učne ure, kjer seštevamo ulomke. Besedilo je razdeljeno na dva segmenta. V prvem gospa Golob obrazloži običajen postopek za seštevanje ulomkov enakih imenovalcev. Učenci podajo pravilne odgovore, toda ker poznajo postopek, njihovi odgovori zahtevajo malo ali nič obvladovanja učnega cilja. V drugem delu pa gospa Golob poziva učence, da sami ugotovijo, kako sešteti dva ulomka z različnima imenovalcema. Zdi se, da se učenci produktivno borijo s koncepti učnega cilja, vendar ne najdejo pravilnega odgovora. Po branju besedila bodoči učitelji ocenijo učinkovitost lekcije, spremenijo oziroma dopolnijo enega od dveh segmentov ter obrazložijo svojo preureditev.

[začetek drugega segmenta] *Gospa Golob: »Večina vas razume, kako seštevamo ulomke, ko so imenovalci enaki. Kaj se zgodi, če so različni?« Gospa Golob na tablo napiše $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$. »Kaj mislite, kakšen bo odgovor? Zakaj ne delate malo sami na problemu, da vidimo, kaj boste dobili? Dala vam bom nekaj časa. Ne pozabite, lahko narišete slike in uporabite komplete ulomkov.« Po 5 minutah gospa Golob povpraša, alije kdo dobil odgovor. Saša: »Narisala sem čokoladico in jo razdelila na dva dela. Narisala sem še eno čokoladico in jo razdelila na tri dele. Nato sem označila en del na vsaki čokoladi. To mi je dalo dva dela. Vseh delov je pet, zato mislim, da je odgovor $\frac{2}{5}$«. Jaka: »Uporabil sem komplet ulomkov. Vzel sem en rumen kos za polovico in en zelen kos za tretjino. Ko sem ju združil, je bilo, kot da bi bila 1. Mislim, da je 1.« Luka: »Narisal sem sliko in je bilo videti, da je skoraj 1.« Ura se nadaljuje na podoben način, do konca ure učenci ne najdejo rešitve, se ji pa približajo. Gospa Golob napove, da se bodo s problemom ukvarjali še naslednjo uro.*

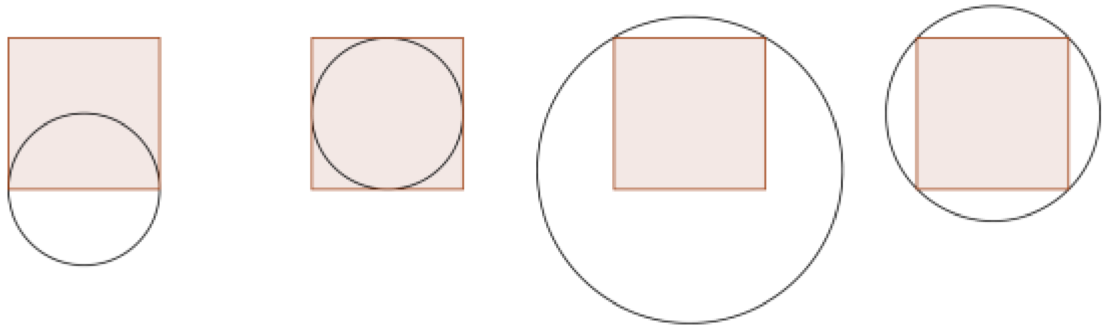
Kar 76 % slovenskih bodočih učiteljev matematike je kot bolj učinkovit segment izbralo drugi, bolj raziskovalno usmerjeni segment, ki pa so ga preuredili tako, da so učenci na koncu izvedeli pravilen odgovor. Že večkrat je bilo zapisano, da je pot reševanja matematičnega problema pomembnejša od rezultata problema in naša šola je vsaj formalno zapisana problemskemu pristopu in razvijanju procesnih znanj. Žal realnost kaže, da se celo bodoči učitelji, ki bodo poučevali še dolga leta, počutijo nelagodno, če rezultat ni eksplicitno podan znotraj šolske ure. V vseh situacijah so se slovenski študenti odrezali podobno dobro (ali slabo) kot njihovi ameriški sovrstniki, ki imajo bistveno slabšo matematično predizobrazbo.

Bodoči učitelji razrednega pouka v Sloveniji

Razlikovanje med geometrijskimi oblikami, tj. različnimi dimenzijami, je pomemben cilj v šoli. V nižjih razredih zato like senčimo in izbiramo težke, neprozorne modele teles. V višjih razredih pa se, posebej pri izbiri enot za površino in volumen, kaže, da imajo učenci težave. Preprosto vprašanje *Kam je izginil kvader po tem, ko smo škatlico razrezali v mrežo?* kaže na deficit na področju zaznavanja dimenzij, zato smo se osredotočili na ta vidik. Motivacija je bila naloga, ki je zapisana v enem izmed slovenskih delovnih zvezkov za 4. razred. Scenarij, ki smo ga predstavili bodočim učiteljem razrednega pouka je bil sledeč:

> *Recimo, da ste učencem 4. razreda dali za domačo nalogo naslednjo nalogo: Nariši krožnico in kvadrat tako, da bosta imela: a) eno skupno točko, b) dve skupni točki, c) štiri skupne točke in d) osem skupnih točk. Naslednji dan pride do vas učenka, ki pove, da je rešila naloge a), b) in c) ter da naloga d) nima rešitve.Opišite, kako bi reagirali.*

Nameravali smo analizirati, ali bodo študenti ugotovili, da d) primer nima rešitve. Težave pa smo lahko zaznali že pri b) in c) primeru (Slika 2).



Slika 2: Pravilni in nepravilni rešitvi b) in c) primerov

Izkazalo se je, da večina študentov kvadrata ne dojema kot lik, ampak ga zaznavajo kot okvir, tj. lomljeno sklenjeno črto. Samo 6 % študentov je namreč učenkin odgovor sprejelo kot pravilen. Dodatno je treba povedati, da so natanko ti študenti pred kratkim pripravljali nastop na temo, kjer je bilo potrebno razlikovati črte, like in telesa. Čeprav so rezultati študentov slabi in nakazujejo dejstvo, da verjetno povratna informacija učiteljev ob tej konkretni nalogi v učbeniku ni najboljša, pa dodajmo, da so nalogo napačno rešili tudi vsi matematiki - znanstveniki. Toda matematik znanstvenik ne bo verjetno nikoli zašel v podobno situacijo, učitelj matematike pa skoraj zagotovo bo.

Zaključek

Predstavljene raziskave kažejo na pomembnost koncepta didaktičnega znanja vsebine. V naporih za izobraževanje učiteljev ga ne moremo spregledati. Če želimo kvalitetno izobražene učitelje, tega ne moremo doseči ne s poglobljenimi vsebinami iz splošne didaktike, ne s poglobljenimi vsebinami iz matematike, kajti znanje, ki ga potrebuje učitelj, je specifično. Jasno je, da se bodoči učitelji tekom študija ne morejo naučiti vsega znanega o razmišljanju učencev na številnih področjih matematike, zdi pa se smiselno, da so seznanjeni z učenčevimi razmišljanji na nekaterih področjih (in da to znanje obstaja tudi na drugih področjih).

Za sedaj raziskave ne govorijo mnogo o tem, kako konkretno izboljšati PCK oz. PUFM. Kitajsko-ameriški primer nakazuje, da če je že osnovnošolsko in srednješolsko izobraževanje kvalitetno, učitelji tudi v nadaljevanju učijo z razumevanjem in poglobljeno. Če pa so šolske izkušnje učiteljev negativne in vezane na instrumentalno učenje postopkov, se taki učitelji tudi sami zatekajo k transmisijskem načinu poučevanja. Za učitelje je namreč profesionalno znanje in praktično poučevanje globoko povezano z njihovimi lastnimi šolskimi izkušnjami (Connelly, Clandinin, 2000). Zato je s spremembo verjetno potrebno začeti na kadrovskih šolah znotraj specialnih didaktik. Do sedaj je znanih nekaj intervencijskih programov v tujini in tudi pri nas (Carpenter in dr., 1999; Veal, MaKinster, 1999; Philipp in dr., 2007; Lipovec, Pangrčič, 2008; Lipovec, Antolin, Lutovac, 2007). Nekateri programi se osredotočajo na poglabljanje znanja specialne didaktike kot npr. CGI (Cognitively Guieded Instructions), kjer so s tem, da so učiteljem uzavestili, kako različne strukture imajo računske operacije, dosegli izboljšanje v načinu poučevanja. Drugi programi izpostavljajo pomembnost posvečanju konkretnim vsebinam pouka oz. didaktični transformaciji vsebine v šolsko obliko. Mnogi programi poudarjajo pomembnost kvalitetnih vodenih praktičnih usposabljanj, kjer študent pride v stik z učiteljem praktikom, ki je v tesni navezi s kadrovsko šolo in izvaja sodoben pouk v timu z didaktikom raziskovalcem. Nekateri programi temeljijo na ideji Summerhilla (učitelji se učijo od učencev), zato bodoče učitelje konfrontirajo z matematično perspektivnimi učenci z namenom preoblikovanja študentskega pogleda na strategije učenja in posledično poučevanja. V zadnjem času so predvsem v skandinavskem svetu zelo zanimive metode biblioterapije, kjer bodoči učitelji skozi narativno terapijo uzaveščajo svoje šolske izkušnje. PCK in PUFM sta zagotovo znanji, ki si jih želi vsak učitelj.

Odprto ostaja vprašanje o tem, kako daleč po vertikali naj bi učitelj posedoval znanje SCK. Zagotovo velja, da mora poglobljeno razumeti vsebine, ki jih poučuje, verjetno pa naj bi posedoval vsaj znanje CCK za naslednjo stopnjo vertikale, tj. razredni učitelj do konca osnovne šole, osnovnošolski učitelj pa do konca srednje šole. Koliko CCK se torej lahko pričakuje od gimnazijskega učitelja, še posebej če ponovno poudarimo, da matematiki raziskovalci ne posedujejo nujno znanja SCK za razredno stopnjo?

Pridobivanje opisanih znanj ni lahko, kajti tako kot pri matematiki kot znanosti velja tudi pri znanjih, ki smo jih opisovali v prispevku, znan rek *Per aspera ad astra*. Je pa po našem mnenju nujno, da se kadrovske šole zavedo, katero znanje potrebujejo učitelji ter da se učitelji zavedo, da je pridobivanje tega znanja nujno potrebno za kvalitetno poučevanje.

Viri

1. Ball, D. L., Thames, M. H., Phelps, G. (2008): Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, Vol. 59, str. 389-407.
2. Carpenter, T.P., Fennema, E., Loef Franke, M., Levi, L., Empson, S.B. (1999): Children’s mathematics. Cognitively guided instructions. VA: National Council of Teachers Of Mathematics. Reston.
3. Connelly, F., Clandinin, D. (2000): Narrative understanding of teacher knowledge, Journal of curriculum and supervision, Vol. 15 , 315-331.

4. De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., Verschaffel, L. (2007): The illusion of linearity: From analysis to improvement. Springer, Rotterdam.
5. Hill, H. C., Ball, D. L., Schilling, S. G. (2008): Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 39, No. 4, str. 372– 400.
6. Liping, M. (1999): Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States. LEA, New Jersey.
7. Lipovec, A., Ferk, E. (2012): Matematično znanje za poučevanje. Pedagoška obzorja, Vol. 27, No. 1/2, str. 53-70.
8. Lipovec, A., Antolin, D., Lutovac, S. (2010): Reflection in pre-service teachers' autobiographies. V: Janik, Tomáš (ur.), Knecht, P. (ur.): New pathways in the professional development of teachers, (Austria, Bd. 7). Wien; Berlin: Lit, str. 222-227.
9. Lipovec, A., Pangrčič, P. (2008): Elementary preservice teachers' change. Acta didactica napocensia, Vol. 1, No. 2, str. 31–36.
10. Philipp, R. A., Amborose, R., Lamb, L. L., Sowder, J. T., Schappelle, B. P., Sowder, L. (2007): Effects of early field experiences on the mathematical content knowledge and beliefs of prospective elementary school teachers: An experimental study. Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 38, No. 5, str. 438–76.
11. Morris, A. K., Hiebert, J., Spitzer, S. M. (2009): Mathematical Knowledge for Teaching in Planning and Evaluating Instruction: What Can Preservice Teachers Learn? Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 40, No. 5, str. 491-529.
12. Shulman, L. (1986): Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational researcher, Vol. 15, No. 2., str. 4-14.
13. Veal, W. R., MaKinster, J. G. (1999): Pedagogical Content Knowledge Taxonomies. Electronic Journal of Science Education, Vol. 3, No. 4

REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION FROM THEORY TO PRACTICE

Pouk matematike v realističnem kontekstu od teorije do prakse

dr. Jasmina Milinković, Pedagoška fakulteta, Beograd

jasmina.milinkovic@uf.bg.ac.rs

Abstract
This paper addresses realistic mathematics education (RME). The idea of RME was conceptualized in Netherlands and was determined by Freudenthal's view about mathematics. It proposes that mathematics must be connected to reality and be relevant for learners. The focal point of mathematics education should be on activity, on the process of mathematization in an educational context. This paper discusses theoretical basis as well as practical issues in implementing RME. In the first part we shell explain the main principles of RME: 1) progressive schematization, 2) multiple models, 3) genuine realistic contexts, 4) integration of various learning strands. In the second part we shell discuss issues related to implementation of RME in the classroom. Preparing pre-service and in-service teachers for RME education is a critical point in attempt to implement it. We will pay attention to teaching methods in RME classroom, teachers' curriculum planning, textbooks and assessment. Provided analysis, explanations and examples may inspire teachers to reconsider their practice.

Key words: realistic mathematics education, mathematization, realistic context, integrative teaching.

Povzetek
Prispevek obravnava pouk matematike v realističnem kontekstu (org.: realistic mathematical education-RME). Ideja o RME je bila zasnovana na Nizozemskem, določil pa jo je Freudenthalov pogled na matematiko. Govori o tem, da mora biti matematika povezana z realnostjo in mora biti učencu blizu. Osrednji poudarek pouka matematike bi moral biti na dejavnostih, na procesu matematizacije in na učnem kontekstu. Prispevek opisuje teoretične temelje in praktični vidik izvajanja RME. V prvem delu bomo opisali osnovna načela RME: 1) progresivna shematizacija, 2) številni modeli, 3) avtetični realistični kontekst, 4) integracija različnih učnih sklopov. V drugem delu bomo obravnavali vidike izvajanja RME v razredu. Ključnega pomena za uspešno uvajanje RME v pouk matematike je priprava bodočih učiteljev in učiteljev za ta proces. Pozornost bomo namenili učnim metodam pri pouku matematike v realističnem kontekstu, učnim pripravam učitelja, učbenikom in ocenjevanju. Podane analize, razlage in primer bodo morda omogočili učiteljem nov pogled na svojo prakso.

Ključne besede: realistični pouk matematike, matematizacija, realistični kontekst, integrativno poučevanje.

Introduction

This paper addresses realistic mathematics education (RME). The idea of RME was conceptualized in Netherlands and was determined by Freudenthal's view about mathematics. RME presuppose a certain view about mathematics as a school subject, how it should be thought. It may be considered as an alternative to mechanistic or structuralist approach. According to the first, mathematics is a set of rules and algorithms. Those rules and algorithms need to be acquired and extensively practiced in school in order to achieve high proficiency. The emphasses is on verifying and applying rules to

similar problems. For the French school of Dieudonne, mathematics is organized deductive system. For them learning mathematics is primarily cognitive challenge of understanding the structure of mathematics system. In contrast, RME proposes that mathematics must be connected to reality and be relevant for learners. The focal point of mathematics education should be on activity, on the process of mathematization in educational context. Instead of learning readymade strategies, learners are called upon to invent them and then gradually guided toward more formal approach.
This paper discusses theoretical basis as well as practical issues in implementing RME.

The main principles of RME

The ideas of Freudentahal and Treffers are foundations of RME mathematics. Treffers (1987) described the following characteristics of RME: 1) use of context; 2) the use of models; 3) the use of students own productions and constructions; 4) the interactive teaching process; and 5) intertwinement of various learning strands. Next in greater details we point to main principles of RME. Hans Freudenthal believed that children need to rediscover mathematics by doing it. Van den Huvel-Panhuizen recognizes that the RME principles are rooted in Treffers' instructional theory (1987) who stressed importance of context, “vertical instruments”, pupil's constructions and productions, interactive instructions and intertwining of learning strands.

Progressive schematization

As Freudenthal contemplated about mathematics education, he pointed to mathematization as one of key issues. Treffers (1978, 1987) distinguished two types of mathematization in educational context: horizontal and vertical. Horizontal mathematization involves going from real world into world of mathematical symbols. Students are going though process of solving real life situation with mathematical tools. Vertical mathematization is the process of building up and reorganization within the mathematical structure by discovering connections and relation among concepts and finding shortcuts.
Schematization is process of gradual building up of mental schemes toward formal schemes of mathematics science. Schematization in mathematics is a result of mathematization. While learning mathematics students pass through various levels of understanding. At the beginning of learning process they start off with problem solving and development of ability for finding informal context dependent solutions. Students gradually build schemes of underlying principles and even broader relationships. The ability to reflect on previous activities signifies next level in process of learning. Progressive schematization is a product of horizontal and vertical mathematization. Thus, formal schemas are reached in several consecutive stages from horizontal mathematization to vertical mathematization.

Multiple models

The process of modeling transfers problems given in real context into mathematical domain. Students develop their thinking models to support their understanding. The models are mediating tools between real world and abstract mathematical world. Models help students to solve problems on different levels of abstraction. Modeling situation is a component of process of solving problems in real context though process of mathematization. The result is a mathematical model. Solution of the problem is first recognized in math domain on a model and then translated into real context. Models serve as didactical tools for bridging the gap between context related informal mathematics and formal mathematics system (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000).

Genuine realistic contexts

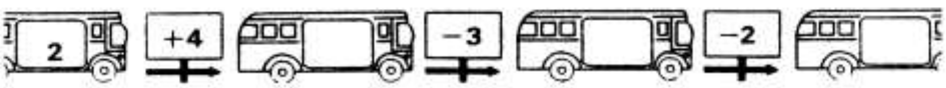
Traditionally teaching mathematics in primary grades relies on children intuition. Teacher starts with tasks so simple that the solution is “visually obvious”. Trivial problem situations are often presented with pictures. For example, students might be asked to count on number of birds sitting on an electrical wire and change of number of birds when some additional birds arrived.

Realistic contexts in RME may be distinguished by its complexity. The context must be rich and need to elicit contemplation over it. Realistic contexts of multifaceted problems provide opportunity for extended learning experience and for making connections and transfer. Context problems function as a source for the learning process. So the role of problems in real context is dual. First they are used to elicit, to constitute or re-invent mathematical concepts. Second, problems are used to show how mathematical knowledge can be applied, used to solve real context problem situations.

Results of intuitive real world problem solving based on sensory experience are spontaneously formed mathematical concepts. Knowledge in form of mental schemas is initially based on perception. We may call it sensory based knowledge. Identification of common and uncommon characteristics, connections and relations leads to distinction between cases which fit well (or not) with the schema. Mathematics symbols, words and objects stand instead of things, beings, and situations.

Yet, the word realistic may be somewhat confusing. The term does not refer exclusively to what we call “real situations“ from learner’s surrounding. Rather the term “realistic” can be clarified as situation ‘imaginable” for learners. The context indeed may be one from real world but may also be context of fairy tales, novels, etc. Sometime even “formal world of mathematics” may be imaginable for children. Micic (2005) along that line discusses possible ways of exploring properties of triangle using game like activity with didactical tool called “mrdalice” (dangler).

A typical example of real context problem is keeping track of ongoing changes in the number of passengers in a bus (Gravemeijer, 1994). A narrative about what happens on each bus stop leads to discussions (often in small groups), invented representation and development of informal solving strategies.



$$2 \xrightarrow{+4} 6 \xrightarrow{-} 3 \xrightarrow{-2} \ldots$$

$$2 + 4 = 6$$

. . .

Figure **Bus problem**

Integration of various learning strands

When considering the issue of integration of mathematics we could talk about integration on a level of studying a particular problem, lesson, unit, strand, subject or curriculum. In domain of mathematics, as House, (2003, p. 5) explains it implies holistic mathematics curriculum where 1) topics from wide variety of mathematical fields have been blended to stress connections among fields; or/and 2) relationships among topics within mathematics as well as between mathematics and other disciplines have been underlined. Within integration of mathematical topics we may further distinguish (a) integration through unifying concept, such as function or mathematical modelling, (b) integration by merging areas (strands) of mathematics.

Perception of reality as a complex system is a result of our recognition of particulars and how those particulars are linked or intertwined (however obviously or not). This is reflected in the way how we gain new knowledge in school or generally in life. Recognition of connections is a basis for knowledge development in sciences as well as in school subjects (Milinkovic et al, 2 one important goal of integrative approach is to allow children to develop multifaceted view of problems. Using rich ill defined problem situation leads pupils to identify problem and then develop a plan for resolving the issue which calls for making connections and transfer of knowledge (Milinkovic et al., 2012, in print). The main objective is to facilitate development of holistic approach to problems and cohesion and connection of functional knowledge (Milinkovic 2010).

For example, over the course of four year curriculum in USA students will explore in-depth. The mathematical themes of number, common fractions, ratio, decimal fractions, integers, measurement, synthetic geometry, coordinate geometry, transformation geometry, probability and statistics, algebra, patterns and functions (*Mathematics in Context (MIC) Project* curriculum). Although many units in the MIC curriculum are focused on one domain, many others emphasize connections of mathematical concepts. An MIC unit “Connections” connects geometry, number, probability and algebra. Students begin with an exploration of different kinds of maps, draw and study graphs, extend their understanding of different representations and practice making decisions.

Implementation of RME in classroom

One of great concerns of educational research programs is the implementation the programs in schools. Beside willingness of state officials to approve changes in school curriculum critical factor are teachers. The success of reforms depends on motivation of teachers to put additional effort, go to seminar, read, write new lesson plans and prepare didactical materials for children. If teachers recognize that what is advocated for them is worth trying in school, success is on horizon. The RME approach is predominantly used in Netherland but the ideas are accepted worldwide. New programs based on RME are studied and implemented. Let us mentioned three research projects that were designed within framework of RME: 1) *Mathematics in Context*, 2) *Core Plus Mathematical Project* and 3) Connected *mathematics.* In this paper we predominantly describe the approach developed in *Mathematics in Context Project.*

Preparing pre service and in service teachers for RME education

Answering some basic questions would help teachers to prepare for RME: 1)What is teacher role in RME classroom? 2) What teaching methods should they use? 3)What educational materials should be used?; 4) How to assess students progress?

As Marja Van den Heuvel-Panhuizen out is bluntly “in RME both the teacher and the educational materials (textbooks) have a crucial role in students acquire knowledge…The students need room to construct mathematical concepts and tools by themselves” (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000, p. 9). Educational materials are the most important tools in planning learning process. Textbooks determine content as well as teaching methods. If students are expected to re-invent mathematics than textbooks need not to stop them from the process of discovery. Rather teachers as well as textbook need to provide guidance in the process of re-discovery.

Teaching methods in RME classroom

The instructional approach for RME has program relies on "social constructivists" philosophy of learning process. It is based on notion that each brings personal experience of the worlds and constructs own understanding of subject matter based on interactions in classroom as a social environment. Construction of knowledge is a result of development of common meanings, interpretations justifications and conjectures negotiated in the classroom. Processing begins with an experience; mediated information is organized and stored in memory. The mind organizes repeated experience into "schema" - complex network of related facts (concepts, rules, procedures, strategies), and relationships (Greeno, 1991, Romberg, 1991).

Figure **Metaphors for teaching methods (Wubbels, et al, p. 21)**

Then, what is the role of the teacher in RME classroom?

Teacher is a facilitator, the one who organizes learning. The teacher makes decision regarding: cooperative group work, individual work, manipulatives and use of technology. The teacher is expected to allow students to struggle and learn on their own pace. It often takes longer time to construct own mathematics then if being told what to do. The teacher needs to be patient enough to let students (sometime slowly and with great difficulty) solve problems in informal way instead of memorizing formal procedure without understanding. The teacher also needs to track students' progress over time. Successful communication will help students to develop further.

Daily teachers 'curriculum planning'

Daily planning is always linked to key goals set by government through curriculum and/or standards of achievements. The meaning of mathematical numeracy, when and what should be taught, the role of practicing computational skills, use of calculators and new media have effects on teaching practice. At the beginning of development of RME, prominent was effort to make real context problems and horizontal mathematization was prioritized. Over years, RME programs shifted emphasis, recognizing the importance of vertical mathematization.

Let us describe an "ordinary" class in RME. It would begin with a concrete problem situation of interest for students. Students are asked to solve through modeling. The problem is the contexts for learning. The more or less complex problem needs to embodies one or more important mathematical ideas (e.g. the sum of two sides of triangles is always bigger that the third one). This is followed by activities planned by teacher to fit children needs. The teacher needs to plan a set of activities that build on initial situation such as exploring activities in different contexts, game like, activities etc.

Assessment

How do teachers know what students know in RME? Teacher needs to use multiple sources of information in order to get picture of students' understanding and performance. The purpose of assessment in RME is to gain information about development of structure of mathematical knowledge. Important elements of this process are planning and gathering evidence of students' mathematical competence and creating an informative profile to verify students progress and compared the results to students' earlier profiles, teacher goals and standards. The students' profile needs to have information about: 1) how they solve (meaningful) mathematical problems; 2) how they communicate ideas (use mathematical language); 3) how they reason mathematically; 4) do they make connections between mathematics and other domains, and everyday life; 5) their understanding of mathematical concepts and procedures; their disposition toward mathematics (creativity, interest, confidence).

Sources of information include checklists from observations, interviews, portfolio, performance tasks, and construction of models, written essays, and class presentations, take home activities, peer assessment. For example, in MIC unit *Dealing with Data*, teachers' manual has suggested individual and class activities. First students were told a short introductory story.

Memory

"top, ..car,…fix, …leg, …dog"

These are simple words of one syllable, and one easy to remember.

How many do you think you could remember of the 20 (in any

As pupils start to show interest in the story they were given a set of data from a study dealing with issue of human memory. Based on the data they are asked 1) to represent data visually using graphs; to analyze graph; 3) to find patterns; 4) make conclusion about relationship between age and memory. They also needed to decide which of the visual representation the best is and to explain why do they think so. Finally they need to calculate the mean and the median for each age group. But this is not the end of assessment. For group/class assessment they are asked to

…."Organize an experiment to see whether your class is better at memorizing then the ones above

(given). Graph the results and compare them to your previous answers."

Finally, they are assessed on various concepts and procedures addressed in the unit (from drawing steam and leaf graph, box plot, histogram), calculate mean, media) to giving argument in additional activity showing ability to solve problems in different context (in this case about habit of smoking among youngsters).

Final Remarks

RME is ongoing, developing educational approach to teaching mathematics. It does not provide definite answers on how we should teach mathematics on all grade levels. We do not know whether it is suitable for all profiles of students (gender, interest in math, future professions). But it is certainly worth thinking off.

Bibliography

1. De Lange, J. (1987): Mathematics, Insights and Meaning. OW&OC, Utrecht University, Utrecht.
2. Fredenthal, H. (1991): Revisiting mathematics educations. China lectures. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
3. Gravemeijer, K. P. E. (1994): Developing Realistic Mathematics Education. CD-b press/Freudenthal Institute, Utrecht.
4. Greeno, J. (1991): Number sence as a situated knolwing in a conceptual domain. Journal for research in mathematics education, 22(3) 170-213.
5. House, P. A. & Coxford, A. F. (1995): Connecting Mathematics across the Curriculum. 1995 Yearbook. NCTM.
6. National Center for Research in Mathematical Sciences Educational Staff at the University of Wisconsin-Madison T. A. Romberg, Director, G.Burrill, M. A. Fix, J. A. Middleton, M. Meyer, M. Pligge, J. Brendefur, L. J. Brinker, J. Browne, J. Burrill, R. Byrd, P. Christiansen, B. Clarke, D. Clarke, B. Cole, F. Dremock, T. Halevi, J. Milinkovic, M. Shafer, J. A. Shew, K. Schultz, A. ,N. Simon, M. Smith, S. Z. Smith, M. S. Spence, & K. A. Steele, Freudenthal Institute Staff at the University of Utrecht, The Netherlands, J. deLange, Director, E. Eijs, M.van Reeuwijk, M. Abels, N. Boswinkel, F. van Galen, K. Gravemeijer, M. van den Heuvel-Panhuizen, J. Auke de Jong, V. Jonker, R. Keijzer, M. Kindt, J. Niehaus, N. Querelle, A. Roodhardt, L. Streefland, A. Treffers, M. Wijers and A. de Wild (1998): Mathematics in Context: A middle school curriculum for grades 5-8, developed by the Mathematics in Context (MiC) project. Enciclipedia Brittanica, Educational Corporation.
7. Micic, V. (2005): Ucenje otkrivanjem – mozda novi pristup. Nastava matematike, L. 4, 13-21. Drustvo matematicara Srbije.
8. Milinkovic, J. (2012): Problem solving in integrated research: the results of an action research project. In Feyza Doyran (Ed) Research on Teacher Education and Training (pp.165-176). Athens Institute for Education and Research.
9. Milinkovic, J. (2010): Pupils' active learning in integrated mathematics and technical education class: case study. In Student in contemporary learning and teaching (pp 97-109). Učiteljski fakultet.
10. Milinkovic, J. (2007): Realno okruzenje kao izvor matematickih pojmova, Didakticko metodicki aspekti promena u osnovnoskolskom vaspitanju.
11. Romberg, T. (1991): How one comes to know. Paper presented as the ICMI Study conference on Assessment in mathematics and its effects, April, 1991, Calonge, Spain.
12. Treffers, A. (1987): Three dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – the Wiskobas Project. Reidel Publishing Company, Dordrecht.
13. Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001): Realistic Mathematics Education as work in progress", Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education.
14. Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000): Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9, Utrecht University, Utrecht.

REŠEVANJE REALISTIČNIH PROBLEMOV NA ZAČETKU ŠOLANJA

Solving Realistic Problems at the Beginning of Schooling

dr. Mara Cotič, dr. Darjo Felda, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta

darjo.felda@pef.upr.si, mara.cotic@pef.upr.si

Povzetek

Matematično pismenost razvijamo s holističnim pristopom učenja in poučevanja: z raziskovalno dejavnostjo, reševanjem problemov iz vsakdanjega življenja, vključevanjem aktualnih vsebin in sodobnih tehnologij. V prispevku prikazujemo model poučevanja in učenja strategij reševanja realističnih problemov z vključevanjem štirih vrst realističnih problemov, ki izhajajo iz vsakdanjega življenja in naj bi jih učenci reševali na začetku šolanja. To so realistični problemi s preveč podatki, s premalo podatki, z nasprotujočimi podatki in z več rešitvami. Pri reševanju navedenih realističnih problemov ima pomembno vlogo modeliranje. Predstavljamo tudi rezultate raziskave, ki kažejo, da z ustreznim poučevanjem in učenjem pri otrocih razvijamo njihove sposobnosti za reševanje realističnih problemov.

Ključne besede: pouk matematike, realistični problemi, strategije reševanja problemov, modeliranje.

Abstract

Mathematical literacy is developed through a holistic approach to teaching and learning: through research activities, solving problems of every day life, involving actual contents and contemporary technologies. In the paper we present the teaching and learning model for strategies of solving realistic problems, that includes four types of realistic problems taken out of every day life, and which are supposed to be solved by pupils at the beginning of their schooling. These are realistic problems containing redundant data, or not sufficient data, or contradictory data, or realistic problems with multiple solutions. Modelling plays an important role in the solving of realistic problems. We present also the results of the research, which states, that by applying adequate teaching and learning, children develop abilities for solving realistic problems.

Key words: instruction of mathematics, realistic problems, strategies of solving problems, modelling.

Uvod

Pouk matematike je namenjen graditvi pojmovnega aparata in spoznavanju ter učenju postopkov, ki posamezniku omogočajo vključitev v zgoraj omenjeni sistem matematičnih idej in posledično vključitev v kulturo, v kateri živimo. To velja tudi za osnovnošolski pouk matematike, ki pa ima še dodatne posebnosti: obravnava temeljne in za vsakogar pomembne matematične pojme, in to na načine, ki so usklajeni z otrokovim kognitivnim razvojem, s sposobnostmi, z osebnostnimi značilnostmi in z njegovim življenjskim okoljem.

Že v začetku šolanja se morajo otroci seznaniti z dejstvom, kako je matematika narejena oziroma kako nastaja in kako jo uporabljajo, ko se ukvarjajo z njo. Ni dovolj, da jo »vsrkavajo« in vadijo matematične rutinske primere.

Večkrat je poudarjeno, da bi moral pouk matematike razvijati naslednje vidike učenja: raziskovanje, reševanje problemov, ustvarjalno mišljenje, obdelavo podatkov, logično sklepanje in ocenjevanje rezultatov.

Žal pa mnogi ne vidijo in ne pojmujejo matematike kot ustvarjalne discipline. Učenje matematike doživljajo kot memoriranje določenih dejstev in pravil ter izvrševanje ponavljajočih algoritmov, dokler si ne zapomnijo »mehaničnega« poteka postopka, ne glede na to, ali sploh razumejo, kar delajo. Da bi bilo učenje matematike ustvarjalno, je potrebno učenca vključiti v praktično reševanje realističnega problema ali nekega drugega matematičnega problema, ki ima več možnih poti za rešitev. Občasno je potrebno učenca izzvati s t. i. raziskovanjem problema, ki ima več rešitev in več možnih strategij reševanja. Otrok večkrat najde izvirne premisleke in povezave na poti do rešitve, ki naj bi jih izmenjal s sovrstniki, ter s pogovorom sprejemal in razvijal nove zamisli, ki bi ustvarjalno bogatile »matematično ponudbo«.

Ustvarjalno raziskovanje in reševanje problemov je odlična pot razvoja matematičnih konceptov, velikokrat pa tudi koristno orodje za utrjevanje postopkov. Seveda se z raziskovanjem in reševanjem problemov prvenstveno »brusi« strategije oziroma miselne veščine ali logično sklepanje v matematičnem kontekstu. V okviru tega učenci:

- postavljajo vprašanja in predpostavljajo morebitne zaključke,
- izbirajo strategije in reprezentacije,
- uporabljajo svoje miselne veščine,
- dokazujejo ali ovržejo trditve,
- kritično pregledajo, preverijo in ocenijo svoje delo,
- razvijajo potrpežljivost in vztrajnost, da pridejo do rešitve (ACME, 2008).

Naštete veščine niso značilne zgolj za matematiko oziroma matematične dejavnosti. Matematiki sicer pripisujemo posebno mesto, ko govorimo o logičnem razmišljanju ali dokazovanju, vendar so t. i. deduktivni procesi in sklepanja prisotni tudi drugod, npr. v naravoslovju ali slovenskem jeziku. Pridobljene in ustrezno razvite veščine lahko koristno uporabljamo na različnih področjih.

Reševanje realističnega problema

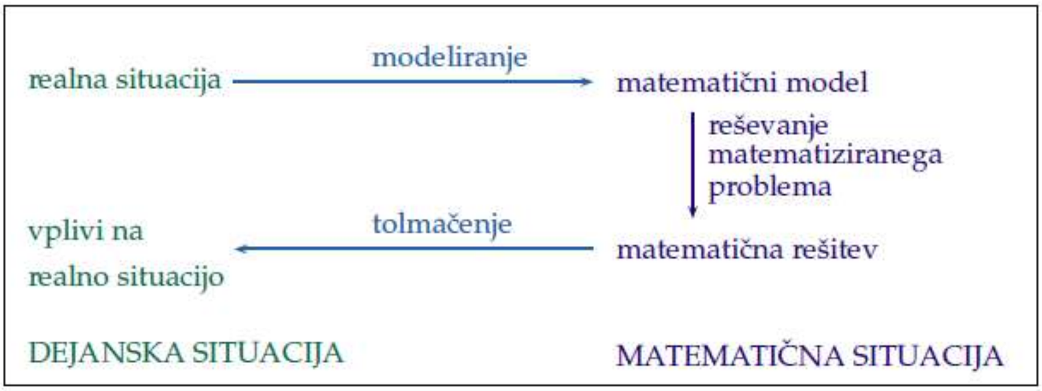
Na začetku šolanja morajo biti realistični problemi, ki jih rešujejo učenci, zelo preprosti. Veliko raziskav je pokazalo na težave učencev ob reševanju realističnih problemov. Težave so največkrat v razumevanju besedila problema in iskanju ustrezne matematične vsebine, saj učenci povsem naključno operirajo z danimi podatki in ne upoštevajo njihove povezave z realističnim kontekstom. Napake v reševanju niso posledica pomanjkanja izkušenj, saj se izkaže, da se tudi uspešnost reševanja »tradicionalnih« problemov bistveno ne izboljša, čeprav se večkrat ponavlja reševanje le-teh (Renkl, Stern, 1994).

Realistične probleme največkrat rešujemo z matematizacijo nematematične situacije, to je:

- izgradimo matematični model glede na ustrezno realistično situacijo oziroma situacijo iz vsakdanjega življenja,
- rešimo matematični problem, ki smo ga izgradili,
- rešitev matematičnega problema, ki ustreza matematičnemu modelu, prenesemo v realistično okolje.

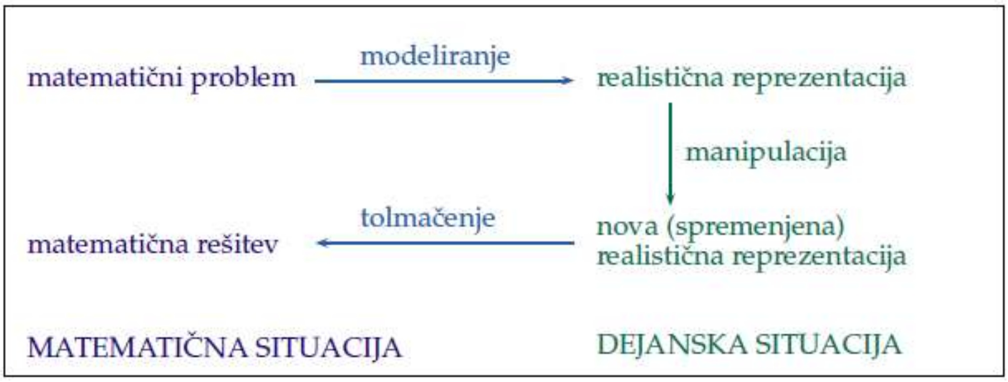
Največjo oviro pri reševanju realističnih problemov predstavlja izgradnja matematičnega modela, saj je pri tem pomembno poznavanje konteksta realistične problemske situacije in nujna določena mera ustvarjalnosti (Winter, 1994). Nezanemarljivo oviro predstavlja tudi zadnji korak pri reševanju realističnega problema, ki se je niti učenci višjih razredov osnovne šole velikokrat ne zavedajo. Prav zaradi tega je potreben pogovor, saj se le z ustreznim utemeljevanjem postopkov reševanja in ne zgolj s preverjanjem računanja oziroma drugih postopkov reševanja matematičnega modela učenci začnejo zavedati problemske situacije in pravilno prenesejo matematični rezultat v realistično okolje.

V literaturi najdemo sheme (Slika 1), ki nakazujejo, kako naj bi potekalo reševanje realističnega problema. Z matematizacijo oziroma ustreznim modeliranjem naj bi se prešlo iz realne situacije v matematično domeno, kjer se lahko reši problem, preveden v matematični jezik, nato pa se matematična rešitev tolmači v jeziku realne problemske situacije (Müller, Wittmann, 1984).



Slika 1: Reševanje realističnega problema

Ko skušamo razumeti, zakaj ima veliko otrok težave s standardnimi besedilnimi nalogami, s katerimi je podan matematični problem, čeprav je potrebno uporabiti »le« naučeni postopek, je potrebno raziskati, kako razvijejo ustrezen matematični model. V začetnih letih šolanja učenci ne doživljajo matematike kot pripomočka za reševanje realističnih problemov. Matematika je zanje neke vrste reprezentacija množice različnih stvari oziroma predmetov, na primer žogic, kock, paličic ipd. s števili. Zanje je torej situacija modeliranja v resnici obrnjena (Slika 2), nakazuje proces vizualizacije oziroma ilustracije (Peter-Koop, 2004).



Slika 2: Povezava med dejansko in matematično situacijo

V ospredju ni manipulacija z matematičnimi objekti, pač pa manipulacija z realnimi objekti. To pomeni, da »standardne« besedilne naloge niso najbolj primerne za razvoj veščin matematičnega modeliranja, saj že besedilo samo vodi do izbire ustrezne matematične operacije ali matematičnega postopka in ni potrebno iskati oziroma raziskovati vezi med realno problemsko situacijo in matematiko.

Za razvoj matematične pismenosti so primerni nekoliko bolj zahtevni problemi, ki predstavljajo učencem izziv. Na začetku šolanja je bolje, da učenci te probleme rešujejo v manjših skupinah, kajti v tvornem sodelovanju najdejo primerne strategije reševanja, obenem pa v pogovoru izpostavijo morebitne kritične točke, za katere poiščejo optimalno rešitev. Na ta način lahko vsak posameznik pridobiva izkušnje in gradi matematično pismenost.

Problemi iz realnega sveta, primerni za starostno stopnjo učencev, naj ne vsebujejo toliko številskih podatkov, da bi učence odvrnili od analize opisane problemske situacije in usmerili v računanje oziroma iskanje računskih ali drugačnih algoritmov. Podatki naj bodo raje dani opisno, tako da se učenci usmerijo v ocenjevanje in približne izračune ter iskanje in zbiranje ustreznih podatkov. Problemi morajo biti dovolj »odprti«, da v postopku reševanja zahtevajo od učencev utemeljene odločitve glede na matematični model, ki ga uporabijo (Peter-Koop, 2004).

Reševalec realističnega problema najprej izgradi model situacije. Model odseva reševalčevo razumevanje realne situacije in je odvisen od posameznika, njegovega osebnega razumevanja realne situacije in izkušenj, ki jih ima s podobnimi realnimi situacijami. Ni nujno, da model dejansko ustreza situaciji, saj se velikokrat zgodi, da zlasti učenci na začetku šolanja niso dovolj pozorni na vse okoliščine, ki jih nakazuje dani realistični problem.

Običajno je realna situacija kompleksna, model pa je že nekoliko poenostavljena različica, v kateri reševalec opusti nekatere informacije in se osredotoči na tiste, ki so nujne za rešitev danega realističnega problema. Prehod iz realne situacije v model ne poteka sistematično – je zgolj neke vrste subjektivni izkušenjski pogled na situacijo, ki kaže nagnjenost posameznika k nekemu načinu ukvarjanja s sorodnimi situacijami.

Model situacije je temelj oblikovanja realističnega modela. Reševalec zavestno idealizira in poenostavlja model situacije, ki je zanj tisti del realne situacije, ki ga dojema kot ključnega za rešitev danega realističnega problema. Znanja in spoznanja, ne nujno matematična oziroma ne le matematična, vodijo posameznika do realističnega modela. Realistični model lahko podamo s primerno sliko ali opisno, pri čemer se bolj ali manj naslonimo na model situacije.

V fazi matematizacije se miselni tokovi usmerjajo z realističnega modela v matematične vsebine. Ustrezne slike ali opisi dobivajo matematično simboliko oziroma matematični jezik, s čimer nastane matematični model realne situacije – matematični problem. Reševalec z uporabo primerne strategije reševanja problema in izbranimi matematičnimi postopki pride do matematičnega rezultata.

S tolmačenjem matematičnega rezultata, ki je nastal z matematično rešitvijo matematiziranega realističnega modela, se pravzaprav vračamo v realistični model, ki se je medtem preobrazil v realistično rešitev. S tolmačenjem vzpostavljamo povezave med matematično rešitvijo in modelom rešitve realne situacije.

Reševalec je tako pred nalogo preverjanja in potrjevanja skladnosti realistične rešitve z modelom situacije, ki dejansko predstavlja njegovo razumevanje dane realne problemske situacije. Pri veliko otrocih je večkrat opaziti intuitivno preverjanje skladnosti, ko ne znajo razložiti, zakaj so privzeli določeno rešitev oziroma zakaj so jo zavrnili. Zanesejo se na svoje občutke ali na izkušnje. Seveda je potrebno učence zaradi razvijanja matematične pismenosti navajati na preverjanje realistične rešitve in potrjevanje odločitev, ki temeljita na ustrezni razlagi.

Utemeljevanje, ki sloni na modelu situacije, kot si ga je ustvaril reševalec problema, je pomembno tudi zaradi izmenjave mnenj z drugimi reševalci, ki so si ustvarili drugačne modele situacije. Več reševalcev tako bodisi potrdi identičnost ali sorodnost rešitve ali pa določena razhajanja, ki zahtevajo nadaljnjo obravnavo problemske situacije. Če med reševalci ni interakcije, lahko vsak posamezni reševalec problema dobi »svojo« rešitev, ki je morda ne preverja dovolj temeljito že zaradi tega, ker si je ustvaril pomanjkljiv ali izkrivljen model situacije.

Kratka predstavitev raziskave

Namen raziskave je bil preizkusiti in dograditi model reševanja realističnih problemov pri pouku matematike na razredni stopnji. V raziskavi smo uporabili procesno-didaktični pristop (Žakelj, 2004) poučevanja in učenja matematike preko problemskih situacij, ki izhajajo iz učenčevih življenjskih izkušenj. Z raziskavo smo ta model preverili v učni praksi. Postavili smo raziskovalno hipotezo: *Eksperimentalna skupina bo uspešneje kot kontrolna skupina reševala realistične probleme s preveč podatki, s premalo podatki, z več rešitvami in z nasprotujočimi podatki.*

V raziskavi je bil v okviru empiričnega raziskovalnega pristopa uporabljen *pedagoški eksperiment,* ker je primeren pri proučevanju novosti, ki jih vnašamo v pouk matematike. Torej je v naši raziskavi uporabljena *kavzalna-eksperimentalna metoda.*

Načrtovali smo *enofaktorski model* eksperimenta s šolskimi oddelki kot primerjalnimi skupinami z *dvema modalitetama*. Za primerjalne skupine smo vzeli obstoječe oddelke tretjega razreda na različnih osnovnih šolah.

Skupino, v katero smo uvedli eksperimentalni faktor, smo imenovali eksperimentalna skupina (ES); skupino, v kateri so učiteljice poučevale na »tradicionalen način«, pa kontrolna skupina (KS). Eksperimentalna skupina je bila deležna popolnega eksperimentalnega tretmaja, ki je vključeval:

- realistične matematične probleme,
- strategije reševanja realističnega matematičnega problema,
- modeliranje.

V eksperimentu je sodelovalo 134 učencev tretjega razreda iz obalnih osnovnih šol. V eksperimentalno skupino (ES) je bilo vključenih 66 učencev, v kontrolno skupino (KS) pa je bilo vključenih 68 učencev.

Preverjali smo znanje učencev v eksperimentalni in v kontrolni skupini ter zbrali dosežke otrok pri realističnih problemih:

- s preveč podatki,
- s premalo podatki,
- z več rešitvami,
- z nasprotujočimi podatki.

Raziskava je potekala šest mesecev. Testa znanja (začetni in končni) smo za namen raziskave izdelali sami in jima določili najvažnejše merske značilnosti: veljavnost, objektivnost, zanesljivost in občutljivost.

Za ugotavljanje razlik v znanju matematike na vseh ravneh znanja med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine na začetku in koncu eksperimenta smo uporabili Levenov test homogenosti varianc in *t*-preizkus.

Rezultate smo interpretirali v skladu z zahtevo po preglednosti in logiki dokazovanja postavljenih hipotez. Pri vsaki interpretaciji rezultatov je dodana še tabela z rezultati. Pri preizkusu hipotez smo se ravnali po pravilu, da je največje dopustno tveganje za zavrnitev hipoteze 5 % napaka.

Na začetku eksperimenta smo analizirali razlike v uspešnosti reševanja realističnih problemov s *t*-testom, ki je pokazal, da razlike v znanju med ES in KS niso statistično pomembne.

Na kratko omenimo še analizo razlik v uspešnosti reševanja realističnih problemov med učenci ES in KS ob koncu eksperimenta. Nekaj podatkov je v preglednici 1.

Dosežki učencev na drugi ravni znanja (končni test)							
Test	*Skupina*	*n*	*Dosežki v %*	*Aritmetična sredina*	*Standardni odklon*	*Min*	*Max*
Preveč podatkov	ES	66	73,20	3,66	1,254	0,00	5,00
	KS	68	47,20	2,36	1,407	1,00	5,00
Premalo podatkov	ES	66	91,50	3,66	0,669	0,67	4,00
	KS	68	81,25	3,25	0,952	0,00	4,00
Več rešitev	ES	66	68,63	5,49	1,895	0,25	8,00
	KS	68	45,13	3,61	2,280	0,00	7,75
Nasprotujoči podatki	ES	66	71,80	3,59	1,105	0,25	5,00
	KS	68	64,00	3,20	1,128	0,50	5,00

Preglednica 1: Osnovne statistične ocene pri nalogah na končnem testu

Glavni namen naše raziskave je bil preveriti hipotezo, da so učenci iz ES, ki so bili deležni novega modela poučevanja in učenja realističnih problemov, uspešnejši pri reševanju vseh vrst realističnih problemov kot učenci iz KS, ki so bili deležni klasičnega poučevanja in učenja problemov.

Če primerjamo razlike v aritmetičnih sredinah vseh spremenljivk med ES in KS (Preglednica 1), ugotovimo, da je bila ES uspešnejša pri reševanju vseh vrst realističnih problemov.

Z Levenovim testom homogenosti varianc in *t*-preizkusom smo preverili, v katerih spremenljivkah sta se skupini na koncu eksperimenta statistično pomembno razlikovali (Preglednica 2).

Levenov test homogenosti varianc			*t-preizkus*	
	F	p	t	p
T2 Preveč podatkov	0,004	0,949	5,516	0,000
T2 Premalo podatkov	5,752	0,018	*2,995	0,004
T2 Več rešitev	0,285	0,594	5,040	0,000
T2 Nasprotujoči podatki	0,458	0,500	2,031	0,044

Preglednica 2: Prikaz razlik v znanju reševanja matematičnih problemov ES in KS na končnem testu znanja (Opomba: *uporabljena je bila Cochran-Coxova aproksimativna metoda *t*-testa)

Iz Preglednice 2 je razvidno, da se skupini statistično pomembno razlikujeta v vseh štirih spremenljivkah, s čimer smo potrdili hipotezo: *Eksperimentalna skupina bo uspešneje kot kontrolna skupina reševala realistične probleme s premalo podatki, s preveč podatki, z nasprotujočimi podatki in z več rešitvami.*

Zaključek

Z raziskavo smo potrdili, kako zelo je pomembno in potrebno učence na začetku šolanja primerno voditi oziroma usmerjati, ko se srečujejo z reševanjem realističnih problemov. Učenci, ki so bili deležni poučevanja strategij reševanja realističnih problemov po našem modelu, so bili uspešnejši kot učenci iz kontrolne skupine, ki jih strategij nismo učili, pri reševanju vseh vrst realističnih problemov.

Da bi se izogibali prevelikemu vplivu na otrokov postopek reševanja, ki naj bi ga čim bolj samostojno izgrajevali, ponudimo učencem na začetku šolanja manj kompleksne probleme, iz katerih laže izluščijo tiste informacije in podatke, ki so potrebni za oblikovanje učinkovitega in dovolj preprostega modela situacije. Nikakor pa ne smemo učencem onemogočiti, da bi reševali realistične probleme, češ da je njihovo znanje še premalo učinkovito, saj morajo stalno razvijati in nadgrajevati ustrezne strategije reševanja realističnih problemov, v katere vključujejo svoja znanja in spretnosti. Pomembno je še poudariti, da se je potrebno vživeti v ustrezno problemsko situacijo in uporabiti znanja in izkušnje iz vsakdanjega življenja, če je realistični problem dan kot besedilna naloga. Zlasti učenci na začetku šolanja se raje zatekajo k iskanju številskih podatkov in uporabijo naključno izbrano operacijo, čeprav je dobljeni rezultat popolnoma brez smisla. Tak zgrešeni vzorec reševanja besedilnih nalog je pogost tudi pri starejših učencih, saj je uspešno reševanje matematičnih problemov v »življenjski« preobleki odvisno le od sreče pri izboru prave operacije ali postopka in pravilnega rokovanja s podatki.

Več raziskav o zagotavljanju in višanju ravni matematične pismenosti je pokazalo, da je potrebno v pouk matematike vnesti določene spremembe. Učenci bi se morali dejavneje vključiti v pogovor, iz katerega bi lahko izluščili njihovo znanje in razumevanje matematike, njihov način razmišljanja in sklepanja ter utemeljevanja izbranih metod in postopkov reševanja problemov. Interaktivno poučevanje, v katerem so sodelovali vsi učenci v razredu, z nekaj dela v skupinah ali individualnega dela in z uporabo žepnih računal ob računanju na pamet in izvajanju miselnih strategij se je izkazalo kot učinkovito (Reynolds, Muijs, 1999). Reynolds in Muijs (1999) izpostavljata izkazovanje slabših rezultatov v nižjih razredih osnovne šole, v katerih je veliko ponavljanja računskih postopkov, preveč individualizirane oblike dela in premalo poudarka na spretnosti računanja na pamet. V nasprotju s tem pa so glavne značilnosti dela v uspešnejših razredih:

- jasna struktura učne ure, dober izkoristek časa s primernimi izzivi, koraki in motivacijo,
- učitelj nastopa kot moderator,
- stalna interakcija med učiteljem in učenci, spremljanje dojemljivosti in napačnih pojmovanj ter konstruktivna pomoč učencem,
- preverjanje znanja in spretnosti ter hiter priklic določenih pojmov,
- uporaba raznovrstnih aktivnosti na določeno temo za utrjevanje in poglabljanje znanja (Reynolds, Muijs, 1999).

Viri

1. ACME (2008): Mathematics in Primary Years. A discussion paper for the Rose Review of the Primary Curriculum. The Advisory Committee on Mathematics Education. http://www.acme-uk.org/downloaddoc.asp?id=108 (21. 1. 2010).
2. Müller, G., Wittmann, E. (1984): Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Vieweg, Braunschweig.
3. Peter-Koop, A. (2004): Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils' interactive modelling processes. V Mathematics education for the third millennium: Towards 2010, Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. MERGA, Sydney.
4. Renkl, A., Stern, E. (1994): Die Bedeutung von kognitiven Eingangsvoraussetzungen und schulischen Lerngelegenheiten für das Lösen von einfachen und komplexen Textaufgaben. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, Vol. 8, No. 1, str. 27-39.
5. Reynolds, D., Muijs, D. (1999): The effective teaching of mathematics. A review of research, School Leadership & Management, Vol. 19, No. 3, str. 273-289.
6. Winter, H. (1994): Modelle als Konstrukte zwischen lebensweltlichen Situationen und arithmetischen Begriffen. Grundschule, Vol. 26, No. 3, str. 10-13.
7. Žakelj, A. (2004): Procesno-didaktični pristop in razumevanje matematičnih pojmov v osnovni šoli. Doktorska disertacija, Filozofska fakulteta, Ljubljana.

UČENJE USMJERENIM OPAŽANJEM

Directed Observation Learning

Nives Jozić, Filozofska fakulteta, Split

nives.jozic@ffst.hr

Sažetak

Ponekad je dovoljno samo malo volje i mašte da razbijemo svakodnevnu monotoniju poučavanja i rješavanja matematičkih zadataka. Umjesto učenja i razvijanja proceduralnih znanja rješavanjem dugih algoritamskih postupaka te suhoparnim ponavljanjem i uvježbavanjem sličnih zadataka, bit nastave matematike treba biti u razvoju matematičkih procesa, mišljenja i zaključivanja te usvajanju konceptualnih znanja temeljenih na razumijevanju sadržaja.

Budući da ne postoji savršen pristup niti savršena strategija koji garantiraju savršeno učenje, korisno je poznavati različite pristupe, njihove prednosti i nedostatke te ih kombinirati kako bi proces poučavanja optimizirali, a ishode učenja pospješili.

Cilj ovoga rada je ukazati kako se strategijom učenja usmjerenim opažanjem mogu uvoditi apstraktni matematički pojmovi, postavljati opća pravila, zadaci rješavati s razumijevanjem te poticati interes i pozitivan stav učenika prema matematici.

Odabirom različitih primjera, koji su okosnica rasprave, želi se dati poneka ideja kako se učenici mogu usmjeravati na argumentiranu raspravu i samostalno postavljanje matematičkih zakonitosti: od uočavanja bitnih elemenata, preko postavljanja i formuliranja problema, istraživanja i uočavanja pravilnosti do povezivanja sadržaja u jednu funkcionalnu cjelinu.

U tu svrhu, korisno je na primjer običnu fotografiju obući u ruho dosjetljivih interpretacija kako bi učenike motivirali i potakli na aktivno sudjelovanje i samostalno otkrivanje matematičkih zakonitosti.

Ključne riječi: usmjereno opažanje, istraživanje, formuliranje problema, uočavanje pravilnosti, matematičke zakonitosti.

Abstract

Sometimes, all it requires, in order to break up the monotony of everyday teaching and solving mathematical problems, is a little effort and imagination. Instead of learning and developing of procedural knowledge by solving lengthy algorithmic procedures and dull repetition and practice of related tasks, the essence of teaching mathematics should be in the development of mathematical processes, thinking and reasoning, as well as adapting conceptual knowledge based on the understanding of the content.

Since there is no flawless approach or ideal strategy that would guarantee perfect teaching, it is useful to be acquainted with different approaches, their advantages and disadvantages, and combine them in order to optimize the teaching process and enhance learning outcomes.

The aim of this paper is to show how directed observation as a learning strategy can be used to introduce abstract mathematical concepts, define general rules, solve tasks with a higher level of understanding and encourage interest and positive attitude of students towards mathematics.

The intent behind selecting different examples, which form the backbone of the discussion, was to present some ideas on how the students can be guided to participate in argumentative debate, and define the laws of mathematics independently: starting with

identifying essential elements, through defining and formulating the problem, researching and recognizing relevant regularities, and finally uniting the content into a single functional unit.
With this purpose, it is useful to use an everyday object, for example an ordinary photo, and disguise it with witty interpretations, in order to motivate and encourage students to actively participate and discover the laws of mathematics by themselves.

Key words: directed observation, research, formulation of the problem, detecting regularities, laws of mathematics.

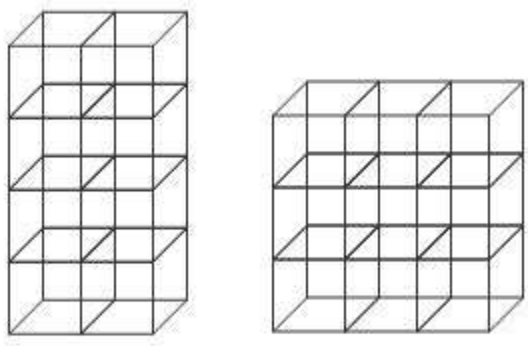
Uvod
Učenici na satu matematike, rješavajući brojne slične zadatke, često postavljaju pitanje: što će to nama u životu? Nemogućnost uvida u smislenost i primjenjivost sadržaja koji se uče, demotiviraju učenike u radu, a slabiji ishodi učenja narušavaju njihovo samopouzdanje i vjeru u vlastite sposobnosti.

Suvremene teorije učenja sugeriraju poticanje aktivnosti učenika te učenje temeljeno na iskustvu, a razna novija istraživanja u obrazovanju naglašavaju važnost pozitivnog radnog ozračja i osjećanja ugode pri učenju u svrhu boljih ishoda učenja i stjecanja trajnih znanja.

Budući da su zadaci najčešći i najmoćniji alat koji se koristi u nastavi matematike, upravo ciljanim odabirom različitih vrsta zadataka, učenici se mogu aktivno uključiti u proces učenja i stvaralačkog rada. Kada pridobijemo pozornost učenika i motiviramo ih na aktivan rad, stvara se pozitivno radno ozračje unutar kojeg se učenici više upuštaju u rasprave, bez straha od pogreške.

Radeći tako, učenici u radu sudjeluju s većom koncentracijom te uspješnije uspostavljaju veze među promatranim elementima, postavljaju pitanja, uočavaju pravilnosti te samostalno izvode zaključke.

Primjeri učenja usmjerenim opažanjem
Postavimo pred učenike sljedeću situaciju: Nalazite se u salonu namještaja gdje tražite staklene police za knjige i nude vam se dvije vrste prikazane na slici. Na njima je istaknuto da su svi otvori dimenzije 30cm x 30cm x 30cm, a prodaju se po istoj cijeni (Slika 1). Je li neka od njih ipak isplativija i zašto?



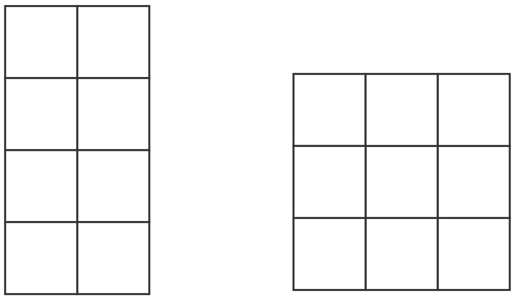
Postavljanjem ovakvih zadataka pred učenike, odmičemo na trenutak od *čiste* matematike i skrećemo pozornost na važan životni element – isplativost. Ipak, da bi došli do odgovora na postavljeno pitanje, služit ćemo se matematičkim zaključivanjem pa u tu svrhu usmjeravamo pozornost učenika na bitne elemente.

Prvo što mogu uočiti je to da je prva polica uža i viša, a druga je šira i niža i to točno onoliko koliko je niža, toliko je šira. To može voditi na zaključak da su jednako isplative.

Ipak, usmjeravajući pozornost na otvore i znajući da su svi jednakih dimenzija pa se na svaku od njih može staviti jednaka količina knjiga, opažamo da u višoj polici imamo 8 otvora, a u nižoj polici 9. Na temelju toga može se zaključiti da je polica sa 9 otvora isplativija jer su im cijene iste, a na nju se može smjestiti više knjiga.

Uočimo da se dilema riješila bez formalnih postupaka matematike, elementarnim prebrojavanjem i logičkim zaključivanjem. Uz to bi mogli konstatirati da onaj tko je formirao cijene ne poznaje niti te elementarne postavke jer za izradu druge police treba utrošiti više materijala (dvije staklene ploče više) pa bi cijene trebale biti različite.

No, do potrebnog zaključka može se doći koristeći još neke matematičke činjenice. Uočimo da su obje police jednake dubine, pa možemo promatrati samo dvije dimenzije: dužinu i visinu.



Budući da se koristi unutrašnjost police, prirodno je odrediti ploštinu dobivenih likova: pravokutnika i kvadrata. Ploština pravokutnika dimenzije 60 cm x 120 cm je $P_p = 72\,\text{dm}^2$, a ploština kvadrata dimenzije 90 cm x 90 cm je $P_k = 81\,\text{dm}^2$. Kako su dubine polica jednake, veći volumen ima ona polica kojoj je ploština prednje strana veća.

Budući da je ploština kvadrata veća od ploštine pravokutnika, može se zaključiti da veći volumen ima polica čija je prednja strana kvadrat pa je ona i isplativija jer se na nju može staviti više knjiga, a cijene su im jednake.

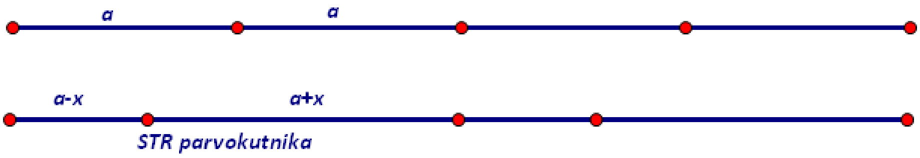
Zadržimo se još malo na primjeru polica te uočimo još neke pravilnosti na temelju kojih ćemo postaviti matematičku tvrdnju vrijednu učenja i primjenjivu u svim sličnim situacijama.

U nastavi matematike se uz ploštinu nekog lika prirodno vezuje i opseg tog lika. U našem primjeru, jednostavnim računom dobivamo opseg pravokutnika: $o_p = 2(6+12) = 36\,\text{dm}$ i opseg kvadrata $o_k = 6 \cdot 6 = 36\,\text{dm}$ te uočavamo da su ova dva lika jednakog opsega, iako veću površinu zauzima kvadrat. Postavimo opću tvrdnju:

TVRDNJA: Ako pravokutnik i kvadrat imaju jednake opsege, tada kvadrat zauzima veću površinu.

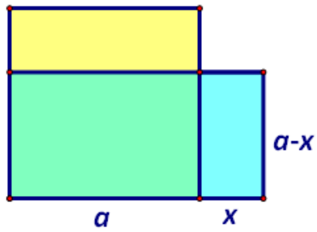
Istražimo je li ova tvrdnja zaista uvijek vrijedi. S učenicima viših razreda osnovne škole i s učenicima srednje škole možemo govoriti o formalnom dokazivanju tvrdnje (poučka, teorema…).

Ako kvadrat i pravokutnik imaju jednake opsege to znači da možemo promatrati dva komada žice (dvije dužine) jednakih duljina te od jednog oblikujemo model kvadrata, a od drugog model pravokutnika. Za oblikovanje modela kvadrata, žicu (dužinu) dijelimo na četiri jednaka dijela duljine **a**. Za oblikovanje modela pravokutnika žicu (dužinu) najprije dijelimo na pola, a zatim svaku polovicu na još dva dijela: ako je jedan dio od duljine **a** manji za **x**, tada je drugi dio od duljine **a** veći za **x**.

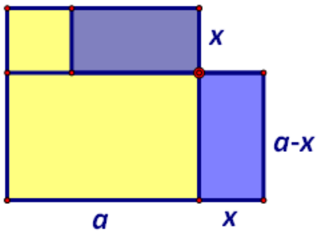


Slika 3:

Od tako dobivenih dijelova oblikujemo modele kvadrata i pravokutnika, stavimo jedan preko drugoga i usporedimo:



Dio pravokutnika koji je izvan kvadrata *premjestimo* osnom simetrijom u drugi dio kvadrata koji je preostao izvan pravokutnika. Uočimo da je popunjen još jedan dio kvadrata, ali ne i sve.



Budući da ovim postupkom možemo oblikovati jedinstveni kvadrat, a pravokutnika cijelu klasu (pravokutnici jednakog opsega), zgodno je u ovom trenutku iskoristiti neki od programa dinamičke geometrije te pokazati da se premještanje djela pravokutnika na opisani način može provoditi za bilo koji pravokutnik iz te klase.

Konačno se može zaključiti da je ploština kvadrata uvijek veća od ploštine pravokutnika jednakog opsega kao kvadrat.

Istraživanje (dokazivanje) se može provesti i algebarski:

Ako je stranica kvadrata duljine **a**, tada je njegova ploština: $P_{kvadrata} = a^2$. Ako su stranice pravokutnika duljina **a + x** i **a – x**, tada je ploština pravokutnika:

$$P_{pravokutnika} = (a+x)(a-x) = a^2 - x^2$$

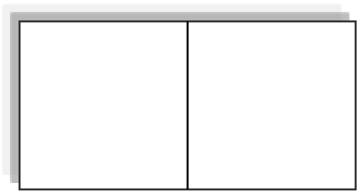
$$P_{pravokutnika} = P_{kvadrata} - x^2$$

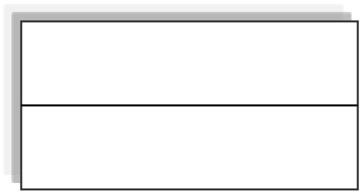
Budući da je x > 0, zaključujemo $P_{kvadrata} > P_{pravokutnika}$.

Elementi motivacije u nastavi mogu biti razne zanimljivosti i povijesne priče koje se prirodno vezuju uz sadržaj. Tako se u ovom slučaju možemo poslužiti povijesnom pričom koja tvrdi da su stari Egipćani opisana svojstva kvadrata i pravokutnika ponekad zloupotrebljavali pri podjeli zemljišta. Kada bi naišli na one koji ne poznaju matematičke činjenice, uvjeravali bi ih da će zemljište biti veće ako ima duže granice kao što su zemljišta pravokutnog oblika u usporedbi sa zemljištima kvadratnog oblika koja imaju kraće granice.

Priča se može proširiti na sve ostale četverokute jednakog opsega, među kojima će opet kvadrat imati najveću ploštinu. Daljnjim istraživanjem došli bi do jednog izoperimetrijskog problema koji kaže da **od svih likova jednakog opsega najveću ploštinu ima krug.**

Uspoređujući likove prema opsezima i ploštinama, prirodno je upitati se možemo li na temelju površine zaključiti nešto o njihovim opsezima. Na primjer, uzmimo dva lista papira jednakih dimenzija 40cm x 20cm te ih podijelimo na dva jednaka dijela na sljedeći način:



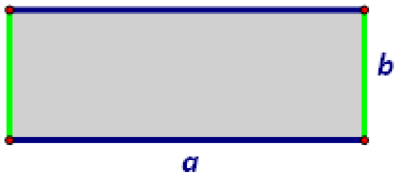


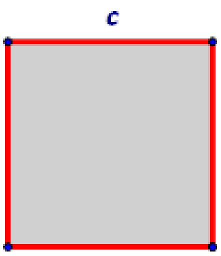
Budući da su listovi jednakih dimenzija, njihove ploštine su jednake, ali i ploštine njihovih polovica su jednake. No, što je s opsezima?

Polazni listovi imaju jednake opsege, ali nakon dijeljenja, u prvom slučaju dobiveni dio je kvadrat i njegov opseg je 80cm, a u drugom slučaju imamo dva pravokutnika opsega 100 cm. Na temelju uočenih elemenata može se zaključiti da je opseg kvadrata manji od opsega pravokutnika jednake ploštine. Postavimo opću tvrdnju:

TVRDNJA: Ako kvadrat i pravokutnik imaju jednake ploštine, tada kvadrat ima manji opseg.

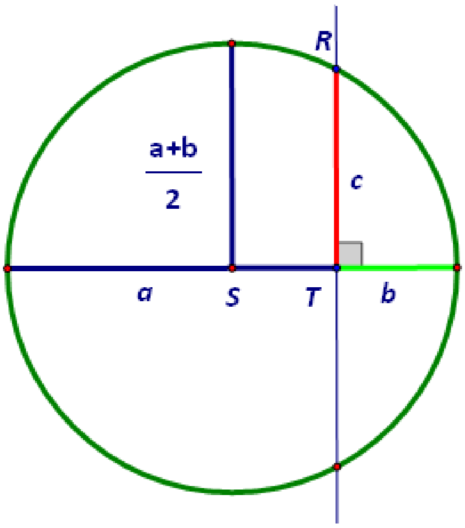
Istražimo je li ova tvrdnja zaista uvijek vrijedi. Uzmimo proizvoljni pravokutnik čije su stranice duljina a i b te kvadrat jednake površine stranice duljine c. To znači da je $a \cdot b = c^2$.





Uspostavimo geometrijsku vezu među duljinama a, b i c koristeći Euklidov poučak: nad promjerom duljine a + b konstruiramo kružnicu te u točki T konstruiramo okomicu na taj promjer (vidjeti sliku). Ta okomica siječe kružnicu u točki R. Dužina $\overline{TR}$ je upravo duljine c jer za nju vrijedi:

$$c = \sqrt{ab} \quad \Rightarrow \quad c^2 = ab$$



Uočimo da je polumjer opisane kružnice duljine $\frac{a+b}{2}$ te je duljina c uvijek manja ili jednaka duljini polumjera. Jednakost vrijedi kada je **a=b**, a to isključujemo jer u tom slučaju pravokutnik postaje kvadrat. Dakle,

$$c < \frac{a+b}{2}$$
$$2c < a+b$$
$$4c < 2(a+b)$$
$$o_{kvadrata} < o_{pravokutnika}$$

Konačno se može zaključiti da je opseg kvadrata uvijek manji od opsega pravokutnika koji je jednake ploštine kao i kvadrat.

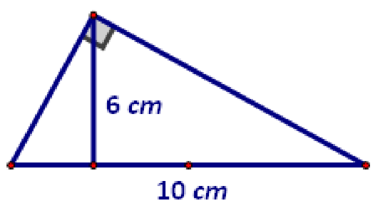
Općim razmatranjem došli bi do duala iskazanog izoperimetrijskog problema: **od svih likova jednake ploštine najmanji opseg ima krug.**

Često se događa da učenici rješavajući pojedinačne zadatke svoju pozornost usmjere na sami postupak rješavanja umjesto da cjelovito sagledavaju sve elemente, te provjeravaju smislenost zadanih podataka i dobivenih rješenja. Kako bi to izbjegli, dobro je osmišljavati zadatke koji će imati više ili manje podataka ili će zadani podaci biti nekorektni. Na primjer, ako zadamo učenicima da odrede ploštinu pravokutnog trokuta kojemu je duljina hipotenuze 10 cm, a visina na tu hipotenuzu 6 cm, učenici naviknuti na proceduralno rješavanje zadataka, vjerojatno će napravit sljedeće:

(a) zapisat će c = 10 cm, v_c = 6 cm,

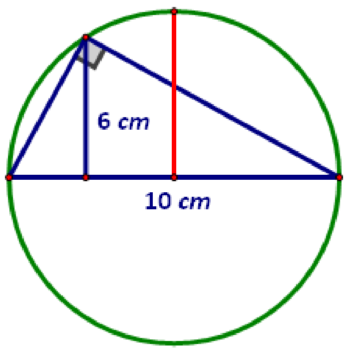
(b) postavit će formulu: $P = \frac{c \cdot v_c}{2}$,

(c) uvrstit će zadane podatke i izračunati $P = 30\ \text{cm}^2$.



Neki učenici će vjerojatno nacrtati i skicu.

No, je li zadatak riješen? Odnosno, imaju li podaci u zadatku smisla?



Budući da se radi o pravokutnom trokutu, središte njemu opisane kružnice nalazi se u polovištu hipotenuze te je njezin radijus 5 cm. Duljina visine spuštene na hipotenuzu ne može biti veća od 5 cm, što znači da trokut sa zadanim elementima ne postoji pa nema smisla niti računati ploštinu.

Postavlja se pitanje: znaju li učenici što znači riješiti matematički zadatak i kako ih poučavati da zadatke rješavaju na pravilan način. Ako se prisjetimo da tijekom rješavanja zadataka imamo četiri faze: fazu razumijevanja, fazu izrade strategije za rješavanje, fazu rješavanja te fazu provjere i interpretacije rješenja, uočit ćemo da učenici najčešće provode samo treću fazu – proceduralni postupak. Usmjeravanjem pozornosti na sve faze rješavanja zadataka i odabirom sličnih primjera učenike se može poučiti pravilno rješavati matematičke zadatke i time poboljšati njihove ishode učenja.

Kako bismo potaknuli učenike na funkcionalno povezivanje različitih matematičkih sadržaja i motivirali ih na rješavanje nekih nezaobilaznih suhoparnih sadržaja možemo se poslužiti i raznim fotografijama, bilo sa svojih putovanja ili onih dostupnih na Internetu.

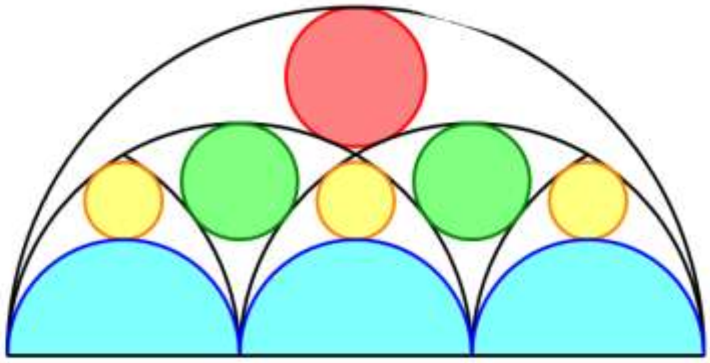
Kada radimo sa učenicima algebarske razlomke često se suočavamo s neprestanim ponavljanjem pitanja svrhovitosti takvih, njima besmislenih, procedura te stalnim ponavljanjem neočekivanih pogrešaka. Na primjer, u velikoj mjeri su zastupljeni zadaci tipa: pojednostavni izraz: $\left(\frac{2}{3}a\right)^2+\left(\frac{2}{3}a-b\right)^2=\left(\frac{2}{3}a+b\right)^2$. Promijenimo malo pristup, potaknimo njihovu radoznalost i maštu te ih do istog izraza dovedimo usmjerenim opažanjem. Na primjer, na pročelju Crkve Orsanmichele u Firenci iz 13. stoljeća može se opaziti sljedeći ukras:

Uočimo da su oku lijepe figure nastale igrom kružnih lukova i kružnica. Budimo barem na trenutak arhitekt koji se sprema u izgradnju tog pročelja te konstruirajmo dominantne kružne lukove i kružnice.

Od kuda krenuti?

Da bi konstruirali neki kružni luk ili kružnicu trebamo znati gdje smjestiti iglu šestara i koliko rastvoriti šestar, tj. trebamo odrediti gdje je središte kružnice pripadnog luka i njezin polumjer. U tu svrhu prvo uočimo vanjski polukrug te dva unutarnja polukruga koja se preklapaju i dijele promjer vanjskog na tri jednaka dijela. U prostoru između tih kružnih lukova smještene su maksimalne kružnice, tj. kružnice koje ih dodiruju.

Rekonstrukcijom pročelja dolazimo do sljedećeg crteža:

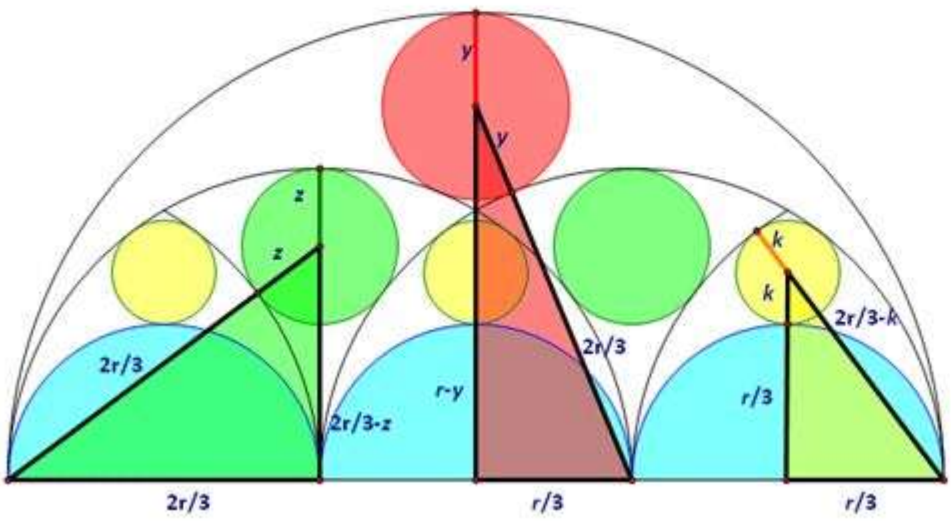


Ako je duljina polumjera najveće kružnice **r** tada usmjerenim promatranjem dolazimo do duljina polumjera ostalih kružnica:

(a) Duljina polumjera kružnih lukova između kojih se nalaze kružnice zelene boje je trećina promjera velike kružnice, tj. **2r/3**.

(b) Promjer kružnice plave boje je trećina promjera velike kružnice, tj. 2r/3, pa je **polumjer te kružnice r/3**. Dakle, njezin polumjer je $x = \frac{1}{3}r$.

Da bismo odredili radijuse kružnica crvene, zelene i žute boje, uočimo istaknute pravokutne trokute odgovarajućih boja. Pri tome koristimo uvjet dodira dviju kružnica i Pitagorin poučak.



(c) Radijus kružnice crvene boje:

$$\left(\frac{1}{3}r\right)^2 + (r-y)^2 = \left(\frac{2}{3}r + y\right)^2$$

$$y = \frac{1}{5}r$$

(d) Radijusa kružnice zelene boje:

$$\left(\frac{2}{3}r\right)^2+\left(\frac{2}{3}r-z\right)^2=\left(\frac{2}{3}r+z\right)^2$$

$$z=\frac{1}{6}r$$

(e) Radijusa kružnice žute boje:

$$\left(\frac{1}{3}r\right)^2+\left(\frac{1}{3}r+k\right)^2=\left(\frac{2}{3}r-k\right)^2$$

$$k=\frac{1}{9}r$$

Opažajući veze među pojedinim elementima i konstruiranjem potrebnih veličina povezujemo različite matematičke sadržaje u jednu funkcionalnu cjelinu: uvjet dodira dviju kružnica, dijeljenje dužine na jednake dijelove, Pitagorin poučak, kvadriranje razlomaka, binoma, rješavanje jednadžbi, svojstva jednakosti itd.

Umjesto rješavanja niza sličnih zadataka u kojima formalno koristimo primjenu Pitagorina poučka ili rad s algebarskim razlomcima, razvijajmo umijeće opažanja u svrhu daljnjeg učenja.

Zaključak

Bez obzira koju vrstu zadataka obrađivali u nastavi matematike važno je učenike usmjeravati na pravilno i potpuno rješavanje matematičkih zadataka.

Biranjem određenih vrsta zadataka i primjera iz svakodnevnog života koji su učenicima bliski, pridobijamo njihovu pozornost te potičemo učenike da aktivnim sudjelovanjem samostalno dolaze do novih spoznaja. Usmjeravajući učenike da uočavaju i povezuju što više elemenata te osim proceduralnog rješavanja brojnih zadataka uviđaju i mogućnosti primjene, postavljamo dobre temelje za učenje s razumijevanjem i povezivanje naučenoga u jednu funkcionalnu cjelinu.

Dakle, odvažimo se promišljenim odabirom, pravilnim i potpunim rješavanjem zadataka, poticati učenike da grade cjelovita i trajna znanja: usmjerenim opažanjem, istraživanjem, uočavanjem pravilnosti, postavljanjem i formuliranjem tvrdnji, povezivanjem poznatih sadržaja u jednu funkcionalnu cjelinu i razmatranjem mogućnosti primjene.

Literatura

1. Bognar, L., Dubovički, S. (2012): Emocije u nastavi. Croatian Journal of Education, Vol 14, No. 1/2012, str. 135–163.
2. Freudenthal, H. (2002): Didactical phenomenology of mathematical structures. Kluwer Academic Publisher, New York.
3. Lambić, D., Lipkovski, A. (2012): Mjerenje utjecaja stavova učenika na proces stjecanja matematičkog znanja. Croatin Journal of Education, Vol 14, No. 1/2012, str. 187–205.
4. Jozić, N. (2012): Fotografija kao inovativno nastavno sredstvo. Zbornik radova 5. kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske. Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb.
5. Polya, G. (2003): Matematičko otkriće. Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb.
6. Tall, D. (2002): Advanced Mathematical Thinking. Kluwer Academic Publisher, New York.
7. http://www.visitflorence.com/florence-churches/orsanmichele.html (15. 3. 2012).
8. http://flickrhivemind.net/Tags/orsanmichele/Interesting (15. 3. 2012).

ODKRIVANJE IN PREPOZNAVANJE UČNIH TEŽAV IN UKREPI POMOČI UČENCEM Z UČNIMI TEŽAVAMI PRI MATEMATIKI

Detection and Identification of Learning Difficulties as well as the Assistance Measures for Pupils with Learning Difficulties in Mathematics

dr. Amalija Žakelj, Zavod RS za šolstvo

amalija.zakelj@zrss.si

Povzetek

K uspešnosti učenca pri doseganju pričakovanih dosežkov in ciljev pouka, poleg dejavnikov, kot so kakovost učenčevega življenja, spodbudno ali nespodbudno domače okolje, njegove intelektualne sposobnosti, prispevajo tudi šolski dejavniki, tako organizacija pouka kot učiteljeva ravnanja pri poučevanju. Po zakonu o osnovni šoli ima vsak učenec z učnimi težavami pravico, da mu šola prilagodi metode in oblike dela, organizira dopolnilni pouk in druge oblike individualne in skupinske pomoči. Da lahko šola učinkovito izvaja ustrezne ukrepe pomoči, je potrebno učne težave učencev pravočasno prepoznati, odkriti vrste in vzroke težav ter na osnovi ugotovitev načrtovati ustrezne ukrepe pomoči. Za izvajanje učinkovite pomoči učitelj potrebuje veliko znanja tako o vrstah in vzrokih učnih težav učencev kot tudi didaktičnega in metodičnega znanja za poučevanje učencev z učnimi težavami.

V osrednjem delu prispevka predstavimo pristope izvajanja prilagoditev za učence z učnimi težavami pri matematiki, pristope pri odkrivanju in prepoznavanju učnih težav ter strategije in ukrepe pomoči za premagovanje učnih težav pri matematiki. Pri razvoju metodičnih korakov za delo z učenci z učnimi težavami smo izhajali iz splošnih načel in smernic, ki so opredeljene v konceptu dela za učence z učnimi težavami (Koncept dela, 2007), jih nadgradili in prilagodili za poučevanje učencev z učnimi težavami pri matematiki v osnovni šoli.

Ključne besede: matematika, učne težave, specifične učne težave, prepoznavanje, izvajanje prilagoditev.

Abstract

Apart from the elements, such as quality of pupils' life, encouraging or discouraging home environment, intellectual abilities, etc., the pupils' performance and success in attaining the expected results and learning objectives is influenced also by the school factors, i.e., organisation of education and teachers' actions within the teaching process. The Elementary School Act provides that each pupil with learning difficulties has the right to the adjusted methods and forms of work ensured by the school, the right to remedial classes and other types of individual and group assistance. In order to ensure effective implementation of adequate assistance measures, it is necessary that pupils' difficulties are detected in time, that the type and the source of difficulties are identified and that the assistance measures are put in place on the basis of those evidences. Large amount of teachers' knowledge is required in order to perform effective assistance, both in terms of recognising the reasons of pupils' learning difficulties, as well as in terms of didactic and methodological knowledge for teaching pupils with learning difficulties.

In the main part of our article we present certain ways of adjustments to pupils with learning difficulties in mathematics, we show different approaches to detection and identification of learning difficulties, as well as the strategies and measures for assistance in overcoming learning difficulties in mathematics. In order to develop methodological steps of working with pupils with learning difficulties we base our work on general principles and guidelines, determined in the concept of work with pupils with learning difficulties (Koncept dela (Working Concept), 2007), by upgrading and adjusting them for teaching pupils with learning difficulties in mathematics at primary schools.

Key words: mathematics, learning difficulties, specific learning difficulties, identification, implementation of adaptation.

Uvod

Matematika je s številnimi izobraževalno-informativnimi, funkcionalno-formativnimi in vzgojnimi nalogami eden izmed temeljnih predmetov v osnovni šoli (Učni načrt, Matematika 2011). Pouk matematike je namenjen graditvi pojmov in povezav, spoznavanju ter učenju postopkov, ki posamezniku omogočajo vključitev v sistem (matematičnih) idej in posledično vključitev v kulturo, v kateri živimo. Osnovnošolski pouk matematike obravnava temeljne in za vsakogar pomembne matematične pojme, in to na načine, ki so usklajeni z otrokovim kognitivnim razvojem, s sposobnostmi, z osebnostnimi značilnostmi in njegovim življenjskim okoljem (npr. narava kot vir za matematično ustvarjanje in raziskovanje). Pri pouku matematike spodbujamo različne oblike mišljenja, ustvarjalnost, formalna znanja in spretnosti ter učencem omogočamo, da spoznajo praktično uporabnost in smiselnost učenja matematike (prav tam, str. 4).
Žal pa matematika učencem pogosteje kot ostali predmeti povzroča težave. Mnogim učencem matematika ni zanimiva, do nje ne čutijo veselja, nasprotno, veliko učiteljev meni, da so učenci za učenje matematike nemotivirani. Tudi iz teh razlogov se pogosto učijo brez razumevanja in v obravnavanih vsebinah ne vidijo smiselne uporabe in povezave z vsakdanjim življenjem. Mnogi čutijo do matematike odpor in celo strah. Od tu je korak do učnih težav zelo kratek.

Po zakonu o osnovni šoli, ima vsak učenec z učnimi težavami pravico, da mu šola prilagodi metode in oblike dela, organizira dopolnilni pouk in druge oblike individualne in skupinske pomoči. V 12. členu Zakona o osnovni šoli piše (Ur.l. RS, št. 12/1996): »*Izobraževanje učencev z učnimi težavami se izvaja tako, da jim šola prilagodi metode in oblike dela ter jim omogoči vključitev v dopolnilni pouk in druge oblike individualne in skupinske pomoči*«. Učenci z učnimi težavami niso usmerjeni z odločbo, na podlagi katere bi bil za njih oblikovan individualiziran program. Vendar pa so na podlagi že zgoraj omenjenega 12. člena Zakona o osnovni šoli upravičeni do ustreznih prilagoditev v poučevanju in učenju.

Da lahko šola učinkovito izvaja ustrezne ukrepe pomoči, je potrebno učne težave učencev pravočasno prepoznati, odkriti vzroke in značilnosti učnih težav ter na osnovi ugotovitev načrtovati ustrezne ukrepe pomoči. Za izvajanje učinkovite pomoči učitelj potrebuje veliko znanja tako o vrstah in vzrokih učnih težav učencev kot tudi didaktičnega in metodičnega znanja za poučevanje učencev z učnimi težavami. Zgodaj odkrite težave pri matematiki in načrtovanje ustreznih oblik pomoči lahko v veliki meri pomagajo pri nadaljnjem otrokovem razvoju na intelektualnem in socialnem področju.

Učitelji odkrivajo in prepoznavajo učne težave ter nudijo oblike pomoči učencem različno: nekateri redno prilagajajo priprave na pouk kot tudi samo izvajanje učnega procesa glede na potrebe učencev (npr. na podlagi vnaprejšnjih predvidevanj učnih težav), redno prilagajajo načine utrjevanja znanja ter načine preverjanja in ocenjevanja znanja, prilagajajo učno okolje (sedežni red, tihi kotiček …) in prilagajajo učno gradivo, omogočajo uporabo primernih učnih pripomočkov (žepno računalo, številski trak …), redno zagotavljajo učencem pomoč mobilnega specialnega pedagoga ali šolskega svetovalnega delavca oz. drugih strokovnih delavcev, omogočajo učencem podaljšan čas pisanja preverjanja znanja, redno oblikujejo kriterije ocenjevanja, jih predstavijo učencem, pojasnijo ocene učencem, se z njimi pogovorijo o dosežkih na preizkusih, drugi redkeje ali nikoli. Prav tako lahko učitelji učence redno usmerjajo v njihovi pripravi na pouk, drugi to naredijo le občasno (Žakelj 2010).

Tudi pri nudenju različnih oblik pomoči se učitelji in šole odločajo različno. Nekateri redno izvajajo dopolnilni pouk, skupinske svetovalne ure za učence izven pouka, individualne svetovalne ure za učence izven pouka, pomoč učencem v času podaljšanega bivanja (v sodelovanju z učiteljem OPB), dodatno individualno pomoč izven pouka, ki jo nudijo specialni pedagog, šolski svetovalni delavec ali drug strokovni delavec, delo v manjših skupinah izven pouka, pomoč sošolcev, sodelovanje s starši oz. pomoč staršev, drugi to naredijo le občasno (Žakelj 2010).

Splošne in specifične učne težave

Lerner (2003, v: Magajna at. all. 2008b, str. 26) definira učence z učnimi težavami kot »heterogeno skupino otrok z različnimi kognitivnimi, socialnimi, emocionalnimi in drugimi značilnostmi, ki imajo pri učenju pomembno večje težave kot večina otrok njihove starosti«. Učne težave so lahko kratkotrajne (prehodne) do tistih, ki so vezane na čas šolanja oziroma do tistih, ki trajajo vse življenje.

Lewis in Doorlang (1987, v: Magajna at. all. 2008b) razlikujeta splošne ali nespecifične učne težave in specifične učne težave.

Splošne ali nespecifične učne težave lahko izvirajo iz okolja (npr. ekonomska in kulturna prikrajšanost, socialna-emocionalna prikrajšanost, socialna-kulturna drugačnost, večjezičnost in večkulturnost), nekaterih notranjih dejavnikov (npr. splošno upočasnjen razvoj kognitivnih sposobnosti, motnja pozornosti, hiperaktivnost, podpovprečne in mejne intelektualne sposobnosti) ali neustreznih vzgojno-izobraževalnih interakcij (npr. strah pred neuspehom, nezrelost, pomanjkanje učnih navad). Zaradi naštetega posamezniki ovirano usvajajo in izkazujejo znanje ali veščine (Magajna 2000, v: Magajna at.all. 2008b). Učenci, ki imajo pri matematiki splošne učne težave, imajo le-te običajno tudi pri drugih predmetih in na splošno počasneje usvajajo znanja.

Pod izrazom specifične učne težave razumemo heterogeno skupino primanjkljajev, ki se kažejo na kateremkoli od naslednjih področij: pozornost, pomnjenje, mišljenje, koordinacija, komunikacija, branje, pisanje, pravopis, računanje, socialna kompetentnost in čustveno dozorevanje (Magajna at. all. 2008a, str. 11).
Specifične učne težave pri matematiki določajo: neskladje med intelektualnimi sposobnostmi, splošno šolsko uspešnostjo in izrazitostjo težav pri matematiki; izrazitost učnih težav pri matematiki v primerjavi z vrstniki; vztrajnost učnih težav pri matematiki kljub vsem možnim prilagoditvam v šoli, trudu otroka in pomoči doma ter kompleksnost težav na izobraževalnem, organizacijskem, motoričnem in socialnem področju (Haskell 2000, v: Kavkler 2010).

Specifične učne težave pri matematiki, ki se razprostirajo na kontinuumu od lažjih, zmernih do težkih, lahko razdelimo v dve skupini: diskalkulija in specifične aritmetične učne težave (Magajna at. all., 2008a , str. 45). Specifične aritmetične učne težave so povezane:

- s slabšim semantičnim spominom: učenci imajo težave pri priklicu dejstev iz dolgotrajnega spomina (npr. poštevanka, seštevanje, odštevanje);
- z aritmetičnimi proceduralnimi postopki: težave pri avtomatizacijii postopkov (npr.: deljenje, prehodi med deseticami pri odštevanju);
- z neustrezno uporabo vizualno-prostorskih spretnosti (prav tam).

Učenci z diskalkulijo imajo težave pri: dojemanju pojma število, osnovnih računskih operacijah, obračanju številk, avtomatizaciji, pisnem računanju (npr. nepravilno podpisovanje ...), reševanju besedilnih nalog. Diskalkulija je motnja v učenju matematike, ki kaže, da otrok v usvajanju procesa in načinu reševanja matematičnih problemov zaostaja za vrstniki leto ali več. Kaže se v različni intenziteti (lažja, zmerna, težja). Otrok je povprečno ali nadpovprečno inteligenten in ima “normalne” pogoje za učenje. Otrok napreduje pri učenju matematike, vendar dosti počasneje kot vrstniki in neprimerno svoji mentalni in kronološki zrelosti (Dobravc, 2010).

Simptomi diskalkulije so izraženi že v predšolski dobi, saj ima otrok težave z razvrščanjem predmetov po barvi, obliki in velikosti, z ugotavljanjem vzorcev, usvajanjem pojmov večji – manjši, daljši – krajši, s štetjem, primerjanjem količin, z učenjem pojma število, s povezovanjem količine s simbolom (štiri rože povežejo s simbolom 4), slabšim pomnjenjem števil in tako dalje.

Učenci, ki imajo specifične učne težave pri matematiki, imajo kompleksne vzgojno-izobraževalne potrebe na štirih področjih:

- **na področju organizacije** (njihove šolske potrebščine in učni pripomočki so neurejeni, slabo razporejajo zapis na listu, slabo ocenjujejo prioritete in načrtujejo porabo časa, kar je še posebej opazno pri pisnem preverjanju in domačem učenju, imajo težave s prostorsko orientacijo);
- **na področju fine motorike** (težave imajo pri geometriji, pisanju števil, računov in besedil ter pri dejavnostih z drobnimi učnimi pripomočki);
- **na področju socializacije** (pogosto težje razumejo pravila, socialne relacije in neverbalne znake socialnih sporočil, so pogosto slabše vključeni v socialno okolje);
- **na področju matematičnih vsebin** v zvezi s problemskim matematičnim znanjem (slabše razumejo navodila, matematične pojme, imajo slabše razvite številske in prostorske predstave, težave pri branju in razumevanju besedilnih nalog, težave z logičnim sklepanjem …), pogosto pa tudi s proceduralnim znanjem.

Vzroki učnih težav

Učenci imajo učne težave lahko pri različnih vsebinah, vendar pa je pogostost učnih težav pri posameznih vsebinah večja. Učitelji razrednega pouka, učitelji matematike ter strokovni delavci šolske svetovalne službe ocenjujejo, da imajo na razredni stopnji OŠ učenci z učnimi težavami pri matematiki veliko do zelo veliko težav pri: poštevanki, seštevanju in odštevanju s prehodom, posebej pri pisnem deljenju, računskih operacijah, reševanju matematičnih problemov in pri besedilnih nalogah; na predmetni stopnji pri količinah, merskih enotah in pretvarjanju, pri orientaciji, pri enačbah predvsem na konceptualnem področju (npr. pri razumevanju pojmov spremenljivka, enačba), pri algebrskih izrazih ter pri reševanju matematičnih problemov in besedilnih nalogah. Vsebine, pri katerih imajo učenci po mnenju učiteljev tudi pogosto velike težave, so še: racionalna števila, računanje z negativnimi števili, linearna funkcija, učenje algoritmov, načrtovanje z geometrijskim orodjem (Žakelj, 2010).

Najpogostejše ovire, ki po mnenju in izkušnjah učiteljev precej oz. zelo otežujejo učenje matematike, so še: nerazumevanje matematičnih pojmov, slabše številske in prostorske predstave, težave pri logičnem sklepanju, težave pri branju in razumevanju besedila, nepoznavanje ali neobvladovanje strategij reševanja problemov (prav tam).

Vzroki za učne težave so raznovrstni. Izvirajo lahko iz učenca samega, lahko so vzroki širši in izvirajo iz šolskega ali domačega okolja (organizacija pouka, nespodbudno domače okolje, strah, anksioznost, revščina, jezikovna različnost idr.), lahko pa so v kombinaciji dejavnikov med posameznikom in okoljem.

Eno ključnih vprašanj je, kako pri učencih prepoznati učne težave. Najpogostejši znaki, prek katerih lahko prepoznamo, da ima učenec pri pouku matematike učne težave, so:

- učno gradivo usvaja počasneje kot vrstniki,
- ima težave pri nalogah, ki zahtevajo logično mišljenje,
- ima težave pri razumevanju in izvajanju algoritmov, postopkov,
- ima težave pri branju in/ali pisanju,
- kratkotrajna pozornost.

Izvor učnih težav so lahko tudi pomanjkljive učne in delovne navade, nespodbudno domače okolje ter znaki, ki so v veliki meri povezani z vedenjem učenca pri pouku:

- učna učinkovitost zelo niha (od dneva do dneva, od predmeta do predmeta …),
- počasneje se prilagaja spremembam dejavnosti,
- ne sledi navodilom,
- strah pred neuspehom (izogiba se nalogam, odlaša z nalogami),
- nima domačih nalog,
- ni pripravljen na sodelovanje,
- pisni izdelki in ustno izkazano znanje se pomembno razlikujeta,
- pri šolskem delu pogosto kaže zaskrbljenost in negotovost,
- ima tremo pri preverjanju znanja,
- kaže izrazit odpor do šolskega dela,
- kaže znake nemoči, potrtosti, vdanosti v usodo,
- moti pouk, ne upošteva pravil,
- daje vtis, da bi bil lahko glede na svoje sposobnosti učno uspešnejši,
- slabše razume jezik šolanja,
- slabe ocene.

Izvajanje prilagoditev učencem z učnimi težavami pri matematiki (v nadaljevanju UTMAT)

Danes se od šole oz. učitelja pričakuje, da prav vsakemu učencu s primernim pristopom omogoči, da usvoji določena matematična znanja. Zato pogosto učne težave razumemo kot izziv učitelju, da učenec doseže optimalno, glede na svoje zmožnosti in sposobnosti. Ta zahteva učitelja postavlja pred velike izzive in preizkušnje, kako poučevati, kako prepoznati potrebe in težave učencev in katere ukrepe izbrati, da bodo učinkoviti. Vse to zahteva na eni strani kvalitetno oz. prilagojeno poučevanje, na drugi strani pa razumevanje oz. vedenje, kaj je temeljno matematično znanje, razumevanje vlog udeležencev (učencev, učiteljev, strokovnih delavcev, staršev) pri soustvarjanju pouka in matematike ter s tem povezane zahteve po spremembi izvajanja pouka (ustvarjanje spodbudnega in varnega učnega okolja, kjer bodo imeli priložnost soustvarjati pouk in matematiko vsi učenci).

Značilnosti izvajanja prilagoditev učencem z učnimi težavami pri matematiki (UTMAT) so:

- Razvijati učinkovite pristope učenja in poučevanja za učence z učnimi težavami pri matematiki in razdelati primere dobre poučevalne prakse (didaktična gradiva; metode odkrivanja učnih težav ter strategije pomoči) ter jih z medsebojnim sodelovanjem učiteljev širiti naprej).
- Sistematično spremljati napredek učenca (diagnostično, formativno in sumativno spremljanje znanja).
- Spodbujati sodelovanje med vsemi udeleženci (npr. kolegialne hospitacije, kritično prijateljevanje, samoregulacija učenja; vrstniško sodelovanje in oblike pomoči).
- Pripraviti in izdelati priporočila za področje učenja in poučevanja učencev z učnimi težavami pri matematiki.

Ravnanja učiteljev pri načrtovanju in izvajanju učnega procesa s perspektive pomoči učencem z učnimi težavami so tesno povezana z njihovimi stališči in pojmovanji o pomembnosti posameznih matematičnih vsebin. Pri razvoju modela UTMAT, ki je postavljen s perspektive pomoči učencem z učnimi težavami pri matematiki, smo izhajali iz splošnih načel in smernic, ki so opredeljene v konceptu dela za učence z učnimi težavami (Magajna at.all. 2008a), jih nadgradili in prilagodili za poučevanje učencev z učnimi težavami pri matematiki v osnovni šoli. Pri tem smo se oprli na ugotovitve Shieelda (2005, v: Kavkler 2010), da anksioznost učenca povzroča pet dejavnikov: stališča učenca in učitelja do matematike, kurikul, strategije poučevanja, razredna kultura in ocenjevanje. Našteto seveda terja spremembe pri učenju in poučevanju učencev z učnimi težavami pri matematiki: spremembe v pojmovanju in razumevanju matematičnega znanja s perspektive nujnosti, osmišljanja in uporabnosti matematičnih znanj v življenju, spremembe v razumevanju izvajanja pouka ter spremembe v razumevanju vlog udeležencev pouka matematike. Konceptualna zasnova modela UTMAT tako temelji na načelih:

- osmišljanje matematičnega znanja s perspektive pomoči učencem z učnimi težavami,
- pouk kot vzajemna dejavnost učenca in učitelja ter
- načelo udeleženosti.

O*smišljanje matematičnega znanja s perspektive pomoči učencem z učnimi težavami* pomeni premislek o tem, kateri matematični pojmi ali postopki so nujni, da jih usvoji sleherni učenec. Pomemben je premislek o tem, kako ravnati, če določenih ciljev in vsebin učenec ne doseže. Odločitev je odvisna od: pomembnosti vsebin pri nadaljnjem izgrajevanju znanja, od uporabnosti v življenjskih situacijah, od vrste učnih težav, posebnosti posameznih učencev idr.

P*ouk kot vzajemna dejavnost učenca in učitelja*, v katerem potekata učenje kot učenčeva aktivnost in poučevanje kot učiteljeva aktivnost, je načelo, ki pomeni razumevanje njunega odnosa kot vzajemne odgovornosti obeh za uspeh in premagovanje učnih težav. Drugače rečeno, učne težave učenca so problem učenca in učitelja.

Načelo *udeleženosti* pomeni soustvarjati pouk in soustvarjati matematiko ter skozi proces upoštevati učenčeve potrebe na kognitivnem, socialnem in emocionalnem področju. V praksi soustvarjanje matematike pomeni izražanje matematičnih misli, izražanje poznavanja in razumevanja matematičnih pojmov, postopkov ter odnosov med njimi. Prav tako pa soustvarjanje pomeni upoštevanje potreb učencev na socialnem in emocionalnem področju. (Npr. vključevanje učenca pri načrtovanju metod dela. Učitelj in učenec se npr. dnevno dogovarjata o njegovem domačem delu, učenec si postavi lastne cilje ter sooblikuje mrežo pomočnikov.).

Posamezna področja modela UTMAT so opredeljena v dveh ključnih vsebinskih stebrih: Prvi določa elemente *spodbudnega in varnega učnega okolja, drugi določa metodične korake za izvajanje prilagoditev učencem z učnim težavami pri matematiki* (Shema 1).

Shema 1: Izvajanje prilagoditev učencem z učnimi težavami pri matematiki (UTMAT)

Spodbudno in varno učno okolje lahko ustvarijo ozaveščani strokovni delavci, ki poznajo tako značilnosti učencev z učnimi težavami kot pristope za izvajanje prilagoditev učencem z učnimi težavami ter se ravnajo po načelu udeleženosti. Metodični koraki modela UTMAT, ki so krožno povezani in se spiralno nadgrajujejo, so: sprotno in sistematično spremljanje napredka učenca (diagnostično, formativno, sumativno), organizacija pouka, identifikacija učnih težav, izvajanje ustreznih strategij/ukrepov pomoči, refleksija učitelja in učenca ter evalvacija učinkovitosti pomoči.

Metodične korake modela UTMAT opredelimo v načrtu obravnave učnih težav, in sicer: ravnanja učitelja pri ključnih odločitvah, povezanih z obravnavo matematičnih vsebin glede na obseg, globino in smiselnost matematičnih znanj s perspektive učencev z učnimi težavami pri matematiki, pristope identifikacije učnih težav, ukrepe pomoči, načine spremljanja napredka učenca ter vlogo udeleženosti. Pri načrtovanju dejavnosti pouka vključujemo tudi učence, upoštevamo močna področja posameznih učencev, interese ter motivacijske stile. Načrtujemo vlogo šolske svetovalne službe in sodelovanje s starši.

Načrtovanja didaktične enote s perspektive pomoči učencem z učnimi težavami pri matematiki

Načrt obravnave učnih težav je sestavni del načrtovanja pouka, bodisi globalnega, etapnega ali izvedbenega načrtovanja. Vsebuje elemente, ki so v pomoč, da delo poteka tekoče. Didaktična enota obsega vsebinsko in časovno zaokroženo celoto, v kateri uresničujemo cilje in vsebine ter opredelimo potrebne didaktične situacije s perspektive učencev z učnimi težavami.

V elementih načrtovanja didaktične enote z vidika obravnave učnih težav opredelimo*:*

- psihološki vidik (značilnosti učencev, motivacija …),
- splošne in operativne cilje didaktične enote (stopnjo nujnosti posameznih ciljev in vsebin s perspektive pomoči učencem z učnimi težavami),
- vsebine (obseg, globino vsebine, njeno sporočilnost ...),
- potrebno predznanje za usvajanje novih ciljev in vsebin (stopnjo nujnosti posameznih ciljev in vsebin s perspektive pomoči učencem z učnimi težavami),
- načine prepoznavanja učnih težav,
- ukrepe pomoči za doseganje ciljev ob morebitnih težavah (prilagojeni didaktični pristopi, didaktično gradivo, pomoč strokovne suportivne službe na šoli),
- spremljanje napredka učenca (diagnostično, formativno, sumativno),
- načine izdelave in uporabo didaktičnih pripomočkov/gradiv (namen didaktičnih pripomočkov, kdo izdela didaktične pripomočke/gradiva; kdaj, čemu in koliko časa učenec pripomoček uporablja …),
- domače naloge (obseg, namen, vrste domačih nalog; domače naloge kot sredstvo za razvijanje samostojnosti, ustvarjalnosti, odgovornosti; domače naloge kot sredstvo za razvijanje pozitivnega odnosa do šole, znanja, šolskih obveznosti),
- načine vključevanja učencev pri soustvarjanju pouka,
- refleksijo učitelja in učenca (vprašanja, morebitne oporne elemente za zapis).

Pri načrtovanju ciljev in vsebin določimo (Žakelj & Magajna, 2010):

- Cilje in vsebine, ki so ključni, nujni, bistveni in jih je potrebno razumeti v vsem bistvu. Če teh ciljev učenec ne usvoji, so tudi pri ostalih ciljih ukrepi pomoči lahko neučinkoviti.
- Cilje in vsebine, ki jih lahko učencem z učnimi težavami poenostavimo, priredimo ali celo opustimo.
- Cilje in vsebine, ki se le navezujejo na obravnavano temo in pri katerih do težav pride tudi v primeru usvojenosti ključnih in poenostavljivih cijev iz razlogov, ki niso neposredno vezani na samo obravnavano vsebino.
- Pri načrtovanju ciljev in vsebin določimo/predvidimo tudi ravnanja učitelja v primeru, da znanje ni usvojeno kljub dodatnim ukrepom.

Konceptualno in proceduralno znanje se prepletata praktično skozi celotni pouk matematike. Za učence z učnim težavami je lahko zahtevno tako proceduralno znanje kot tudi razumevanje matematičnih pojmov (konceptualno znanje). Ko gre za učence z učnimi težavami, se mora učitelj pogosto odločati med tem: Ali razumevanje ali postopki. Odločitev je odvisna od:

- Pomembnosti ciljev in vsebin pri nadaljnjem izgrajevanji znanja. Pri nekaterih vsebinah je pomembnejše razumevanje, drugje je pomembneje, da učenec obvlada postopek.
- Od uporabnosti v življenjskih situacijah.
- Od posebnosti posameznih učencev z učnimi težavami.

Primer. Načrtovanje ciljev in vsebin s perspektive učnih težav pri matematiki

Sklop: Procentni račun, 7. razred OŠ

- Cilji in vsebine, ki so ključni in se nanašajo na razumevanje pojma odstotek. Sem sodijo cilji, ki so namenjeni izgrajevanju koncepta ODSTOTEK. Npr.: prepoznati celoto, prepoznati del celote, prikazati p % od a grafično, grafično ponazoriti del celote, oceniti delež. Če teh ciljev učenec ne usvoji, so tudi pri ostalih ciljih ukrepi pomoči lahko neučinkoviti.

- Cilji in vsebine, ki jih lahko učencem z učnimi težavami poenostavimo, priredimo ali celo opustimo. To so cilji povezani z osnovnimi postopki: izračunati del, izračunati delež, izračunati celoto. Če učenec usvoji ključna znanja, potem mu lahko z ustreznimi poenostavitvami (navodili, pripomočki ipd.) pomagamo, da uspešno 'nastavi' račun. Čeprav morda ne razume postopka, pa razume, kaj računa in zna osmisliti izračun.

- Cilji in vsebine, ki se le navezujejo na obravnavano temo. Na procentni račun se navezujejo še drugi cilji (npr. besedilne naloge, morda razni izračuni). Pri doseganju teh ciljev pri posameznih učencih lahko prihaja do težav iz drugih vzrokov, tudi če so bili usvojeni ključni in poenostavljeni cilji (težave z branjem besedila, računanjem ipd.).

Ravnanja učitelja v primeru, da znanje ni usvojeno kljub dodatnim ukrepom

- Koncept ODSTOTKA je nujen tako z vidika izgrajevanja matematičnega znanja kot z vidika uporabe v življenju. Zato so cilji: prepoznavanje dela, deleža, celote, grafični prikaz odstotka, ocena odstotka ipd. nujni. Cilji: računanje deležev, računanje odstotkov, računanje osnov idr. morajo biti doseženi, vendar si učenci z učnimi težavami pri tem lahko pomagajo s pripomočki. Glede na vrsto težave pridejo v poštev različni pripomočki, npr. kartonček s formulami, računalo, 'stotiški kvadrat z deleži'.

Ukrepi pomoč

Za učence z učnimi težavami je pomembno, da so pravila učenja jasna in strukturirana, da vključujejo jasno organizacijo informacij in jasno zaporedje korakov. Strukturirano/vodeno učenje je primerno za učence, ki rešujejo probleme na podlagi celostnega vtisa in težko samostojno ločijo del od celote. V razredu jih prepoznamo po pasivnem pristopu k učenju (manj zapisujejo, izpisujejo, podčrtavajo), imajo manjšo sposobnost za organiziranje in strukturiranje učnega gradiva, težje izločajo pomembne podatke iz besedila, delajo z metodo poskus – napaka, težave imajo s prevajanjem besedilnih problemov v matematične formule. Seveda je tudi te učence treba k dejavnemu učenju spodbujati. Prilagodimo tempo dela, izvajamo izkustveno učenje, delo s konkretnim materialom …

Ne glede na učne težave, tudi sicer, so med učenci razlike, tako v sposobnostih kot v učnih stilih. Pri delu z učenci z učnimi težavami pa bi lahko rekli, da so raznolike učne situacije, prilagojene posamezniku, in izkustveni pouk nujni. Npr. v prvem triletju so pri razvijanju številskih predstav lahko učinkovite dejavnosti barvno zapisovanje simbolov in števil, iskanje asociacij (na matematične pojme), zapisovanje števil na večjo podlago, razvrščanje predmetov v enostavno tabelo, razvrščanje s pomočjo gibanja in na tleh narisanih preglednicah, postavljanje igrač v diagrame, posredovanje navodil po delih (kartončki), barvno zapisovanje števil, oblikovanje plakata z najbolj pogostimi izrazi, ki se navezujejo na posamezne pojme (npr. seštevanje: vsota, dodam, prinesem … in odštevanje: manj, vzamem stran, prodam …), slikovna predstavitev števil, izdelava lastnih didaktičnih pripomočkov idr.
Pomembno je tudi, da učenci števila jasno izgovarjajo in se znajo, ko števila izgovarjajo, tudi poslušati. Če si jasno prisluhnejo, bodo slišali vse števke in povečini tudi mestne vrednosti le-teh. S tem bodo njihove predstave o številih jasnejše in tudi sama števila bodo po nareku pravilno zapisali. Poleg tega vzporedno razvijajo tudi slušno pozornost.

Nekatere dejavnosti oz. ukrepi so tudi taki, ki naj bi jih učitelj uporabljal za vse učence in ne zgolj za učence z učnimi težavami (urjenje tehnike branja in pisanja, risanje risb oz. skic, priprava delovnega prostora, učenje po korakih, življenjsko ponazarjanje problemov, učenje organizacije zapisov …).
Poleg strukturiranega in sistematično vodenega poučevanja je za učence z učnimi težavami nepogrešljiva tudi uporaba učnih pripomočkov. Pogosto učenci z učnimi težavami lahko usvajajo matematične pojme in postopke ter rešujejo naloge le ob pomoči ustreznih opor. Učni pripomočki morajo biti uporabni, učencu morajo služiti kot opora za ponazoritev pojmov in odnosov, kot pomoč pri razumevanju, opora v procesu učenja, kot opomnik s koraki reševanja idr. Poleg tega, da pripomoček služi učencu kot kognitivno sredstvo, mu lahko pomeni tudi občutek varnosti ali pa motivacijsko sredstvo. Pri

odločitvah za pripomočke izhajamo iz potreb učencev, naučimo jih, kako jih uporabljati ter tudi kako naj jih samostojno izdelajo, npr. kartonček s formulami za pomoč pri priklicu; karo papir pri seštevanju/odštevanju zaradi pravilnega podpisovanja; po korakih zapisan postopek reševanja, ki ga izdela učenec sam z izrazi, ki jih razume; razpredelnica z enotami; kartončki s poštevanko ali večkratniki; tabela večkratnikov; stotični kvadrat pri učenju osnovnih računskih operacij; kovanci, žetoni, ploščice, s pomočjo katerih ponazarjamo števila, štejemo naprej, nazaj, po ena, po dve, dopolnjujemo števila, seštevamo, odštevamo, množimo; različne predloge; žepno računalo; uporaba opomnikov idr.

Ključno je tudi, da razmislimo, kdaj učenec učne pripomočke uporablja oz. kdaj so učni pripomočki smiselni in učinkoviti. Žepno računalo na primer je pri obravnavi procentov lahko učinkovito, če posameznik slabo obvlada računske postopke, ne pa, če ne razume koncepta odstotka.

Zaključek

Kot rečeno na uspešnost učenca pri doseganju pričakovanih dosežkov in ciljev pouka poleg zunanjih dejavnikov kot so kakovost učenčevega življenja, spodbudno ali nespodbudno okolje, iz katerega prihaja (Toličić in Zorman, 1977, Serpell 1993, Malačič et. all, 2005, Žakelj at. all, 2009b, Žakelj in Grmek, 2010), intelektualne sposobnosti posameznika (Marjanovič Umek at. all. 2006) idr., vplivajo tudi šolski dejavniki, tako organizacija pouka kot učiteljeva ravnanja. Po Zakonu o osnovni šoli ima vsak učenec z učnimi težavami pravico, da mu šola prilagodi metode in oblike dela, organizira dopolnilni pouk in druge oblike individualne in skupinske pomoči. Da lahko šola učinkovito izvaja ustrezne ukrepe pomoči, je potrebno učne težave učencev pravočasno prepoznati in odkriti vrste in vzroke težav. Za izvajanje učinkovite pomoči učitelj potrebuje veliko znanja, tako o vrstah in vzrokih učnih težav učencev kot tudi didaktičnega in metodičnega znanja za poučevanje učencev z učnimi težavami. Zgodaj odkrite težave pri matematiki in načrtovanje ustreznih oblik pomoči lahko v veliki meri pomagajo pri nadaljnjem otrokovem razvoju na intelektualnem in socialnem področju.

Viri

1. Dobravc, S. (2010): Matematika brez solza. Interno gradivo. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
2. Kavkler , M. (2010):Učne težave pri matematiki - značilnosti, prepoznavanje in obravnava. Interno gradivo. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
3. Malačič, J. et al. (2005): Študija o kazalcih ustvarjalnosti slovenskih regij. Služba vlade Republike Slovenije za regionalni razvoj in Ekonomska fakulteta, Ljubljana.
4. Magajna, L., Kavkler, M., Čačinovič Vogrinčič, G., Pečjak, S. in Bregar Golobič, K. (2008a): Koncept dela, program osnovnošolskega izobraževanja. Učne težave v osnovni šoli. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
5. Magajna, L., Pečjak, S., Peklaj, C., Čačinovič Vogrinčič, G., Bregar Golobič, K., Kavkler, M. in Tancig, S. (2008b): Učne težave v osnovni šoli. Problemi, perspektive, priporočila. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
6. Marjanovič Umek, L., Sočan, G., Bajc, K. (2006): Šolska ocena: koliko jo lahko pojasnimo z individualnimi značilnostmi mladostnika in koliko z dejavniki družinskega okolja. Psihološka obzorja, 15 (4), 25-52.
7. Serpell, R. (1993): Interference between Sociocultural and Psyhological Aspects in Cognition. V: E. A. Forman, N. Minick in C. A. Stone, Context for Learning. Oxford Uninversity Press, Inc., New York.
8. Toličič, I., Zorman, L. (1977): Okolje in uspešnost učencev: vpliv socialnoekonomskih in demogeografskih dejavnikov na šolski uspeh in osebnostne lastnosti otrok. Državna založba Slovenije, Ljubljana.

9. Učni načrt, Program osnovna šola, Matematika. Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, 2011. http://www.mizks.gov.si/si/delovna_podrocja/direktorat_za_predsolsko_vzgojo_in_osnovno_solstvo/osnovno_solstvo/ucni_nacrti/posodobljeni_ucni_nacrti_za_obvezne_predmete/
10. Zakon o osnovni šoli (ZOsn), Ur.l. RS, št. 12/1996
11. Žakelj, A., Cankar, G., Bečaj, J., Dražumerič, S., Rosc-Leskovec, D. (2009 b): Povezanost rezultatov NPZ pri matematiki in slovenščini s socialno-ekonomskim statusom učencev: poročilo o raziskavi. Zavod RS zašolstvo, Ljubljana.
12. Žakelj A., Ivanuš Grmek, M. (2010): Povezanost rezultatov pri nacionalnem preverjanju s socialno-kulturnim okoljem učencev, poukom in domačimi nalogami. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
13. Žakelj, A., Magajna , Z. (2010): Načrt obravnave učnih težav. Interno gradivo. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
14. Žakelj, A. (2010): Podpora učiteljem pri izvajanju prilagoditev učencem z učnimi težavami pri matematiki. Analiza vprašalnika. Interno gradivo. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.

PRISTOPI, STRATEGIJE IN OBLIKE DELA PRI POUKU MATEMATIKE S PREVERJENO UČINKOVITOSTJO

Silva Kmetič, Zavod RS za šolstvo, OE Maribor

silva.kmetic@zrss.si

Pod temo Pristopi, strategije, metode in oblike dela pri pouku matematike s preverjeno učinkovitostjo smo izpostavili naslednje podteme:

- Nevralgične točke pri učenju in poučevanju matematike
- Različne organizacijske tehnike pri pouku matematike
- Diferenciacija in individualizacija pouka
- Učne težave pri učenju matematike

S poudarkom preverjena učinkovitost smo želeli spodbuditi dokumentirane vzročno-posledične zveze med učinki učenja in poučevanjem. Obstoječi naslov bi lahko zapisali tudi drugače: Kako in zakaj tako poučujem? Naslov pokriva spoznavno-razvojni vidik učenja in organizacijo pouka, zato se je tukaj zbralo največ prispevkov.

Izpostavili bi nevralgične ali šibke točke pri učenju in poučevanju, saj so posredno vpletene v ostale izpostavljene vsebine. Šibke točke so vsebine oziroma matematični pojmi in postopki, ki večjemu številu učencev predstavljajo problem pri razumevanju in zapomnitvi. Včasih so to tudi vsebine, ki jih je težko razložiti tudi z vidika matematike. Za učitelje so te vsebine poseben izziv v iskanju poti do razvoja ustreznega znanja za večje število učencev.
Nevralgične točke pri učenju in poučevanju so pokrite z organizacijsko motivacijskimi dejavnostmi, manj pa z dejavnostmi, ki bi pomagale učencem s spoznavnega vidika učenja. V prispevkih bomo prebirali o razvoju številskih predstav, računskih operacij in o strategijah reševanja besedilnih in problemskih nalog.
Prispevke o diferenciaciji in individualizaciji pouka smiselno dopolnjujejo prispevki o delu z nadarjenimi učenci in o premagovanju učnih težav učencev z učnimi in drugimi primanjkljaji. Seznanimo se z matematičnim pogovorom in pomenom matematične narativnosti, problematiko vrednotenja kompleksnih znanj, timskim poučevanjem, ocenjevanjem oz. računanjem s približki, s procesi matematičnega mišljenja, ki so sopotnik raziskovanja in reševanja problemskih nalog …
Skupina prispevkov se ukvarja s poukom celostno in motivacijsko, z osmišljanjem matematike z realnim in poklicnim kontekstom in s kompetencami vseživljenjskega učenja.

Na mnoga vprašanja nismo odgovorili, gotovo pa lahko najdete ideje in vzpodbude za iskanje lastnih rešitev v prispevkih, predstavljenih v tematskem sklopu Pristopi, strategije, metode in oblike dela pri pouku matematike s preverjeno učinkovitostjo.

POMEN MATEMATIČNEGA POGOVORA ZA RAZUMEVANJE MATEMATIKE
The Importance of Mathematical Discussion for Understanding of Mathematics

Polona Legvart, OŠ bratov Polančičev Maribor

polonca.legvart@guest.arnes.si

Povzetek
V razredni skupnosti, v kateri ima vsak otrok dovolj možnosti, da pojasni svoje matematično razmišljanje skozi matematični pogovor, lahko otrok razvije svoje lastno razumevanje matematičnih konceptov. Sámo matematično izražanje podpira oblikovanje skupnosti učencev, ki vzpodbuja vsakega od njih, da izrazi probleme, razloži svoje rešitve, odgovori na vprašanja in utemelji odgovore. Obstajajo različni tipi matematičnih pogovorov, ki zahtevajo različne strukture organiziranja učencev v razredu in spodbujajo različne vrste interakcij. Učenci razvijajo matematično narativnost skozi različne oblike matematičnih pogovorov s tem, da svoja opažanja predstavijo drug drugemu, skupaj oblikujejo teorije, si izmenjujejo strategije reševanja in generirajo pravila. Pogovor pri tem pojmujemo tudi kot otrokov notranji dialog, ki se izraža bodisi v besedah, številih ali vizualnih predstavah.

Ključne besede: zgodnje poučevanje matematike, matematični pogovor, matematično mišljenje, matematična narativnost, kultura poučevanja.

Abstract
In a classroom group, where every child has enough opportunity to explain its own mathematical thinking through mathematical discussion, everybody can develop their own understanding of mathematical concepts. The mathematical expression itself supports the building of a community of pupils, which encourages each of them to express their own problems, explain their solutions, respond to questions and reason the answers. Different types of mathematical discussion demand different kinds of organisation and support different kinds of interaction. The children develop their mathematical narration through different forms of mathematical discussion, by introducing their observations to others, modelling theories together, exchanging solution strategies and generating rules. We understand the discussion itself as the child's internal dialogue, expressed either with words, numbers or visual imaginations.

Key words: early teaching of mathematics, mathematical talk, mathematical thinking, mathematical narration, culture of theaching.

Uvod
Jezik ni le sredstvo komunikacije, temveč tudi sredstvo mišljenja in učenja. Vez med matematiko in jezikom je temeljna in kompleksna. Vse faze pouka so tesno povezane z jezikom in pogovorom. V pogovoru učitelji spoznavajo predznanje učencev, opozarjajo jih na neustreznost njihovih pojmovanj, preverjajo, kako so razumeli razlago, učni tekst in podobno (Marentič Požarnik, Plut Pregelj, 2009, str. 36).

Izkušnje iz tujine prav tako govorijo o vplivu »kognitivne revolucije« v psihologiji in redefiniranju pogleda na učenje posameznika, natančneje tudi pri poučevanju matematike v osnovni šoli. Pri tem, opirajoč se na Brunerja (1990, 1996), izpostavljajo pomen socialne narave učenčevega učenja na eni strani in razumevanja učenja kot aktivnega konstruktivnega procesa, kjer učenci s svojimi interpretacijami ustvarjajo smisel sveta. Sledijo mnoge raziskave, ki nakazujejo pomembne »razlike v kvaliteti in naravi učenja matematike pri učencih, zlasti na področjih razlage in pojasnjevanja v procesu iskanja matematičnih rešitev. Še več, potrjeni so bili vplivi na kvaliteto matematičnega razmišljanja in razumevanja matematike« (Wood, 2002).

Učiteljev izbor didaktičnega modela poučevanja je praviloma tesno povezan z učiteljevim profesionalnim usposabljanjem, didaktičnimi priporočili v učnih gradivih in drugih pedagoških dokumentih ter avtonomnim pedagoškim raziskovanjem. Koliko učitelj sledi prenovljenim kurikularnim izhodiščem, seveda ne sme predstavljati dvoma, kljub temu pa raziskovanje šolske prakse kaže na didaktična področja, ki se le s težavo ločijo od tradicionalnih predstav.

S prispevkom želimo izpostaviti, kako pomembno je v zgodnjem poučevanju matematike definirati ne le vsebino, temveč tudi kulturo poučevanja. Pri tem vidimo pomembno vlogo matematičnega pogovora, torej vloge jezika, ki ga želimo podrobneje razčleniti v nadaljevanju.

Matematika in jezik

Jezik predstavlja vez med resničnim življenjem in matematiko. Razlaga vsakodnevnih situacij skozi matematične modele zahteva dobro razumevanje matematičnih znakov, simbolov in principov. Nekateri raziskovalci so mnenja, da spoznavni razvoj omogoča usvajanje jezika, ali celo »da je otroku zgodnje znanje o tem, kako deluje svet, nujno potrebno, da lahko usvoji govor, ki ga obdaja« (Marjana Erženičnik Pačnik, 2001, str.21).

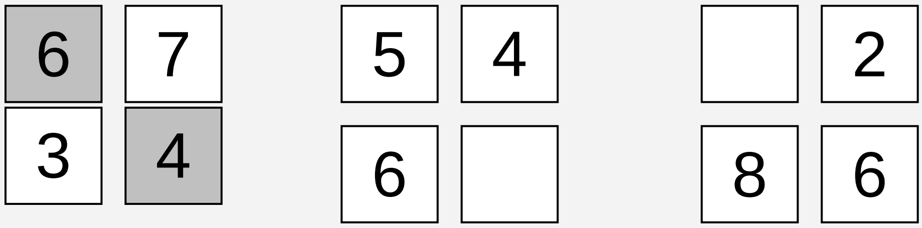
Za matematiko se zdi, da je eno njenih pomembnejših poslanstev v »vzpostavitvi sistema pisnih simbolov, ki se zdijo popolni in se zato pouk matematike opira nanj« (Math Talk, 1988). Zato je tudi učni pogovor najpogosteje omejen na prezentacijo simbolov, ki se v tradicionalnem pouku največkrat omeji na učiteljevo razlago.

Danes smo bliže razmišljanju, da matematična raba jezika ni v izvoru bistveno drugačna od ostalih rab ter da vprašanja identitete, forme in funkcije predmetov in simbolov ter njihov namen in smisel prav tako predstavljajo ključna izhodišča za poučevanje, učenje in raziskovanje matematike« (Pimm, 1995, str. 14). Dati priložnost učencem, da govorijo o matematiki, poveča možnost za njeno razumevanje in izboljšanje natančne rabe jezika in učenca nauči (Swan, 2005, str. 31):

- kaj besede in simboli pomenijo,
- kako je možno ideje povezovati skozi vsebino,
- zakaj so določene metode uspešne,
- zakaj je nekaj narobe,
- kako lahko učinkoviteje rešiš probleme.

Nekatera prizadevanja za posodobitve pouka matematike vidijo torej priložnost v matematičnem pogovoru (diskusiji). Zanje je tovrstna dejavnost kompleksna učna situacija za učitelja in učenca, ki zajame vse elemente didaktike pouka. Pomemben je izbor nalog, vrsta in način postavljanja vprašanj, zanimajo nas učni stili, sam proces učenja, ki ga evalvacija pogovora odkriva, in ne nazadnje organizacija pouka. Matematični pogovori prispevajo k ustvarjanju razredne kulture (pri nas uporabljamo tudi izraz klime), v kateri se pričakuje odgovorno sodelovanje in aktivno razmišljanje.

Primer:



Učiteljica: Pred seboj imamo skupine kvadratov s števili. V nekaterih skupinah manjka po eno število (ki ni enako), ki pa jih lahko poiščemo z utemeljitvijo, ki velja za vse rešitve.
Učenec A: V sredinskem kvadratu manjka 7.
Učenec B: Ja.
Učiteljica: Kako si prišel do 7?
Učenec A: Ker je med 6 in 7 razlika 1 in je tudi med 4 in 5 razlika 1, sem k 6 dodal eno več.
Učiteljica: Ali enako pravilo velja tudi za zadnje štiri kvadrate?
Učenec B: Izgleda, da ne. Ta je eno število »vsiljivec«.
Učiteljica: Kaj to pomeni?
Učenec B: To je število, ki vse pokvari in potem ni več prav.
Učiteljica. Torej prvo pravilo ne deluje.
Učenec A: Ne, ne deluje.
Učiteljica: Morda pa lahko izvemo kaj več iz prve skupine kvadratov.
Učenec B: Zakaj sta dva pobarvana?
Tišina.
Učenec A: Aha, ker če ju seštejemo, dobimo 10.
Učenec B: V drugi skupini bi lahko potem tudi pobarvali 6 in 4, pa so jih pozabili. In v tretji tudi.
Tišina.
Učenec B: Ampak lahko bi tudi pobarvali 3 in 7 v prvih kvadratkih.
Učenec A: Seveda, morda pa je pravilo takšno, da morajo pari kvadratov biti skupaj 10?
Učenec B: Ja, tako bo. Bravo, našli smo pot.
Učiteljica: Res je. Ali bi morda obstajal še kakšen drug način?

Matematični pogovor, izveden v času pouka, maja 2012, ob nalogi v delovnem zvezku

Empirične analize pouka matematike so z analizo učnega pogovora pripeljale do generalizacije vzorcev kulture pogovora v različnih kulturah poučevanja (Wood, 2002):

Konvencionalna kultura poučevanja

kontekst pogovora	matematično razmišljanje	aktivnost učenca	poslušalci	
			učitelj	učenci
poročanje poprava odgovor	priklic odgovora in/ali postopka	pove odgovor, opiše postopek	preveri in oceni rešitve nalog	je pozoren

Reformna kultura poučevanja

kontekst pogovora	matematično razmišljanje	aktivnost učenca	poslušalci		
				učitelj	učenci
			odgovornost za sodelovanje		
strategije reševanja, razmišljanje	primerjanje iskanje nasprotij	išče različne poti	odgovornost za učenje	sprejme izdelek	išče/najde različne poti
spraševanje, poizvedovanje, preiskovanje	razlogi za razčiščevanje, postavljanje vprašanj	išče najboljšo rešitev, poišče razloge zanjo		sprašuje, išče argumente	poti ponujajo smisel, sprašuje
pojasnjevanje, argumentiranje	razlogi za zagovarjanje ali nov izziv	tehta, brani rešitve		se (ne) strinja, išče izzive	se (ne) strinja, išče izzive

Odgovornost za učenje matematike, ki se razvija skozi tri ločene kontekste (strateško reševanje, spraševanje in pojasnjevanje), spodbuja premik od teoretičnega kognitivnega razumevanja matematike h konceptualnemu razumevanju. Odgovornost za učenje se poveča in s tem tudi učenčeva avtonomija v učenju. Analize so pokazale tudi povečanje odgovornosti za sodelovanje pri učenju in spremembe v vzorcih vedenja, zlasti spremenjene vloge poslušalca. (Wood, 2002.)

V literaturi avtorji razvijajo različne kategorije učnega pogovora. Pri prvi se bomo oprli na Lyn Wichkham, ki med formalnimi in manj formalnimi oblikami pogovora umešča naslednje (Wickham, 2008). Formalni so:

Transmisijski pogovor. To je vrsta učnega pogovora, pri katerem učitelj vidi svojo nalogo v prenosu v učnem načrtu definirane učne vsebine. Učitelj učni pogovor vodi, pri čemer ni veliko priložnosti, da bi učenci uporabljali in razvijali svoj matematični jezik. Nanj se učenci odzovejo s formalnim/prezentacijskim govorom. Je tudi pri nas pogost.

Formalni/prezentacijski pogovor. Z njim učenci izrazijo svoje razumevanje z govorjenjem ali zapisom. Praviloma je oblikovan v skladu s pričakovanji poslušalcev in ni namenjen predstavitvi govorčevih idej (Norman, 1992, str.126 v Wichkam, 2008). Tudi ta oblika pogovora je pri nas zelo pogosta, na kar kažejo pojasnila učiteljev, da s pogovori v razredu želijo predvsem »popestriti razlago, zbuditi oziroma vzdrževati pozornost učencev, jih morda tudi bolje motivirati in aktivirati, zlasti pa ugotoviti, koliko so si zapomnili od prejšnjih ur in kaj že vedo, tako da potem na to navežejo nadaljnjo obravnavo snovi.« (Marentič Požarnik, Plut Pregelj, 2009, str. 16).

Neformalni so:
Disputacijski (razpravljalni) pogovor. Namenjen je izmenjavi mnenj, pri čemer praviloma gre za nestrinjanje ali uveljavitev individualnih odločitev, stališč oziroma rešitev. Podatki postanejo argumenti in različna stališča konfliktne točke. V tem primeru ne gre za individualni pristop, četudi gre za skupinsko oblikovane naloge.

Kumulativni (povzemajoči) pogovor. V tem primeru gre za ubesedovanje »skupnega vedenja« in iskanje stičnih idej in rešitev. Najpogosteje ga srečamo v obliki povzemajočih zaključnih nastopih ob zahtevnih vsebinah, kjer se išče soglasje ali prilagojenost nekim pomembnejšim normam, vsebinam.

Eksplorativni (raziskovalni) pogovor. Odkrivanje, raziskovanje in preiskovanje mnenj drugih z namenom konstruktivnega iskanja skupnih idej je značilnost eksplorativne oblike pogovora. Zlasti je dobrodošel pri reševanju zahtevnih problemov, saj implicira sodelovalne oblike dela, vključuje kritični razmislek in pripomore k iskanju transparentnih in najbolj smiselnih rešitev.

Matematični pogovor pa ima lahko tudi različne strukture participacije oz. načine organiziranja učencev v razredu. S tem se usmerjajo in razvijajo različne oblike interakcij. Tudi tovrstnih klasifikacij je v strokovni literaturi zelo veliko, mi pa bomo povzeli standarde Ameriškega nacionalnega sveta učiteljev matematike (NTCM), katerega poslanstvo je podpora učitelju pri razvoju kvalitete matematičnega poučevanja in matematičnemu pogovoru in njegovim oblikam posveča posebno in pomembno pozornost.

Navajajo naslednje oblike matematičnega pogovora:

Reši in povej (razloži, vprašaj, utemelji). Skupina 4-5 učencev rešuje matematični problem z uporabo strategije, ki jo izberejo sami. Dva od njih gapredstavita, pri čemer se od ostalih pričakuje, da bodo postavljali vprašanja in se med seboj podprli v prizadevanjih za razumevanje problema in kako ga rešiti.

Korak za korakom. Skupina učencev, ki rešujejo isti matematični problem, pozorno, korak za korakom razvija pot do rešitve, jo sproti predstavlja sošolcem ter medsebojno usklajuje.

Delo v parih. Pri reševanju problema sodelujejo pari učencev, si medsebojno pojasnjujejo strategije reševanja, napovedujejo možne rešitve in si ob težavah vzajemno pomagajo.

Delo celotnega razreda pod vodstvom učencev. Učenec, ki v procesu učenja že razume matematični koncept in je pri tem hiter in spreten, usmerja strategijo reševanja določenega matematičnega problema s celotnim razredom. V idealnem primeru lahko pride na vrsto vsak učenec.

Delo po scenariju. V primeru rabe scenarija skupina učencev predstavi matematično vsebino in odnose na vizualen način. Pred ostalimi sošolci na konkretnem primeru »odigrajo« določeno matematično situacijo.

Delo v majhnih skupinah. Učitelj lahko, če to dopuščajo tema, prostor in čas, spodbudi učence k spontanemu ali k naprej načrtovanemu oblikovanju skupin. Pri predstavitvi rezultatov sodelujejo vsi člani skupine.

To je bilo le nekaj ponujenih oblik dela z vključevanjem matematičnega pogovora. Njihova raba pri pouku matematike zahteva premisleke in premike v načrtovanju, izvajanju in evalvaciji pouka matematike. Izkušnje kažejo, da je potrebna drugačna struktura (didaktična artikulacija) pouka, izbor nalog in dejavnosti, posledično pa se spremni tudi kultura poučevanja.

Pomen narativnosti v matematiki

Matematično mišljenje in razumevanje sta med seboj povezana. Šola pa je »po večini usmerjena v razvijanje logično-analitičnega, znanstvenega mišljenja, ki je usmerjeno v odkrivanje zakonitosti objektivnega sveta in si prizadeva odkriti resnico na podlagi nekih pravil, po katerih ljudje svet opazujejo, merijo, predelujejo, klasificirajo, dokazujejo ipd.« (Marentič Požarnik, Plut Pregelj, 2009, str. 43).

S te perspektive je lahko razumevanje matematičnih količin mentalni proces, ki se dogaja v glavi učenca, zahteva določene pogoje in mehanizme, kot je količina in trajanje ponovitev in ni nujno vezan na jezik oziroma razvoj govora. V dokaz je vrsta eksperimentov z živalmi, kot so golobi, miši in opice, ki so v procesu hranjenja razumele vzorec in po mnenju raziskovalcev razumele količine ter simbole zanj, kot je npr. potrebno število dotikov, časa ipd., da so v eksperimentu prišle do želene nagrade. Če sledimo temu razmišljanju, bi lahko sklepali, da je za razvoj matematičnega mišljenja, recimo razumevanja matematičnih količin, najpomembnejša ponavljajoča izkušnja, ki se skozi akumulacijski model zasidra v zavest oziroma generalizira v t. i. razumevanje, ki se manifestira skozi pravilno rešeno nalogo na testu (Gallister, Gelman, 2005, str. 9). Živalim vse to uspe, ne da bi obvladale govor.

»Poleg logično-analitičnega mišljenja, s katerim dokazujemo resničnost nekega pojava in hipotez, obstaja tudi pripovedno (narativno) mišljenje, ki odseva subjektivno, a še vedno resnično plat človekovega sveta in vključuje njegova čustva, voljo in motive. Logično-analitično mišljenje se nanaša na preverjene empirične resničnosti, tudi tiste, ki jo je zgradil človek (abstraktni sistemi, npr. matematika), s pripovednim mišljenjem pa si razlagamo verjetnost zgodbe glede na namene, ki jih imajo protagonisti zgodbe (Marentič Požarnik, Plut Pregelj, 2009, prav tam).

Ker se matematično mišljenje izraža z znaki, ki so lahko besede ali grafi (simboli, risbe, diagrami ali sheme), je potrebno v procesu učenja vzpostaviti semiotično povezavo med znaki in razumevanjem. To je mogoče z inter- ali intrapersonalno refleksijo, kjer pomembno vlogo igra prav matematični govor in osmišljanje skozi lastni zaznavni svet.

Nekateri raziskovalci vidijo v zgodnjih letih poučevanja matematike prav v »matematični narativnosti« pot do boljšega razumevanja in večjega interesa (Perkkila, Aarnos, 2007). Raziskava, narejena v okviri Univerze Jyvaskyla, v kateri je sodelovalo nekaj manj kot 300 otrok, potrjuje, da se učenci skozi pouk matematike seznanijo z različnimi oblikami matematičnih simbolov, ki pa jih nujno ne povezujejo z vsakodnevnimi izkušnjami, temveč ostanejo v referenčnem okvirju »učenja matematike«. Delno smo jo preizkusili tudi pri nas na osnovni šoli in pripravljamo v prihodnje širšo študijo. Najmlajšim šolarjem so ponudili serijo fotografij vsakdanjega življenja in jih poprosili, naj odgovorijo na naslednja vprašanja:

Ali na sliki opazijo karkoli, kar bi povezali z matematiko?
Kako zaznavajo matematiko na izbrani sliki?
Ali lahko zapišejo svoje matematične ideje pod izbranimi slikami?

Primer:

„To ni matematika. To je SPO.“
„Lahko bi prešteli, koliko je jagod.“
„Tu ni nič matematike. Matematika so številke.“
„Če bi šteli grozdje, bi moral poznati do 100. To pa zna moj brat, ki že hodi v šolo.”
„Lahko izračunaš, koliko grozdja je treba za en sok.“
„Lahko bi ga stehtali.“
„Lahko bi napisali račun s plusom. Ali pa z minusom, če bi jagode pojedli.“

Matematični pogovor, izveden v času pouka, junija 2012, slikovni vir prosto dostopen

Dobljeni odgovori so pokazali, da kljub vključevanju učencev v mnogo dejavnosti z matematičnim pogledom učenci pogosto dojemajo matematiko kot izoliran učni predmet, ki v resnici nima pomena v njihovem vsakdanjem življenju. Omenjeni eksperiment pa nekateri raziskovalci vidijo tudi kot način, kako vzpostaviti odnos med matematičnimi simboli in referencami razumevanja matematike. Učenje matematike dobi dodaten smisel.

Sklep

Med ljudmi je precej razširjeno prepričanje, da so "eni bolj za matematiko, drugi pa bolj za govorjenje". To ni utemeljena delitev, saj je tudi za matematično izražanje in učenje jezik zelo pomemben. Pri pouku matematike lahko to izkoristimo z uporabo matematičnega pogovora. Na ta način učenca postavimo v aktivnejšo in odgovornejšo vlogo.

V strokovni literaturi s področja didaktike matematike so opisane različne kategorije pogovora, formalne in neformalne. Učitelj jih mora izbirati s premislekom in glede na cilje pouka.

Na razredni stopnji je narativnost še pomembnejša kot sicer v šoli. Skozi pripoved si otrok ustvarja vse bolj artikulirano sliko svojega okolja. Postopoma se vključuje tudi strokovni jezik, skupaj s simboli. Vse to velja tudi za pouk matematike. Na ta način otroci lažje in hitreje razberejo abstraktna matematična razmerja v realnem okolju. Učenje matematike dobi dodaten smisel.

Viri

1. Gallister C. R., Gelman R. (2005): Mathematical Cognition. Pridobljeno 2. 4. 2012, iz http://bilder.buecher.de/zusatz/14/14676/14676883_vorw_1.pdf
2. Marentič Požarnik, B., Plut Pregelj, L. (2009): Moč učnega pogovora. DZS, Ljubljana.
3. Norman, K. (1992): Thinking voices – The work of the national oracy project. Hodder and Stoughton, London.
4. Math Talk (2th ed.). (1988): Leckhamton: The Mathematical Association and Stenley Thornes Publishers ltd.
5. Math Talk Learning Community (b.d.). NTCM. Pridobljeno 2. 4. 2012 iz: http://www.eduplace.com/math/mthexp/pdf/mathtalk.pdf
6. Erženičnik Pačnik, M. (2001): Nekateri vidiki razvoja otrokovega govora z ozirom na zgodnejše všolanje. Doktorska disertacija. Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta, Ljubljana.
7. Perkkila, P., Aarnos, E. (2007): Children talk about mathemtic and mathematical talk. Pridobljeno 4. 4. 2012, iz https://jyx.jyu.fi/dspace/bitstream/handle/123456789/18035/978-951-39-3057-8.pdf?sequence=1
8. Plut Pregelj, L. (2005): Sodobna šola ostaja šola: kaj pa se je spremenilo. Sodobna pedagogika, 56 (122), 16–31.
9. Pimm, D. (1995): Symbols and meanings in school mathematics. Routledge, London in New York.
10. Swan, M. (2005): Standards units: Improving learning in mathematics. DfES, Sheffield.
11. Wickham, L. (2008): Generating mathematical talk in the Key Stage 2 classroom. Pridobljeno 28. 4. 2012 iz http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip28-2/BSRLM-IP-28-2-20.pdf
12. Wood,T. (2001): Teaching differently: Creating oportunaties for learning mathematics. Theory into Practice, 40. (Special issue, realizing Reform in School Mathematics).
13. Wood, T. (2002): What does it Mean to Teach Mathematics Differently? Pridobljeno: 1. 5. 2012, iz http://www.nzcer.org.nz/pdfs/BES016.pdf

RAZVIJANJE SPRETNOSTI OCENJEVANJA PRI POUKU MATEMATIKE - ISKANJE PRIBLIŽKOV

Developing Estimation Skills at Mathematics – Searching for Approximations

Darja Antolin, Pedagoška fakulteta Maribor, Univerza v Mariboru

darja.antolin@uni-mb.si

Povzetek

V prispevku so predstavljene tri različne vrste ocenjevanja približkov: ocenjevanje pri merjenju, ocenjevanje pri razvijanju številskih predstav in ocenjevanje pri računskih operacijah.

V okviru vsake vrste ocenjevanja navajamo ocenjevalne strategije, ki omogočajo pestro in predvsem uporabno možnost razvijanja ocenjevalnih spretnosti otrok pri pouku matematike na razredni stopnji. Poleg izsledkov raziskav s področja ocenjevanja so v prispevku predstavljeni tudi praktični primeri aktivnosti za vsako izmed treh vrst ocenjevanja. Analiza slovenskih učbenikov za razredno stopnjo je namreč pokazala, da se v njih ocenjevanje pojavlja le v zametkih in še zmeraj v premajhnem obsegu, čeprav je kot operativni učni cilj že nekaj časa prisoten v učnem načrtu za osnovno šolo. Tudi rezultati raziskav PISA in TIMSS kažejo, da so učenci v Sloveniji na področju ocenjevanja še zmeraj slabi.

Ključne besede: ocenjevanje, spretnosti, merjenje, računske operacije, števila.

Abstract

In this article three different types of estimation are presented: measurement estimation, quantity estimation and computational estimation. Within each type of estimation, strategies are proposed, to enable rich and useful option to develop the estimation skills of children in mathematics on primary level. Further more, the article exposes the findings of some researches concerning estimation and includes practical examples of activities for each type of estimation. Namely, analysis of Slovenian textbooks for elementary level has revealed, that estimation is rarely included in them, although it is stated as an operative objective in the elementary curriculum. Also, findings of the PISA and TIMSS researches have indicated, that Slovenian children do not have appropriate estimation skills.

Key words: estimation, skills, measurement, computation, quantity.

Uvod

Ocenjevanje kot termin ima v slovenskem prostoru več pomenov. V Slovarju slovenskega knjižnega jezika (SSKJ, 1997) najdemo ocenjevanje pod izrazom *aproksimácija*, kar pomeni približna ocenitev, približno ocenjevanje. V matematiki ocenjevanje tipično pomeni najti zgornjo in spodnjo mejo količine, ki je ne moremo takoj precizno izračunati in je tudi upravičena domneva (Vir 17). Termin ocenjevanje se uporablja tudi za vrednotenje oziroma ocenjevanje z ocenami, vendar nas ta vidik ne bo zanimal. V prispevku pozornost namenjamo ocenjevanju kot eni izmed spretnosti pri pouku matematike.

Ocenjevanje se že nekaj časa izkazuje kot koristna in uporabna sposobnost v mnogih situacijah, tudi v vsakdanjem življenju. Repež, Drobnič Vidic in Štraus (2008)

menijo, da bi z izgradnjo ocenjevalnih spretnosti morali začeti že pred vstopom v šolo in jih postopno ter sistematično izgrajevati do take mere, da se bodo učenci znali spopadati z vsakdanjimi izzivi in problemi. Z razvijanjem spretnosti ocenjevanja predstavljamo učencem drugo dimenzijo matematike. Učenci kmalu spoznajo, da je matematika veliko več kot pa le računanje in natančnost. Ocenjevanje spodbuja prilagodljivost pri delu s števili in z meritvami ter daje učencem možnost za preverjanje smiselnih rezultatov. Ocenjevanje je torej spretnost, ki jo lahko vključujemo v najrazličnejše dejavnosti, tako vsakdanje oziroma življenjske kot v načrtovane šolske dejavnosti (NCTM, 1989).
Učni načrt za matematiko (2008) predvideva ocenjevanje na področju merjenja, številskih predstav in pri računskih operacijah. Kljub temu pa je pregled slovenskih učbenikov za razredno stopnjo pokazal, da je ocenjevanje v njih prisotno le v skromni meri (Vrtin, 2010). Posledice tega kažejo tudi rezultati raziskav TIMSS 2003 (Japelj Pavešič idr., 2005), TIMSS 2007 (Japelj Pavešič idr., 2008) in PISA 2006 (Repež, Drobnič Vidic in Štraus, 2008), iz katerih je razvidno, da so slovenski učenci na področju ocenjevanja še zmeraj slabi. V nadaljevanju predstavljamo ocenjevanje pri vsakem od treh vsebinskih področij, skupaj z različnimi ocenjevalnimi strategijami. Z uporabo teh ocenjevalnih strategij želimo pri učencih ozavestiti, da je ocenjevanje (Reys, 1981): hitrejše (hitrejše od pisanja na papir in hitrejše od tipkanja na žepno računalo); smiselno (ocena je 'dovolj blizu' tistemu, kar potrebujemo); miselna operacija (računamo samo s števili, s katerimi lahko operiramo) in da je uporabno.

Ocenjevanje

Van de Walle (2007: 246-247) predlaga naslednje smernice za razvoj spretnosti ocenjevanja:

- *Povezanost z vsakdanjim življenjem*. Z učenci se pogovarjamo o situacijah, v katerih uporabljamo ocenjevanje pri računskih operacijah, ocenjevanje pri merjenju in ocenjevanje pri razvijanju številskih predstav v realnem življenju.
- *Terminologija pri ocenjevanju.* Besede in fraze, kot so okrog, blizu, komaj, skoraj, približno toliko kot, malo več ali manj kot in med, so del terminologije ocenjevanja. Učenci morajo razumeti, da se skušajo z oceno čim bolj približati realnemu podatku, seveda z uporabo najhitrejše in najenostavnejše metode. Razumeti morajo, da pravilne ocene ni.
- *Uporaba že znanega.* Uporaba znanja, ki ga že imamo, igra glavno vlogo pri ocenjevanju. Brez predhodnega spoznavanja posameznih enot za količine kot so dolžina, ploščina, čas, denar in masa ne bi mogli ocenjevati s standardnimi enotami in oceniti, ali bomo na primer lahko kupili vsa živila s seznama, če imamo v denarnici le 10 evrov.
- *Sprejemljivost ocen v obsegu*. Vsak učenec bo k ocenjevanju pristopil z nekoliko drugačno metodo in vsak bo pri oceni dobil nekoliko drugačen rezultat. Vsi pa bodo ugotovili, da se ocene gibljejo v bližini natančnega rezultata. Tako pridejo do spoznanja, da različni pristopi predvidevajo različne rezultate.
- *Uporaba različnih metod.* Razpravljanje o različnih ocenjevalnih metodah in strategijah je prav tako pomembno, kot je razvijanje sposobnosti in učenja osnovnih operacij in računanja. Kakršno koli nalogo damo učencem, lahko do njene rešitve pridemo na podlagi različnih metod in strategij. Pogovor o različnih pristopih bo učencem pomagal do spoznanja, da ne obstaja pravilna ocena. Različne strategije razvijajo različne ocene, lahko pa se zgodi, da z različnimi strategijami pridemo do enakih ocen.

Ocenjevanje pri merjenju

Ocenjevanje pri merjenju pomeni, da določimo približno mero, ne da bi nekaj natančno izmerili. Ocenjujemo lahko brez uporabe enot, samo s primerjanjem z znanim mejnikom (npr. vaša soba je nekoliko večja od naše, češnja je mnogo višja od slive, v levem kozarcu je približno toliko vode kot v desnem …), lahko pa ocenjujemo z uporabo nestandardnih ali standardnih enot: dolžino sobe lahko ocenimo s pomočjo korakov, palice ali slamice, ocenimo lahko tudi maso lubenice ali katerega drugega sadja (Van de Walle, 2007).

Ocenjevanje pri merjenju služi kot sredstvo za poučevanje in ovrednotenje merjenja s pomočjo naprav, zato je ocenjevanje pri merjenju tudi pomembna samostojna vsebina in je pogosto edina razpoložljiva ali potrebna metoda za reševanje problemov. Ker ocenjevanje ne potrebuje pripomočkov, lahko z njegovo pomočjo naloge rešujemo hitro. To lahko ljudem, ki se ukvarjajo s storitvami, kot sta na primer polaganje podov in šiviljstvo, pripomore do hitre rešitve (Usiskin, 1986).

Joram, Subrahamanyam in Gelman (1998) v svojem članku z naslovom Measurement Estimation: Learning to Map the Route From Number to Quantity and Back podajajo predloge za poučevanje ocenjevanja pri merjenju. V pričujočem delu se osredotočijo na ocenjevanje linearnih mer, kot sta dolžina in razdalja, ker gre za količino, ki se začne pri otrocih razvijati prva. Omenjeni avtorji menijo, da se ocenjevanje pri merjenju na nek način zelo dobro navezuje na mentalno štetje. Številska os, na kateri so predstavljena števila, bi zlahka predstavljala tudi merske enote, če so te izražene v celih številih. Po njihovih ugotovitvah je ključ do uspešnega merskega ocenjevanja konstrukcija mentalne merske osi, na kateri so predstavljene mentalne velikosti in njim pripadajoče merske enote.

Joram in ostali (1998) poudarjajo pomembnost ocenjevanja pri merjenju v praksi, kar pomeni, da je potrebno razumeti, da je merjenje situacijsko pogojeno. Tako nekdo popolnoma razume, koliko znaša velikost 12 palcev. Da pa bi razumel, da je 12 palcev v določenem kontekstu velika mera, v drugem pa ne, mora razumeti odnose med kontekstom in merami.

Strategije ocenjevanja pri merjenju

Ocenjevalne strategije pri merjenju so metode in postopki, ki nam lahko pomagajo in služijo pri reševanju različnih problemov. Obstaja pet različnih strategij (Van de Walle, 2006: 278-279):

- *Uporaba referenčnih ali osebnih mejnikov*

S pomočjo te strategije seznanimo učence z enotami. Učenci morajo za posamezne enote imeti dober primerek iz ocenjevanja nestandardnih enot (relativne, konstantne), koristne pa so tudi različice standardnih enot. Učenci lahko na ta način s pomočjo nestandardnih enot v mislih primerjajo predmete, ki jih ocenjujejo. Primer: To drevo je visoko približno toliko kot štiri vrata, torej je visoko 8 ali 9 metrov. Razvoj osebnih mejnikov izboljša spretnosti ocenjevanja. Naštejmo nekaj možnih osebnih mejnikov (gre za natančne mere, s katerimi se srečujemo v vsakdanjem življenju):

• Otroško ravnilo je dolgo 30 centimetrov.
• List formata A4 je dolg 21 centimetrov in širok 30 centimetrov.
• Razdalja od nosu in konice prsta je približno 1 meter.
• Šolska vrata so visoka 200 centimetrov ali 2 metra.
• Masa čipsa znaša 30 gramov.
• Prostornina klasične pločevinke pijače znaša 333 mililitrov.
• Vinska steklenica vsebuje 750 mililitrov vina.
• Prostornina soka ali mleka v tetrapaku znaša 1 liter (1000 mililitrov).

• Liter vode je enak enemu kilogramu (1000 gramov).

- *Metoda "koščkov"*

Za učence je morda lažje oceniti dolžino posameznih delov stene kot pa dolžino celotne stene. Težo kupa knjig je lažje oceniti, če prej določimo težo »povprečne« knjige.
Slika 1 prikazuje, kako lahko po delih ocenimo dolžino sobe s pomočjo predmetov, ki so v sobi (okno, oglasna deska …) in s prostori med posameznimi deli. Nato uporabimo osebni mejnik, na primer moja postelja meri okoli 2 metra. V dolžino sobe lahko spravim 3 takšne postelje in še pol metra. Torej znaša dolžina sobe med 6 in 7 metrov.

Slika 1: Ocenjevanje količin po delčkih

- *Subdivizija*

Ta strategija je podobna metodi koščkov, kjer ocenjevalec predmet razdeli na posamezne kose oziroma odseke. Če morajo učenci oceniti dolžino stene, ta pa nima nobenih uporabnih vizualnih odsekov, jo lahko v mislih razdelijo na polovico in nato na četrtine ali celo osmine. Ta postopek razpolavljanja ponavljajo tako dolgo, dokler ne dobijo dolžine, ki je za njih obvladljiva. To metodo lahko uporabimo za merjenje dolžine, prostornine in površine.

- *Iteracija enote (miselna ali fizična)*

Dolžino, površino in prostornino lahko vizualno razdelimo na posamezne enote. Pri tem lahko učenci uporabijo roke ali pa si pomagajo z oznakami ali pregibi oziroma gubami. Kadar ocenjujemo dolžino, so kot enote zelo uporabne telesne mere. Če učenec ve, da je njegov korak dolg tri četrtine metra, lahko prehodi določeno razdaljo in jo nato oceni tako, da pomnoži telesno mersko enoto s številom korakov. Za merjenje krajših razdalj lahko uporabimo roko ali prste.

- *OMO zaporedje* (oceni - meri - oceni)

Izberemo pare objektov, ki imajo primerljive mere. Prvi predmet učenci ocenijo, nato pa izmerijo. Za tem ocenijo drugi predmet. Primeri: razdalja med očmi in širina glave, teža peščice frnikol in teža vrečke frnikol, razlika med širino okna in širino zidu. Ocene sprejmemo v širokem intervalu. Za dolžino je sprejemljivo 10 odstotkov, za maso ali volumen pa 30 odstotkov odstopanja. Pomembno je, da ocenjevanje postane dnevna rutina, poleg tega učencem omogočamo, da se poskusijo v ocenjevanju vseh lastnosti danega objekta (Van de Walle, 2006).

Aktivnosti s področja ocenjevanja pri merjenju je v primerjavi z aktivnostmi, ki pokrivajo ostali dve področji ocenjevanja, največ. V nadaljevanju navajamo le nekaj primerov:

- V TV oddaji si zadel denarno nagrado. Ponudili so ti, da izbiraš med naslednjimi možnostmi:
    - 1kg kovancev v vrednosti 1 €,
    - 1 m^2 pokrit s kovanci v vrednosti 50 centov,

- 15 m dolgo črto, ki jo sestavljajo kovanci v vrednosti 10 centov (tako, da kovanci ležijo eden poleg drugega).

Kaj boš izbral, če želiš prejeti čim večjo vsoto denarja?

- Kako dolga bi bila črta, ki bi jo oblikovali vsi učenci vašega razreda, tako da bi se prijeli za roke?
- Prašiček (Brahier, Kelly in Swihart, 1999),
- Voda (Ellis in Yeh, 2007),
- Golobica miru (Potts, 2000),
- Hišica (Emenaker, 1999).

Ocenjevanje pri razvijanju številskih predstav

O ocenjevanju pri razvijanju številskih predstav govorimo, kadar določimo približek številu v neki množici števil. Primer: ocenimo število študentov v neki predavalnici ali pa število bombonov v neki posodi, ne da bi študente oziroma bombone predhodno šteli (Van de Walle, 2007: 246). Opfer in Siegler (2007) ugotavljata, da ima večina učencev težave pri ocenjevanju. Ne glede na to, ali gre za ocenjevanje razdalje, denarnih zneskov, števila posameznih predmetov ali pozicije števil na številski osi so namreč ocene od 5 do 10 let starih otrok zelo nenatančne.

Slabe ocenjevalne sposobnosti lahko usodno vplivajo na splošno matematično znanje, saj igra ocenjevanje odločilno vlogo pri številnih matematičnih dejavnostih. Opfer in Siegler (2007) menita, da imajo učenci težave z ocenjevanjem pri razvijanju številskih predstav zaradi neprimerne izbire številske reprezentacije. Učenci uporabljajo nepravo reprezentacijo v tistih primerih, kjer bi bila bolj zaželena prava. Primer: Za lačno žival sta 2 ali 3 kosi hrane veliko bolj pomembni kot razlika med 87 in 88 kosi hrane. Prav tako je razlika, če prejmemo darilo za 1 evro ali za 100 evrov veliko bolj pomembna kot pa razlika v znesku prejetega darila med 1 000 001 evrov in 1 001 100 evrov. Omenjena avtorja govorita o t.i. linearni in logaritemski reprezentaciji. Linearna sprememba je običajna (od 100 do 1000 je 900). Logaritemska sprememba pa pomeni predstavitev z zapisom s potenco ($100 = 10^2$), linearna razlika 900 torej ustreza logaritemski razliki 1. Večja kot so števila, večja je razlika med eno in drugo obliko. Primer: 100 000 000 in 10 000 000 izgledata le za 10 narazen, v resnici je razlika med njima ogromna, mnogo večja kot med 100 in 1000, ki imata enako logaritemsko razliko. Za učence je ocenjevanje velikih števil in njihovo primerjanje mnogo težje kot pri majhnih številih.

Strategije ocenjevanja pri razvijanju številskih predstav

Številske predstave so močno povezane s svetom okoli nas in predstavljajo začetek osmišljanja sveta na matematični način. Obstajajo vsaj tri različne strategije, ki nam pomagajo pri reševanju nalog pri ocenjevanju števil. Te so zelo podobne nekaterim strategijam, ki jih uporabljamo pri ocenjevanju pri merjenju in ocenjevanju pri računskih operacijah; razlikujejo se le v kontekstu posameznih nalog.

- *Subitizacija* - Izraz subitizacija je izpeljan iz latinske besede s pomenom 'suddenly' (nenadoma) in pomeni direktno zaznavo, občutljivost za številnost skupine. Subitizacija je »takojšnje videnje koliko.« Razvija koncept števila, obenem pa je pomembna, ker spodbuja ocenjevanje. S tem mislimo predvsem na perceptualno subitizacijo, kjer učenci prepoznajo število brez uporabe matematičnih procesov (Van de Walle, 2006).
- *Uporaba referenčnih ali osebnih mejnikov.* Da bi učenci lahko ocenjevali število bombonov v večjem kozarcu, potrebujemo manjši kozarec z bomboni, katerega število bombonov je znano. Ta manjši kozarec učencem predstavlja

neko referenco, s pomočjo katere lahko ocenijo in določijo število bombonov (Taylor-Cox, 2001).
- *Metoda "koščkov"* temelji na ideji, da je za učence morda lažje oceniti število sponk ali barvic, če si jih grupirajo v množice po približno 10 elementov.

Na področju razvijanja številskih predstav lahko najdemo različne aktivnosti, skozi katere razvijamo številske predstave, še posebej na področju večjih števil, kot je številski obseg nad 1000. Kot primer nekaj aktivnosti, ki so podrobneje predstavljene v istoimenskih člankih citiranih avtorjev:
- Koliko frnikol potrebujemo za poln vrč? (Taylor-Cox, 2001),
- Koliko bilk trave je na nogometnem igrišču? (Nuget, 2006).

Ocenjevanje pri računskih operacijah
Kadar koli se srečujemo z računanjem v realnem življenju ali v šoli, imamo na razpolago raznoliko izbiro, s pomočjo katere se lahko odločimo, kako se bomo soočili z računanjem. Odločitev, ki jo moramo sprejeti, je, ali potrebujemo natančen odgovor ali pa bo približen rezultat zadovoljiv. Če imam v žepu 100 evrov in grem v trgovino po televizor in pralni stroj, je tudi brez računanja jasno, da ne morem kupiti ničesar. Gre torej za določanje števila, ki je približek izračuna, ki ga ne moremo ali ne želimo natančno izračunati (Van de Walle, 2007: 246).
Ocenjevanje pri računskih operacijah je definirano kot iskanje približnih odgovorov, ne da bi (pred tem) dejansko izračunali rezultat (na primer: $146 + 69 + 48 = 260$; $47 \cdot 53 = 2500$). Z raziskovanjem kognitivnih procesov, ki se odvijajo pri računskem ocenjevanju, lahko pridobimo informacije o učenčevem splošnem razumevanju matematičnih konceptov, odnosov in strategij. Računsko ocenjevanje ni samo pomemben sestavni del matematike, pogosto se uporablja tudi v vsakodnevnih situacijah, v katerih je groba ocena kontekstualno dovolj natančna. Primer je situacija, kjer moramo oceniti, koliko znaša cena večerje, ki stane 22,5 evra, v ameriških dolarjih, ali kadar je potrebno pretvoriti temperaturo iz stopinj Farenheit v stopinje Celzija (Lemaire, Lecacheur, 2002).

Strategije ocenjevanja pri računskih operacijah
Ocenjevalne strategije pri računskih operacijah so algoritmi, s pomočjo katerih lahko določimo približen rezultat. V nadaljevanju so naštete tiste strategije, ki bi jih dober ocenjevalec moral poznati. Seveda s temi strategijami podamo učencem samo predloge. Bolj kreativno pa je, če poskusijo izvesti svojo strategijo. Prav tako lahko učenci vadijo različne strategije, dokler jim le-te niso popolnoma jasne. Potem, ko smo predstavili različne strategije, učencem dovolimo izbiro le-teh. Pri skupinskem delu ni pomembno, katero strategijo bo učenec znotraj skupine izbral. Več strategij namreč ponuja več možnih odgovorov in ugotovitev za dano nalogo (Van de Walle, 2007: 251).

Čelno ocenjevanje
Metoda se osredotoča na vodilno oziroma skrajno levo števko v nekem številu. Oceno prilagodimo glede na to, koliko preostalih števk smo izpustili. Ta metoda je pri seštevanju in odštevanju najprimernejša takrat, ko imajo števila enako veliko mest. V primeru, da ima eno število manj mest, zanemarimo celotno število. Mlajši učenci naj najprej vadijo s skrajno levimi števkami. Posebno pozornost namenimo tudi takrat, ko števila niso zapisana v stolpcu. Strategije s pomočjo vodilnih števk se ni težko

naučiti, saj ne vključuje zaokroževanja ali spreminjanja števil (Van de Walle, 2007: 251).

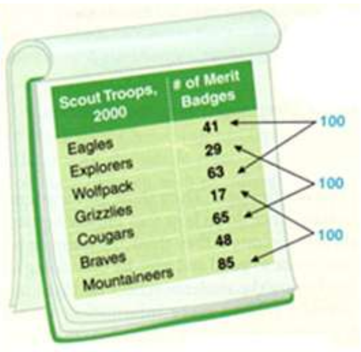
Slika 2: Ocenjevanje skrajnih levih števk pri seštevanju v stolpcu in ko števila niso v stolpcu

Pri množenju in deljenju vzamemo samo prvi števki vsakega faktorja. V primeru, da imata obe števili več kot dve števki, uporabimo obe. Pri deljenju se najbolje približamo oceni, če razmišljamo o množenju. Izogibamo se reševanju problemov s tradicionalnimi računi, saj preprečujejo večjo poglobitev v problem.
Primer: *3482 : 7*
100 · 7 = premalo
1000 · 7 = preveč
34 : 7 = med 4 in 5, torej je po metodi od spredaj na konec ocena 400, bližja ocena pa je 500.

Zaokroževanje
Ocenjevanje, ki temelji na zaokroževanju, pomeni spremembo problema v tolikšni meri, da z njim lažje računamo na pamet. Lahko naredimo vse, kar nam olajša računanje ali ocenjevanje oziroma poenostavi števila v neki zgodbi, grafu ali pogovoru. Lahko rečemo: »Včeraj sem potreboval 57 minut do doma« ali »Včeraj sem potreboval približno eno uro do doma«. Prvi izraz je natančnejši, medtem ko drugi predstavlja zaokroženo število, ki pa je boljše pri pogovoru. Da je ocenjevanje uporabno, mora biti zaokroževanje prilagodljivo, prav tako moramo dobro poznati koncepte zaokroževanja (Van de Walle, 2007).

Uporaba združljivih števil
Kadar množimo veliko števil, je koristno, če poiščemo dva ali tri števila, ki jih lahko združimo, da dobimo 10 ali 100. Na ta način bomo lažje ocenili rezultat. Ta postopek je prikazan na Sliki 3 (a). V resničnem življenju so pogoste situacije, kjer imamo veliko število seštevancev, med katerimi se relativno majhne razlike in katerih vsoto je potrebno oceniti. Taka situacija nastopi, kadar imamo niz cen za podobne izdelke. Kot prikazuje Slika 3 (b), lahko v tem primeru izberemo povprečno število, ki je reprezentativno za vsa števila v nizu, in nato z množenjem izračunamo skupno vsoto. Primer: Spisek vsebuje največ števil okoli 60, zato izračunamo 5 krat 60 je 300. Ostanejo nam tri števila, katerih vsoto ne bo tako težko oceniti, saj smo si predhodno olajšali delo z združevanjem petih števil (Van de Walle, 2007).

a)



b)

Slika 3: Uporaba združljivih števil pri seštevanju in ocenjevanje vsote z uporabo povprečja

Metoda združljivih števil je najuporabnejša pri deljenju. S pomočjo te metode prilagodimo deljenec ali delitelj (ali oba) in na ta način poenostavimo deljenje tako, da lahko rezultat izračunamo kar na pamet. Če imamo podan račun 325 deljeno z 11, najprej prilagodimo deljenec. Na voljo imamo dve možnosti (Van de Walle, 2007):
1. število 325 zaokrožimo na 330 in deljenec ostane 11,
2. število 325 zaokrožimo na 300 in deljenec 11 na 10.

Ocenjevanje pri računskih operacijah je pogosto vključeno in uporabno tako pri aktivnostih ocenjevanja pri merjenju kakor tudi pri aktivnostih ocenjevanja pri razvijanju številskih predstav. Težko namreč najdemo primere, ki bi bili naravnani zgolj na eno samo vrsto ocenjevanja, saj se med seboj posamezne vrste ocenjevanj zelo prepletajo. V nadaljevanju navajamo aktivnosti, kjer je ocenjevanje pri računskih operacijah vendarle nekoliko bolj izpostavljeno:

- Pri aktivnosti Čakalna vrsta učenci hitro ocenijo število ljudi v vrsti in čas, ki ga bodo morali preživeti v vrsti (Figure this!, b.d.)
- Aktivnost Bitje srca (The beat of your heart, b.d.) učencem omogoča razvijanje spretnosti ocenjevanja in razumevanja velikih števil. Motiviramo jih z naslednjimi vprašanji: »Kako hitro bije tvoje srce? Koliko časa traja, da tvoje srce udari 1000-krat? Če bi začel šteti svoj srčni utrip ob polnoči 1. januarja 2012, kdaj bi naštel milijonti srčni utrip?«

Zaključek

Na področju ocenjevanja obstaja veliko različnih strategij, preko katerih učencem približamo in omogočimo razvoj spretnosti ocenjevanja. Žal se zaradi pomanjkanja slovenskih virov in skromne pokritosti vsebin ocenjevanja v učbenikih postavlja vprašanje, ali slovenski učitelji temu področju posvetijo dovolj pozornosti in si poiščejo gradiva na svetovnem spletu ali v drugih tujih virih, kjer je prisotnost teh vsebin veliko večja. S predstavitvijo modela razlikovanja treh vsebinskih področij ocenjevanja po Van de Wallu (2008), ki ga v slovenskih virih ni zaslediti, in opredelitvijo ocenjevalnih strategij znotraj vsake vrste ocenjevanja, želimo učitelje spodbuditi k temeljitejšemu razvijanju in izgrajevanju spretnosti ocenjevanja pri pouku matematike. Predstavljeni primeri lahko služijo kot izhodišče za najrazličnejše načine izvajanja ocenjevalnih aktivnosti z učenci na razredni stopnji.

Viri

1. Brahier, D., Kelly, M., Swihart, J. (1999): This Little piggy. Teaching Children Mathematics, Vol. 5, No. 5, str. 274-280.

2. Ellis, M., Yeh, C. (2007): From Leaks to Liters: Estimating Water Loss. Teaching Children Mathematics, Vol. 6, No. 4, str. 45-47.
3. Emenaker, C. (1999): Gingerbread-House Geometry.Teaching Children.
4. Mathematics, Vol. 6, No. 4, str. 208-215.
5. Figure this! (b.d). iz (http://www.figurethis.org/pdf/ch/challenges_1-4.pdf (3. 2. 2012).
6. Japelj Pavešic, B., Svetlik, K. Rožman, M. in Kozina, A. (2008): Matematični dosežki v raziskavi TIMSS 2007. Pedagoški inštitut, Ljubljana.
7. Japelj Pavešic, B., Brecko, B. N., Bezgovšek, H., Cucek, M., Kozina, A., Lipovec, A., idr. (2005): Slovenija v raziskavo TIMSS 2003: (Raziskovalno poročilo). Pedagoški inštitut, Ljubljana.
8. Joram, E., Subrahmanyam, K., Gelman, R. (1998): Measurement Estimation: Learning to Map the Route From Number to Quantity and Back. Review of Educational Research, Vol. 68, No.4, str. 413-449.
9. Lemaire, P., Lecacheur, M. (2002): Children's strategies in computational estimation. Journal of Experimental Child Psychology, Vol. 82, No. 4, str. 281-304.
10. Mednarodna raziskava trendov znanja TIMSS 2003 (2004): Matematične in naravoslovne naloge za nižje razrede osnovne šole (Raziskovalno poročilo). Pedagoški inštitut, Ljubljana.
11. Mednarodna raziskava trendov znanja TIMSS 2007 (2008): Matematične in naravoslovne naloge za nižje razrede osnovne šole (Raziskovalno poročilo). Pedagoški inštitut, Ljubljana.
12. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989): Curiculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston.
13. Nugent, C. (2006): How Many Blades of Grass Are on a Football Field. Teaching Children Mathematics, Vol. 12, No. 6, str. 282-288.
14. Opfer, J. E., Siegler, R. S. (2007): Representational change and children's numerical estimation. Cognitive Psychology, Vol. 55, str. 169-195.
15. Potts, K. (2000): Milk-Jug Mosaic: Create a Mathematical Dove of Peace. Teaching Children Mathematics, Vol. 6, No.7, str. 438-441.
16. Rapež, M., Drobnič Vidic, A., Štraus, M. (2008): PISA 2006 – Program mednarodne primerjave dosežkov učencev. Izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2006. Nacionalni center PISA (Pedagoški inštitut), Ljubljana.
17. Reys, R., Bestgen, B. (1981): Teaching and Assesing Computational Estimation Skills. The Elementary School Journal, Vol. 82, No. 2, str. 116.
18. SSKJ (1997): Slovar slovenskega knjižnega jezika (The Dictionary of Standard Slovenian). 2nd edition. DZS, Ljubljana.
19. Taylor-Cox, J. (2001): How Many Marbles in the Jar? Estimation in the Early Grades. Teaching Children Mathematics, Vol. 8, No. 4, str. 208-214.
20. The beat of your heart (b.d.). http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?ID=L175 (3. 4. 2012).
21. Učni načrt: Program osnovnošolskega izobraževanja. Matematika. (2008): Posodobitveni osnutek učnega načrta. Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Zavod RS za šolstvo Ljubljana.
22. Usiskin, Z. (1986): Reasons for estimating. V Estimation and mental computation. VA. NCTM, Reston.
23. Van de Walle, J. A. (2006): Teaching student centered Mathematics: Grades 3-5 (Sixth Edition). Allyn and Bacon.
24. Van de Walle, J. A. (2007): Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally (Sixth Edition). Allyn and Bacon.
25. Vrtin, M. (2010): Iskanje približkov – ocenjevanje pri pouku matematike. Diplomsko delo. Univerza v Mariboru. Pedagoška fakulteta, Maribor.
26. http://en.wikipedia.org/wiki/Estimation (4. 2. 2012).

GLUHA MATEMATIKA
Math Telephone Game

Tomaž Miholič, OŠ Duplek

tomaz.miholic@guest.arnes.si

Povzetek
Matematični jezik je jasen in enoznačen, kljub temu (ali pa prav zato) izražanje v njem učencem predstavlja eno izmed nevralgičnih točk.
V prispevku prikažemo, kako model igre »gluhi telefon« prilagoditi matematiki, delu v dvojicah in sodelovalnemu učenju. Učenje skozi igro tako postane način, kako učence motivirati in jih hkrati spodbuditi k sporazumevanju v njim tujem jeziku sporočanja – v matematičnem jeziku.
Aktivnost učence izmenično postavlja v vlogo interpreta in zapisovalca matematičnih pojmov. Učenci si z izbiro različno težkih pojmov sami diferencirajo pouk. Tematski sklop geometrije v osnovni šoli je dober primer, kjer so učenci prisiljeni poznati tako simbolni kot grafični način interpretacije, nista pa edina. Ta oblika dela je uporabna povsod, kjer je smiselno matematične pojme predstaviti na različne načine.
Učenci ob aktivnosti razvijajo kritičen pogled na kvantiteto in kvaliteto zapisanih matematičnih lastnosti in s tem bogatijo svoje pojmovne predstave.

Ključne besede: učenje, igra, kviz, matematični jezik.

Abstract
Mathematical language is clear and explicit, in spite of all that (or that is why) using it causes students one of the neuralgic problems.
This article shows how the model of simple social activity »Telephone game« can be adapted for learning and expressed in mathematical language.
In the activities, students are in turns in the role of an interpreter or a note taker of mathematical concepts. Students themselves differentiate their learning with the possibility to choose the demanding level of the concepts. When learning geometry, students are compelled to be familiar with the symbol and graphic way of interpretation, but those are not the only ones. This kind of work is appropriate wherever it is reasonable to present mathematic concepts in different ways.
Students throughout the activities develop chritical view of quantity and quality of written mathematical characterists and thus enrich their concepts.

Key words: learning, game, quizz, mathematical language.

Matematični jezik
Razumevanje in uporaba matematičnega jezika je ena izmed kompetenc, s katero dosegamo cilje pouka matematike. Matematični jezik je jasen in enoličen. V osnovni šoli učencem najmanj težav povzroča branje, največ pa zapisovanje in sporočanje v matematičnem jeziku. Situacija je razumljiva, saj za doseganje znanj, ki so nižje na Bloomovi taksonomski lestvici, zadostuje poznavanje matematičnega jezika, šele znanja višje na tej lestvici pričakujejo od učencev kvalitetno pretvarjanje problemskih situacij v matematični jezik.

Matematično razmišljanje je v veliki meri odvisno od izdelanih pojmovnih shem, ki si jih izdela vsak sam (Bergsten, 1999: 127). Pojmovnih shem torej učencem ne moremo vsiliti, lahko pa oblikujemo takšno učno okolje, ki bo učence usmerjalo v izdelavo le teh.

Razlike med učenci glede na stopnjo doseganja znanj na taksonomski lestvici niso zgolj posledica nezmožnosti uporabe matematičnega jezika, ampak so povezane s sposobnostjo matematičnega mišljenja. Z razvijanjem zmožnosti izražanja v matematičnem jeziku spodbujamo matematično razmišljanje in učencem omogočamo doseganje zahtevnejših ciljev.

Za učenca najkvalitetnejša komunikacija v matematičnem jeziku še vedno poteka v smeri učenec - učitelj, saj učenec tako dobi takojšnjo povratno informacijo o korektnosti svojega izražanja, učitelj pa se lahko sproti prilagaja nastalim situacijam. Število učencev v učnih skupinah tej obliki onemogoča aktiviranje vseh učencev hkrati, zato je primerno oblikovati ustrezno manjše skupine in obliko učenec - učitelj nadomestiti z dialogom učenec - učenec. Učenci so tako izmenično postavljeni v vlogo sporočevalca in vlogo poslušalca.

Gluha matematika

Učenje skozi igro je lahko eden izmed načinov, kako učence motivirati (Magajna 2007: 9). V primeru, da izberemo ustrezno učno obliko – npr. delo v dvojicah, lahko učenju skozi igro dodamo tudi družabno noto.

Igra, ki jo bom imenoval »Gluha matematika«, je kolaž t.i. »Matematičnih narekov« in igre »Gluhi telefon«, kjer se zaradi različnih komunikacijskih šumov original popači. Idejo te družabne aktivnosti odlično povzema tudi igra na pametnih mobilnih telefonih »Draw Something«, ki hkrati aktivira dva igralca, ponuja diferenciacijo in dodaja sodelovalno noto. Govorimo lahko o individualizaciji, socializaciji in diferenciaciji, ki sestavljajo eno izmed temeljnih didaktičnih načel (Strmčnik, 1987).

Kako se igramo z »Draw Something«?

»Draw Something« lahko brezplačno naložimo na svoj mobilni telefon ali tablični računalnik (http://bit.ly/dstlnk002dst). Igra poteka vedno v dvojicah – soigralca lahko določimo ali naključno izberemo. Cilj igre ni premagati soigralca, ampak skupaj z njim zbrati čim več točk. Kot že samo ime igre pove, se vse vrti okrog risanja. Svojemu soigralcu moramo določen pojem ali stvar narisati dovolj natančno, da lahko on ugotovi njegov pomen. Uspešno ugotovljen motiv prinaša točke, s katerimi si lahko obogatimo risarsko okolje znotraj igre.

Potek igre:

<table>
<tr><td>Izbremo soigralca
delo v dvojicah</td><td>Izberemo motiv
diferenciacija</td><td colspan="2">Izbrani motiv narišemo (ga pretvorimo v likovni jezik) in ga pošljemo soigralcu</td><td>Uspešno ugotovljeno ime motiva obema prinaša nagrado
motivacija</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Igra se nadaljuje tako, da soigralec izbere nov motiv, ga nariše in nam ga pošlje – mi pa moramo ugotoviti, kaj je narisano.

V korakih igre so možnosti za diferenciacijo, sodelovalno delo v dvojicah, humor in učinkovito motivacijo – prvine, ki jih je vredno uporabljati pri organizaciji aktivnosti v razredu.

Saj pri matematiki ne rišemo tortic!

Igra »Draw Something« razvija zmožnost branja in sporočanja v likovnem jeziku. Tako kot v matematičnem jeziku je tudi tukaj bistveno lažje brati sporočila kot jih zapisovati – risati. Z vajo postanemo dobri risarji in znamo poudariti bistvo na sliki, pri tem pa se zabavamo in uživamo.

Model je torej dober in če likovni jezik nadomestimo z matematičnim ter nekoliko prilagodimo obliko, lahko dobimo učinkovito orodje za razvijanje uporabe in razumevanja matematičnega jezika.

Kljub temu, da model povzemamo po igri, ki uporablja in sloni na sodobni informacijsko komunikacijski tehnologiji (pametni telefoni in tablični računalniki), pa le ta ni pogojen s tehnologijo in ga zlahka realiziramo tudi z bolj tradicionalnimi sredstvi (papir, svinčnik in geometrijsko orodje). Uporaba slednjih učencem omogoča enostavno dokumentiranje svojih aktivnosti za morebitno kasnejšo refleksijo – učenje.

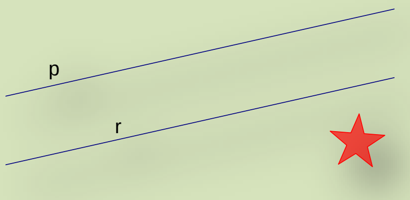
Geometrija in merjenje je tema, kjer se kaže velik razkorak med poznavanjem odnosov med geometrijskimi elementi in zapisovanjem le teh z matematično simboliko. Tako učenci v 6. razredu zlahka prepoznajo dve vzporedni premici, nekoliko težje zapišejo to lastnost s simboli (npr: p||r) in še težje natančno opišejo njuno lego (npr: p||r in d(p, r) = 4 cm). Matematični jezik na tej stopnji ni tako obsežen, da se ga z vajo ne bi dalo usvojiti; vajo pa lahko organiziramo po zgoraj opisanem modelu.

Delo poteka v dvojicah, zato učencem pripravimo vsa gradiva v pisni obliki – bistveni del so lističi z nalogami – »kartice«, kjer jim lahko naloge diferenciramo ter tako kompenziramo po sposobnostih heterogeno sestavljene dvojice. Učenec na kartici izbere primer, ga opiše z matematičnimi simboli in opis preda sošolcu. Sošolec po zapisanih simbolih konstruira sliko. Pravilnost se lahko preveri s prekrivanjem originala s kartice in nastale konstrukcije na listu.

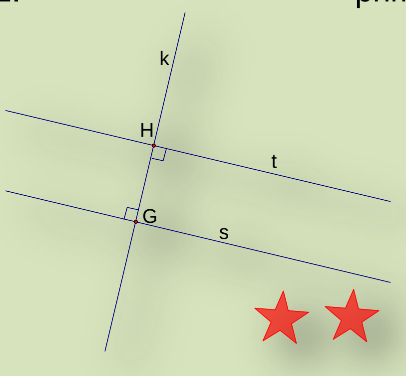
Primer »kartice« 1:

Izberi primer, medsebojno lego geometrijskih elementov opiši z matematičnimi simboli na list in list predaj sošolcu. Sošolec naj po tvojem opisu konstruira sliko. V kolikor bo sošolec konstruiral sliko, ki se sklada z izbrano sliko, sta si zaslužila zvezdico ali dve.

1. primer



2. primer



Tako zastavljena kartica omogoča, da pravilnost rešitve učenci preverjajo samostojno s prekrivanjem njihovega izdelka in konstrukcije na kartici. Učenci morebitne nepravilne rešitve sami analizirajo in poiščejo distraktor. Vključevanje učitelja je minimalno.

Primer »kartice« 2:

Izberi primer, po navodilih konstruiraj sliko in list predaj sošolcu. Sošolec naj po tvoji risbi opiše lego geometrijskih elementov. V kolikor sošolec pravilno ugotovi in zapiše vsaj pet lastnosti, ki so zapisane tudi na tej kartici, sta si zaslužila zvezdico ali dve.

1. primer

p, r in t so premice v ravnini

$p \| r$

$r \| t$

$d(r,t) = 6$ cm

$d(p, r) = 3$ cm

$d(p, t) = 9$ cm

2. primer

p, r in t so premice v ravnini

$p \perp r$

$r \| t$

$A \in p$

$A \in r$

$\{B\} = p \cap t$

$d(A, B) = 3$ cm

Tudi ta kartica omogoča samostojno preverjanje pravilnosti rešitve in analizo morebitnih napak.

Za uro tovrstne aktivnosti moramo učencem ponuditi dovolj različnih kartic, tako da tudi najuspešnejši učenci ne uporabijo vseh. V skupini oblikujemo dvojice tako, da so le te učno enakovredne. Najbolje je dvojico sestaviti z bolj in manj uspešnim učencem. Tako eden vadi osnove matematičnega jezika, drugi pa poleg tega tudi analizira in korigira razmišljanja sošolca. Zagotoviti moramo zasebnost učenca, ki sporočilo s kartice prevaja v konstrukcijo in tako preprečiti, da bi učenec rešitev s kartice prebral. Konstantno aktivnost obeh učencev dosežemo tako, da obema dovolimo hkrati izbrati kartico in prevesti sporočilo na papir, ki ga nato izmenjata. Znotraj skupine lahko organiziramo tekmovanje med dvojicami – zmaga tista dvojica, ki zbere največ zvezdic. Izdelki učencev nastajajo na papirju formata A5 ali izjemoma A4, na katerih so poleg konstrukcije zapisani tudi odnosi med geometrijskimi elementi – te izdelke učenci na koncu ure prilepijo v zvezek. Učitelj sproti rešuje morebitne dileme o pravilnosti konstrukcij ali zapisa odnosov med geometrijskimi elementi.

Matematika ni samo geometrija

Pri hitrem preletu učnega načrta matematike lahko zasledimo nekaj tematskih sklopov, kjer lahko s takšno obliko dela učenci utrjujejo ali usvajajo nova znanja, od nas pa je odvisno, ali bo aktivnost namenjena zgolj utrjevanju ali pa bo tudi problemsko naravnana.

Tematski sklop	Razred	Oblika sporočil	
Racionalna števila – ulomki kot deli celote	6	Pobarvan del lika	Zapis z ulomkom
Aritmetika in algebra	6	Zapis števila z rimskimi številkami	Zapis števila z arabskimi številkami
Aritmetika in algebra	6	Zapis števila z besedami	Zapis števila z številkami
Geometrija in merjenje	6	Narisan kot	Velikost kota, zapisana v kotnih stopinjah
Računske operacije in njihove lastnosti	6	Zapis računskega izraza z drevesnim prikazom	Zapis računskega izraza z oklepaji
Geometrija in merjenje	6	Narisani dve krožnici	Opisana lega teh krožnic
Geometrija – trikotniki	7	Načrtan trikotnik	Zapis podatkov za skladen trikotnik
Transformacije	7	Konstruirana transformacija daljice, premice ali lika	Simbolni zapis transformacije
Funkcija	9	Zapis predpisa funkcije	Narisan graf funkcije
Funkcija	9	Zapis predpisa funkcije	Tabelirane vrednosti odvisne in neodvisne spremenljivke
Izrazi	8	Zapis izraza	Izpostavljen skupni faktor
Izrazi	8	Zapis izraza	Razcepljen izraz

Povsod tam, kjer lahko matematični pojem predstavimo na več kot en način, lahko brez večjih težav oblikujemo aktivnost, ki bo učence aktivirala in jim omogočala samoevalvacijo svojega znanja.

Ugotovitve

Aktivnost je bila uspešno izvedena z učenci šestega razreda pri poglavju o vzporednicah, pravokotnicah in razdaljah med geometrijskimi objekti. Učenci so sami ugotovili kdaj je podatkov dovolj, premalo ali preveč in tako razvijali kritičen odnos do danih podatkov.

Aktivnost sicer lahko oblikujemo kot tekmovanje v razredu, vendar pa znotraj skupine – dvojice – poteka sodelovalno učenje, saj se posamezni učenec trudi doseči dober rezultat zase in hkrati pomagati sošolcu ter tako osvojiti čim več točk. Ne nazadnje je vredno omeniti tudi medsebojno interakcijo v skupini, ki pozitivno vpliva na medsebojne odnose.

Viri

1. Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika/predmetna komisija Amalija Žakelj ... [et al.]. El. knjiga. Ljubljana. Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo, 2011.
2. Bergstem, C. (1999): From sense to symbol sense. European Research in Mathematics Education I.II: Group 6. Forschungsinstitut fuer Mathematikdidaktik, Osnabrueck.
3. Strmčnik, F. (1987): Sodobna šola v luči učne diferenciacije in individualizacije. Zveza organizacij za tehnično kulturo Slovenije, Ljubljana.
4. Kralj, A. (2003): Elementi spodbudnega učnega okolja – sodelovalno učenje. Seminarska naloga pri predmetu pedagoška psihologija. Pedagoška fakulteta v Ljubljani.
5. Magajna, Z. (2007): Igre pri pouku matematike. Seminar DMFA http://www.dmfa.si/Seminarji/2008/Magajna.pdf
6. Resnik Planinc, T: Učne oblike in učne metode. Filozofska fakulteta v Ljubljani. http://www.cpi.si/files/cpi/userfiles/TrajnostniRazvoj/Ucne_oblike_in_ucne_metode.pdf (15. 5. 2012)

OBDELAVA PODATKOV MALO DRUGAČE

Non-conventional Data Handling

Saša Horvat Kovačič, OŠ Ljubno ob Savinji

shkovacic@gmail.com

Povzetek
V devetem razredu smo si pri pouku matematike zastavili naslednji izziv: z znanjem matematike želimo ugotoviti, ali so devetošolci boljši tekači od prvošolcev.
Izziv smo reševali v okviru tehniškega dne, katerega cilj je bil, da učenci praktične meritve časa pri teku na 60 in 600 m, ki so jih izmerili pri športnem dnevu, nadgradijo s statistično obdelavo in uporabo IKT.
Učenci so obdelali podatke za svoj razred in med obdelavo sproti spoznavali nove pojme: modus, mediana, razpršenost, medčetrtinski razmik, kvartili. Nato so podatke predstavili z grafikoni kvartilov in jih primerjali med razredi.
Pri obdelavi podatkov za vse učence šole so uporabili programa Excel in Geogebra.
Na koncu so rezultate kritično ovrednotili in analizirali, ali takšna obdelava podatkov lahko odgovori na zastavljeno vprašanje.

Ključne besede: obdelava podatkov, medpredmetno povezovanje, IKT.

Abstract
The pupils in grade 9 were challenged with the following task during their mathematics lesson: to find out, by using their mathematical knowledge, who are better runners – the pupils in grade 9 or in grade 1.
They worked on this issue during the technical school-day. The goal was to upgrade the practical measurements of time at a 60m run and 600m run acquired on a school sports day, by using statistical processing and ICT applications.
While processed the data for their own class the learners learned new concepts, such as: modus, median, dispersion, semi-quartile range, quartiles. They also presented the data with whiskers diagrams and used them to compare the data of the two classes. The data were processed using Excel and Geogebra software.
At the end they critically evaluated the results and made an analysis, whether the data handling can give answers to the question asked.

Key words: data handling, cross-curricular links, ICT.

Uvod
Učni načrt za matematiko v osnovni šoli vključuje obdelavo podatkov v vse razrede (Žakelj in ostali, 2011). Vzporedno z obravnavo drugih matematičnih vsebin učenci zbirajo in beležijo podatke, jih urejajo in razporejajo po različnih kriterijih in jih prikazujejo na različne načine: kot figurni prikaz, prikaz s stolpci oziroma vrsticami in tortni prikaz. V sedmem razredu spoznajo aritmetično sredino, v devetem razredu pa še modus, mediano in medčetrtinski razmik, rezultate pa prikažejo s škatlo z brki. Obravnava obdelave podatkov je v devetem razredu po navadi potisnjena na konec šolskega leta, ko je motivacija učencev za delo že nizka. Včasih se zgodi, da za poglobljeno obravnavo celo zmanjka časa. Zato sem se odločila, da izpeljem tehniški dan, ki bo v celoti namenjen obdelavi podatkov. Pri tem sem želela učencem predstaviti statistiko na čim bolj zanimiv način in hkrati pokazati uporabnost v vsakdanjem življenju.

V nadaljevanju bom opisala potek tehniškega dne, kjer so učenci izvedli statistično raziskavo in ob konkretni kompleksni nalogi spoznali merila za sredino in razpršenost. Delo je potekalo projektno in je vključevalo načrtovanje, zbiranje podatkov, obdelavo podatkov, oblikovanje ugotovitev in predstavitev rezultatov (Magajna, Žakelj, 2000). Odločila sem se za medpredmetno povezovanje s športno vzgojo. Takšno sodelovanje je zelo koristno, ker se razumevanje matematične snovi izboljša, hkrati pa postane šolsko znanje uporabno in trajnejše (Vidovič, 2010).

Ideja in cilji

Idejo za izvedbo tehniškega dne sem dobila, ko se je napovedoval športni dan. Učenci so med seboj ugibali, kdo bo najhitrejši v teku. Ker sodelujejo vsi učenci šole, je to velika količina podatkov, ki bi jih bilo zanimivo obdelati.

Izvedbo tehniškega dne sem načrtovala na osnovi naslednjih učencem namenjenih ciljev:

- Postavijo hipotezo in jo s pomočjo rezultatov raziskave potrdijo ali ovržejo
- Kritično razmišljajo o potrebnih podatkih
- Zberejo podatke
- Uporabijo orodja za obdelavo podatkov, ki jih že poznajo in kritično razmišljajo o njihovi uporabnosti
- Spoznajo modus, mediano in medčetrtinski razmik
- Narišejo škatlo z brki
- Podatke urejajo s programom Excel in Geogebra
- Utemeljijo ustreznejšo izbiro za prikazovanje podatkov
- Interpretirajo rezultate

Motivacija, priprava in zbiranje podatkov

Tehniški dan smo z učenci načrtovali že pri eni izmed ur matematike. Zastavila sem jim nekaj vprašanj in jih s tem spodbudila k razmišljanju:

> *Kdo med devetošolci najhitreje teče?*
> *Ali kdo od mlajših učencev teče hitreje?*
> *Iz katerega razreda je učenec, ki teče najpočasneje?*
> *V katerem razredu so najhitrejši tekači in v katerem najpočasnejši?*

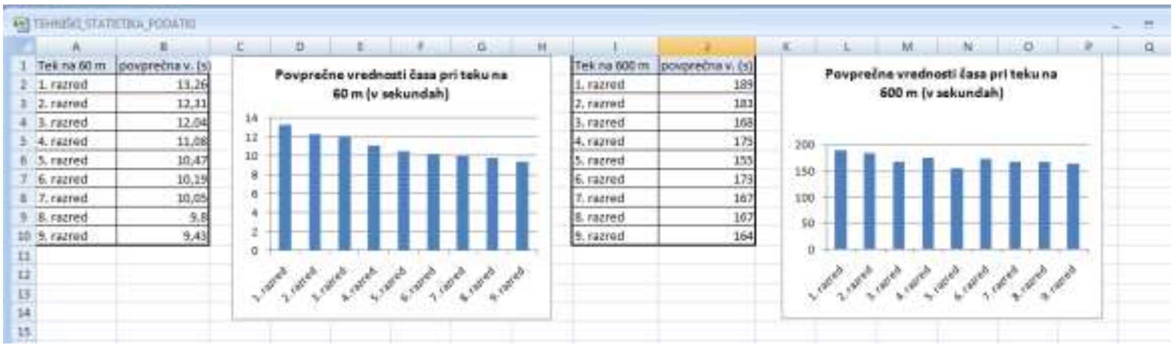
Učenci so postavili trditev, da so prvošolci najpočasnejši, nato pa se hitrost približno enakomerno povečuje.

Na vprašanje: »Kako bi lahko to dokazali?«, so takoj dobili idejo, da bi na športnem dnevu merili čase teka za vse učence. S profesorico športne vzgoje sva se dogovorili za sodelovanje. Skupaj sva načrtovali dejavnosti športnega dne in učencem določili zadolžitve. Učenci so si vnaprej pripravili preglednice, v katere so vpisovali podatke, ki so jih izmerili. Merili so čas teka na 60 m in na 600 m in zbirali podatke ločeno po razredih.

Analiziranje podatkov

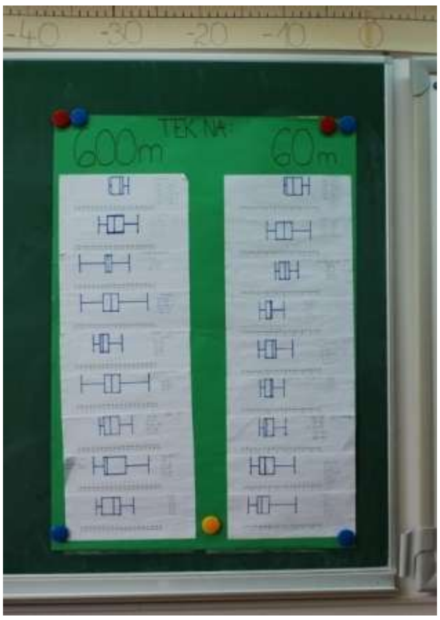
> *Kaj narediti s tako veliko količino podatkov?*
> *Kako iz teh podatkov lahko ugotovimo, v katerem razredu tečejo najhitreje in v katerem najpočasneje?*

To so bila vprašanja, ki smo si jih najprej zastavili. Učenci so predlagali, da bi izračunali povprečne vrednosti za vsak razred posebej in jih primerjali med seboj. Uporaba programskega orodja Excel za računanje povprečnih vrednosti in risanje stolpčnih diagramov zanje ni bila novost, zato so hitro dobili rezultate, ki so prikazani spodaj.



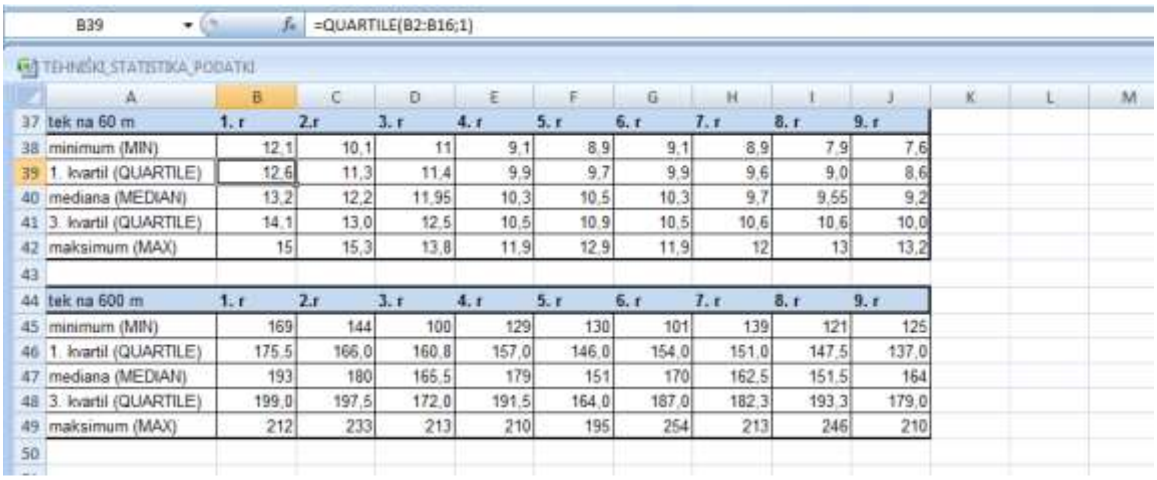
Slika 1: Tabeli in grafa povprečnih vrednosti izmerjenega časa; prikaz narejen s programskim orodjem Excel

Pred analizo rezultatov smo naredili še povezavo s fiziko in razložili obratno sorazmernost med porabljenim časom in hitrostjo.
Učenci so bili zelo presenečeni nad dobljenimi rezultati, ki se niso ujemali z njihovimi predvidevanji. Pri teku na 60 m se sicer takoj vidi trend zmanjševanja časa porabljenega za tek, medtem ko pri teku na 600 m ta trend skoraj ni opazen. Pri teku na 60 m se hitrost do 6. razreda hitro povečuje, nato pa je povečanje hitrosti do 9. razreda le še zelo majhno. Vendar v tem primeru lahko rečemo, da so devetošolci v povprečju hitrejši tekači od ostalih učencev.
Pri teku na 600 m so bili, glede na dobljene rezultate, najhitrejši učenci 5. razreda. Ob tem so se učenci spomnili, da sta v petem razredu dva učenca, ki zelo hitro tečeta, medtem ko so v devetem razredu kar trije učenci ekstremno počasni. Ugotavljali smo, kako ta dejstva vplivajo na povprečno vrednost. Učenci so sami prišli do ugotovitev, da lahko nekaj ekstremnih vrednosti zelo vpliva na povprečje in da bi bilo dobro na nek način te vrednosti upoštevati. Tako so začutili potrebo po obravnavi druge oblike obdelave podatkov, ki bi dala bolj pregledne rezultate.
Sledila je obravnava novih pojmov: modus, mediana, minimum, maksimum, medčetrtinski razmik, kvartili in škatla z brki (Strnad, 2009).
Učenci so se nato razdelili v skupine. Vsaka skupina je obdelala podatke za enega izmed razredov najprej klasično, s svinčnikom in papirjem. Škatle z brki so vse skupine narisale v istem merilu in jih nato predstavile na skupnem plakatu.



Slika 2: Grafikon kvartilov: čas teka na 600 m in na 60 m

V nadaljevanju so celotno obdelavo naredili še s programom Excel, kjer so spoznali funkcije: MIN, MAX, MODE, MEDIAN, QUARTILE.



B39 =QUARTILE(B2:B16;1)

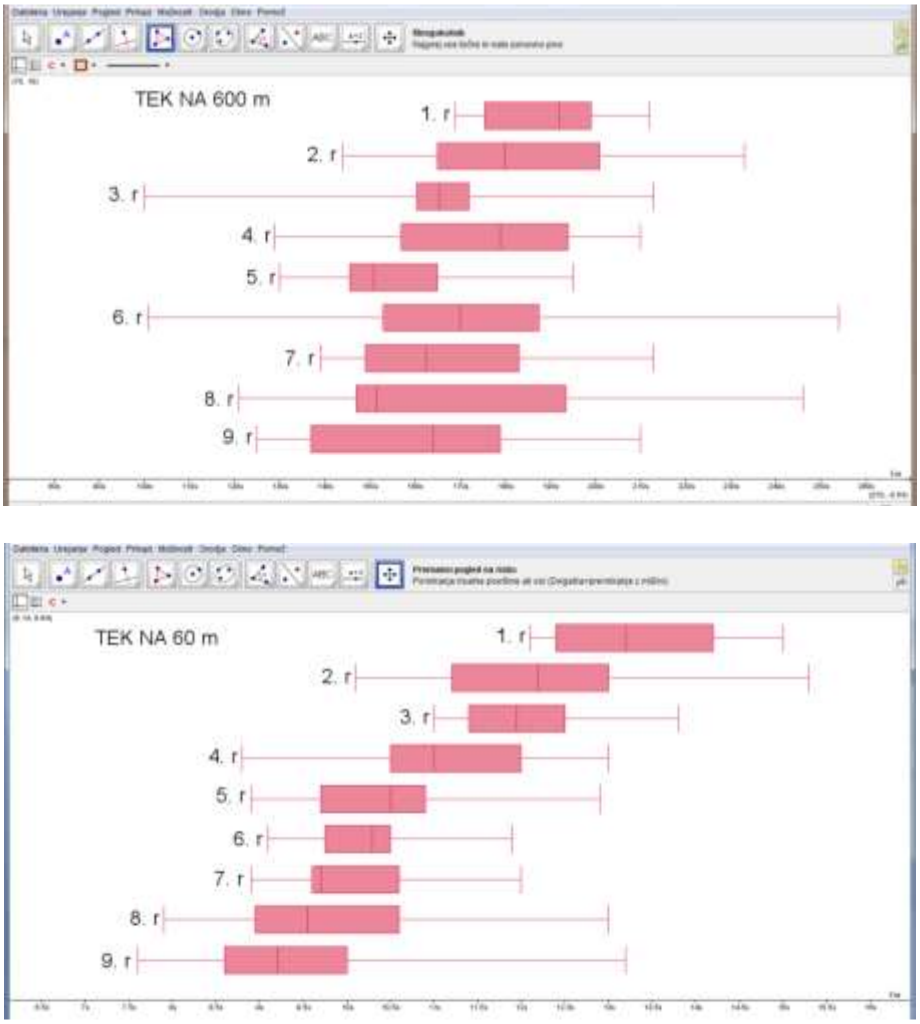
TEHNIŠKI_STATISTIKA_PODATKI

tek na 60 m	1. r	2.r	3. r	4. r	5. r	6. r	7. r	8. r	9. r
minimum (MIN)	12,1	10,1	11	9,1	8,9	9,1	8,9	7,9	7,6
1. kvartil (QUARTILE)	12,6	11,3	11,4	9,9	9,7	9,9	9,6	9,0	8,6
mediana (MEDIAN)	13,2	12,2	11,95	10,3	10,5	10,3	9,7	9,55	9,2
3. kvartil (QUARTILE)	14,1	13,0	12,5	10,5	10,9	10,5	10,6	10,6	10,0
maksimum (MAX)	15	15,3	13,8	11,9	12,9	11,9	12	13	13,2

tek na 600 m	1. r	2.r	3. r	4. r	5. r	6. r	7. r	8. r	9. r
minimum (MIN)	169	144	100	129	130	101	139	121	125
1. kvartil (QUARTILE)	175,5	166,0	160,8	157,0	146,0	154,0	151,0	147,5	137,0
mediana (MEDIAN)	193	180	165,5	179	151	170	162,5	151,5	164
3. kvartil (QUARTILE)	199,0	197,5	172,0	191,5	164,0	187,0	182,3	193,3	179,0
maksimum (MAX)	212	233	213	210	195	254	213	246	210

Slika 3: Obdelava podatkov s programskim orodjem Excel

Za risanje škatle z brki oz. diagrama kvartilov smo uporabili program GeoGebra in dobili naslednje grafe:



Slika 4: Grafikon kvartilov: čas teka na 60 m in na 600 m; prikaz narejen s programsko opremo GeoGebra

Interpretacija in predstavitev rezultatov

Plakat z narisanimi grafikoni smo obesili na tablo. Vsaka skupina je morala oblikovati svoje ugotovitve in jih predstaviti ostalim. Na koncu smo oblikovali skupne ugotovitve. Pri tem sem jih vodila z vprašanji, tako da so lahko kritično ugotavljali, katera obdelava jim da bolj kompleten odgovor na zastavljeno vprašanje.
Njihove ugotovitve so bile, da so za vzporedno primerjavo podatkov škatle z brki mnogo boljše kot samo izračun povprečne vrednosti. To se je pokazalo predvsem pri podatkih za tek na 600 m. Primerjava tretjega in sedmega razreda pokaže, kako sta lahko dve skupini s približno enako mediano zelo različni. Hitro tudi ugotovimo, v katerem razredu je najhitrejši in v katerem najpočasnejši tekač. V tretjem in petem razredu je srednja polovica učencev zbrana v ozkem intervalu, medtem ko so podatki v ostalih razredih bolj razpršeni. Se pa že na prvi pogled vidi, da se škatle postopno premikajo v desno, kar pomeni, da se tudi tukaj kaže trend povečevanja hitrosti pri teku.

Zaključek

Izbira konkretne naloge iz življenja učencev se je pokazala kot velik motivacijski faktor. Učenci, ki sicer niso dobri matematiki, na športnem področju pa dosegajo dobre rezultate, so bili še posebej motivirani. Delo je bilo zasnovano tako, da je spodbujalo sodelovanje, učenci so bili ves čas aktivni, samostojni in ustvarjalni. Spoznali so tudi pomen timskega dela. Delo je bilo deljeno, vendar šele rezultati vseh predstavljajo celoto. Sodelovanje s športno vzgojo smo uporabili kot motivacijo in kot vir podatkov. Pri športni vzgoji pa so uporabili podatke naše raziskave za spoznavanje in razumevanje gibalnih zakonitosti. Pokazalo se je, da takšno delo povečuje motivacijo za nadaljnje aktivnosti, saj so učenci sami predlagali, da bi raziskali, kako se je njim hitrost teka spreminjala od prvega do devetega razreda.

Viri

1. Magajna, Z., Žakelj, A. (2000): Obdelava podatkov pri pouku matematike 6-9. ZRSŠ, Ljubljana.
2. Strnad, M., Štuklek, M. (2009): Presečišče 9. DZS, Ljubljana.
3. Vidovič, Š. (2010): Tehniški dnevi v okviru strokovnih osnov in medpredmetnega povezovanja. Diplomsko delo. UNI Maribor, Fakulteta za naravoslovje in matematiko.
4. Žakelj, A. in ostali (2011): Učni načrt za osnovno šolo. Program osnovnošolskega izobraževanja, Matematika. MŠŠ in ZRSŠ, Ljubljana.

UČNE TEŽAVE PRI UČENJU MATEMATIKE

Learning Difficulties at Mathematics

Mateja Vodenik, Evgenija Peternel, OŠ dr. Antona Trstenjaka Negova

mvodenik@gmail.com, evgenija.peternel@guest.arnes.si

Povzetek
Učne težave pri učenju matematike se pojavijo zelo zgodaj. Že v prvem triletju osnovne šole naj bi bile avtomatizirane računske spretnosti, da lahko učenec nadgrajuje svoje matematično znanje v drugo in tretje triletje. V prvem razredu je čas, ko se začnejo oblikovati učenčeve učne navade, prav tako osnovno računanje in številske orientacije ter povezava med konkretnim in abstraktnim pri učenju matematike. Učenci z učnimi težavami pri učenju matematike težje preidejo s konkretnejše ravni dojemanja na abstraktnejšo, zato potrebujejo materialno oporo. Na začetku so najprimernejši predmeti iz učenčevega okolja, nato različne preglednice ter številski trakovi in na koncu abstraktni simboli – števila.
Zelo pomembno je razumevanje in pomoč odraslega (učitelja) in vrstnikov, kontinuirano spremljanje napredka učenca, njegovega razumevanja dejstev in postopkov ter razvoj pojmovnega znanja. Ni dovolj, da učencu dovolimo uporabljati različne opornike, pripomočke, računalo. Še večjega pomena je, da ga naučimo strategij, ki mu bodo v oporo pri učenju in v vsakdanjem življenju.
V prispevku na primerih iz prakse primerjamo, kako se izražajo učne težave v prvem in kako v tretjem triletju, kako poskušamo pomagati učencem pri premagovanju teh težav ter kateri so bili uspešni in malo manj uspešni pristopi.

Ključne besede: matematika, učne težave, prvo triletje, spremljanje znanja, učne strategije.

Abstract
Learning difficulties at mathematics appear very early. Already in the first three years of primary school, calculation (arithmetic and numeracy) skills should be automated, so that the child could build up and develop mathematics knowledge in the second and third three-year-cycle. In grade 1, there is enough time to start building up pupils' learning habits as well as their basic calculation skills, numeric orientation and the relationship between the concrete and the abstract at mathematics. Children with learning disabilities face major problems while shifting from concrete to abstract comprehension at mathematics; therefore they need a kind of material support. At the beginning, objects from the pupil's environment are the best aids, afterwards pupils can use various tables and numeric lines and finaly, abstract symbols – numbers follow.
It is of high importance that the pupils are exposed to understanding and help of peers and a teacher and furthermore, their progress and comprehension of facts, procedures and development of the conceptual knowledge should be monitored continuously. It is not enough to let the pupils use different props, aids or a calculator. It is much more important to teach them strategies useful when learning in their everyday life.
In the contribution concrete examples illustrate how learning difficulties are expressed in the first and how in the third three-year-cycle. Moreover, it shows in what manner we helped pupils to overcome their learning problems and how successful the various approaches we used, were.

Key words: learning difficulties, first three-year-cycle, monitoring of knowledge, learning strategies.

Uvod

Matematično znanje je kompleksno in vključuje štiri elemente, in sicer deklarativno, proceduralno, konceptualno in problemsko matematično znanje. Matematično znanje vključuje kvantitativno dimenzijo znanja, vezano na količino matematičnega znanja pri posamezniku, ter kvalitativno dimenzijo znanja, ki predstavlja uporabnost posameznikovega matematičnega znanja (Kavkler, 2007).

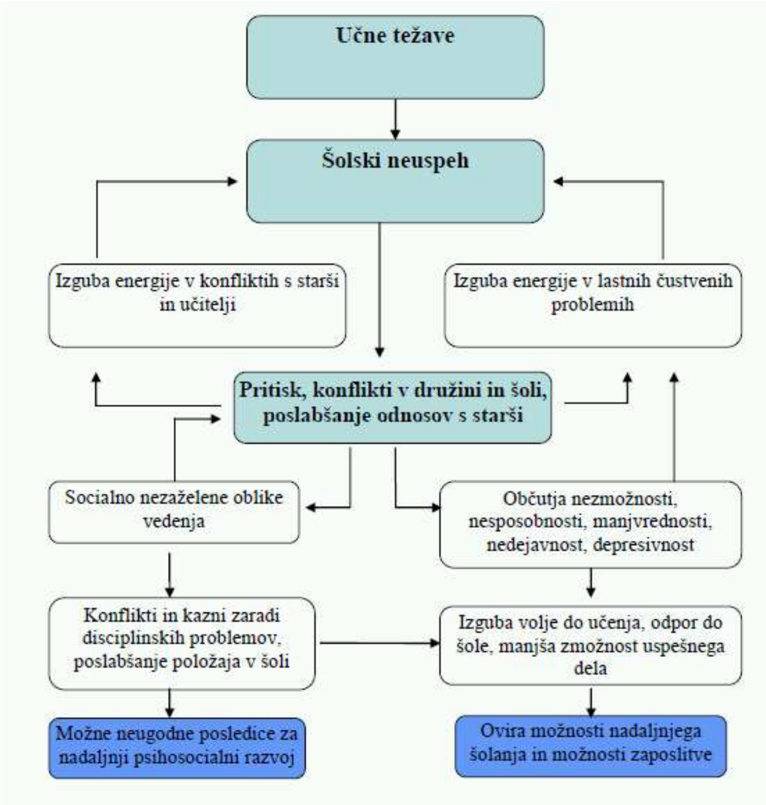
Učne težave pri matematiki se razprostirajo na kontinuumu od lažjih do zelo izrazitih, od kratkotrajnih do vseživljenjskih, od tistih, ki so prisotne le na enem področju učenja matematike, do tistih, ki povzročajo splošno učno neuspešnost. Vsak učenec ima občasno težave pri usvajanju določenih matematičnih znanj. Učne težave pa imajo tisti učenci, pri katerih opažamo v primerjavi z vrstniki v matematičnem znanju in strategijah večje in dolgotrajnejše odstopanje od povprečja (Kavkler,2007: 80). Obravnava učnih težav pri matematiki bo ustreznejša, če bomo ugotovili, katerih elementov matematičnih znanj otrok ne obvlada in potem glede na to spoznanja obravnavali posameznega otroka.

Specifične učne težave pri matematiki imajo učenci s primanjkljaji aritmetičnih sposobnosti in spretnosti, ki niso posledica motenj v duševnem razvoju. Ti primanjkljaji se nanašajo na obvladovanje osnovnih aritmetičnih sposobnosti in spretnosti (seštevanja, odštevanja, množenja, deljenja), manj pa na bolj abstraktne sposobnosti in spretnosti algebre, trigonometrije in geometrije (Magajna, 2008).
Otroci, ki imajo specifične težave pri matematiki, imajo kompleksne vzgojno-izobraževalne potrebe na štirih področjih:

- organizacije
- fine motorike
- socializacije
- matematičnih vsebin v zvezi s problemskim matematičnim znanjem.

Sodobni pristopi na področju poučevanja in učenja se osredotočajo na interaktivno naravo procesov učenja in poučevanja ter vplive neusklajenosti med značilnostmi učenca in učnega okolja pri nastajanju težav. Ti pristopi poudarjajo tako načrtovanje in izvedbo pomembnih sprememb v okolju kot tudi obravnavo otroka v smeri povečane usklajenosti, učne in psihosocialne kompetentnosti učenca in okolja. Učenčev šolski neuspeh izvira največkrat iz več vzrokov in pomeni kompleksen problem.

Posledice učnih težav se pogosto kažejo predvsem v učnem neuspehu učenca, prisotne pa so tudi kot čustvene in vedenjske težave, nemirnost, nespretnost, motnje pozornosti, motnje pomnjenja, strah, utrujenost …(Tamše 2006).
O učnem neuspehu govorimo, kadar otrok ni sposoben izpolnjevati predpisanih zahtev oziroma nalog. Na Sliki 1 (Mikuš Kos 1991) je prikazan začaran krog šolskega neuspeha, ki ponazarja razpršitev slabe akademske samopodobe na celotno samopodobo in oblikovanje čustev preko učnih težav. Posledično lahko vpliva na motiviranost za šolsko delo, odpor do šole … Sodobni pristopi skušajo pomoč zastaviti širše ob upoštevanju celovite učenčeve osebnosti, njegove vsakdanje življenjske situacije v šoli in doma ter življenjske perspektive. Osnovni namen pomoči je raziskovanje in soustvarjanje pogojev, ki v procesu učenja in pomoči omogočajo učenčevo optimalno udeleženost.



Slika1: Začarani krog šolskega neuspeha (Mikuš Kos 1991: 53)

Potrebe učencev s težavami pri učenju matematike
Približno 6 % otrok v populaciji ima hujše težave pri učenju matematike, dosti večji pa je odstotek otrok z blažjimi učnimi težavami pri matematiki (Kavkler, 1992).

Učenci potrebujejo:
- razumevanje in pripravljenost odraslega in vrstnikov, da se jim pomaga
- jasno opredeljene oblike pomoči
- preverjanje razumevanja predznanj
- učenje po korakih
- preverjanje točnosti sprejema informacij (slušnih in vidnih)
- življenjske in konkretno ponazorjene probleme
- konstrukcijo znanja z organizacijo ustreznih dejavnosti
- sodelovalno učenje
- učenje organizacije zapiskov
- razvoj pojmovnega znanja
- razdelitev zapletenih nalog na dele in učenje strategij reševanja le-teh
- pomoč pri priklicu dejstev in postopkov
- veččutno učenje dejstev
- učenje postopkov z oporami
- uporaba žepnega računala pri preverjanju zahtevnejših matematičnih vsebin
- učenje strategij rabe pripomočkov
- učenje strategij reševanja matematičnih besednih in nebesednih problemov
- partnerski odnos s starši
- starši potrebujejo konkretna in razumljiva navodila ter nasvete, kako naj pomagajo svojemu otroku
- spodbujanje in razvijanje učenčevih močnih področij in pozitivne samopodobe.

Najpomembnejši element šole so učitelji, ki so prisiljeni spremeniti in prilagoditi svoj način dela.

Primer iz prakse – prvo triletje

Če želimo otroku pomagati, moramo učitelji dobro poznati otroka in vzroke za njegov neuspeh.

Učenec, poimenujmo ga Staš, je že v prvem razredu kazal težave na področju organizacije v razredu, pogosto je imel neurejene šolske potrebščine, zelo slabo prostorsko orientacijo, velike težave s pozornostjo in koncentracijo pri pouku in delu v šoli, njegova motivacija za učenje je bila zelo nizka, interes je kazal samo za igro v igralnici.

Na začetku drugega razreda so se pokazale težave pri osnovnih logično-matematičnih pojmih, kot so klasifikacija in seriacija. Težave je imel tudi pri štetju do 20, števila je preskakoval, se izgubljal med štetjem in ni vedel, katero število sledi.

Učencu sem omogočila podaljšan čas podajanja snovi, sedel je čisto spredaj v razredu, da sem lahko preverjala, ali sledi pouku, ga spodbujala k sodelovanju in mu pomagala, da je ostal osredotočen na delo. Velik poudarek sem dajala dejavnostim z različnimi predmeti, pri tem sem upoštevala postopnost, povezavo obravnavanih tem z učenčevimi življenjskimi izkušnjami ter igro, za katero je kazal velik interes in mu je bila pomembnejša od učenja in drugega šolskega dela. Ob pomoči različnih preprostih igrač sva vadila in utrjevala učno snov. Staš je sam prinašal različne predmete iz narave, kateri so mu bili pripomočki pri štetju in kasneje tudi pri računanju. Sama sem mu izdelala različne tabele, kartončke in preglednice ter jih slikovno opremila. Preverjanje in ocenjevanje sva skupaj vnaprej načrtovala in ga po potrebi razdelila na več manjših enot. Po ocenjevanju znanja je sledila širša razlaga z analizo napak in analizo uspešno izkazanega znanja ter pogovorom, kaj je potrebno izboljšati. S težavo je usvojil minimalni nivo znanja ob koncu 2. razreda: sešteval in odšteval je v množici naravnih števil do 20 brez prehoda in s prehodom ob pomoči številskega traku s štetjem. S težavo je oblikoval številske predstave in pojme do 100, ob pomoči stotičnega kvadrata. Med šolskim letom pa sva veliko delala tudi na krepitvi samopodobe in čustvene stabilnosti, na razvijanju pozornosti in koncentracije ter na korelaciji primanjkljajev.

V tretjem razredu je Staš pri pouku funkcioniral v skladu s svojimi sposobnostmi, vendar pomembno pod ravnjo preostalih učencev v razredu, težje je sledil zapletenim primerom z več stopnjami. Počasi je usvajal snov, uspešen je bil pri delu s konkretnimi pripomočki, njegovi dosežki so bili zelo nizki. Imel je težave s posploševanjem in uporabo znanja v drugih situacijah. Utrjevala sva različne matematične spretnosti z izvajanjem različnih iger štetja materialov (predmetov), reševanja računskih operacij z nastavljanjem množic, opremljanjem le-teh s številskimi listki, zapisa računov ter branja računov, urejanja številskih vrst, prepoznavanja števk s pomočjo tipa in imenovanje le-teh. Pri podajanju snovi sem bila pozorna na uvodne povezave nove teme z že obravnavanimi temami, da je lahko učenec povezal informacije v mrežo podatkov, nudila sem mu tudi multisenzorno učenje, podajala sem kratka in jasna navodila s sprotnim preverjanjem razumevanja, kompleksne naloge sem razdelila na krajše dele in mu ob tem nudila različne vizualne pripomočke. Čas preverjanja in ocenjevanja znanja sem mu podaljšala, ter mu po potrebi prilagodila na manjšo količino nalog. Ob koncu tretjega razreda je Staš usvojil vse minimalne standarde znanja in napredoval v naslednji razred.

Primer iz prakse – tretje triletje

Ugotavljamo, da se težave v višjih razredih stopnjujejo. Učenci ne obvladajo osnovnih računskih operacij, imajo slabo pojmovno shemo, težave nastopajo pri proceduralnih

znanjih. Čeprav jim nudimo različna pomagala ali prav zaradi preštevilnih kartončkov in opomnikov se izgubijo. Menim, da se upirajo tudi s tem, da na neki stopnji prenehajo uporabljati ta pomagala in jih ne prinašajo več k pouku. Iz tega lahko sklepamo, da je veliko bolj pomembno, da pridobijo ustrezne (življenjske) strategije in kompetence, kot da jih preobremenimo s številnimi »pomagali« pri ocenjevanju. So pa različni konkretni materiali brez dvoma potrebni v fazi spoznavanja novih znanj in povezovanja s preteklimi izkušnjami. Tudi v tem kontekstu je manj več.
Pozitivne rezultate pri samem pouku so v zadnjem času pokazali naslednji »pripomočki«:

- wiki – pripomoček v spletni učilnici,
- miselni vzorci (s programom X Mind ali Free Mind) kot pripomoček pri gradnji pojmovnih shem,
- strategija učenja z razdeljenim listom.

WIKI
Učitelj pripravi v spletni učilnici dejavnost, poimenovano wiki. Pripravi torej gesla – ključne besede, ki jih učenci pojasnijo z besedami in grafično. Pred tem se pri pouku naučimo uporabljati spletno učilnico in program za dinamično geometrijo (na naši šoli Geo gebro). Wiki dopolnjujejo učenci deloma v šoli deloma doma. Nastane zapis, ki predstavlja pojasnila vseh ključnih matematičnih pojmov v nekem poglavju. S tem učenci sami oblikujejo gradivo za učenje pojmov in povezav med njimi. To je odličen pomočnik pri organizaciji pedagoškega dela. Še posebej se njegova uporabnost potrjuje v fazi utrjevanja in sinteze znanj. Učenci niso imeli pri izvedbi aktivnosti nobenih težav. Pokazalo pa se je, da so mnogi k delu pristopali tudi od doma, da so svoje izdelke dopolnjevali, da so sodelovali z drugimi, si med seboj pomagali in se dopolnjevali. Učitelj lahko preverja aktivnost v spletni učilnici, lahko daje sprotne in osebne povratne informacije učencem, jih spodbuja pri delu in pomaga učencem pri prevzemanju odgovornosti za lastno delo in rezultate lastnega učenja. Še posebej učenci s težavami so pri analizi dela in uporabnosti dejavnosti zapisali, da jim je wiki v veliko pomoč pri učenju, ker je »tam vse na enem mestu« in ker so zapisane »samo pomembne stvari«. Ne smemo namreč pozabiti, da imajo učenci s težavami pri učenju matematike velikokrat tudi težave pri organizaciji zapiskov. Hkrati spodbujamo razvijanje kompetenc. Splošnih, kot so obvladovanje časa in dela, zavzetost za rezultate in odgovornost, pozitiven odnos do stalnega učenja, uporabe znanja in izkušenj, kakor tudi osebnostne in vedenjske in kompetence za delo z informacijami. Najbolj pomembno pa je, da ustvarjamo varno učno okolje, v katerem lahko vsak napreduje, kjer se je dovoljeno zmotiti in kjer vsak učenec doda kamenček v mozaik za skupen rezultat skupine. Prispevek prav vsakega učenca je nepogrešljiv.

POJMOVNE SHEME
Na začetku leta pokažemo učencem nekaj primerov miselnih vzorcev, izdelanih s programi, prosto dostopnimi na spletu. Ti programi omogočajo prikaz nastajanja miselnega vzorca. Vstavljamo lahko slikovno gradivo, povezave na drugo lastno gradivo ali na spletne strani. S tem miselni vzorci lahko rastejo (dobimo dodatne, bolj poglobljene informacije) ali pa se krčijo. Za učence s slabšimi predstavami je pomembno, da se lahko tudi doma učijo s samostojnim in dinamičnim delom z različnimi shemami. Na sestankih strokovnih delavcev namreč pogosto ugotavljamo, da je uporaba računalnika pri učenju še vedno motivacijski faktor, še posebej pri učencih s slabšo tehniko branja in zato slabšim razumevanjem prebranega. Ključna beseda, povezana z definicijo, skico ali drugim grafičnim prikazom in morda še s primerom uporabe, večini močno olajša učenje.

UČENJE UČNIH STRATEGIJ

Zelo pomembno je, da učence učimo strategij učenja. V praksi se je kot ena bolj uspešnih metod izkazala metoda, pri kateri razdelimo list na dva dela. Na levo stran zapišemo opis, definicijo, narišemo skico in podobno, na desnem delu je ključna beseda, matematični pojem in podobno. Z učenci iz zapiskov in iz učbenika izpišemo bistvene podatke. Nato iz njih izluščimo ključno besedo oz. matematični pojem. Velikokrat iz matematičnih učbenikov učenci prej najdejo ključne besede in nato iščejo definicije oziroma opise. Nato se učijo tako, da enkrat skrijejo ključne besede, ki jih poimenujejo iz opisov, drugič pa obratno. Na ta način utrjujejo matematično terminologijo in simboliko, učijo se opisati dejstva in postopke v logično smiselnem zaporedju, razbirati informacije iz zapisanega, povezovati pojme in postopke in drugo.

Zaključek

Pomoč učencu, pri katerem so se pokazale težave pri učenju matematike, sem si zastavila na podlagi natančnega sprotnega spremljanja in ugotovila, da učenec potrebuje veliko različnih vaj, drugačne prijeme kot ostali učenci in individualizirane zahteve. Učenec je bil zelo uspešen in motiviran za različne dejavnosti s ponazorili. Računal je le z materialno oporo (prsti, preglednice …) in podaljšanim časom reševanja nalog, razdeljenih na krajše dele. Ponazorila sva naredila skupaj, uporabo le-teh sem mu približala in pokazala, kako naj jih čim hitreje in čim bolj spretno tudi uporablja. Zavedala sem se, da ni dovolj, da števila in računske operacije učenec razume, vse to je bilo potrebno natančno avtomatizirati, da si jih je čim hitreje priklical iz spomina. Formativno spremljanje mi je omogočilo sprotno in celostno spremljanje učenčevega napredka, katerega sem predstavila staršem in učencu samemu ter pridobitev kakovostne povratne informacije.

Učenci prehajajo v tretjem triletju skozi zelo občutljivo fazo odraščanja, kjer se še toliko bolj kritično ocenjujejo. Zato so v prispevku navedeni primeri pomembni tudi s perspektive izgradnje pozitivne samopodobe učenca z učnimi težavami. Učencem omogočajo, da izkusijo, da je njihov prispevek pomemben za uspeh skupine. Omogočajo jim tudi, da si lažje organizirajo delo in da porabijo za delo toliko časa, kot ga potrebujejo. Ne glede na vsa prizadevanja učitelja popolna individualizacija znotraj razreda ni vselej mogoča. Predvsem pa učencem omogočajo razen pridobivanja matematičnih znanj tudi pridobivanje kompetenc za vseživljenjsko samostojno učenje.

Viri

1. Kavkler, M, Reid, G., Košak Babuder, M., Viola, S., Magajna, L. (2007): Specifične učne težave pri matematiki. V: Učenci s specifičnimi učnimi težavami: skriti primanjkljaji – skriti zaklad. Str. 77-112.Društvo Bravo – društvo za pomoč otrokom in mladostnikom s specifičnimi učnimi težavami, Ljubljana.
2. Kavkler, M., Žerdin, T., Magajna, L. (1991): Brati, pisati, računati. Pomurska založba, Murska Sobota.
3. Kavkler, M. (1992): Drugačne potrebe učencev s specifično razvojno motnjo pri učenju matematike, njihove strategije in kognitivni stil reševanja provlemov. Zbornik Pef: Kaj hočemo in kaj zmoremo. Str. 214-221, Ljubljana.
4. Kavkler., M., Tancig, S., Magajna, L. (2004): Razvoj aritmetičnih znanj in strategij pri prvošolcih devetletne osnovne šole. Preverjanje in ocenjevanje: specializirana strokovna pedagoška revija, letnik 1, številka 4, str. 31-38.
5. Magajna, L. Kavkler, M., Čačinovič Vogrinčič, G., Pečjak, S., Bregar Golobič, K. (2008): Učne težave v osnovni šoli: problemi, perspektive, priporočila. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
6. Geary, D.C., Hoard, M.K., Byrd-Craven,J., & Desoto, M.C. (2004): Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for

children with mathematical disability. Journal of Experimental Child Psychology, 88, p. 121-151.
7. Manfreda Kolar, V. (2006): Razvoj pojma število pri predšolskem otroku. Pef, Ljubljana.
8. Mikuš Kos, A. (1991): Šola in duševno zdravje. Svetovalni center za otroke, mladostnike in starše, Ljubljana.
9. Stock, P., Desoete, A., Roeyers, H. (2010): Detecting Children With Arithmetic Disabilities From Kindergarten: Evidence From a 3-Year Longitudinal Study an the Role of Preparatory Arithmetic Abilities. Journal of Learning Disabilities, Vol. 43, Issue 3, p. 250-268.
10. Šoštarič, H. (2009): Pomoč učencem pri matematiki. Diplomsko delo. Pedagoška fakulteta, Maribor.
11. Tamše, M. (2006): Odnos vrstnikov do otrok z učnimi težavami. Diplomsko delo.Pedagoška fakulteta, Maribor.
12. Komljanc, N. (2006): Računalniški program za spremljanje učenčevega napredka. ZRSŠ (2007).

RAZVOJ RAČUNSKIH STRATEGIJ PO NAČELIH METODE MONTESSORI PRI UČENCIH S TEŽAVAMI PRI MATEMATIKI

Development of Calculating Strategies by the Montessori Method with Pupils Showing Learning Difficulties at Mathematics

mag. Nataša Vanček, OŠ Venclja Perka Domžale

natasa.vancek@guest.arnes.si

Povzetek

Uspešno reševanje matematičnih problemov je v veliki meri odvisno od razumevanja pojmov, konceptualnega in proceduralnega znanja. Matematika je eden od šolskih predmetov, pri katerem je po celem svetu največji odstotek neuspešnih učencev v vseh obdobjih izobraževanja. Otroci s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki so manj uspešni, ker slabše obvladajo osnovne aritmetične operacije in imajo slabše proceduralno in deklarativno znanje, predvsem zaradi pomanjkljivo razvitih proceduralnih, jezikovnih in vizualnih zmožnosti za reševanje matematičnih problemov. Pomemben vidik pri iskanju vzrokov za neuspehe je tudi sposobnost abstrakcije in zapomnitve. Učenje matematike zahteva določeno sposobnost abstrakcije in sposobnost zapomnitve nekaterih osnovnih vsot in produktov števil od nič do devet. Otroci s specifičnimi učnimi težavami potrebujejo pri učenju matematike veliko konkretizacije, kompleksne in abstraktne pojme razumejo lažje s pomočjo ponazoritev in praktičnega materiala. Maria Montessori je bila mnenja, da ima otrok poleg »filozofskega uma«, ki se kaže v učenju jezika, tudi »matematični um«. Vzgojno-izobraževalni proces po metodi montessori poteka med tremi enakovrednimi dejavniki: otrok, učitelj in okolje. Metoda temelji na posebnih strukturiranih razvojnih materialih, ki so materializirane abstrakcije in razvijajo matematični um. Trdila je, da sta roka in um tesno povezana, zato je zagovarjala tezo, da se mora znanost (matematika) poučevati preko rok – dela z rokami (od konkretnega materiala k abstraktnemu). Otroci, ki delajo s tovrstnimi materiali, imajo pri matematiki manj težav, snov bolje razumejo, znanje je bolj utrjeno, pomnjenje pa učinkovitejše.

Ključne besede: vzgojno-izobraževalni proces, učne težave pri matematiki, pedagogika montessori, razvojni strukturirani materiali.

Abstract

Successful mathematical problem solving strongly depends on understanding the concepts and conceptual and procedural knowledge. Mathematics is one of the school subjetcs with the highest percent of failure on all levels of education all around the world. Children with specific learning difficulties are less successful at mathematics as they are less proficient in arithmetic operations and possess weaker procedural and declarative knowledge, especially due to the lack of procedural, linguistic and visual abilities for solving mathematical problems. An important aspect when seeking reasons for failure is the ability to abstract and memorize. Learning mathematics requires a certain ability of abstraction and ability to memorize some basic sums and products of numbers from zero to nine. Children with specific learning difficulties need a lot of concretisation when learning mathematics. They understand complex and abstract terms better if offered exemplifications and practical materials. Maria Montessori believed that children possess »philosophical mind« which is shown in language learning, as well as »mathematical mind«. Education process following the Montessori Method functions among three equal factors – the child, the teacher and the environment. The method is based on specially structured didactic materials, which are materialized abstractions and they develop mathematical mind. Montessori claimed that hand and brain are closely connected, thus she argued that science (mathematics) should be taught through hand (from concrete material towards the abstract). Children working with such materials show fewer learning difficulties at mathematics as they understand the matter better, their knowledge is more consolidated and the process of remembering is more effective.

Key words: education process, learning difficulties at mathematics, montessori pedagogics, structured didactic materials.

Uvod

Pri svojem delu specialne pedagoginje na osnovni šoli se največkrat srečujem ravno z otroki s težavami pri matematiki. Za dobro obvladovanje aritmetike je ključnega pomena razumevanje pojma števil, obvladovanje različnih vrst štetja in razvoj matematičnega proceduralnega in pojmovnega znanja. Štetje je osnova za razumevanje števil in aritmetičnih operacij.

Opažam, da otroci s težavami pri matematiki potrebujejo drugačen način poučevanja in dela, klasični, frontalni način poučevanja ne prinaša zadovoljivih uspehov. Otroci s SUT pri matematiki pogosto uporabljajo podporne strategije, razvojno nižje strategije in imajo vse življenje težave s priklicem dejstev in postopkov. Otroci sčasoma razvijejo odpor in strah do matematike, tako postane matematika eden najbolj osovraženih predmetov. Pred leti sem spoznala pedagogiko montessori in ugotovila, da se matematiko da poučevati tudi na otroku prijaznejši način. V prispevku bom opisala značilnosti učencev s težavami pri matematiki, njihove težave in poučevanje matematičnih dejstev po metodi montessori.

Metoda montessori je pedagoški koncept, ki ga je predlagala Maria Montessori in ga je sama poimenovala *„pomoč naravnemu razvoju otroka".* Je mnogo več kot samo metodološko - didaktični model. Na teoretski ravni namreč združuje vsa najmodernejša spoznanja o kognitivnem, socialnem, moralnem in čustvenem razvoju otroka. Otroka spremlja od prvega dne življenja preko različnih razvojnih faz, ki jih poimenuje „občutljiva obdobja", do zrelosti (Kobal, 2009: 30).

Specifične učne težave pri matematiki

Specifične učne težave pri matematiki vključujejo primanjkljaje aritmetičnih sposobnosti in spretnosti, ki niso pogojene z motnjo v duševnem razvoju ali z neustreznim šolanjem.

Primanjkljaji se nanašajo na obvladovanje osnovnih računskih sposobnosti in spretnosti seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja, manj pa na bolj abstraktne matematične sposobnosti in spretnosti iz algebre, trigonometrije in geometrije (WHO, ICD-10, 1992).

Na težave pri matematiki vplivajo različni dejavniki:

- Težave zaradi nižjih intelektualnih sposobnosti
- Težave, pogojene z drugimi motnjami:
    - motnje branja (težave z razumevanjem in pomnjenjem, obračanje številk ...)
    - motnje pisanja (slabša grafomotorika - geometrija)
    - motnje govora in jezika
    - slabše prostorske sposobnosti

  - težave s pozornostjo (impulzivno reševanje nalog, pozabi nalogo, zmoti se pri ustnem računanju …)
  - slabša organiziranost dela (manj samostojni, več časa)
- Specifične motnje pri računanju
  - Razvojna diskalkulija (normalno inteligenten otrok hude težave pri osnovnih računskih operacijah)
  - Specifična razvojna aritmetična motnja (razume pojem števila, računskih operacij, nastavi račun, ima pa težave z izračunom)
- Strah

  (povzeto po Kavkler, 2002: 158).

Perat navaja kot eno od slabosti pri učenju matematike dejstvo, da se učenje matematike pričenja „*previsoko in papirnato – na znanstven in realnemu življenju odtujen način, ne pa z elementi, ki jih ponuja svet okoli šole*". Pojem števila je potrebno vezati na količino. Če želimo računstvo osmisliti, ga moramo doživeti kot dejavnost. Poudarja, da je za pridobivanje pojma števila potrebno hkrati uvajati tudi seštevanje in množenje ter odštevanje in ustno deljenje kot obratni operaciji od množenja in seštevanja. Nadalje priporoča, da morajo biti matematične predstave pridobljene na realnih modelih, ki so otipljivi, vidni in enostavni ter omogočajo kasnejšo abstrakcijo.
(povzeto po Perat, 2004: 245-248)

Pri poučevanju matematike je po Scoppoli priporočljivo upoštevati naslednje značilnosti in usmeritve:

- Upoštevati je potrebno znano didaktično načelo „od konkretnega k abstraktnemu", na osnovi praktičnih izkušenj in problemskih situacij (didaktični materiali).
- Pokazati, kjer je mogoče, različne strategije za reševanje istega problema.
- Kjer je le možno, uporabljati individualni pristop, ki upošteva tempo in psihofizični razvoj otroka; največji neuspehi pri poučevanju matematike, kar se pri odraslih kaže kot strah pred matematiko (t. i. „math panic") oziroma občutek nesposobnosti, imajo korenine v dejstvu, da so bile osnovne vsebine predstavljene otrokom, ko le-ti še niso imeli izdelanih instrumentov za sprejemanje le-teh.
- Vrednotiti uspehe in stalno dajati pozitivno povratno informacijo; izogibati se poudarjanju pomanjkljivosti, ki jih dela otrok.
- Nove koncepte dodajati postopoma in po vrsti napredovati do naslednjih posplošitev.
- Izkoristiti vsakdanje priložnosti, ki jih povežemo z matematiko (npr. rezanje jabolka na enako velike dele celote in poimenovanje polovica, četrtina ...).
- Uporabljati čim več različnih primerov, ki so dovolj jasni za otrokovo sposobnost dojemanja.
- Spodbujati in uporabljati pomoč vrstnikov otrokom, ki kažejo težave pri učenju.

Čim bolj pogosto zapisovati postopke matematičnega razmišljanja in rezultate, da zmanjšamo težave pri uporabi matematičnega simbolnega jezika. (povzeto po Kobal, 2009: 39)

Značilnosti učencev s težavami pri matematiki
Če želimo učinkovito pristopiti k reševanju težav, moramo poznati osnovne značilnosti, ki se pojavljajo pri otrocih z učnimi težavami:

- Slabše proceduralno znanje; sem sodijo postopki reševanja, strategije ustnega in pisnega računanja, matematični koraki pri reševanju besedilnih nalog. Proceduralno znanje pridobimo z vajo.
- Slabši dolgoročni semantični spomin; težave pri shranjevanju aritmetičnih dejstev v dolgoročni spomin in priklicu iz njega. Posledično to pomeni slabši priklic aritmetičnih dejstev – poštevanka, seštevanje manjših števil, terminov.
- Vizualno-spacialne težave; predstavljajo problem predstavljivosti, nižja učinkovitost pri geometriji, slabša orientacija – težave z določanjem mestnih vrednosti, postavljanjem decimalne vejice, obračanje števil.
- Slabše konceptualno (pojmovno) znanje; zajema slabše razumevanje pojmov števila, štetja, desetiških enot …
- Slabše deklarativno znanje; pomeni slabše obvladovanje aritmetičnih dejstev.
- Skromen delovni spomin; slabša zapomnitev postopkov računanja in reševanja enačb.
- Razvojno manj razvite strategije reševanja aritmetičnih problemov; pri delu so počasnejši, manj točni, sproti pozabljajo postopke.
  (povzeto po Kalan, 2006:125)

Teoretska izhodišča metode montessori
Osrednja misel pedagogike montessori je brezpogojno zaupanje v sposobnosti in notranjo energijo otroka, ki je celota fizičnega in umskega in v katerem se inteligenca začne razvijati preko gibanja in uporabe čutov (*Sledi otroku, on ti bo pokazal pot)*. Glavni cilj izobraževanja je razvijati energije in sposobnosti otroka, da bo lahko optimalno napredoval in stopal po poti neodvisnosti (*Pomagaj mi, da naredim sam!)*. Temeljna predpostavka pedagogike montessori je, da je otrok sposoben samoizgradnje in samovzgoje s pomočjo učitelja, ki je usposobljen za raziskovanje in opazovanje otrok, ki otroku pomaga, da dela in se uči sam v skrbno pripravljenem okolju. Otroku omogočimo svobodno gibanje v okolju, kjer samostojno izbira aktivnosti. (Montessori, 2006: 62)

Vzgojno izobraževalni proces po metodi montessori poteka med tremi enakovrednimi dejavniki: otrok, učitelj in okolje. Med njimi prihaja do interakcij, ki omogočajo spreminjanje vsakega od njih. V okolje so vključeni tudi t. i. materiali montessori, ki so nastali kot plod dolgoletnega raziskovanja in preizkušanja v različnih šolah po svetu in so jih izbrali otroci. Maria Montessori jih imenuje **razvojni materiali**, saj so narejeni za otroke, da razvijajo določene spretnosti, sposobnosti in mišljenje. Materiali niso namenjeni učitelju, da bi jih uporabljal pri poučevanju, temveč izključno otrokom, ki svobodno manipulirajo z njimi.

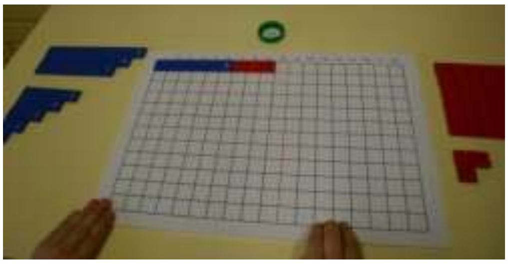
Najpomembnejše mesto med njimi prav gotovo zavzemajo strukturirani materiali za vzgojo čutov in za razvoj logično matematičnega mišljenja. Vsak material se otroku najprej predstavi na sistematičen način, preden otrok začne z njim samostojno manipulirati. Temeljna značilnost montessori materialov je gotovo **izolacija ene same lastnosti**, kar pomeni, da material razvija eno sposobnost/veščino. Večina materialov vključuje **kontrolo napake**, kar pomeni, da otroku omogoča povratno informacijo o pravilni uporabi ali rešitvi, ne da bi za to potreboval učitelja. Značilnost montessori materialov je tudi njihova privlačnost *(Stvari, ki govorijo)* in »aktivnost«. Material mora biti primeren za lastno aktivnost otrok, (otroci ga uporabljajo sami brez pomoči odraslega) in da otroka motivirajo k dejavnosti. Pomembna lastnost razvojnih materialov je tudi njihova preprostost - »omejitev«, v smislu omejitve dražljajev. To pomeni omejeno število materiala (omogoča preglednost) in preprostost le-tega (Montessori, 2007: 116).

Maria Montessori je bila mnenja, da ima otrok poleg »filozofskega uma«, ki se kaže v učenju jezika, tudi »matematični um«. Že po naravi naj bi bil človekov um matematični, kar se kaže v naravni ljubezni otroka do matematičnih konceptov. Zato je razvila posebne strukturirane razvojne materiale, ki so materializirane abstrakcije in razvijajo matematični um (Raapke 2006: 119). Znanost (matematika) se mora poučevati preko rok – dela z rokami (od konkretnega materiala k abstraktnemu). Maria leta 1948 zapiše: *„Človeška inteligenca ni več naravna inteligenca, temveč je matematična inteligenca. Brez vzgoje in razvoja matematike si ni mogoče predstavljati razvoja in napredka našega veka."* (Kobal, 2009: 44).

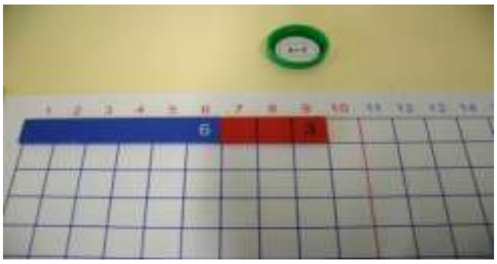
Montessori materiali za razvoj logično-matematičnega mišljenja

Pri svojem delu redno uporabljam številne montessori materiale, v prispevku se bom osredotočila samo na matematične in natančneje opisala tiste, ki so namenjeni razvijanju številskih predstav in računskih strategij.

Za seštevanje in odštevanje s prehodom čez desetico (v obsegu do 18) je M. Montessori razvila posebno ***desko s tabelo za seštevanje in odštevanje*.** Na deski zgoraj so natisnjena števila od 1 do 18, deska je razdeljena na majhne kvadrate v obliki tabele. Deski so priloženi modri in rdeči leseni trakovi, ki predstavljajo števila od 1 do 9. Z dodajanjem modrih in rdečih trakov na deski (npr. modra 5 + rdeča 7) odčitamo rezultat na tablici (12). Pri odštevanju lahko uporabimo še bele trakove, s katerimi si pomagamo pri nastavljanju računov. Material posebej nazorno prikaže prehod čez desetico in otroku zaradi geometrijske predstavitve števil olajša učenje začetnih računskih operacij.

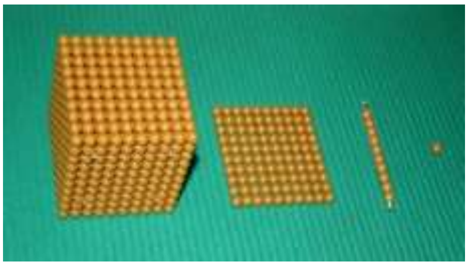


Slika 1: Deska za seštevanje



Slika 2: Prikaz seštevanja

Ključni material za razumevanje decimalnega sistema so t.i. ***zlati biseri (banka zlatih biserov)***. Zlati biseri so ključ za spoznavanje in usvajanje decimalnega sistema. Na ozkem lesenem pladnju so od desne proti levi razvrščene naslednje skupine biserov: ena (enica) – en biser, deset (desetica) – palčka iz 10 biserov, sto (stotica) – kvadrat iz 10 x 10 biserov, tisoč (tisočica) – kocka iz 10 x 10 x 10 biserov.



Slika 3: Zlati biseri **Slika 4: Desetice v stotici** **Slika 5: Stotice v T**

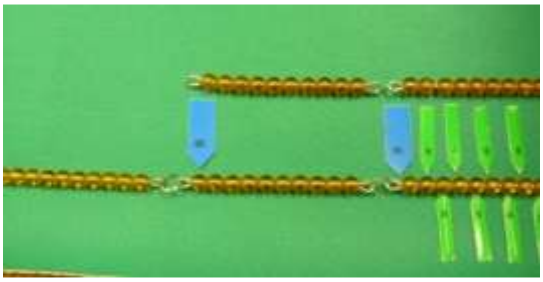
Otroci pridobijo in utrdijo količinsko predstavo ter poimenovanje za vsako skupino biserov (ena, deset, sto, tisoč); vidijo in otipajo razliko med desetiškimi enotami, s preštevanjem odkrivajo, koliko manjših skupin je vsebovanih v večji sosednji skupini. Prav tako jih lahko uporabljajo pri računskih operacijah z večjimi števili (seštevanje, odštevanje), kar jim zelo olajša začetne težave.

Poleg *»banke zlatih biserov«* se uporabljajo tudi ***simboli za desetiške enote*** od 1 do 9000, to so na kartončkih napisani večkratniki desetiških enot. Enice so zelene, desetice modre, stotice rdeče in tisočice ponovno zelene. Številski simboli se uporabljajo za prirejanje količin (biserov) k ustreznemu simbolu (asociacija simbol - količina). Ker je biserov veliko, otroci lahko tudi zelo velikim številom (npr. 8597) prirejajo konkreten material in na tak način pridobijo čisto konkretno predstavo o sestavi velikih števil. Simboli desetiških enot se uporabljajo tudi za sestavljanje in branje velikih števil. Številu najprej priredimo ustrezno število biserov, ki jih opremimo še z zapisanimi simboli. Nato se kartončki polagajo drug na drugega, začenši z največjim. Otrok tako lažje razume zapis velikih števil, pridobi uvid, iz koliko mestnih vrednosti je posamezno število sestavljeno in kako si mestne vrednosti sledijo. Na tak način otroci manj zamenjujejo mestne vrednosti (enice, desetice itd.), saj pridobijo čisto konkretno izkušnjo o sestavi števil.

Slika 6: Simboli za desetiške enote **Slika 7: Prirejanje simbolov h količini**

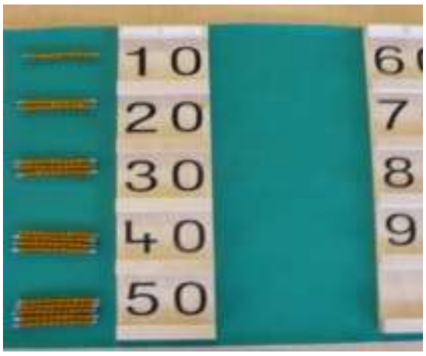
Materiala, ki služita za boljšo materializacijo številske vrste, sta tudi t. i. ***stotiška veriga in tisočiška veriga****.* Stotiška veriga je veriga, sestavljena iz sto zlatih biserov (deset palčk po 10 biserov), s katero otrok utrjuje orientacijo na številski vrsti, spoznava odnose med števili, se uri v štetju in spoznava sestavo števil v obsegu do 100. Poleg so tudi puščice s števili (E od 1-9, D od 10-90 in stotica), s katerimi se števila priredi ustrezni količini. Za prikazovanje mestnih vrednosti se uporabljajo vedno iste barve (zelena, modra, rdeča). Tisočiška veriga je veriga sestavljena iz tisoč zlatih biserov (sto palčk po 10 biserov), način dela je enak kot pri stotiški verigi.

Slika 8: Tisočiška veriga

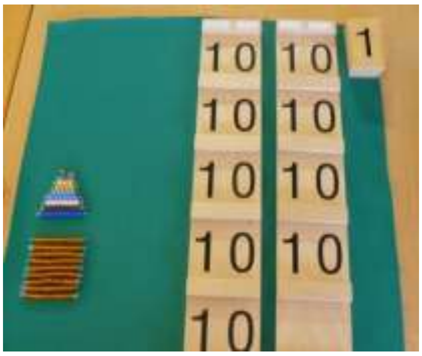


Slika 9: Stotiška veriga

Za bolj nazorno razumevanje sestave števil se uporabljajo t. i. ***Seguinove deščice.*** To sta dve leseni deščici, na katerih je devetkrat natisnjeno število 10, in devet lesenih ploščic, na katerih so natisnjeni simboli od 1 do 9, ki jih lahko vstavljamo na mesto enic (prekrivamo število 0). Otroci oblikujejo števila od 11 do 19 s pomočjo bisernih in pisanih bisernih palčk in jih nato nastavijo še na Seguinovi deščici (npr. število 11 sestavijo iz bisernih palčk, nato vzamejo ploščico 1 in vstavijo na prvo natisnjeno število 10, tako da prekrijejo 0). Na tak način spoznavajo simbole za števila od 11 do 19 in števila memorirajo. Konkretni predstavitvi števila sledi še simbol oz. zapis, na tak način se vzpostavi asociacija med količino in simbolom (zapisom). Druga serija Seguinovih deščic služi oblikovanju in memoriranju števil v obsegu do 99 (na dveh lesenih deščicah so natisnjena števila 10, 20, 30 …do 90, zraven je še devet lesenih ploščic s števili od 1 do 9). Otroci utrjujejo zaporedje števil od 11 do 99. Zelo primerne so za otroke, ki menjujejo enice in desetice in so njihovi zapisi števil pogosto napačni. Seguinove deščice nazorno pokažejo sestavo desetiških enot posameznega števila, saj natisnjene desetice nudijo stalno vidno oporo; vstavljajo se samo enice. Tako otrok lažje vzpostavi vidno in slušno povezavo.



Slika 10: Seguinove deščice – 2. serija



Slika 11: Seguinove deščice – 1. serija

Slika 12: Pisane biserne palčke

Slika 13: Sestavljanje števil do 20

Za učenje množenja se uporablja posebna *deska za množenje* z utori. Zgoraj so natisnjena števila, v odprtino na levi strani vstavljamo ploščico s številom, s katerim želimo množiti. Na ustrezno zgoraj zapisano število položimo rdeč žeton, da označimo, do kod vstavljamo kroglice. V utore vertikalno vstavljamo zahtevano število rdečih kroglic (npr. 5 x 4 – na število 5 položimo rdeč žeton, v predalček vstavimo število 4, v utore vstavljamo vsakič po štiri kroglice. Vstavljamo jih samo do števila, označenega z rdečim žetonom). To predstavlja dobro predpripravo na avtomatizacijo poštevanke. Podoben material se uporablja tudi za deljenje *(deska za deljenje)*, le da so tam števila zapisana zgoraj in levo na tablici. Ob številih zgoraj vstavimo ustrezno število figuric (delitelj; npr. 3) V lonček damo število zelenih kroglic (količnik), ki jih želimo razdeliti (npr. 27). V utore vstavljamo vodoravno zelene kroglice po principu vsaka figura dobi isto število kroglic. Otrok tako na preprost način raziskuje in spozna princip deljenja/množenja, ta material se uporablja predvsem v uvodni fazi.

Slika 14: Deska za množenje in deljenje

Zaključek

Montessori materiali za razvoj logično-matematičnega mišljenja so izvrsten material za izgradnjo številskih predstav, ki so temeljnega pomena za nadaljnje učenje matematičnih vsebin. Po večletnih izkušnjah in uporabi teh materialov pri delu z otroki s težavami pri matematiki sem prepričana, da lahko način dela po metodi montessori pomembno pripomore k izboljšanju uspehov pri matematiki. Metoda poudarja razvoj ustreznih številskih predstav in upošteva specifičnost otrokovih razvojnih potreb (od konkretnega k abstraktnemu). Otroci postopoma razvijajo zahtevnejše miselne strategije reševanja matematičnih problemov in s tem tudi boljše računske strategije.

Viri

1. Kalan, M. (2006): Razvoj računskih strategij v nižjih razredih osnovne šole pri učencih s težavami pri matematiki. V: Otroci in mladostniki s specifičnimi učnimi težavami – spodbujanje, podpiranje in učinkovita pomoč. Društvo Bravo, Ljubljana.
2. Kavkler, M. (2002): Kako otroci rešujejo osnovne aritmetične probleme. V: Specifične učne težave otrok in mladostnikov. Svetovalni center, Ljubljana.
3. Kobal, H. (2009): Maria Montessori in njen prispevek k poučevanju matematike v predšolskem obdobju (diplomsko delo). Filozofska fakulteta, Ljubljana.
4. Montessori, M. (2006): Srkajoči um. Uršulinski zavod za vzgojo, izobraževanje in kulturo. Ljubljana.
5. Montessori, M. (2007): Die Entdeckung des Kindes. Verlag Herder, Freiburg im Breisgau.
6. Perat, Z. (2004): Matematika prvega triletja. Jutro, Ljubljana.
7. Raapke, H.D. (2006): Montessori heute. Rowohlt Taschenbuch Verlag, Reinbek bei Hamburg.

POTENCE PO METODI MONTESSORI

Powers by Montessori Method

Maja Vogrinčič Bizjak, Tehniški šolski center Nova Gorica

majavb@gmail.com

Povzetek
V prispevku prikažemo, kako z uporabo montessori materialov predstavimo potence, konkretno kvadratno in kubično število. Montessori metoda prilagaja prehod s konkretnega na simbolno in potem še na abstraktno raven posamezniku. Nekateri učenci potrebujejo več dela z materiali, da potem preidejo na naslednjo raven. Za druge pa je ta prehod hitrejši. S konkretnim materialom lahko tudi mlajši otroci rešijo naloge, ki se zdijo na prvi pogled zahtevne.
Ugotovila sem, da otrok s podporo konkretnih materialov lažje razvija matematična spoznanja.

Ključne besede: metoda montessori, veriga, kvadratno število, kubično število, geometrijski liki.

Abstract
The aim of my contribution is to demonstrate how powers of numbers, square and cube numbers can be presented with the use of Montessori materials. The Montessori Method differs from the common primary school presentation as it adjusts the transition from the concrete level to the symbolic one, and later on to the abstract level to the single individual. Some pupils require more work with materials to be able to move on to the next level. For others this transition is faster. By using concrete materials even younger children have opportunity to solve the exercises that at first sight appear demanding.
I have established that a child can, with the support of concrete materials, better acquire the knowledge of mathematical concepts.

Key words: Montessori Method, chain, square of number, cube of number, geometric figures.

Uvod

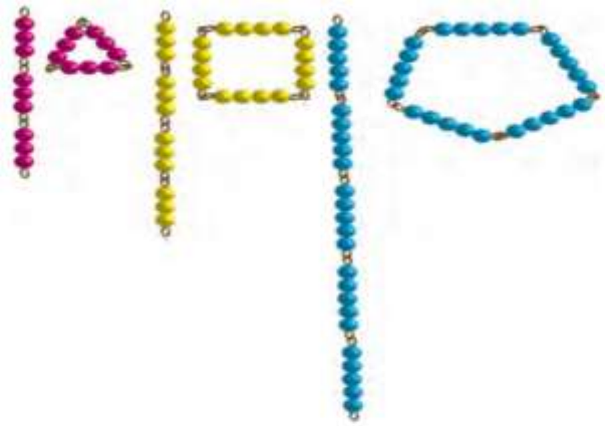
Namen tega prispevka je prikazati montessori metodo pri matematiki. Uporaba konkretnih materialov je dobra podlaga za vnaprejšnje razumevanje matematike na simbolni in abstraktni ravni. Materiali so narejeni tako, da zadovoljujejo otrokove potrebe po delu z vsemi čuti. Pri le-teh je kontrola napake prisotna, učenci so sami sposobni odkriti in popraviti svoje napake. Z materiali lahko tudi mlajši otroci rešujejo naloge, ki se nam zdijo na prvi pogled pretežke. Vendar je treba paziti na to, da material predstavimo učencu v pravem trenutku njegovega razvoja. Učitelj predstavi učencu nov material zelo počasi in natančno od začetka do konca. Ob končanem predstavljanju učenec vajo ponovi. Večinoma učenec dela z materialom tako, kot mu je bil predstavljen. Lahko pa ga uporablja na način, ki ga je sam odkril. In če je pri tem vidna inteligenca, kar je vzpodbudno za učenčev razvoj, mu učitelj dovoljuje ponavljati to isto vajo ali eksperimentirati še naprej, kolikor časa učenec to želi.

Izmed mnogih matematičnih vsebin, ki jih obravnavajo v osnovni šoli, sem si izbrala temo uvod v potence, t.j. kvadratno in kubično število. Predhodno učenec že zna dobro seštevati, odštevati, množiti in deliti. Predstavila bom samo nekatere predstavitve

kvadratnega in kubičnega števila, s katerimi se srečuje učenec v Osnovni šoli Montessori. Predstavitve si sledijo po stopnji zahtevnosti. Vsaka predstavitev je predstavljena po korakih. Le-te učitelj nazorno predstavi učencu. Ko učenec obvlada vse spodaj zapisane predstavitve, preide na naslednjo stopnjo, t.j. poglobljeno kvadriranje in kubiranje naravnih števil, prehod na simbolno raven, kvadrat in kub dvočlenika, kvadrat tričlenika.
V predstavitvah so uporabljeni naslednji materiali: členi, na katere so nanizane kroglice od 1 do 10, verige z barvnimi kroglicami, kvadrati in kocke iz barvnih kroglic.

Kvadratno in kubično število ter oblikovanje geometrijskih likov
Na začetku poglavja potenc učenec oblikuje na preprogi geometrijske like. Pri tem uporablja verige z barvnimi kroglicami različnih dolžin.

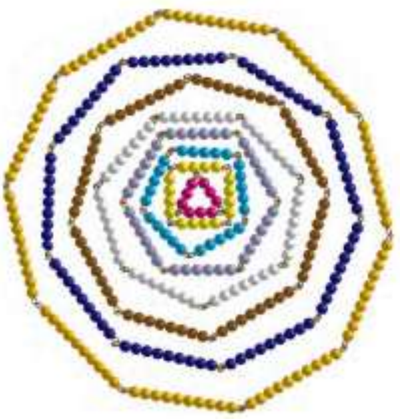
Predstavitev 1:
i) Na preprogo položimo verigo s tremi členi. Prikazano je na Sliki 1. Učencu razložimo, da je veriga iz treh členov, vsak člen pa ima nanizane tri kroglice.
ii) Verigo s tremi členi oblikujemo v trikotnik. Učenca vprašamo po imenu in številu stranic lika. Učenec položi pod lik kartonček z napisom trikotnik.
iii) Predstavljena je tudi veriga iz štirih členov s štirimi kroglicami. Učenec preoblikuje verigo v lik, ki ga poimenuje, opiše ter pod njega doda kartonček z napisom kvadrat.
iv) Učenec ponovi postopke iz ii). in iii). poglavja za verige iz petih, šestih, sedmih, osmih, devetih in desetih členov.
v) Učenec raziskuje verigo z enim in dvema členoma. Ugotovi, da veriga z enim členom predstavlja točko, druga pa daljico.



Slika 1: Geometrijski liki (Priročnik za matematiko, izobraževanje v pedagogiki Montessori za vzgojitelje otrok v starosti od 3 do 6 let, 2010)

Predstavitev 2:
i) Verigo s tremi členi oblikujemo v trikotnik, kar prikazuje Slika 2. Okoli njega oblikujemo verigo s štirimi členi v kvadrat.
ii) Učenec nadaljuje delo, tako, da okoli kvadrata oblikuje verigo s petimi členi v pentagon, .… Na koncu okoli pravilnega devetkotnika - nonagona oblikuje verigo z desetimi členi v pravilni desetkotnik - dekagon (op. poznavanje imen pravilnih n-kotnikov je v predstavitvi 1).

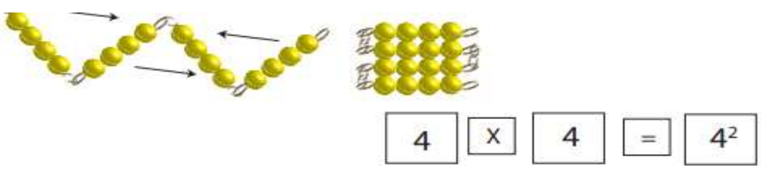
iii) Iz izdelka nato vidi, da liki s krajšimi stranicami ležijo znotraj likov z daljšimi stranicami.



Slika 2: Pravilni mnogokotniki. (Priročnik za matematiko, izobraževanje v pedagogiki Montessori za vzgojitelje otrok v starosti od 3 do 6 let, 2010)

Geometrijska predstavitev kvadratnega števila
Geometrijsko predstavimo kvadratno število in zapišemo s simbolom.

<u>Predstavitev 1:</u>
i) Na preprogo položimo verigo s štirimi členi, kot prikazuje Slika 3. Učenec obnovi znanje iz Predstavitve 1. Opiše predstavljeno verigo. Nato jo preoblikuje v kvadrat tako, da jo zgiba trikrat.
ii) Poleg kvadrata položimo kartonček, na katerega napišemo 4. Nato dodamo še dva kartončka, na enem je znak za množenje, na drugem pa ponovno 4. Razložimo zapis 4×4.
iii) Zapis 4×4 krajše zapišemo 4^2. To napišemo na kartonček, ki ga položimo zraven prejšnjega zapisa ($4 \times 4 = 4^2$).
iv) Učenec ponovi zgoraj zapisane korake za verige dolžin $3, 5, 6, 7, 8, 9, 10$.



Slika 3: Kvadratno število (Priročnik za matematiko, izobraževanje v pedagogiki Montessori za vzgojitelje otrok v starosti od 3 do 6 let, 2010)

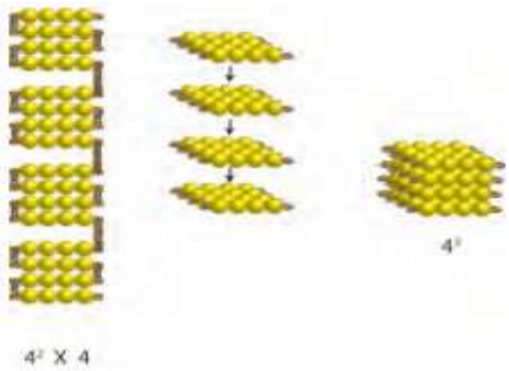
<u>Predstavitev 2:</u>
i) Na vrh preproge položimo v levi kot verigo z enim členom. »To je ena.«
ii) »Če želim narediti kvadrat, moram verigo z enim členom vzeti enkrat.« Člen z eno kroglico položimo desno od prejšnje.

iii) Učenec napiše na kartonček 1×1 in ga položi desno od izdelka, kar je prikazano na Sliki 4. Na drugi kartonček napiše 1×1 v krajši obliki 1^2 in ga položi desno od prejšnjega. S tem postopkom ponovi zapis potence, ki ga je spoznal v Predstavitvi 1.
iv) Učenca vprašamo po številu kroglic, ki sestavljajo kvadrat. Število 1 napiše na kartonček in ga položi desno od napisa 1^2.
v) Učenec ponovi zgoraj zapisane korake še za verige dolžin do 10. Zlaga jih eno pod drugo. Npr. verigo z dvema členoma zgiba v kvadrat. »Da sem dobil/a kvadrat, sem vzel/a člen z dvema kroglicama dvakrat.« Učenec napiše na kartončka 2×2, 2^2 ter ju položi desno od verig. Ugotovitev, koliko kroglic sestavlja kvadrat, zapiše na kartonček.

Slika 4: Kvadratna števila do 10 (Priročnik za matematiko, izobraževanje v pedagogiki Montessori za vzgojitelje otrok v starosti od 3 do 6 let, 2010)

Geometrijska predstavitev kubičnega števila
Geometrijsko predstavimo kubično število in zapišemo s simbolom. Materiali, ki jih uporabljamo, so verige z barvnimi kroglicami, kvadrati iz barvnih kroglic, kocke iz barvnih kroglic.

<u>Predstavitev 1:</u>
i) Na preprogo položimo verigo s šestnajstimi členi, kar je prikazano na Sliki 5. Zgibamo jo v štiri kvadrate. Dobili smo kvadrat 4^2 štirikrat. Pod kvadrate položimo kartonček z napisom $4^2 \times 4$.
ii) Na desno od zgibane verige položimo kvadrate iz kroglic enega na drugega, štirikrat. Učenca vprašamo, kaj smo dobili. Svojo ugotovitev ponazori s kocko. Zapis $4^2 \times 4$ krajše zapišemo 4^3. Kartonček s tem napisom položimo pod kocko.
iii) Iz prejšnjih predstavitev obnovi pomen zapisa 4^2. Na kartonček zapiše zapis 4^2 v daljši obliki 4×4.
iv) Učenec prebere zapis $4 \times 4 \times 4 = 4^3$. Ta zapis pove, da pri kocki gledamo dolžino, širino in višino.
v) Prejšnje korake ponovi še za verige s številom členov do 10.



Slika 5: Kubično število (Priročnik za matematiko, izobraževanje v pedagogiki Montessori za vzgojitelje otrok v starosti od 3 do 6 let, 2010)

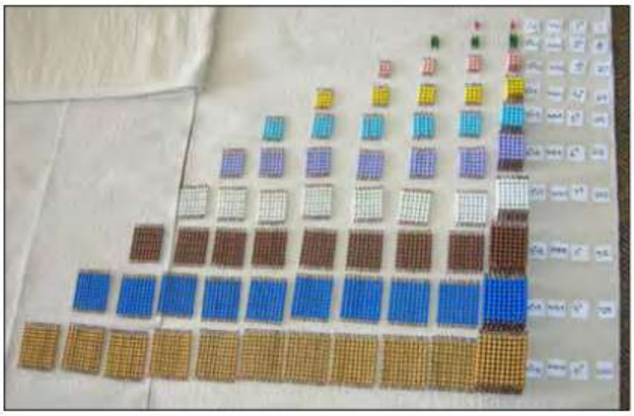
Predstavitev 2:

i) Na levo stran preproge položimo verigo z enim členom, pri čemer predstavlja kvadrat, kar predstavlja Slika 6. Ker smo jo vzeli enkrat, na desno stran od kvadrata položimo člen z eno kroglico, ki predstavlja kocko.

ii) Učenec položi na desno stran kartonček z napisom $1^2 \times 1$. Zapis 1^2 zapiše kot 1×1. Poleg prejšnjega kartončka položi zraven še dva kartončka z napisom $1 \times 1 \times 1$ in 1^3.

iii) Učenec prešteje kroglice, ki sestavljajo kocko, ter napiše ugotovitev na kartonček.

iv) Postopek ponovi še za ostale kvadrate in kocke. Npr. pod prejšnjim izdelkom položi kvadrat 2^2 dvakrat ter kocko 2^3. Zraven materialov položi še kartončke z napisom $2^2 \times 2$, $2 \times 2 \times 2$, 2^3, 8.



Slika 6: Kubična števila do 10 (Priročnik za matematiko, izobraževanje v pedagogiki Montessori za vzgojitelje otrok v starosti od 3 do 6 let, 2010)

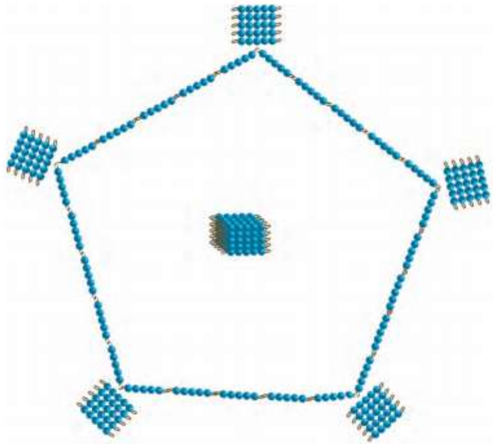
Predstavitev 3:

i) Verigo iz 25 členov preoblikujemo v pentagon, Slika 7. Vsaka stranica pentagona je sestavljena iz petih členov, vsak člen pa ima nanizanih pet kroglic.

ii) Učenec obnovi znanje iz prejšnjih predstavitev (verigo iz petih členov zgiba v kvadrat 5×5). V vogale pentagona zloži kvadrate 5×5.

iii) Pet kvadratov 5×5 zloži enega na drugega. Iz izdelka uvidi, da je dobil kocko. Na sredino pentagona položi kocko 5^3.

iv) Zgornje postopke ponovi za verige s členi do dolžine 10.



Slika 7: Pentagon (Priročnik za matematiko, izobraževanje v pedagogiki Montessori za vzgojitelje otrok v starosti od 3 do 6 let, 2010)

Igre

Predstavitev 1:

i) Učenec položi na preprogo kvadrate iz kroglic ($1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4, 5 \times 5, 6 \times 6, 7 \times 7, 8 \times 8, 9 \times 9, 10 \times 10$).

ii) Kvadrate položi enega na drugega, od največjega do najmanjšega. Na list zapiše število kroglic, ki jih vsak kvadrat vsebuje. Nato pa zapiše še vsoto vseh kroglic, ki jih nastala piramida vsebuje.

iii) Podobno naredi učenec še za kocke iz kroglic, ki jih postavi eno na drugo in zapiše končno število kroglic, ki jih zavzame nastali stolp.

iv) Zapiše tudi, kolikšna je razlika med številom kroglic stolpa in piramide.

Predstavitev 2:

i) Učenec pozna tabelo za množenje. Na preprogi ponovno ponazori tabelo za množenje. V vodoravni smeri položi člen z eno, dvema, tremi … desetimi kroglicami. Podobno naredi še v vertikalni smeri. Nato dopolni tabelo. Npr. pod stolpec, kjer je člen z dvema kroglicama, položi dva člena z dvema kroglicama, tri člene z dvema kroglicama, štiri člene z dvema kroglicama …

ii) Učenca napeljemo na povezavo med členom z eno kroglico in kvadratom 1^2, dva člena z dvema kroglicama in kvadratom 2^2 … Učenec zamenja po diagonali člene s kvadrati.

iii) Učenca spomnimo na komutativni zakon množenja. Ali damo člen s tremi kroglicami dvakrat ali pa damo člen z dvema kroglicama trikrat, v obeh primerih je število vseh kroglic šest. ($3 \times 2 = 2 \times 3$)

iv) Učencu nakažemo, da člen z desetimi kroglicami lahko nadomestimo s kvadratom 1^2 in s členom z devetimi kroglicami. Na kartonček zapiše $10 = 1^2 + 9$. Podobno naredi še za 20 kroglic (člen z desetimi kroglicami položi dvakrat). Dva člena po deset zamenja za vsoto kvadrata 2^2 in dva člena po 8. Na kartonček zapiše $20 = 2^2 + 16$. Učenec nadaljuje še za ostale člene dolžine $30, 40 \dots 90$.

Predstavitev 3:
Ko ima učenec dobro utrjene pojme o kvadratnem in kubičnem številu, lahko preide na naslednjo stopnjo, to je, računske operacije s kvadratnim in kubičnim številom.

Seštevanje:
i) Na papir napišemo račun $4^2 + 4^2 =$.
ii) Učenec vzame dva kvadrata 4×4. Pove število kroglic vsakega kvadrata (16).
iii) Na papir napiše $4^2 + 4^2 = 16 + 16$, sešteje in zapiše rezultat 32.
iv) Podobno naredi še za ostale kvadrate.

Odštevanje:
i) Na papir napišemo račun $6^2 - 3^2 =$.
ii) Učenec položi na preprogo kvadrat 6×6. S koščkom papirja pokrije 3^2 in prešteje kroglice, ki so ostale.
iii) Na papir napiše $6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$.

Množenje:
i) Na papir napišemo račun $4^2 \times 3$.
ii) Učenec položi na preprogo tri kvadrate 4×4. Učenca vprašamo po številu kroglic.
iii) Učenec napiše na papir nadaljevanje računa: $4^2 \times 3 = 16 \times 3 = 48$.
iv) Na papir napišemo račun $4^2 \times 3^2$. Učenec položi na preprogo devet kvadratov 4×4. Na papir zapiše: $16 \times 9 = 144$.
v) Račun $4^2 \times 3^2$ izračunamo še na drugačen način. Učenec položi na preprogo člen s štirimi kroglicami trikrat. Število vseh kroglic je 12. To ponovi še enajstkrat. Spozna, da je število vseh postavitev 12. Na list zapiše $4^2 \times 3^2 = (4 \times 3)^2 = 12^2 = 144$.

Deljenje:
i) Na papir napišemo račun $5^3 : 5$. Učenec na preprogo položi kocko 5^3 in pet kegljev.
ii) Učenec zamenja kocko s petimi kvadrati 5×5. Keglje postavimo v vrsto. Pod vsak kegelj položimo kvadrat 5×5.
iii) Na papir napiše: $5^3 : 5 = 125 : 5 = 5^2 = 25$.

Zaključek
Pri pouku lahko z zgornjimi predstavitvami izboljšamo, popestrimo ali pa dopolnimo predstavitev kvadratnega in kubičnega števila. Te in nadaljnje predstavitve bi lahko bile dobre iztočnice za izboljšanje razumevanja matematičnih pojmov. Slovenskih šol, ki bi uporabljale elemente pedagogike Marie Montessori, je zelo malo. Pomanjkanje je tudi ustrezne strokovne literature v slovenskem jeziku. Se pa stanje na tem področju počasi izboljšuje.
V prihodnosti bom stremela k temu, da se bom še globlje poglobila v Montessori pedagogiko. Tudi pri pouku matematike bom poskušala vpeljati nekatere predstavitve, ki jih je Maria Montessori zapisala v kurikulih. Namreč nekateri dijaki, ki se vpisujejo v srednje strokovno izobraževanje, prihajajo s slabim predznanjem iz osnovne šole. In rešitev je na dlani. Skozi aktivnost z materiali, tako fizično kot mentalno, bi lahko učenec pridobil temelje matematike. Maria Montessori je želela s svojimi materiali usposobiti

mladega človeka, da bi ta s pomočjo svojega matematičnega uma razumel svet narave in kulture v njunih matematičnih strukturah in jih obvladoval – v dobrem smislu (Kordeš, 2004).

Viri

1. Baša, M. (2010): Priročnik za matematiko, izobraževanje v pedagogiki Montessori za vzgojitelje otrok v starosti od 3 do 6 let.
2. Kordeš, D., M. (2004): Angelin vrtec: Program vrtca Montessori.
3. Kordeš, D., M. (2010): Program osnovne šole Montessori.
4. Montessori, M. (1988): The Montessori method.
5. Montessori, M. (1917): The Montessori Elementary Material.
6. Standing, E. M. (1998): Her life and work.

POGOSTE UČNE TEŽAVE ROMSKIH UČENCEV PRI MATEMATIKI

Mathematics Skill Deficits of Roma Pupils

mag. Iztok Lačen, OŠ I Murska Sobota

iztok.lacen@gmail.com

Povzetek

V Sloveniji imajo učenci Romi z Zakonom o romski skupnosti v Republiki Sloveniji z Zakonom o organizaciji in financiranju vzgoje in izobraževanja ter z Zakonom o osnovni šoli omogočene posebne pravice na področju izobraževanja. S sprejemom Strategije vzgoje in izobraževanja Romov v Republiki Sloveniji (2004) pa učenci Romi ne smejo biti več obravnavani kot učenci s posebnimi potrebami, ampak jih mora država posebej obravnavati in šolam priznati ugodnosti za vzgojo in izobraževanje romskih učencev v obliki individualnih in skupinskih ur, financiranja učbenikov itd.

V prispevku želim prikazati primer prakse izvajanja učne pomoči učencem Romom v Osnovni šoli I Murska Sobota. Vse prej omenjene ugodnosti nudimo učencem Romom tudi v naši šoli. Sam se s poučevanjem učencev Romov ukvarjam že vrsto let in ob opazovanju ter doslednem beleženju posameznikovega napredka in doseganja ciljev ugotavljam, da se pri matematiki pojavljajo težave pri isti učni snovi oz. so težave pri doseganju enakih učnih ciljev. Podatki kažejo, da učenci Romi tako pogosto zgolj delno dosegajo posamezne cilje pri matematiki v prvi triadi, posledično pa nastajajo vrzeli, ki potem pomembno vplivajo na nadgrajevanje znanja v višjih razredih. Tak elementarni problem še vedno ostaja usvajanje številskih predstav in razvoj pojmov s konkretne na abstraktno raven. Težave so pogosto povezane tudi z delnim doseganjem ciljev pri slovenščini, predvsem zaradi nizke bralne pismenosti.

Ključne besede: matematika, učne težave, učenci Romi.

Abstract

In Slovenian schools, Roma pupils have special rights and privileges that are granted by the *Roma Community Act,* the *Organization and Financing of Education Act, and* the Primary School Act. The Strategy of Education of Roma in Slovenia (2004), no longer perceive Roma pupils as children with special needs, but as a population that needs to be treated specifically by the state, meaning that schools have to provide special individual and group lessons in the process of education of Roma children, besides financing the purchase of their textbooks, etc...

In this article I want to give an example of good practice of learning support to Roma pupils at school where I work, Osnovna šola I Murska Sobota. Our school provides Roma pupils all the benefits mentioned above. I myself have taught Roma pupils for many years and have kept records from which progress and achievement of each student can be seen, and from which I have observed that the same parts of mathematics cause problems to all of them. They all have difficulties of achieving the same learning objectives too. The data thus show that in the first three years Roma pupils often achieve individual goals in mathematics only partially, and consequently this knowledge gap has a significant impact on their performance in higher grades. One of such elemental problems is still the acquisition of the idea about numerical representations and development of concepts from concrete to abstract level. They also have problems closely linked with poor school performance in Slovenian language, mainly due to low reading literacy achievement.

Key words: mathematics, learning difficulties, Roma pupils.

Uvod in metodologija

Učenci Romi so po slovenski šolski zakonodaji lahko ob soglasju staršev deležni dodatne učne pomoči v obliki individualnega poučevanja ali vključevanja učitelja v oddelek (Strategija …, 2004). Pri izvajanju učnih ur pa učitelji pogosto opažamo različne učne težave, ki so pogosto odraz različnih dejavnikov (nerazumevanje učne snovi, nerazumevanje navodil, slabe bralne sposobnosti ali drugi moteči dejavniki). V čim večji želji pomagati učencem Romom, da bi zapolnili vrzeli v znanju, se učitelji poslužujemo najrazličnejših metod in oblik dela. Mnogokrat pa kljub temu težav ni mogoče odpraviti in posledično učenci Romi ne dosežejo vseh zastavljenih standardov znanja (minimalnih in temeljnih).
Na Osnovni šoli I Murska Sobota imamo v šolskem letu 2011/2012 na šoli 46 učencev Romov. Po predpisih (ZOFVI, 1996; ZOsn, 1996; Strategija …, 2004 in Dopolnitev k Strategiji 2004, 2011) imamo odobrenih 1,5 učne obveze učitelja (33 učnih ur tedensko) za pomoč učencem Romom. Pomoči so deležni vsi učenci Romi po vsej vertikali, v kolikor se s pomočjo strinjajo tudi njihovi starši. Pomoč izvajamo individualno in skupinsko v oddelku ali izven oddelka. Na šoli pomoč učencem Romom nudijo tudi trije romski pomočniki.

V okviru svoje učne obveze nudim učno pomoč učencem Romom v 2. triletju. Na tak način spremljam njihov individualni napredek od 4. do 6. razreda. Delo izvajam pri pouku ali izven pouka, večinoma v individualni obliki. V šolskem letu 2011/2012 je v 5. razredu 7 učencev Romov, od tega pomagam 3 učencem v obsegu 4 učnih ur tedensko, eni učenki nudim dodatno strokovno pomoč v obsegu ene ure tedensko, trije učenci pa nimajo soglasja staršev za izvajanje učne pomoči. Kljub temu skupaj z razredničarko spremljam njihov napredek, saj ob morebitnem poslabšanju stanja starše obveščamo in jim po želji nudimo dodatno pomoč v manjšem obsegu ur.
Glede na predmete je največ učnih ur namenjenih matematiki, ker je tu največ težav. Po potrebi in v dogovoru z razredničarko pa nudim pomoč v manjšem obsegu tudi pri drugih učnih predmetih. V enakem razmerju in pri istih učencih Romih sem izvajal učno pomoč v šolskem letu 2010/2011.

Šolsko leto	Vrsta učne pomoči	f
2010/2011	Pomoč učencem Romom	140
	DSP	35
2011/2012	Pomoč učencem Romom	140
	DSP	35
Skupaj		350

Tabela 1: Število učnih ur (f), ki sem jih izvedel z učenci Romi v 4. razredu (šolsko leto 2010/2011) in v 5. razredu (šolsko leto 2011/2012)

Tako lahko na podlagi vseh izvedenih učnih ur ob skrbnem beleženju učenčevega napredka in evalvaciji doseženih ciljev predstavim nekatera spoznanja o pogostih učnih težavah učencev Romov na Osnovni šoli I Murska Sobota. V namen preiskovanja sem uporabil deskriptivno in kavzalno-neeksperimentalno metodo empiričnega raziskovanja. Vsi podatki so prikazani s postopkom frekvenčne distribucije (f).

Učne težave učencev Romov na Osnovni šoli I Murska Sobota

Učenci Romi imajo prav tako kot vsi drugi učenci pri pouku splošne učne težave (slabša sposobnost uvidevanja bistva, sklepanja in posploševanja, težave pri razumevanju pojmov, težave na predstavni oz. miselni ravni, slabša zmožnost predvidevanja, skromnejši besednjak) in specifične učne težave (kognitivne sposobnosti: slabše vidno-prostorske sposobnosti, slabše sposobnosti slušnega predelovanja informacij, težave z zaporedji - problemi avtomatizacije veščin, težave s hitrostjo izvajanja; metakognitivne sposobnosti; jezikovno funkcioniranje; učna motivacija; emocionalno funkcioniranje; socialna vključenost; domače in šolsko okolje) (Učne težave v osnovni šoli: koncept dela, 2008).

Pravkar omenjene težave se še posebej odražajo pri slovenščini, matematiki in tujih jezikih. Pri matematiki je tako ključnega pomena dobra osnova, ki jo učenci prinesejo iz nižjih razredov. V našem primeru je tako ključno, da v 1. triletju dobro usvojijo vsaj minimalne standarde znanja, da lahko potem v 2. triletju sledijo učni snovi in jo nadgrajujejo. Še posebej koristno je, da imajo v 1. triletju vedno možnost spoznavati učno snov s konkretnim materialom, obvezno mora slediti slikovni prikaz in šele nato simbolni nivo. Če je kateri od teh korakov izpuščen, se lahko zgodi, da učne snovi ne razumejo in je kasneje ne morejo nadgrajevati. V teh primerih je potrebno »vračanje nazaj«, za kar pa v 4. in 5. razredu pogosto ni dovolj časa.

Prav tako je izrednega pomena permanentno ponavljanje in utrjevanje učne snovi. Pri tem bi želel izpostaviti, da ni dovolj, da učenci učno snov obvladajo zgolj pri ocenjevanju znanja. Znanje je potrebno nenehno utrjevati in ponavljati, saj se vsebine pri matematiki zelo prepletajo.

Učni pripomočki oz. konkretni material	f
Pripomočki za konkretni, slikovni ali simbolni prikaz števil ter računanje (link kocke, palčke, zamaški, računalo s kroglicami, številski trak, stotični kvadrat …)	278
Pripomočki za geometrijo (modeli geometrijskih likov in teles, modeli geometrijskih teles za prikaz mreže, geometrijsko orodje …)	45
Pripomočki za računanje z denarjem (simbolični bankovci in kovanci)	15
Pripomočki za merjenje različnih merskih enot (posode za merjenje prostornine, uteži, merilne palice za dolžino, ravnila …)	12
Ostali pripomočki	5

Tabela 2: Število učnih ur dodatne pomoči učencem Romom pri matematiki (f), pri katerih so uporabljali učne pripomočke oz. konkretni material v 4. in 5. razredu skupaj pri vseh učnih urah, ki sem jih izvajal v šolskih letih 2010/2011 in 2011/2012 (350 ur)

Iz tabele je razvidno, da so učenci Romi, ki sem jim nudil učno pomoč, zelo pogosto uporabljali različne učne pripomočke oz. konkretni material. Najpogosteje sem zabeležil uporabo stotičnega kvadrata, s katerim si pomagata oba učenca z odločbo dodatne strokovne pomoči skoraj vsako učno uro, kadar je potrebno računanje (vse računske operacije). S stotičnim kvadratom namreč pogosto zapolnjujeta vrzel, ki se pojavlja že od začetka šolanja, tj. dojemanje in razumevanje osnovnih številskih predstav. Ob tem sem jima v 4. razredu izredno pogosto ponudil v uporabo še link kocke, palčke ali računalo s kroglicami. V 5. razredu je bil stotični kvadrat dovolj. Pripomočke za računanje so učenci Romi pogosto uporabljali tudi pri učnih urah z vsebino geometrije (obseg, ploščina), merskih enot (računanje z merskimi enotami) in drugih vsebinah, ki sočasno zahtevajo računanje.

Kot anekdoto bi izpostavil dogodek, ko učencu nisem mogel ponuditi simboličnega denarja in kovancev, in sem mu ponudil konkretni denar. Učenec je takrat, vsaj po občutku, dosti bolje obvladal računanje z denarjem.

Učenci morajo imeti na izbiro več vrst konkretnega materiala, da lahko izberejo tisto, kar jim bolj ustreza.

Ob koncu šolskega leta sem si še posebej zabeležil učni uspeh učencev Romov pri matematiki. Za vsakega, ki sem mu nudil učno pomoč, dodatno strokovno pomoč ali zgolj spremljal njegov napredek, sem si beležil doseganje minimalnih in temeljnih standardov znanja. Skupaj z razredničarkami smo izpolnili tabelo, v kateri opisno ocenjujemo doseganje posameznih standardov znanja. Šele nato smo ob pregledu številčnih ocen zaključili oceno.

4. razred (2010/2011)				5. razred (2011/2012)			
	☹	😐	☺		☹	😐	☺
1. Poimenuje in nariše ravne črte (daljica, premica, poltrak)	0	1	6	1. Pozna in riše geometrijske elemente z geometrijskim orodjem	0	1	6
2. Opiše kvadrat/pravokotnik in kocko/kvader	0	1	6	2. Opiše odnose med geometrijskimi elementi	0	2	5
3. Riše z geometrijskim orodjem	0	0	7	3. Pozna lastnosti pravokotnika in kvadrata ter ju nariše	0	1	6
4. Nariše simetrično obliko	0	0	7	4. Prepozna mreži kocke in kvadra	1	2	4
5. Oceni, meri in meritev izrazi s smiselno mersko enoto	0	2	5	5. Pokaže lego simetrale	1	1	5
6. Primerja (istoimenske, enoimenske) količine in računa z njimi	0	1	6	6. Meri, zapiše in pretvarja (med sosednjima enotama) merske količine ter računa z njimi	1	1	5
-	-	-	-	7. Izmeri obseg lika	0	1	6
-	-	-	-	8. Določi ploščino pravokotnika in kvadrata	0	1	6
7. Šteje, bere, zapiše in primerja števila v množici naravnih števil do 10 000	0	1	6	9. Šteje, bere, zapiše in primerja števila v množici naravnih števil do milijona	0	2	5
8. Pisno sešteva in odšteva v množici naravnih števil do 1000	0	1	6	10. Pisno sešteva in odšteva v množici naravnih števil do milijona	0	1	6
9. Pisno množi in deli z enomestnim številom v množici naravnih števil do 1000	0	1	6	11. Pisno množi in deli z dvomestnim številom v množici naravnih števil do 10 000	1	1	5
10. Deli z ostankom (v okviru poštevanke)	0	1	6	12. Izračuna vrednost številskega izraza z oklepaji	1	2	4
11. Dele celote zapiše z ulomkom	0	2	5	13. Izračuna del od celote	1	1	5
12. S premislekom reši enačbo v množici naravnih števil do 20	0	2	5	14. S premislekom reši enačbo v množici naravnih števil do 100	1	1	5
13. Razporedi elemente in bere prikaze	0	1	6	15. Razporedi elemente po več lastnostih in bere prikaze	1	2	4
14. Zbere podatke, jih predstavi v preglednici in s prikazi	0	1	6	16. Grafično prikaže množice in odnose med njimi	1	2	4
15. Reši matematični problem in problem iz vsakdanjega življenja	1	2	4	17. Reši matematični problem in problem iz vsakdanjega življenja	1	3	3

Standardni znanja so povzeti po Učnem načrtu. Program osnovna šola. Matematika (2011).

Tabela 3: Število Učencev Romov, ki ne dosegajo (☹), delno dosegajo (😐) ali v celoti dosegajo (☺) minimalne standarde znanja v 4. razredu (šolsko leto 2010/2011) in 5. razredu (šolsko leto 2011/2012)

Tabela prikazuje minimalne standarde znanja za 4. in 5. razred, kakor so jih dosegali učenci Romi, ki so v šolskem letu 2010/2011 obiskovali 4. razred in v šolskem letu 2011/2012 5. razred Osnovne šole I Murska Sobota. Vsi učenci so vsaj delno dosegli minimalne standarde znanja za 4. razred in so tako uspešno napredovali v 5. razred, kakor prikazuje tudi tabela 4. V 5. razredu pa en učenec z odločbo o dodatni strokovni pomoči kljub vsej učni pomoči ni dosegel vseh minimalni standardov znanja in je bil zato ob koncu šolskega leta ocenjen z negativno oceno.

Ob primerjavi podobnih ciljev v 4. in 5. razredu ugotavljam, da je zaradi težje učne snovi pri nekaterih učencih doseganje ciljev zgolj delno in ne več v celoti. Kljub temu pa so ostali učenci napredovali v višji razred.

Ob natančnejšem pregledu posameznih minimalnih standardov znanja ugotavljam, da imajo učenci Romi več težav pri računanju (vse računske operacije, še posebej pa množenje in deljenje), pri geometriji, kadar je potrebno rešiti besedilno nalogo ali izračunati

obseg, ploščino ipd. Težave pa imajo tudi z reševanjem nalog, ki obravnavajo matematični problem in problem iz vsakdanjega življenja. Težko namreč najdejo povezavo med učno snovjo in problemi iz vsakdanjega življenja.
Vse izpostavljene težave pa so pogosto pogojene še s slabo bralno pismenostjo. Tako sem v več kot 200 primerih evalvacij zapisal, da učenec ne razume prebranega navodila ali besedila naloge. Težave so pogojene s slabo usvojeno tehniko branja.

Učenci	4. razred (2010/2011)	5. razred (2011/2012)
	f	f
Učenec 1 (DSP)	zadostno (2)	zadostno (2)
Učenec 2 (NS)	dobro (3)	dobro (3)
Učenec 3 (NS)	dobro (3)	dobro (3)
Učenec 4	dobro (3)	dobro (3)
Učenec 5 (DSP)	zadostno (2)	nezadostno (1)
Učenec 6 (NS)	dobro (3)	zadostno (2)
Učenec 7	zadostno (2)	zadostno (2)

DSP - učenec ima odločbo o dodatni strokovni pomoči; NS - učenec nima soglasja staršev za učno pomoč

Tabela 4: Število učencev Romov (f) glede na učni uspeh pri matematiki ob koncu šolskega leta v 4. razredu (šolsko leto 2010/2011) in v 5. razredu (šolsko leto 2011/2012)

Iz tabele je razvidno, da so vsi romski učenci napredovali iz 4. v 5. razred. Pri tem so imeli štirje učenci zaključeno oceno dobro (3), trije učenci pa zadostno (2). Zadostno sta imela zaključeno učenca Roma z odločbo o dodatni strokovni pomoči. Vsi trije učenci, ki nimajo soglasja staršev za učno pomoč, so v 4. razredu imeli zaključeno oceno dobro (3). V 5. razredu je učni uspeh pri dveh učencih padel za eno oceno, od tega je en učenec z odločbo o dodatni strokovni pomoči, en učenec pa nima soglasja staršev za učno pomoč. Pri slednjem lahko trdim, da bi bil učni uspeh boljši, v kolikor bi starši dovolili učno pomoč. Žal se v tem primeru in tudi v drugih dogaja, da starši zavračajo učno pomoč v prepričanju, da bodo otroci z učno pomočjo na neki način diskriminirani ali drugače prikrajšani. V takih primerih svetujem, da se v sodelovanje s starši vključi poleg razrednika in izvajalca učne pomoči še šolska svetovalna služba in po potrebi tudi vodstvo šole, da se staršem predstavi prednosti učne pomoči za učence Rome.

Zaključek

Na podlagi pričujočih podatkov in dosedanjih izkušenj lahko trdim, da je učna pomoč za učence Rome zelo koristna. Učencem je tako zagotovljena dodatna učna pomoč, ki je lahko redna ali občasna. Ob tem pa je pomembno, da učitelj, ki nudi učno pomoč, poskrbi za optimalne pogoje, da lahko tudi romski učenci dosežejo vsaj minimalne standarde znanja in uspešno napredujejo po vsej vertikali. Tako sem oblikoval nekaj smernic, ki jih je dobro upoštevati za uspešno delo z učenci Romi:

1. Učitelj naj dosledno spremlja vsakega učenca in si beleži njegov napredek.
2. Učencu je potrebno ponuditi čim več učnih pripomočkov, obvezno pa mora slediti delu s konkretnim materialom še slikovni in simbolni nivo.
3. Učitelj, ki nudi učno pomoč učencu Romu, mora dobro sodelovati z razrednikom, svetovalno službo, vodstvom šole in s starši učenca.
4. Za učni uspeh pri matematiki je potrebno krepiti tudi druga znanja, predvsem tehniko branja.
5. Učenci Romi naj rešujejo čim več nalog, ki obravnavajo probleme iz vsakdanjega življenja, saj jim bo to nenazadnje tudi v nadaljnjem življenju v veliko korist.

Viri

1. http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/razvoj_solstva/projekti/Strategija_Romi_dopolnitev_2011.pdf (19. 5. 2012).
2. Strategija vzgoje in izobraževanja učencev Romov v Republiki Sloveniji (2004): Ministrstvo za šolstvo in šport, Ljubljana.
3. Učne težave v osnovni šoli: koncept dela (2008): Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
4. http://sharepoint.osfmalgaja.si/aktualno/prenovljeni%20uni%20narti/UN_matematika.pdf (19. 5. 2012).
5. http://www.uradni-list.si/1/objava.jsp?urlid=199612&stevilka=567 (19. 5. 2012).
6. http://www.uradni-list.si/1/objava.jsp?urlid=199612&stevilka=570 (19. 5. 2012).

REŠEVANJE MATEMATIČNIH BESEDILNIH NALOG V 4. RAZREDU PRI UČENCIH Z GOVORNO-JEZIKOVNO MOTNJO

Textual Task Solving in Grade 4 by Students with Speech-Language Disordes

Diana Horvat, Center za sluh in govor Maribor

horvat.diana@gmail.com

Povzetek

V prispevku bomo predstavili težave, s katerimi se pri pouku matematike srečujejo učenci z govorno-jezikovno motnjo. Namen prispevka je predstaviti strategije, ki so se v vzorcu učencev pokazale kot učinkovite. Učenci, vključeni v vzorec, so v šolskem letu 2011/2012 obiskovali 4. razred osnovne šole. Večina učencev je imela dobro ali zmerno dobro razvito bralno tehniko, vendar so se pojavljale težave pri razumevanju prebranega, kar je za reševanje besedilnih nalog ključnega pomena. Ugotovili smo, da je učencem pri izbiri ustrezne računske operacije pomagala obrazložitev pomena besed ali besedna razčlenitev, ki so si jo ustrezno obarvali. Pri besedilnih nalogah, kjer so morali učenci uporabiti več računskih operacij (sestavljeni računi), smo besedilo razdelili na več krajših, vsebinsko povezanih delov. Pri reševanju so učenci izdelali skico, ki je ponazarjala besedilo. S pomočjo skice so si lažje predstavljali dogajanje v besedilu in tako tudi ustrezno odgovorili na vprašanja.

Ključne besede: besedilne naloge, govorno-jezikovne motnje, strategije reševanja.

Abstract

In this article we are going to present difficulties which pupils with speech and language disorders face in mathematics lessons. The purpose of the article is to present strategies which were proven as efficient with the sample of the grade 4 primary school pupils in the school year 2011/2012. The majority had well or moderately well developed reading skills however; problems appeared in understanding the text, which is the most important aspect in solving textual tasks. We have discovered that the explanation of the meaning of the words or systematically defining words by using different colours helped students a lot while selecting the proper arithmetic operation. In the textual tasks which require many arithmetic operations (compound calculus) we divided the text into several shorter, context-related parts. While solving the mathematical problem the pupils made a sketch to illustrate the text itself. It helped them to picture what is taking place in the text easier and therefore to answer the question correctly.

Keywords: textual tasks, speech and language disorders, strategies for problem solving.

Uvod

Matematika ima v izobraževanju pomembno vlogo, saj jo imajo učenci vsa leta šolanja. Od matematične uspešnosti je mnogokrat odvisna kasnejša izobraževalna in zaposlitvena možnost vsakega posameznega učenca. Pa vendar so učne težave pri matematiki med najpogostejšimi učnimi težavami. Ravno zato jim je potrebno posvetiti vsaj toliko pozornosti, kot jo posvečamo bralni pismenosti in težavam na jezikovnem področju (Kavkler, 2007).

Namen prispevka je predstaviti delo in težave, s katerimi se srečujejo otroci z govorno-jezikovno motnjo. V prispevku se bomo osredotočili na reševanje besedilnih nalog, ki so pogost problem tudi pri učencih, ki nimajo učnih in govorno-jezikovnih težav.
Besedilne naloge so naloge, ki so pisno ali ustno izražene z besedami (Bezgovšek Vodušek, 2009). Učni načrt za matematiko ponuja model pouka, pri katerem je vodilna matematičnodidaktična dejavnost reševanje problemskih nalog. Otrokom matematični problemi pomenijo situacije, pri katerih ne poznajo ali si ne morejo priklicati postopka, ki bi jih neposredno pripeljal do rešitve. Vendar vsaka naloga ne predstavlja vsakemu problema. Kar je za nekoga lahko problem, nekomu drugemu predstavlja le rutinsko reševanje naloge (Cotič idr. 2007).
Poznamo tri oblike besedilnih nalog:

1. *Naloge, pri katerih matematične simbole ubesedimo*. Na primer: Koliko je zmnožek števil 12 in 7?
2. *Ubesedene naloge z matematičnim kontekstom*. Na primer: Katero število dobiš, če deliš število 50 z vsoto števil 6 in 4?
3. *Kontekstualizirane matematične naloge*, pri katerih besedilo opisuje realen svet. (Bezgovšek Vodušek, 2009)

Besedilne naloge so širši izraz za vse prej omenjene naloge. V preteklosti so izraz besedilne oziroma kontektualizirane naloge imenovali tudi tekstne naloge, uporabne naloge; v tuji literaturi tudi realistične naloge, življenjske naloge, avtentične naloge, matematični problemi ...
Besedilne naloge so se pri pouku začele uporabljati v 70. letih 20. stoletja. Mnogo delodajalcev se je namreč v tistem času razburjalo, da njihovi zaposleni ne znajo prenesti šolske matematike v vsakdanje življenje (prav tam).

V preteklosti so se matematične problemske naloge pogosto reševale na en način; vsebovale so vedno toliko podatkov, kolikor jih je bilo potrebnih za rešitev. Besedila so bila pogosto zelo kratka in preprosta, reševanje je bilo omejeno na iskanje ključne besede, ki je nakazovala rešitev. Zato naj bi učencem na razredni stopnji zastavljali tudi matematične probleme, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev, imajo več podatkov, kot jih je potrebnih za rešitev, ali pa imajo naloge več možnih rešitev. Prav tako naj bi otroke spodbujali, da lahko naloge rešujejo na različne načine in da se nekaterih nalog zaradi protislovja ne da rešiti (prav tam).
Leto 2007 je bilo v Sloveniji v znamenju pismenosti. Slovenska vlada je s tem projektom želela izboljšati splošno pismenost pri prebivalcih ter s tem omogočiti hitrejši razvoj družbe in gospodarstva (Kavkler, 2007). Pojem pismenost zajema tudi računsko pismenost, kot je na primer reševanje računskih in problemskih nalog, s katerimi se srečujemo v vsakdanjem življenju, pri tem pa je nujno potrebno znanje seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja.

Raziskava OECD (1998) je pri odraslih z deklariranimi učnimi težavami pokazala zelo nizko raven računske pismenosti. Na podlagi raziskav IALS je bilo ugotovljeno, da težave, ki so prisotne že v času šolanja, v kasnejši dobi ne izginejo (prav tam).
Pomembno vlogo pri reševanju pisnih problemskih nalog ima tudi sposobnost branja. Učenci, ki slabše berejo, imajo pri reševanju problemskih nalog veliko več težav kot tisti, ki imajo dobre bralne sposobnosti. Bralne sposobnosti posledično vplivajo na razumevanje matematičnih problemov (Kavkler, 2007).
Do težav v jezikovnem razvoju lahko pride zaradi različnih dejavnikov. Lahko so posledica poškodovanega vida ali sluha, poškodovanega živčevja ali posledica čustvenega in socialnega okolja. O specifičnih jezikovnih motnjah govorimo takrat, kadar sta

inteligentnost in sluh v mejah normale, vendar imajo osebe zaradi jezikovnih primanjkljajev tolikšne težave, da to vpliva na njihov učni uspeh. Motnje v jezikovnem razvoju se lahko kažejo na dva načina, in sicer na področju razumevanja ali na področju sporočanja. Pri matematiki imajo največ težav z besedilnimi nalogami, saj si jezika ne znajo »prevesti« v matematični simbolni jezik. Velikokrat imajo težave z zapomnitvijo besed, ki pomenijo računske operacije, zato račune sestavljajo z ugibanjem. Ker se otroci z govorno-jezikovno motnjo zavedajo svojih težav, imajo pogosto odpor do reševanja tovrstnih nalog (Žerdin, 2003).

Reševanje matematičnih besedilnih nalog pri učencih z govorno-jezikovno motnjo v 4. razredu

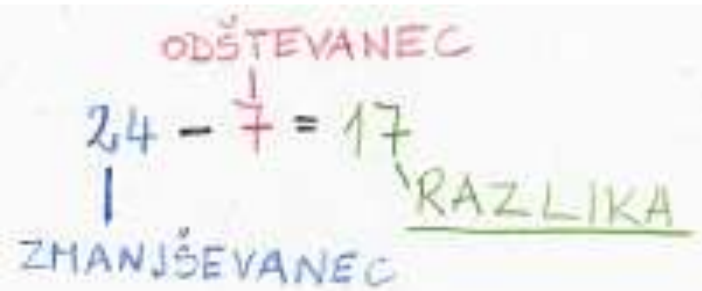
V razred je bilo vključenih osem učencev, kar je predstavljalo celotno populacijo razreda. Vaje za uspešno reševanje besedilnih nalog smo delali v času rednega pouka kot tudi med urami dopolnilnega pouka. Vsi učenci so imeli težave na področju govora ali razumevanja prebranega. Prav tako so imeli vsi učenci dobro razvito bralno tehniko, a so imeli težave z razumevanjem prebranega in s procesiranjem podanih informacij. Ker so se otroci zavedali, da imajo težave na jezikovnem področju, so pogosto čutili strah in odpor do nalog, pri katerih so morali iz prebranega priti do rešitev.

Reševanja besedilnih nalog smo se lotili sistematično. Kot cilj sem si zadala, da učenci najprej pridobijo zaupanje in veselje do reševanja besedilnih nalog, zato smo začeli najprej reševati lažje besedilne naloge, ki smo jih postopoma nadgrajevali z vedno težjimi. Sprva so učenci potrebovali veliko vodenja. O vsaki besedilni nalogi smo se skupaj pogovarjali, nato pa nalogo predstavili tudi konkretno z materiali, ki so jih učenci lahko prijeli v roke. Vsak tip besedilnih nalog smo reševali na drugačen način.

Naloge, pri katerih matematične simbole ubesedimo

S tem tipom nalog učenci niso imeli večjih težav. Pred reševanjem tovrstnih nalog so imeli že dobro razvito procesno računanje vseh računskih operacij (povz. po Cotič idr. 2009). Vsak učenec si je pri pouku matematike izdelal štiri kartončke. Na vsakem kartončku so bili poimenovani členi posamezne računske operacije. Pri izdelavi kartončkov smo uporabili tri barve: modro, rdečo in zeleno. Števila in imena ustreznih členov smo napisali z enako barvo. Na sliki predstavljamo kartonček na primeru odštevanja.

Primer: Kolikšna je razlika, če je zmanjševanec 24, odštevanec pa 7?



Slika 1: Kartonček za ubeseditev matematičnih simbolov pri odštevanju

Pri reševanju nalog so lahko učenci, ki so imeli težave s priklicem ustreznih simbolov, pogledali, katero računsko operacijo morajo pri posamezni nalogi izbrati. Kartončke so postopoma uporabljali vedno redkeje, dokler niso usvojili matematičnih pojmov pri osnovnih računskih operacijah.

Ubesedene naloge z matematičnim kontekstom
Pri tem tipu nalog sem učenčevo pozornost usmerjala na besede, ki namigujejo, katero računsko operacijo morajo uporabiti. Tudi v tem primeru smo si izdelali podobne kartončke, na katerih so bile zapisane najpogostejše besede, ki se pojavljajo v kontekstu. Namen kartončkov je bil učence usmerjati pri samostojnem reševanju nalog. Kartončke so učenci proti koncu šolskega leta uporabljali vedno redkeje.

Primer reševanja naloge:
Katero število dobiš, če deliš število 50 z vsoto števil 6 in 4?

Najprej so učenci besedilo glasno prebrali. Nato so s pomočjo kartončka nad besedo deliš zapisali znak **:** in nad besedo vsota zapisali znak **+**. Besedilo so ponovno prebrali in zapisali številski izraz. Sprva je bilo pri učencih potrebnega veliko vodenja, da so postali pozorni na to, da vrstni red števil ni naključen.

Dodam Dam zraven Za ____ večje	SEŠTEVANJE **+**
Vzamem Odvzamem Dam stran	ODŠTEVANJE **-**
Pomnožim Krat	MNOŽENJE **.**
Deli Razdeli	DELJENJE **:**

Slika 2: Kartonček za pomoč pri reševanju jezikovnih izrazov pri besedilnih nalogah

Kontekstualizirane matematične naloge
To so naloge, pri katerih besedilo opisuje realen svet. Pri reševanju takšnih nalog so imeli učenci pričakovano največ težav. Učenci so si ob pogovoru o matematičnem problemu sicer znali predstavljati opisano situacijo, vendar tega niso znali prenesti v matematični zapis. Različne tipe kontekstualiziranih nalog sem razdelila v skupine, saj smo pri vsakem tipu uporabljali drugačen pristop k reševanju problema.

1. Enostavnejše kontekstualizirane matematične naloge

Primer reševanja naloge:
V eni škatlici je 8 čokoladic. Koliko čokoladic je v 80 škatlicah?

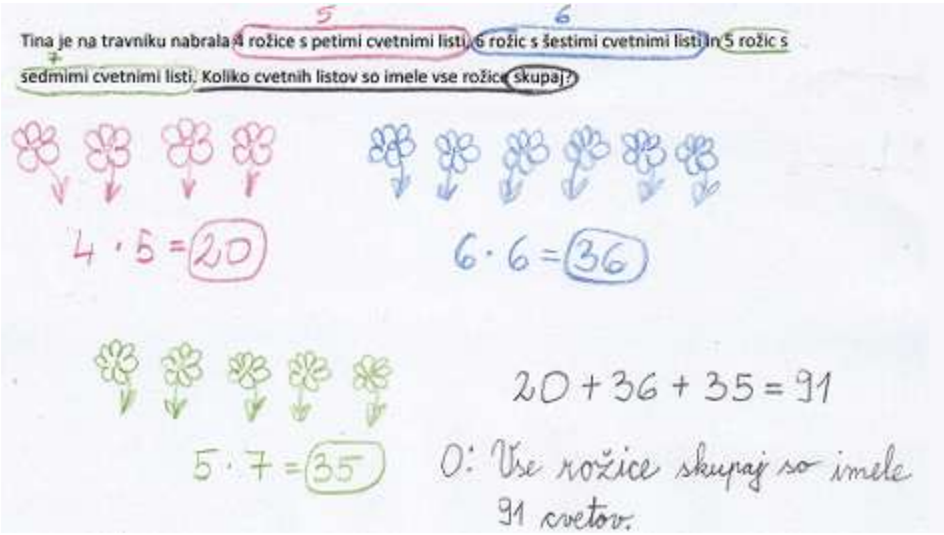
Z učenci smo glasno prebrali besedilno nalogo in obkrožili bistvene podatke. Učenci so sicer vedeli, o čem naloga govori, vendar niso razumeli, katero računsko operacijo (seštevanje ali množenje) morajo uporabiti. (Ponavadi so računske operacije ugibali glede na to, pri kateri učni snovi se je naloga pojavila. Besedilne naloge izven konteksta so bile velikokrat napačno rešene). Ponavadi smo si za lažjo predstavo narisali sličico, s katero so si učenci pomagali priti do rešitve. V tem primeru je bilo risanje slike preveč zamudno. Nalogo smo najprej reševali na konkretni ravni z manjšimi števili in delali zapis na tabli. Po zgledu smo nadaljevali zapis na naslednji način:

V 1 škatli je 8 čokoladic.
V 2 škatlah skupaj je 16 čokoladic. $2 \cdot 8 = 16$
V 3 škatlah skupaj je _____ čokoladic. $3 \cdot 8 = 24$
V 8 škatlah skupaj je _____ čokoladic. $8 \cdot 8 = 64$
.
.
.
V 80 škatlah skupaj je _____ čokoladic. $80 \cdot 8 = 640$

2. Kontekstualizirane matematične naloge z obsežnejšim besedilom

Primer reševanja naloge (povz. po Cotič, M. idr. 2009):

Po glasnem branju besedila sem učence vspodbudila, naj si pri reševanju pomagajo z risanjem. Najprej smo vzeli rdečo barvico in obkrožili prvo skupino rož (4 rožice s petimi cvetovi). Nato smo obkroženo z isto barvico narisali in zraven zapisali številski izraz za množenje. Vrednost številskega izraza smo izračunali. Nato smo vzeli modro barvico in obkrožili naslednjo skupino rožic, narisali skico, zapisali številski izraz in izračunali njegovo vrednost. Enako smo naredili s tretjo skupino rožic, le da smo tedaj vzeli zeleno barvico.
Nato smo vzeli svinčnik in ponovno prebrali ter podčrtali vprašanje »Koliko cvetov so imele vse rožice skupaj?«. Besedo skupaj smo nato obkrožili. Sledil je pogovor o tem, katero računsko operacijo bi izbrali. Skupaj smo zapisali številski izraz in ga izračunali.



Slika 3: Slikovni prikaz reševanja besedilnih nalog z obsežnejšim besedilom

3. Strukturirane kontekstualizirane matematične naloge

To so naloge, pri katerih je besedilo razdeljeno na več delov, učenci pa morajo nekatere podatke poiskati v že prej rešenih nalogah. Tudi pri reševanju teh nalog smo z učenci uporabljali barvice. Učenci so za reševanje tovrstnih nalog potrebovali veliko vodenja, saj zaradi predstav in težav z orientacijo v besedilu niso našli povezave med podatki v trenutni nalogi in podatki v že rešenih nalogah.

Primer: Otroci so na šoli izpolnjevali anketo o najljubših slaščicah. Rezultati treh najbolj priljubljenih so prikazani v spodnji razpredelnici.

	Čokoladni bonboni	Sadna torta	Čokolada
dečki	37	64	28
deklice	41	53	56

a. Koliko dečkov je sodelovalo v raziskavi?
b. Koliko deklic je sodelovalo v raziskavi?
c. Je v raziskavi sodelovalo več dečkov ali deklic in za koliko?
d. Katera sladica je bila najbolj priljubljena?
e. Koliko otrok se je odločilo za čokoladno sladico?

Zaključek

V začetku šolskega leta so imeli učenci zaradi zavedanja svoje motnje velik odpor do reševanja besedilnih nalog. Le-te so reševali z ugibanjem, besedila pogosto niti niso natančno prebrali. Pri usvajanju matematičnega jezika za osnovne računske operacije smo ugotovili, da učenci pri reševanju nalog z ubesedenimi simboli niso imeli večjih težav. Največje težave so se pojavile pri reševanju besedilnih nalog z obsežnejšim besedilom in pri razdeljenih besedilnih nalogah. Pri teh so učenci potrebovali veliko vodenja. Kot učinkovita se je pokazala uporaba barv, s katerimi so si učenci obkrožili in narisali pomembne podatke. Vendar, ker se je nekaterim učencem zdel takšen postopek reševanja predolg, so sami na krajši način iskali načine, kako na najhitrejši način rešiti nalogo. Večina otrok se je orientirala po številih, tisti s slabšimi številskimi predstavami so si številske izraze narisali s pikicami. Zaradi velikega problema s številskimi predstavami so bili učenci pri težjih nalogah še vedno v veliki meri neuspešni.
Z nadaljnjim delom želimo učence usmeriti v samostojnejše reševanje nalog, večjo osredotočenost na matematični problem in oblikovanje odgovorov, ki izhajajo iz njega.

Viri

1. Bezgovšek Vodušek, H. (2009): Kontekstualizacija pri pouku matematike v nižjih razredih osnovne šole. Magistrsko delo. Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Oddelek za matematiko in računalništvo. Maribor.
2. Cotič, M.; Felda, D.; Bremec, B.; Pisk, M. in Benčina Smotlak, N. (2007): Svet matematičnih čudes 4. Kako poučevati matematiko v 4. razredu devetletne osnovne šole? Priročnik: 4. razred devetletne osnovne šole. DZS, Ljubljana.
3. Cotič, M.; Felda, D.; Bremec, B.; Pisk, M. in Benčina Smotlak, N. (2009): Svet matematičnih čudes 4. Samostojni delovni zvezek. DZS, Ljubljana.
4. Kavkler, M. (2007): Specifične učne težave pri matematiki. V Učenci s specifičnimi učnimi težavami: skriti primanjkljaji – skriti zakladi. Društvo Bravo, Ljubljana.
5. OECD. (2000): Literacy in the Information Age, Final Report of the International Adult Literacy Survey OECD, Paris.
6. Žerdin, T. (2003): Motnje v razvoju jezika, branja in pisanja. Svetovalni center za otroke, mladostnike in starše, Ljubljana.

UČENCI S POSEBNIMI POTREBAMI IN TEŽAVE PRI MATEMATIKI

Pupils with Special Needs and Difficulties in Mathematics

Tatjana Božič Geč, OŠ Martina Krpana, Ljubljana

tatjana.bozic-gec@guest.arnes.si

Povzetek

V Osnovno šolo Martina Krpana je vključenih 23 učencev s posebnimi potrebami, kar predstavlja približno osem odstotkov vseh učencev na šoli. Ena tretjina jih je usmerjenih zaradi primanjkljajev na matematičnem področju, pri nekaterih pa so učne težave pri matematiki posledica primanjkljajev na drugih področjih. Težave pri matematiki so najpogosteje posledica specifičnih učnih težav, na primer diskalkulije ali specifične aritmetične učne težave. Vzrok lahko izhaja tudi iz jezikovnih, bralnih in pisnih primanjkljajev, slabše razvite strategije reševanja problemov, slabega priklica in neavtomatizacije matematičnih procesov, impulzivnosti, kratkotrajne pozornosti, slabše razvite finomotorične sposobnosti in drugo.

Pomemben del učiteljevih nalog zajema prepoznavanje primanjkljajev učencev glede na njegovo starost in razvoj ter posledično zaznavanje težav, zagotavljanje ustreznih prilagoditev prostora, metod in oblik dela, učnih pripomočkov ter nudenje druge pomoči. Tako se učencu, ki ima primanjkljaje, zagotovi enakovredne možnosti za napredek in razvoj na vseh področjih. Pomembno področje dela je prilagojeno preverjanje in ocenjevanje učenca s posebnimi potrebami. Upoštevati je potrebno prilagoditve, ki se jih glede na primanjkljaj predvidi in dogovori v individualiziranem programu. Hkrati morajo biti v ocenjevanje vključeni vsaj minimalni standardi znanja. Le-teh se ne sme zniževati, saj bi s tem razvrednotili ocene in znanje učenca. Prilagoditve ne smejo imeti vpliva na oceno.

Ključne besede: učenci s posebnimi potrebami, specifične učne težave, prilagoditve pri pouku.

Abstract

23 pupils with special needs attend Martin Krpan Primary School that is about eight percent of all the pupils in the school. One third of them are entitled to additional professional assistance because of having mathematics deficits. However, some pupils have learning difficulties in mathematics as a result of deficits in other subject areas. Difficulties in mathematics appear most frequently due to specific learning disabilities, for example dyscalculia or specific arithmetic learning difficulties. Problems can also be a consequence of language, reading and writing deficits, less developed strategy of solving problems, difficulties with the retrieval and non- automation of mathematical procedures, impulsiveness, attention deficit, less developed fine motor skills, etc.

The important role of a teacher is to detect a problem, to identify the pupil’s deficit considering his/her age, development and consequently problems, to adapt learning environment, teaching methods, techniques and aids, as well as to offer other assistance. These measures ensure that pupils with disabilities have equal opportunities to progress and develop in all areas. An important scope of work includes adapted assessment and evaluation of pupils with special needs. Note that adaptations, which are in accordance with a pupil’s deficit anticipated and agreed already in an individualized program, should be taken into account. At the same time, we must be careful that assessment of a pupil encompasses at least the minimal educational standards. They should not be lowered, as by doing so, student’s knowledge and grades would be consequently. Adaptations must not have any impact on grades.

Key words: pupils with special needs, specific learning disabilities, adaptation in the classroom.

Uvod

Strokovni delavci na šoli si vedno želimo, da bi učenci usvojili zastavljene cilje in da bi jim znali omogočiti uspešno pridobivanje znanja. Vendar vedno ni tako. Nekateri učenci izstopajo in so kljub svojim in učiteljevim prizadevanjem neuspešni. Pomembno je, da učitelj pravočasno prepozna težave otroka, mu glede na težave nudi individualiziran pristop, diferencira šolsko delo in ga vključi v redne oblike pomoči na šoli, t.j. dopolnilni pouk ter individualna in skupinska učna pomoč. Če učenec kljub temu ne napreduje oziroma je neuspešen, se v delo vključi svetovalna služba. Le-ta lahko ugotavlja, kakšne so učne navade oziroma učne težave učenca. Od profila svetovalnega delavca na šoli je odvisno, na kakšen način išče vzrok za otrokove težave in kakšno obliko pomoči izbere. Ob nenapredku učenca je naslednji korak usmeritev v zunanjo obravnavo. Zunanji strokovnjaki učenca diagnosticirajo in lahko na šolo pošljejo priporočila za delo z učencem z učnimi težavami ali pa ga usmerijo kot otroka s posebnimi potrebami, določijo program usmeritve in sklop prilagoditev. Učencu, ki ima primanjkljaje, se tako zagotovi enakovredne možnosti za napredek in razvoj na vseh področjih. Prilagodi se mu lahko prostor, metode in oblike dela, učne pripomočke, domače naloge idr., glede na vrsto primanjkljaja pa se mu nudi ustrezna oblika učne pomoči. Pomembno je, da izhajamo iz vsakega otroka posebej, da sodeluje cela strokovna skupina in da v sodelovanju s starši predvidimo ter se poleg drugih področij, dogovorimo o ustreznih prilagoditvah v individualiziranem programu. Le-ta je živ dokument, ki se skozi šolsko leto spreminja in dopolnjuje v dobro učenca. Eno od pomembnih področij dela je prilagojeno preverjanje in ocenjevanje učenca s posebnimi potrebami. Otrok mora za pozitivno oceno doseči vsaj minimalne standarde znanja, katerih ne smemo zniževati. Z opuščanjem ali zniževanjem bi razvrednotili ocene in znanje učenca. Prilagoditve ne smejo imeti vpliva na oceno, vendar pa morajo učencu omogočati enakovredne pogoje.

V Osnovno šolo Martina Krpana je vključenih 23 učencev s posebnimi potrebami, kar predstavlja približno osem odstotkov vseh učencev na šoli. Ena tretjina jih je usmerjenih zaradi primanjkljajev na matematičnem področju, pri nekaterih pa so učne težave pri matematiki posledica primanjkljaja na drugih področjih. Tudi nekateri drugi učenci imajo težave na matematičnem področju, vendar se bom v članku opredelila predvsem na učence s posebnimi potrebami, možna področja primanjkljajev na matematičnem področju in opisala primer učenca iz prakse.

Učenci s posebnimi potrebami

Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami (ZUOPP, Url. RS, št 54/00) opredeljuje, da so učenci s posebnimi potrebami otroci z motnjami v duševnem razvoju, slepi in slabovidni otroci, gluhi in naglušni otroci, otroci z govorno-jezikovnimi motnjami, gibalno ovirani otroci, dolgotrajno bolni otroci, otroci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja in otroci z motnjami vedenja in osebnosti, ki potrebujejo prilagojeno izvajanje programov vzgoje in izobraževanja z dodatno strokovno pomočjo ali prilagojene programe vzgoje in izobraževanja oziroma posebne programe vzgoje in izobraževanja. S spremembo zakonodaje (ZUOPP, Url. RS, št 58/11), ki stopi v veljavo 1. 9. 2012, se uvrščajo med otroke s posebnimi potrebami tudi otroci z avtističnimi motnjami.

Vovk Ornik (2011) opredeljuje, da naštete skupine učencev potrebujejo prilagojeno izvajanje izobraževalnih programov s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo ali prilagojene izobraževalne programe oziroma posebni program vzgoje in izobraževanja. V skupino otrok s posebnimi potrebami spadajo tudi učenci z učnimi težavami in nadarjeni učenci, za katere se ne vodi postopek usmerjanja, se pa pripravi izvirni delovni projekt pomoči. Učenci s specifičnimi težavami se torej pojavljajo v dvojni vlogi, kot učenci z učnimi težavami in kot učenci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja. Šola mora za te učence prilagoditi metode in oblike dela ter jim omogočiti vključitev v dopolnilni pouk in druge oblike individualne in skupinske pomoči. Specifične učne težave so namreč lahko lažje, zmerne ali težje, kot otroke s posebnimi potrebami pa naj bi se usmerjalo le učence z najtežjimi specifičnimi učnimi težavami, torej učence s primanjkljaji na posameznih področjih učenja.

Opara et al. (2010) so v Analizi vzgoje in izobraževanja otrok s posebnimi potrebami v Sloveniji pokazali, da je po podatkih o izdanih odločbah v Republiki Sloveniji od leta 2005 do 2009 razvidno, da je Zavod RS za šolstvo glede na Kriterije za opredelitev vrste in stopnje primanjkljajev, ovir oziroma motenj izdal največji delež odločb o usmeritvi za skupino otrok s primanjkljaji na posameznih področjih učenja (35,8 %). Sledijo otroci z več motnjami hkrati (25,4 %), sledi skupina otrok z motnjami v duševnem razvoju (11,3 %), dolgotrajno bolni otroci (9,2 %) in otroci z mejnimi intelektualnimi sposobnostmi (5,2 %). Za slednjo je viden upad od leta 2005, saj je bila omenjena skupina v letu 2007 izvzeta iz skupine otrok s posebnimi potrebami. V najmanjšem deležu so zastopani slepi in slabovidni otroci in mladostniki (1,0 %) ter otroci in mladostniki s čustvenimi in vedenjskimi motnjami (0,6 %). Vendar pa iz podatkov ni razvidno, koliko otrok je bilo usmerjenih zaradi težav na matematičnem področju.

Učenci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja

V skladu s Pravilnikom o spremembah in dopolnitvah Pravilnika o organizaciji in načinu vodenja komisij za usmerjanje otrok s posebnimi potrebami ter o kriterijih za opredelitev vrste in stopnje primanjkljajev, ovir oziroma motenj otrok s posebnimi potrebami (2007) so otroci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja heterogena skupina otrok, pri katerih se zaradi znanih in neznanih motenj v delovanju centralnega živčnega sistema pojavljajo izrazite težave pri branju, pisanju, pravopisu in računanju. Pojavljajo se lahko tudi zaostanki v razvoju pozornosti, pomnjenja, mišljenja, koordinacije, komunikacije, socialnih sposobnosti in v čustvenem dozorevanju. Primanjkljaji na posameznih področjih učenja lahko trajajo celo življenje in vplivajo na učenje in vedenje posameznika.

Podskupine primanjkljajev na posameznih področjih učenja

Zupančič Danko in Žunko-Vogrinc (2011) delita primanjkljaje na posameznih področjih učenja na:

- disleksijo in disgrafijo;
- specifične učne težave pri matematiki, ki se delijo na diskalkulijo in specifične aritmetične učne težave;
- dispraksijo.

Magajna, Kavkler in Košir (2011) pravijo, da lahko delimo specifične učne težave v dve glavni skupini, ki vključujeta:

- Specifične primanjkljaje na ravni slušno-vidnih procesov

Le-ti povzročajo motnje branja (disleksija), pravopisne težave (disgrafija) in druge učne težave, ki so povezane s področjem jezika (specifične motnje pri aritmetiki itd.).

- Specifične primanjkljaje na ravni vidno-motoričnih procesov

Le-ti povzročajo težave pri pisanju (disgrafija), matematiki (spacialna diskalkulija), načrtovanju in izvajanju praktičnih dejavnosti (dispraksija) ter na področju socialnih veščin.

Specifične učne težave pri matematiki

Žunko-Vogrinc (2011) meni, da so za nizke matematične dosežke krive splošne ali specifične učne težave in da so najpogostejše ovire, s katerimi so povezane učne težave pri matematiki:

- jezikovne in komunikacijske težave, ki učenca ovirajo pri pisanju in branju matematičnih besedil ter pri pogovorih o matematičnih idejah in strategijah reševanja matematičnih problemov;
- nizka motivacija, slaba samopodoba in zgodovina učne neuspešnosti;
- primanjkljaji, povezani s procesi in strategijami reševanja besednih problemov, ki vplivajo na razumevanje besednih problemov in prevedbo informacij besednega problema v matematični jezik;
- spominske težave in slabše razvite strategije, ki pri učencu ovirajo razvoj in predstavitev pojmov in matematičnih operacij, priklic matematičnih dejstev, razvoj pojmov, učenje algoritmov ter formul ter vplivajo na težave pri reševanju besednih problemov.

<u>Diskalkulija</u>

Diskalkulijo opredeljuje Magajna (2008) kot možno posledico možganske okvare. Kaže se kot težava dojemanja števil in aritmetičnih operacij. Meni, da je lahko tudi razvojna in da je povezana s slabšim konceptualnim, proceduralnim in deklarativnim matematičnim znanjem.

<u>Specifične aritmetične učne težave</u>

Kavkler (2007) zapiše, da so specifične učne težave pri aritmetiki pogostejše kot diskalkulija in da se kažejo kot slaba avtomatizacija aritmetičnih dejstev in postopkov. Pravi, da težave lahko nastanejo pri sprejemu ali predelavi informacij oziroma predstavitvi rezultata in da so specifične aritmetične učne težave pogojene:

- s slabšim semantičnim spominom, ki vpliva na priklic aritmetičnih dejstev;
- s proceduralnimi težavami, ki se kažejo v slabšem obvladovanju postopkov (avtomatizaciji) pri izvrševanju korakov v aritmetičnih operacijah ali pri reševanju besednih problemov;
- s vizualno-specialnimi težavami, ki vplivajo na reševanje nalog, saj imajo učenci lahko težave pri orientaciji, postavljanju vejice v številu idr.

Prilagoditve učencem s primanjkljaji na posameznih področjih učenja

Magajna (2008) pravi, da učenci s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki v procesu poučevanja in učenja potrebujejo razumevanje in pripravljenost odraslega ali vrstnikov, da se jim pomaga in jasno opredeli oblike pomoči. Potrebno je preverjanje razumevanja predznanj, ki so pogoj za uspešno nadaljnje učenje in točnosti sprejema slušnih ali vidnih informacij. Priporoča učenje po korakih, življenjske in konkretno ponazorjene probleme, sodelovalno učenje, veččutno učenje dejstev in učenje postopkov z oporami. Priporoča tudi konstrukcijo znanja z organizacijo ustreznih dejavnosti, razvoj pojmovnega znanja, ki obsega ponazoritev pojmov ter rabo v konkretnem življenju, razdelitev zapletenih pojmov na dele in učenje strategij reševanja le-teh in pomoč pri priklicu dejstev in postopkov ter učenje rabe strategij pripomočkov, prav tako žepnega računala. Pravi, da je potrebno upoštevati jezikovne sposobnosti učenca, saj je matematični jezik zelo abstrakten in zapleten. Meni, da je potrebno uporabiti različne načine razlag in učence učiti matematične izraze s pomočjo pripomočkov (slovarjev, ponazoritev ipd.) ter jih učiti strategij reševanja matematičnih besednih in nebesednih problemov. Predlaga pomoč in prilagoditev za gibalno manj spretne učence, ki potrebujejo pomoč pri geometriji, več prostora pri nalogah na učnih listih, uporabo večjih didaktičnih pripomočkov in pomoč učencem, ki so slabše organizirani z učenjem organizacije zapiskov, strategij izbiranja nalog, ob opori v učenju korakov v postopku. Opozarja, da učenci z bralnimi težavami potrebujejo pomoč pri branju navodil in besednih problemov ter da je potrebno spodbujanje in razvijanje učenčevih močnih področij ter njegove samopodobe. Priporoča organizacijo vrstniške pomoči in partnerske odnose s starši.

Učenci s posebnimi potrebami na Osnovni šoli Martina Krpana
Na OŠ Martina Krpana imamo triindvajset učencev s posebnimi potrebami. Osem je usmerjenih kot dolgotrajno bolni otroci, dva kot otroka z govorno-jezikovno motnjo, devet kot otroci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja in štirje kot otroci s kombiniranimi motnjami (kombinacije govorno-jezikovne motnje, gibalne oviranosti, dolgotrajne bolezni, primanjkljajev na posameznih področjih učenja in vedenjskih in čustvenih motenj).

Za vsakega je v skladu z zakonodajo izdelan individualiziran program, v katerem je opredeljeno trenutno stanje učenca, njegove težave oziroma ovire, letni cilji, aktivnosti in področja dela, oblike in obseg pomoči ter evalvacija.

Primer iz prakse (prepoznavanje, prilagoditve, uspešnost)
<u>Opis težav učenca A</u>
Pri šolskem delu v četrtem razredu učenec ni bil uspešen in razred ponavlja kljub individualizaciji pri pouku in diferenciranemu delu, vključenosti v dopolnilni pouk ter v individualno in skupinsko pomoč. Po obravnavi v svetovalni službi je bil usmerjen v obravnavo v zunanje strokovne institucije. Učenec je bil ob zaključku leta 2010/2011 negativno ocenjen pri slovenščini in matematiki. Težave je imel pri branju, razumevanju prebranega, pisanju (grafomotorika, zapis, slovnična in pravopisna pravila). Navodila nalog je težje razumel, potreboval je dodatno razlago. Šibek je bil tudi na področju govora, mišljenja, logičnega sklepanja, pozornosti in predstavljivosti. Pri matematiki si je ob zaključku četrtega razreda še pomagal s stotičnim kvadratom ali z računanjem na prste, delno je imel težave s seštevanjem in odštevanjem pri prehodu čez desetice. Poštevanke ob zaključku šolskega leta ni znal. Kljub večkratnemu učenju jo je pozabil. Imel je probleme pri deljenju brez in z ostankom ter reševanju besedilnih nalog. Učenec je imel slabo številsko predstavljivost, ni prepoznaval likov in teles. Pri spoznavanju okolja mu je manjkalo splošne razgledanosti, sklepanje s posameznega na splošno in obratno je bilo ovirano s šibkim besednim zakladom.

Njegovo močno področje je bila angleščina, kjer je z lahkoto dosegal večino zastavljenih ciljev.

V strokovnem mnenju je opredeljeno, da učenec nima razvidnih težjih ali kroničnih obolenj. Psihološki pregledi so pokazali nizke podpovprečne splošne intelektualne kapacitete. Profil sposobnosti je neharmoničen. Težave so na področju priklica informacij iz dolgoročnega spomina, posledično ima učenec skromen besednjak in slabšo splošno poučenost. Težave ima na področju razumevanja, pri analizi, sintezi in integraciji nebesednih informacij. Ima tudi šibko in kratkotrajno pozornost ter slabše delovno pomnjenje. Njegov tempo dela je počasen.

Opis pomoči učencu A
Učenec je usmerjen kot otrok s primanjkljaji na posameznih področjih učenja. Ima tri ure dodatne strokovne pomoči na teden, ki jo izvaja specialni pedagog. V individualiziranem programu so opredeljene prilagoditve na vseh področjih, med drugim tudi matematičnem. Zavedati se moramo, da je delo z učencem kompleksno in da pomoč in prilagoditve le na enem področju ter netimsko delo ne prinašajo želenih rezultatov.

Predstavila bom le prilagoditve, ki učencu omogočajo enakovredne pogoje za delo na matematičnem področju:

- organizacija pouka
  - izvajanje treh ur dodatne strokovne pomoči individualno v oddelku ali izven njega oziroma občasno v manjši skupini
    Pri obravnavi nove učne snovi je specialni pedagog prisoten pri pouku. Učenca opazuje pri rednem delu in zazna njegove težave, ga usmerja pri sledenju učiteljeve razlage in mu pomaga pri uporabi učnih pripomočkov. Učenec sliši razlago učitelja, ki jo po potrebi specialni pedagog na individualni uri izven oddelka konkretizira. Pri individualnem pristopu se učenec uči strategij reševanja posameznih nalog, uri uporabo učnih pripomočkov in razvija ali kompenzira svoje sposobnosti na področju primanjkljaja. Občasno se učenec vključi v manjšo skupino otrok s težavami pri posamezni snovi, ponavadi pri preverjanju ali utrjevanju. Manjša skupina, v kateri je izvajanje prilagojeno, učenca motivira in mu da občutek uspešnosti. Večje število odgovorov na posamezno vprašanje učencu omogoča tudi boljšo pomnjenje snovi.
  - individualne prilagoditve metod in oblik dela
  - več časa za izvajanje dejavnosti, za sprejemanje, predelavo in razumevanje informacij
  - multisenzorni pristop
    Učencu čimvečkrat omogočimo sprejem informacij po večih možnih senzornih poteh: slušni,vidni, taktilni poti.
  - pri pouku sedi bliže učitelju, da lažje komunicira z njim in da lahko učitelj spremlja njegovo delo
  - pomoč učitelja pri pripravi na šolsko delo
    Ker ima učenec težave pri organizaciji, je pomemben del prilagoditev pri pouku priprava na šolsko delo. Učenec ima večjo mizo (dvosed), da ima pregled nad učnimi pripomočki in ponazorili, ki jih potrebuje pri konkretni uri. Učitelj že med odmorom opozori učenca, kaj naj pripravi in ob začetku ure neopazno preveri učenčev delovni prostor. Pomemben je tudi pregled in dosegljivost pripomočkov na delovnem prostoru učenca. V učilnici je tudi stalni kotiček za učne pripomočke, ki so učencu vedno dosegljivi. Občasno učitelj pripravi tudi dodatno učno gradivo z več slikovnega materiala in dodatna ponazorila.
  - pomoč in nadzor učitelja pri zapisu v zvezek in beležko
    Učitelj je pozoren, da je tabelska slika pregledna, barvna in sistematična. Po potrebi učencu pripravi skelet tabelske slike, ki ga ta med poukom dopolni in ob koncu ure prilepi v zvezek. Učitelj tudi večkrat neopazno preveri zapis učenca v zvezek. Pogosto se zgodi, da je zapis nepravilen ali pomanjkljiv. Preverjanje le ob zaključku ure se je izkazalo za neuspešno. V dogovoru s starši ima učenec posebno beležko

za vsakodnevno komunikacijo. V beležko si učenec zapisuje, kaj je za domačo nalogo. Učitelj zapis ob zaključku ure preveri in po potrebi dopolni. Starši pa učitelja obveščajo o domačem delu in morebitni neuspešnosti ter težavah.
- po potrebi fotokopije daljših zapisov
- kotiček za mirno delo

- <u>preverjanje in ocenjevanje</u>
  - podaljšan čas pri preverjanju in ocenjevanju znanja
  - preverjanje in ocenjevanje znanja po manjših vsebinsko zaključenih sklopih
  - ocenjevanje naj bo sprotno, napovedano in dogovorjeno
  - dodatno preverjanje razumevanja vprašanj in navodil ter po potrebi dodatna ustna pojasnila
  - napak, ki so posledica primanjkljaja, se pri ocenjevanju ne upošteva
  - pri pisnem ocenjevanju posebej oblikovana naloga, z večjim tiskom, več prostora za pisanje, večjim razmikom med vrsticami in po potrebi manjšim številom nalog v posameznem vsebinskem sklopu, vsako vprašanje na svojem listu
  - pri besedilnih nalogah se besedilo prebere in preveri razumevanje

- <u>pripomočki</u>
  - pripomočki in ponazorila za boljše razumevanje in zapomnitev snovi

Učencu se omogoči uporaba kartončkov in tabel za priklic podatkov (npr. tabela s poštevanko pri deljenju, stotični kvadrat, kartončki z zapisom postopka osnovnih računskih operacij). Učinkovitejša je raba vizualnih pripomočkov.

- <u>podajanje navodil</u>
  - enoznačna, enostavna in konkretna navodila
  - pomoč pri branju in po potrebi ustna obrazložitev pisnih navodil
  - po potrebi večkratna ponovitev navodil
  - sprotno preverjanje razumevanja navodil
  - po potrebi so kompleksnejša navodila razčlenjena
  - grafične in barvne opore

Učencu so grafične in barvne opore v pomoč pri priklicu ali usmerjanju pozornosti na določena navodila, ključne podatke ali pojme. Smiselno je navajanje na uporabo enakih barvnih označevalcev besedila za enaka navodila ali poudarke.

- <u>domače naloge</u>
  - po potrebi količinsko prilagojen obseg domačih nalog
  - pomoč in nadzor učitelja pri zapisovanju domačih obveznosti v beležko
  - individualna pomoč učitelja pri domači nalogi v podaljšanem bivanju

Timsko sodelovanje pri delu z učencem s posebnimi potrebami je zelo pomembno. Učitelj v podaljšanem bivanju mora poznati primanjkljaje posameznega učenca in prilagoditve, ki mu omogočajo, da je uspešen pri domači nalogi.

Načrtovanje metod, oblik in strategij dela po posameznih področjih:

- motorično področje:
  - spodbujanje in pomoč pri aktivnostih, ki so vezane na grafomotoriko, fino motoriko in vidno motorično koordinacijo rok
  - razvijanje orientacije v prostoru, na ploskvi, sebi in drugih

- matematično področje:
  - grafične in barvne opore (uporaba slik, grafov, skic, poudarjenih računskih operacij, podčrtovanje pomembnih delov besedil, ključnih besed, delov računov…)
  - uporaba različnih učnih pripomočkov in ponazoril (računalo, stotični kvadrat, tabela za pretvarjanje mer, kvadrat s poštevanko idr.)
  - pomoč pri poznavanju, razumevanju, uporabi matematičnih pojmov in povezav med njimi ter izvajanjem in uporabo postopkov posameznih korakov reševanja nalog in zapis postopkov
  - učenje notranjega govora, ki otroka vodi skozi postopek reševanja problema
  - razvijanje sklepanja, posploševanja, raziskovanja in reševanja preprostih problemov
  - razvijanje razumevanja in uporabe matematičnega jezika (branje, pisanje in sporočanje matematičnih besedil)
  - učenje zbiranja, urejanja, strukturiranja, analiziranja, predstavljanja podatkov ter
  - interpretiranja in vrednotenja preprostih podatkov oziroma rezultatov
  - razčlenitev kompleksnejših vsebinskih sklopov na posamezne dele
  - razčlenitev besedilnih nalog

Kompleksnejše besedilne naloge je potrebno razčleniti na posamezne probleme. Smiselno je, da se za vsakim problemom postavi vprašanje in označi prostor za reševanje in odgovor. Tako razčlenjena besedilna naloga učencu omogoča večjo preglednost nad podatki in da možnost, da reši posamezne dele naloge.

- branje in pisanje:
  - dodaten čas in prostor za pisanje
  - razvijanje razumevanja besedil in navodil

    Učenca učimo poslušati, brati in obnavljati poslušano ali brano besedilo ter navodila. Učitelj učenca pri obnavljanju posluša in mu po potrebi pomaga s podvprašanji. Preverja tudi razumevanje posameznih besed ali pojmov. Učenec mora v besedilu prepoznati bistvene podatke. Naslednji korak je podčrtavanje in izpis. Pomembno je, da učenec vadi ob raznovrstno zastavljenih nalogah, ki ga spodbujajo k različnim dejavnostim in v njem sprožajo različne miselne procese (pomnjenje, prepisovanje podatkov, uporaba podatkov …). Pri pripravi besedila je smiselno upoštevati učenčeve izkušnje in področja, ki so mu blizu.

    Učenec si lahko izdela slovar neznanih besed oziroma pojmov in ga skozi šolsko leto dopolnjuje ter uporablja pri šolskem in domačem delu. Večkratna ponovitev omogoča boljše pomnjenje in razumevanje.
  - razvijanje avtomatizacije zapisa števil in črk

- motivacijsko področje
  - omogočanje priložnosti za doživljanje uspeha
  - razvijanje motivacije za delo pri matematiki
  - konkretne pohvale in vzpodbude

- pozornost in koncentracija
  - vaje za daljšanje pozornosti in koncentracije

Uspešnost učenca

Učenec v tem šolskem letu uspešno zaključuje četrti razred. Tudi pri matematiki je osvojil minimalne standarde znanja ob predvidenih prilagoditvah in pomoči večih strokovnih delavcev in vrstnikov. Naučil se je določenih strategij in uporabe učnih pripomočkov in ponazoril, s katerimi kompenzira svoj primanjkljaj. Pri urah dodatne strokovne pomoči je aktiven in motiviran za delo. Velik napredek je, ker pogosto sam izpostavi problem, ki ga ne razume. Tudi pri delu v oddelku je opazen napredek. Ostali učenci sprejemajo prisotnost specialnega pedagoga v oddelku in občasno poprosijo za pomoč. Vsi učenci so pridobili s stalnim, dosegljivim kotičkom za učne pripomočke.

Med šolskim letom je potekala sprotna evalvacija napredka otroka in uspešnosti prilagoditev. Sprotna evalvacija je pomemben del procesa, saj le tako vidimo, ali smo na pravi poti ali pa si moramo zastaviti nove cilje. Ob evalvaciji so se skoraj vse prilagoditve izkazale za potrebne in uspešne. Nekatere smo opustili, saj sčasoma niso bile več potrebne, ker je učenec razvil nekatere sposobnosti oziroma so se spremenile okoliščine dela.

Skozi celo šolsko leto smo sodelovali s starši, ki so v okviru svojih zmožnosti nudili pomoč otroku in pogoje za delo. Bistveno je bilo redno sodelovanje in zaupanje.

Zaključek

Pri delu z učencem, ki je neuspešen pri matematiki, moramo biti pozorni tako na čustveno kot tudi na izobraževalno področje. Iz prakse vsak učitelj ve, da imajo nekateri učenci tremo in strah pred njegovim predmetom. Le-ta lahko izhaja iz negativnih izkušenj zaradi ponavljajočih se neuspehov. Pri takšnem učencu je pomembno, da mu učitelj razloži, na kateri stopnji znanja je, in da z učencem zastavi dosegljive izobraževalne cilje.

Učitelj lahko največkrat sam ugotovi, ali gre za neprimeren izobraževalni pristop z njegove strani ali pa za učne težave pri otroku. Prvi koraki v dobro učenca so narejeni že s tem, da se takega učenca opazi in najde vzrok za njegov neuspeh.

Pogosto so primanjkljaji pri učencu tako veliki, da pridobi status otroka s posebnimi potrebami. Timsko delo učitelja s starši, ostalimi učitelji in svetovalno službo ter po potrebi z zunanjimi strokovnjaki je korak k boljšemu poznavanju učenca, njegovih težav, učnega stila in pripravi predvidoma najbolj uspešnih oblik pomoči učencu. Te zajemajo prilagoditve učnega okolja, časa, učnih pripomočkov, domačih nalog in drugih obveznosti, preverjanja in ocenjevanja ter seveda učiteljevih metod in pristopov. Pomemben del je sprotna evalvacija, ki nam pokaže kako uspešni smo pri delu. Pri tem ne smemo pozabiti na klimo v oddelku in na šoli in počutje učenca s posebnimi potrebami.

Viri

1. Magajna, L., Kavkler, M., Košir, J. (2011): Osnovni pojmi. V Učenci z učnimi težavami - Izbrane teme. Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani, Ljubljana.
2. Opara, B., Barle Lakota, A., Globačnik, B., Kobal Grum, D., Košir, S., Macedoni Lukšič, M., Zorc, D., Bregar Golobič, K., Molan, N., Vovk Ornik, N., Klavžar, K. (2010): Analiza vzgoje in izobraževanja otrok s posebnimi potrebami v Sloveniji. JRZ Pedagoški inštitut, Ljubljana.
3. Pravilnik o spremembah in dopolnitvah Pravilnika o organizaciji in načinu dela komisij za usmerjanje otrok s posebnimi potrebami ter o kriterijih za opredelitev vrste in stopnje primanjkljajev, ovir oziroma motenj otrok s posebnimi potrebami, Uradni list RS, št. 25/2006, Uradni list RS, št. 23/2007.
4. Reid, G., Kavkler, M., Viola, S. G., Košak Babuder, M., Magajna, L., (2007): Učenci s specifičnimi učnimi težavami: Skriti primanjkljaji - skriti zakladi, Društvo Bravo – društvo za pomoč otrokom in mladostnikom s specifičnimi učnimi težavami, Ljubljana.
5. Vovk Ornik, N. (2011): Zakonodaja na področju vzgoje in izobraževanja otrok s posebnimi potrebami. V Delo z otroki s posebnimi potrebami: Praktična podpora in strokovni napotki za delo z otroki s posebnimi potrebami. Založba Forum Media, d. o. o., Maribor.
6. Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami, najdeno na spletnem naslovu: http://www.uradni-list.si/1/objava.jsp?urlid=200054&stevilka=2496 (24. 5. 2012).
7. Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami, najdeno na spletnem naslovu: http://www.uradni-list.si/1/content?id=104630&part=&highlight.=Zakon+o+usmerjanju+otrok+s+posebnimi+potrebami (24. 5. 2012).
8. Zupančič Danko, A., Žunko-Vogrinc, S. (2011): Otroci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja. V Delo z otroki s posebnimi potrebami: Praktična podpora in strokovni napotki za delo z otroki s posebnimi potrebami. Založba Forum Media, d. o. o., Maribor.

OBLIKOVANJE POJMA ŠTEVILO PRI OTROKU V 1. RAZREDU

Development of the Term Number for Children in Grade 1

Sonja Flere, Mladen Kopasić, OŠ Polje

sonjaflere@yahoo.com, mladenkopasic@gmail.com

Povzetek

Seznanjanje otroka z matematičnimi pojmi se prične že v predšolskem obdobju. Sprva otrok pridobiva čim več kvalitativnih in kvantitativnih predstav, in sicer z različnimi čuti – z vidom, sluhom, otipom, okusom. Šele nato lahko usvoji pojem števila. Otrok mora imeti jasne predstave o množicah ali količinah, ki jih pridobi na podlagi izvajanja predštevilskih dejavnosti. V prvem razredu so v učnem načrtu za matematiko cilji v zvezi z oblikovanjem pojma število zajeti pri vsebinskih sklopih logika in jezik ter v sklopu naravna števila. V okviru diplomske naloge (Flere, 2010) so bila analizirana učna gradiva za 1. razred, ki vplivajo na oblikovanje pojma število pri učencih. Analiza gradiv je pokazala, da so v nalogah s področja oblikovanja pojma števila pri otroku večinoma vključene predštevilske dejavnosti. Vendar pa so vedno bolj zastopane tudi dejavnosti s štetjem. Zato so bila izdelana lastna učna gradiva oz. didaktične igre treh tipov, in sicer igre s kocko, igre s kartami in domine. Po empirični raziskavi je bilo ugotovljeno, da je pri oblikovanju pojma števila pri otroku potrebno uporabljati različne strategije. Lastne didaktične igre so se pri tem izkazale kot odličen učni pripomoček.

Ključne besede: število, štetje, načela štetja, konzervacija števila, didaktične igre.

Abstract

Children are acquainted with the concepts of mathematics already in the preschool period. Initially, children acquire as many as possible qualitative and quantitative concepts with a variety of senses – by seeing, hearing, touching and tasting. Only then they can grasp the concept of a number.

The child must have a clear picture of the masses or quantities which they acquired through implementation of numerous activities. In Curriculum of mathematics for grade 1 the objectives related to the formulation of the concept of number are covered in the context of logic and language and within the natural numbers.

In my BA (Flere 2010) I analysed teaching materials of grade 1 which affect pupils' development of concept of number. The analysis of the material showed that the tasks concerning the child's understanding of the concept of the number involved mostly preschool activities. However, more and more activities including counting are represented. Specific teaching materials or three types of educational games were therefore created by me for that purpose, such as games with a dice, card games and dominoes were. According to empirical research different strategies need to be used when conceptualising the number with young children. My own instructional games have proved to be an excellent teaching tool.

Key words: number, counting, counting principles, conservation of the number, didactic games.

Uvod

S spretnostmi matematike se v vsakdanjem življenju nenehno srečujemo. Vsak dan je potrebno nekaj izračunati, prešteti, oceniti ... Otrok pokaže zanimanje za vse to že zelo zgodaj. Od vseh nas (učitelji, vzgojitelji in starši) pa je odvisno, kako kvalitetno bo njegovo znanje in spretnosti na omenjenem področju.

Zelo pomembne so pridobljene količinske predstave in izkušnje z različnimi dejavnostmi štetja, ki jih otrok pridobi v prvem razredu in tudi že na predšolski stopnji. Dejavnosti, povezane s štejem, uvrščamo v področje aritmetike, in sicer v oblikovanje pojma števila. Področje vsebuje izvajanje različnih predštevilskih dejavnosti, štetje in oblikovanje številskih in količinskih predstav števil. Če želimo otroku ponuditi čim bolj naravno pot do usvojenega in oblikovanega pojma števila, je treba izhajati iz otroka samega. Zastavimo si vprašanja, kaj otrok že zna in česa je že sposoben. Prav tako moramo biti pozorni na želje otrok in njihove sposobnosti. Pri tem upoštevamo, da otrok, še posebno ob vstopu v šolo, nenehno hrepeni po igri, veselju in sproščenosti. Usvajanje matematičnih pojmov lahko povežemo z igro, pa naj bo to na prostem ali z družabnimi igrami. Tako je razumevanje oz. usvajanje matematičnega sveta otroku lažje, hitrejše in kakovostnejše, znanje pa trajnejše.

Na podlagi raziskav strokovnjakov in analize učnih gradiv, vključene v diplomski nalogi, nagrajeni s Prešernovo nagrado (Flere, 2010), sva ugotovila, da so se oblikovali različni pogledi na oblikovanje pojma število. V nadaljevanju bova opisala te poglede in preko učnih gradiv predstavila njihovo vključenost v izobraževalni sistem. Pri tem bova predstavila tudi praktične primere lastnih didaktičnih iger za lažje in trajnejše usvajanje pojma število, ki so se izkazale za zelo uspešne.

Oblikovanje pojma število

Razvoj štetja pri otroku

Za razvoj pojma števila je pomembno že predštevilsko obdobje. To nam pove, da je pojem število prva otrokova izkušnja z aritmetiko na zanj abstraktnem nivoju. Pri otroku ga začnemo razvijati že v predšolskem obdobju, nadaljuje pa se nato v prvem razredu. Sprva si pomagamo s Piagetovimi dejavnostmi razvrščanja, urejanja in prirejanja (Justin, 1991: v Flere, 2010). Te so del tako imenovanega predštevilskega obdobja (Hodnik Čadež, 2002). Nato pa otrok na podlagi omenjenih dejavnosti usvoji pojem števila, ki sodi v najvišjo stopnjo razvoja.

Za razumevanje pojma števila Piaget (Labinowicz, 1989) in Justin (1991) poudarjata tako imenovane predštevne dejavnosti, ne pripisujeta pa vidnejšega pomena dejavnostim štetja. Za predstavnike novih pogledov na razvoj pojma števila in današnje strokovnjake pa je eden izmed pomembnih dejavnikov prav štetje (Ferbar, 1990; Gelman in Gallistel, 1978: v Manfreda Kolar, 2006; Kavkler, 2004).

Različni pogledi na oblikovanje pojma število

Znan švicarski psiholog Piaget, ki je preučeval otrokov razvoj od rojstva dalje, je pri usvajanju pojma števila izhajal predvsem iz predštevilskih dejavnosti, s katerimi naj bi otrok gradil logične misli. Z njimi Piaget pogojuje otrokovo razumevanje pojma število (Labinowicz, 1989). Logične misli je preverjal z nalogami, kot so razredna inkluzija, seriacija, vzporejanje in konzervacija števila.

Otrok usvoji razredno inkluzijo takrat, ko pri štetju miselno postavlja predmete v nizu. Štetje tako postane poimenovanje zaporednih nizov (inkluzija števila). Npr. 6 ni več le ime, ampak predstavlja odnos, ki vsebuje ena, dva, tri, štiri, pet in šest. Šest je več kot pet, kar je več kot štiri … Otrok spozna, da je ena skupina istočasno del druge, četudi se po fizični podobi lahko razlikujejo (Labinowicz, 1989).

Ko otrok razume pojem urejanja na podlagi konkretnih izkušenj, začne dojemati tudi urejanje abstraktnih števil. Spozna, da je vsak člen v štetem nizu večji od predhodnega in manjši od naslednjega (Labinowicz, 1989). Takrat rečemo, da je usvojil seriacijo ali urejanje po vrstnem redu.

Najbolj enostaven in direkten način primerjanja enakosti dveh nizov predmetov ena proti ena je vzporejanje. Otrok mora vrsti enih predmetov dodati enako število drugih predmetov. Otrok ima pred sedmim letom starosti pri tem težave, saj se osredotoči le na začetek in konec vrste. Otrok primerja obe vrsti brez štetja. Pravo štetje namreč vsebuje poleg naštevanja imen tudi vzporejanje imen števil s predmeti. Piaget pravi, da je to abstraktnejši primer vzporejanja ena proti ena. Aktivnost ena proti ena prispeva predvsem k otrokovemu razumevanju množenja kot ujemanja med nizi (Labinowicz, 1989).

Konzervacijo števila smo uporabili tudi pri svoji raziskavi ugotavljanja razumevanja le-te. Preizkus konzervacije števila poteka v treh korakih (Labinowicz, 1989):

1. Pred otroka postavimo dve vrsti predmetov. Predmeti ene vrste se morajo od predmetov druge vrste ločevati po vsaj eni lastnosti:

O O O O O O

J J J J J J

Otroku postavimo vprašanje: »Ali je v obeh vrstah enako število predmetov? Če je odgovor pravilen, potem nadaljujemo. Vprašamo ga, koliko predmetov je v posameznih vrstah?

2. Otroka opozorimo: »Glej, kaj bom sedaj naredila.« Eno vrsto pred njegovimi očmi raztegnemo tako, da se vrsti po dolžini ne ujemata več.

O O O O O O

J J J J J J

Ponovno vprašamo: »Ali je v obeh vrstah enako število predmetov?« Če otrok trdi, da je v obeh vrstah enako število predmetov, potem je otrok konzerviral pojem števila, sicer pa ne.

Piaget na osnovi dobljenih rezultatov trdi, da se otrok pred sedmim letom še ni sposoben osredotočiti na spremembe oz. preurejanje, temveč samo na končno stanje (da sta dolžini vrst v drugem delu preizkusa različni), in ne razume, da lahko določene postopke vrnemo v njihovo prvotno stanje. Otrok prav tako še ne razume, da sprememba dolžine vrste ne spremeni števila (Manfreda Kolar, 2006). Zato Piaget trdi, da otroci do sedmega leta starosti odgovorijo, da je več predmetov v tisti vrsti, ki je daljša.

Piagetov pojem števila torej vključuje razumevanje pojma konzervacije ter ostalih nalog za izgrajevanje logičnih misli. Štetju ne pripisuje velikega pomena, temveč ga opredeli kot proces, ki ga otrok z razumom začne izvajati šele ob zgrajenih logičnih mislih.

Strokovnjaki novejših raziskav (Gelman in Gallistel, 1978: v Manfreda Kolar, 2006), pa pri razumevanju pojma števila močno poudarjajo pomen štetja kot dolgotrajnega procesa usvajanja števila. Z različnim oblikami preštevanja otrok postopoma pridobiva količinsko predstavo in s tem znanje o samem pojmu števila. Vse to pripomore k tako imenovanemu »pravemu štetju«, ki ga strokovnjaki pogojujejo z načeli štetja.

Načela štetja (Ferbar, 1990; Gelman in Gallistel, 1978; v Manfreda Kolar, 2006) so: načelo povratno enoličnega prirejanja (tvorba parov), načelo urejenosti, načelo kardinalnosti, načelo abstrakcije, načelo nepomembnosti vrstnega reda.

Načelo povratno enoličnega prirejanja nam pove, da je potrebno vsakemu od preštetih predmetov prirediti natanko eno ime (števnik, številko ...). Pri tem mora otrok ločiti prešteti predmet od še ne preštetega in vsakemu predmetu prirediti drugo ime. Poleg tega mora biti vrstni red imen (števnik, številka ...) urejen. To poudarja načelo urejenosti. Načelo kardinalnosti razlaga, da zadnji števnik oziroma ime, ki ga uporabimo pri preštevanju, opredeli moč množice. Razumevanje le-tega spodbujamo z vprašanjem *Koliko je …?*

Na osnovi raziskave, ki jo je izvedla soavtorica prispevka (Flere, 2010), je bilo ugotovljeno, da otrok lahko že pred sedmim letom starosti konzervira število. Prav vsi otroci, ki še ne konzervirajo števila, pa upoštevajo prva tri načela štetja in se tako s tem vedno bolj približujejo odraslemu štetju.
Tako lahko trdimo, da otrok že na predšolski stopnji izvaja dejavnosti štetja z razumevanjem, saj se že zaveda določenih načel štetja, ki jih izpostavlja R. Gelman.

Torej imamo na eni strani pogled »logične misli«, katerega predstavnik je Piaget. Pri oblikovanju pojma števila izpostavlja pridobivanje logičnih misli. Otrok preko dejavnosti razvrščanja, urejanja in prirejanja usvoji operacije seriacije, inkluzije, vzporejanja in pojem konzervacije, ki so torej pomembni dejavniki za razumevanje pojma števila. Po njegovem mnenju otrok šele po usvojenih logičnih mislih na določeni razvojni stopnji prične izvajati proces štetja z razumevanjem.

Na drugi strani pa predstavniki pogleda »pomen štetja« (Gelman in Gallistel, 1978: v Manfreda Kolar, 2006) v nasprotju s Piagetom (»logične misli«) pri razumevanju pojma števila močno poudarjajo pomen štetja kot dolgotrajnega procesa usvajanja števila. Z različnimi oblikami preštevanja v različnih situacijah štetja otrok postopoma pridobiva količinsko predstavo in s tem znanje o samem pojmu števila. Pri organiziranju izkušenj mora biti torej poskrbljeno, da je otroku omogočeno štetje na različne načine (Hodnik Čadež, 2002; Markovac, 1990):

Naj omenimo le nekaj načinov štetja:

- otrok šteje stvari, ki jih lahko premika;
- otrok šteje stvari, ki se jih lahko dotakne z roko ali z nogo, ne more pa jih premakniti;
- otrok šteje stvari, ki jih vidi, ne more pa se jih dotakniti ali premakniti;
- otrok šteje predmete v gibanju;
- otrok šteje predmete in pojave, ki sledijo drug drugemu. Pri igranju na različne inštrumente otrok šteje število udarcev, zvokov;
- otrok šteje stvari, ki jih ne vidi (npr. otrok prešteje število dreves na svojem vrtu, ko je v razredu).

<u>Analiza učnih gradiv</u>

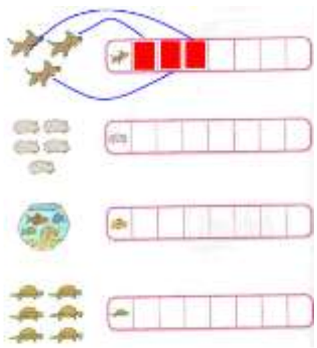
Pri pregledu učnih gradiv sva se opredelila na dve gradivi za 1. razred (Hodnik Čadež in drugi avtorji; Manfreda Kolar in drugi avtorji).

Cilje z omenjenega področja iz učnega načrta za matematiko zasledimo v sklopih logika in jezik, naravna števila in število 0 ter računske operacije. Na podlagi analiz učnih gradiv za osnovno šolo lahko trdimo, da se pri oblikovanju pojma števila pojavljata dva pogleda. Otroke se uvaja v pojem števila preko dejavnosti razvrščanje, urejanje, prirejanje in tudi štetje. V učnih gradivih se otroci najprej spoznajo z dejavnostmi pogleda »logične misli«, tako imenovanimi predštevnimi dejavnostmi (razvrščanje, urejanje in prirejanje). Razlike v pogledih na oblikovanje pojma števila pridejo do izraza predvsem pri uvajanju otrok v števila. Pri pogledu »pomen štetja« so izpostavljene različne dejavnosti preštevanja. Števila se vpeljuje z dejavnostmi štetja. Naloge tipa »pomen štetja« omilijo prehod k simbolnemu zapisu števil. Z vključevanjem simbolnih ponazoritev omogočajo otrokom, da nalogo rešijo s štetjem ali pa si pomagajo s prirejanjem. Učna gradiva z nalogami tipa »pomen štetja« izhajajo iz poznavanja simbolnega zapisa več števil hkrati, seveda skozi dejavnosti štetja. Šele po nalogah številskih in količinskih predstav sledijo naloge uvajanja in utrjevanja samega zapisa števil.

Nekaj primerov nalog učnih gradiv, ki otroke spodbujajo k štetju:

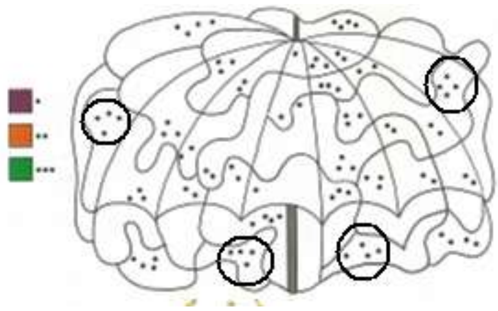
Prva naloga (*Slika 1*) je uvrščena v sklop Logika in jezik z glavnim ciljem - *primerjati moči množice s pomočjo prirejanja in usvojiti pojem več, manj, ali je enako*. Vključuje dejavnosti prirejanja. Učenec najprej vsakemu elementu množice priredi po en simbol ali obratno, hkrati pa simbole tudi šteje.

Tip nalog uvajanja v števila učna gradiva za devetletno osnovno šolo izražajo prednost vse bolj uveljavljenemu pogledu »pomen štetja«. Osnovni cilj teh nalog je namreč utrditev količinskih in številskih predstav več števil hkrati in ne vsakega števila posebej, kot to izpostavlja pogled »logične misli«. Slednji je namreč prevladoval v osemletni osnovni šoli, kjer je otrok pri vsakem številu posebej spoznal najprej njegov simbol in zapis, šele nato so sledile naloge štetja.



Slika 1: Naloga prirejanja z dejavnostjo štetja (Manfreda Kolar, 2010: 22)

Pri drugi nalogi (*Slika 2*) učenec moči množice še ne predstavlja s pomočjo simbolov, ampak z drugimi ponazoritvami (pike, prsti …) in tako ohranja postopen prehod k simbolnemu zapisu števil. Učni cilj je *šteti do 5* pri različnih razporeditvah pik istega števila. Pri tem si pomaga s štetjem.

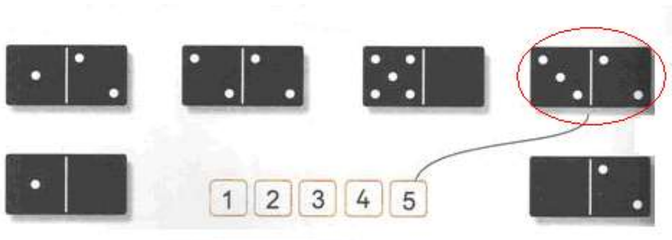


Slika 2: Različne razporeditve ponazoritev enakega števila spodbujajo k štetju (Hodnik Čadež in dr. 2010: 22)

Pri naslednji nalogi (*Slika 3*) je poudarek na učnem cilju *poznavanje simbolnega zapisa več števil hkrati* in *štetje do 5*. Učenec vsakemu številu priredi po en predmet. S preštevanjem simbolnih zapisov števil mora poiskati ustreznega za prešteto število elementov.

Slika 3: Naloga poznavanja simbolnega zapisa več števil hkrati s štetjem (Hodnik Čadež, Knez, 2010: 20)

Zanimiva je tudi naslednja naloga (*Slika 4*). Iz nje lahko razberemo, da gre poleg zgoraj omenjenih ciljev tudi za računsko operacijo seštevanja, ki se jo otrok še ne zaveda.

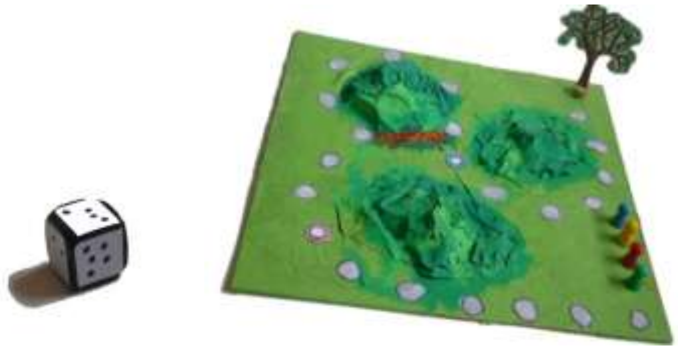


Slika 4: Naloga utrjevanja številskih predstav števil do 5 (Hodnik Čadež, Knez, 2010, str. 18)

<u>Lastne didaktične igre</u>

Tako kot pri vsakem uvajanju nove snovi je tudi pri pojmu številu tako, da je potrebno izhajati iz konkretnih izkušenj, ki jih bo otrok pridobil. Najučinkovitejša metoda je didaktična igra. To je vsaka igra, ki ima v ozadju kakršen koli didaktični cilj. Učenje s tovrstno igro je hitrejše in učinkovitejše, pridobljeno znanje na tak način pa trajnejše in kakovostnejše. V ta namen je soavtorica prispevka izdelala nekaj lastnih učnih pripomočkov, ki spodbujajo usvajanje pojma število. Izhajala je iz pogleda »pomen štetja«.

Igre s kocko: vključili smo družabne igre z eno ali z dvema igralnima kockama. Igralna kocka ima lahko standardno razporeditev pik ali pa nestandardno, s katero spodbujamo štetje.



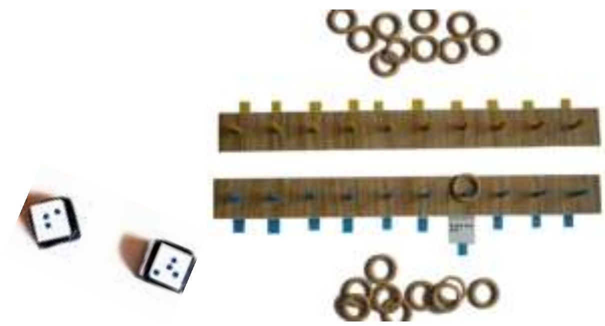
Slika 5: Igra Po kamnih do zlate jablane

Z igro želimo otroka spodbujati k štetju. Otrok namreč vržene pike na igralni kocki prešteje, ker niso postavljene v klasični razporeditvi. Pri tem si lahko pomaga z glasnim preštevanjem pik ali z dotikanjem le-teh. Izbira strategije štetja je odvisna od njihovih dosedanjih izkušenj s štetjem.

Slika 6: Igra Tortice

Igra spodbuja k preštevanju predmetov in pik na igralni kocki. Otrok zaradi nestandardne razporeditve pik na igralni kocki prešteje vrženo število le-teh. Poleg tega pa si s štetjem pomaga tudi pri ugotavljanju enakosti med množico predmetov na posameznih kosih (torticah) in vrženim številom pik. S prilepljenimi predmeti na torticah želimo pri otroku še dodatno razvijati količinsko predstavo števil. Otrok elemente lahko prešteje s pogledom ali z dotikanjem.

Pri igri lahko uvedemo met z dvema igralnima kockama. Z njimi skušamo otroka navajati na računsko operacijo seštevanja.



Slika 7: Igra Natikaj

Pri tej igri učenec šteje do 10 in prepozna moč množice preko simbolnih znakov. Z uvedbo dveh igralnih kock želimo spodbujati operacijo seštevanje zgolj na intuitivni ravni, torej s štetjem. Otrok na vprašanje, koliko je vseh pik na dveh igralnih kockah, enostavno sešteje dve količini, a se te operacije po navadi ne zaveda. Poleg pik otrok šteje še paličice, ki so postavljene v ravno vrsto.

Slika 8: Igra Tulci

Z igro želimo otroka spodbujati k razvijanju kvantitativnih predstav in pojmov. Zato otrok šteje nestandardne razporeditve pik na igralnih kockah bodisi od 1 do 3 bodisi od 1 do 5. Z uvedbo dveh igralnih kock želimo spodbujati operacijo seštevanje preko štetja.

Igra dopušča tudi uvedbo dveh igralnih kock, pri čemer ima kocka standardno postavitev pik. S tem želimo pri otroku spodbujati zmožnost štetja od določenega števila dalje. Otrok namreč na kocki s klasično postavitvijo pik že s pogledom ugotovi njihovo število. Na kocki z nestandardno razporeditvijo pik pa je primoran v štetje. Tako otrok lahko šteje tudi od števila standardne razporeditve pik dalje.

Prav tako pa z uporabo konkretnih predmetov (okraskov) pri otroku spodbujamo strategijo štetja predmetov, ki se jih lahko premika. Glede na vrženo skupno število pik dveh kock vsaki piki priredi po en okrasek za tulec in jih šteje. Otrok lahko okraske med štetjem prelaga iz škatle na kupček ali iz škatle pritrjuje direktno na tulec ali pa jih na kakšen drug način zlaga.

Slika 9: Igra Vrtiljak

Z igro želimo pri otroku spodbujati štetje oziroma zmožnost štetja v različnih situacijah. Otrok, ki meče kocko, najprej prešteje pike na igralni kocki, ki so nestandardno razporejene po posameznih ploskvah, nato vsi igralci v mislih preštevajo število pik, ki jih eden izmed njih ponazarja na določen način (ploska, hopsa …). Igro lahko uporabimo za medpredmetne povezave (glasbena, športna, likovna vzgoja …).

Z igro razvijajo zmožnost sledenja zaporednim pojavom, ki so lahko:

- gibalni pojavi (primeri iz igre Vrtiljak: počep, poskok, predklon, poskok na eni nogi),

- slušni pojavi (primeri iz igre Vrtiljak: oponašanje oglašanja psa, mačke, ptiča; udarci na triangel, boben, po kolenih; plosk).

Igra s kartami: karte so izdelane tako, da je količina prikazana z nestandardno razporeditvijo predmetov v množici.

Slika 10: Igra Daj več

Otrok moč množice predmetov ugotavlja z dejavnostjo štetja. Z njo si pomaga pri primerjanju samih množic predmetov. Pri štetju sličic na kartah še posebej spodbujamo strategijo štetja predmetov z dotikom, saj predmetov ne more fizično premikati ali kako drugače zlagati. Predmete na kartah lahko le gleda ali se jih dotika in si tako pomaga pri samem štetju.

Poleg štetja želimo s predstavljeno igro utrjevati matematične izraze večji, manjši, je enako ter razvijati logično sklepanje. Otrok sprva izloča karte naključno, vendar s ponovitvami igre in s spodbujanjem učitelja igra postane bolj sistematična.

Zaključek

Če analize učnih gradiv za osnovno šolo povežemo s predstavljenimi teoretičnimi pogledi na oblikovanje pojma števila, to pomeni, da se otroka uvaja v pojem število s predštevilskimi dejavnostmi (tj. prirejanje, razvrščanje in urejanje), ki jih navaja in opisuje že Piaget.
Vendar pa novejši pogled, t.i. pogled »pomen štetja«, ki je na področju oblikovanja pojma števila vedno pogosteje zastopan v matematičnih učnih gradivih, sprva predpostavlja predštevilske dejavnosti. Vse nadaljnje oblikovanje pojma števila pa izpeljuje preko dejavnosti štetja.
V prispevku so torej omenjene različne dejavnosti usvajanja pojma števila, izpostavljava pa štetje kot izhodišče za učenje aritmetike oz. oblikovanje matematičnih pojmov. Meniva namreč, da je zaradi vedno večjega pomena štetja (tj. pogled »pomen štetja«) pri otroku potrebno razvijati dejavnosti štetja in gak temu spodbujati, pri tem pa gavestno opominjati na upoštevanje načel štetja in s tem usmerjati v odraslo štetje. Zato sva se osredotočila na didaktične igre, ki spodbujajo predvsem k štetju. Učenci so jih z zanimanjem sprejeli, saj so bile drugačne od tistih, ki so jih navajeni. Z njimi so se z veseljem igrali. Ker pa je igra odlična motivacija, so se igre izkazale tudi kot zelo učinkovit učni pripomoček.
Nestandardna postavitev pik ali predmetov otroka prisili v štetje. Pri tem si pomaga z različnimi strategijami: dotikanje pik ali predmetov, glasno štetje. Ker ob taki igri štetje poteka po navadi na glas, štejejo prav vsi igralci in hkrati drug drugega preverjajo. Medtem ko pri igri s standardno postavitvijo pik otrok že na pamet ve, katero število pik je vrgel. Tako le-te otrok ne spodbujajo k štetju.

Igra, ki v celoti spodbuja k štetju in so jo otroci tudi najbolje sprejeli, je zagotovo Vrtiljak. Otrok, ki je bil na vrsti, je najprej preštel pike na igralni kocki, nato pa sproti štel gibe telesa ali zvoke, ki jih je moral izvesti. Ostali igralci pa so morali le-te zelo pozorno opazovati in jih preštevati. Zanimivo jih je bilo opazovati pri izbiri strategije štetja. Večina jih je štela po tihem, pri tem pa izgovarjala števnike. Nekateri so si pri štetju pomagali tudi tako, da so število gibov sproti nakazovali s prsti.
Ob opazovanju radovednih otrok, ki se igrajo, pa hkrati učijo, z učnimi pripomočki, ki jih je izdelal sam, človek dobi dodatno motivacijo, voljo in zagon, da bi jih izdelal še več. Ker pa se v zadnjih letih večina sodobnega učnega gradiva izdeluje kot IKT e-gradivo, bova tudi avtorja prispevka več delala na tem področju. Vendar pa učenci, predvsem v prvi triadi, potrebujejo konkretne predmete, igre, ki jih lahko zaznajo z različnimi čuti, zato bova zagotovo izdelala še tudi kaj takega. Pri tem bi izpostavila tudi to, da ni vsak kupljen didaktični pripomoček dober, temveč lahko odlične izdelamo tudi sami. Pomembna je le njihova učinkovitost.
Vseeno pa izgradnja pojma število s štetjem ne more biti alternativa zapletenim procesom količinskih predstav, temveč le dodatek oz. bogatitev teh procesov.

Viri

1. Ferbar, J. (1990): Štetje. Pedagoška obzorja, Novo mesto.
2. Flere, S. (2010): Različni pogledi na oblikovanje pojma števila pri otroku. Diplomsko delo. Pedagoška fakulteta, Ljubljana.
3. Hodnik Čadež, T. (2002): Cicibanova matematika: priročnik za vzgojitelje. Državna založba Slovenije, Ljubljana.
4. Hodnik Čadež, T., Knez, S. (2010): Mlinček: Vadnica za matematiko za 1. razred osnovne šole. Modrijan, Ljubljana.
5. Justin, M. (1991): Razvijanje matematičnih predstav in pojmov pri predšolskem otroku. Pedagoška obzorja, Vol. 18, No. 6, str. 13–22.
6. Kavkler, M., Tancing, S. (2004): Razvoj štetja pri prvošolcih devetletne osnovne šole. Preverjanje in ocenjevanje, Vol. 4., No. 1, str. 131–141.
7. Manfreda Kolar, V. (2006): Razvoj pojma pri predšolskem otroku. Pedagoška fakulteta, Ljubljana.
8. Manfreda Kolar, V., Urbančič Jelovšek, M. (2010): Prva matematika: Učbenik za matematiko v prvem razredu osnovne šole. Mladinska knjiga, Ljubljana.
9. Labinowicz, E. (1989): Izvirni Piaget. Državna založba Slovenije, Ljubljana.

RAZVOJ POJMA ŠTEVIL V 1. RAZREDU OSNOVNE ŠOLE

The Development of Understanding Numbers in Grade 1 of Primary School

Andreja Berlot Koncut, OŠ Frana Erjavca Nova Gorica

abkoncut@gmail.com

Povzetek

Ljudje se pri učenju podobnih vsebin poslužujemo podobnih oblik in metod učenja, čeprav nam niso blizu. V osnovni šoli se največkrat poslužujemo ustaljenih oblik in metod poučevanja, ki pa niso primerne za vse učence. Vedno večje so razlike v sprejemanju znanja med učenci, ki so pravkar stopili v šolo. Veliko je prvošolčkov, ki pridejo v šolo visoko motivirani za učenje in tudi z veliko predznanja, prav toliko pa je tudi tistih, ki še ne zmorejo slediti pouku in mirno sodelovati, njihovo predznanje pa je šibko. Od vseh pa pričakujemo, da bodo usvojili znanje, ki je predpisano v učnem načrtu.

Pri vseh predmetih, tako tudi pri matematiki, je osnovo znanje temelj za nadaljnje delo. Pri matematiki so osnovno znanje števila in odnosi med njimi, nadgradimo pa jih z računskimi operacijami.

V prispevku predstavimo različne oblike in metode, ki smo jih ob pomoči vzgojiteljice vpletli v pouk z mislijo, da so v oddelku šestletniki, ki ne zmorejo sedeti za mizo in mirno slediti pouku, ampak se nemirno presedajo, vstajajo in neprestano klepetajo. Prav v ure matematike sem vpletla gibanje z različnimi materiali in tako aktivno vključila učence v pouk. Ob koncu leta sem lahko z gotovostjo rekla, da so učenci usvojili pojem števil do 20 in odnose med njimi.

Ključne besede: matematika, gibanje, števila, odnosi med števili.

Abstract

When learning similar topics, people use similar learning styles and methods even though they might not suit them best. In primary schools most frequently used teaching styles and methods are those already established and commonly used, which are not the best for all the students, though. The differences in knowledge acquisition of students who have just started to go to school are on the increase. On the one hand there are many grade 1 students who are highly motivated and have a rich prior knowledge, while on the other hand not a few of them neither cannot follow the lessons nor can quietly take part during the studying process, just because of their insufficient prior knowledge. In the end, all pupils ere expected to master the topics according to the Curriculum.

The basic knowledge is a foundation for further work not only in mathematics, but also in all the other school subjects. Speaking about mathematics, numbers and relationships between them is the basic knowledge, upgraded later with the mathematics operations.

In this article I present different learning styles and methods which I have put into practice with the help of a kindergarten nurse, considering that in the class there are many six-year old pupils who cannot seat still at their desk and quietly learn for longer period of time during the lesson. Instead of doing this, they restlessly move, stand up and chat all the time. This is why I have introduced movements, physical activities with different materials at mathematics, thus actively involved all the students into the learning process. At the end of the school year, I can say with absolute certainty, that the pupils have learnt the concept of numbers and their relationships up to 20.

Key words: mathematics, movement, numbers and their relationships.

Uvod

Dr. Marija Kavklar je v svojem prispevku Specifične učne težave (Magajna in ostali, 2007: 78 – 112) zapisala, da je računska pismenost opredeljena kot znanje in spretnosti, ki so potrebni za reševanje računskih nalog, ali sposobnost opravljanja različnih operacij, ki jih zahteva vsakdanje življenje. Zajete so vse štiri osnovne računske operacije: seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje, ki se pojavljajo posamezno ali v kombinacijah, s količinami, opredeljenimi v številčni ali besedilni obliki. Če je za bralno pismenost pogoj, da poznamo glasove in črke, ki jih nato povezujemo v besede, povedi, verze, zgodbe in pesmi, je za računsko pismenost pogoj, da poznamo števila in odnose med njimi.
Da je matematična pismenost prav tako pomembna kot bralna pismenost, je primerljiv podatek, da jo imajo učenci na urniku po 4 ali 5 ur tedensko, vključena je v nacionalno preverjanje znanja ob zaključku osnovnošolskega izobraževanja, ob zaključku srednješolskega ali poklicnega šolanja pa učenci iz matematike pišejo maturo ali zaključni izpit. Po večletnih podatkih je matematika najpogosteje negativno ocenjen predmet v OŠ, saj je kar 30 % negativnih ocen prav pri matematiki (prav tam, str. 79).
Prav zaradi omenjenega so avtorji novega učnega načrta za matematiko v uvodu zapisali, da je matematika eden od temeljnih predmetov v šoli (Vir 6), pomembna pa je tudi njena vloga podpore drugim predmetom. Osnovnošolski pouk matematike obravnava temeljne in za vsakogar pomembne matematične pojme na načine, ki so usklajeni z otrokovim kognitivnim razvojem in sposobnostmi (prav tam).
Kot učiteljica sem lažje razumela, da učenec težko procesira črko v glas pri branju in obratno pri pisanju, kot pa dejstvo, da učenec ne poveže števila z njegovim zapisom, ne dopolni preproste številske vrste, ne poveže števila 5 s prsti ene roke. A tako kot je glas pomemben pri govoru in črka pri pisanju, so števila pomembna pri štetju in zapisu računa.
Učenci naj bi v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju gradili konceptualni sistem za reprezentacijo številskih predstav in pojmov ter prepoznavali, opisovali in uporabljali zakonitosti osnovnih računskih operacij. Če si podrobneje ogledamo sklop naravnih števil in števila 0, pa v učnem načrtu preberemo, da učenci:

- štejejo, zapišejo in berejo števila do 20, vključno s številom 0,
- ocenijo število predmetov v množici,
- uredijo po velikosti množico naravnih števil do 20,
- določijo predhodnik in naslednik danega števila,
- prepoznajo, nadaljujejo in oblikujejo zaporedja števil,
- primerjajo števila po velikosti.

Kako učencu približati vse to znanje in dosegati zapisane cilje, je bil zame velik izziv. Predvsem je bil izziv motivirati učence, da izvedejo neko nalogo večkrat, jo utrdijo in usvojijo. Učenec, ki nima težav, ne potrebuje toliko vaj in ponovitev kot učenec s težavami. Prav zato pri svojem delu stremim za tem, da učence z učnimi težavami motiviram za delo, saj je le motivacija tista, ki nas sili v to, da nekaj naredimo.

Utrjevanje pojma števil

Ljudem so bila števila pomembnejša kot pisava, zato so jih iznašli že tisoče let pred pisavo. Še danes je na svetu veliko nepismenih, vendar so se skoraj vsi naučili šteti in računati. Štetje in računanje srečamo na vsakem koraku, zato se tega naučimo spontano. Brez števil ne bi bilo trgovine, zemljemerstva, umetnosti, astronomije. Števila srečamo dobesedno na vsakem koraku, pomislimo le na uro in denar.
Večina učencev ob vpisu v 1. razred pozna števila do deset in jih tudi prešteva. Le malo je tistih, ki se pri tem še motijo. Prve težave pa se pojavijo, ko učence prosimo, naj štejejo nazaj, naj začnejo šteti pri točno določenem številu (5, 6, 7 …), ali v določenem obsegu

(od 3 do 6). Šele takrat opazimo, da je štetje v zaporedju od 1 do 10 avtomatizirano in da učenci pri tem naštevajo števila, ne da bi si število količinsko predstavljali (kot bi pripovedovali pesmico).
Štetje omogoča otroku, da že v zgodnjem otroštvu ugotavlja količine in rešuje enostavne aritmetične probleme, če so naloge ustrezno ponazorjene in povezane z življenjskimi izkušnjami otroka. Otroci potrebujejo veliko vaj različnega štetja z različnimi materiali in dejavnostmi, ki jih organiziramo kot igre. Na ta način jim abstraktni pojem števila približamo in mu damo smisel.
Matematično znanje ni le usvajanje števil in preštevanje, ampak njihova kasnejša uporaba, računanje. Če učenec zaradi takšnih ali drugačnih težav ne uspe usvojiti določenega števila, ga umestiti na številski trak, mu določiti predhodnika in naslednika, večja in manjša števila, lahko pričakujemo velike težave pri računanju. Prav zaradi tega je pomembno, da že v prvem razredu poskrbimo, da učenci čim bolj usvojijo števila in odnose med njimi.
Ker pa so si šestletniki med seboj zelo različni in na različne načine sprejemajo znanje, jim je potrebno ponuditi različne načine in poti. Vedno manj je učencev, ki pridno sedijo v šolski klopi in poslušajo učitelja, ki jim posreduje znanje. Vse več pa je tistih, ki potrebujejo gibanje, konkreten material, ki se ga dotaknejo, pogledajo, postavljajo v različne položaje in odnose. Tu se pokaže učiteljeva domišljija, iznajdljivost in pripravljenost stopiti iz okvirjev tradicionalne šole.
Izsledki študij kažejo, da je učenje z gibanjem uspešnejše od klasičnega, tradicionalnega učenja (Kavčič, 2005). Gibanje je za otroka igra, zabava in če je otroku blizu, je tudi čustveno podkrepljena. Če združimo vse to, dobimo učenca, ki je pozoren, aktiven, pripravljen sodelovati in vključevati vsa senzorna področja, ker pa je vse skupaj še zabavno, je za delo visoko motiviran.

<u>Igre s prsti</u>
Že naši predniki so si znali zelo dobro pomagati pri štetju, zato ne vidim razloga, da si ne bi pomagali tudi mi. Pri nas uporabljamo desetiški sistem, kar lahko povežemo z desetimi prsti rok. Ker so nam prsti vedno na razpolago, je smiselno in tudi v šolski praksi utečeno, da učencem predavamo količinski pomen števila prav s prsti.

- Najenostavnejša igra s prsti je, da vodja, to je lahko učitelj ali eden izmed učencev, pove število, učenci pa pokažejo toliko prstov. Če število govori učenec, tudi preverja pravilno število pokazanih prstov.
- Izpeljanka prejšnje igre bi bila, da učencem pokažemo kartonček s številko, oni pa pokažejo ustrezno število prstov. Kartončke s številkami lahko zamenjamo s kartončki, na katerih so narisani različni predmeti. Preden učenec pokaže prste, mora prešteti število predmetov na kartončku, nato pa število prstov prirediti številu predmetov.
- Učenci so v parih. Prvi ima pri sebi kartončke s številkami, drugi pa kaže število prstov. Igra poteka tako, da učenec pokaže število prstov, drugi pa dvigne kartonček z ustrezno številko. Po določenem času učenca zamenjata vlogi. Kartončke s številkami lahko zamenjamo s kartončki, na katerih so narisani različni predmeti. Preden učenec pokaže prste, mora prešteti število predmetov na kartončku, nato pa število prstov prirediti številu predmetov.

<u>Igre s telesom</u>
Kavčičeva (Kavčič, 2005: 15) povzema po Frostigovi (1989), da gibalna vzgoja koristi šolskemu učenju posredno in neposredno. Gibalna spretnost vpliva posredno na celotno

sposobnost učenja, tako na čutila kot tudi na spomin, zaznavanje, pozornost, orientacijo v prostoru in času, asociativno mišljenje in sposobnost reševanja problemov.

- To igro najlepše igramo v velikem odprtem prostoru, da se učenci lahko prosto gibajo. Ob prostem gibanju igra glasba. Na naš znak glasba utihne, učencem pokažemo kartonček s številom. Učenci prepoznajo število na kartončku in izvršijo nalogo, za katero smo se predhodno dogovorili (naredijo toliko počepov, poskokov, objamejo toliko sošolcev, prijateljev ..., kolikor prikazuje število na kartončku).
- Učenci se prosto gibajo po prostoru, v ozadju igra glasba. Na naš znak glasba utihne, učencem pokažemo kartonček s številom, udarjamo na boben … Učenci prepoznajo število na kartončku, preštejejo udarce na boben … in okamnijo. Kip ima položaj, za katerega smo se predhodno dogovorili: najljubšega števila, najmanj ljubega števila, manjšega števila od 5, večjega števila od 3 …
- Pantomima. Izbranec mora ostalim udeležencem brez uporabe govora samo z uporabo telesa in kretnjami pokazati neko število. Kdor ugane, kaj prikazuje, nadaljuje igro. Pri mlajših učencih lahko dovolimo, da si pomagajo s poskoki, ploskanjem … Nato pa jim naloge otežujemo. Ostali morajo ugotoviti število, ki ga izbrani učenec predstavlja. Kdor prvi ugane, kaj prikazuje, nadaljuje igro.

Igre z baloni

Učenci pri svojih igrah zelo radi uporabljajo žoge, a so te za igre v razredu neprimerne, zato si lahko pomagamo z baloni. Ti so pisani, lahki, mimogrede jih najmanjša sapica odpihne iz smeri, v katero smo ga namenili, ne poškodujejo nikogar in ničesar … Pri opisanih igrah uporabimo toliko balonov, kolikor je otrok. Če imamo v skupini več otrok, kolikor je število, ki ga utrjujemo, pustimo nekaj balonov brez števila. Na balone napišemo števila.

- Učenci vržejo balone v zrak in pri tem pazijo, da ne padejo na tla. Ko da vodja znak, vsak ujame en balon in vodja da navodilo: postavite se v pravilno številsko vrsto tako, da bo prvi, kdor ima balon s številom 1, kdor ima na balonu število 2 bo drugi … Učenci z baloni brez števila preverijo, ali je številska vrsta pravilno sestavljena (glej Sliko1). Nalogo lahko izpeljemo tudi tako, da učenci sestavijo številsko vrsto začenši z največjim številom, točno določenim številom npr. 14 v naraščajoči vrsti (14, 15, 16, 17, 18, 19, 20) ali v padajoči vrsti (14, 13, 12, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1) …

Slika 1: Številska vrsta

- Učenci vržejo balone v zrak in pri tem pazijo, da ne padejo na tla. Ko da vodja znak, vsak ujame en balon in vodja da navodilo: naprej naj stopijo učenci, ki imajo balon s številkami npr. 5, 9, 11, 16, 20. Vajo večkrat ponovimo tako, da pred skupino kličemo različna števila.

  Poklicano število lahko izvede zanimivo nalogo, npr. v sosednjem razredu zapoje pesmico, naredi tri poskoke, na tablo nariše rožo …

  Če želimo nalogo nadgraditi, pokličemo pred skupino učence z baloni, ki imajo številke napisane samo z ravnimi črtami, krivimi črtami, imajo napisano številko 2 (baloni 2, 12 in 20), ali številko 6 (balona 6 in 16) …

<u>Hoja po stopnicah</u>

Metoda realistične matematike (Prosen Zupančič, 2006: 9) govori o tem, da razvoj formalnega znanja temelji na otrokovih neformalnih strategijah; pomembna je povezava aritmetičnih problemov z realnimi situacijami, povzetimi iz otrokovega vsakdanjika. Po tej metodi naj bi učni proces prehajal iz opornega materiala preko konkretnega in grafičnega do abstraktnega. Veliko naših učbenikov in delovnih zvezkov ima naloge, ki prikazujejo otroke, ki hodijo po stopnicah gor in dol. Naloge naj bi prikazovale naraščajočo in padajočo številsko vrsto. Le malo učiteljev pa odpelje učence na šolsko stopnišče, kjer skupaj hodijo po stopnicah navzgor in štejejo po eno število naprej, pri hoji navzdol pa po eno število nazaj.

- Z učenci stojimo ob vznožju stopnic. Ko stopimo na prvo stopnico, štejemo 1, ko stopimo na drugo, štejemo 2 … Po nekajkratni vaji učenci hodijo po stopnicah, se na naš znak ustavijo in povedo, na kateri stopnici stojijo. Če imajo učenci težave, jim lahko ob robu stopnic napišemo številke.
- Učenci hodijo po stopnicah navzdol in se na naš znak ustavijo ter povedo, na kateri stopnici stojijo. Če imajo učenci težave, jim lahko ob robu stopnic napišemo številke.
- Vajo lahko nadgradimo tako, da učence prosimo, naj stopijo na peto, sedmo, osmo … stopnico. Da bo vaja zanimivejša, lahko učence pošiljamo na želeno stopnico z vrha ali vznožja stopnic.
- Učenci stojijo ob vznožju stopnic in ob hoji glasno povedo le številko stopnice, na katero stopijo z desno nogo (pogoj za izvedbo te vaje je, da začnejo vsi učenci hoditi z npr. desno nogo). Učenci bodo ob hoji šteli: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19. Vajo ponovimo tako, da štejemo leve korake in dobimo: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.
- Če želimo nalogo nadgraditi, lahko štejemo tudi pri sestopanju: 20, 18, 16, 14, 12, 10, 8, 6, 4, 2 oz. 19, 17, 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1. Tudi pri tej nalogi lahko za podporo namestimo ob robu stopnic kartončke s številkami.

Utrjevanje odnosov med števili

Pri matematiki in nasploh v življenju s števili ne samo preštevamo člane neke množice, ampak jih neprestano primerjamo in razvrščamo. Prav zaradi tega si mora učenec že v prvem razredu razviti sposobnost natančnega matematičnega izražanja, pridobiti mora smisel za red, preglednost in natančnost pri delu. Pridobiti mora sposobnosti ocenjevanja, primerjanja in prostorske predstavljivosti. Vse te vrline pripomorejo k hitrejšemu in lažjemu usvajanju računskih operacij, večjih številskih vrednosti, soočanju z različnimi matematičnimi problemi in reševanju le-teh.

Pomembna dejavnost, ki jo učenci ob vstopu v šolo dobro poznajo, je prirejanje. Večina otrok nima težav s prirejanjem odnosov med predmeti: večje – manjše, daljše – krajše, težje – lažje … Pri prirejanju elementov v množici pa se pojavi kar nekaj težav. Učenci, ki nimajo dobro usvojenih številskih predstav, se srečujejo s težavami, ko postavimo pred njih kartončka s številkami in jih prosimo, naj dvignejo kartonček, na katerem je napisana večja številka. V primeru, da je ena izmed številk na kartončku napisana z drugačno (npr. večjo) pisavo, bo učenec, ki nima usvojenih številskih predstav, dvignil ta kartonček, ker bo primerjal obliko zapisanih številk in ne vrednost zapisa.
Da bi učencem približali prirejanje in odnose med števili, jim te odnose predstavimo preko igre in gibanja. Kot sem že zapisala, je zelo veliko učencev v naših šolah kinestetičnega tipa, zato zelo težko sprejemajo učno snov vizualno in avditivno, naše šole pa so naravnane prav v to smer. Če vaje usvajanja, utrjevanja ali preverjanja znanja prilagodimo tako, da so jim blizu, na igriv in sproščen način, bodo rezultati bistveno boljši.

<u>Igre s prsti</u>
Pri utrjevanju odnosov med števili smo pri igrah s prsti omejeni. Pri utrjevanju števila do 10 lahko igra en sam učenec, saj imamo deset prstov na obeh rokah, pri utrjevanju števil do 20 se igro igramo v paru, dva učenca imata skupaj dvajset prstov.

- Učenci so v parih. Prvi s prsti pokaže npr. število 4 in napove pravilo več, kar pomeni, da mora drugi učenec pokazati večje število od 4. Če drugi učenec pokaže pravilno število prstov, vlogi zamenjata. Pri igri se uporabljajo vsi trije izrazi za odnose med števili: več, manj in enako.

  Ko utrjujemo števila do 20, igro igrajo v trojicah, en učenec pokaže ali pove število, druga dva pa se skupaj dogovorita in pokažeta zahtevano število prstov.
- Na podoben način lahko iščemo predhodnika in naslednika danega števila. V tem primeru učenec, ki pokaže število, napove, katero število mu mora sošolec pokazati: predhodnika, naslednika ali enako število.

  Če utrjujemo predhodnika in naslednika števila do 20, igrajo igro trije učenci. En učenec pove število in napove predhodnika in naslednika, druga dva učenca pa se dogovorita, kako bosta iskano število prikazala.
- Učenec za hrbtom pokaže npr. število 8.
  - Drugi učenec skuša s pomočjo vprašanj ugotoviti skrito število: Je število manjše od 5?
  - Prvi učenec: Ne.
  - Drugi učenec: Ali je število večje od 5?
  - Prvi učenec: Da.
  - Drugi učenec: Ali je število manjše od 10?
  - Prvi učenec: Da.
  - Drugi učenec: Ali je število večje od 7?
  - Prvi učenec: Da.
  - Drugi učenec: Je število 8?
  - Prvi učenec: Da.

  Po končani igri vlogi zamenjata.

<u>Igre s telesom</u>

- Učenci se prosto gibajo po prostoru, v ozadju igra glasba. Na naš znak glasba utihne, učencem pokažemo kartonček s številom, udarjamo na boben … Učenci prepoznajo število na kartončku in se zberejo v skupine, ki so večje, manjše ali enake številu na kartončku, odvisno od predhodnega navodila vodje. Vajo lahko nadgradimo tako, da posamezna skupina pove, za koliko je večja ali manjša od danega števila. Izpeljanka te igre je vaja, pri kateri se učenci družijo v skupine, ki so številčno enake predhodniku ali nasledniku izbranega števila.

- Učenci stojijo poljubno po prostoru. Vodja pove ali pokaže številko na kartončku in učenci naredijo večje, manjše ali enako število počepov, poskokov, predklonov, odvisno od navodila vodje. Vajo ponovimo tako, da naredijo toliko počepov, poskokov …, kot je predhodnik ali naslednik izbranega števila.

Igre z baloni

Omenila sem že, da so baloni kot pripomoček pri pouku zelo uporabni. Ne služijo nam le kot učni pripomoček, saj se lahko po končani uri učenci z njimi igrajo v učilnici.
Ko uro popestrimo z baloni, učenci tega ne sprejemajo kot učenje, ampak kot igro.

- Učenci vržejo balone v zrak in pri tem pazijo, da ne padejo na tla. Ko da vodja znak, vsak ujame en balon. Postavijo se v vrsto, kot je bilo podano navodilo (npr. pred tablo naj pridejo števila, ki so večja od 15, ki so med 7 in 14, ki so manjša od 11 …). Učenci, ki niso stopili v vrsto, preverijo, ali je bila naloga pravilno izvedena (Slika 2).
- Učenci vržejo balone v zrak in pri tem pazijo, da ne padejo na tla. Ko da vodja znak, vsak ujame en balon in da navodilo: pred tablo pride učenec, ki ima balon s številko 10. Ko imenovani učenec pride pred skupino, povabimo še učenca, ki imata balon s številko predhodnika in naslednika števila 10. Vajo večkrat ponovimo, lahko pa jo tudi nadgradimo tako, da namesto predhodnika in naslednika povabimo število, ki je za dva večje, za tri manjše … od danega števila (Slika 3).

Slika 2: Števila, večja od 15

Slika 3: Predhodnik in naslednik števila 10

Kadar preštevamo množico stvari, vrstni red ni pomemben, ko pa karkoli razvrščamo in urejamo, je vrstni red zelo pomemben. Poleg tega, da razvrščamo učence po velikosti in starosti, nam idej v učilnici kmalu zmanjka. Z baloni lahko utrjujemo tudi to.

- Učenci vržejo balone v zrak in pri tem pazijo, da ne padejo na tla. Ko da vodja znak, vsak učenec ujame en balon in vodja da navodilo: postavite se v pravilno številsko vrsto tako, da bo prvi, kdor ima balon s številom 1, drugi, kdor ima na balonu število 2 … Ko učenci postavijo pravilno številsko vrsto (Slika 4), jih prosimo, naj se obrnejo v desno in naredijo kolono (izraz poznajo iz ur športne vzgoje). Učence prosimo, naj dvignejo balon tisti, ki imajo na balonu napisano številko 5. Preštejemo, kateri po vrsti so tisti učenci, in pridemo do zaključka, da so peti po vrsti (ravno toliko imajo napisano na balonu – številko 5). Na podoben način pokličemo in imenujemo še druge vrstilne števnike in se ob tem z učenci pogovorimo (Slika 5).

- Ko učenci utrdijo vrstilne števnike, lahko z baloni izpeljemo različne izpeljanke npr: zavrti naj se tisti, ki stoji pred 10. balonom, počepne naj tisti, ki stoji za 15. balonom, pesem naj zapojeta učenca, ki stojita med 15. in 18. balonom ...

Slika 4: Prvi v koloni

Slika 5: Peti v koloni

<u>Hoja po stopnicah</u>

Učenci vedno težje sedijo v šolskih klopeh in poslušajo frontalno razlago učne snovi, še posebej, če imamo v mislih hiperaktivnega ali nemirnega učenca. Tudi če odmislimo ta dva tipa otrok in se zamislimo nad raziskavami, ki kažejo, da vedno več naših učencev popoldneve presedi pred računalnikom ali televizorjem, je prav, da jim ponudimo čim več gibalnih dejavnosti. Prav korelacija dveh ali več predmetov je rešitev tega. Šolsko stopnišče lahko uporabimo ne samo za utrjevanje snovi iz matematike, ampak tudi pri uri športne vzgoje. Če oboje združimo in povežemo v zanimivo nalogo, bomo učencem ponudili gibanje in utrdili znanje iz matematike.

- Učenci stojijo ob vznožju stopnišča in na naš znak stečejo na stopnico številka 5, 9, 12 … (Slika 6).

  Lahko pa na določeno stopnico napotimo le enega učenca, ostalim pa razdelimo kartončke z navodili npr.

  - Postavi se na stopnico, ki je med stopnico številka 7 in 13. Učenci na 8. sliki so se postavili na stopnice, ki so med 1. in 6. stopnico.
  - Postavi se na stopnico, ki je za 5 višje od izbrane stopnice.
  - Postavi se na stopnico, ki je za 5 nižje od izbrane stopnice.
  - Postavi se na stopnico, ki je višja od izbrane stopnice.
  - Postavi se na stopnico, ki je nižje od izbrane stopnice. Slika številka 7 prikazuje učence, ki so se postavili na stopnice, ki so niže od 6. stopnice.

Slika 6: Število 3

Slika 7: Števila, manjša od 6

- Učenci stojijo ob vznožju stopnišča in na naš znak stečejo na želeno stopnico (peto, sedmo …). Če je učencev preveč in je stopnišče preozko, jih razdelimo v več skupin. Če imamo več skupin, se lahko pogovarjamo še o odnosih med števili, npr. katera skupina je pred (vrstni red) – pod (številska vrsta) in katera za (vrstni red) – nad (številska vrsta) izbrano stopnico. Učencem v pomoč lahko položimo na rob stopnice kartonček s številkami, pri tem moramo biti pozorni, da za številko napišemo piko, če utrjujemo vrstilne števnike.

Slika 8: Števila med 1 in 6

- Izbranega učenca postavimo na 7. stopnico. Prosimo ga, naj stoji tako, da je z obrazom obrnjen proti nam. Ostale učence razdelimo v skupine, ki dobijo vsaka svoje navodilo, npr.:
  - Postavite se na stopnico pred izbranim učencem.
  - Postavite se na stopnico za izbranim učencem.
  - Postavite se tri stopnice pred izbranim učencem.
  - Postavite se pet stopnic za izbranim učencem ...

Zaključek

V pouk matematike uvajam gibalne elemente v vse etape ure (uvod, osrednji del in zaključek). V ure vnašam situacije iz otrokovega vsakdanjega življenja. Veliko smo se pogovarjali, kako bi določen problem rešili, in ob predlaganih rešitvah so učenci pojasnjevali načine in poti do cilja. Spodbujala sem njihovo domišljijo in velikokrat so me presenetili z izjemnimi zaključki. Nikoli jim ni bilo dovolj vaj in tako smo naredili veliko več ponovitev, kot bi jih s klasičnim frontalnim ponavljanjem. Ko v ponavljanje in utrjevanje vključim gibanje, so učenci tudi notranje motivirani za delo in zato nimam težav pri dodatnih ponovitvah. Če v nalogo vpletem še zgodbico o marsovcih, vitezih, palčkih …, ki želijo osvojiti najvišjo stopnico na šolskem stopnišču, so še dodatno motivirani. Na svoji poti morajo rešiti kar nekaj nalog in ugank, ki so napisane na kartončkih in jih rešujejo na stopničkah na poti do vrha. Na cilju ni smela manjkati nagrada. Proti koncu šolskega leta so že sami sestavljali različne naloge in jih potem predstavljali ostalim učencem v razredu, reševali pa smo jih skupaj.

Z uvedbo gibanja v pouk so učenci v razredu postali bolj mirni in pripravljeni sodelovati, tudi ko je pouk potekal frontalno. Predvsem se je povečala pripravljenost za delo pri učencih, ki so bili hiperaktivni in nemirni. Tudi če v pripravo na pouk nisem vključila gibanja in so bili učenci nemirni, sem s petminutnimi gibalnimi prekinitvami dosegla, da so se zopet umirili. Velikokrat je bilo dovolj že, da sem v učilnici nekajkrat udarila na tamburin, učenci so prešteli udarce in naredili npr: toliko počepov ali poskokov, se tolikokrat zavrteli okoli svoje osi, kot je bilo udarcev. Po gibalni aktivnosti so bili zopet pripravljeni na delo.

Tudi učenci, ki so na začetku šolskega leta imeli težave s povezovanjem količine predmetov v množici s številom, ki je tej množici pripadalo, ali z določanjem odnosov med števili, so po nekaj mesecih vaj sodelovali pri pouku kot njihovi sošolci. Z gotovostjo lahko rečem, da so učenci tudi laže usvojili obe osnovni računski operaciji, seštevanje in odštevanje.

Zelo pomembno se mi zdi, da so učenci pri tem postali zelo povezani med sabo. Predvsem pri nalogah, ki so sestavljene skupinsko, se je pokazalo, da so sodelovali kot usklajena ekipa. Povezanost učencev se ni poznala samo pri dejavnostih, vezanih na matematiko, ampak tudi v prostočasnih dejavnostih na šolskem igrišču, v času podaljšanega bivanja in popoldne izven šole.

Viri

1. Kavčič, R. A. (2005): Učenje z gibanjem pri matematiki, Priročnik gibalnih aktivnosti za učenje in poučevanje matematike v 2. razredu devetletke. Bravo, Ljubljana.
2. Kavkler, M. (1991): Brati, pisati, računati. Pomurska založba, Murska Sobota.
3. Magajna, L., Kavkler, M., Čačinovič Vogrinčič, G., Pečjak, S., Bregar Golobič, K. (2008): Koncept dela: učne težave v osnovni šoli. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
4. Prosen Zupančič, H (2005): Kako narediti matematiko bolj enostavno – Uvod v realistične metode in modele v začetnem obdobju učenja matematike. Bilten Bravo, letnik 2, številka 4, str. 9-11.
5. Reid, G., Kavkler, M., Viola, Stephen, G., Košak Babuder, M., Magajna, L. (2007): Učenci s specifičnimi učnimi težavami: skriti primanjkljaji - skriti zakladi. Bravo, Ljubljana.
6. http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (17. 5. 2012)

IZKUSTVENA POT DO OBLIKOVANJA ŠTEVILSKE PREDSTAVE ZA ŠTEVILO IN ZA ZAPIS ŠTEVILKE

An Experiential Way to the Forming of Numerical Perception for Number and Figure Writing

Monika Šuligoj, OŠ Dobrovo, DOBROVO

monikasuligoj@gmail.com

Povzetek
Obravnava števil, oblikovanje številskih predstav in normativni zapis številk je v prvem razredu ena od vsebin pri predmetu matematike. V prispevku je opisan eden od možnih pristopov k obravnavi števila, oblikovanju številskih predstav, v tem primeru števila osem, in vpeljavi normativnega zapisa te številke. Zapis posameznih številk so tista kritična mesta, ki učencem pogosto povzročajo težave. Pojavljajo se pri ohranjanju dogovorjene smeri zapisa in vztrajanju pri potezah, ki potekajo od vrha navzdol in od leve proti desni. Manj težav povzročajo številke, ki so sestavljene iz ravnih potez, več pa tiste, ki imajo katero od ravnih potez v poševni legi, in tiste, ki jih moramo zapisati s črtami, ki potekajo v loku, krivuljah in zankah. Taka je tudi številka osem. Za usvajanje normativnega zapisa je smiselno načrtovati take dejavnosti, ki bodo otroku s težavami pomagale k zapisu do te mere, da ga bo avtomatiziral. V prispevku opisujem niz dejavnosti, ki to omogočajo, hkrati tudi aktivnosti, ki vodijo k oblikovanju pojma za omenjeno število. Dejavnosti so načrtovane in organizirane tako, da učenci doživljajo pojem števila in številke skozi življenjsko izkušnjo in aktivnosti, ki jih notranje motivirajo.

Ključne besede: številka, število, številske predstave, normativni zapis, učne težave.

Abstract
Dealing with numbers, forming of numerical perceptions and the normative figure writing are only some of the topics in mathematics lessons in grade 1. This paper describes one of the possible approaches dealing with a number, in shaping of the concepts of a number, in this case the number eight, and the introduction of the normative writing of this figure. Figure writing represents a critical point and often causes pupils lots of trouble. The problems occur while keeping the agreed direction of writing and persisting to follow the strokes going from the top to the bottom and from the left to the right. Fewer difficulties occur with figures consisting of straight lines and more problematic are the ones with some of the straight but inclined lines and those written with lines formed with arches, curves and loops. The number eight is one of them, that is why certain activities have to be planned when introducing the normative writing of this number, which will help children, who have problems with writing, to automatize it. I also present a series of activities that enable this to happen and activities that help to form the concept of the learnt number. The activities are also planned and organised so that the pupils grasp the concept of number and the numeral through their life experience and activities that motivate them.

Key words: figure, number, numeric perception, normative writing, learning problems.

Uvod

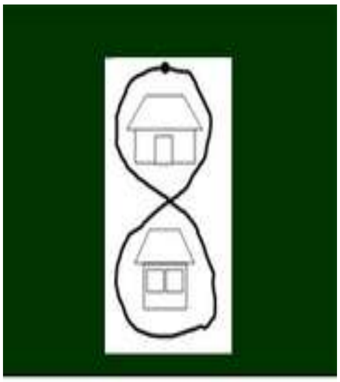
S prispevkom želim poudariti pomembnost premišljenega in načrtnega obravnavanja vsakega posameznega števila v obsegu od nič do deset, v povezavi s tem pa obravnave zapisa števke v normativnem zaporedju potez. Otroci ob vstopu v prvi razred spontano in samoiniciativno zapisujejo številke, a zaporedje potez ni usklajeno z normativnim. Do upodobitve posamezne številke so iz radovednosti in vedoželjnosti prihajali s preslikavo. Ker so te poteze že v večini avtomatizirane, jih je zelo težko preusmeriti in doseči, da bi posameznik števke zapisoval v normativnem zaporedju potez in sledil osnovnim orientacijskim smernicam: od zgoraj navzdol in od leve proti desni.

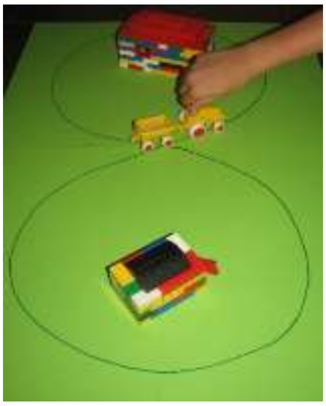
Drug problem pa se kaže v tem, da otroci ob vstopu v prvi razred večinoma nimajo težav s štetjem in štejejo zelo daleč v nizu rastočega zaporedja naravnih števil. To pa še ne pomeni, da imajo oblikovane tudi številske predstave zanje. Pogosto se pokažejo težave, ko mora otrok operirati s števili (primerjanje in opredeljevanje velikostnega odnosa, urejanje števil v rastočem, padajočem zaporedju), ki so večja od pet in manjša od deset. V obsegu do pet otroci večinoma nimajo težav, morda tudi zato, ker jim je do tega obsega ena roka vedno na razpolago pri prikazovanju številčnosti, druga pa za spremljanje štetja s kazanjem. Prav tako zaporedje števil od ena do pet doživljajo podprto z močnim čustvenim nabojem, saj vsako leto na svoji torti prižgejo eno svečko več. Potem pa imajo celo leto mnogo časa, da vsakemu, ki jih vpraša po starosti, lahko to povedo z besedo in še pokažejo s prstki.
Piaget pravi, da je besedno štetje eno izmed prvih otrokovih spoznanj o številu. V nadaljevanju pravi, da se oblikovanje pojma števila začne z logičnim mišljenjem in z ukvarjanjem s predmeti (Labinowicz, 2010: 91).

Zato smo strokovni delavci v prvem obdobju šolanja odgovorni za to, da otrokom organiziramo dejavnosti tako, da bodo aktivni in bodo imeli ponujene čim boljše okoliščine za sprejemanje, urejanje in obdelovanje informacij, vezanih na števila in številke.
Da bi to dosegli v čim večji meri, se moramo zavedati, da imamo ljudje različne stile učenja. To zavedanje lahko koristno vnesemo v načrtovanje obravnave posameznega števila in v povezavi z njim zapisa znaka zanjo. Informacije iz okolja sprejemamo s čutili. Posebno močno so pri tem udeleženi vid, sluh in tip, ni pa zanemarljiv tudi voh in če je možno tudi okus. Vsak od nas ima enega od načinov sprejemanja sporočil iz okolja bolje razvitega. Z načrtovanjem dejavnosti, ki razvijajo vse poti sprejemanja informacij, pa lahko tiste, ki niso dominantne, bolje razvijemo in si s tem izboljšamo pogoje za učenje. To velja tako za otroke kot tudi za odrasle.
Deporter v knjigi Kvantno učenje pravi, da bi lahko bili uspešnejši, če bi znali nadzorovati svoj odziv na določeno situacijo in rešiti težave tako, da bi za splet okoliščin, ki določajo to situacijo, izbrali najboljšo rešitev. Koliko več bi lahko dosegli, če bi v večini primerov "delali pravo stvar" (Deporter, 1996: 122).
Dejavnosti, ki vodijo k oblikovanju številske predstave in usvajanju normativnega zapisa posamezne številke, izpeljemo tako, da vsak otrok lahko maksimalno napreduje s pomočjo svojega dominantnega senzornega področja. Obdelane informacije pa naj ima možnost urediti in preoblikovati v znanje še s podporo drugih senzornih področij.
Pri upoštevanju stila učenja in razmišljanja se je pokazalo, da je bolje, če so učenci prožni pri uporabi različnih poti, s pomočjo katerih pridejo do cilja (Peklaj, 1995: 176).
V podporo pri odločitvah za dejavnosti, ki bodo razvijale oblikovanje številskih predstav, je tudi teorija, ki sta jo v knjigi Umetnost učenja opisala Rose in Cool. Predstavljata sedem inteligenc: jezikovno, matematično-logično, vidno-prostorsko, slušno, medosebno, avto-refleksivno in telesno-gibalno. Pravita, da vsaka od inteligenc predstavlja svoj način preučevanja vsebine in razvija drugačno sposobnost. Upoštevati je potrebno, da je pomembno, kako se lotimo problemov. Zavestno uporabljanje vseh inteligenc oziroma načrtovanje dela tako, da vključujemo dejavnosti, ki omogočajo njihovo aktivno uporabo,

zagotavlja bolj uravnoteženo učenje, spodbuja razmišljanje in širi obzorje (Rose, Cool, 1993: 112).
Pri delu v prvem razredu se opiram na ta izhodišča in obravnavo številke in števila organiziram tako, da jo učenci doživijo z vsemi čutili in aktivirajo vse razpoložljive "lovilce" dražljajev iz okolja. V tem prispevku bom predstavila možen način obravnavanja števila in številke osem.
Zapis te številke je za precej otrok eden izmed težjih, zaradi zahtevnejšega zaporedja potez, ki zahteva tudi dobro orientacijo na ploskvi, ki ji je zapis namenjen.

Obravnava števila osem in normativni zapis številke
Motivacijski del
Motivacija je gonilo aktivnosti, ki je vezana na obravnavo in požene otrokovo dejavnost. Otroka predrami in navduši za vključevanje v tok dogajanja, ki je v šoli vezano na pouk in učenje. Pomembna je za posameznika in za skupino, ki pod vodstvom strokovnega delavca v oddelku usmerja delo in učence vodi k doseganju načrtovanih in z učnim načrtom opredeljenih ciljev.
Pripovedovanje pravljic in zgodb učence vedno pritegne. Za uvodno dejavnost sem izbrala pripoved, ki bo nato učence vodila k oblikovanju številske predstave in usvajanju normativnega zapisa številke. Za obravnavo števila osem sem izbrala pripoved, ki govori o izmišljenem dogodku na kmetiji. Živali želijo zbuditi Tončka, ker ugotovijo, da bi moral v šolo, on pa še vedno spi. V vsebino sem vključila več živali, ki poskušajo z bujenjem zaspanega Tončka. Zaradi obravnave števila osem je nastopilo osem živali: petelin, pes, krava, konj, pujs, ovca, mačka in muha. Vse so se trudile in poskušale zbuditi Tončka s svojim oglašanjem, pa ni šlo. Uspelo je le nadležni muhi.
Pripovedovanje lahko pospremimo z aktivno vključitvijo otrok, ki posnemajo glasove živali in pomagajo pri bujenju. V ta namen jim lahko razdelimo vloge. Še posebno uživajo, če izdelamo pripomočke, ki na preprost način ponazarjajo posamezno žival in si jih otroci nadenejo na glavo. Živali, ki v pripovedi nastopajo, predstavimo s slikovnim gradivom in jih preštejemo. Primer nam ponuja tudi možnost urejanja slikovnega gradiva v zaporedje, ki ga nakazuje zaporedje nastopanja posamezne živali pri poskusu bujenja in opredeljevanje položaja z izjavami je bil/a pred/je bila za. Prav tako lahko izpostavimo kardinalni in ordinalni pomen števila, saj lahko živalim opredelimo vrstni red v tem smislu, da določamo, katera po vrsti je žival poskušala prebuditi Tončka.
Ta del zaključimo s predstavitvijo znaka za število osem, z obliko številke. Na tablo pripnemo sliko hleva, v katerem bivajo nastopajoče živali in sliko hiše, v kateri živi Tonček. Na kmetiji imajo traktor in Tončkov očka se z njim "zapelje" okoli obeh stavb. Igrački traktorju namočimo gume z barvo, tako da sled, ki jo pušča igrača, zariše obliko številke osem, tako kot to prikazujeta Slika 1 in Slika 2.


Slika 1: Situacija na tabli


Slika 2: Otroci delajo poteze

Oblikovanje številske predstave
Štetje v rastočem in padajočem zaporedju

Preštevanje do osem in predstavitev znaka/simbola za števko osem povežemo še z oblikovanjem številske predstave za to število. Iščemo predmete in stvari v našem okolju, ki jih je toliko, da jih lahko preštejemo in štetje končamo s številko osem. Učenci so običajno pri tem zelo aktivni in izvirni in kar tekmujejo med seboj, kdo bo kaj našel. Vsako ugotovitev tudi sproti preverjajo in učenci takoj povedo, če se je kdo pri preštevanju uštel. Na misel jim pridejo gumbi, število deklic/dečkov v oddelku, število stropnih svetilk, oken, polic, razstavljenih likovnih izdelkov na panoju. Najbolj aktivni brskajo po spominu tudi med predmeti, ki jih ne vidimo, jih imajo doma, ali pa so v telovadnici, na parkirišču, v stranišču …

Zelo smiselno je, da načrtujemo tudi dejavnosti, ki ponujajo priložnost, da štejemo v padajočem zaporedju. Lahko si pripravimo posnetke, ki ponujajo tako štetje, kot je na primer vožnja skozi predor, v katerem je osem odstavnih niš, ki so oštevilčene v padajočem zaporedju; odštevalnik pod semaforjem, ki odšteva čas, ki ga imamo na razpolago do tedaj, ko se bo prižgala zelena luč, in uporabimo samo situacijo od osem navzdol; odštevanje časa pred izstrelitvijo rakete, ki se začne z osem. Učence spodbudimo, da tudi oni iščejo primere, ko v življenjski situaciji štejemo v padajočem zaporedju. Žal je teh situacij zelo malo.

Obravnava številke ponuja smiselne medpredmetne povezave. Vsak možen trenutek zaznamo kot izziv in ga uporabimo za preštevanje in štetje. Te priložnosti iščemo pri spoznavanju okolja, športni vzgoji, glasbeni vzgoji. Simpatične so pesmice, ki ponujajo padajoča zaporedja, tako kot je to pesmica o račkah, slonih. Začenjamo lahko z besedilom, ki ponuja osem slončkov, ki se zibajo na gugalnici. Potem pa enega pokliče mama in odide domov. Pesmica se nadaljuje s pozibavanje sedmih slončkov, šestih, petih, štirih, treh, dveh, enega in nazadnje ni na gugalnici nobenega več. Na enak način lahko prepevamo o osmih račkah, ki so šle na sprehod, pa se ena izgubi in jih ostane še sedem. Pesem se izteče, ko se postopoma izgubi po ena račka, dokler se ne izgubi še poslednja.

Za utrjevanje številske predstave si lahko izdelamo ali pa uporabimo kupljene didaktične igre, ki zahtevajo branje številk in štetje. Če igra zahteva uporabo igralne kocke, si jo lahko izdelamo sami. Nanjo na eno od ploskev napišemo številko osem ali pa narišemo osem pik. Kocka je lahko tudi taka, da ima na enem ali dveh poljih zapisano številko osem, na enem ali dveh poljih ima narisane pike v nestandardni postavitvi, druge ploskve na kocki pa so prazne ali pa imajo še kakšne druge simbole, ki pomenijo kaj posebnega: počakaš, dobiš neko dodatno nalogo, moraš nazaj in podobno.

Predstavitev števila na več načinov – skupine

Vsaka izkušnja omogoča otroku, da gradi koncepte s pomočjo aktivnega učenja. V dejavnosti, ki jo organiziramo v skupini, učenci delujejo raziskovalno in povezovalno. Iščejo strategijo za skupno reševanje problema, ki od njih zahteva, da število osem predstavijo na različne načine, tako kot nekaj možnosti prikazuje Slika 3. Pri tem uporabijo link kocke. Vsaka skupina poskuša sestaviti čim več možnih rešitev in vsako od njih pusti sestavljeno na omizju, tako da ima vsak od članov skupine ves čas pregled nad rešitvami, ki so že nastale.

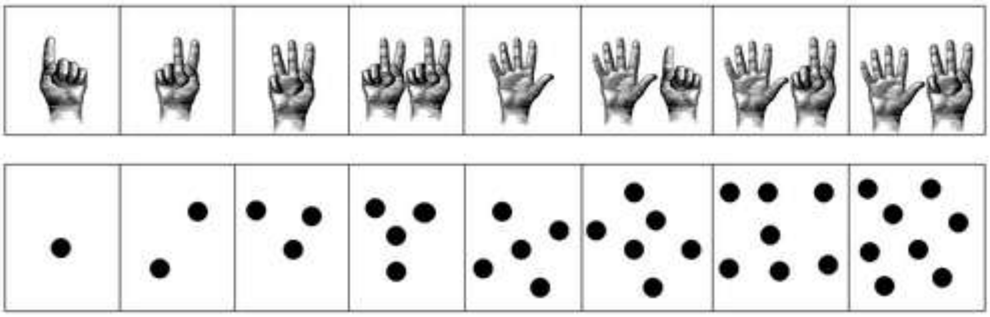
Slika 3: Nekaj možnih primerov postavitve osmih link kock

Učencem omejimo čas, ki ga imajo za to aktivnost na razpolago. Po izteku časa si ogledamo, kaj se je pri posamezni mizi nabralo in koliko idej so utegnili prikazati z link kockami. Iščemo ideje, ki so pri posameznem omizju samo njihove in jih na drugih omizjih nismo videli. Na skupnem omizju predstavimo vse različne dobljene rešitve. Učenci so pri tem zelo kritični in hitro opazijo, če hoče kdo njihovo idejo predstaviti za svojo. Hkrati pa jim ideje, ki jih vidijo pri drugih, porodijo nove zamisli. Dopustiti jim moramo, da jih izživijo.

Urejanje števil po velikosti, raziskovanje odnosov
V nadaljevanju učencem ponudimo škatlice, v katerih so predmeti. Vsak dobi eno. Škatlice so različnih barv, to pa zato, da bomo lahko kasneje oblikovali skupine, v katere se bodo družili učenci s škatlo enake barve. Prešteti morajo elemente v njej in ugotoviti, ali je v njej osem, več kot osem ali manj kot osem predmetov/stvari. Svoje ugotovitve ubesedijo.
Nato delajo v dvojicah in par primerja število elementov, ki jih imata vsak od njiju v svoji škatlici. Velikostni odnos med njunima podatkoma izrazijo s smiselno in matematično pravilno oblikovano izjavo, v kateri uporabita besedne zveze več kot/manj kot.
Oblikujemo še skupine z enakim številom preštetih elementov.
Nato se učenci združijo v skupine tako, da upoštevajo barvo škatlice. Učenci z enako barvo stopijo skupaj. Učitelj pripravi elemente v škatlicah tako, da je možno sestaviti več skupin, v vsaki skupini je osem, lahko tudi manj škatlic, v njih pa različno število elementov (1–8). Ugotovijo, koliko elementov ima vsak, in nato svoje škatle uredijo tako, da upoštevajo številčnost. Sami se odločijo, ali bodo to opravili v padajočem ali v rastočem zaporedju.
Zelo privlačna je tudi dejavnost, ko učencem na hrbet pripnemo/prilepimo list z napisano številko. Če želimo hkrati vključiti v aktivnost celo skupino oddelka, pripravimo številke od 0 do 8 oziroma od 1 do 8, vsak niz v drugi barvi, da bomo na podlagi barv oblikovali skupine. Vsak niz ima lahko vse številke, lahko pa katero od njih izpustimo. Učenci se bodo družili po barvah. Pomagati si bodo morali med sabo, da ugotovijo, katere barve številko imajo na svojem hrbtu in katera številka je to. Nato morajo v skupini številke urediti v rastočem ali v padajoče zaporedju. Tudi pri tem ne bo šlo brez medsebojne pomoči. Če so urejanje opravili v rastočem zaporedju, je lahko njihova naslednja naloga, da ga preuredijo v padajoče.
Pri tej dejavnosti največ težav povzroča komunikacija. Najpogosteje je potrebno poslušati samo enega, da informacijo slišijo vsi in se potem lahko orientirajo, kako bodo nalogo opravili. Običajno se v vsaki skupini najde nekdo, ki ima več organizatorskih sposobnosti. Ta pogosto vzame vajeti v svoje roke in opravi urejanje. Nalogo lahko otežimo in učencem dovolimo le komunikacijo z mimiko in gibi.

Iskanje števila na številskem traku in oblikovanje izjav
Delo lahko organiziramo v dvojicah, v skupinah ali individualno. Na papirnati podlagi pripravimo številski trak, ločeno pa kartončke z napisanimi številkami. Učenci prihajajo po številke in jih umeščajo na številski trak. Številski trak je lahko pripravljen tudi tako, da je na njem nekaj števil že napisanih, vstaviti morajo le še tiste, ki manjkajo.
Navodilo za delo oblikujemo tako, da mora vsak, ki prinese številko na številski trak, svojo odločitev utemeljiti z izjavo: npr.: 4 bom postavil pred 5, ker je 4 za ena manjše od 5; 7 bom postavil za 6, ker je 7 za ena večje od 6; 3 je za ena manjše od 4, zato jo bom postavil pred 4; 2 je za 1 večje od 1, zato jo bom postavil za 1; 8 je za 2 večje od 6, zato jo bom postavil za 6 tako, da bo med njima lahko stala še 7;

Zaznavanje števila in številčnosti kot vsote
Delo organiziramo po skupinah. Vsaka skupina dobi slikovno gradivo na kartončkih. Za eno skupino pripravimo niz sličic, ki nakazujejo 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 elementov (prsti na rokah, pike na kocki, metuljčki …). Dva od možnih primerov prikazuje Slika 5. Za vsako možnost dobi skupina mnogo sličic (najmanj po deset za vsako število), tako da se ne more zgoditi, da bi jim kartončkov zmanjkalo.



Slika 5: niz sličic, ki prikazujejo števila od 1 do 8

Učenci dobijo nalogo, da sestavijo čim več možnosti, v katerih bo skupno število pik osem. Možnosti sproti nakazujejo s postavitvijo kartončkov v niz (npr. 2 + 6).
Učenci se ob tej dejavnosti ne morejo opirati na izkušnjo standardnega prikazovanja posameznega števila s prsti ali pikami. Število običajno pokažejo s prsti na vedno enak način, igralne kocke pa tudi ponujajo postavitev pik na vedno enak način. Število osem lahko prikažejo na različne načine in pri tem postavljajo tudi pokazane prste na različne načine. Prav to, da število lahko s prsti pokažejo na več načinov, spodbudi v njih izziv, ki ga sprejmejo z navdušenjem. Uživajo v iskanju različnih možnosti.

Zaznavanje z vsemi čutili, uporaba vseh vrst inteligenc
Izziv so učencem tudi revije in drugo slikovno gradivo, kjer lahko iščejo informacije, ki so vezane na število in številko osem.
Zanimanje in delovno vnemo ohranjamo na visoki ravni, če organiziramo in vodimo različne dejavnosti. Vključimo lahko tudi gibalne in take, kjer izreko besed – številk podredijo kazanju z roko. Učenci izvajajo dejavnosti z osemkratnimi ponovitvami. Stojimo v krogu in se izštevamo tako, da štejemo od ena do osem. Preštevanje končamo s številom osem in pokažemo osmega, izštetega. Na začetku določimo skupno izhodišče za začetek izštevanja. Izštevamo pa se lahko tudi tako, da štejemo v padajočem zaporedju.
V svoji praksi sem imela tudi primer učenca, ki preštevanja s kazanjem preštevancev ni mogel uskladiti z besednim štetjem. Pri odpravljanju te težave so zelo priročne izštevanke. Ritem izrekanja izštevanke je enakomeren in otrok skozi to dejavnost postopoma uskladi govor in gib.
Učenci imajo te vrste dejavnosti zelo radi, saj vključujejo veliko gibanja. Na svoj račun pridejo tisti, ki imajo dominantno kinestetično področje. Zelo radi igrajo gibalne igre, ki so najlažje izvedljive v telovadnici. Primer take igre je tudi naloga, ki zahteva, da s svojimi telesi oblikujejo podobo številke. V teh primerih moramo delo organizirati tako, da eden od skupine, ki bo številko oblikovala, nadzoruje in usmerja postavljanje ležečih teles. Zanimiva in priljubljena je tudi dejavnost v skupinah, kjer vsaka skupina dobi nalogo da oblikuje eno od številk, drugi pa ugibajo/preberejo, katera številka je to.

Grafomotorika, ki podpira zapis številke
V učilnici namišljeno določimo položaj hleva in položaj hiše, nato pa posnemamo smer vožnje Tončkovega očeta in se gibljemo, hodimo, tečemo, poskakujemo po eni nogi v

smeri, ki jo je Tončkov oče zarisal s traktorjem. Del učencev se giblje v prostoru, v učilnici, del pa te gibe prenese na premikanje igrače – traktorja – na podlagi lista, kartona, lesene ploskve, kjer je postavljena hiša in hlev. Podobno dejavnost lahko organiziramo tudi tako, da učenci z magnetom premikajo igračo na listu. Z magnetom drsijo, ga premikajo pod listom, na listu pa je igrača – vozilo, ki jo magnet privlači. Učenec mora igračo premikati tako, da vleče zankasto linijo in na ta način uri poteze, ki so potrebne za zapis številke. Učenci med dejavnostmi, ki potekajo v učilnici, in med dejavnostmi, ki potekajo na ploskvah listov, krožijo.
Ta dejavnost med učenci zbudi slino zanimanje in navdušenje. Notranje so motivirani in skozi dejavnost, ki jo jemljejo kot igro, sledijo načrtovanemu cilju. Vse podlage in traktorje jim pustimo na poličkah, kjer so vedno dosegljivi. Učenci po njih segajo tudi v prostem času.

Normativni zapis številke
Pri zapisovanju znaka/simbola sledimo osnovnim orientacijskim pravilom. Poteze za zapis številke si sledijo od zgoraj navzdol in od leve proti desni, v dogovorjenem zaporedju potez, ki jih za števke od nič do devet nakazuje Slika 6. Taka je naša osnovna orientacija, ki je vključena tudi v branje in pisanje. Vedno določimo točko začetka. Učenec se s pisalom postavi nanjo, s pogledom "prepotuje" linijo, ki jo mora opraviti in nato vleče potezo v nakazanem zaporedju. Večino števk zapišemo z eno potezo, brez vmesnega ustavljanja (6, 8, 9), nekatere z vmesnim ustavljanjem zaradi spremembe smeri poteze (1, 2, 3), nekaj pa je takih številk, ki jih pišemo z dvema ločenima potezama (4,5,7).

Slika 6: nakazano zaporedje potez za normativni zapis števk
(VIR: M. Cotič, 52 – priloge, učni listi)

Učencem demonstriramo zaporedje potez za zapis številke osem. Označimo točko, kjer s pisanjem začnejo, prav tako pa tudi smer vlečenja potez. Organiziramo pisanje številke na tablo. Spodbujamo pisanje z velikimi potezami. Za to je primerna tudi velika pola papirja in debelejši flomastri ali krede.
Postopno usmerjamo posameznike na pisanje številke na manjše ploskve lista, odvisno od tega, koliko je posameznik suveren in samostojen. V ta namen pripravimo plitve pokrove kartonastih škatel, v katerih je sipek material (zdrob, moka, mivka). Učenci s kazalcem pišejo številko v te materiale. Na drugem delovnem mestu – kotičku - iz mehkega materiala (plastelin) ali iz različnega odpadnega materiala (zamaški, kamenčki, pokrovčki) oblikujejo številko.
Zelo radi učenci delajo tudi s ploščicami ali kartonastimi karticami, v katere reliefno upodobimo številke osem, dodamo pa tudi druge, tiste, ki smo jih že obravnavali. Učenci s tipom in drsenjem po izboklini ali vboklini na spodnji strani kartončka, ki jo oblikuje številka, prepoznajo številko. To lahko naredimo z vrezovanjem ali lepljenjem številke na podlago. Uporabimo lahko hrapav papir ali sipek, droben material, ki ga nanesemo na ploskev in z njim oblikujemo številko. Pri tej dejavnosti učenci kartončke/ploščice obrnejo tako, da se številk ne vidi. Premešajo jih, nato pa s tipanjem iščejo, kje, na kateri ploščici/kartončku je številka osem.

Priljubljena je tudi igra pošta s številkami. Postavijo se v krog in sošolcu, ki stoji pred njimi, na hrbet napišejo številko. Začne učenec, ki ga določimo z izštevanko. Na hrbet sošolca napiše številko. Ta počaka, da je pisanje zaključeno in šele potem lahko začne s pisanjem številke na sošolca pred njim. Pošta prispe, ko se zvrstijo vsi.

Težave, ki se pojavljajo pri pisanju

Ob vsaki novi številki pisanje posameznika spremljam in sledim njegovemu napredku, reagiram na njegove težave. Pogosto opažam, da so posamezni učenci med pisanjem napeti, skrčeni in sklonjeni nad zvezek tako, da so mu preblizu. Pri pisanju dvigajo roko in ne opravijo zapisa z eno potezo, pač pa z več manjšimi. Še težavnejša je za njih naloga, če se list, na katerega pišejo, premika, drsi po ploskvi mize. Pogosto imajo učenci slabo razvito orientacijo na listu. V zapisu so različno velike številke, težave imajo s pisanjem v omejen prostor dveh črt, med zapisanimi številkami so različni presledki, zapisane številke so različno velike, široke, napisane razpotegnjeno ali stisnjeno.
Učencem s takimi težavami je na kožo pisano učenje skozi igro in take naloge, ki so predstavljene kot igra in ne kot naloga, tako da dobi otrok veselje do pisanja. Prav to podpirajo ponujene dejavnosti. Nekateri gredo skozi njih samo enkrat, drugi večkrat, odvisno od posameznika. Prav zaradi občutka igre se učenci k takim dejavnostim vračajo tudi sami od sebe.
Za te otroke organiziram dejavnosti, za katere opazim, da so jim všeč. Vodim in usmerjam ter spodbujam jih toliko časa, da do avtomatizma usvojijo zaporedje potez in številko napišejo v različnih velikostih. Vsak napreduje v svojem tempu.

Piaget pravi: Število je več kot poimenovanje – z njim se povsem strinjam

Piaget pravi, da število izraža odnos, odnosi pa ne obstajajo v resničnih predmetih. Odnosi so abstrakcija, so strukture v zavesti, ki se vsiljujejo stvarem. Razvoj logičnega mišljenja prispeva k učenčevemu razumevanju pojma število. Zato je tudi pot do oblikovanja tega pojma bolj zapletena in pogosto premalo opažena in spremljana. Če pojem števila in številske predstave nista trdno oblikovana, se to ponovno pokaže kot težava takrat, ko začnemo s števili operirati (izražati odnose, jih uporabljati v računskih situacijah). Marsikoga zavede, če otrok besedno tekoče šteje. To ni zagotovilo, da je pojem števila oblikovan. Pravo štetje ni le naštevanje števil, pač pa vzporejanje števil s predmeti. Pojma števila učencem ne moremo posredovati z besedo. Da otrok doseže stopnjo logičnega matematičnega spoznanja, morata biti miselna in fizična dejavnost med sabo močno povezani. Matematika se začenja z ukvarjanjem s predmeti in prav to moramo učencem pri pouku omogočiti. Učenci, ki so deležni takega pristopa pri poučevanju, napredujejo hitreje in lažje premagujejo težave, ki jim s stopnjevanjem zahtevnosti prihajajo nasproti.

Zaključek

V katerikoli starosti lahko ob spodbudnih vplivih iz okolja povečamo svoje umske sposobnosti. Zakaj ne bi tega izkoristili tudi v obdobju šolanja, ko otrok vodeno in usmerjeno vstopa v svet načrtovanega izobraževanja. Možgane moramo neprestano spodbujati k intelektualnim dejavnostim in povezovanju z okoljem ter situacijami, ki nam jih le-to ponuja. To obrodi bogate sadove in pripravi možnosti, da vsak učenec napreduje v svojem tempu, svoj uspeh opazi in se ga veseli.
Zato je moje delo v prvem razredu usmerjeno v iskanje novih in novih smiselnih in zanimivih dejavnosti, ki bi bile v pomoč učencem, predvsem tistim, ki imajo težave. Pomemben je občutek posameznika, da napreduje. To dviga njegovo samopodobo in pripomore k hitrejšemu napredovanju.

Vse to se mi bogato obrestuje, ko vpeljemo računske operacije in operiramo s števili zaradi dodajanja in odvzemanja. Če se takrat učenec seštevanja in odštevanja loteva tako, da mora do vsakega rezultata priti s preštevanjem, potem mu to vzame mnogo preveč časa. Hkrati se vanj naseli občutek, da je pri tem manj uspešen, saj zelo hitro opazi tiste, ki ga v tem prekašajo. Tudi oblikovane številske predstave dajejo to možnost.
Moje delo in načrtovanje aktivnosti za učence pa je vedno bolj usmerjeno tudi v uporabo možnosti, ki nam jih ponuja sodobna tehnologija, računalnik in i-table.

Viri

1. Cotič, M. (2003): Igraje in zares v svet matematičnih čudes. Kako poučevati matematiko v 1. razredu devetletne osnovne šole. DZS, Ljubljana.
2. Deporter, B. (1996): Kvantno učenje: osvobodite genija v sebi. Glotta Nova, Ljubljana.
3. Labinowicz, Ed. (2010): Izvirni Piaget: Mišljenje – učenje – poučevanje. DZS, Ljubljana.
4. Marentič, B., Magajna, L., Peklaj, C. (1995): Izziv raznolikosti: stili spoznavanja, učenja, mišljenja. Educa, Nova Gorica.
5. Rose, C., Cool, L. (1993): Umetnost učenja. Tangram, Ljubljana.
6. Žakelj, A. [et al.]. (2011): Učni načrt. Program osnovne šole. Matematika. MŠŠ, ZRSŠ, Ljubljana.

ZABAVNA POŠTEVANKA

Amusing Multiplication

Jana Cimerman, OŠ Hruševec Šentjur

jana.cimerman@gmail.com

Povzetek

Matematika, eden od temeljnih učnih predmetov v OŠ, obravnava osnovne in za vsakogar pomembne matematične pojme. Ti so usklajeni z otrokovim kognitivnim razvojem, sposobnostmi, osebnostnimi značilnostmi in njegovim življenjskim okoljem.
V 1. triletju je poudarek na razvijanju in usvajanju številskih predstav, ki temeljijo na praktičnih aktivnostih ob uporabi konkretnih materialov, primernih ponazoril in didaktičnih pripomočkov ter sodobnih gradiv.
Osrednja naloga v tretjem razredu je dobro obvladanje poštevanke in deljenja.
Učenje poštevanke je lahko zabavno, sproščujoče in učinkovito, če učitelj zagotovi osnovne pogoje za delo v učilnici, z osebno zavzetostjo prisluhne potrebam učencev ter jim prilagaja poti do znanja in če se zaveda, da pripomore k manjšemu pozabljanju vse, kar se učenci naučijo ob igri.
Do avtomatizacije poštevanke vodi več poti. Predstavila bom pot, ki pelje od igre vlog pri pridobivanju novega znanja do didaktičnih iger pri urjenju znanja.
Eno izmed poti vodijo starši, ki se na tematskem roditeljskem sestanku seznanijo s šolskimi aktivnostmi, spoznajo preproste, ročno izdelane didaktične igre za utrjevanje in urjenje poštevanke ter v delavnici vsaj eno izmed iger izdelajo.

Ključne besede: avtomatizacija, didaktične igre, poštevanka, številske predstave.

Abstract

Mathematics is one of the basic school subjects in the primary school. It deals with basic mathematical concepts that are important for everyone, and which are harmonized with pupils' cognitive development, skills, personal characteristics and living environment.
In the first three grades of primary school, development and assimilation of numeric perceptions, based on practical activities, the use of specific materials, appropriate illustrations, didactic accessories and contemporary materials are emphasized.
The main task in grade 3 is to master multiplication and division. Learning how to multiply can be fun, relaxing and efficient, if teachers assure basic conditions for work in the classroom, if they pay close attention to pupils' needs, if they adjust their teaching methods and if they keep in mind that pupils learn the most, while playing.
There are many ways that lead to automatization of multiplication.
I am going to present a method that leads us from acquireing new knowledge by roll playing to arranging knowledge with didactic games.
One of the ways is performed by parents who at a parental meeting get acquainted with school activities, learn how to make didactic games for practising multiplication and manufacture themselves at least one of the games at the work shop.

Key words: automatization, didactic games, multiplication, numeric perception.

Uvod

Med šolskimi predmeti, s katerimi se spopada naš šolar, ima matematika pomembno mesto.

»Matematika je kraljica vseh znanosti.
Zaljubljena je v resnico, oblečena pa preprosto in jasno.
Dvorec te vladarice obdaja gosto trnje in kdor bi ga rad dosegel, mora skozi goščavo.«
(J. Sniadecki, poljski matematik in filozof, 1756-1830)

Matematika je predmet, ki zahteva poseben pristop. Učitelji pri učencih spodbujamo različne oblike mišljenja, ustvarjalnost, formalna znanja in spretnosti ter jim omogočamo, da si razvijajo delovne navade, vztrajnost, natančnost, iznajdljivost. Učenci postopno spoznavajo, da pravilna rešitev matematičnih nalog ni stvar posebnega daru, temveč plod predhodnega znanja, razmišljanja, dela in motiviranosti.
Govorimo o notranji in zunanji motivaciji. Notranja motivacija se nanaša na učenčevo notranjo željo, interes, radovednost in zavzetost v neki aktivnosti. Nasprotno pa se zunanja motivacija nanaša na situacijo, ko se učenec udejstvuje v aktivnosti zaradi zunanje motivacijske spodbude. Zunanje motiviran otrok deluje zaradi zunanjih posledic, kot so: pohvala, graja, kazen, nagrada, ocena, lahko pa tudi želja, da ustreže staršem ali učiteljici.
Kot učiteljica si pogosto zastavljam vprašanje, na kakšen način poučevati, da bom pri učencih spodbujala in vzdrževala notranjo motivacijo. Najprej moram omogočiti urejen in udoben razred, prijateljsko in sodelovalno vzdušje, nato moram z osebno zavzetostjo prisluhniti potrebam učencev, poznati njihove sposobnosti ter ugotoviti, kateremu čutilu daje posameznik prednost pri sprejemanju novega znanja.
Ločimo različne stile zaznavanja - vidnega, slušnega in gibalnega. Če pri otroku prevladuje vizualni (vidni) stil zaznavanja, si zapomni predvsem slikovne podobe, situacije, ki vsebujejo ilustracije, barvne vsebine. Avditivni (slušni) stil zaznavanja imajo otroci, ki radi prisluhnejo razlagi, glasno ponavljajo učno snov, se učijo ob glasbi. Otroci, ki pripadajo kinestetičnemu (gibalnemu) stilu, dajejo prednost igri, gibanju, premikanju, si pomagajo s prstki …

Pri učenju pa nihče ne sprejema informacij le slušno ali vidno. Vsak ima svojo kombinacijo načinov; vsi pa največ pridobimo, če je v učenje vključenih čim več različnih čutov. Človek si zapomni 90 % tega, kar vidi, sliši, pove in stori (Colin in Goll, 1993).

V razredu je večje število učencev in ker po verjetnosti spadajo v vse tri opisane stile, je pomembno, da v poučevanje vključimo več različnih načinov sprejemanja informacij, kajti le tako si lahko vsak izbere informacijo na svoj način.

Matematične vsebine v 1. triletju

V prvem triletju je poudarek na razvoju številskih predstav, ki temeljijo na praktičnih aktivnostih.
V 1. razredu seštevajo in odštevajo do 20 na konkretni ravni s štetjem oziroma preštevanjem konkretnih predmetov tako dolgo, dokler jih potrebujejo oziroma ne naredijo miselnega preskoka na abstraktno raven (razumejo).
V 2. razredu seštevajo in odštevajo do 100 z didaktičnimi ponazorili (npr. enotskimi kockami, link kockami, denarjem, ponazorili za desetiške enote, pozicijskim računalom, številskim trakom, stotičnim kvadratom ipd.).
V 3. razredu je poleg širitve številskega obsega do 1000 ter seštevanja in odštevanja brez prehoda v njem osrednja naloga dobro obvladanje poštevanke in deljenja.
Standard znanja ob koncu 3. razreda se glasi:

Učenci usvojijo do avtomatizma zmnožke (produkte) v obsegu 10 x 10 (poštevanka)in količnike, ki so vezani na poštevanko (Učni načrt za matematiko, 2011).

Pri množenju in deljenju sta pomembni dve stvari:
a) razumevanje množenja in deljenja ter
b) urjenje poštevanke do največjega avtomatizma.

Zame je pomemben končni cilj, do katerega vodi več poti. Izbiram takšne poti, ki omogočajo raziskovanje in vodijo do znanja, ki je usvojeno z razumevanjem.

Načela, ki jih upoštevam pri avtomatizaciji osnovnih računskih operacij, še posebej pri množenju, so:

- čas učenja (potrebna je vsakodnevna vadba, krajši čas (večkrat po 5 minut),
- kraj učenja (primerno je »priložnostno učenje«, mimogrede, ko se peljemo v šolo, na sprehodu, ko kuhamo, pospravljamo, se igramo - takšno obliko učenja otroci praviloma ne razumejo kot učenje),
- povezava z vsakdanjim življenjem (za otroka je učenje smiselno, če znanje takoj, neposredno uporabi - v trgovini, na igrišču, pri igri, na parkirišču).

Didaktične igre
Za začetek obravnave poštevanke so meni najprimernejše problemske naloge. Postavim nek problem, ki ga otroci rešijo na konkretni ravni. Učenci se reševanja lotijo na različne načine. Njihova razmišljanja in utemeljitve, pa četudi napačne, so zelo dobra iztočnica za kritično mišljenje in sodelovalno učenje. V vsakem primeru učence pripeljem do pravilnega razmišljanja, samo da so za usvajanje znanja notranje motivirani. K temu v veliki meri pripomorejo didaktične igre.

Didaktične igre so posebne igre, ki jih uporabljamo pri pouku in se nekoliko razlikujejo od navadnih, otroških iger. Vsaka otroška igra ima v širšem pomenu sicer vzgojno izobraževalno nalogo, vendar je ta bolj ali manj nehotena in naključna. Pouk pa je premišljen in organiziran vzgojno-izobraževalni proces, tako da se njegove naloge s prosto igro ne bi mogle uresničiti. Zato uporabljamo didaktične igre, ki imajo vlogo uresničevanja vzgoje in izobraževanja pri pouku oziroma so cilji na določen način vgrajeni v igro. Didaktične igre so učinkovit način za izobraževanje, ker vzbujajo pozornost in zanimanje učencev ter jih motivirajo k dejavnostim (Bognar, 1987: 88).

S praktičnega vidika didaktične igre delimo na igre s pravili in ustvarjalne igre, kamor sodijo igre vlog in konstrukcijske igre.

Cilji didaktičnih iger:
-povečati motivacijo učencev,
-popestriti pouk,
-izzvati večjo pozornost in povečati aktivnost vsakega posameznega učenca,
-zagotoviti učinkovito učenje in dolgotrajno pomnjenje dejstev,
-vplivati na občutke samostojnega nadzorovanja,
-navajati učence na uporabo matematike v vsakdanjem življenju,
-uriti spomin,
-naučiti se pravil igre in jih strpno, dosledno ter vztrajno upoštevati,
-razvijati zdravo tekmovalnost.
(Pulko, 1999: Matematika v šoli 7, 42)

Igra vlog
Primer:
Cilj: Učenec zapiše nakazano vsoto enakih seštevancev v obliki nakazanega produkta.
Naslov igre vlog: Prodajamo, kupujemo.
Učna sredstva: predmeti (barvice, zvezki, knjige), denar – kartončki iz matematične mape), trakovi.
Potek igre: V učilnici pripravimo več »stojnic« s prodajalci. Pri prvi trgovec prodaja barvice po 2 €, pri drugi zvezke po 5 €, pri tretji knjige po 10 € … Učence spodbudim, da kupujejo po več enakih predmetov. Trgovec za prodane predmete na trak napiše račun (seštevanja), skupaj s kupcem ga izračunata, izvedeta plačilo in račun pritrdita na tablo.

$$\boxed{5 + 5 + 5 = 15}$$

V nadaljevanju ure skupaj preračunamo račune, nato učence usmerim k iskanju načina, s katerim bi trgovec lahko račun zapisal krajše oz. kako zapisati nakazano vsoto enakih seštevancev v obliki nakazanega produkta.

$$\boxed{5 + 5 + 5 = 3 \cdot 5}$$

Igre s pravili
Trudim se, da urjenje poštevanke poteka na čim bolj pester in zanimiv način. To dosežem z različnimi igrami, ki jih pripravim sama, prilagodim pa jih trenutnim ciljem in učencem. Igre nudijo možnost samostojnega igranja, igre v dvoje ali v skupini ter možnost samokontrole. Postavljena pravila morajo biti kratka, jasna in natančna, sam potek igre pa učencem zabaven in privlačen.

V proces urjenja in avtomatizacije poštevanke vključim tudi starše.
Na tematskem roditeljskem sestanku jih seznanim s pridobivanjem poštevanke v šoli, predstavim jim načela in didaktične igre, potek posameznih iger ter ponudim nekaj nasvetov za delo doma. Izvedo, da igra učence motivira, zbuja večjo pozornost, zagotavlja trajnejše znanje ter krepi odnose med učenci, starši in učitelji.
Ker so igre enostavne, si jih ob koncu sestanka po želji tudi izdelajo.

Igre s pravili, ki so najpogosteje izbrane s strani učencev pred poukom, med poukom, v času dopolnilnega pouka, so:

Sodelovalne karte
Izdelava: Iz kartona oz. tršega papirja izrežemo pravokotnike velikosti 6,5 cm x 9,5 cm. Na eni strani zapišemo račun množenja ali deljenja, na drugo pa računu pripadajoči rezultat. Katere račune napisati na karte? Napišemo račune množenja in deljenja, za katere menimo, da si jih otrok težje zapomni. Kartončke plastificiramo.
Potek igre: Igro lahko igra učenec sam, saj služijo karte za samostojno učenje, lahko pa tudi v paru. Iz skupnega kupa izmenjaje jemljeta karte in sproti povesta rezultate. Rezultate preverita s pomočjo zapisa na drugi strani karte. Pravilni rezultat se nagradi z odloženo karto na mizo, nepravilen rezultat se vrne v nov krog. Zmaga tisti, ki na mizo odloži več kart.

Hišice
Izdelava: Iz barvne valovite lepenke izrežemo trikotnike, iz barvnega kartona pa kvadratke (5 x 5 cm). Trikotniki predstavljajo strehe hiš, nanje napišemo zmnožke ali količnike. Na kvadratke, ki predstavljajo zgradbe hiš, pa napišemo račune množenja ali deljenja.

Potek igre: Učenec izbere račun (npr. kvadrat), nato pa poišče njemu pripadajoči rezultat (trikotnik). Igro lahko igra eden ali več učencev, sestavljene hišice so na vpogled do konca igre. Zmaga tisti, ki pravilno sestavi več hišic s streho.

Slika 1: Sodelovalne karte

Slika 2: Učenec pri sestavljanju hišic

Rožice

Izdelava: Na karton narišemo cvetlico z devetimi cvetnimi listi. V sredini je krog. V vsak cvetni list napišemo eno števko. Na krog pa polagamo manjše krožce s števkami do 10. Števka v krožcu nam pove, katero poštevanko utrjujemo.
Potek igre: Učenec bere račune in jih sproti izračuna, druga oseba ga posluša in kontrolira. Račune množenja lahko tudi zapiše.
Na podoben način učenci sami izdelajo več rožic za deljenje.

Slika 3: Rožica s poštevanko števila 5

Spomin

Izdelava: Iz kartona oz. tršega papirja izrežemo kartončke. Na eni strani zapišemo račun množenja ali deljenja. Na drug kartonček pa zapišemo njegov rezultat. Na hrbtno stran ne pišemo ničesar. Da bodo kartončki trajni, jih plastificiramo.
Potek igre: Kartončke dobro premešamo in jih navzdol obrnjene položimo na mizo. Igra lahko več igralcev tako, da iščejo pare (račun in rezultat). Kdor zbere več pravilnih parov, je zmagovalec.

Slika 4: Pri igri spomin

Evalvacija dela z didaktičnimi igrami
Učenci se radi vključujejo v igre vlog, saj so jim poznane že iz vrtca oz. 1. in 2. razreda. V 3. razredu igro vlog vključim v uvodnem delu učne ure.
Zanimivo je tudi vključevanje učencev v igre s pravili:
-učenci, ki se radi družijo, posegajo po igrah, kjer je lahko več sodelujočih (spomin, karte)
-učenci, ki se držijo zase, sestavljajo hišice ali igrajo karte,
-učenci, ki za zapomnitev poštevanke potrebujejo več časa, izberejo rožice (ob branju računov pridobijo čas za sprotno razmišljanje in reševanje računov množenja), pa tudi karte (ki nudijo pomoč na hrbtni strani),
-učenci, ki poštevanko znajo bolje, radi tekmujejo v igri spomin, v sestavljanju hišic, v igranju kart, izdelujejo nove karte in rožice ter si izmišljajo nova pravila.

Sodelovanje staršev
Starši so pobudo lepo sprejeli in v večini izdelali po dve igri, najbolj uporabne so se jim zdele sodelovalne karte in igra spomin. Otroci so jih s ponosom prinesli pokazat in se pohvalili z druženjem ob njih.

Dobra stran didaktičnih iger:
-aktivnost vseh sodelujočih,
-dobro počutje, sproščenost,
-zdrava tekmovalnost,
-povezanost med učenci ter otroci in starši
-učenci napredujejo v svojem tempu, si razvijajo čut odgovornosti in sposobnost za sodelovanje z vrstniki,
-vedo, da je lahko igra narejena na papirju, kartonu, zato so motiviraniza lastno ustvarjanje novih iger in pravil,
-igro je mogoče dopolnjevati (dodajati nove poštevanke in izločati že usvojene).

Zavedam se, da igra ne sme postati sama sebi namen. Ko mine prvo navdušenje, igro umaknem in jo vrnem, ko si jo ponovno zaželijo.

Zaključek
Usvajanje matematičnega znanja v 1. triletju predstavlja temelj za usvajanje matematičnih znanj v višjih razredih, zato ni naključje, da je matematika v 1. triletju povezana z vsemi ostalimi vzgojno izobraževalnimi predmeti (ŠVZ, GVZ, SLJ, LVZ, SPO). Pri pouku matematike razvijamo pri otroku osnovne matematične pojme, sposobnosti za ustvarjalno delo, različne oblike mišljenja, znanja in spretnosti. Skozi proces spoznavajo praktično uporabnost matematike.

Učenje poštevanke je lahko zabavno, sproščeno, učinkovito, če kot učiteljica izbiram različne poti, ki vodijo k zastavljenemu cilju, da vsak učenec razume in dobro obvlada poštevanko. Zato izbiram tiste, za katere sodim, da so primerne za delo z učenci, ki jih poučujem.

Predstavljene igre imajo značilnosti igre, ki jih imajo otroci radi, zaradi možnosti prilagajanja težavnosti pa jim zagotavljajo uspeh, s tem pa dvigujejo samozaupanje in ljubezen do matematike.

Moja praksa potrjuje, da so didaktične igre primerno sredstvo učenja matematike v 1. triletju OŠ ter da v didaktičnih igrah učenci radi sodelujejo, saj se ne zavedajo, da se ob njih učijo. Pridobivajo ne le znanje, temveč tudi socialne veščine medsebojnega sodelovanja, upoštevanja pravil ter ustreznega odzivanja ob zmagi in porazu.

Izdelava didaktičnih iger predstavlja za učitelja dodatno delo, ki je poplačano v trenutku, ko vidi, da učence navdihuje v tolikšni meri, da se k igram radi vračajo, jih dopolnjujejo, ali pa celo sestavljajo nove igre in nova pravila.

Viri

1. Bognar, L. (1987): Igra pri pouku na začetku šolanja. DZ Slovenije, Ljubljana.
2. Rose, Colin in Goll, L. (1993): Umetnost učenja. Tangram, Ljubljana.
3. Pulko, L. (1999): Uporaba didaktične igre pri pouku matematike, Matematika v šoli 7.
4. Učni načrt za matematiko, (2011), Ministrstvo RS za šolstvo in šport, Ljubljana.
5. Fotografije - osebni arhiv.

REŠEVANJE BESEDILNIH NALOG Z UPORABO BRALNO UČNIH STRATEGIJ

Solving Textual Tasks and Reading Strategies

Suzana Štefanec Kodila, OŠ I Murska Sobota

suzana.kodila@gmail.com

Povzetek

Naša šola je s šolskim letom 2011/2012 pristopila k projektu Opolnomočenje učencev z izboljšanjem bralne pismenosti in dostopa do znanja. V prispevku je predstavljena uporaba bralnih učnih strategij pri reševanju besedilnih nalog.

V tem šolskem letu učim v 2. razredu. Pri matematiki sem namenila pomembno vlogo branju besedilnih nalog po korakih in pogovoru o razumevanju prebranega. Moj prispevek je rezultat praktičnega dela. Prikazala bom postopno reševanje besedilnih nalog. Opažam, da z branjem in načrtno uporabo učnih strategij učenci lažje rešujejo besedilne naloge. Pri tem uporabljajo strategije pred branjem, med branjem in po branju.

Ključne besede: besedilne naloge, prvo triletje, bralne učne strategije.

Abstract

In school year 2011/2012 our school acceded to the project Empowerment of Learners by Improving Reading Literacy and Access to Knowledge. The paper presents the use of reading learning strategies while solving textual tasks at mathematics. This school year I teach grade 2. At mathematics I paid a lot of attention to the importantance of reading textual tasks step by step and discussing their understanding. My contribution is the result of my practical work. I will present gradual solving of textual tasks.

In my work I have noticed that by reading and with systematic use of learning strategies students can solve mathematical problems easier. They use strategies before, during and after reading.

Key words: word problems, early mathematics, reading teaching strategies.

Uvod

Z željo, da bi učencem olajšali proces pomnjenja, ki bi naj bilo učinkovitejše in dolgotrajneje, smo se sistematično lotili uporabe bralnih učnih strategij pri pouku. Učim v 2. razredu, kjer prehajamo iz predbralnega obdobja v obdobje začetnega branja. Nekateri učenci pa dosegajo tudi stopnjo utrjevanja spretnosti branja.

»Branje je zelo pomembno. Vpliva na razvoj otroka, na njegov intelekt, na čustveni, domišljijski in jezikovni razvoj. Z njim se širi besedni zaklad in razgledanost. Znano je, da imajo učenci, ki veliko berejo, tudi boljši učni uspeh.« (Pavlin, 2005: 67). V 2. razredu posvečamo veliko pozornost branju. Pečjakova pravi, da je branje visoko organizirana spretnost in sposobnost, ki vključuje številne dejavnike. Večina avtorjev govori o dveh temeljnih dimenzijah pri bralnem procesu in sicer o dekodiranju in razumevanju, nekateri avtorji pa govorijo o dveh dimenzijah in sicer o učenju branja in o učenju s pomočjo branja (Pečjak, 1999). V obdobju začetnega branja gre za asociativno zvezo črka-glas. Z bralnimi vajami v šoli in v domačem okolju pa učenci urijo bralno spretnost - tehniko branja. Tudi reševanje besedilnih nalog je vezano na spretnost branja. S tem ne mislim samo na obvladanje bralne tehnike, ampak tudi na branje z razumevanjem. Pri branju besedilnih nalog se morajo učenci osredotočiti na vsebino prebranega. Zato sem se odločila, da bom učence skozi celo šolsko leto spodbujala k izboljšanju bralne tehnike in branju z

razumevanjem. Pri matematiki sem si zadala nalogo, da bomo reševali besedilne naloge po zastavljenih korakih.
Pri tem sem učence od začetka navajala na uporabo bralnih učnih strategij:

a) Strategija pred branjem z aktiviranjem predznanja učencev (*pogovor, ocenitev predhodnega znanja).*
b) Strategija med branjem (*označevanje in zapisovanje bistvenih informacij).*
c) Strategija po branju *(odgovarjanje na vprašanje).*

Ker pa učenci različno obvladajo tehniko branja in pri nekaterih še ni prisotno branje z razumevanjem, morajo biti besedilne naloge prilagojene njihovim sposobnostim in spretnostim reševanja (diferencirano delo).

Matematični problem

Všeč mi je zapis Polye: »Veliko odkritje reši velik problem; vendar pa je tudi v rešitvi še tako majhnega problema drobec odkritja. Vaš problem je lahko majhen, toda če zbudi vaše zanimanje in sproži vaše iznajditeljske sposobnosti in če ga rešite sami, boste po umskem naporu doživeli tudi veselje nad odkritjem. V mladih letih takšne izkušnje lahko porodijo smisel za umsko delo in puste svoj pečat v našem mišljenju in značaju za vse življenje. Učitelj matematike ima veliko priložnost. Če pri pouku mehanično uri šablonske operacije, ubije v učencih zanimanje, zavre njihov duhovni razvoj in tako zapravi veliko priložnost. Če pa zbuja zanimanje učencev v tem, da jim daje naloge, ki ustrezajo njihovemu znanju, in jim pomaga pri reševanju s spodbudnimi vprašanji, lahko zbudi v učencih nagnjenje k samostojnemu mišljenju in jim pokaže pot do njega.« (Polya, 1985).
Sama sem mnenja, da nam matematika nudi različne povezave z realnim svetom. Tako lahko matematiko uporabimo v različnih problemskih situacijah (osebnih, izobraževalnih, družbenih in znanstvenih), v katere so umeščeni problemi. V današnjem svetu želimo učencem posredovati veliko več kot samo rutinska znanja, zato so želje in zahteve po učenju strategij reševanja in raziskovanja različnih matematičnih problemov v konteksu problemskih situacij pri pouku matematike toliko bolj prisotne (Cotič, Felda, 2011: 163).

Reševanje besedilnih nalog

Pri reševanju besedilnih nalog sem pozorna na cilj: »Razume problemsko situacijo in uporabi smiselno računsko operacijo pri reševanju matematičnega problema.«
Pri tem me vodijo didaktična priporočila iz Učnega načrta:
»Sklop matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami vključuje različne probleme glede na vsebino in tip problema (zaprti, odprti). Vedno pa je problem naloga, v kateri učenci ne poznajo vnaprej poti do rešitve in jo morajo samostojno načrtovati. Učenci problem analizirajo tako, da povežejo vsebino naloge s podatki in ugotovijo odnose med podatki. Sistematično rešujejo problem tako, da branju besedila sledi analiza podatkov, nato matematični zapis postopka reševanja in ob koncu kritično vrednotenje rešitev ter oblikovanje odgovora. Učence spodbujamo, da uporabljajo in razvijajo različne strategije pri reševanju problemov.« (Učni načrt, 2011: 18-21).
»Pri matematiki je reševanje besedilnih nalog (matematičnih problemov) ena temeljnih dejavnosti. Otroke na reševanje besedilnih nalog navajamo že zelo zgodaj. Predvsem je bistveno, da otrok razume besedilo take naloge. To lahko preverimo tako, da jo otrok po svoje ubesedi ali pa ponazori bodisi grafično bodisi s predmeti. Z otroki se nato pogovarjamo o poteh, ki vodijo k rešitvam problemov, ali pa skupaj ugotovimo, da so nekateri problemi nerešljivi.« (Cotič, Felda, Hodnik Čadež, 2003: 99).
Pri usvajanju reševanja besedilnih nalog sem učencem predstavila korake reševanja:

1. Natančno in z razumevanjem preberemo besedilo naloge ter si skušamo predstavljati 'matematično zgodbo'[2]. Lahko jo tudi narišemo.
2. Zapis ponovno preberemo. Označimo podatke in ključne besede, ki nam bodo pomagale sestaviti račun.
3. Napišemo račun in ga izračunamo (lahko je več računov).
4. Ponovno preberemo vprašanje in zapišemo odgovor (toliko, kolikor je vprašanj, je tudi odgovorov); pri njegovem oblikovanju si pomagamo z označenimi deli v vprašanju besedilne naloge.
5. Rešitev pregledamo in po potrebi popravimo napake.

V učilnici imamo na vidnem mestu obešeno aplikacijo s postopki reševanja. Korake ali postopek reševanja z označevanjem in zapisovanjem bistvenih informacij ponovimo pri vsakem reševanju besedilnih nalog.

Predstavila bom učno uro, ki sem jo izvedla v mesecu januarju. Na kratko bom opisala še učno uro, ki je potekala v mesecu maju. To uro so se lahko učenci spoprijeli s problemi, pri katerih so imeli možnost predstaviti svoje kritične interpretacije reševanja. Učni uri sta bili namenjeni utrjevanju reševanja matematičnih problemov.

Seštevamo in odštevamo do 20
V uvodni uri smo s pomočjo motivacijske igre *Razredna knjigarna* (Slika 1) oblikovali matematične zgodbe. Učence sem povabila, da si ogledajo razredno knjigarno. Prodajalno opišejo in oblikujejo besedilno nalogo, ki sem jo zapisala na tablo:
V KNJIGARNI IMAJO 3 KNJIGE, 1 ZVEZEK IN 5 BARVIC. KOLIKO ŠOLSKIH PRIPOMOČKOV IMAJO V KNJIGARNI?

Slika 1: Razredna knjigarna

Ob nalogi so ponovili postopek reševanja. Po opisanih postopkih so ustno rešili matematični problem, ki je na tabli. Sledila je dejavnost z link kockami.
V razredni knjigarni so nastopali trije učenci. V knjigarni prodajalec (1. učenec) prodaja različne šolske pripomočke (knjige, barvice, zvezek). Kupec (2. učenec) ima 20 link kock. Pride v trgovino, nakupi in plača z link kockami. Po nakupu prešteje, koliko link kock mu je

[2] Z 'matematično zgodbo' na nek način osmišljamo matematične vsebine. Naše življenje je svet 'zgodbenosti' v smislu nizanja dogodkov, odločitev ipd. Če si znamo tudi matematiko oz. matematično nalogo 'približati' kot neko logično zaporedje korakov, jo je veliko enostavneje rešiti. Učenci tako znanje tudi laže ponotranjijo. Iz tega razloga so primerne naloge oz. problemi, ki izhajajo iz njihovih življenjskih izkušenj (Žakelj, 2003).

ostalo, in celotno dejavnost opiše v obliki matematičnega problema: *V trgovini sem kupil zvezek, ki stane 8 kock. Imel sem 20 kock. Koliko kock mi je ostalo?* Tretji učenec na tablo zapiše račun in odgovor.
Po uvodnih dejavnostih so začeli z diferenciranim reševanjem besedilnih nalog (Slika 2). Pripravljeni so bili trije različni učni listi, ki so se razlikovali po znaku in zahtevnosti besedilnih nalog (sonček - najlažje naloge, ptička - lažje naloge in jagoda - težje naloge). Učencem sem na kratko predstavila zahtevnost reševanja posameznega učnega lista. Glede na (pred)znanje oz. obvladovanje matematičnih postopkov sem jih razdelila v skupine:

- RUMENA SKUPINA: reševanje od najlažjih do lažjih nalog (od sončka do ptičke),
- MODRA SKUPINA: reševanje od lažjih do težjih nalog (od ptičke do jagode),
- RDEČA SKUPINA: reševanje težjih nalog (jagoda), nato še dodatnih nalog (sova); člani te skupine so ob računu, ki je bil zapisan na tabli, tudi sami sestavili in v zvezek zapisali besedilno nalogo.

Učenci so se lahko odločili tudi za reševanje nalog po vrsti, torej od najlažjih do težjih nalog (od sončka do jagode). Po uspešnem reševanju zadnje skupine nalog so lahko izbrali še dodatno nalogo (sova). Po razdelitvi v skupine je sledilo samostojno reševanje matematičnih problemov. Sproti sem spremljala njihovo delo, jim po potrebi svetovala, individualno pomagala in po končanem delu naloge tudi pregledala.

Slika 2: Reševanje besedilnih nalog

Zaključna dejavnost

V zaključnem pogovoru smo opravljeno delo analizirali. Učenci so najprej predstavili svoje izkušnje z reševanjem matematičnih problemov. Ob poročanju je na tabli nastal prikaz s stolpci, na osnovi katerega smo ugotovili, katere naloge je rešilo največ učencev, koliko jih je reševalo najlažje naloge (sonček), koliko lažje (ptička) in koliko težje besedilne naloge (jagoda). Zanimiv je bil tudi podatek, koliko se jih je spoprijelo z dodatnimi nalogami (sova). Učenci so ob tem izražali tudi svoja občutja oz. mnenja o delu.

Ob zaključku

Ko sem analizirala naše delo, nisem mogla mimo tega, kako so me učenci razveselili s svojo motiviranostjo za reševanje besedilnih nalog. Vsi so bili aktivni; z zadovoljnimi obrazi so se ubadali z zadolžitvami in se veselili, če oz. ko so jih pravilno opravili. Upoštevali so korake reševanja. Brez večjih težav so se lotevali matematičnih problemov; moja pomoč je bila potrebna razmeroma malokrat. Le pri treh učencih iz rumene skupine (najlažje naloge) sem opazila, da so nekateri še težko našli in označili bistvene podatke, drugi pa so imeli predvsem težave s samim branjem (in razumevanjem) prebranega (petim članom te skupine sem pri branju morala pomagati). Razveseljivo je bilo tudi to, da so učenci po končanem delu samoiniciativno posegali po dodatnih oz. zahtevnejših nalogah. Če jih niso uspeli rešiti v šoli, so to želeli opraviti za domačo nalogo. Pomemben je podatek, da je samostojno sestavilo in napisalo besedilno nalogo kar 14 učencev.

Seštevamo in odštevamo desetice (Sliki 3 in 4)
V uvodni dejavnosti so ob sliki (10 banan, 10 jagod, 10 ananasov) sestavili besedilno nalogo, ponovili postopek reševanja in ustno rešili problem.
Nato so v skupinah narisali sliko, ki je ponazorila zastavljeno besedilno nalogo:
Pod drevesom raste 20 gob. Tine jih je našel in 10 nabral. Koliko gob še raste pod drevesom? Dodali so še račun in odgovor.

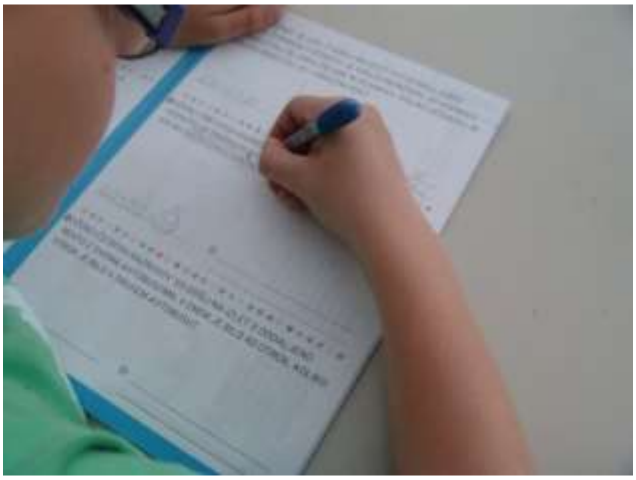

Slika 3 in 4: Rešujemo

Z reševanjem nalog so začeli v delovnem zvezku (Cotič, Felda, Hodnik Čadež, 2004: 16), kjer so vsi učenci rešili besedilne naloge. Po navodilu in natančnem ogledu prve naloge so samostojno reševali matematične probleme seštevanja in odštevanja desetic. Pri reševanju so si lahko pomagali s sliko. Pri vsakem problemu so zapisali račun in odgovor (Slika 5).

Slika 5: Reševanje nalog v delovnem zvezku

Diferencirano reševanje nalog
Po delu v delovnem zvezku pa so začeli z reševanjem izbranega učnega lista (Slika 6). Pripravljena sta bila dva različna učna lista, ki sta se razlikovala po znaku in zahtevnosti besedilnih nalog (ptička - lažje naloge in jagoda - težje naloge). Predstavila sem jim

zahtevnost reševanja posameznega učnega lista. Tudi to uro sem učence razdelila v barvne skupine (rumena, modra in rdeča). Barvne skupine so bile označene na mizi z barvnimi link kockami. Po uspešnem reševanju teh nalog so lahko izbrali še dodatne naloge (sova) v delovnem zvezku (Cotič, Felda, Hodnik Čadež, 2004: 17), kjer so se učenci srečali z nalogo, ki ima preveč podatkov, nalogo, ki nima zadostnega števila podatkov za rešitev, in nalogo, ki vsebuje besedo »ali«.



Slika 6: Reševanje besedilnih nalog

Dodatne naloge je to uro reševal le en učenec (Slika 6). Opazovala sem njegovo samostojno delo. Pri reševanju ni potreboval pomoči, čeprav sem pričakovala dodatna vprašanja. Ko se je učna ura zaključila, sem učencem rdeče skupine predlagala reševanje dodatne naloge za domačo delo.

Zaključek

Tudi druga učna ura je pokazala, da učenci zelo radi rešujejo besedilne naloge, kar pripisujem prilagojenim nalogam in možnosti tekmovanja. Vsi učenci so bili aktivni. Z radovednostjo so se spopadli z matematičnimi problemi in se razveselili pravilno rešene naloge. Upoštevali so korake reševanja. Redko je bila potrebna moja individualna pomoč. Tudi učenci iz rumene skupine (najlažje naloge) so lepo usvojili postopke reševanja besedilnih nalog. Individualno pomoč je bila redka, največkrat le kot nasvet pri označevanju bistvenih podatkov (učenec z DSP). Pomoč je bila največkrat potrebna zaradi branja, ki še ni na stopnji razumevanja celotnega besedila. Po končanem delu so posegali po dodatnih nalogah. Če jih niso uspeli rešiti pri pouku, so jih dokončali za domačo nalogo. Pri reševanju nalog so nekateri potrebovali pomoč učiteljice v podaljšanjem bivanju ali pa staršev. Učenci zelo radi izbirajo dodatne naloge. Pri izbiri so se lahko sami odločili, katere naloge bodo reševali. Naslednji dan smo domače delo analizirali. Zanimalo me je reševanje dodatnih nalog s *sovo.*
Razvila se je zanimiva debata o reševanju takšnih nalog, ki jim pomenijo dodaten izziv. Podobne naloge smo reševali že pri dodatnem pouku. Nanizali so različne rešitve pri zadnji nalogi, ki pa je nerešljiva, saj ima premalo podatkov in se ne navezuje na ostale besedilne naloge (*potrebnih podatkov ni v drugi besedilni nalogi). »Učenci četrtih razredov so odšli na izlet v oddaljeno mesto z dvema avtobusoma. V enem je bilo 40 otrok. Koliko otrok je bilo v drugem avtobusu?«* (Cotič, Felda, Hodnik Čadež, 2004: 17). Pri nalogi je manjkal podatek, koliko učencev je v četrtih razredih. Učenci so ugotovili, da se lahko v življenju večkrat srečamo s takšnimi problemi. Ob tem pa je pomembno, da si pomagajo z vprašanji: Ali so za rešitev problema potrebni vsi podatki? Kateri niso potrebni za rešitev problema? Kateri podatki so potrebni za rešitev problema? Ali lahko rešiš problem? Zakaj

ne? Kateri podatek manjka? Ali lahko poiščeš manjkajoči podatek? (Cotič, Felda, Hodnik Čadež, 2003: 99).

Zaključila bi z mislijo, da je treba učence pri reševanju nalog spodbujati k razmišljanju. Predvsem pa morajo biti pozorni pri sestavljanju besedilne naloge, kjer je potrebno besedilo zapisati zelo natančno. Ker so matematične naloge odsev življenjskih situacij, so lahko te rešljive ali pa ne. Tudi v vsakdanjem življenju se večkrat zgodi, da o kakem dogodku izvemo le posamezne podatke, ne pa celovite informacije (Cotič, Felda, Hodnik Čadež, 2003). In zaradi tega je lahko reševanje matematičnih problemov za nekatere učence poseben izziv. Da pa bo več takšnih učencev, je potrebno, da jih navajamo na samostojno razmišljanje in obvladovanje situacij že na začetku šolanja, ko se začnejo srečevati s tovrstnimi zadolžitvami. Pri tem pa ne smemo pozabiti na uporabo bralnih učnih strategij.
Pri svojem delu opažam, da z usmerjenim branjem in načrtno uporabo učnih strategij učenci lažje rešujejo matematične probleme. Z uporabo učnih strategij jih navadimo na natančno branje z iskanjem in označevanjem bistvenih informacij (številke, besede), ki so potrebne za reševanje naloge. S pomočjo teh informacij (podatkov) lažje nastavijo račun. Pri reševanju jim je v veliko pomoč tudi skica naloge, ki je lahko podana ali pa jo sami narišejo. Večkrat sem opazila, predvsem pri boljših učencih, da so se izognili risanju, saj so bili mnenja, da je to nepotrebno. So pa čez čas ugotovili, da jim je lahko skica v veliko pomoč, predvsem ko rešujejo daljše in zahtevnejše besedilne naloge. Učenci so pozorni tudi na vprašanje besedilne naloge, kjer obkrožijo besede, ki jih bodo uporabili pri pisanju odgovora. V pomoč so jim tudi vrstilni števniki, ki jih zapišejo nad označenimi besedami. To jim pomaga pri pisanju odgovora, saj je manj napak pri oblikovanju povedi (vrstni red besed).

Viri

1. Cotič, M., Felda, D. (2011): Razvijanje matematične kompetence: postavljanje in reševanje problemov pot do matematične pismenosti. V Razvijanje različnih pismenosti. Univerzitetna založba Annales, Koper.
2. Cotič, M., Felda, D., Hodnik Čadež, T. (2003): Svet matematičnih čudes 2 (priročnik). DZS, Ljubljana.
3. Cotič, M., Felda, D., Hodnik Čadež, T. (2004): Svet matematičnih čudes 2 (3. zvezek). DZS, Ljubljana.
4. Pavlin, A. (2005): Motivacija za branje v 2. Razredu. EDUCA, Letnik XIV, No. 2/3, str. 67-68.
5. Pečjak, S., Gradišar, A. (2002): Bralne učne strategije. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
6. Pečjak, S. (1999): Osnove psihologije branja. Znanstveni inštitut Filozofske fakultete, Ljubljana.
7. Polya, G. (1985): Kako rešujemo matematične probleme. Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, Ljubljana.
8. Učni načrt (2011): Matematika. Ministrstvo RS za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.

RAZVIJANJE DIVERGENTNEGA MIŠLJENJA PRI REŠEVANJU MATEMATIČNIH PROBLEMOV

Developing Diverge Thinking at Solving Mathematical Problems

mag. Uroš Drnovšek, OŠ Toneta Okrogarja, Zagorje ob Savi

urosdrnovsek@gmail.com

Povzetek

Na razredni stopnji izobraževanja imajo učitelji pri pouku matematike dodobra izdelano metodiko poučevanja, s katero učence pripravijo na reševanje rutinskih matematičnih problemov, ki od njih zahtevajo predvsem dosledno reprodukcijo naučenega znanja oz. demonstracijo osnovnih matematičnih postopkov. Pri reševanju nalog iz logike je uspeh učencev manj predvidljiv, učitelji pa pri iskanju prave strategije, ki bi učencem pomagala izboljšati rezultate, nemalokrat ostanejo brez odgovora. V prispevku opišemo sklop aktivnosti, s katerimi smo pri učencih 3. razreda razvijali divergentno mišljenje. Nadalje prikažemo rezultate raziskave, v kateri smo primerjali skupino učencev, ki je bila vključena v opisane aktivnosti, s kontrolno skupino učencev, ki v načrtno razvijanje elementov divergentnega mišljenja ni bila vključena. Dobljeni podatki kažejo, da lahko z izvajanjem opisanih aktivnosti izboljšamo uspeh učencev pri reševanju nalog iz logike.

Ključne besede: divergentno mišljenje, kreativnost, logika, matematika, razredna stopnja izobraževanja.

Abstract

When it comes to teaching mathematics in elementray school teachers have a wide spectrum of well developed approaches at their disposal, to prepare students to cope with different routine mathematical problems, that demand the reproduction of absorbed knowledge or demonstration of some basic mathematical principles. But when it comes to solving different logical problems, students' success is less predictable and teachers, searching for the best strategy that would help students to overcome the problems, usually have a hard time finding the useful approach.

In this paper we describe different activities we used to develop students' divergent thinking skills. Furthermore, we present some results of our research when comparing two groups of students. Only one group was involved in activities for fostering divergent thinking, while the other group was not. We provide some evidence that implementing activities for developing divergent thinking into classroom can have a positive impact on students' abilites to cope with different logical problems.

Key words: divergent thinking, creativity, logic, mathematics, elementary school education.

Uvod

Živimo v času, ko najvišjo dodano vrednost dosežemo s sposobnostjo posameznika, da iz širokega nabora znanj, do katerih je prišlo človeštvo predvsem v zadnjem stoletju, ustvari nekaj novega, izjemnega, privlačnega, ustvarjalno dovršenega. Mnogi gospodarski subjekti se že dolgo časa zavedajo, da kreativno razmišljanje ni le domena umetnosti, ampak ustvarja pogoje za uspešno implementacijo podjetnih idej ter omogoča hitro rast družbe na splošno. Tako v mnogih podjetjih na lastno roko izvajajo sklope izobraževanj, katerih primarni namen je pozitivno vplivati na ustvarjalnost zaposlenih. Pri tem se postavlja vprašanje, kakšno vlogo je pri razvoju kreativnega mišljenja odigral celoten šolski sistem, v katerem je večina omenjenih posameznikov pridobivala znanja, ki naj bi jih pripravljala na življenje. Posamezna predmetna področja tako v osnovnih kot srednjih šolah se počasi zavedajo, da deklarativna znanja, zapisana v učnih načrtih, predstavljajo le orodje, ki učencem omogoča, da s kančkom ustvarjalnosti kreirajo nekaj novega, s čimer njihovo šolsko delo dobi širši smisel. Vseeno pa je eksplicitno razvijanje kreativnosti v šolah še vedno bolj dodatek k rednemu delu nekoliko bolj zavednih učiteljev kot pa splošno uveljavljena praksa. V prispevku bomo opisano problematiko zožili na predmet matematike ter poskušali zajeti elemente kreativnosti, ki so značilni za to predmetno področje.

Izhodišče za definiranje kreativnosti v matematiki naj predstavlja opis ustvarjalne dejavnosti, ki jo je v svojem delu izrazil Sriraman (2004: 19). Avtor meni, da gre pri kreativnosti predvsem za sposobnost delovanja, ki temelji na originalnosti, medtem ko je matematična kreativnost zmožnost posameznika, da na podlagi globljega razumevanja poišče nenavadno rešitev danega problema ne glede na njegovo stopnjo kompleksnosti. Številni raziskovalci (npr. Kim idr., 2003; Hylock, 1997; Balka, 1974) poudarjajo, da so za ustrezno merjenje in razvoj matematične kreativnosti pomembni elementi divergentnega mišljenja, in sicer:

- fluentnost (sposobnost produciranja čim večjega števila različnih idej v čim krajšem času),
- originalnost (sposobnosti produciranja inovativnih, novih, nenavadnih idej),
- fleksibilnost (sposobnost razmišljanja o problemu v širokem kontekstu, izven ustaljenih smernic, ter hitro preklapljanje med različnimi vrstami problemskih situacij),
- elaboracija (dovršenost ponujenih rešitev, idej).

S problemskimi situacijami, ki bi vključile potrebo po zgoraj naštetih elementih, se nam odpirajo možnosti, da natančneje spremljamo matematično kreativnost posameznikov in, kot bomo ugotovili v nadaljevanju, tudi vplivamo na razvoj kreativnosti ter posledično učinkovitosti pri reševanju kompleksnejših matematičnih problemov. Izraz *naloge iz logike* ali *logične naloge* je v našem šolskem prostoru pogosto uporabljan za vrsto problemskih situacij, pri katerih pot iz začetnega stanja do cilja, t. j. rešitve naloge ni vedno znana in enoznačna, sam proces reševanja pa zahteva globlji premislek. Tipičen primer opisanih nalog v prvem triletju osnovnošolskega izobraževanja so preprostejše naloge iz kombinatorike, širok spekter tovrstnih nalog pa v osnovnih šolah vsako leto ponudi matematično tekmovanje Kenguru. V nadaljnji omembi matematičnih problemov oz. kompleksnejših problemskih situacij bomo imeli v mislih predvsem naloge iz logike, opisane na tem mestu.

English (1997) je preučevala značilnosti reševanja in postavljanja kompleksnejših logičnih problemov pri učencih na razredni stopnji izobraževanja. Ugotovila je, da je za razvoj otrokove sposobnosti reševanja logičnih nalog najbolj pomembna zmožnost divergentnega razmišljanja, t. j. percepiranja določene matematične situacije z različnih vidikov. Pri tem mora problemska situacija omogočiti pogoje, ki takšno razmišljanje stimulirajo. Avtorica še ugotavlja, da je pri samem razvoju divergentnega mišljenja, ki omogoča kompetentno soočanje s kompleksnejšimi problemskimi situacijami, pomembna tudi dejavnost konstruiranja matematičnih problemov. Tako naj otroka ne bi le soočali z različnimi problemskimi situacijami, ampak ga tudi spodbudili, da tovrstne naloge sestavlja sam. Da je matematična kreativnost povezana z nekaterimi elementi sestavljanja matematičnih nalog, je ugotavljal tudi Balka (1974). V svoji študiji je udeležence soočil s situacijami, v katerih so morali sami razvijati matematične probleme. Kreativnost je nato meril z ugotavljanjem fleksibilnosti, originalnosti ter fluentnosti problemov, ki so jih kreirali udeleženci. Avtor meni, da so bili udeleženci ob aktivnosti sestavljanja problemov spodbujeni, da svoje matematično znanje uporabijo fleksibilno ter ga uporabno aplicirajo v različnih okoliščinah. Becker in Shimada (1997) sta v svojem delu podala predlog, kako transformirati pouk matematike, da bi le-ta bolj neposredno vplival na razvoj matematične kreativnosti. Avtorja menita, da je ključ v reševanju odprtih problemov, t. j. problemov, ki majo več možnih rešitev ali pa različne poti do le-teh. Le tovrstne problemske situacije namreč lahko aktivirajo divergentno mišljenje pri učencih in posledično pomenijo premik od matematike, ki temelji na računanju, do matematike, ki temelji na ustvarjalnem reševanju problemov.

V pričujočem prispevku ne želimo zagovarjati radikalne spremembe vsebin matematičnih učnih načrtov ali načinov dela v šolah, temveč le poudariti pomen nekaterih aktivnosti za razvoj divergentnega mišljenja in uspešnejše soočanje s kompleksnejšimi matematičnimi problemi. Navkljub dejstvu, da se nekatere izmed tovrstnih aktivnosti občasno že izvajajo v šolah, pa menimo, da je za dosego vidnih učinkov potrebna sistematična izvedba aktivnosti znotraj daljšega časovnega okvirja. Namen prispevka je (1) *prikazati, kako smo v okvir rednega pouka na razredni stopnji izobraževanja vključili prakso razvoja divergentnega mišljenja,* ter (2) *preučiti učinke omenjene prakse na uspeh učencev pri reševanju nalog iz logike.*

Metodologija

Vzorec

V raziskavo smo vključili priložnostni vzorec 28 učencev 3. razreda osnovne šole. V izbranem vzorcu je bilo 9 dečkov in 19 deklic. Starost učencev se je gibala na intervalu od 8 do 10 let.

Postopek zbiranja in obdelave podatkov

Učence smo razporedili v dve skupini glede na razred, ki ga obiskujejo. Morebitne razlike v predznanju skupin smo preverili na podlagi doseženih točk v okviru matematičnega tekmovanja Kenguru. Statistično pomembne razlike med razredoma A in B nismo potrdili (t = -1, p = 0,332), pri čemer pa je potrebno poudariti, da je od 28 tekmovalo le 18 učencev. Teden po tekmovanju smo z učenci v razredu A pričeli z izvajanjem aktivnosti za razvoj divergentnega mišljenja, medtem ko v razredu B tovrstnih aktivnosti niso bili deležni. Po dveh mesecih smo z eksperimentalno skupino (razred A) kot tudi s kontrolno skupino učencev (razred B) izvedli test, sestavljen iz različnih logičnih nalog. Pri sestavljanju testa smo izhajali iz nalog, ki jih navadno nudi matematično tekmovanje Kenguru. Podobno kot pri tekmovanju Kenguru smo oblikovali tudi točkovni sistem in kriterije vrednotenja. Za vsako od nalog, pri katerih so učenci obkrožili pravilno rešitev, so prejeli 4 točke, za nalogo, pri kateri so obkrožili napačno rešitev, pa smo jim eno točko odšteli. Učenci so imeli za dokončanje vseh nalog v testu na voljo 45 minut. Učitelji, ki so bili pri izvajanju testa prisotni, so lahko učencem prebrali nalogo, niso pa smeli z namigi kakorkoli vplivati na uspešnost učenca pri reševanju. Branje nalog je bilo potrebno, saj smo hoteli zmanjšati učinek slabše bralne tehnike na uspeh učencev.

Dobljene podatke smo obdelali s programom za statistično obdelavo SPSS 15.0. S testom Kolmogorov-Smirnova smo potrdili podobnost porazdelitve naših podatkov z normalno distribucijo, z Levenovim preizkusom pa homogenost varianc. Za preverjanje statistične značilnosti razlik med skupinama smo uporabili t-test za neodvisne vzorce.

Opis aktivnosti za razvoj divergentnega mišljenja
Pri izboru aktivnosti za učence smo se koncentrirali predvsem na naloge, ki so od učencev zahtevale aktivacijo posameznih elementov divergentnega mišljenja, to so fleksibilnost, fluentnost in originalnost. Pri vodenju učencev skozi različne problemske situacije, ki smo jim jih zadali, smo se oprli na model reševanja problemov, ki sta ga predlagala Bransford in Stein (1984). Model vključuje naslednje faze:

1) Identifikacija problema.
2) Definiranje problema skozi razmišljanje o njegovem jedru ter izločevanju relevantnih informacij.
3) Raziskovanje in predlaganje čim več različnih možnih rešitev skozi aktivnosti kot je npr. nevihta možganov (ang. brainstorming).
4) Razmišljanje o strategijah reševanja problema.
5) Evaluacija celotnega postopka reševanja problema.

Pri izvajanju aktivnosti smo še posebno pozornost namenili 3. in 4. fazi, pri čemer smo spodbujali nizanje čim večjega števila idej, ki bi nas vodile k rešitvi (fluentnost), posebej smo pohvalili izvirne, nove ideje (originalnost) ter poskušali na problem gledati z različnih vidikov, oz. ga predrugačiti ter razstaviti na več preprostejših nalog tako, da bi bilo reševanje lažje (fleksibilnost).

Vsak dan so učenci dobili nalogo iz logike, pri kateri so morali uporabiti enega ali več elementov divergentnega mišljena. Tipičen primer problemske situacije, s katerimi so se soočali učenci, navajamo spodaj.

Kralj ima bazen v obliki kvadrata. Na vsakem od oglišč bazena stoji star hrast. Kralj želi bazen na mestu, kjer je sedaj, razširiti, pri tem pa ima dve zahtevi:
- *bazen mora ostati kvadratne oblike,*
- *stari hrasti morajo še vedno stati zunaj bazena, ne da bi jih premaknili.*

Kraljev arhitekt je zelo hitro našel rešitev. Poskusi jo najti tudi ti.

Učencem smo vedno najprej predstavili problem, nato pa jim pustili čas, da so ga skicirali in o njem razmislili. Sledila je nevihta možganov. Učenci so nekaj časa povsem sproščeno nizali ideje, ki bi nas lahko pripeljale do rešitve. Vse predloge učencev, tudi tiste manj smiselne, smo zapisali na tablo in jih tam pustili. V nadaljevanju navajamo nekatere zanimivejše ideje učencev.

Bazen zgradimo pod zemljo, tako bodo hrasti še vedno stali zunaj.
Hraste skrivaj presadimo.
Bazen razširimo v dno (naredimo globljega).

Učenci so do rešitve redko prišli že takoj po predstavitvi problema, zato smo jih pogosto spodbudili, da o problemu še naprej razmišljajo, se o njem pogovorijo s sošolci in dokončno rešitev zapišejo doma ter jo naslednji dan predstavijo. Občasno so se učencem zanimive ideje ali celo končna rešitev utrnile v času do konca pouka, mnogokrat pa so do rešitve prišli doma, pri čemer niso bili redki primeri, ko je problemsko situacijo z navdušenjem reševala in se o njej pogovarjala cela družina. Naloga za učence ni bila obvezna. Naslednji dan smo z učenci ob množici idej, zapisanih na tabli prejšnji dan, problem rešili. Če noben od učencev do rešitve ni prišel niti doma, smo jim rešitev problema postopoma razkrili z namigi kot na primer:

- *drevesa lahko stojijo kjerkoli ob bazenu,*
- *poskusimo bazen obračati …*

Vedno smo preverili, ali obstajajo tudi druge rešitve oz. različne poti do rešitve. Nato smo na tabli obkrožili ideje, ki so nam pri reševanju problema najbolj pomagale, oz. tiste, ki so se rešitvi zelo približale. Učenci so nadalje razmišljali, kako bi sami sestavili podoben problem (po analogiji) ter ga predstavili svojim sošolcem. Zadnji mesec aktivnosti so učenci naloge iz logike doma sestavljali tudi sami ter jih poskušali predstaviti tako, da bi za reševanje motivirali svoje sošolce. V večini primerov so bile naloge, ki so jih učenci sestavili doma, zelo podobne tistim, ki smo jih reševali v razredu, navadno so spremenili le določen element v nalogi, sam značaj poti reševanja problema pa se ni bistveno spremenil. Če izhajamo iz prej navedenega primera, so učenci pri sestavljanju podobne naloge zamenjali obliko bazena, število in vrsto dreves, nekateri so situacijo postavili v današnji čas ter spremenili osebe ipd.

Rezultati

Učenci so imeli možnost, da za vseh 10 pravilno rešenih nalog prejmejo 50 točk. Vseh točk na preizkusu ni dosegel noben učenec. Tabela 1 kaže, da so učenci v razredu A (eksperimentalna skupina) v povprečju dosegli 26,1 točk, učenci v razredu B (kontrolna skupina) pa manj, in sicer 14,6 točk. Pri obeh skupinah, še posebno pa v razredu B, je opaziti velik standardni odklon, kar kaže na večje razlike v uspehu učencev in posledično na precejšnjo razpršenost rezultatov. Slednje odslikava precej realno stanje v veliki večini razredov osnovnih šol. Razlike med učenci v prvem triletju so namreč še posebej opazne zaradi različnega predznanja, s katerim učenci vstopijo v proces osnovnega šolanja, ter seveda zaradi precejšnjih razlik v razvoju otrok.

V Tabeli 1 je opazna izrazita razlika med aritmetičnima sredinama dosežkov, ki smo ju izračunali za učence razredov A ter B. Razliko smo preverili s *t*-preizkusom ($t = 3{,}015$, $p < 0{,}05$), s katerim smo potrdili statistično pomembno razliko med obema razredoma v uspešnosti pri reševanju nalog. Učenci razreda A so bili pri reševanju uspešnejši od svojih vrstnikov v razredu B.

Razred	Število učencev	Aritmetična sredina	Standardni odklon	Preizkus homogenosti varianc		Preizkus razlik aritmetičnih sredin	
	N	$\overline{x}$	**s**	**F**	**α**	**t**	**α (P)**
A	14	26,1	9,6				
B	14	14,6	10,5	0,012	0,912	3,015	0,006

Tabela 1: Izid t-preizkusa razlik med učenci v uspešnosti pri reševanju nalog glede na razred

Diskusija

V prispevku smo opisali aktivnosti, ki smo jih znotraj manjše skupine učencev 3. razreda izvajali z namenom razvoja nekaterih elementov divergentnega mišljenja. Aktivnosti smo realizirali skozi daljše časovno obdobje, ob koncu izvajanja pa smo preverili uspešnost učencev pri reševanju logičnih nalog ter jo primerjali z uspešnostjo skupine učencev, ki v aktivnosti ni bila vključena. Izkazalo se je, da so bili učenci v skupini, ki je bila vključena v program razvoja divergentnega mišljenja, statistično pomembno uspešnejši od učencev, ki se omenjenega programa niso udeležili. Z raziskavo smo želeli prispevati delček v mozaiku študij, ki gradijo na spoznanju, da je za uspešno soočanje posameznikov s kompleksnejšimi življenjskimi problemi bistvenega pomena kreativnost oz. z njo povezano divergentno razmišljanje. Slednje bi moralo postati temelj slehernega osnovnošolskega sistema, v katerem želimo izobraziti generacije, ki na podlagi pridobljenega znanja konstruirajo novitete, pomembne za napredek celotne družbe. Pogosto se pojavijo pedagoški delavci, ki ob predstavitvi različnih aktivnosti za razvoj kreativnega mišljenja dobijo občutek, da so opisane dejavnosti že sestavni del njihove prakse, saj jih občasno, t. j. kadar se v okviru učnega načrta ponudi možnost, izvajajo. Seveda se občasna aktivnost ne more primerjati s sistematičnim in z rednim vsakodnevnim udejstvovanjem, zato učinek na učence ni tako viden in se pomen tovrstnih dejavnosti v očeh učiteljev posledično zmanjšuje.

Učinek aktivnosti, ki jih opisujemo v prispevku, bi bilo potrebno v nadaljnje preizkusiti še na večjem vzorcu. Smiselno bi bilo razmisliti tudi o drugih možnostih preverjanja izenačenosti eksperimentalne in kontrolne skupine v znanju in sposobnostih. Sami smo si pri tem pomagali z rezultati matematičnega tekmovanja Kenguru, na katerem pa niso sodelovali vsi učenci, vključeni v raziskavo. Mnogokrat smo priča negodovanju učiteljev, da zaradi prenatrpanega učnega načrta v kombinaciji s počasnejšo, učno manj sposobno skupino učencev, ni časa za izvajanje dodatnih aktivnosti. Pri realizaciji programa zato obstajajo možnosti, da se le-ta prilagodi specifičnim potrebam posameznih razredov. Vseeno pa menimo, da predstavljena izhodišča nudijo realno osnovno za implementacijo programa v okvire rednega dela v šolah ne glede na zahteve učnih načrtov ter značilnosti učencev.

Viri

1. Balka, D. S. (1974): The development of an instrument to measure creative ability in mathematics. Dissertation Abstracts International, Vol. 36, No. 1, str. 98.
2. Becker, J. P., Shimada, S. (1997): The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia.
3. Bransford, J., Stein, B. (1984): The IDEAL Problem Solver: A guide for improving thinking, learning, and creativity. W.H. Freeman, New York.
4. English, L. D. (1997): The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. Educational Studies in Mathematics, Vol. 34, No. 3, str. 183-217.
5. Haylock, D. (1997): Recognizing mathematical creativity in school children. International Reviews on Mathematical Education, Vol. 29, No. 3, str. 68-74.
6. Kim, H., Cho, S., Ahn, D. (2003): Development of mathematical creative problem solving ability test for identification of gifted in math. Gifted Education International, Vol. 18, No. 2, str. 184-174.
7. Sriraman, B. (2004): The Characteristics of Mathematical Creativity. The mathematics Educator, Vol. 14, No. 1, str. 19-34.

NADARJENI UČENCI IN MATEMATIKA
Gifted Students and Mathematics

Majda Vehovec, OŠ Šenčur

o-jsmsencur.kr@guest.arnes.si

Povzetek

S prenovo šolskega sistema na začetku prejšnjega desetletja je bila posebna pozornost namenjena nadarjenim učencem in sistematičnemu delu z njimi.

V prispevku je predstavljen pojem splošne in matematične nadarjenosti, opredeljene so značilnosti nadarjenih otrok, predstavljene so metode in oblike dela z nadarjenimi učenci.

Predstavljeni modeli dela z nadarjenimi učenci v Sloveniji so del raziskave, izvedene med ravnatelji slovenskih osnovnih šol. Rezultati raziskave kažejo, da delo z nadarjenimi učenci šolam ne predstavlja večjih težav kljub zahtevnemu postopku identifikacije nadarjenih učencev. Delo z nadarjenimi je ena od temeljnih nalog šole, ki je opredeljena v letnem delovnem načrtu; med vsebinami za delo z nadarjenimi učenci pa je največji del namenjen naravoslovju in matematiki.

V prispevku je poseben poudarek namenjen matematično nadarjenim učencem, predstavljeni modeli dela z njimi so zbrani iz mednarodnih raziskav, ki sta bili izvedeni leta 2006 in 2011 v okviru Evropske unije. V prispevku so nanizani tudi nekateri konkretni napotki za delo z matematično nadarjenimi učenci, predstavljena so navodila za uspešno sestavljanje zahtevnejših nalog.

Ključne besede: nadarjeni učenci, matematično nadarjeni učenci, evidentiranje in identifikacija nadarjenih, modeli dela z nadarjenimi učenci.

Abstract

The renovation of the school system at the beginning of the last decade has devoted special attention to the gifted students and systematic work with them.

This article presents a concept of general and mathematical talent, defines the characteristics of gifted children and explains methods and work with them.

The presented models of working with gifted students in Slovenia are part of the survey, conducted among Slovenian primary school principals. The survey results show that working with gifted students does not present any difficulties for schools, despite the demanding process of identifying them. Talent management is one of the fundamental tasks of the school, which is defined in the annual work plan. Major part of the content designed for working with gifted students is assigned to science and mathematics.

In this article special emphasis is devoted to mathematically gifted students; the presented models of working with them taken from the international research done in 2006 and 2011 in the European Union. The article reveals concrete directions for working with mathematically gifted students and presents the instructions for effective structuring of the complex tasks.

Key words: gifted students, mathematically gifted students, recording and identification of talent, models of work with gifted students.

Uvod

Temeljna naloga vzgoje in izobraževanja je med drugim tudi skrb za nadarjene učence, usmerjanje nadarjenih in razvijanje njihovih potencialov. Šola naj bi poskrbela, da bi vsak posameznik kar najbolje razvil svoje potenciale. Nadarjenost se kaže v najrazličnejših

oblikah, nanjo vplivajo številni dejavniki, pogojujejo pa jo tako visoke intelektualne sposobnosti kot sposobnost rešiti in opraviti določene naloge bolje in hitreje od vrstnikov.
Z uvedbo devetletne osnovne šole v Sloveniji je delo z nadarjenimi učenci postalo zakonska obveza. Določen je postopek evidentiranja in identifikacije nadarjenih učencev, opredeljeno je delo z njimi, izvedba in umestitev izvedbe v program pa je avtonomija šole.
Koncept dela z nadarjenimi učenci, ki je bil sprejet leta 1999, opredeljuje temeljna načela za delo z nadarjenimi učenci in predlaga oblike dela z njimi. Te izhajajo iz modelov dobre prakse tistih šol, ki so že pred uveljavitvijo zakonodaje ponujale programe dela z nadarjenimi učenci.

Nadarjenost, delo z nadarjenimi učenci

V družbi se kaže potreba po novi definiciji nadarjenosti, ob upoštevanju, da je nadarjen tisti posameznik, ki lahko naredi več, hitreje in bolje na raznih področjih dejavnosti, kot to naredijo ostali.
Otroci, ki so delno nadarjeni, so v razvoju posebnih sposobnosti pred svojimi vrstniki in dosegajo nadpovprečne dosežke na le enem področju (Žagar, 1999).
V sodobnih mednarodnih študijah je zaznati zelo jasen trend opredeljevanja nadarjenosti, in sicer od strožjih psihometričnih definicij in poudarjanja učenčevih potencialov, merjenih izključno s testi intelektualnih sposobnosti, k razvojni paradigmi, ki definicijo nadarjenosti razširja na sociokulturni kontekst ter poleg intelektualnih sposobnosti izpostavlja učenčeve dosežke, ki implicirajo delo, marljivost in znanje kot pogoje uspešnosti, torej realizirane potenciale, ter tudi nekatere druge, neintelektualne spremenljivke (Juriševič, 2011).
Nadarjeni otroci potrebujejo njim prilagojen pouk in dejavnosti, ki bodo omogočale razvoj njihovih sposobnosti, kar je opredeljeno tudi v zakonodaji. Leta 1996 so bili nadarjeni učenci uvrščeni med otroke s posebnimi potrebami; odkrivanje in delo z nadarjenimi učenci je postala tudi zakonska obveza. Bela knjiga iz leta 2011 je skrb za nadarjene učence opredelila kot splošni cilj vzgoje in izobraževanja. Novela Zakona o osnovni šoli (2011) nadarjenih učencev ne uvršča med učence s posebnimi potrebami.
Delo z nadarjenimi učenci v Sloveniji temelji na skrbi šole, da bi vsak učenec v okviru vzgojno-izobraževalnega procesa optimalno razvil svoje potenciale. Zakonodaja omogoča različne didaktične pristope za nadarjene učence na vseh ravneh izobraževanja.
Rezultati raziskave, ki smo jo leta 2008 izvedli med ravnatelji slovenskih osnovnih šol (Vehovec, 2012), kažejo, da delo z nadarjenimi učenci na šolah poteka večinoma brez težav, največ težav ravnatelji zaznavajo pri izvajanju postopka identifikacije nadarjenih učencev, pri učiteljevi usposobljenosti za delo z nadarjenimi učenci in s časovno umestitvijo dela z nadarjenimi učenci v urnik. Delo z nadarjenimi učenci je kot prednostna naloga opredeljena v letnem delovnem načrtu šole, največ ur je namenjenih naravoslovnim in matematičnim vsebinam.

Matematična nadarjenost

Pri matematični nadarjenosti gre za vpliv večih splošnih kognitivnih delovanj, kot so sposobnost povzemanja konkretnih problemov, sposobnost posploševanja, fleksibilnost, reverzibilnost operacij, jasno razmišljanje in strateško sklepanje odločitev (Wieczerkowski, 2000).
Ruski psiholog Krutetski (Wieczerkowski, 2000) je zgradbo matematičnih sposobnosti razčlenil na tri dele, ki so medsebojno tesno povezani:

- sprejemanje matematičnih informacij,
- obdelava matematičnih informacij,
- pomnjenje matematičnih informacij.

Kieswetter (Wieczerkowski, 2000) trdi, da je bistvo matematičnega razmišljanja sistematična organizacija razumevanja in ugotovitev.
Pri tem ločimo štiri korake:

- določitev problema,
- osredotočenje na matematično vprašanje s premislekom in določitev korakov, ki so potrebni za rešitev,
- kreativno in s pomočjo izvirnih postopkov priti do novih izrazov, matematičnih formulacij, dokazov in potekov reševanja, ki se na široko uporabljajo,
- vzpostavitev mreže med že postavljenimi povezavami.

Vse te značilnosti je za doseganje višjega razmišljanja potrebno dopolniti tudi z metakognitivnimi procesi, ki vsebujejo pozornost na lastno razumevanje obravnavane teme, organizacijo lastne pozornosti, organiziranje dostopnih virov in preverjanje lastnega napredka. Metakognicija omogoča zavestno razmišljanje o sebi, zato zahteva tudi zelo specifične povratne informacije s strani učiteljev in pogovore z ostalimi učenci o metodah reševanja in razlikah med postopki.

Delo z matematično nadarjenimi učenci v Evropi in širše
Raziskave o nadarjenih (Avstrija 2006, Madžarska 2011), kažejo, da večina držav evropskih držav in članic OECD namenja nadarjenim učencem posebno skrb, čeprav za take učence ni uporabljena enotna terminologija in delo z njimi ni povsod zakonsko določeno. Večina držav uporablja kombinacijo integracije teh učencev v šoli in oblikovanju različnih ločenih skupin nadarjenih učencev za izvenšolske dejavnosti. Pri integraciji nadarjenih učencev v redno izobraževanje je poseben poudarek na diferenciaciji in individualizaciji dela v okviru pouka. Večina držav, ki so na konferenci aprila 2011 v Budimpešti predstavljale modele dela z nadarjenimi učenci, so predstavile primere dobre prakse, ki temeljijo na naravoslovno-matematičnih vsebinah (v International Horizons of Talent Support, 2011):

- Finska (matematični program Päivölä Folk High School); internatski način šolanja za srednješolce traja dve leti. Šolanje in izpolnjevanje obveznosti od dijakov zahteva visok vložek, vendar dijaki glede na svoje sposobnosti in visoko motivacijo to zmorejo. Poudarek pri izobraževanju je na matematiki, fiziki, naravoslovju in informacijski tehnologiji.
- Španija: ESTALMAT (Estímulo del Talento Matemático), poseben pomen zaradi spodbujanja matematične nadarjenosti, saj je matematika v Španiji po tradiciji med najmanj priljubljenimi predmeti. Cilj programa je zgodnje odkrivanje matematično nadarjenih otrok, program nima elitistične vloge, temveč je namenjen predvsem prepoznavanju in ohranjanju matematičnih sposobnosti. Delo poteka večinoma ob sobotah, program traja dve leti, starost učencev je od 12 do 13 let.
- V publikaciji so predstavljeni še matematično – tehnični programi za nadarjene učence iz Izraela, Singapurja in Bostona.

  V Izraelu je pogosta »pull-out« (vzporedno izobraževanje) metoda. Nadarjeni učenci se vsaj enkrat tedensko namesto rednega pouka udeležijo različnih delavnic ali tečajev, ki jih vodijo visoko kvalificirani strokovnjaki.

  V Singapurju je najpomembnejši program za delo z nadarjenimi Gifted Education Program (GIP). Identifikacija nadarjenih otrok poteka v 3. razredu, testirani so vsi učenci, če se starši s testiranjem strinjajo. Delo z nadarjenimi učenci je umeščeno v redno šolsko delo, poteka zelo sistematično.

Leta 2004 je Bostonski muzej znanosti (Boston Museum of Science) ustanovil »National Center for Technological Literacy« s ciljem, da se nadarjeni učenci v čim večjem številu odločajo za tehniške in naravoslovne študije. Centri delujejo v vseh ameriških državah in ponujajo izvenšolske programe za delo z nadarjenimi učenci. Program nudi ravnateljem in učiteljem pomoč pri vključevanju naravoslovnih in tehniško/tehnoloških vsebin v redni kurikul javnega izobraževanja, omogoča predstavitve dobrih praks, povezave med učitelji, nudi učbenike, priročnike za učence in učitelje, delovne zvezke, učne načrte, učne pripomočke, igre, ki temeljijo na uporabi tehnike v vsakdanjem življenju.

Delo z matematično nadarjenimi učenci v Sloveniji

Delo z nadarjenimi učenci je ena od prednostnih nalog šole, v Sloveniji poteka delo z nadarjenimi večinoma pred ali po pouku, manj pogosto so za nadarjene organizirani dnevi dejavnost ali tabori, šole le redko uporabljajo »pull out« metodo. Najpogosteje izvajane vsebine za nadarjene učence v slovenskih osnovnih šolah so matematično-naravoslovne (Vehovec, 2012).

Pri izbiri vsebin za delo z nadarjenimi učenci je učitelj avtonomen, vsebine naj bi bile zanimive in inovativne, naloge pa sestavljene tako, da kar najbolj spodbujajo učenčevo aktivnost. Poleg nalog, ki so namenjene individualnemu reševanju, je potrebno pripraviti tudi naloge, ki spodbujajo projektno delo, medsebojno sodelovanje in timsko delo.

Predlog vsebin za delo z nadarjenimi učenci:

- reševanje logičnih nalog,
- metode hitrega računanja,
- matematične igre (igre z lego kockami, strategije družabnih iger, matematika in šah, igre s kocko in koščkom žice, sestavljanje z vžigalicami …),
- matematika in umetnost (origami, zlati rez …),
- zabavna matematika,
- Sudoku, KenKen, Kakuro, matematične križanke,
- kombinatorika,
- enotski ulomki,
- sestavljanje in razstavljanje likov,
- sestavljanje modelov (sistem Jovo, Polydron, zZometool),
- tlakovanje površin z nestandardnimi enotami.

Večina nadarjenih učencev se udeležuje tekmovanj iz znanja (Vehovec, 2012), ki jih je prav na matematičnem področju veliko: Vegovo tekmovanje, tekmovanje iz logike, tekmovanje iz razvedrilne matematike, Genius Logicus.

Zaključek

Matematična nadarjenost vključuje posebne načine gledanja na poskuse reševanja in na samo reševanje matematičnih problemov, zato je potrebno pri oblikovanju programa dela za nadarjene in pri evalvaciji reševanja nalog upoštevati naslednje značilnosti:

- pot do rešitve ni določena vnaprej (razmišljanje učencev je nealgoritmično, zapleteno, samosvoje),
- pogosto je več različnih, mnogovrstnih rešitev,
- zahteva presojo s strani učenca, na določeni stopnji se mora učenec odločiti med različnimi poteki reševanja na podlagi izkušenj ali intuicije,

- razmišljanje vključuje različne kriterije,
- zahteva lastno reguliranje.

Pomembno je navajanje učencev na metakognitivne procese, pozornost na lastno razumevanje obravnavane teme, organizacijo lastne pozornosti, organiziranje dostopnih virov in preverjanje lastnega napredka.

Viri

1. Urednik Krek, J. (1995): Bela knjiga o vzgoji in izobraževanju v RS. Ministrstvo za šolstvo in šport, Ljubljana.
2. Bela knjiga o vzgoji in izobraževanju v RS (2011): http://www.belaknjiga2011.si/pdf/bela_knjiga_2011.pdf (16. 10. 2011)
3. Bezić, T. (2006): Operacionalizacija Koncepta odkrivanje in delo z nadarjenimi učenci v devetletni osnovni šoli. V Bezič, T. (ur.). Odkrivanje nadarjenih učencev in vzgojno-izobraževalno delo z njimi. Zavod Republike Slovenije za šolstvo. Ljubljana, str. 20–43.
4. Bezić, T. (2006): Svetovanje nadarjenim učencem. V Bezič, T. (ur.). Odkrivanje nadarjenih učencev in vzgojno-izobraževalno delo z njimi. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana, str. 83-90.
5. Győri, J. G. ed. (2011): International Horizons of Talent Support, I. Magyar Tehetségsegítő Szervezetek Szővetsége. Hungary.
6. Koncept (1999). Odkrivanje in delo z nadarjenimi učenci v devetletni osnovni šoli. Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje: http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/devetletka/program_drugo/Odkrivanje_in_delo_z_nadarjenimi_ucenci.pdf (27. 3. 2004)
7. Pavleković, M. (2009): Matematika i nadareni učenici. Element d.o.o., Zagreb.
8. Specific educational measures to promote all forms of giftedness in Europe. http://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/eurydice///Specific_measures_giftedness_EN.pdf (15. 9. 2009)
9. Vehovec, M. (2012): Evalvacija dela z nadarjenimi učenci – teze za magistrsko delo.
10. Wieczerkowski W., Cropley J. A., Prado T. M. (2000): Nurturing Talents/Gifts in Matematics. V International Handbook of Giftedness and Talent, Elsevier Science, New York.
11. Žagar, D. (1999): Nadarjeni učenci v devetletni osnovni šoli. Psihološka obzorja, 8 (4), str. 45-53.

DELO Z NADARJENIMI UČENCI V 2.TRIADI OSNOVNE ŠOLE

Working with Gifted Children in the Second Triad of Primary School

dr. Lucija Željko, OŠ Sostro

lucija.zeljko@guest.arnes.si

Povzetek
Namen prispevka je predstaviti praktične izkušnje z delom z nadarjenimi učenci od 4. do 6. razreda na področju matematike. Delo z nadarjenimi učenci na tej starostni stopnji zahteva od učitelja predvsem prilagoditev metod in vsebin poučevanja. Učencem je všeč, če jim matematiko prikažemo na zanimiv in njihovim sposobnostim prilagojen način. Zelo radi raziskujejo o matematiki s pomočjo računalnika, pri vsebinah pa so zanje zanimive tiste, ki jih lahko povežejo z vsakdanjim življenjem.

Ključne besede: matematika, nadarjeni, druga triada, raziskovanje.

Abstract
The aim of the article is to present practical experience of working with gifted children in the field of mathematics from grade 4 to grade 6 of primary school. First of all teachers have to adapt methods and topics of teaching when working with gifted children at this age. Pupils like if mathematics is presented to them in an interesting way and adapted to their abilities. They like to explore mathematics with computers and they are interested in topics which are connected to everyday life.

Key words: mathematics, gifted children, second three years of schooling, researching.

Uvod

Ko iščemo primerne metode in vsebine za delo z nadarjenimi učenci pri matematiki, se moramo vprašati, kdo so nadarjeni učenci in kakšne so njihove značilnosti. Le tako jim lahko prilagodimo pouk (redni ali dodatni), da kar najbolje razvijamo njihove sposobnosti. Seveda moramo imeti kot učitelji razvite določene spretnosti za delo z nadarjenimi, saj je vpliv učitelja na učenčev razvoj lahko zelo velik.

Značilnosti nadarjenih učencev

Da je učenec nadarjen na matematičnem področju, običajno opazimo po naslednjih značilnostih (Ferbežer in Kukanja, 2008):

- dobro razvite miselno-logične sposobnosti,
- zmožnost reševanja neobičajne in kompleksne računske naloge,
- hitrejše napredovanje od vrstnikov in odlične ocene na matematičnem področju,
- doseganje visokih rezultatov na testih inteligentnosti in zunajnivojskih matematičnih testih (npr. tekmovanjih).

Ni nujno, da ima učenec nadpovprečno rezultate pri vseh zgoraj naštetih možnostih, da ga spoznamo za nadarjenega na matematičnem področju.

Nadarjeni učenci na istem področju so si kljub izraženemu enakemu interesu lahko zelo različni. Torrance (1981, po George 1997) je nanizal nekaj značilnosti, ki jih lahko ima nadarjen otrok:

- Ima polno idej, ki jih zna med seboj povezovati.
- Rad počne stvari drugače kot ostali.
- Vedno pripoveduje drugim o svojih odkritjih in zamislih.

- Ima smisel za humor.
- Raje se druži s starejšimi otroki ali odraslimi.
- Ima dobro razvit občutek za pravičnost in poštenost.
- Je trmast.
- Določenih dejavnosti se noče udeleževati.
- Ne spoštuje določenih načel olike.
- Ne kaže zanimanja za podrobnosti.
- Je zahteven, čustven, občutljiv.

Niti dva nadarjena učenca nista enaka. Uspeh nadarjenega otroka je v veliki meri odvisen tudi od družinskega in družbenega okolja (Ferbežer in Kukanja, 2008).
Z nekaterimi nadarjenimi je s stališča učitelja lahko delati, spet z drugimi izredno težko. Pri tem je pomembno tudi, kakšne sposobnosti ima učitelj nadarjenega učenca.

Kompetence učiteljev za delo z nadarjenimi
Ferbežer (2008) poudarja pozitivne kompetence, ki bi jih moral imeti učitelj nadarjenega učenca:
- Upoštevanje nadarjenih kot osebnosti.
- Spodbujanje k višjim dosežkom.
- Navajanje na samostojno, sistematično delo.
- Usmerjanje v iskanje informacij.
- Omogočanje razumevanja drugih učencev.
- Omogočanje razvoja radovednosti.

Po drugi strani lahko učitelj zavira razvoj nadarjenega učenca z nekaterimi negativnimi kompetencami (Ferbežer, 2008):
- Nezanimiv pouk.
- Zadrževanje učenca pri njegovem napredku.
- Nezaupanje učitelja v učenčeve sposobnosti.
- Nagrajevanje učenja na pamet.
- Netoleranca do odstopanja od običajnega mišljenja.
- Nasilno uveljavljanje avtoritete.

Ko so nadarjene učence vprašali, kakšne lastnosti naj bi imel njihov učitelj, so izpostavili naslednje (Vialle, 2000, po Ferbežer, 2008):
- razumevanje in podpora,
- pospeševanje učnega dela,
- izzivalne učne naloge,
- smisel za humor,
- ustvarjalnost in radovednost.

Večina ni poudarjala nadarjenosti učitelja, temveč zanimivo in dobro organizirano pedagoško delo. Torej za uspešno delo z nadarjenimi učenci ni potrebno vrhunsko znanje nekega področja (npr. matematike), ampak predvsem spodbujanje učenčeve radovednosti in ustvarjanje učnega okolja s primernimi izzivi.

Delo z nadarjenimi v drugi triadi
Z nadarjenimi učenci na matematičnem področju v drugi triadi se srečujem že nekaj let. Z njimi sem delala v 4. razredu pri uri za nadarjene izven pouka, v 5. razredu v času njihovega rednega pouka matematike (1 uro na teden – ´pull out´) in v 6. razredu pri

rednem in dodatnem pouku. Učenci se udeležujejo teh ur glede na svoje zanimanje za matematiko (razen rednega pouka matematike v 6. razredu), tudi če niso bili evidentirani kot nadarjeni na tem področju. Občasno se kateri od nadarjenih na matematičnem področju teh ur ne želi udeleževati.

Reševanje matematičnih problemov
Pri urah za nadarjene učence in pri rednih urah matematike sem nadarjenim učencem velikokrat pripravila različne problemske naloge. Zanimive problemske naloge sem našla na primer v knjigi Matematične uganke (Kordemski, 1991). Izbrala sem naslednja dva primera:

1. Čokolada stane 1 € in še polovico svoje cene. Koliko stane čokolada?

Odgovor: 2 € (druga polovica cene je 1 € in zato je celotna cena 2 €). Veliko učencev je odgovorilo da stane čokolada 1,5 €, ker so računali polovico od 1 €.
Pri problemskih nalogah je nujno, da se z učenci pogovorimo o njihovih rešitvah, naj so pravilne ali napačne. Pomembno je mišljenje, ki jih je privedlo do njihove rešitve.

2. Mož mora prepeljati volka, kozo in nekaj zelja čez reko.

- V njegovem čolnu je dovolj prostora le zanj in še bodisi za volka, bodisi za kozo ali pa za zelje.
- Če s seboj vzame zelje, bo volk pojedel kozo.
- Če vzame volka, bo koza pojedla zelje.
- Koza in zelje sta varna pred svojima sovražnikoma le, če je mož zraven.

Vseeno mož uspešno prepelje volka, kozo in zelje čez reko. Kako?

S tem problemom so imeli učenci kar nekaj težav zato, ker niso upoštevali vseh pogojev v nalogi. Nekaj težav so imeli tudi s sistematičnostjo zapisa oziroma risanja. Predlagala sem jim, naj moža označijo npr. z M, kozo s K ter vožnjo v eno smer s $\rightarrow$ in v drugo smer $\leftarrow$. Večinoma so prišli do pravilne rešitve. Rešitev: Najprej mora mož prepeljati kozo čez reko, nato se vrne po volka in ko volka odloži na drugem bregu, vzame v čoln kozo. Nato na drugem bregu pobere zelje in odloži kozo. Ko odloži zelje pri volku, se vrne po kozo in jo prepelje na drugi breg.

Projektne, seminarske in raziskovalne naloge
Projektne, seminarske in raziskovalne naloge je z učenci druge triade vsekakor težje delati kot z učenci tretje triade. Učenci so mlajši in imajo zato manj znanja matematike ter so manj vešči dela z računalnikom in z literaturo. Vendar, če jih z raziskovalnim delom seznanimo že v drugi triadi, jim prikažemo način dela, ki jim bo lahko pomagal pri razvijanju interesov v nadaljnem šolanju. Prav tako lahko pri tem načinu dela spoznavajo povezanost matematike z vsakdanjim življenjem in drugimi naravoslovnimi ter družboslovnimi področji.

Nekatere vsebine, ki sem jih preizkusila z učenci druge triade:

1. <u>Origami (projektna naloga, 4. razred)</u>

Z zgibanjem papirja lahko prikažemo pravokotnice in vzporednice. Lahko naredimo tudi kocko (Slika 1) ali kakšno drugo zanimivo telo.

Slika 1: Kocke

Seveda lahko zgibamo tudi različne živali ali rastilne (npr. rože). Učenci so najprej zgibali navaden bel pisarniški papir, iz katerega je bilo treba še izrezati kvadrate. Ko so bili že bolj vešči origamija, so dobili pravi barvni origami papir, ki je že v obliki kvadrata in je tanjši ter ga je zato lažje zgibati. Ko so dobili pravi origami papir, so imeli veliko večjo motivacijo za delo, kot ko so zgibali navaden pisarniški papir.

2. <u>Koledarji (raziskovalna naloga, 4. razred)</u>

Idejo za to raziskovalno nalogo sem dobila v knjigi 101 mathematical projects: a resource book (Bolt in Hobbs, 2005). Koledarji so zanimivi za raziskovanje učencev v drugi triadi, saj ne zahtevajo veliko matematičnega znanja (zgolj osnovnih računskih operacij). Poleg tega učenci lahko vidijo povezanost z drugimi področji (npr. zgodovino in astronomijo). Na začetku sem učencem prinesla nekaj koledarjev in jih spodbudila, da poskušajo poiskati vprašanja, ki jih zanimajo v zvezi s koledarji. Izmed veliko predlogov smo skupaj izbrali nekaj vprašanj, na katere so potem iskali odgovore.

- Koliko je prestopnih let v obdobju 400 let? (Samo 97. Prestopno leto nastopi vsake 4 leta, prestopno stoletje pa le, če je letnica deljiva s 400.)

- Ali so koledarji vsako leto drugačni? Koliko različnih koledarjev obstaja? (Koledarji se ponavljajo, saj obstaja le 14 različnih koledarjev.)

- Kako se spreminja dan v tednu, ko praznujemo rojstni dan v različnih letih?
  Če imamo rojstni dan v januarju ali februarju:
    - Npr. leta 2011 na torek, naslednje leto (2012) na sredo (tudi če je leto prestopno) – premik za 1 dan.
    - Leto po prestopnem letu (2013) - premik za 2 dni (iz srede na petek).

  Če imamo rojstni dan od marca do decembra:
    - Npr. leta 2010 rojstni dan na torek, naslednje leto (2011) na sredo (če leto ni prestopno) – premik za 1 dan.
    - Npr. leta 2011 na sredo, naslednje leto, ki je prestopno (2012) na petek – premik za 2 dni.

- Ali enake praznike v različnih državah praznujejo na isti dan? (V različnih državah isti praznik praznujejo ljudje po različnih koledarjih. Pri nas praznujemo božič 25. decembra, v Rusiji pa šele 7. januarja).

Podatke so iskali tudi po internetu, kar jim je bilo zelo všeč. Največ težav so imeli pri ugotavljanju in zapisu pravila za spreminjanje dneva v tednu, ko imajo rojstni dan. Poleg tega so si izdelali tudi vsak svoj koledar (dobili so natisnjen koledar za posamezen mesec, zraven so narisali, kar so želeli).

3. Fibonaccijeva števila (seminarska naloga, 5. razred)

Fibonaccijeva števila sestavljajo zaporedje števil, kjer je vsako naslednje število v zaporedju vsota prejšnjih dveh: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...
Fibonaccijeva števila niso zgolj suhoparno zaporedje, ampak se pojavljajo tudi v naravi (pri razmnoževanju čebel, razporeditvi listov na drevesu, številu spiral pri semenih sončnice …) in so zato za učence še posebej zanimiva.
Fibonaccijeva števila najdemo v mnogih matematičnih problemih. Predstavila bom dva izmed primerov, ki so jih reševali učenci v okviru seminarske naloge
(vir:http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibpuzzles.html).

- *Problem stolov v vrsti*:

Imamo dvorano, kjer je v vrsti lahko poljubno mnogo stolov. V dvorani je lahko 1, 2, 3, 4, 5 ... ljudi, ki se lahko posedejo na različne načine. Ne dovolimo pa, da bi ena poleg druge sedeli dve ženski (da ne bi začeli klepetati). Torej lahko sedita skupaj dva moška ali moški (M) in ženska (Ž). Koliko je vseh možnih razporeditev ljudi v dvorani pri določenem številu ljudi?

Pri enem stolu sta 2 možni razporeditvi (M ali Ž), pri dveh 3 razporeditve (MM, MŽ ali ŽM), pri treh stolih jih je že 5 (MMM, MŽM, ŽMŽ, MMŽ, ŽMM) ... Za število možnih razporeditev dobimo Fibonaccijeva števila.

Pri tej nalogi so imeli težave pri enem človeku v dvorani – ali obstaja 1 ali 2 možnosti. Problem je bila tudi sistematičnost zapisa, zato sem jim predlagala zapis v tabeli.

- *Problem drobiža za parkiranje*:

Imamo kovance za 1 € in 2 €, s katerimi plačujemo parkirnino na parkirnem avtomatu. Ura parkiranja stane 1 €. Na koliko različnih načinov lahko mečemo kovance v parkirni avtomat, če imamo različno število ur parkiranja (ceno)? Zaporedji plačevanja 1 € 2 € in 2 € 1 € štejemo za različni.

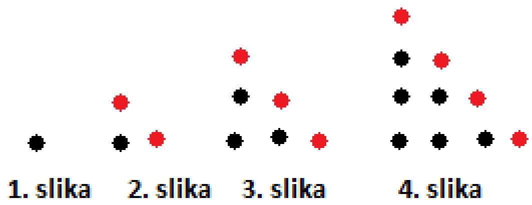
Število različnih možnosti pri eni uri parkiranja je 1, pri dveh sta 2, pri treh so 3
(1€ 1€ 1€ , 2 € 1 €, 1€ 2 €), pri štirih jih je že 5 ... Zopet dobimo Fibonaccijeva števila.

Ker so najprej reševali problem stolov v vrsti, jim sistematičnost zapisa ni več delala težav. Komentirali so le smiselnost naloge – saj je vseeno, v kakšnem vrstnem redu mečeš kovance, vsota je enaka.

4. Vzorci (raziskovalna naloga, 6. razred)

Tudi vzorci so zanimivi za raziskovanje, saj jih najdemo na vsakem koraku. Vzorce najdemo v naravi (zelenjava, drevoredi, snežinke, čebelnjak), v gradbeništvu (strešniki na strehi, opečnat zid, tlakovci ...), v umetnosti (slike, mozaiki, glasba ...), in seveda tudi v matematiki. Zanimivo branje s tega področja tudi za učence je knjiga z naslovom Kakšne oblike je snežinka? (Stewart, 2003).

Vzorci so povezani z različnimi simetrijami, tlakovanjem ravnine, zaporedji ... Za vzorce je značilno ponavljanje nekega motiva, slike. Primer vzorca, ki so ga učenci raziskovali, so bila trikotniška števila. Najprej so vzorec narisali in šteli število pik na vsaki sliki, nato pa so zapisali še splošno enačbo. Največ težav so imeli z zapisom splošne enačbe.



Slika 2: Trikotniška števila

	1. slika	2. slika	3. slika	4. slika	*n*-ta slika
Število pik	1	3	6	10	$\frac{n \cdot (n+1)}{2}$

Tabela 1: Trikotniška števila

5. Čarobna matematika (raziskovalna naloga, 6. razred)

V tej raziskovalni nalogi je bil poudarek na iskanju zanimivih računskih postopkov, trikov s števili, kartami ...

Primer zanimivega računskega postopka je hitro množenje s 5.

- Sodo število množimo s 5, tako da razpolovimo število, ki ga množimo s 5 in za njim zapišemo števko nič. Poglejmo si primer množenja 5 · 6. Razpolovimo 6 in dobimo 3, dopišemo 0, torej je rezultat 30.

- Liho število množimo s 5, tako da odštejemo 1 od števila, ki ga množimo s 5, potem ga razpolovimo in nato dopišemo namesto 0 števko 5. Primer takega množenja 5 · 9. Najprej izračunamo razliko 9 – 1 = 8, razpolovimo 8 in dobimo 4, nato dodamo števko 5 in dobimo rezultat 45.

Zakaj deluje? Množenje s številom 5 je enako kot deljenje z 2 (razpolavljanje števila) in množenje z 10 (dodajanje 0 na koncu) skupaj. To deluje tudi za liha števila, ne samo soda, če upoštevamo, da je polovica lihega števila decimalno število. Npr. pri računanju 5 · 9 razpolovimo 9 in dobimo 9 : 2 = 4,5. Nato nastalo število množimo z 10 in dobimo 4,5 · 10 = 45.

Takšne naloge so za učence zelo zanimive, ker jim predstavljajo matematiko na drugačen ´čaroben´ način. Zanimve ideje ponujata tudi knjigi Izzivi za mlade matematike (Kmetič in Frobisher, 1996) in Matematična delavnica 7 (Felda in dr., 2005).

Uporaba računalnika

V današnjem času so učenci navdušeni nad računalniki in menim, da jim je potrebno matematiko predstaviti tudi preko računalnika. Učencem 5. razreda sem predstavila spletno stran http://si.lefo.net/, kjer se učenci lahko preizkusijo v hitrem računanju. Na začetku so se preizkusili v računanju z naravnimi števili, nato pa so odkrili tudi decimalna števila. Eden od učencev je postavil vprašanje, kako se sešteva in odšteva decimalna števila. Ker je učenca to zanimalo, sem mu razložila in z zanimanjem so prisluhnili tudi

drugi. Čeprav je to snov 6.razreda se mi zdi smiselno, da se nadarjenim učencem predstavi snov, ki jih zanima, tudi če ni v rednem učnem programu.
Učencem 5. razreda sem predstavila tudi program Geogebra, s katerim so poskušali narisati vzporednice, pravokotnice, kvadrat, pravokotnik. To jim je dobro uspelo. Nato so program raziskovali sami in začeli risati večkotnike, kroge, kote. Ob tem so me spraševali, kar jih je zanimalo o geometriji. Na koncu so izrazili zadovoljstvo nad takšnim načinom dela, pri katerem ni bilo točno določeno, kaj morajo narediti in so lahko sami raziskovali.

Zaključek

Delo z nadarjenimi v drugi triadi je za učitelja po eni strani zahtevno, saj je znanje matematike pri učencih omejeno na naravna števila. Vendar lahko s primernimi metodami in vsebinami tudi na tej stopnji prikažemo matematiko kot zanimivo vedo, povezano z vsakdanjim življenjem in drugimi področji. Namen članka je bil prikazati drugačne primere dela z nadarjenimi na tej razvojni stopnji in spodbuditi učitelje, da bi svojim nadarjenim učencem ponudili kaj več kot le pripravo na tekmovanja. Vsekakor je vsebin in metod za delo z nadarjenimi še veliko.

Viri

1. Bolt, B. in Hobbs, D. (2005): 101 mathematical projects: a resource book. Cambridge University Press, Cambridge.
2. Felda, D. in dr. (2005): Matematična delavnica 7. DZS, Ljubljana.
3. Ferbežer, I. (2008): Kompetence učiteljev in vzgojiteljev v izobraževanju nadarjenih učencev - drugi del. Didakta, 18, 24-27.
4. Ferbežer, I. in Kukanja, M. (2008): Svetovanje nadarjenim učencem. ZRSŠ, Ljubljana.
5. George, D. (1997): Nadarjeni otrok kot izziv. Ljubljana, ZRSŠ.
6. Kmetič, S. in Frobisher, L. (1996): Izzivi za mlade matematike. Založba obzorja, Maribor.
7. Kordemski, B. A. (1991): Matematične uganke. DZS, Ljubljana.
8. Stewart, I. (2003): Kakšne oblike je snežinka? Didakta, Radovljica.
9. http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibpuzzles.html (30. 5. 2012).
10. http://si.lefo.net/ (5. 7. 2012).

RAZISKAVA OBLIK DIFERENCIACIJE PRI POUKU MATEMATIKE V 8. IN 9. RAZREDU DEVETLETNE OSNOVNE ŠOLE

Research on Types of Differentiation at Mathematics Lessons in Grade 8 and 9

Helena Skok Schlegel, OŠ Dobrovo

helena.skok@guest.arnes.si

Povzetek

V 9-letni osnovni šoli je postala zunanja diferenciacija v 8. in 9. razredu pri pouku matematike obvezna, in sicer z edino možno obliko, nivojskim poukom. Nivojski pouk v homogenih učnih skupinah je predstavljal ukrep za odpravljanje ovir pri doseganju boljših učnih dosežkov, ki izhajajo iz osebnih značilnosti učenca in okolja. Nivojski pouk kot sistemski ukrep je bil leta 2006 opuščen, hkrati pa je bilo šolam prepuščeno, da pouk organizirajo tako, da bo zagotavljal čim učinkovitejše doseganje učnih ciljev z možnostjo izbire organizacije pouka med razporeditvijo učencev v heterogene učne skupine, hkratnim poučevanjem dveh učiteljev v skupini, nivojskim poukom ter kombinacijo oblik diferenciacije. Namen raziskave oblik diferenciacije pri pouku matematike je predstaviti delež posameznih oblik v šolskem letu 2011/2012 po slovenskih osnovnih šolah ter predstaviti interpretacije in refleksije učiteljev matematike, udeleženih v raziskovalnem procesu, o vplivih doslej preizkušenih oblik. Glavna raziskovalna metoda je bila analiza rezultatov vprašalnika. Predstavljena je analiza preizkušenih oblik diferenciacije glede na mnenje učiteljev matematike o vplivih na učenje, samopodobo in motivacijo. Podane so ugotovitve, povezane z načini razvrščanja učencev, ter ugotovitev, da je trenutno glede izbire oblik diferenciacije na prvem mestu oblika z razporeditvijo učencev v heterogene učne skupine.

Ključne besede: diferenciacija, učinki, učenje, motivacija.

Abstract

External differentiation at mathematics lessons in grades 8 and 9 namely with the only possible form of ability grouping has become obligatory in nine-year primary school in Slovenia. Ability grouping in homogeneous learning groups represented a measure for the reduction of barriers in achieving better learning outcomes dependent on the learner's personal characteristics and the environment.

Ability grouping as a systemic measure was abandoned in 2006, but it was left to schools to organize lessons so that they provide the most efficient way to achieve learning objectives; with a possibility to choose the organizations of their tuition from arranging students in the heterogeneous learning groups, the simultaneous teaching of the two teachers in the group, ability grouping, to combining forms of differentiation.

The purpose of the research about the forms of differentiation in mathematics is to present the contribution of the individual form in the school year 2011/2012 in Slovenian primary schools and to reveal interpretations and reflections about the impact of the tested forms by mathematics teachers involved in the research process.

The main research method is based on a questionnaire analysis. It contains analyses of already tested types of differentiation on how they affect learning, self-esteem and motivation according to the mathematics teachers' opinions. Findings about the ways of grouping students are presented alongside the fact that for the time being, grouping students into heterogeneous groups is in the first place.

Key words: differentiation, effects, learning, motivation.

Uvod

V 8. in 9. razredu se po pravilniku (veljavnem od 17. 6. 2006) o izvajanju diferenciacije pri pouku v osnovni šoli pri predmetih slovenščina, matematika in tuji jezik pouk lahko organizira:

- z razporeditvijo učencev istega razreda v heterogene učne skupine,
- s hkratnim poučevanjem dveh učiteljev v oddelku pri vseh ali posameznih urah pouka,
- kot nivojski pouk v homogenih učnih skupinah na treh ravneh zahtevnosti, ki so opredeljene s cilji oziroma standardi znanja v učnih načrtih (zunanja diferenciacija),
- kot kombinacija oblik diferenciacije iz prejšnjih alinej.

Pri vseh oblikah diferenciacije v 8. in 9. razredu imajo učenci možnost dosegati vse cilje oziroma standarde znanja, ki so opredeljeni v učnih načrtih. Te oblike pouka predstavljajo mehanizme za odpravljanje ovir pri doseganju boljših učnih dosežkov (Krek, 1995). Ovire pa izhajajo iz osebnostnih lastnosti otrok in socialnega okolja (Lesar, 2009).

Začetki izvajanja diferenciacije segajo v obdobje uvajanja devetletne osnovne šole in pomenijo sistemski ukrep v obliki nivojskega pouka. Na podlagi 40. člena Zakona o osnovni šoli (Uradni list RS, št. 12/96 in 33/97) je minister za šolstvo in šport izdal Pravilnik o podrobnejših pogojih za organizacijo nivojskega pouka v 9-letni osnovni šoli. Ta pravilnik je določal postopek pri odločanju za ravni zahtevnosti ter načine za oblikovanje učnih skupin za izvedbo nivojskega pouka v 9-letni osnovni šoli. Namen nivojskega pouka v homogenih učnih skupinah je bil opredeljen kot utrjevanje in ponavljanje oziroma poglabljanje in razširjanje učne snovi. Nivojski pouk v 8. in 9. razredu se izvaja v homogenih učnih skupinah in poteka na eni od treh ravni zahtevnosti, ki so opredeljene s cilji oziroma standardi znanja v učnih načrtih. Učna skupina za izvedbo nivojskega pouka je oblika združevanja učencev različnih oddelkov istega razreda. Učenec se za raven zahtevnosti pri nivojskem pouku odloči po posvetovanju z učitelji, šolsko svetovalno službo in starši. Odločitev o izbiri ravni zahtevnosti za naslednje šolsko leto učenec najkasneje do zaključka pouka sporoči na obrazcu, predpisanem s pravilnikom, ki ureja dokumentacijo v devetletni osnovni šoli. Učenec lahko v prvem mesecu pouka v 8. in 9. razredu in ob zaključku ocenjevalnih obdobij po posvetovanju s starši, učitelji in šolsko svetovalno službo spremeni raven zahtevnosti. Starši s podpisom potrdijo, da so seznanjeni z odločitvijo učenca o spremembi ravni zahtevnosti.

Izvajanje diferenciacije pri pouku matematike v 8. in 9. razredu osnovne šole

Namen raziskave oblik diferenciacije pri pouku matematike v 8. in 9. razredu je predstaviti delež posameznih oblik v šolskem letu 2011/2012 po slovenskih osnovnih šolah ter predstaviti interpretacije in refleksije učiteljev matematike, udeleženih v raziskovalnem procesu, o vplivih doslej preizkušenih oblik. Tako bomo dobili vpogled v to, kaj nam trenutno pomeni dobra praksa na tem področju.

Raziskava oblik diferenciacije pri pouku matematike v 8. in 9. razredu je nastala na podlagi dveh raziskovalnih metod. V teoretičnem delu sem kot metodo uporabila sistematično analizo obravnavane tematike, v praktičnem delu pa je bila glavna metoda vprašalnik. Analiziranih je bilo 52 vprašalnikov, ki so jih izpolnili učitelji matematike. Informacije v zvezi z izbrano obliko diferenciacije pri pouku matematike na posamezni osnovni šoli v tekočem šolskem letu pa so bile zbrane tudi s pomočjo odgovorov ravnateljev prek elektronske pošte ter pregledovanjem letnih delovnih načrtov in publikacij osnovnih šol, objavljenih na spletu. Izbrala sem 120 osnovnih šol, enakomerno geografsko razporejenih po Sloveniji. Če šola ni imela objavljene oblike diferenciacije v tekočem šolskem letu na spletni strani, sem se odločila za pridobitev informacije s pomočjo elektronske pošte ravnatelju. Na ta način je bilo zbranih 120 informacij v zvezi z izbrano obliko diferenciacije. V pomoč mi je bila spletna stran Ministrstva za izobraževanje, znanost, kulturo in šport, ki ima objavljen seznam osnovnih šol v Sloveniji s posameznimi elektronskimi ter URL naslovi. Anketo so izpolnjevali učitelji matematike ter s tem prispevali svoje interpretacije in refleksije, ki temeljijo na izkušnjah. Raziskava vsebuje analizo preizkušenih oblik diferenciacije glede na mnenje učiteljev o vplivih na učenje, motivacijo in samopodobo.

Pozitivne in negativne posledice nivojskega pouka so občutili tako učenci kot učitelji. Analiza odgovorov učiteljev matematike na vprašanje, ali nivojski pouk povečuje možnosti za učenje in učne dosežke ter poveča kakovost poučevanja, je prikazana v tabeli 1.

	DA	NE
I. nivo	34 (65,4 %)	18 (34,6 %)
II. nivo	18 (34,6 %)	34 (65,4 %)
III. nivo	46 (88,5 %)	6 (11,5 %)

Tabela 1: Mnenja učiteljev o pozitivnih vplivih nivojskega pouka na učenje in učne dosežke

Analiza odgovorov učiteljev matematike na vprašanje, ali nivojski pouk krepi samopodobo učencev in njihove občutke sposobnosti, je prikazana v tabeli 2.

	DA	NE
I. nivo	28 (53,8 %)	24 (46,2 %)
II. nivo	11 (21,2 %)	41 (78,8 %)
III. nivo	44 (84,6 %)	8 (15,4 %)

Tabela 2: Mnenja učiteljev o pozitivnih vplivih nivojskega pouka na samopodobo učencev

Analiza odgovorov učiteljev matematike na vprašanje, ali nivojski pouk poveča pričakovanja in motivacijo učencev, je prikazana v tabeli 3.

	DA	NE
I. nivo	28 (53,8 %)	24 (46, 2 %)
II. nivo	14 (26,9 %)	38 (73,1 %)
III. nivo	42 (80,8 %)	10 (19,2 %)

Tabela 3: Mnenja učiteljev o pozitivnih vplivih nivojskega pouka na motivacijo učencev

Analiza odgovorov učiteljev matematike na vprašanje, ali so bili v skupini z nižjimi dosežki pogosto člani ranljivih skupin (npr. učenci s posebnimi potrebami, migranti, učenci z vedenjskimi težavami …) je prikazana v tabeli 4.

DA	34 (65,4 %)
NE	18 (34,6 %)

Tabela 4: Prisotnost članov ranljivih skupin v I. nivoju

Spoznanja in mnenja učiteljev matematike o primernosti nivojskega pouka, ki izhajajo iz obdobja, ko je bil nivojski pouk edina možna oblika organizacije pouka matematike v 8. in 9. razredu (1999–2006) so naslednja:

- ključno vlogo pri razvrščanju v nivojske skupine bi moral imeti tim matematikov, ker se precej učencev nekritično razvrsti v višji nivo, saj imajo starši velik vpliv na odločitve otrok in se z učiteljem ne strinjajo (redki učenci so bili dovolj motivirani, da so nadoknadili primanjkljaj). S tem se je namen nivojskega pouka izgubil. Nekateri učitelji so opisali takšne nivoje kot »pesek v oči«. Učenci, ki so upoštevali mnenje učitelja glede razvrščanja, so imeli praviloma dober odnos do dela in tudi dobre rezultate;
- poučevanje v I. in III. nivoju je bilo bolj individualizirano zaradi manj številčnih skupin ter se je posledično enostavneje izvajalo različne dejavnosti in uporabljalo različne pristope in metode dela;
- v III. nivojski skupini so učenci hitreje napredovali, vendar so bila prisotna nekritična velika pričakovanja glede ocenjevanja, pogosto so učenci pričakovali višje ocene bolj zaradi nivoja kot zaradi znanja;
- v III. nivoju je poučevanje zelo učinkovito, če je skupina znotraj homogena. Ti učenci so pripravljeni več časa posvetiti matematičnim vsebinam in raziskovanju znotraj predmeta, matematične zakonitosti skušajo odkrivati samostojno, učijo se strategij reševanja težjih problemov, poudarek je na izražanju matematičnih vsebin v ustni in pisni obliki, uporabljajo simbolne zapise iz srednješolskih učnih načrtov, rešujejo tudi naloge za pripravo na tekmovanje. Takšnih ciljev ne moremo doseči v običajnem oddelku;
- najtežje je poučevati v drugem nivoju, saj je velikokrat razkorak med tem, koliko so učenci zmožni in koliko časa so pripravljeni posvetiti matematičnim vsebinam, prevelik;
- v I. nivojski skupini so poleg učno manj uspešnih učencev bili tudi učenci z vedenjskimi in drugimi težavami, zato uspeh kljub bolj individualiziranemu delu ni bil zagotovljen niti dosežen v skladu s pričakovanji. Če je v I. nivoju večina učencev z vedenjskimi težavami, je učenje v taki skupini zelo oteženo in ne koristi nobenemu učencu. Če so vključeni učenci z nižjimi sposobnostmi, vendar brez izrazitih vedenjskih težav, jim učitelj lahko veliko pomaga, da dosegajo minimalne standarde znanja;
- II. nivojska skupina je zaradi vpliva odločanja učencev in staršev zelo nehomogena;
- odzivi učencev v II. nivojski skupini so medli ter dinamika nivoja neustrezna;
- učencem II. nivoja manjka primerjava s tistimi, ki so boljši in obratno;
- v II. in I. nivoju so učitelji pogrešali učence, ki bi bili bolj aktivni in s svojim zanimanjem »potegnili« delo v razredu;
- za velike šole, kjer so se oblikovale skupine s 16 oz. 18 učenci I. nivoja, se je ta oblika organizacije pouka pokazala za zelo neposrečeno zamisel;
- oblikovale so se tudi skupine učencev I. nivoja, ki so bile izrazito nezainteresirane za delo, za pisanje domačih prilagojenih nalog kljub uporabi različnih metod motivacije;
- učenci III. nivoja so se sčasoma začeli obnašati, kot da učitelja ne potrebujejo. Kljub dokazovanju, na pozitiven način, da potrebujejo razlago, niso poslušali razlage, »saj oni vse že znajo«. Pisna in ustna ocenjevanja znanja pa so pokazala ravno nasprotno. Učitelji niso uspeli pritegniti njihove pozornosti;
- v III. nivoju so učitelji opazili oblikovanje neke vrste »elitizma«;
- poučevanje v III. nivoju je bilo na začetku zelo napeto. Učenci so bili drug do drugega zajedljivi, na vsakem koraku so se želeli dokazovati. Potreben je bil čas, da se je delo umirilo in postalo ustvarjalno. Proti koncu šolskega leta pa je bilo vse težje, učenci so postali apatični, nič več jih ni pritegnilo;

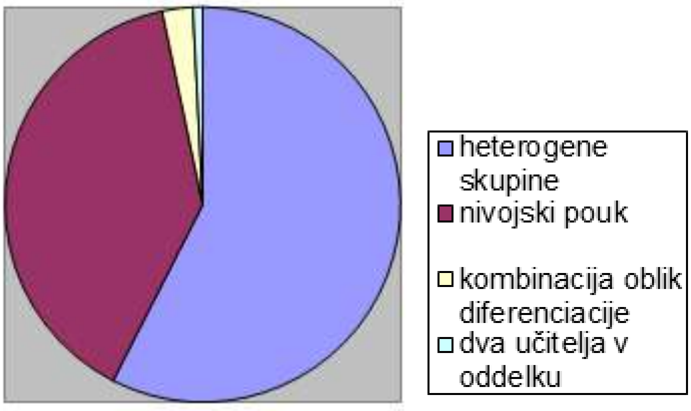
- nekateri učitelji so prišli do spoznanja, da nima smisla organizirati nivojskega pouka na treh zahtevnostnih ravneh ter so se odločili za kombinacijo III. nivoja ter heterogene skupine I. in II. nivoja;
- po drugi strani pa so učitelji opazili, da so se v združenem I. in II. nivoju učenci, ki so bili sposobni več, zadovoljili z manj;
- če je skupina I. nivoja majhna, se učenci in učitelj dobro počutijo, saj se učitelj lažje vsakemu posveti;
- prav tako v manjši skupini pridobijo učenci III. nivoja na samostojnosti in strategiji reševanja problemskih nalog;
- najmanj pridobijo učenci II. nivoja, ker je običajno najbolj številčen;
- če je bila skupina manjša, so se učenci, ki so si jih vrstniki »privoščili«, bolje počutili, bolj so prišli do izraza, bili so bolj sproščeni in so si upali sodelovati ter s tem pridobili na samozavesti;
- učenci v I. nivoju lahko dobijo lažni občutek, da veliko znajo, ker se ne morejo primerjati z ostalimi.

Verjetno so ravno negativne posledice nivojskega pouka botrovale spremembam pravilnika o izvajanju diferenciacije pri pouku v osnovni šoli v letu 2006 (velja od 17. 6. 2006). Nivojski pouk kot sistemski ukrep je bil opuščen, šolam pa je bilo prepuščeno, da pouk organizirajo tako, da bo zagotavljal čim učinkovitejše doseganje učnih ciljev z možnostjo izbire organizacije pouka med razporeditvijo učencev v heterogene učne skupine, hkratnim poučevanjem 2 učiteljev v skupini, nivojskim poukom ter kombinacijo oblik diferenciacije.

Tabela 5 ter Slika 1 predstavljata ta delež posameznih oblik organizacije pouka matematike v 8. razredu v šolskem letu 2011/2012 glede na vzorec 120 slovenskih osnovnih šol.

	Oblika organizacije pouka matematike v 8. razredu			
	Heterogene učne skupine	Nivojski pouk	Kombinacija oblik diferenciacije	Hkratno poučevanje dveh učiteljev v oddelku
Število šol	69	47	3	1
Delež (%)	57,5	39,2	2,5	0,8

Tabela 5: Delež posameznih oblik organizacije pouka matematike v 8. razredu v šolskem letu 2011/2012



Slika 1: Delež posameznih oblik organizacije pouka matematike v 8. razredu v šolskem letu 2011/2012

V nadaljevanju sledi predstavitev mnenj učiteljev o razvrščanju učencev v heterogene skupine ter nivojske skupine glede na zapisana mnenja v anketi

Mnenja učiteljev, ki so v tekočem šolskem letu izbrali organizacijo pouka v obliki heterogenih skupin v 8. in 9. razredu pri pouku matematike, glede na:

a) Učenje in učne dosežke učencev
- dosežki niso slabši od dosežkov v nivojskih skupinah;
- primerjajo svoje znanje z znanjem vrstnikov, ki so najboljši, in tistih, ki imajo težave, kar vpliva na pozitiven odnos do učenja;
- učitelj lahko bolj spremlja napredek učencev, ker so skupine enako številčne.

b) Vpliv na samopodobo
- je naravno okolje;
- samopodoba pri učencih z učnimi težavami je boljša;
- ustvarja se prijetno sodelovalno vzdušje, kar pozitivno vpliva na samopodobo učencev;
- učenci niso »izločeni«, ker se izvaja notranja diferenciacija.

c) Vpliv vrstnikov
- več sodelovanja v skupini, omogočena je pomoč (npr. ko je bil več časa odsoten učenec I. nivoja, ni bilo učenca, ki bi mu lahko posodil dovolj dobre zapiske);
- vpliv vrstnikov je pozitiven, če lahko ustrezno delimo posameznike in ločimo moteče učence, ali negativen, če le-to ni mogoče;
- najboljše učence spodbuja, da ohranijo vodilno vlogo v skupini, ostale pa, da jih poskušajo doseči;
- manj izpostavljenosti;
- manjša heterogena skupina – veliko več medvrstniške pomoči kot v okviru celega razreda.

d) Drugo
- lažje delo, več vaj, več utrjevanja, večja preglednost;
- manjše število učencev v skupini omogoča boljšo komunikacijo in aktivnost učencev.

Mnenje učiteljev, ki so v tekočem šolskem letu izbrali organizacijo pouka v obliki nivojskih skupin v 8. in 9. razredu pri pouku matematike, glede na:

a) Učenje in učne dosežke učencev
- če je skupina znotraj homogena in v njej prevladuje zdrava tekmovalnost, je poučevanje zelo učinkovito. Ne sme biti preveč učencev, ki so to raven izbrali zaradi ambicij staršev;
- izjemno učinkovita oblika za motivacijo učencev glede na njihovo predznanje in znanje;
- učitelj lahko z učenci z nižjimi dosežki dela počasneje in več utrjuje, z boljšimi pa lahko širi in poglablja znanje;
- v kombinaciji I. in II. nivoja zadovoljiv učinek, v III. nivoju v redu.

b) Vpliv na samopodobo
- opaža se, da se učenci redko odločajo za I. nivo, ker jih je sram, kar bi posledično negativno vplivalo na samopodobo. Največ se jih odloča za II. nivo, nekateri pa se precenijo in gredo v III. nivo.

c) Vpliv vrstnikov
- nivoji vzpodbujajo elitizem. Učenci to povedo tako: »Če si v III. nivoju, si nekaj več, če si v I., ne znaš nič.«;
- če je delež vedenjsko problematičnih v I. nivoju velik, je vpliv lahko zelo negativen.

d) Drugo
- nivoje učenci pogosto izbirajo tudi po tem, kam bo šel njihov najboljši prijatelj oziroma kateri učitelj bo poučeval v posameznem nivoju.

Zaključek

V tej raziskavi so podane ugotovitve, ki so povezane z načini razvrščanja učencev v zvezi z organizacijo pouka matematike v 8. in 9. razredu. Izkazalo se je, da je zunanja diferenciacija, pri kateri so učenci razporejeni v skupine na osnovi dosežkov med trinajstim in petnajstim letom, lahko zelo občutljivo področje, ki ni primerno za vsako šolo, še manj pa za vsako generacijo. Prakso na tem področju nam v tem šolskem letu pomeni organizacija pouka matematike z razporeditvijo učencev istega razreda v heterogene učne skupine (57,5 %) ter na drugem mestu nivojski pouk v homogenih učnih skupinah na treh ravneh zahtevnosti, ki so opredeljene s cilji oziroma standardi znanja v učnih načrtih (39,2 %). Majhne učne skupine, notranja diferenciacija ter pozitiven vpliv vrstnikov predstavljajo pomembne dejavnike za izboljšanje učnih dosežkov učencev in samopodobe. Vpliv vrstnikov je pozitiven, če lahko ustrezno delimo posameznike in ločimo moteče učence, ali negativen, če le-to ni mogoče. Raziskava je pokazala, da imajo heterogene skupine in nivojski pouk v praksi zelo različne posledice. Tega se moramo zavedati vsi, ki se ukvarjamo z izobraževanjem.
Za celovitejši pogled na problematiko potrebujemo nadaljnje raziskave, v katerih bi bili udeleženi dijaki, ki bi podali mnenja glede vplivov nivojskega pouka, razporeditve učencev v heterogene skupine ter drugih oblik organizacije pouka, ki so jih preizkusili v osnovnošolskem izobraževanju.

Viri

1. Krek, J. (1995): Bela knjiga o vzgoji in izobraževanju v Republiki Sloveniji. Ministrstvo za šolstvo in šport, Ljubljana.
2. Pravilnik o podrobnejših pogojih za organizacijo nivojskega pouka v 9-letni osnovni šoli (Uradni list RS, št. 12/96 in 33/97).
3. Pravilnik o izvajanju diferenciacije pri pouku v osnovni šoli (Uradni list RS, št. 63/06).
4. Lesar, I. (2009): Ali formalne rešitve na področju šolanja marginaliziranih omogočajo uresničevanje ideje inkluzije? Sodobna pedagogika, No. 1, str. 334–348.
5. http://arhiv.acs.si/publikacije/Analiza_dobrih_praks_v_evropskih_solskih_sistemih.pdf (18. 02. 2012).
6. https://krka1.mss.edus.si/registriweb/Seznam1.aspx?Seznam=… (18. 02. 2012).
7. http://.sodobna-pedagogika.net/index.php?option=com_content&task=view&id=92... (18. 02. 2012).

DIFERENCIACIJA PRI POUKU MATEMATIKE
Differentiation at Mathematics Lessons

Boris Černilec, Zavod za gluhe in naglušne Ljubljana

boris.cernilec@gmail.com

Povzetek

Na začetku prejšnjega desetletja je bila izvedena prenova osnovnošolskega izobraževanja. Pouk po prenovi je problemsko naravnan, poudarja aktivno vlogo učencev in temelji na logičnem razmišljanju. Regulacija za izvajanje pouka matematike v 8. in 9. razredu pa omogoča delo v manjših skupinah in tudi nivojski pouk.

Ugotovitve, predstavljene v prispevku, so rezultat raziskave, v kateri sem primerjal znanje matematičnih vsebin pri učencih, ki so obiskovali devetletno osnovno šolo, z znanjem matematičnih vsebin pri učencih, ki so obiskovali osemletno osnovno šolo. V devetletni osnovni šoli so bili učenci pri pouku matematike celo šolsko leto razdeljeni v tri nivojske skupine, v osemletni osnovni šoli pouk matematike ni potekal v manjših skupinah.

V raziskavi je uporabljena metoda empiričnega raziskovanja in dopolnjena s kvalitativno metodologijo pedagoškega raziskovanja. Kvantitativni podatki so zbrani s pomočjo testov znanja in vprašalnika, kvalitativni pa z analizo priprav na pouk in z opazovanjem pouka.

Rezultati raziskave kažejo, da delitev učencev pri pouku matematike na nivojske skupine daje možnosti za izboljšanje matematičnega znanja. Na uspešnost učencev in njihovo boljše znanje pa vpliva tudi njihova pozitivna naravnanost do nivojskega pouka, izbirnost pri izbiri ravni zahtevnosti, socialni stiki ter povezanost z vrstniki matičnega oddelka.

Ključne besede: nivojski pouk, cilji in standardi, pristopi poučevanja, znanje matematike.

Abstract

The reform of primary school carried out at the beginning of the last decade is based on an active role of students, problem-oriented teaching and logical thinking. Regulation for the implementation of mathematics lessons in grade 8 and 9 enables working in small groups and ability grouping.

The findings presented here are the result of research in which the mathematical content knowledge of students who attended nine-year primary school is compared with the knowledge of students who attended eight-year primary schools. The nine-year primary school students were divided into three ability groups at mathematics lessons throughout the school year.

I used empirical research method supplemented with a qualitative methodology of pedagogical research in my research. Quantitative data was collected through questionnaires and knowledge tests. Qualitative data was collected by analysis of lesson preparation and classroom observation.

The research results show, that the dividing students into ability groups at mathematics lessons proved to be successful as they provide students opportunities to improve their mathematical knowledge. Student performance is also influenced by their positive attitude to ability grouping, possible selectivity when choosing the group level and social contacts and connections with their classmates.

Key words: ability grouping, goals and standards, teaching approaches, mathematical knowledge.

Uvod

Cilji pouka matematike se dopolnjujejo s procesnimi znanji oziroma z znanji, naravnanimi k iskanju poti in strategij reševanja problemov. Poudarjena je aktivna vloga učencev pri usvajanju znanja z upoštevanjem njihovih idej v procesu odkrivanja in raziskovanja. Učitelji se morajo prilagoditi potrebam in zahtevam splošnih in specifičnih ciljev interdisciplinarno zastavljenega pouka matematike. Pouk morajo problemsko naravnati, pri načrtovanju, izvedbi in ocenjevanju pa upoštevati ključne dejavnike, ki vplivajo na učno uspešnost.

Zaradi individualnih razlik med učenci, predvsem pa zato, da bi bolje prilagodili pouk njihovim sposobnostim, učence razvrščamo v manjše skupine, učence grupiramo. Mnenja, katera oblika je najprimernejša, so različna. Kot najpogostejši argument v prid grupiranja se navaja racionalnejša poraba časa pri organizaciji in uravnavanju učnega procesa oziroma več neposrednega poučevanja, ki vključuje: odgovarjanje na vprašanja učencev z jasno razlago, poslušanje učencev in odzivanje na njihove odgovore, lažje spremljanje napredka posameznika znotraj skupine ter odzivanje na potrebe posameznega učenca.

Rezultate različnih študij strnemo v ugotovitev, da je grupiranje učencev učinkovito le, če so metode poučevanja in učno gradivo prilagojeni potrebam učencev (Slavin, 1990). Zgolj enostavno razvrščanje učencev v manjše skupine brez ustreznih prilagoditev ni učinkovito (Dupriez, 2010).

Učni načrt uvaja sozvočje med reševanjem problemov in učenčevo pripravljenostjo, da postavlja vprašanja in išče odgovore, s tem pa razvija in oblikuje svoje umske sposobnosti, pristno razumevanje ter usvajanje matematičnih konceptov in pojmov (Cotič, 2000).

Pouk naj bo interaktiven proces, ki spodbuja soočanje stališč in izmenjavo mnenj. Učencem je dana priložnost, da uporabijo znanje, spretnosti in veščine v realnih situacijah. Poudarek je na individualizaciji kot tudi na sodelovalnem učenju. Veliko časa se namenja razvijanju samopodobe, samozavesti, ustvarjalne kritike in samokritike. Učenje je problemsko in izkušenjsko naravnano (Mutić, 2001).

Z uvedbo devetletne osnovne šole smo v Sloveniji uvedli tri oblike diferenciacije (Strmčnik, 2005). Predvsem delna zunanja diferenciacija v osmem in devetem razredu je v slovenskem šolskem prostoru odprla polemike o njeni uspešnosti oziroma smiselnosti uvedbe.

Raziskava o uspešnosti nivojskega pouka

Cilj raziskave je s kavzalno eksperimentalno metodo ugotoviti, ali lahko z ustreznimi pristopi novega koncepta poučevanja matematike in z novim konceptom organizacije pouka matematike v 8. in 9. razredu učenci izboljšajo znanje matematičnih vsebin in konceptov.

Raziskovalne hipoteze

Splošna raziskovalna hipoteza je, da učenci osmega razreda devetletne osnovne šole, pri katerih se pouk matematike izvaja v nivojskih skupinah, uspešneje rešujejo matematične naloge kot učenci, deležni klasičnega pouka matematike v sedmem razredu osemletne osnovne šole.

V raziskavi so postavljene tudi specifične raziskovalne hipoteze:

Hipotezi, ki se nanašata na razlike med eksperimentalno in kontrolno skupino pri odvisnih spremenljivkah na koncu eksperimenta:

H1: Eksperimentalna skupina bo uspešneje kot kontrolna skupina reševala matematične naloge.

H2: V odnosu do matematike ne bo pomembnih razlik med eksperimentalno in kontrolno skupino.

Hipoteza, ki se nanaša na stališče učencev eksperimentalne skupine do nivojskega pouka na koncu eksperimenta:

H3: Učenci eksperimentalne skupine bodo imeli pozitivno stališče do nivojskega pouka.

Osnovna raziskovalna metoda in raziskovalni pristop
V raziskavi je metoda empiričnega raziskovanja dopolnjena s kvalitativno metodologijo pedagoškega raziskovanja. Uporabljen je pedagoški proces, ker je primeren pri proučevanju novosti, ki se vnašajo v pouk.

Kvantitativno smo zbrali podatke s testoma znanja in vprašalnikoma o odnosu do matematike in nivojskega pouka. Kvalitativno pa smo zbrali podatke s sprotnimi razgovori med raziskovalcem in učitelji, z analizo priprav na pouk in s prisotnostjo raziskovalca pri urah pouka.

Model eksperimenta
Model eksperimenta je enofaktorski, s šolskimi oddelki kot primerjalnimi skupinami z dvema modalitetama. Za primerjalne skupine so vzeti obstoječi oddelki.

Eksperimentalna skupina (v nadaljevanju ES) je bila deležna popolne eksperimentalne obravnave, ki je vključevala: delitev učencev na nivojske skupine, delo po novih učnih načrtih, procesno-didaktični pristop poučevanja.

Kontrolna skupina (v nadaljevanju KS) je delala po programu osemletne osnovne šole in z razporeditvijo učencev v oddelke.

V raziskavo je bilo vključenih 126 učencev, ki sedmo leto obiskujejo osnovno šolo, in sicer je 63 učencev vključenih v eksperimentalno skupino, 63 pa v kontrolno skupino.

Spremenljivke
<u>Neodvisne spremenljivke</u>
Neodvisna spremenljivka je eksperimentalni dejavnik.

<u>Odvisne spremenljivke</u>
Z odvisnimi spremenljivkami smo preverjali znanje učencev ter njihov odnos do matematike. Razdeljene so v dve skupini:

<u>Kognitivne spremenljivke</u>
Dosežki učencev pri matematičnih vsebinah.

<u>Afektivne spremenljivke</u>
Odnos učencev do matematike in interes zanjo.

<u>Kontrolne spremenljivke</u>
Učenčev uspeh pri matematiki, slovenščini in splošni učni uspeh ter socialno ekonomski status učenčeve družine.

Učencem v eksperimentalni skupini smo postavili še vprašanja, s katerim so izrazili svoje mnenje o nivojskem pouku.

Uporabljene statistične tehnike

Za ugotavljanje razlik v znanju matematičnih vsebin smo uporabili t-preizkus. Tako začetnemu kot končnemu testu znanja smo določili merske značilnosti: objektivnost, diskriminativnost, zanesljivost in veljavnost.

Z χ^2 – preizkusom smo preizkusili statistično pomembne razlike v odnosu do matematike med skupinama na začetku in koncu eksperimenta.

Z analizo kovariance smo odpravili vpliv različnih začetnih položajev obeh skupin.

Z metodami deskriptivne statistike smo preverili hipotezo, da imajo učenci eksperimentalne skupine pozitivno stališče do nivojskega pouka.

Rezultati in interpretacija

Osnovne značilnosti vzorca glede na nekatere kontrolne spremenljivke

Iz študij Mednarodne raziskave trendov v znanju matematike TIMSS (Japelj-Pavešić, 2008) obstaja obilo dokazov, da so dosežki učencev v matematiki povezani z osebnimi dejavniki učenca: njegovim domačim okoljem, njegovimi dejavnostmi in odnosom do učenja.

Želeli smo preveriti, ali se kontrolna in eksperimentalna skupina razlikujeta glede na nekatere kontrolne spremenljivke na začetku pouka. Kontrolne spremenljivke smo razdelili v dva sklopa. Prvi sklop je dal informacijo o socialno ekonomskem statusu družine, iz katere otrok prihaja, drugi sklop je zajemal podatke o ocenah.

Pri socialno ekonomskem statusu učenčeve družine smo se osredotočili na: doseženo izobrazbo staršev, možnost domače rabe osebnega računalnika, ali ima učenec svojo pisalno mizo in število knjig doma. Pokazali smo, da so razlike med kontrolno in eksperimentalno skupino statistično nepomembne.

V drugem sklopu sta nas zanimali oceni pri matematiki in slovenščini ter splošni učni uspeh. Statistično pomembna je samo razlika v oceni pri slovenščini, vendar ni raziskav, ki bi potrdile, da obstaja povezava med oceno pri slovenščini in uspešnostjo reševanja matematičnih nalog.

Analiza razlik v znanju matematike v začetnem stanju

Na začetku eksperimenta so opazne in statistično pomembne razlike v znanju nekaterih matematičnih vsebin (večkotniki, množenje in deljenje racionalnih števil in odnosi med spremenljivkami). Predpostavljamo, da lahko pripišemo te statistično pomembne razlike v znanju med KS in ES različnosti koncepta matematičnega poučevanja med obema skupinama. Učenci ES so delali po programu devetletne osnovne šole že v sedmem razredu, deležni so bili pouka v manjših skupinah fleksibilne diferenciacije, učitelji matematike so spremenili koncept matematičnega poučevanja. V osemletni osnovni šoli je prevladoval matematični koncept, ki gradi na transferu spretnosti in znanja. Tak pouk temelji na uveljavljanju znanja, ne glede na to, če so dosežene miselne zveze, da učenec razume učno snov in jo zna uporabiti.

Analiza razlik v afektivnih spremenljivkah v začetnem stanju
Pri večini odgovorov prvih štirih sklopov so mnenja učencev precej podobna, tako da med skupinama ni statistično pomembnih razlik.

Zadnji sklop so sestavljale trditve, za katere so učenci mnenje označili na osnovi tristopenjske lestvice:

- Učitelj nam pokaže, kako rešujemo matematične probleme.
- Prepisujemo snov s table.
- Pišemo kontrolne naloge ali teste.
- Sami rešujemo naloge iz knjig ali delovnih zvezkov.
- V skupini rešujemo obsežne naloge.
- Delamo v dvojicah ali manjših skupinah.
- Pri reševanju matematičnih problemov si pomagamo s stvarmi iz vsakdanjega življenja.
- Učitelj nam da domačo nalogo.
- Z domačo nalogo lahko začnemo pri pouku.
- Učitelj pregleduje domačo nalogo.
- Drug drugemu pregledujemo domačo nalogo.
- Pogovarjamo se o rešitvah domačih nalog.

Na osnovi izračunanih χ^2 vrednosti in njihovih ravni statistične pomembnosti ugotovimo, da se učenci kontrolne in eksperimentalne skupine statistično pomembno razlikujejo v devetih spremenljivkah. Sklepamo, da se koncepta matematičnega pouka v ES in KS med seboj razlikujeta že na samem začetku eksperimenta.

Analiza razlik v matematičnem znanju in v afektivnih spremenljivkah v končnem stanju
Na koncu raziskave smo učence obeh skupin zopet anketirali o njihovem odnosu do matematike.

Med skupinama ni statistično pomembnih razlik. Za učence obeh skupin je pomembno, da so dobri tako v matematiki, naravoslovju, jeziku in športu, obenem pa morajo imeti tudi zadosti časa za zabavo.

Zanimivo je, da nekaj več kot polovica učencev meni, da je matematika njihovo močno področje, le okoli 10 % učencev pa meni, da matematika ni njihovo močno področje.

Na vprašanje »Kako rad imaš matematiko?« je 70 % učencev ES odgovorilo, da imajo radi matematiko, obenem pa 57 % učencev KS nima rado matematike. Zelo pozitiven odnos do matematike učencev ES zagotovo pomeni, da se učitelji v devetletni osnovni šoli zavedajo, da mora biti tudi matematični pouk enovit proces, v katerem ni moč zaobiti ciljev, ki se nanašajo tudi na učenčevo čustveno razsežnost. Učitelji to naredijo laže in kvalitetneje v manjših, homogenih skupinah, ki jih omogoča nivojski pouk.

Pri pouku matematike je pomembno, da učenci spoznajo in se ozavestijo, da matematično znanje ni stvar naključja ali posebnega daru, temveč plod večletnega dela, predhodnega znanja, refleksije, vztrajnosti in delavnosti.

Razlike pri pouku matematike, ki so jih učenci opazili sami, so statistično pomembne pri sedmih spremenljivkah. Prav razlike v teh spremenljivkah kažejo, da je pouk matematike v osemletni osnovni šoli naravnan na memoriranje formul in postopkov, na učenje matematičnih dejstev, pri reševanju matematičnih problemov pa je pozornost naravnana na poučevanje, kako rešiti določen tip problema. Učenci samo usvajajo resnice in končna dejstva in delajo individualno s poudarkom na iskanju rezultata naloge. Učitelj med uro nekaj časa zapolni z reševanjem nalog v smislu kvantitete, zato je pouk bolj podoben treningu. Podobna je tudi funkcija pregleda domače naloge med poukom.

Delitev učencev ES v homogene skupine omogoča učiteljem, da lahko uveljavijo nov koncept poučevanja matematike. Kljub homogenosti nivojskih skupin je v ES več individualizacije pouka. Delo v dvojicah ali manjših skupinah je pogosto, pouk matematike je usmerjen tudi v reševanje zahtevnejših, obsežnejših, strukturiranih nalog in problemov na višjih taksonomskih ravneh, kjer so pomembni tudi procesi in pristopi reševanja. Učenec mora razumeti problemsko situacijo, samostojno postaviti vprašanje, izbrati strategijo reševanja, utemeljiti ugotovitve in rešitve ter interpretirati rezultat. Temu smislu je namenjen tudi čas za pregled domače naloge v dvojicah med sošolcema.

Kljub različni organizaciji pouka in različnemu konceptu poučevanja lahko zaključimo, da v odnosu do matematike ni velikih razlik med KS in ES.

Analiza razlik v znanju matematike v končnem stanju
Končni test je obravnaval temo Pitagorov izrek. Naloge smo razdelili glede na tri različne standarde znanja.

Sklop	Skupina	n	Aritmetična sredina M	Standardni odklon SD	Standardna napaka aritmetične sredine SE
Minimalni standardi znanja	Kontrolna	63	15,444	5,241	0,660
	Eksperimentalna	63	19,825	4,517	0,569
Temeljni standardi znanja	Kontrolna	63	8,667	4,479	0,564
	Eksperimentalna	63	11,508	4,990	0,629
Zahtevnejši standardi znanja	Kontrolna	63	6,540	5,171	0,651
	Eksperimentalna	63	10,302	5,953	0,750

Tabela 1: Analiza razlik v znanju pri temi Pitagorov izrek

Če primerjamo dosežek učencev med skupinami, ugotovimo, da je bila ES uspešnejša pri reševanju nalog, saj je razlika v znanju statistično pomembna, ne glede na standarde znanja.

Za objektivno analizo dobljenih rezultatov smo v obdelavo podatkov vključili analizo kovariance. Vrednosti rezultatov v začetnem stanju namreč lahko različno popačijo rezultate v končnem stanju. Z analizo kovariance pa rezultate obeh skupin v končnem stanju izenačimo in s tem izničimo začetne razlike med skupinama.

Vir variacije	Vsota kvadratov	Stopnje prostosti	Srednji kvadrirani odklon	F	Raven statistične pomembnosti *p*
Sospremenljivka					
Začetni test	14914,0	1	14914,0	224,78	0,0000
Skupini (ES in KS)	1171,48	1	1171,48	17,66	0,0001
Ostanek	8160,96	123	66,3493		
Skupaj	26875,4	125			

Tabela 2: Analiza kovariance

Vpliv kovariable (ocena začetnega testa) je statistično značilen (p = < 0,05). Ob upoštevanju kovariable obstajajo statistično pomembne razlike (p = 0,00) po obravnavanjih, torej obstajajo razlike med kontrolno in eksperimentalno skupino v znanju matematike ob koncu raziskave.

Analiza stališč učencev eksperimentalne skupine do nivojskega pouka

Predpostavili smo, da bodo učenci eksperimentalne skupine imeli pozitivno stališče do nivojskega pouka. Postavili smo jim vprašanja o izbiri ravni zahtevnosti, zahtevnosti dela v nivojskih skupinah, o zadovoljstvu učencev z učnim uspehom, socialnih odnosih med učenci in o mnenju o nivojskem pouku.

Učenec lahko zamenja raven zahtevnosti med šolskim letom, vendar učenci te možnosti skoraj ne izkoristijo, saj so v večini zadovoljni z izbiro. Učenci, ki niso zadovoljni (5 %), so pojasnili razloge za nezadovoljstvo s trditvami: učitelj slabo razloži snov; ker gre prehitro, nisem imel dobrih ocen; zaradi treningov veliko manjkam; ne dojamem celotne snovi, pa mi je ocena padla.

Večini učencev se zdi zahtevnost nivojskega pouka primerna (86 %). Da je večina učencev izbrala primerno raven zahtevnosti, potrjuje podatek, da zelo malo učencev potrebuje inštrukcije pri matematiki. Učenci skorajda nimajo negativnih ocen.

Učenci so uspeli obdržati prijateljske odnose tako v matičnih oddelkih kot tudi oblikovati dobre medsebojne odnose v nivojskih skupinah. Nivojski pouk ne deluje negativno na socialno življenje učencev v matičnem oddelku.

Med predlogi učencev, kaj bi pri nivojskem pouku spremenili, so najpogostejši naslednji: radi bi boljšo razlago, nivojski pouk bi ukinili, kriterije ocenjevanja bi spremenili, radi bi bili z ostalimi učenci svojega oddelka. Omenjeni predlogi in pripombe kažejo, da je zadovoljstvo odvisno tudi ali predvsem od učitelja in njegove vloge pri poučevanju. Tudi Aylett (v Žagar, 2004) ugotavlja podobno: zadovoljstvo je odvisno od tega, koliko npr. učitelj s pohvalami pri učencih spodbuja njihova občutja lastne vrednosti, kako dobro se pripravi na pouk in koliko povratnih informacij daje učencem med uro matematike.

Splošno mnenje učencev o nivojskem pouku je pozitivno, saj tako meni okoli 90 % vseh učencev.

Zaključek

Na podlagi vseh dobljenih rezultatov in njihovi analizi zaključimo:

- Eksperimentalna skupina je uspešneje kot kontrolna skupina reševala matematične naloge.
- V odnosu do matematike ni pomembnih razlik med eksperimentalno in kontrolno skupino.
- Učenci eksperimentalne skupine imajo pozitivno stališče do nivojskega pouka.

Rezultati raziskave kažejo, da delitev učencev pri pouku matematike na nivojske skupine daje možnosti za izboljšanje matematičnega znanja. Hkratno z uvedbo nivojskega pouka so se spremenili tudi učni načrti ter procesno-didaktični pristopi učenja in poučevanja matematike, kar skupaj s poukom v manjših homogenih skupinah vpliva na znanje matematike v osnovni šoli.

Viri

1. Cotič, M. (1998): Uvajanje vsebin iz statistike in verjetnosti ter razširitev pojma matematičnega problema pri razrednem pouku matematike. Doktorsko delo. Filozofska fakulteta, Ljubljana.
2. Cotič, M. (2000): Prenova pouka matematike v prvem triletju devetletne osnovne šole. V: Medved-Udovič, V. (ur.), 25 let Enote v Kopru. Pedagoška fakulteta, Ljubljana, str. 28-31.
3. Dupriez, V. (2010): Methods of grouping Learners at school. UNESCO, Pariz.
4. Japelj-Pavešić, B. (2008): Matematični dosežki Slovenije v raziskavi TIMSS 2007. Pedagoški inštitut, Ljubljana.
5. Mutić, S. (2001): Konstruktivizem pri pouku matematike na razredni stopnji.Sodobna pedagogika, Vol. 52, No. 4, str. 179-182.
6. Slavin, R. E. (1987): Ability grouping and student achievement in elementary schools: a best-evidence synthesis. Review of educational research, 57, 293–336.
7. Slavin, R. E. (1990): Achievement Effects of Ability Grouping in Elementary and Secondary Schools: A Best-Evidence Synthesis. Review of Educational Research, 60,3.
8. Strmčnik, F. (2005): Učna diferenciacija in individualizacija v osnovni šoli (poudarek na delni zunanji diferenciaciji). Vzgoja in izobraževanje, Vol. 36, No. 2/3, str. 5-9.
9. Žagar, D. (2004): Nivojski pouk v devetletni osnovni šoli. Šolsko polje, Vol. 15, No. 5/6, str. 29-51.
10. Žakelj, A. (2005): Procesno-didaktični pristop in razumevanje matematičnih pojmov v osnovni šoli. Doktorsko delo. Filozofska fakulteta, Ljubljana.

NIVOJSKI POUK MATEMATIKE V 1., 2. IN 3. LETNIKU GIMNAZIJE
Ability Grouping at Mathematics in Grade 1, 2 and 3 of Grammar School

Sonja Ivančič, ŠC Srečka Kosovela Sežana, Gimnazija in ekonomska šola

sonja.ivancic@guest.arnes.si

Povzetek

Že več let učitelji v naši šoli opažamo, da se na gimnazijo vpisujejo dijaki z zelo različnim predznanjem, različnimi sposobnostmi, motivacijo za delo, različnimi učnimi slogi ter iz različnih socialnih okolij. Vse to zelo vpliva na delo in napredovanje dijakov ter seveda na delo učiteljev. Da bi v čim večji meri pouk prilagodili različnim učnim potrebam dijakov, smo v šolskem letu 2010/2011 v gimnazijskem programu v Šolskem centru Srečka Kosovela Sežana, Gimnazija in ekonomska šola, začeli izvajati projekt Posodobitev kurikularnega procesa v osnovnih šolah in gimnazijah - Preverjanje nekaterih elementov gimnazijskega programa s poskusom, ki ga vodi Zavod Republike Slovenije za šolstvo. Eden od elementov poskusa, ki ga izvajamo, je izbirnost nivojev pri matematiki. Dijaki, ki so vključeni v poskus, se pri eni uri matematike od štirih na teden delijo na dva nivoja, osnovni in višji nivo. V prispevku so predstavljene bistvene značilnosti poteka poskusa in moje izkušnje s poučevanjem v takem oddelku: kako dijaki izbirajo nivoje, katere cilje smo si zadali in kako jih uresničujemo, katere oblike in metode dela uporabljam, kako preverjamo in ocenjujemo znanje, mnenja dijakov o nivojskem pouku in načrti za naprej. Analiza anketnega vprašalnika, ki so ga izpolnjevali dijaki drugih letnikov, vključenih v poskus pri matematiki, je pokazala, da so dijaki s takim načinom dela zadovoljni in da želijo z njim nadaljevati.

Ključne besede: fleksibilna učna diferenciacija, nivojski pouk, motivacija, odgovornost za lastno znanje, spodbudno učno okolje.

Abstract

Teachers of our school have observed for years that pupils who enter the Grammar School come from different social background, have different prior knowledge, abilities, motivation and learning styles. All the mentioned factors affect the pupils' work, their progress, as well as the teachers' work. In order to adjust the school programmes to different pupils' learning needs, a new project was introducend by Grammar School and School of Economics at Srečka Kosovela Sežana School Center in the school year 2010/2011, called the Updating of Curriculum in primary and secondary schools led by the National Education Institute of the Republic of Slovenia.

One of its basic elements of the experiment was a possibility of choosing levels in Mathematics. Students taking part in the project have three lessons out of four together while they are devided into two ability groups (basic and higher level) in the fourth lesson The contribution presents the essential characteristics of the project work and my work experience with the mentioned class: the way pupils choose between the levels, the aims to be achieved, which teaching strategies or work methods are used, the way of examination and assessment, the pupils' opinions about the ability grouping and plans for the future. The analysis of the the second year students' answers to the questionaire show that the pupils are satisfied with such kind of work and they wish to continue with it in future too.

Key words: flexible differentiation, levels, motivation, responsibility for their own knowledge, stimulating learning environment.

Uvod

Eden največjih izzivov pri mojem učiteljskem delu je, kako se odzivati na vedno raznovrstnejše potrebe dijakov in kako jim zagotoviti spodbudno učno okolje, v katerem bo lahko vsak dijak razvijal in pokazal največ, kar zmore, in bodo tudi učno šibkejši dijaki uspešni.
Rezultati raziskave gimnazijskega programa so pokazali (Bela knjiga, 2011), da je večanje deleža generacije, vpisane v gimnazijski program, vodilo v heterogenost vpisanih dijakov, kar je mogoče razumeti kot pomemben argument za spremembe. Te lahko zmanjšujejo slabosti, ki jih prinašajo razlike med vpisanimi v gimnazije, in so (posredno) argument za uvedbo pouka na različnih ravneh znanja. Individualizacija in notranja diferenciacija sta potrebni, a ne zadoščata. Vsaj del osnovnošolcev pozna pouk na različnih zahtevnostnih ravneh že iz osnovne šole, navajeni pa so tudi drugačnih razmer dela, saj je v osnovni šoli povprečno število učencev v oddelku občutno manjše kot v gimnaziji. Pri matematiki kot enem od temeljnih predmetov že v osnovni šoli prihaja postopoma do razlik v znanju, zaradi katerih je v gimnaziji smiselno vpeljati pouk na dveh ravneh in tako najboljšim dijakom omogočiti, da v večji meri uresničijo svoje sposobnosti, učno šibkejšim pa omogočiti, da nadoknadijo primanjkljaj znanja (Bela knjiga, 2011).

Različne šole, ki so se priključile k izvajanju poskusa Izvajanje ravni zahtevnosti v poskusu, so izbrale različne oblike nivojskega pouka. Na naši šoli smo izbrali fleksibilno učno diferenciacijo in individualizacijo.
Z nivojskim poukom smo na naši šoli začeli z vsemi dijaki, ki so bili v šolskem letu 2010/2011 vpisani v prvi letnik gimnazije. V šolskem letu 2011/2012 smo v nivojski pouk dodatno vključili še vse dijake, ki so bili to leto vpisani v prvi letnik gimnazije. Projekt poteka dve leti in se bo z izvajanjem ravni zahtevnosti nadaljeval še eno leto. Tako sta v šolskem letu 2011/2012 v nivojski pouk vključena prvi in drugi letnik gimnazije, ki bosta s takim poukom nadaljevala tudi v šolskem letu 2012/2013.
V projektu sodelujem od vsega začetka in v šolskem letu 2011/2012 poučujem en oddelek drugega letnika gimnazije. V svojem prispevku opisujem bistvene značilnosti poteka poskusa z dijaki, ki so vključeni v poskus od začetka, rezultate, ki smo jih dosegli, in svoje izkušnje s poučevanjem v takem oddelku.

Opredelitev učne diferenciacije in individualizacije

Diferenciacija pouka pomeni spreminjanje učnega tempa, ravni zahtevnosti in načina poučevanja, tako da jih prilagajamo individualnim potrebam učencev, njihovim učnim slogom in interesom (Heacox, 2009: 5). Učitelj kot usmerjevalec diferenciranega pouka ima naslednje naloge (Heacox, 2009: 10):

- Učitelj občasno posameznim učencem ali skupini učencev odredi določeno, posebej njihovim potrebam in interesom prilagojeno dejavnost ali nalogo.
- Učitelj uporablja različne oblike organiziranja učencev v učnem procesu. Lahko dela s celim razredom, učenci lahko delajo individualno, v dvojicah ali skupinah.
- Učitelj prilagaja čas različnim potrebam učencev. Tistim, ki potrebujejo več razlage, ponavljanja in utrjevanja, bo namenil več časa za te učne dejavnosti, ostalim učencem pa bo namenil več časa za zahtevnejše naloge.

Po Strmčniku (Strmčnik, 1987: 12) je učna diferenciacija pretežno organizacijski ukrep, s katerim šola demokratično usmerja učence po določenih razlikah v občasne ali stalne homogene in heterogene učne skupine, da bi jim mogla pouk in učenje bolje prilagoditi. Učnih ciljev, vsebin, metod ipd. ne diferenciramo, ne ločujemo, marveč prej selektivno modificiramo in prilagajamo določenim učnim skupinam. Učence z različnimi zmožnostmi,

zanimanji in potrebami kratkotrajno in demokratično ločujemo zato, da bi se skupaj z individualizacijo lažje spodbudil optimalni razvoj vsakega posameznika.
Strmčnik (Strmčnik, 1987: 13) opredeljuje učno individualizacijo kot didaktično načelo, ki od učitelja zahteva, da odkriva, spoštuje in razvija utemeljene individualne razlike med učenci, da poučevanje prilagodi individualnim vzgojnim in učnim posebnostim, potrebam, željam in nagnjenjem posameznega učenca ter se mu omogoči kar se da samostojno učno delo. Vendar se učitelj ne sme slepo podrejati trenutnim ali le navideznim učnim nezmožnostim učenca, ker to ne bi bilo v prid njegovemu razvoju. Pomembna vloga učitelja je, da omogoči učni in razvojni napredek učenca, zato mora biti učna zahtevnost nekoliko nad učenčevimi trenutnimi zmožnostmi, ki bi jih aktiviral ob pomoči učitelja in s tem napredoval.
Ko govorimo o učni diferenciaciji in individualizaciji, ne moremo mimo šolske selekcije. Bistvo le-te je običajno prisilno izbiranje in delitev učencev na podlagi določenih kriterijev. Če je selekcioniranje usklajeno z interesi in voljo učencev, ni konfliktno in je v zadovoljstvo vseh, ki so v tako izbiranje in ločevanje vključeni (Strmčnik, 1987: 15).

Sistemi učne diferenciacije in individualizacije

Poznamo tri sisteme učne diferenciacije in individualizacije: notranjo, zunanjo in fleksibilno učno diferenciacijo in individualizacijo (Strmčnik, 1987: 155).
Ker na naši šoli izvajamo fleksibilno učno diferenciacijo, model sukcesivnega kombiniranja temeljnega in nivojskega učnega dela, bom podrobneje predstavila samo to.

Fleksibilna učna diferenciacija in individualizacija

S pojmom fleksibilna učna diferenciacija in individualizacija označujemo vse diferenciacijske in individualizacijske modele, ki obstajajo med zunanjo storilnostno in notranjo didaktično diferenciacijo. Zanje so značilni prepletanje heterogenih in homogenih, večjih in manjših učnih skupin, temeljnega in nivojskega pouka ter delna organizacijska, prostorska in časovna ločenost učnih skupin. Večji del pouka poteka v heterogenih učnih skupinah, kjer so deležni vsi učenci določenega razreda temeljnega znanja in sposobnosti, drugi del pouka pa poteka v bolj homogenih, težavnostno različno zahtevnih skupin (Strmčnik, 1987: 233).
Poznamo več modelov fleksibilne diferenciacije in individualizacije (Strmčnik, 1987):
sukcesivno kombiniranje temeljnega in nivojskega pouka, ki ga v naši praksi največkrat poenostavljeno poimenujemo nivojski pouk, timski pouk oziroma Team Teaching, diferenciacija ANKER, individualno načrtovan pouk, projektno učno delo, programirani in računalniški pouk, šole brez razredov, izbirna učna diferenciacija in individualizacija, interesne vzgojno-izobraževalne dejavnosti, dopolnilni pouk, dodatni pouk, šolska akceleracija.

Sukcesivno kombiniranje temeljnega in nivojskega učnega dela

Za ta model je značilno, da je učna vsebina predmeta razdeljena na temeljni in na nivojski del. Pouk poteka izmenično v heterogenih in homogenih učnih skupinah. V heterogenih skupinah si pridobivajo vsi učenci ne glede na učne zmožnosti in lastnosti skupno temeljno znanje določene učne vsebine. Takemu pouku sta namenjeni do dve tretjini skupnega učnega časa. Po predvidenem obdobju skupnega pouka razdeli učitelj učence na podlagi testnih rezultatov, upoštevajoč tudi njihove želje in interese, v dve ali več homogenih nivojskih učnih skupin. Šibkejši učenci pridobljeno znanje utrjujejo in dopolnjujejo, v učno najzahtevnejši skupini pa učno snov poglabljajo in razširjajo. Bolj kot za informativno

širjenje znanja gre pri nivojskem pouku za razvijanje višjih kognitivnih sposobnosti in lastnosti (Strmčnik, 1987: 235).
Poznamo dve organizacijski varianti sukcesivnega kombiniranja temeljnega in nivojskega pouka (Strmčnik, 1993: 107): znotrajoddelčno in medoddelčno učno diferenciacijo in individualizacijo. Mnogi učitelji govorijo o prednostih znotrajoddelčne učne diferenciacije, ki so (Benedičič, 2008: 15): učitelj dobro pozna svoje učence, lažje kombinira temeljni in nivojski pouk, ker je on edini izvajalec, sestavljanje nivojskih skupin je bolj zanesljivo, prehodi so enostavnejši, zato pogostejši, ocenjevanje je naravnejše. Ocena je globalno znanje učenca, ki ga lažje oceni en sam učitelj.
Prednosti fleksibilne diferenciacije so (Strmčnik, 1987: 234): temeljne učne zahtevnosti so deležni vsi učenci, s čimer je zagotovljena večja učna pravičnost, homogene učne skupine so kratkotrajnejše, kriteriji grupiranja učencev so široki, med skupinami različne zahtevnosti je večja prehodnost, spodbujanje šibkejših učencev je bolj načrtno in zagotovljena je večja učna uspešnost učencev.
Slabosti fleksibilne diferenciacije so (Strmčnik, 1987: 234): ne more povsem preprečiti stabiliziranja nivojskih učnih skupin, težko se usklajuje temeljna in dodatna učna zahtevnost, vezana je na zahteve in pogoje, ki le delno ustrezajo individualnim zmožnostim in položajem učencev, je organizacijsko zapletena, za učitelje pa veliko bolj obremenjujoča, ker se težko prilagajajo različno zahtevnim učnim skupinam, kriteriji ločevanja so nezanesljivi in učenci višjih socialnih slojev se pogosteje uvrščajo v višje skupine kakor učenci nižjih slojev.

Nivojski pouk v praksi

<u>Opis izvajanja poskusa</u>
Ravnatelj nas je v začetku šolskega leta 2010/2011 podrobneje seznanil s potekom izvajanja projekta Posodobitev kurikularnega procesa na osnovnih šolah in gimnazijah - Izvajanje ravni zahtevnosti v poskusu pri matematiki, ki se je začel izvajati v drugi polovici šolskega leta 2010/2011.
V prvi polovici šolskega leta so se dogajale intenzivne priprave na nivojski pouk. Projekt smo predstavili staršem in dijakom ter jih temeljito seznanili z nameni nivojske diferenciacije in s kriteriji razvrščanja. Vsi starši so se strinjali, da njihovi otroci lahko sodelujejo v omenjenem poskusu. Pri izbiri modela nivojskega pouka smo se opirali na teoretska izhodišča in izbrali fleksibilno učno diferenciacijo in individualizacijo, model sukcesivnega kombiniranja temeljnega in nivojskega pouka. Strmčnik (Strmčnik, 1987) ugotavlja, da je model sukcesivnega kombiniranja temeljnega in nivojskega pouka primeren in zelo uporaben v slovenskih šolah, ter predlaga, da bi ga bilo potrebno uvesti vsaj pri pouku matematike in tujega jezika. Pri treh učnih urah so dijaki v heterogeni skupini (v matičnem oddelku), pri eni učni uri pa se razdelijo v dve manjši, bolj homogeni skupini.
V poskus sta bila vključena oba gimnazijska oddelka prvega letnika. Vsak oddelek poučuje drug učitelj. Po tehtnem razmisleku in pogovorih z osnovnošolskimi učitelji matematike, ki so že imeli izkušnje z nivojskim poukom, sva se učitelja, ki poučujeva v omenjenih oddelkih, odločila, da v istem oddelku oba nivoja poučuje isti učitelj. Pri odločitvi so bili v ospredju naslednji razlogi: učitelj, ki že poučuje v razredu tri ure, dijake bolje pozna in razume, kakšne so razlike med njimi, njihovimi interesi, učnimi slogi, nagnjenji, pripravljenostjo na delo in motiviranostjo. Dobro poznavanje dijakov pa je temeljnega pomena za uspešno diferenciranje pouka. Pri načrtovanju diferenciranega pouka nam zelo pomaga naše poznavanja trenutne ravni znanja dijakov. Do tega pridemo s pozornim poslušanjem in opazovanjem dijakov pri frontalnem pouku in pri njihovem individualnem

delu. Taka neformalna preverjanja nam lahko pomagajo prepoznati splošne potrebe za pripravo diferenciranih dejavnosti (Heacox, 2009). Ker imamo celosten pogled na dijakovo znanje in delo v razredu, lažje ocenimo in dijaku svetujemo, kdaj je primeren trenutek za menjavo nivoja. Lažje je tudi ocenjevanje dijakovega znanja. Ocena predstavlja globalno znanje učenca, lažje ga oceni en sam učitelj. Nezanemarljivo pa je bilo tudi dejstvo, da sva se oba učitelja prvič srečala z nivojskim poukom in nisva vedela, kaj vse naju čaka na novi poti, vključno z dodatnim delom. Če vsak učitelj poučuje v svojem oddelku oba nivoja, ni potrebno neprestano usklajevanje glede dela pri nivojskih urah. Lažje je tudi kombiniranje temeljnega in nivojskega pouka.

Izbiranje nivojev in prehajanje med nivoji

Dijaki so razporejeni v dva nivoja, osnovni in višji nivo. V vsaki nivojski skupini je približno polovica celotnega oddelka. Ta številka nekoliko niha, ker dijaki lahko med letom prehajajo med nivoji.

Pred razvrščanjem dijakov v nivojski skupini v šolskem letu 2010/2011 smo staršem in dijakom temeljito predstavili namen nivojske diferenciacije. Poudarili smo, da je glavni kriterij razvrščanja dijakovo predznanje oz. učni uspeh pri matematiki v prvem ocenjevalnem obdobju, pomembno vlogo pa igrajo tudi dijakove želje in interesi. Potem so se dijaki razvrstili v nivojski skupini. Večina dijakov se je razvrstila tako, kot bi jih jaz. Pri enem dijaku sem imela pomisleke in bi ga glede na učni uspeh razvrstila v osnovni nivo. Po pogovoru z dijakom sem ugotovila, da je zelo zavzet za delo v skupini za višji nivo, in ker njegovo znanje vseeno ni bilo tako slabo, sem se strinjala z njegovo izbiro višjega nivoja. Ta dijak je še vedno v skupini za višji nivo in dosega povprečne rezultate.

Dijaki lahko tudi med letom prehajajo med nivojskima skupinama. Glavni kriterij prehoda je dijakova uspešnost (oz. neuspešnost) pri pouku. Pri tem se upoštevajo ocene, ki jih je dijak dobil pri pisnem in ustnem ocenjevanju znanja, in učiteljeva opažanja o napredku (oz. nazadovanju) dijaka. V prvem letniku so trije dijaki prešli iz višjega nivoja v osnovni nivo in en dijak iz osnovnega nivoja v višji nivo.

V drugem letniku, torej v šolskem letu 2011/2012, so dijaki nadaljevali v isti nivojski skupini, v kateri so končali prvi letnik. V drugem letniku sta dva dijaka zamenjala nivojski skupini. Eden iz višjega v osnovni nivo ter eden iz osnovnega v višji nivo.

Namen oz. cilji poskusa

Z nivojskim poukom želimo v prvem letniku pri dijakih z nekoliko manjšim predznanjem pospešiti prilagajanje na gimnazijsko zahtevnost, pri dijakih z nekoliko višjim znanjem pa razviti matematične sposobnosti na višjem nivoju in poglobiti znanje. V višjih letnikih želimo pri dijakih na osnovni ravni doseči dobro temeljno znanje in postopno poglabljanje znanja, na višji ravni pa omogočiti tistim dijakom, ki to zmorejo in želijo, doseganje odličnosti znanja. To pomeni, da znajo uporabiti znanje v novih situacijah, da znajo kombinirati več pravil in pojmov pri soočanju z novo situacijo, da so samoiniciativni pri iskanju in reševanju matematičnih problemov iz vsakdanjega življenja, da izdelajo zahtevnejšo raziskovalno nalogo in da pri nivojskih urah obravnavamo tudi izbirne vsebine iz učnega načrta za gimnazijo. Prav doseganje odličnosti znanja je vse večji problem na gimnazijah, saj se je delež dijaške populacije samo v zadnjem desetletju povečal za približno 14 % (Bela knjiga, 2011). Pri vseh dijakih želimo doseči večjo odgovornost za njihovo lastno znanje in motiviranost za šolsko delo, kar naj bi bila posledica možnosti izbire nivojev. Ker imamo v razredu dijake z zelo različnimi učnimi potrebami, učnimi slogi in motiviranostjo, želimo z nivojskim poukom doseči tudi več osebnega in individualnega svetovanja ter pomoči dijakom.

Za doseganje teh ciljev smo izbrali naslednje kazalnike: manj negativnih ocen, več prav dobrih in odličnih ocen, zadovoljnejši dijaki, uspeh na maturi, večje število dijakov, ki se odločijo za višji nivo na maturi.
Opredelili smo tudi zbiranje podatkov: spremljanje učnega uspeha dijakov pri matematiki in števila dijakov, ki se odločijo za višji nivo na maturi, ter na koncu vsakega šolskega leta anketni vprašalnik za dijake.

Razlike med ravnema zahtevnosti, preverjanje ter ocenjevanje znanja

Tri ure na teden z vsemi dijaki obravnavamo vse vsebine splošnih in posebnih znanj po veljavnem učnem načrtu za gimnazijo. Pouka ne diferenciramo glede vsebin. Četrto uro se dijaki razdelijo v dva nivoja. Ta ura je namenjena predvsem utrjevanju in poglabljanju znanja.
V osnovnem nivoju je poudarek predvsem na temeljnih znanjih, veliko je vaj nižjih taksonomskih stopenj in manj problemskega znanja, vendar le-to ni izključeno. Vsebino, ki je bila obravnavana pri skupnih urah, je velikokrat potrebno še enkrat razložiti.
V višjem nivoju je poudarek na poglabljanju znanja, samostojnem učenju oz. vodenem odkrivanju. Dijaki rešujejo več nalog višjih taksonomskih stopenj, razvijajo kompleksna proceduralna znanja in problemska znanja.
Nekajkrat na leto dobijo dijaki različnih nivojskih skupin različno domačo nalogo za daljše obdobje, nekajkrat pa vsak od dijakov dobi različno domačo nalogo, vendar iz iste učne vsebine. Te domače naloge pregledam, zato se morajo dijaki posebej potruditi, da jih rešijo, ker jih ne morejo kar prepisati od sošolcev, kar se na žalost velikokrat dogaja. Pri reševanju takih domačih nalog se veliko naučijo. Z vsakim dijakom posebej analiziram njegove napake. Tovrstne domače naloge so pri dijakih kar dobro sprejete.
Pri preverjanju znanja dobijo dijaki enake naloge na obeh nivojih, vendar jih rešujejo vsak v svojem tempu in v skladu s svojimi sposobnostmi. Pri preverjanju znanja je veliko pogovora med učiteljem in dijakom.
Pri ocenjevanju znanja ne delam razlik glede na nivo. Pri pisnem ocenjevanju znanja dobijo vsi dijaki enake teste. Na obeh nivojih lahko dijaki dosežejo ocene od nezadostne do odlične. Tudi pri ustnem ocenjevanju znanja ni razlik.

Primeri nalog, ki smo jih reševali pri nivojski uri pri obravnavanju učne vsebine Uporaba kvadratne funkcije – ekstremalni problemi

Vse spodaj predstavljene naloge so iz knjige (Brilej in drugi, 2005: 31).

Osnovni nivo

- Med vsemi pravokotniki z danim obsegom *o* poišči tistega, ki ima največjo ploščino.
- Imamo 24 m dolgo žično ograjo. Z njo bi radi ogradili vrt v obliki pravokotnika ob dolgem ravnem zidu, tako da bi bila ploščina vrta največja. Kolikšne so mere vrta in kolikšna je njegova ploščina?
- Katera točka na premici $y = x + 2$ je najbližja koordinatnemu izhodišču?
- Vsota dolžin katet pravokotnega trikotnika je 25 cm. Določi dolžini katet tako, da bo hipotenuza najkrajša.

Višji nivo

- Imamo 24 m dolgo žično ograjo. Z njo bi radi ogradili vrt v obliki pravokotnika ob dolgem ravnem zidu, tako da bi bila ploščina vrta največja. Kolikšne so mere vrta in kolikšna je njegova ploščina?

- Katera točka na paraboli $y = x^2 - 1$ je najbližja točki $A\left(0, \frac{7}{2}\right)$?
- Iz 28 dm dolge žice želimo narediti žična modela kvadrata in pravokotnika z osnovnico, ki bo trikrat daljša od višine. Pri izdelavi modelov porabimo vso žico. Koliko morajo meriti stranice obeh likov, da bo vsota ploščin kvadrata in pravokotnika najmanjša?
- V krog s premerom 8 cm včrtaj trapez, ki ima za eno osnovnico premer kroga. Kolikšen je največji možni obseg trapeza?

Doseganje učnih ciljev, razvijanje kompetenc in učne oblike ter metode dela
V učnem načrtu za matematiko v gimnaziji so med drugim zapisani splošni cilji in kompetence pouka matematike. Ena od matematičnih kompetenc, ki naj bi jo razvijali, je uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije. Kvalitetno doseganje te kompetence je na naši šoli delno ovirano zaradi pomanjkanja informacijsko-komunikacijske tehnologije, če ne želimo vsega dela preložiti na domače delo dijakov. Na šoli imamo namreč dve računalniški učilnici, ki sta ves čas zasedeni, in mobilno računalniško učilnico z 12 prenosnimi računalniki. Pri 32 dijakih v razredu je delo z 12 majhnimi prenosnimi računalniki zelo omejeno in ne prinaša želenih rezultatov. To sem do sedaj reševala tako, da sem si pri poučevanju pomagala z demonstriranjem. Na računalniku sem uporabljala različne računalniške programe in sliko projicirala na interaktivno tablo. Večina tabelnih slik je bila interaktivnih zaradi interaktivne table. Dijaki so s pomočjo usmerjenega opazovanja in tudi individualnega raziskovanja na interaktivni tabli razvijali nove matematične pojme, posploševali in reševali naloge. Ta način dela so dijaki zelo pohvalili, ker veliko pripomore k boljšemu razumevanju obravnavane snovi. Učenje je namreč učinkovito, če novosti spoznamo s čim več čutili (Tomić, 1999). Z nivojskim poukom pa so se mi odprle dodatne možnosti poučevanja z uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije. Zaradi manjših skupin so lahko dijaki samostojno ali v paru delali na prenosnih računalnikih. Pri delu so uporabljali različne računalniške programe, s pomočjo katerih so usvajali nove pojme, modelirali, preiskovali in reševali različne probleme. S takim delom smo vsi zelo zadovoljni in bomo z njim tudi nadaljevali. Seveda bom pri pouku še vedno uporabljala demonstracijsko metodo.
Poleg matematične kompetence lahko učitelji matematike z ustreznimi načini dela spodbujamo še razvoj drugih kompetenc. Prednost nivojskega pouka vidim pri razvijanju učenja učenja (načrtovanje lastnih aktivnosti, odgovornost za lastno znanje, samostojno učenje, delovne navade), samoiniciativnosti in podjetnosti (ustvarjalnost, dajanje pobud), razvijanju osebnostnih kvalitet (medsebojne vrednote, socialnost, obvladovanje čustev) in razvijanju pozitivne samopodobe.
Za doseganje ciljev in kompetenc pouka matematike pri nivojskem pouku kombiniram različne oblike in metode dela. Glede na obravnavano učno enoto izbiram med naslednjimi oblikami dela, ki so se izkazale za učinkovite: delo z učnimi listi, posvetovanje v skupini, pogovor, individualno delo, delo z računalnikom, delo v parih, ponovne, drugačne razlage – individualizacija. Poudarek je predvsem na aktivni vlogi dijaka. Najpogostejše učne metode, ki jih uporabljam, so vodeno učenje, vodeno odkrivanje, demonstracijska metoda in reševanje problemov kot posebna učna metoda (Strmčnik, 1992).

Navajam primere nalog, ki so jih dijaki reševali pri nivojski uri z uporabo matematičnega programa Graph. Naloge so reševali v parih.

Osnovni nivo
Razišči vpliv koeficientov kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ na obliko in lego grafa kvadratne funkcije v pravokotnem koordinatnem sistemu. Najprej obravnavaj primer, ko je $b = 0$.
Zapiši pogoje za koeficiente kvadratne funkcije, da bo funkcija soda. Zapiši primer take funkcije. Pri reševanju vseh nalog si pomagaj s programom Graph.

Višji nivo
Razišči vpliv koeficientov kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ na obliko in lego grafa kvadratne funkcije v pravokotnem koordinatnem sistemu.
Zapiši pogoje za koeficiente kvadratne funkcije, da bo funkcija soda. Zapiši primer take funkcije.
Zapiši pogoje za koeficiente kvadratne funkcije, da bo zaloga vrednosti funkcije interval $(-\infty, 0]$. Pri reševanju vseh nalog si pomagaj s programom Graph.

Izkušnje dijakov z nivojskim poukom – analiza anketnega vprašalnika
Ob koncu šolskega leta sem dijake z anketnim vprašalnikom povprašala o njihovih izkušnjah z nivojskim poukom. Anketiranje sem izvedla junija 2011 in maja 2012. V nadaljevanju so predstavljeni rezultati za leto 2012.

Odgovori dijakov osnovne ravni zahtevnosti
Sodelovalo je 16 dijakov. Vsi dijaki so odgovorili, da so zelo zadovoljni z organizacijo nivojskega pouka. Več kot 80 % dijakov je mnenja, da se pri nivojskih urah veliko naučijo. Eden od dijakov razmišlja o menjavi nivoja. Kar 90 % jih je odgovorilo, da pri nivojskih urah srednje do zelo radi sodelujejo. Vsi so odgovorili, da jim nivojske ure pomagajo, da bolje razumejo snov. Skoraj 80 % jih je mnenja, da njihove ideje pridejo bolj do izraza. Skoraj vsi razen enega pri uri vprašajo, če česa ne razumejo. Menijo, da jim učitelj nameni več pozornosti in da delitev koristi večini dijakov. Na vprašanje, ali želijo nadaljevati z nivojskim poukom, so vsi razen enega odgovorili, da želijo. Povprašala sem jih tudi po njihovih predlogih za naslednje šolsko leto. Večina jih je s takim delom zadovoljna, dva dijaka sta predlagala še več uporabe računalnika, en dijak pa več preverjanj znanj.
Pri dobrih straneh nivojskega pouka so posebej izpostavili veliko vaj, ponovno razlago obravnavane snovi, če je potrebno, manjše število dijakov v skupini, torej več možnosti za sodelovanje, in homogenost skupine, kjer si upajo vprašati.
Samo trije dijaki so omenili slabe strani: razbijanje matičnega razreda, dijaki osnovnega nivoja nimajo istega znanja kot dijaki višjega nivoja.

Odgovori dijakov višje ravni zahtevnosti
Sodelovalo je 14 dijakov. Vsi dijaki so odgovorili, da so zelo zadovoljni z organizacijo nivojskega pouka. Skoraj 80 % dijakov je mnenja, da se pri nivojskih urah veliko naučijo. Trije dijaki razmišljajo o menjavi nivoja. Več kot 90 % jih je odgovorilo, da pri nivojskih urah srednje do zelo radi sodelujejo. Vsi so odgovorili, da jim nivojske ure pomagajo, da bolje razumejo snov. Skoraj 80 % jih je mnenja, da njihove ideje pridejo bolj do izraza. Trije dijaki so mnenja, da njihove ideje sploh ne pridejo do izraza. Ker je bila anketa anonimna, predvidevam, da so to slabši dijaki. Ti so običajno počasnejši in jih zato z idejami prehitijo boljši dijaki. Skoraj vsi razen enega vprašajo, če česa ne razumejo. Menijo, da jim učitelj nameni več pozornosti in da delitev koristi večini dijakov. Na vprašanje, ali želijo nadaljevati z nivojskim poukom, so vsi razen enega odgovorili, da želijo. Z delom pri nivojskih urah so zadovoljni, saj želijo, da tako ostane tudi v prihodnje, in niso imeli nobenih predlogov.

Pri dobrih straneh nivojskega pouka so posebej izpostavili, da v višjem nivoju nadgrajujejo znanje in se ne dolgočasijo z osnovnimi primeri, da je veliko vaj ter da je pouk individualiziran z dodatno razlago posameznikom.
Pri slabih straneh sta dva dijaka menila, da ima včasih višji nivo več nalog, da se razbija matični razred ter da v osnovnem nivoju nimajo istega znanja kot v višjem.

Primerjava rezultatov anketnih vprašalnikov (junij 2011 in maj 2012) pokaže, da so bili dijaki v letošnjem šolskem letu (2011/2012) bolj zadovoljni z nivojskim poukom kot lansko šolsko leto (2010/2011). Temu pripisujem tudi dejstvo, da prvo leto nisem imela izkušenj z nivojskim poukom.

Zaključek

Na dosežke in izkazano znanje vpliva vrsta dejavnikov: načini učenja in poučevanja, zahtevnost vsebin, motiviranost in sposobnost dijakov, populacija, socialno okolje in drugo. Z doseženim znanjem dijakov v prvih dveh letnikih smo zadovoljni in ugotavljamo, da uspešno uresničujemo zastavljene cilje glede učnega uspeha dijakov. Imamo malo negativnih ocen (2 %) in sorazmerno veliko prav dobrih in odličnih ocen (16 % prav dobrih in 23 % odličnih). Ker pa nimamo kontrolne skupine dijakov, ne moremo z gotovostjo trditi, do kolikšne mere je na to vplival nivojski pouk oz. sposobnost dijakov nasploh. Zelo dobro nam je tudi uspelo uresničiti cilj, da naj bo pri poučevanju več osebnega, individualnega svetovanja in pomoči dijakom. To so potrdili dijaki z anketnim vprašalnikom. Zadnji cilj, ki smo si ga zadali, je večja odgovornost dijakov za lastno znanje. Opažam, da je ta cilj bolj dosežen pri dijakih, ki obiskujejo višji nivo, in tistih dijakih, ki si želijo priti v višji nivo. Z nivojskim poukom bomo nadaljevali tudi v tretjem letniku. Posebno pozornost bom namenila temu, da bo vsak dijak čim večkrat dobil priložnost, da se upošteva njegova ideja pri reševanju matematičnih problemov, ter da se še poveča odgovornost dijakov za njihovo lastno znanje. Ker je pozitiven odnos do nivojskega pouka pri vseh vpletenih straneh, pri dijakih, starših in učitelju, sem prepričana, da uspeh ne bo izostal.
Moje izkušnje z nivojskim poukom so pozitivne, veliko sem pridobila pri strokovnem razvoju in osebni rasti. Leta 2014 se projekt zaključi. Želim si, da bi nivojski pouk čim prej vpeljali v vse slovenske gimnazije.

Viri

1. http://www.belaknjiga2011.si/pdf/bela_knjiga_2011.pdf (10. 5. 2012).
2. Brilej, R. in drugi (2005): OMEGA 2: elementarne funkcije, kompleksna števila: zbirka nalog za matematiko v 2. letniku gimnazijskega izobraževanja. Ataja, Ljubljana.
3. Heacox, D. (2009): Diferenciacija za uspeh vseh: predlogi za uspešno delo z učenci različnih zmožnosti: preizkušeni nasveti in zamisli za učinkovito poučevanje. Rokus Klett, Ljubljana.
4. http://www.pedagogika-andragogika.com/files/diplome/2008-Benedicic-Simona.pdf (5. 5. 2012).
5. Strmčnik, F. (1987): Sodobna šola v luči učne diferenciacije in individualizacije. Zveza organizacij za tehnično kulturo Slovenije s pomočjo Izobraževalne skupnosti Slovenije, Ljubljana.
6. Strmčnik, F. (1992): Problemski pouk v teoriji in praksi. Didakta, Radovljica.
7. Strmčnik, F. (1993): Učna diferenciacija in individualizacija v naši osnovni šoli. Zavod Republike Slovenije za šolstvo in šport, Ljubljana.
8. Tomić, A. (1999): Izbrana poglavja iz didaktike. Center za pedagoško izobraževanje Filozofske fakultete, Ljubljana.
9. Žakelj, A. (2003): Kako poučevati matematiko: teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.

10. Žakelj, A. (2003): Nivojski pouk matematike v gimnaziji – 4. Letnik. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
11. Žakelj, A. in drugi (2008): Učni načrt. Matematika: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija: obvezni predmet in matura (560 ur). Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.

NAČINI REŠEVANJA BESEDILNIH NALOG

Methods of Solving Textual Tasks

Lea Bole[3], Sara Kalaveshi[4], Katja Vodlan[5], Vilma Moderc[6], OŠ Valentina Vodnika Ljubljana

lea.bole@gmail.com, sarakalaveshi@hotmail.com, katy.drsalka@hotmail.com, vilma.moderc@siol.net

Povzetek
Besedilne naloge običajno rešujemo tako, da poiščemo znane in neznane količine in jih povežemo z enačbo. Te metode se načrtno lotevamo pri pouku matematike v 9. razredu OŠ. Učenci pa besedilne naloge rešujejo že prej. Ker večina učencev enačb še ne zna nastaviti, do rešitve najpogosteje pridejo s poskušanjem. Za raziskovalno nalogo smo se odločile, ker nas je zanimalo, kaj je ključno za uspešno rešeno besedilno nalogo in ali obstaja povezava med načinom reševanja problema in učnim uspehom pri matematiki. V analizo načinov reševanja besedilnih nalog smo vključile 128 učencev osmega in 292 učencev devetega razreda iz petnajstih osnovnih šol. Pri raziskavi smo prišle do ugotovitev, da vrstni red nalog vpliva na uspešnost reševanja, da na uspešnost reševanja vplivata bralna in matematična pismenost, da so učenci brez teoretičnega znanja matematike bolj iznajdljivi in izvirni pri reševanju nalog, večinoma pa so prav tako uspešni kot tisti, ki nalogo poskušajo rešiti z nastavljanjem enačbe, da so glede uspešnosti boljši reševalci učenci, torej fantje, in da so bili v raziskavo zajeti učenci šol zunaj Ljubljane boljši reševalci kot učenci ljubljanskih OŠ.

Ključne besede: besedilne naloge, branje z razumevanjem, matematična pismenost, strategije reševanja, matematično znanje.

Abstract
Mathematical textual tasks are offen solved by identifying known and unknown quantities and finding logical connections between them. This method is systematically presented in grade 9 of primary school. Pupils encounter textual tasks already in earlier grades. Since most of the pupils do not know how to set equations, the most commonly used strategy is random trying. The presented research work was done due to our wish to discover, what the fundamental key for successfully solved textual tasks is and the correlation between the solving approach and learner's mathematics marks. There are 128 grade 8 and 292 grade 9 pupils from 15 different primary schools included in this research. The conclusions of the research are: the success in solving tasks depends on the order the tasks given, on pupils' reading and mathematical literacy; pupils with lower theoretical mathematical knowledge are more ingenious and creative in solving problems, but mostly they are as successful as the ones who try to solve the puzzle by setting up the equation; boys are more successful in doing this and pupils from the schools outside Ljubljana city solved problems more successfully than those in Ljubljana.

Key words: word problems, reading understanding, mathematical literacy, solving strategies, mathematical knowledge.

---

[3] Mlada raziskovalka
[4] Mlada raziskovalka
[5] Mlada raziskovalka
[6] Mentorica mladih raziskovalk

Uvod

Besedilne naloge so področje, ki ga raziskovalci že leta zaznavajo kot problematično (Japelj Pavešič, 2011). Učenec se reševanja besedilne naloge pri matematiki lahko loti na način, v katerega ga učitelj usmeri. Predpostavljamo, da učenci, ki predpisanega načina ne poznajo, lahko kljub temu nalogo uspešno rešijo. Lotile smo se tudi raziskovanja povezave med oceno iz matematike in številom pravilno rešenih nalog ter sposobnostjo branja z razumevanjem. Pri sestavljanju nalog smo si pomagale z različno literaturo (Brilej, 2000; Dolinar, 2005: 125, Dornik, 2005: 42, 45, 53, 72, 83, 90; Hernja, 1999: 516, Jagodnik, 2007: 202). Postavile smo hipotezo, da lahko učenci ne glede na zaključno oceno iz matematike pridejo do rešitve besedilne naloge. Predpostavile smo, da se učenci med seboj razlikujejo po postopkih reševanja in da učenci z višjo zaključno oceno iz matematike pogosteje izbirajo algebrske načine reševanja.

Pri preverjanju veljavnosti hipotez smo si pomagale z besedilnimi nalogami, ki pri reševanju od učenca zahtevajo različne stopnje znanja glede na zahtevnost učnih ciljev, ki jih naloge zajemajo. Pri tem smo se opirale na didaktično literaturo, ki je dostopna v slovenskem šolskem prostoru (RutarIlc, 2003; Jagodnik 2007; Žakelj in Ivanuš Grmek, 2010). Izbrane naloge smo razporedile takole:

<u>Lažja naloga:</u> *Helena, Joži, Anja in Marko so kupili komplet srečk 3 x 3. Razmerje med njihovimi deleži pri plačilu tega kompleta je bilo 3 : 2 : 4 : 1. Ker je bila izžrebana ena srečka iz tega kompleta, so prejeli 2000 €. Denar so si razdelili v istem razmerju, kot so bili njihovi deleži pri plačilu srečk. Koliko je prejela Anja?*

<u>Najlažja naloga:</u> *Križevec je eden naših največjih pajkov. Doseže tudi do dva centimetra velikosti. Koliko ima oči, koliko pipalk, koliko členastih nog in koliko bradavic, če ima dvakrat več oči kot pipalk in dvakrat več členastih nog kot pipalk ter dve bradavici manj kot oči? Skupaj ima 26 delov.*

<u>Lahka naloga:</u> *Na mizi je v petih kupih enako število kart. Če iz teh kart naredimo samo tri enako velike kupe, šteje posamezni kup 10 kart več kot prejšnji. Koliko kart je na mizi?*

<u>Srednje težka naloga:</u> *Samo je odšel za tri tedne na počitnice. Odločil se je, da bo polovico denarja, ki ga je vzel s sabo, porabil prvi teden, drugi in tretji teden pa bo porabil preostanek, vsak teden enako. Ker so bile cene v kraju, kjer je počitnikoval Samo, zelo visoke, je v prvem tednu porabil za tretjino več denarja, kot je načrtoval. Zato je v drugem tednu varčeval in porabil tretjino manj denarja, kot je načrtoval. Koliki del denarja, ki ga je za tritedenske počitnice namenil Samo, mu je ostalo za tretji teden?*

<u>Zahtevna naloga:</u> *Gregor se je za maraton pripravljal sedem tednov, vsak teden je šel teč trikrat. Vsak naslednji teden je pretekel 6 km več kot prejšnji teden. Vsak teden je dvakrat tekel enako razdaljo, tretjič v tednu pa 5 km krajšo. Koliko kilometrov je pretekel na zadnjem teku pred maratonom, če je skupaj pretekel 280 km?*

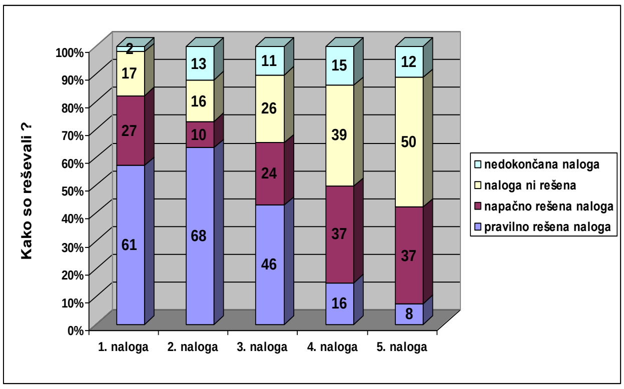
Načine reševanja petih različnih besedilnih nalog s področja matematike smo obdelale pri 138 učencih osmega razreda in 292 učencih devetega razreda v šolskem letu 2011/12. V anketo je bilo skupaj vključenih 430 učencev. Najprej je raziskava potekala med osmošolci in devetošolci iz večine ljubljanskih šol, ki spadajo v študijsko skupino za matematiko s sedežem v OŠ Dravlje. Te šole so bile: OŠ Franca Rozmana Staneta, OŠ Koseze, OŠ Miška Kranjca, OŠ Riharda Jakopiča, OŠ Šentvid, OŠ Šmartno pod Šmarno goro, OŠ

Vižmarje Brod, OŠ Medvode, OŠ Pirniče, OŠ Preska, OŠ Simona Jenka Smlednik, OŠ Vodice in OŠ Valentina Vodnika. Učenci omenjenih šol so sestavljali prvi nabor. Vsebinsko enak anketni vprašalnik s spremenjenim vrstnim redom besedilnih nalog so nam nato vrnili še iz OŠ Frana Kranjca Celje, OŠ Črnomelj, OŠ Idrija in OŠ Center iz Novega mesta – izpolnjevali so ga učenci drugega nabora.

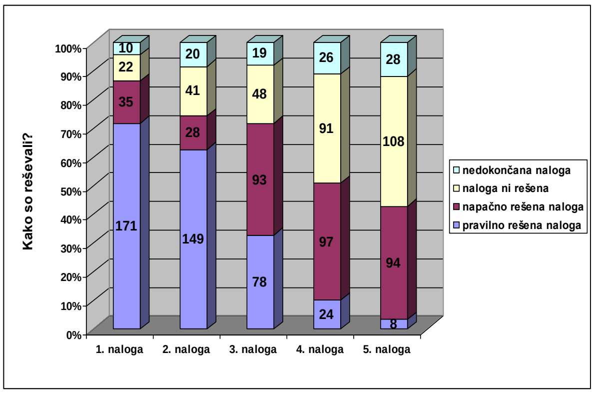
Raziskava

Uspešnost reševanja posamezne naloge glede na vrstni red nalog

Naloge je najprej reševalo 107 osmošolcev in 238 devetošolcev - v naši raziskavi učenci prvega nabora. Njihove rezultate smo predstavile na spodnjih grafih.



Graf 1: 1. nabor: 8. razred. Kako so reševali?



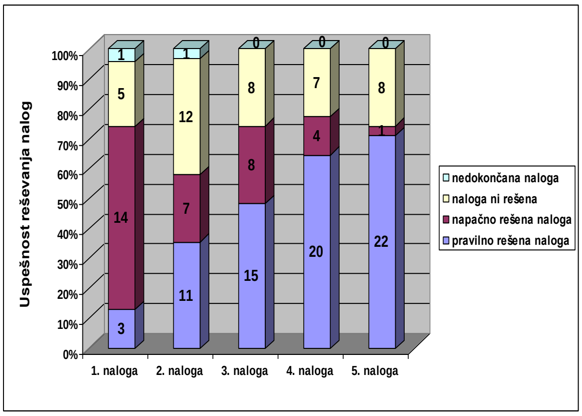
Graf 2: 1. nabor: 9. razred. Kako so reševali?

Peta naloga je bila pri učencih prvega nabora slabo rešena. Pravilno jo je rešilo malo učencev, veliko učencev pa se te naloge sploh ni lotilo. Zato nas je zanimalo, ali je naloga prezahtevna. V ta namen smo spremenile vrstni red nalog in izbrale druge kraje bivanja učencev. V raziskavi so to učenci t. i. drugega nabora. Zaradi večje preglednosti predstavljamo še tabelo o razporejenosti nalog obeh naborov.

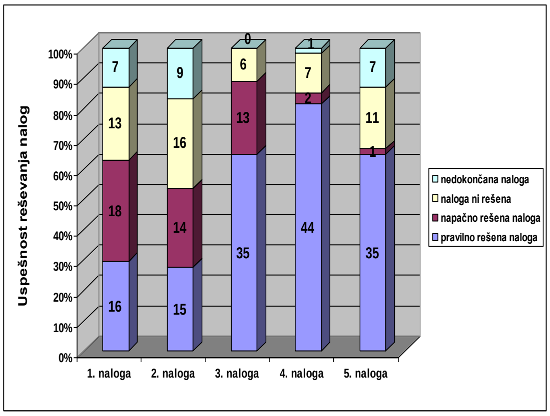
1. nabor nalog		**2. nabor nalog**
1. naloga	→	4. naloga
2. naloga	→	5. naloga
3. naloga	→	3. naloga
4. naloga	→	2. naloga
5. naloga	→	1. naloga

Tabela 1: Razporejenost nalog prvega in drugega nabora.

Naloge drugega nabora je reševalo 31 osmošolcev in 54 devetošolcev. Prišle smo do rezultatov oziroma ugotovitev, ki so predstavljeni na dveh grafih:



Graf 3: 2. nabor: 8. razred; uspešnost reševanja nalog



Graf 4: 2. nabor: 9. razred; uspešnost reševanja nalog

Pokazalo se je, da so učenci drugega nabora, ki živijo v Celju, Novem mestu, Črnomlju in Idriji, bolje reševali naloge z izjemo ene naloge. Je bil pa način reševanja pri tistih učencih, ki so jo rešili, zelo izviren. Reševali so jo grafično in to večinoma kar brez stranskega računa. Iz tabel, ki prikazujeta uspešnost reševanja prvih oziroma zadnjih dveh nalog, so vidne ugotovitve, do katerih smo prišle.

razred reševalca	**1. nabor 4. naloga**	**delež (v %)**	**2. nabor 2. naloga**	**delež (v %)**
8. razred	16 učencev od 107 učencev	14,95	3 učenci od 31 učencev	9,68
9. razred	24 učencev od 238 učencev	10,08	16 učencev od 54 učencev	29,63

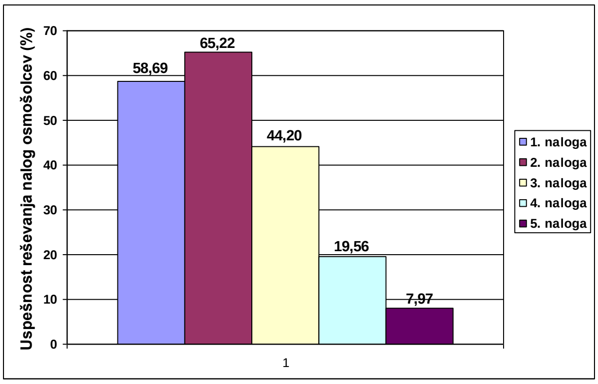
Tabela 2: Uspešnost reševanja glede na vrstni red 4. naloge

razred reševalca	**1. nabor 5. naloga**	**delež (v %)**	**2. nabor 1. naloga**	**delež (v %)**
8. razred	8 učencev od 107 učencev	7,48	11 učencev od 31 učencev	35,48
9. razred	8 učencev od 238 učencev	3,36	15 učencev od 54 učencev	27,78

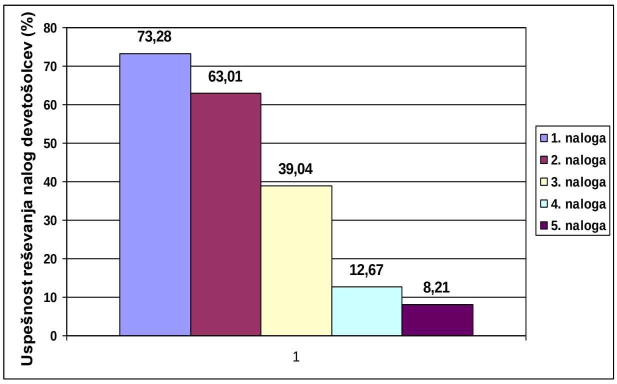
Tabela 3: Uspešnost reševanja glede na vrstni red 5. naloge

Čeprav je bil vzorec učencev drugega nabora bistveno manjši, lahko sklepamo, da so učenci bolje reševali dve nalogi, ki sta bili prestavljeni na začetna mesta po zaporedju.

Nato smo ugotavljale, kako uspešno so učenci reševali posamezne naloge. Glede na uspešnost reševanja posameznih nalog pri vseh 430 učencih (138 osmošolcev in 292 devetošolcev) smo prišle do naslednjih ugotovitev:

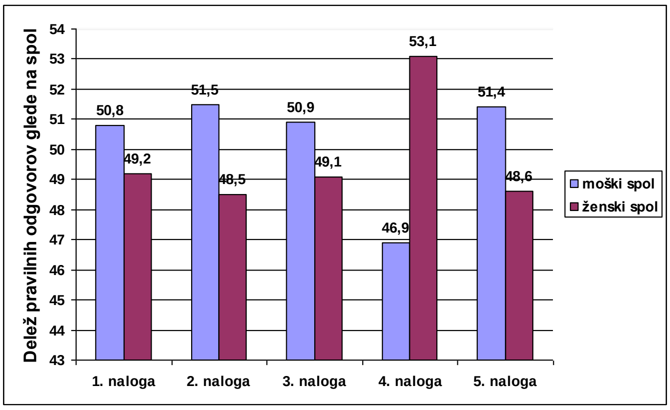


Graf 5: Uspešnost reševanja nalog osmošolcev



Graf 6: Uspešnost reševanja nalog devetošolcev

Pravilnost reševanja glede na spol reševalca
Zanimalo nas je tudi, ali se učenke in učenci kaj razlikujejo po uspešnosti reševanja. Predvidevale smo, da so fantje iznajdljivejši in spretnejši. Ko smo izrazile deleže učencev po pravilnosti reševanja glede na spol, ne glede na to, ali je učenec osmošolec ali devetošolec, smo dobile rezultate, ki jih prikazuje spodnji diagram.



Graf 7: Delež pravilnih odgovorov glede na spol

S pomočjo izračuna smo prišle do ugotovitve, da je bilo v naši raziskavi pri reševanju uspešnih 50,3 odstotka učencev in 49,7 odstotka učenk. Naše predvidevanje se je izkazalo za pravilno.

Načini reševanja nalog in zaključna ocena
Najprej nas je zanimalo, kateri način reševanja pri posamezni nalogi so pri obeh naborih skupaj najpogosteje izbrali osmošolci in katerega devetošolci. Zbirnik je predstavljen v spodnjih dveh tabelah.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	5. naloga
reševanje z deleži in odstotki	zapis direktnega odgovora	grafično - aritmetični način reševanja	grafično - aritmetični način reševanja	reševanje s poskušanjem v povezavi z zapisi računov

Tabela 4: Najpogostejši način reševanja osmošolcev

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	5. naloga
reševanje z zapisom razmerja oziroma sorazmerja	reševanje z zapisom enačbe	reševanje z zapisom enačbe	reševanje z zapisom enačbe ter reševanje z grafično - aritmetično metodo	reševanje z zapisom enačbe

Tabela 5: Najpogostejši način reševanja devetošolcev

Nato smo preverjale, ali je uspešno rešena naloga povezana tudi s številčno oceno iz matematike. V ta namen je v uvodnem delu anketnega vprašalnika vsak učenec zapisal svoji oceni iz matematike v zadnjih dveh razredih. Tabeli v nadaljevanju prikazujeta povezavo med zaključnimi ocenami iz matematike in izbiro načina reševanja posamezne naloge.
.

	osmošolci		devetošolci	
1. naloga:	**odl (5), pdb (4)**	**db (3), zd (2)**	**odl (5), pdb (4)**	**db (3), zd (2)**
opisni način	5	1	4	0
grafično-aritmetični način	1	0	0	0
algebrski način	57	5	161	37
direkten odgovor ali poskušanje	11	1	5	7
2. naloga:	**odl (5), pdb (4)**	**db (3), zd (2)**	**odl (5), pdb (4)**	**db (3), zd (2)**
opisni način	9	0	5	2
grafično-aritmetični način	1	0	0	0
algebrski način	5	1	125	20
direkten odgovor ali poskušanje	67	7	13	19
3. naloga:	**odl (5), pdb (4)**	**db (3), zd (2)**	**odl (5), pdb (4)**	**db (3), zd (2)**
opisni način	2	1	4	0
grafično-aritmetični način	14	1	6	2
algebrski način	35	0	74	10
direkten odgovor ali poskušanje	8	0	5	3
4. naloga:	**odl (5), pdb (4)**	**db (3), zd (2)**	**odl (5), pdb (4)**	**db (3), zd (2)**
opisni način	4	0	1	0
grafično-aritmetični način	6	2	2	0
algebrski način	74	10	28	1
direkten odgovor ali poskušanje	5	3	4	1
5. naloga:	**odl (5), pdb (4)**	**db (3), zd (2)**	**odl (5), pdb (4)**	**db (3), zd (2)**
opisni način	0	0	2	0
grafično-aritmetični način	1	0	0	0
algebrski način	8	1	20	0
direkten odgovor ali poskušanje	1	0	0	0

Tabela 6: Načini reševanja v povezavi z učnim uspehom

Diskusija

O besedilnih nalogah je v slovenskem šolskem prostoru zapisanega že precej (npr. Rutar Ilc, 2003; Jagodnik, 2007; Žakelj in Ivanuš Grmek, 2010). V naši raziskavi je bila najbolje rešena besedilna naloga, ki po taksonomskih stopnjah spada med najlažje naloge. Povzele smo taksonomijo, ki jo uporablja raziskava TIMSS (Japelj Pavešič, 2011).

Najslabše pa so učenci reševali besedilno nalogo, ki po taksonomiji spada med zahtevnejše naloge. Ugotavljamo, da devetošolci težijo k zapisu enačbe in če jim ta ne uspe, nalogo izpustijo. Osmošolci so bolj iznajdljivi in ustvarjalni ter neobremenjeni z zapisom enačbe. Iščejo svojo pot in v večini primerov rešitev najdejo.

Glede uspešnosti so boljši reševalci fantje osmega razreda. Pri devetošolcih so več nalog uspešno rešila dekleta. Če odmislimo razred, ki ga reševalec obiskuje, potem so boljši reševalci fantje. To so pokazali pri prvi, drugi, tretji in peti nalogi. V splošnem so dekleta bolje reševala le četrto nalogo.

Učenci se med seboj razlikujejo po postopkih, ki jih uporabljajo na poti do rešitve. Med osmošolci so se reševanja z enačbo, ne glede na zaključno oceno iz matematike, lotili učenci le pri prvi nalogi. Pri drugih nalogah so tak način reševanja v večini primerov ohranili le odličnjaki.

Drugi učenci so, če so nalogo že rešili, izbirali opisni način reševanja, grafično-aritmetični način reševanja oziroma so do rešitve prišli s poskušanjem. Pri devetošolcih algebrski način reševanja izstopa pri vseh nalogah. Posluževali so se ga vsi učenci, ne glede na zaključno oceno iz matematike. Ugotavljamo, da se z obravnavo enačb in besedilnih nalog v devetem razredu zatre iznajdljivost pri samosvojih načinih reševanja besedilnih nalog. Ugotavljamo, da so učenci brez teoretičnega znanja bolj iznajdljivi in izvirni pri reševanju nalog, večinoma pa prav tako uspešni kot tisti, ki naloge poskušajo rešiti z nastavljanjem enačb.

Uspešnost reševanja je vezana tudi na vrstni red nalog. Z njim je usmerjena pozornost in učenec se naloge loti, čeprav je zahtevnejša. Poskus, ki smo ga izvedle, je pokazal, da učencem koncentracija pade. Ob omejitvi reševanja na eno šolsko uro je marsikomu tudi zmanjkalo časa. To, da naloge učenec ni rešil pravilno ali se je celo ni lotil, ne pomeni nujno, da je ne bi znal rešiti.

Uspešnost reševanja je povezana tudi z zaključno oceno iz matematike. To smo opazile ne le pri izbiri zahtevnejšega načina reševanja, ampak tudi pri tem, da je manj kot desetina osmošolcev z dobro ali zadostno oceno iz matematike uspela rešiti posamezno nalogo. Pri devetošolcih je bilo takih učencev približno ena petina, a le pri prvi nalogi, ki je za devetošolce tipično šolska.

Pri pregledu pravilnih rešitev smo ugotovile, da je bila uspešnost reševanja povezana tudi z dolžino in zahtevnostjo besedila. Pri preprostejši besedilni nalogi so si učenci lahko ustvarili predstavo o vsebini naloge, prav tako niso imeli težav pri preprostejši nalogi z večjim številom povedi. Obe nalogi sta bili uspešno rešeni v več kot dveh tretjinah primerov.

Največ težav z razumevanjem prebranega besedila je bilo pri vsebinsko zahtevnejši nalogi, čeprav besedila ni bilo veliko, saj je nalogo uspešno rešilo nekaj manj kot ena desetina reševalcev.

Napačni odgovori besedilne naloge kažejo na to, da reševalec ali ne zna matematične vsebine, ki jo naloga zahteva, ali pa ne zna prebrati besedila naloge in ga razumeti. Tako kot bralna pismenost je pri reševanju besedilnih nalog pomembna tudi matematična pismenost. Obe vrsti pismenosti z učenci rasteta (Japelj Pavešič, 2011).

Pokazalo se je, da so bili v raziskavo zajeti učenci osnovnih šol zunaj Ljubljane boljši reševalci kot učenci ljubljanskih osnovnih šol. Poleg uspešnosti so se izkazali tudi v izvirnosti načinov reševanja besedilnih nalog, sistematičnosti pri zapisu poteka reševanja ter urejenosti izdelka, ki so ga oddali. V raziskavi o vplivu socialnega okolja na rezultate NPZ (Žakelj in Ivanuš Grmek, 2010:105-106) smo zasledile povezavo med uspešnostjo učencev in okoljem, iz katerega izhajajo. Zanimivo bi bilo raziskati socialno-kulturno okolje učencev ljubljanskih osnovnih šol v primerjavi z učenci osnovnih šol zunaj Ljubljane.

Zaključek

Ugotovitev, do katerih smo prišle, smo vesele. Veselja ne prinašajo le rezultati raziskave, v katero smo zajele 430 sošolcev in vrstnikov po vsej Sloveniji, ki so nam pokazali, na kakšne načine se lotevajo reševanja matematičnih besedilnih nalog. Veselje prinaša spoznanje, da smo bile sposobne združiti moči in sposobnosti, zagristi v obsežno delo in vztrajati toliko časa, da so bile vse prispele kuverte z nalogami obdelane, zbirniki narejeni in ugotovitve zapisane.

Ob zaključku bi rade sporočile temeljno spoznanje, do katerega smo prišle: dobro bomo reševali besedilne naloge, če bomo besedilo prebrali z razumevanjem in si predstavljali to, kar smo prebrali. Le tako bomo zmogli na svoj način poiskati pot do odgovora. Bistrejši si bo najpogosteje pomagal z enačbami, drugi bo z risanjem, sklepanjem ali poskušanjem prišel do rešitve problema. A če nikakor ne bo šlo, se bomo povezali med seboj in si pomagali. V povezanosti in slogi je moč.

Viri

1. Brilej, R. (2000): Vzorci preizkusov znanja iz matematike ob zaključku osnovne šole. Ataja, Ljubljana.
2. Dolinar, G. Felda, D., Željko, M. (2005): Evropski matematični kenguru 2002–2004. Algebra, DMFA – ZALOŽNIŠTVO, Ljubljana.
3. Turk, M., Vehovec, M., Smolej, T., Dornik, M., (2005): Kocka 9: Učbenik za 9. razred osnovne šole. Modrijan, Ljubljana.
4. Hernja, S. (1999): Igraje skozi matematiko 7: delovni zvezek, III. del. Rokus, Ljubljana.
5. Rutar Ilc, Z. (2003): Pristopi k poučevanju, preverjanju in ocenjevanju znanja. ZRSŠ, Ljubljana.
6. Jagodnik, A. (2007): Reševanje matematičnih nalog med slovenskimi osnovnošolci v raziskavi TIMSS 2007. Pedagoški inštitut, Ljubljana.
7. Žakelj, A. Ivanuš Grmek, M. (2010): Povezanost rezultatov pri NPZ s socialno-kulturnim okoljem učencev, poukom in domačimi nalogami. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.

UPORABA KONCEPTA SIMETRIJE PRI REŠEVANJU PROBLEMOV IN ODKRIVANJU NOVEGA ZNANJA

Use of the Symmetry Concept to Problem Solving and Knowledge Acquisition

Alojz Grahor, Škofijska gimnazija Vipava

alojz.grahor@guest.arnes.si

Povzetek

V prispevku obravnavamo uporabo koncepta simetrije pri reševanju problemov in pri odkrivanju novega znanja. Prikazanih je nekaj primerov reševanja matematičnih problemov. Pri nekaterih prikazanih primerih (reševanje sistemov) nam uporaba koncepta simetrije pomaga učinkovito in hitreje rešiti problem, kot bi ga po običajni poti, pri drugih prikazanih primerih (geometrijske naloge) pa je uporaba principa simetrije ključ, ki nam pomaga pri odkrivanju poti do rešitve. V drugem delu se ukvarjamo s prehodom iz nesimetrične v simetrično formulo oziroma zvezo. Zveze med koti in stranicami v pravokotnem trikotniku (kotne funkcije) niso simetrične glede na stranice in kote. Kotne funkcije zapišemo v simetrični obliki in s pomočjo programa dinamične geometrije preiskujemo njihovo pravilnost v poljubnem trikotniku. Tako »odkrijemo« sinusni izrek. Poseben primer uporabe koncepta simetrije je sklepanje po analogiji. Na ta način posplošimo Pitagorov izrek iz dvorazsežnega v trirazsežni prostor. Postavljeno hipotezo dokažemo računsko in s pomočjo programa dinamične geometrije.
Z obravnavanimi primeri pokažemo, da je uporaba simetrije učinkovita pri reševanju problemov in pri odkrivanju novega znanja. Zato sodi zmožnost uporabe koncepta simetrije v novih učnih situacijah med problemska znanja.

Ključne besede: simetrija, preiskovanje, dinamična geometrija, problemska znanja, sinusni izrek.

Abstract

The paper deals with the use of the concept of symmetry principle for problem solving and knowledge acquisition. Several examples of mathematical problem solving are presented. In some examples (system solving) the use of the symmetry principle helps us solve the problem faster and more efficiently in comparison with the usual procedure. While in other examples (geometry exercises) the symmetry principle is the key that helps us to discover the path towards a solution. The second part of the paper deals with the shift from an asymmetrical formula or relation to a symmetrical formula or relation. The relations between the angles and the sides in a right-angled triangle (trigonometric function) are not symmetrical in terms of sides and angles. Trigonometric functions are expressed in a symmetrical form and we explore their regularity in a random triangle with the help of dynamic geometry programme. In this way we discover the law of sines. A special case of the symmetry principle application is analogical inference. In this way the Pythagorean Theorem is applied from a two-dimensional to a three-dimensional space. The established hypothesis is proven algebraically and with the help of the dynamic geometry programme.
The discussed examples demonstrate that the symmetry principle application is an efficient tool that can be used in problem solving and knowledge acquisition, and as such, forms part of problem-solving knowledge.

Key words: symmetry, investigation, dynamic geometry, knowledge acquisition, law of sines.

Uvod

Definicija *(Leikin, 2000): Simetrija je trojica (S, I, M), ki sestoji iz objekta S, specifičnih lastnosti I danega objekta S in transformacije M, ki zadošča naslednjima dvema lastnostma:*

(i) Objekt S pripada definicijskemu območju transformacije M.

(ii) Delovanje transformacije M na objekt S ne spremeni lastnosti I objekta S.

Definicija pokriva vse vrste simetrij, tako geometrijsko, algebrsko kot simetrijo v dokazih (Leikin, 2000). Pri običajnih problemih so lastnosti objektov opisane z enačbami, podatki, formulami, geometrijskimi lastnostmi …, transformacije pa so najpogosteje permutacije. Primer simetrije je Heronova formula za ploščino trikotnika, ki je neobčutljiva za vse permutacije stranic a, b, c.

$$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\quad s=\frac{a+b+c}{2}.$$

Kosinusni izrek je tudi primer simetrije, saj je trojica formul

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha,\ b^2=a^2+c^2-2ac\cos\beta,\ c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$$

neobčutljiva za vse permutacije parov stranica - kot: $(a,\alpha),\ (b,\beta),\ (c,\gamma)$.

V članku bomo predstavili nekaj matematičnih problemov, ki jih lahko rešimo po ustaljeni poti. Cilj pa je pokazati, kako simetrijo v podatkih ali zvezah izkoristimo za rešitev predstavljenih problemov. Koncept simetrije se izkaže kot učinkovito orodje za reševanje matematičnih problemov. Poleg tega bomo pokazali primer, ko formulo (ali zvezo), ki nima lastnosti simetrije, spremenimo v veljavno simetrično zvezo. Primer bo pokazal, da nas to razmišljanje (uporaba koncepta simetrije) lahko pripelje do novega znanja. Nazadnje se bomo ustavili pri sklepanju z analogijo, ki je posebna vrsta abstraktne simetrije. S primerom bomo pokazali, kako s pomočjo sklepanja z analogijo pridemo do novega znanja.

Reševanje matematičnih problemov z uporabo koncepta simetrije

Oglejmo si nekaj matematičnih problemov, pri katerih opazimo simetrijo v podatkih, formulah ali enačbah in to s pridom izkoristimo za rešitev problema ali pa za iskanje poti do rešitve.

Prvi problem

Naj bo $2x+5y=48$ *ter* $5x+2y=-13$. *Poiščite vrednost izraza* $2012x+2012y$. (Prirejeno po [Rusczyk]).

Rešitev: Problem seveda lahko rešimo po običajni poti: rešimo sistem ter vstavimo izračunana x in y v iskani izraz. Če pa opazimo, da je iskani izraz simetričen (neobčutljiv za permutacije x in y), nam to da idejo, da poiščemo simetrijo še kje. Če seštejemo obe dani enačbi, dobimo $7x+7y=35$ oziroma $x+y=5$.

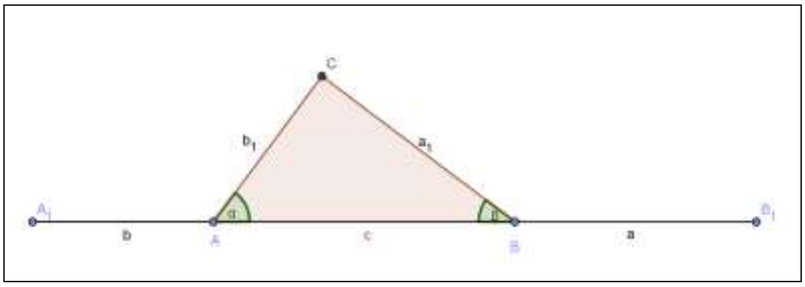
Tako je $2012x+2012y=2012(x+y)=2012\cdot 5=10060.$

Drugi problem
Ploskve kvadra merijo 70 cm^2, 56 cm^2 in 45 cm^2. Izračunajte prostornino kvadra.
(Prirejeno po [Rusczyk]).

Rešitev: Zapišimo $ab = 70, \quad ac = 56, \quad bc = 45.$ Prostornina kvadra je $V = abc$. Opazimo popolno simetričnost glede permutacij osnovnih robov kvadra $(a,\ b,\ c)$. Če zmnožimo prve tri enačbe, dobimo $a^2b^2c^2 = 70 \cdot 56 \cdot 45$, od koder sledi $abc = \sqrt{70 \cdot 56 \cdot 45} = 420$. $V = 420 cm^3$.

Tretji problem
Konstruirajte trikotnik, če je podan njegov obseg ter kota α in β (Polya, 1985).

Rešitev: Ker je $ob = a + b + c$ in ker so podani vsi trije koti, opazimo simetrijo v podatkih, saj permutacije parov (a, α), (b, β), (c, γ) ohranjajo vse zveze. Od tod ideja, da načrt konstrukcije zasnujemo na osnovi simetrije (*Slika 1*).

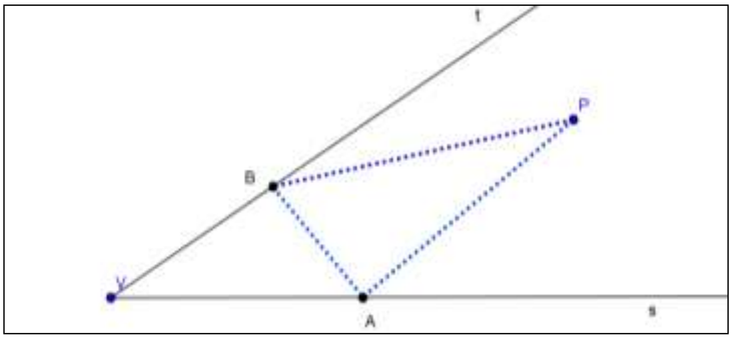


Slika 1

Ugotovimo, da sta trikotnika ΔCA_1A ter ΔB_1CB enakokraka. Kratek račun pokaže, da je $\angle CA_1A = \frac{\alpha}{2}$ in $\angle CB_1B = \frac{\beta}{2}$. Konstruiramo torej lahko trikotnik ΔA_1B_1C ter s simetralama stranic CA_1 in CB_1 poiščemo lego točk A in B.

Četrti problem
Znotraj ostrega kota je podana točka P. Na krakih kota poiščite točki A in B tako, da bo obseg trikotnika ΔABP najmanjši (Leikin, 2000).

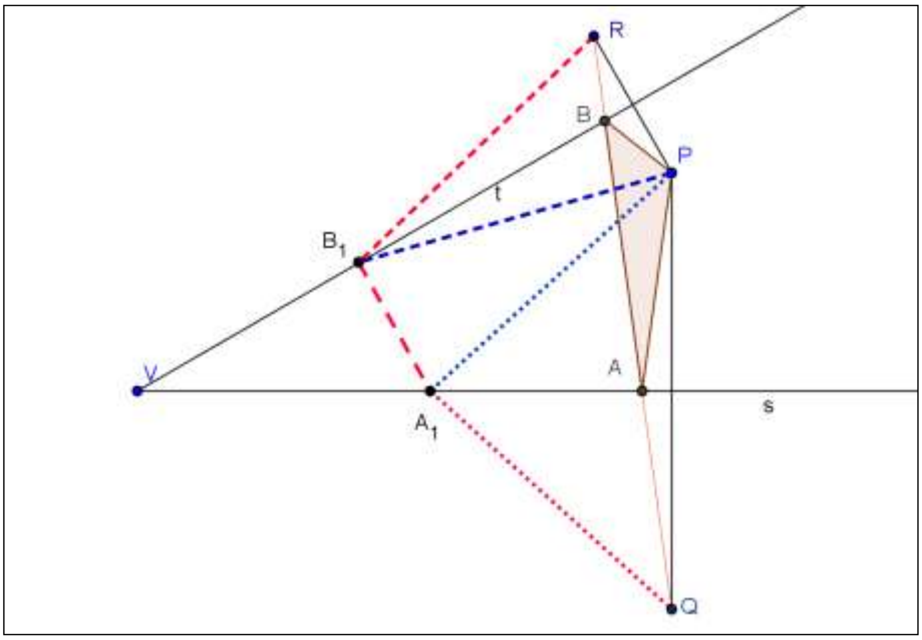
Rešitev: Situacija je prikazana na *Sliki 2*.



Slika 2

Prezrcalimo točko *P* preko krakov s in t. Zrcalni točki označimo s Q ter R (glej *Sliko 3*). Naj bo $A_1 \in s$ in $B_1 \in t$. Ker je $|A_1P| = |A_1Q|$ in $|B_1P| = |B_1R|$, je obseg trikotnika ΔA_1B_1P enak $|QA_1| + |A_1B_1| + |B_1R|$. Naj bosta točki A in B presečišči krakov s in t z daljico QR. Tedaj za vsako točko $A_1 \in s,\ \ A_1 \neq A$ in $B_1 \in t,\ \ B_1 \neq B$ velja

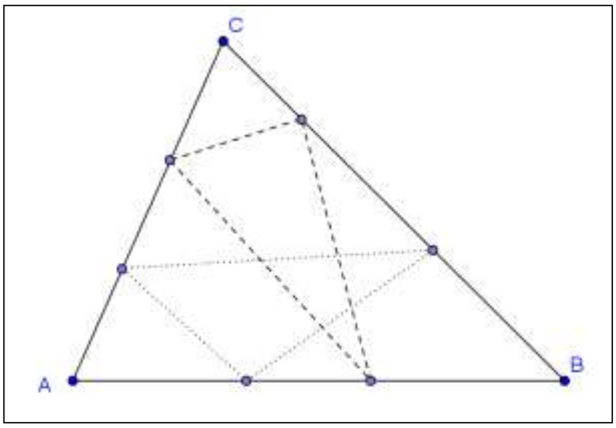
$|QA_1| + |A_1B_1| + |B_1R| \ > \ |QA| + |AB| + |BR|$. Torej sta točki A in B takšni, da ima trikotnik ΔABP najmanjši obseg.



Slika 3

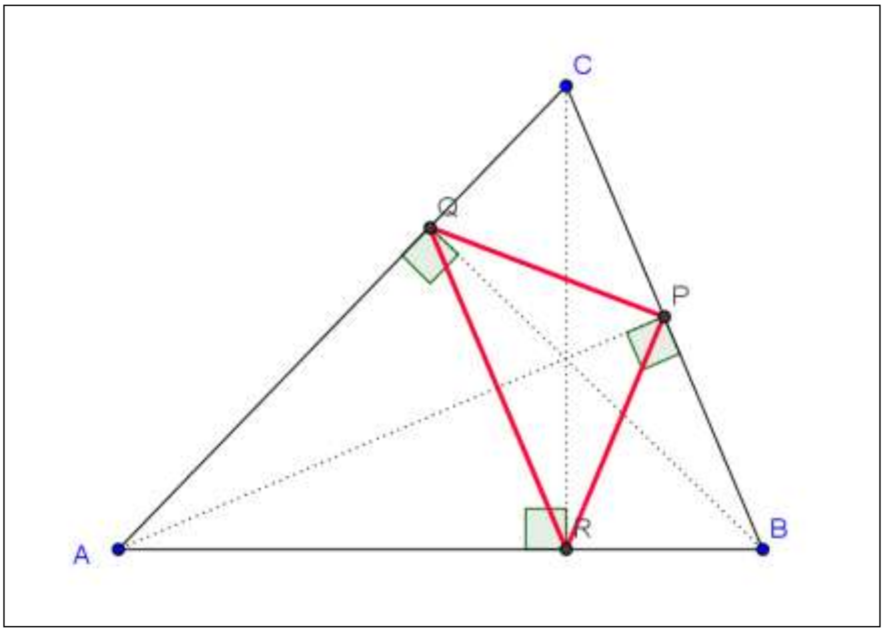
Peti problem
Danemu ostrokotnemu trikotniku ABC včrtajte trikotnik PQR z najmanjšim obsegom (Leikin, 2000).

<u>Rešitev:</u> Situacija je prikazana na *Sliki 4*.



Slika 4

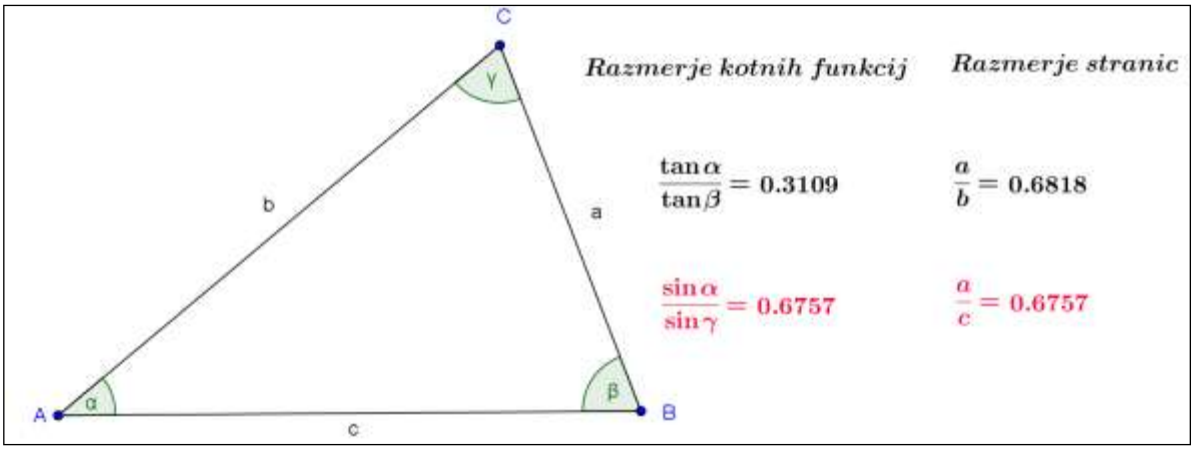
Dokaz je zahtevnejši kot pri prejšnjem problemu. Uporabimo rezultat četrtega problema in druge lastnosti simetrije. Podroben dokaz z uporabo koncepta simetrije je v (Leikin, 2000: 800-801), ki je dostopen na svetovnem spletu (glej vire). Rezultat pa je zelo zanimiv (*Slika 5*). Oglišča iskanega trikotnika PQR so nožišča višin danega trikotnika ABC.



Slika 5

Odkrivajmo s simetrijo

Veliko matematičnih zvez ni simetričnih. To velja na primer za kotne funkcije v pravokotnem trikotniku, saj že sam objekt (to je pravokotni trikotnik) ni simetričen (saj parov stranica - kot ne moremo poljubno permutirati, ker je en kot vedno pravi kot, nasprotna stranica pa vedno najdaljša). Pa poskusimo iz nesimetričnih zvez tvoriti simetrične zveze. Seveda se moramo odpovedati pravokotnemu trikotniku (tako dobimo vse pare stranica - kot enakovredne). Prav tako bomo iz nesimetričnih zvez – kotnih funkcij tangens in sinus – tvorili simetrične zveze, takšne, ki bodo ohranjale obliko formule pri vseh permutacijah spremenljivk. Ideja je nekoliko nenavadna, vendar bomo veljavnost nove formule najprej preizkusili z enim izmed programov dinamične geometrije. Tu smo uporabili program Geogebra. Poglejmo, ali se bo koncept simetrije izkazal. Glede oznak izhajamo iz standardno označenega pravokotnega trikotnika ΔABC (glej *Sliko 7*). Tedaj iz zveze $\tan\alpha = \frac{a}{b}$ tvorimo simetrično zvezo $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = \frac{a}{b}$, iz zveze $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ sestavimo $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{a}{c}$. S programom dinamične geometrije posebej prikažemo vrednost razmerja stranic, posebej vrednost razmerja kotnih funkcij. Ob premikanju oglišč opazimo, da je razmerje sinusov enako razmerju stranic, razmerje tangensov pa ne (glej *Sliko 6*).



Slika 6

Uporaba koncepta simetrije nas je tako pripeljala do hipoteze, da velja v poljubnem trikotniku zveza $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}=\frac{a}{c}$. Odtod neposredno sledi, da je $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{c}{\sin\gamma}$. Enako dobimo tudi $\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$, oziroma $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$, kar potrdimo s formalnim računskim dokazom.

Rešite še naslednje naloge:

1. Pokažite, da v pravokotnem trikotniku velja zveza $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{a}{b}$. S pomočjo koncepta simetrije zapišite še ostale zveze med stranicami in koti v pravokotnem trikotniku. Seveda lahko veljavnost opisanih zvez v pravokotnem trikotniku preizkusite in dokažete njihovo veljavnost v poljubnem trikotniku (kot zgoraj).
2. Dokažite, da v pravokotnem trikotniku velja $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=\frac{a^2}{b^2}$. S pomočjo koncepta simetrije zvezo posplošite in se prepričajte, ali velja ali ne.
3. Dokažite, da v pravokotnem trikotniku velja $\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}=\frac{b}{a}$. S pomočjo koncepta simetrije zvezo posplošite. Ali je posplošitev resnična?

Sklepanje po analogiji
Analogija je pomembna vrsta abstraktne simetrije. Pravimo, da je par (A,B) analogen paru (C,D) takrat, ko je odnos med A in B enak odnosu med C in D oziroma preprosteje

A je proti B tako kot je C proti D.

Oglejmo si primer sklepanja po analogiji. Vzemimo krožnico v dvorazsežnem prostoru in se vprašajmo po analognem objektu v trirazsežnem prostoru:

krožnica : dvorazsežni prostor = ________ : trirazsežni prostor.

Rešitev je seveda sfera. Obakrat gre za množico točk, ki so za dani polmer R oddaljene od dane točke S. Kaj pa je analogija krožnici v enorazsežnem prostoru?

Za konec si oglejmo analogijo Pitagorovega izreka v trirazsežnem prostoru. Pojdimo po vrsti in analogijo razvijajmo postopoma.

Pitagorov izrek : dvorazsežni prostor = »Pitagorov izrek« : trirazsežni prostor

$a^2 + b^2 = c^2$: dvorazsežni prostor = »Pitagorov izrek« : trirazsežni prostor

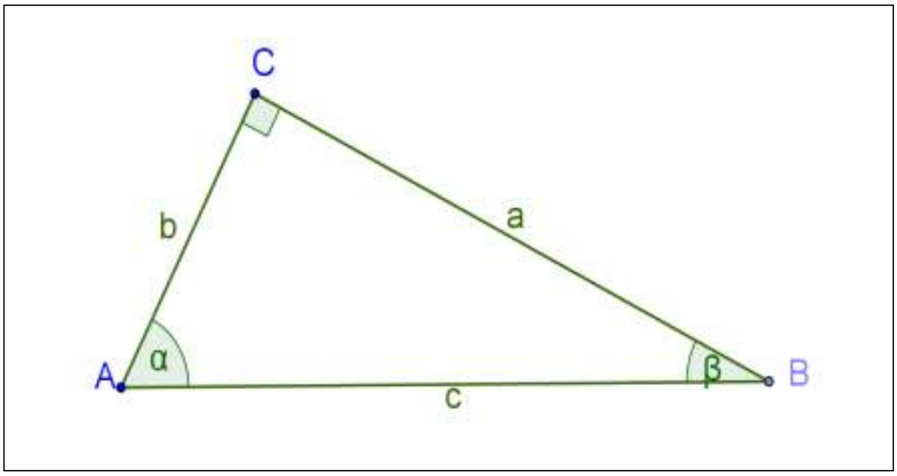
dve pravokotni stranici : R^2 = tri pravokotne stranice : R^3

vsota kvadratov dolžin stranic : R^2 = vsota kvadratov ploščin mejnih ploskev : R^3.

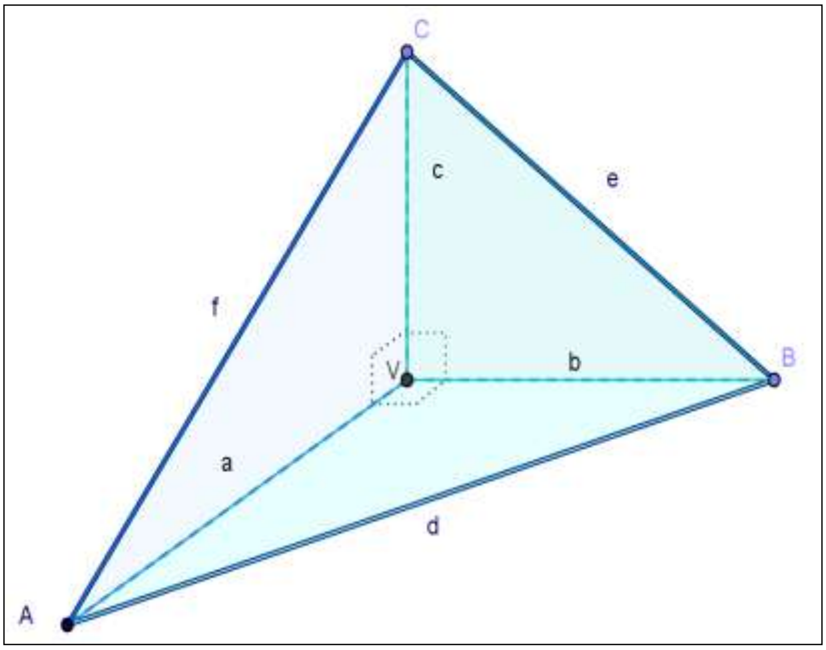
Pitagorov izrek v pravokotnem trikotniku v ravnini (*Slika 7*) povezuje kvadrate dolžin stranic:

Vsota kvadratov dolžin stranic, ki se stikata v stičišču pravokotnic, je enaka kvadratu dolžine stranice, ki leži nasproti stičišča pravokotnic:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Slika 7



Slika 8

Pri piramidi na *Sliki 8* se stranski robovi a, b, c stikajo v vrhu V in so paroma pravokotni. Prav tako so paroma pravokotne ploskve, ki jih določajo pari robov a, b in c. Imenujemo jo *pravokotna tristrana piramida,* dobimo pa jo na primer tako, da poševno odsekamo vogal kvadra.
Posplošitev Pitagorovega izreka v trirazsežnem prostoru se glasi:

Vsota kvadratov ploščin tistih ploskev, ki imajo vrh v stičišču pravokotnih robov, je enaka kvadratu ploščine ploskve, določene s tistimi stranicami stranskih ploskev, ki ležijo nasproti stičišča pravokotnic.

$$(S_{ABV})^2 + (S_{ACV})^2 + (S_{BCV})^2 = (S_{ABC})^2$$

»Dokaz A«: S pomočjo programa dinamične geometrije (na primer Geogebre) narišemo mrežo tristrane pravokotne piramide, izračunamo ploščine mejnih ploskev in preverimo, da velja gornja zveza.

Dokaz B: Ker so robovi *a, b, c* paroma pravokotni, so ploščine stranskih ploskev enake

$$S_{VAB} = \frac{ab}{2},\ S_{VAC} = \frac{ac}{2} \text{ ter } S_{VBC} = \frac{bc}{2}.$$

Stranice osnovne ploskve trikotnika ABC so

$$d = \sqrt{a^2 + b^2},\ e = \sqrt{b^2 + c^2} \text{ in } f = \sqrt{a^2 + c^2}.$$

Po Heronovi formuli $S = \sqrt{s(s-d)(s-e)(s-f)}$, kjer je $s = \frac{d+e+f}{2}$ dobimo (po nekoliko daljšem izračunu) $S_{ABC} = \sqrt{\frac{a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2}{4}}$, kar pomeni, da smo Pitagorov izrek v trirazsežnem prostoru dokazali (Kobal, 2010).

q.e.d.

Dokaz C: Obravnavano telo postavimo tako, da je vrh V v izhodišču trirazsežnega koordinatnega sistema, robovi, ki so paroma pravokotni, pa naj ležijo na koordinatnih oseh *(slika 8).* Krajevni vektorji točk *A, B* in *C* v R^3 so $\vec{r}_A = (a,\ 0,\ 0)$, $\vec{r}_B = (0,\ b,\ 0)$ in $\vec{r}_C = (0,\ 0,\ c)$. Naj bo vektor $\overrightarrow{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (-a,\ b,\ 0)$, vektor $\overrightarrow{AC}$ pa $\overrightarrow{AC} = \vec{r}_C - \vec{r}_A = (-a,\ 0,\ c)$. Izračunajmo ploščino trikotnika *ABC.* Ker je absolutna vrednost vektorskega produkta $\vec{x} \times \vec{y}$ enaka ploščini paralelograma, ki ga določata vektorja $\vec{x}$ in $\vec{y}$, je

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2}|(-a,b,0)\times(-a,0,c)| = \frac{1}{2}|(bc,ac,ab)| = \frac{1}{2}\sqrt{(bc)^2 + (ac)^2 + (ab)^2}.$$

q.e.d.

Zastavimo si še dve raziskovalni vprašanji:

1. V pravokotnem trikotniku velja Evklidov izrek. Kaj je analogija tega izreka v trirazsežnem prostoru? Kaj pa dokaz?
2. Formuliraj (po analogiji) Pitagorov izrek v štirirazsežnem prostoru.

Zaključek

Pokazali smo, da ima koncept simetrije posebno vlogo pri reševanju problemov. Tako lahko zatrdimo, da je koncept simetrije odličen pripomoček pri reševanju nekaterih matematičnih problemov in pri zastavljanju novih problemov ter sodi med veščine v okviru problemskih znanj. Mogoče je ta pomen še najlepše opisal G. Polya, ko je dejal: »*Vsaka* *simetrija, ki jo opazimo pri podatkih ali pogojih, se zrcali v rešitvi problema*« (Leikin, 2000). Spodbujam učitelje in dijake, da koncept simetrije vključijo (če ga še niso) v svoj nabor veščin pri reševanju matematičnih problemov in odkrivanju novega znanja.

Viri

1. Kobal, L. (2010): Posplošitev Pitagorovega izreka v trirazsežnem in štirirazsežnem prostoru, raziskovalna naloga. Škofijska gimnazija Vipava, Vipava.
2. Leikin, R.; Berman, A. and Zaslavsky, O. (2000): Int. J. Math. Educ. Sci. Technol., Vol. 31, No. 6, 799-809. Dostopno na
3. http://cimm.ucr.ac.cr/resoluciondeproblemas/PDFs/Leikin,R.%20Berman,A.%20%20Zaslavsky,%20O.%20Applications%20...pdf (8. 9. 2011).
4. Levi, M. 2009: The Mathematical Mechanic: Using Physical Reasoning to Solve Problems. Princeton University Press, Princeton.
5. Polya, G. (1985): Kako rešujemo matematične probleme. Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije, Ljubljana.
6. Rusczyk, R.: Art of Problem Solving, Using Symmetry. Dostopno na:
7. http://www.artofproblemsolving.com/blog/27 (15. 9. 2011).

PROBLEMSKE NALOGE IN OPISNO OCENJEVANJE
Problem Solving Tasks and Descriptive Assessment

Simona Pustavrh, ŠC Novo mesto, Srednja elektro šola in tehniška gimnazija

simona.pustavrh@guest.arnes.si

Povzetek
Pri pouku matematike s problemskimi nalogami pri dijakih razvijamo matematično znanje, prenosljivo tudi na druga področja. Dijake postavljamo pred nove izzive, ki vplivajo na njihov kognitivni razvoj. V prispevku predstavljeno vpeljevanje in ocenjevanje problemskih nalog v gimnazijski program je nastalo v sodelovanju Predmetne razvojne skupine za matematiko in mentorskih učiteljev za predmetno področje matematike na ZRSŠ. Za ocenjevanje smo pripravili in preizkusili opisne kriterije. Kljub temu, da smo se osredotočili na gimnazijski program, so metode prenosljive na vse stopnje izobraževanja.

Ključne besede: problemske naloge, opisni kriteriji.

Abstract
Mathematical problem solving tasks help students to develop a broader mathematical knowledge transferable to other fields too. Students are faced with new challenges that affect their cognitive development. The paper presents the introduction and assessment of problem solving tasks in the Grammar school programme, created by mentor teachers for the subject area of mathematics in the National Education Institute of the Republic of Slovenia. We prepared and tested a descriptive criterion for their assessment which is a novelty in our area. Despite the fact that we focused on the Grammar school programme the methods are transferable to all levels of education.

Keywords: problem solving tasks, descriptive criterion.

Uvod
Mentorski učitelji v okviru Zavoda Republike Slovenije za šolstvo za predmetno področje matematike v gimnaziji smo si zadali nalogo, da raziščemo problemske naloge pri matematiki in pripravimo kriterije za njihovo ocenjevanje.

Amalija Žakelj (2003) je povzela problemske situacije kot »situacije, ki so za učenca nove in niso vnaprej pričakovane, spodbujajo razvoj matematičnega razmišljanja: ustvarjalno, kritično, analitično in sistemsko mišljenje. Vplivajo na kognitivni razvoj učenca, saj zaradi svoje raznolikosti spodbujajo ter omogočajo boljše izgrajevanje konceptnih predstav, povezovanje in uporabo znanja, omogočajo uvid v osmišljanje matematičnih vsebin, motivirajo zlasti nadarjene učence, nudijo priložnost matematiziranja, reflektiranja matematičnih znanj in modeliranja. Različni pristopi reševanja in rešitve, do katerih pridejo učenci, učitelju omogočajo vpogled v raven in kakovost doseženega znanja, učenci pa se pri tem učijo različnih strategij reševanja problemov, procesnih znanj, ki so prenosljiva tudi na druga področja in so sočasno tudi pogoj za medpredmetno povezovanje.«

Problemske naloge tako zajemajo širok spekter znanj in spretnosti, ki naj bi jih usvojili dijaki pri matematiki. Že sam posodobljen učni načrt za matematiko za gimnazijo (Predmetna skupina, 2008) narekuje razvijanje različnih strategij reševanja problemov v matematičnih kontekstih in realističnih situacijah.

Za ocenjevanje problemskih nalog je smiselno uporabiti opisni kriterij, s katerim ocenimo, ali so dijaki razvili sposobnosti za razumevanje problema, opredelitev spremenljivk in zvez med njimi. Ocenimo lahko, ali so dijaki problem ustrezno predstavili in rešili ter ali so rešitev ustrezno interpretirali, utemeljili in kritično ovrednotili.

Glede na različne taksonomske lestvice lahko pripravimo različne opisne kriterije ocenjevanja (Žakelj, 2003, 113–124).

Ocenjevanje problemskih nalog

Mentorski učitelji za matematiko smo leta 2010 pripravili priročnik za učitelje matematike (Žakelj, 2010), v katerem smo se osredotočili predvsem na modeliranje in statistiko. Pripravili smo teoretično ozadje, veliko različnih primerov, jih opremili s pripravo na pouk, evalvacijo in dodali učne liste za dijake. Vsebino priročnika smo predstavljali na seminarjih za učitelje. Kljub številnim primerom nalog se v priročniku nismo posvetili njihovemu ocenjevanju.

Sama sem predstavila na seminarjih primer modeliranja s sinusno funkcijo, in sicer primer o povprečni mesečni temperaturi v Novem mestu (Pustavrh, 2010: 158–162). Naloga je obsežna. Dijaki uporabljajo splet za pridobivanje informacij, tehnologijo za modeliranje in odgovarjajo na različna vprašanja. Veliko učiteljem je bila naloga všeč in so jo želeli preskusiti tudi s svojimi dijaki. Učitelje je zanimalo tudi, kako takšno nalogo ocenim. Tu je nastopilo nekaj zadrege. Moj odgovor je bil, da ne ocenjujem. Dijaki nalogo rešijo, pregledamo pravilnost rešitev, ocene pa ne dobijo, ker ne vem, kako bi ocenila njihovo znanje. Ne gre le za preverjanje pravilnosti rešitev, oceniti je potrebno tudi uporabljene strategije, obrazložitev in utemeljitev rešitve, kritično presojo rezultatov.

Poleg nalog z modeliranjem smo z dijaki reševali tudi druge kompleksne naloge, vendar nobene nisem ocenila. Čutila sem, da nimam znanja ne izkušenj, da bi to izvedla. Brez tega pa si nisem upala ocenjevati.

Tako smo se v zadnjem šolskem letu mentorski učitelji dogovorili, da skupaj izberemo in pripravimo problemsko nalogo ter jo preskusimo v razredu. To je bila znana naloga o prepogibanju papirja.

Naloga

Vzemi list papirja pravokotne oblike. Prepogni ga na polovico in postopek nadaljuj. Koliko plasti dobiš po štirih prepogibanjih? Koliko po sedmih? Koliko po dvajsetih?

Odgovori na vprašanja:

1. Če bi lahko papir prepognili 10-krat, bi bilo število plasti enako _______.
2. Če je število plasti 32, potem smo papir prepognili _______.
3. Izračunaj število prepogibanj pri 128 plasteh papirja.
4. Ali je mogoče dobiti po opisnem postopku 50 plasti? Odgovor utemelji.
5. Opiši, kako bi lahko dobili 60 plasti papirja. Realno situacijo opiši matematično.

Odgovori še na naslednja vprašanja:

1. Ponazori prepogibanje papirja s funkcijo. Kaj sta spremenljivki?
2. Ali je funkcijska zveza smiselna za poljubno vrednost spremenljivke, ki pomeni število _____________?
3. Ali je definicijsko območje funkcije odvisno od velikosti papirja? Razloži.

4. Ali je definicijsko območje odvisno od debeline papirja? Obrazloži.
5. Kaj se zgodi, če papirja ne prepogibamo, ampak režemo in ga prelagamo na isti kup?
6. Kaj lahko ugotovite, če štetje plasti nadomestimo z merjenjem debeline dobljenih plasti?
7. Zakaj so koristni matematični opisi realnih situacij?

Naloga je primerna za vse letnike. Sama sem jo v šoli preskusila v prvem in v četrtem letniku gimnazije. V prvem letniku le sklop prvih petih vprašanj, v četrtem pa vse. Dijaki so nalogo hitro rešili, prvi letniki so imeli več težav. Manjkale so obrazložitve in postopki. Ker je naloga lahka, so jo reševali tudi na pamet.

Mentorski učitelji smo na naslednjem srečanju proučili možnost ocenjevanja pripravljene naloge. Uporabili smo opisni kriterij (Kmetič, 2010: 99–101). Ocenili smo ga kot zelo dobrodošlega, saj smo z njim ocenili širše zanje dijakov. Zaradi večje preglednosti smo kriterije preoblikovali v tabelarično obliko (Tabela 1).

VREDNOTENJE	2	1	0
A. Se loti problema.	Dober poskus.	Nekaj poskusov.	Sploh ne poskusi reševati.
B. Problem razume.	Problem popolnoma razume.	Ne razume dela problema.	Problema sploh ne razume.
C. Izbere in uporabi strategijo reševanja.	Izbere pravilno strategijo, ki bi lahko pripeljala do pravilne rešitve, če jo učenec uporabi brez napak ali z manjšimi napakami.	Izbere delno pravilno strategijo, ki izhaja iz delno pravilne interpretacije problema ali izbere ustrezno strategijo in jo slabo uporabi.	Ni poskusov ali uporabi popolnoma neustrezno strategijo.
D. Poišče odgovor.	Pravilen odgovor, naveden, pravilno opisan, označen.	Napaka pri prepisu podatkov ali računska napaka, delni odgovor ali napačno označen odgovor.	Ni odgovora, neuspešen pri podajanju odgovora ali napačen odgovor, ki izhaja iz neustrezne strategije.
E. Razloži.	Razlaga je jasna in povezana.	Nepopolna razlaga ali pa je razlagi težko slediti.	Razlage ni ali pa je nepovezana in neurejena.

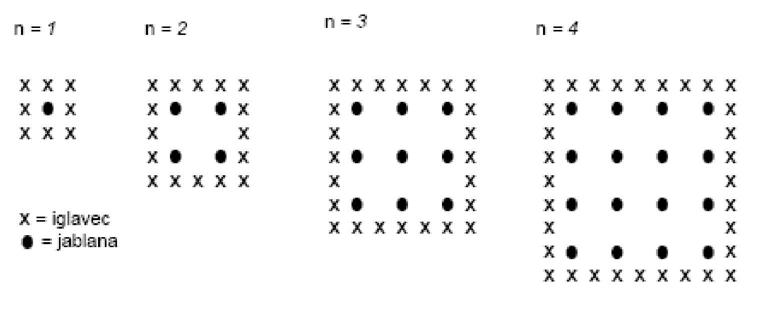
Tabela 1: Opisni kriterij

Ocenjevanje po pripravljenem opisnem kriteriju poteka tako, da dijaku dodelimo ustrezno število točk po vsakem kriteriju in točke zapišemo v obliki urejene šesterice, npr. (2, 2, 1, 2, 0, 0). Tako vedno vemo, kaj točke pomenijo. Točke lahko nato seštejemo in določimo oceno glede na meje za ocene.

Nato smo se dogovorili za naslednji primer o jablanah in iglavcih, ki ga je predhodno v razredu preskusila že Simona Vreš. Naloga je bila uporabljena v raziskavi PISA leta 2003

(© OECD 2003 ˝Uporabljeno z dovoljenjem OECD˝), vendar smo jo za naše potrebe nekoliko priredili.

Naloga
Kmet je posadil jablane v kvadratni razporeditvi. Da bi zaščitil drevesa proti vetru, je okrog celega sadovnjaka posadil iglavce. Spodaj je risba, na kateri lahko vidiš razporeditev jablan in iglavcev za katerokoli število vrst jablan (n):



Slika 1: Razporeditev jablan in iglavcev

1. vprašanje
Poišči formuli, s katerima lahko izračunaš število jablan in število iglavcev za poljubno število vrst jablan (n).

2. vprašanje
Število jablan in iglavcev pri razporeditvi, ki je opisana zgoraj, lahko izračunaš s pomočjo dveh formul:

- število jablan =
- število iglavcev =

kjer je *n* število vrst jablan.

Obstaja vrednost spremenljivke *n*, pri kateri je število jablan enako številu iglavcev. Poišči to vrednost in zapiši, kako si to izračunal.

3. vprašanje
Recimo, da hoče kmet posaditi veliko večji sadovnjak z drevesi v veliko vrstah. Če kmet povečuje sadovnjak, kaj se hitreje veča: število jablan ali število iglavcev? Razloži, kako si prišel do odgovora.

Sama sem nalogo preskusila z dijaki v tretjem letniku gimnazije. Veliko dijakov je nalogo rešilo na pamet, nekateri pa niso napisali ničesar. Nekaj dijakov je uporabilo različne strategije, najpogostejša je bilo tabeliranje. Opazila sem, da je nekaj dobrih dijakov imelo velike težave pri reševanju in nasprotno je nekaj slabih dijakov nalogo reševalo dobro.

Kljub pripravljenemu opisnemu kriteriju za ocenjevanje je nastopilo nekaj težav. Kako se lotiti ocenjevanja po pripravljenem opisnem kriteriju? Vsako vprašanje posebej ali nalogo kot celoto? Nekateri mentorski učitelji so nalogo ocenili kot celoto, drugi po podvprašanjih. Ugotovili smo, da smo imeli pri ocenjevanju nekaj težav prav vsi. Z opisnim kriterijem in z našim delom je bilo očitno še vedno nekaj narobe. Opazili smo tudi, da je zadnje vprašanje dvoumno.

Ugotovili smo, da je bil opisni kriterij preveč splošen. Vsaka problemska naloga zase je specifična. Pri nalogah lahko ocenjujemo po vseh kriterijih iz opisnega kriterija, pri nekaterih nalogah pa le nekatere. Glavna ugotovitev je bila, da je potrebno za vsako nalogo izdelati svoj opisni kriterij in ga prilagoditi nalogi. Če je naloga strukturirana, je potrebno sestaviti ustrezen opisni kriterij glede na to, ali bomo ocenjevali vsak del naloge posebej ali nalogo kot celoto.

Mentorski učitelji smo nadaljevali s svojim raziskovanjem. Sama sem se odločila, da poskusim z več nalogami iz geometrije v tretjem letniku gimnazije. Za prispevek sem izbrala problemsko nalogo z valjem.

NALOGA
Razišči pokončne valje, ki imajo vsoto premera osnovne ploskve in višine enako 18 cm. Opiši, kako se spreminjajo prostornine valjev glede na pogoj. Kateri med valji ima največjo prostornino? Najprej poskusi rešitev napovedati. Izračunaj prostornino tega valja. Ali lahko poiščeš natančen rezultat? Opiši strategijo reševanja in obrazloži rezultat.

Kaj sem pričakovala? Dijaki zapišejo zvezo med premerom (ali polmerom) in višino valja ter formulo za prostornino valja. Narišejo tudi skico valja. Dijaki z manj znanja bodo raziskovali s tabeliranjem tako, da si bodo izbirali različne vrednosti polmera ali višine in izračunali prostornino. Iz izračunov bodo poskušali razbrati, približno kolikšna naj bosta polmer in višina. Nekateri bodo morda razmišljali s pomočjo skic. Dijaki z več znanja bodo iz zveze med višino in premerom izrazili na primer višino in jo vstavili v formulo za prostornino. Dobili bodo zvezo med prostornino in polmerom. Maksimum funkcije bodo morda zopet iskali s tabeliranjem, boljši dijaki pa bodo prepoznali funkcijsko zvezo in poskušali narisati graf polinoma ter s pomočjo grafa in tabeliranja poskušali poiskati približno rešitev. Dijaki niso imeli na voljo tehnologije, sicer bi maksimum lahko poiskali tudi z IKT.

Kako na podlagi pričakovanj izdelati opisni kriterij? Najprej sem pripravila nalogo, jo rešila, poskušala predvideti strategijo reševanja dijakov in oblikovala opisni kriterij. Kriterij sem prilagodila nalogi tako, da sem zapisala konkretna pričakovanja do dijakov. Po ocenjevanju sem ugotovila, da je bil pomanjkljiv, zato sem ga dopolnila in oblikovala boljši opisni kriterij (Tabela 2).

Vrednotenje	**2**	**1**	**0**
A. Se loti problema.	Nariše valj in ugotovi, da bo nalogo reševal s pomočjo zveze med višino in premerom. Zapiše pravilno zvezo med višino in premerom (ali polmerom).	Nariše valj in ugotovi, da bo nalogo reševal s pomočjo zveze med višino in premerom valja, vendar zvezo zapiše napačno (npr. zamenja premer in polmer).	Sploh ne poskusi reševati ali nariše napačno telo.
B. Problem razume.	Ugotovi, da imajo pri različnih polmerih (in s tem določenih višin) valji različne prostornine. Morda skicira več valjev z različnimi polmeri in	Ugotovi, da imajo pri različnih polmerih (in s tem določenih višin) valji različne prostornine. Morda skicira več	Problema sploh ne razume. Nariše valj, vendar ne opazi, da imajo valji pri različnih polmerih

	višinami in ugotovi, da imajo različne prostornine. Napove rezultat (četudi napačen).	valjev z različnimi polmeri in višinami in ugotovi, da imajo različne prostornine. Ne napove rezultata.	in višinah različne prostornine in te ugotovitve tudi ne zapiše. Ne napove rezultata.
C. Izbere in uporabi strategijo reševanja.	Izbere pravilno strategijo za iskanje valja z največjo prostornino. Pravilno zapiše formulo za prostornino valja in vstavi zvezo med polmerom in višino. Iz funkcijske zveze nariše graf in na njem poišče približno rešitev ali pa poišče rešitev le s tabeliranjem. Za tabeliranje izbira smiselne vrednosti (na primer za polmer med 0 in 5) in poišče približno rešitev.	Izbere pravilno strategijo. Zapiše formulo za prostornino valja. Tabeliranje uporabi le za nekaj vrednosti polmera. Morda poskusi narisati graf, vendar le iz tabeliranih vrednosti. Določi višino (četudi iz napačno zapisane zveze med polmerom in višino) in prostornino (četudi napačna formula), vendar ne vidi, kako bi prišel do rešitve. Ne razmišlja o definicijskem območju, zato računa prostornino tudi pri vrednostih npr. polmera večjih od 5.	Ni poskusov ali napačno zapiše formulo za prostornino valja. Morda izračuna prostornino le pri eni vrednosti polmera in višine. Ne uporabi niti tabeliranja niti grafa.
D. Poišče odgovor.	S pomočjo tabeliranja in/ali grafa poišče približen odgovor. Izračuna polmer, višino in prostornino valja.	Iz tabeliranih vrednosti poišče vrednosti polmera in višine, vendar se je pri računanju zmotil. V odgovoru poda morda le vrednost polmera ali le višine. Ne izračuna prostornine ali pa se zmoti.	Ni odgovora ali pa je napačna rešitev, ki izhaja iz napačne strategije.
E. Razloži.	Razloži, kako je prišel do odgovora (tabeliranje, pomoč z grafom). Utemelji, zakaj ni mogel izračunati natančnega rezultata.	Nepopolna razlaga ali razlagi je težko slediti.	Razlage ni ali pa je nepovezana in neurejena.

Tabela 2: Opisni kriterij za nalogo z valjem v tretjem letniku

Nalogo lahko uporabimo tudi v četrtem letniku za motivacijo tik pred vpeljavo odvoda in napovemo, da se bomo naučili poiskati natančno rešitev takšnih nalog, ali tik pred obravnavo ekstremov. Lahko pa jo rešujemo po obravnavi ekstremov. V zadnjem primeru bi v besedilu naloge izpustili navodilo, naj poiščejo približek, opisni kriterij pa bi preoblikovali. V Tabeli 3 navajam primer preoblikovanega kriterija, ki ga še nisem preskusila v praksi.

Vrednotenje	2	1	0
A. Se loti problema.	Nariše valj in ugotovi, da bo nalogo reševal s pomočjo zveze med višino in premerom. Zapiše zvezo med višino in premerom (ali polmerom).	Nariše valj in ugotovi, da bo nalogo reševal s pomočjo zveze med višino in premerom valja, vendar zvezo zapiše napačno (npr. zamenja premer in polmer).	Sploh ne poskusi reševati ali nariše napačno telo.
B. Problem razume.	Ugotovi, da imajo pri različnih polmerih (in s tem določenih višin) valji različne prostornine. Morda skicira več valjev z različnimi polmeri in višinami in ugotovi, da imajo različne prostornine. Napove rezultat (četudi napačen).	Ugotovi, da imajo pri različnih polmerih (in s tem določenih višin) valji različne prostornine. Morda skicira več valjev z različnimi polmeri in višinami in ugotovi, da imajo različne prostornine. Ne napove rezultata.	Problema sploh ne razume. Nariše valj, vendar ne opazi, da imajo valji pri različnih polmerih in višinah različne prostornine in te ugotovitve tudi ne zapiše. Ne napove rezultata.
C. Izbere in uporabi strategijo reševanja	Izbere pravilno strategijo za iskanje valja z največjo prostornino. Pravilno zapiše formulo za prostornino valja in vstavi zvezo med polmerom in višino. Izraz za prostornino odvaja in odvod izenači z 0.	Izbere pravilno strategijo z odvodom, vendar napačno izrazi prostornino s polmerom (ali z višino). Rešitev išče le s tabeliranjem, morda si pomaga z grafom. Določi višino (četudi iz napačno zapisne zveze med polmerom in višino) in prostornino (četudi napačna formula), vendar ne vidi, kako bi prišel do rešitve.	Ni poskusov ali napačno zapiše formulo za prostornino valja. Morda izračuna prostornino le pri eni vrednosti polmera in višine. Ne uporabi niti tabeliranja niti grafa. Ne vidi, da bi lahko uporabil odvod.
D. Poišče odgovor.	Reši enačbo in izračuna polmer, višino in prostornino.	Iz tabeliranih vrednosti poišče približno rešitev vrednosti polmera in višine. V odgovoru poda morda le vrednost polmera ali le višine. Ne izračuna prostornine ali pa se zmoti.	Ni odgovora ali pa je napačna rešitev, ki izhaja iz napačne strategije.

E. Razloži.	Razloži, kako je prišel do odgovora.	Nepopolna razlaga ali razlagi je težko slediti.	Razlage ni ali pa je nepovezana in neurejena.

Tabela 3: Opisni kriterij za nalogo z valjem v četrtem letniku

Evalvacija

Problemske naloge sem z dijaki reševala že večkrat. Ugotovila sem, da je težko sestaviti takšno nalogo, še težje pa jo je oceniti. Dijaki so naloge radi reševali, vendar so bili sprva pogosto razočarani, ker jih niso uspeli rešiti ali so jih rešili napačno. Ugotovila sem, da imajo tudi dijaki premalo izkušenj. Ko sem naloge izvedla večkrat in pripravila opisni kriterij, sem bila bolj zadovoljna. Tudi dijaki so s tem pridobili nekaj izkušenj. Pri reševanju so pogosteje uporabili ustrezne strategije (tabeliranje, graf) in predstavili rešitev.

Ob koncu reševanja naloge sem dijake poprosila, naj napišejo svoje mnenje o problemskih nalogah. Njihova mnenja sem strnila v nekaj trditev:

- Takšna naloga mi je zelo všeč, saj lahko razmišljam po svoje. Vem pa, da je težja za ocenjevanje in da na ocenjevanje verjetno vpliva tudi subjektivnost učitelja.
- Za reševanje takšnih nalog potrebujemo več vaje in izkušenj, ki jih še nimamo.
- Naloga mi ni všeč.
- Takšne naloge so v redu in tudi ne. Če imaš dan, ko si razpoložen za razmišljanje, imaš ideje, sicer ne.
- Ni mi všeč, ker ne znam.
- Naloge niso lahke. Kdor ne zna razmišljati, jih ne bo rešil.
- Da, takšne naloge so mi všeč, ker razvijamo mišljenje.

Zaključek

Prve izkušnje s sestavljanjem in z ocenjevanjem problemskih nalog so bile zelo dobrodošle. Ugotovili smo, da so opisni kriteriji ustrezen način ocenjevanja problemskih nalog, le prilagoditi jih moramo vsaki nalogi posebej. Pomembno je, da v opisnem kriteriju za vsako nalogo posebej zapišemo pričakovanja, ki jih imamo do dijakov. Zelo pregledno je, če opisni kriterij oblikujemo v tabelo. Kljub nekaj izkušnjam smo mentorski učitelji še vedno v fazi uvajanja in preverjanja novega načina dela v razredu. Še vedno izpopolnjujemo lastno znanje in preizkušamo naloge v razredu. S svojim delom bomo nadaljevali, izkušnje in ugotovitve bomo na primerih predstavili v novem priročniku za učitelje.

Viri

1. PISA 2003 – Program mednarodne primerjave dosežkov učencev. Dostopno na http://193.2.222.157/UserFilesUpload/file/raziskovalna_dejavnost/PISA/PISA2009/Naloge_iz_matematicne_pismenosti_in_probl_nal%202003.pdf (19. 6. 2012).
2. Predmetna komisija (2008): Učni načrt. Matematika: gimnazija : splošna, klasična in strokovna gimnazija. Ministrstvo za šolstvo in šport , Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana. Dostopno na http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2011/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_matematika_gimn.pdf (19. 6. 2012).
3. Kmetič, S. (2010): Razvoj in spremljanje procesa modeliranja. V Žakelj, A. et. al. Posodobitev pouka v gimnazijski praksi – Matematika. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana, str. 90-102.

4. Pustavrh, S. (2010): Modeliranje s sinusno funkcijo. V Žakelj, A. et. al. Posodobitev pouka v gimnazijski praksi – Matematika. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana, str. 158-162.
5. Rutar Ilc, Z. (2004): Pristopi k poučevanju, preverjanju in ocenjevanju znanja. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
6. Žakelj, A. et. al. (2010): Posodobitev pouka v gimnazijski praksi – Matematika. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.

"TODAY CHAMPIONS IN MATH, TOMORROW IN EQUAL CHANCES": A SHORT OVERVIEW OF STRENGTHS AND WEAKNESSES OF FLEMISH EDUCATION

"Danes prvaki v matematiki, jutri z enakimi možnostmi": kratka predstavitev močnih in šibkih točk izobraževanja matematike v Belgiji

Adriaan Herremans, University of Antwerp

adriaan.herremans@ua.ac.be

Abstract

In international PISA tests, the Flemish region is always situated in the top performers of Europe, especially for mathematics. Nevertheless it seems that we are doing not so well with regards to equal chances. The social background you are born in is strongly related with the outcome of your educational career.

Flemish mathematics inspection noticed that in the beginning of the secondary education, a lot of pupils do not reach the minimal curricula any more. This lead to the Monard comity (2009), that worked out a new plan for the beginning of secondary education system. We discuss the main guiding lines of this comity since the practical changes will only start in September 2013. One of the main ideas is that children have to choose too early: now at the start of secondary school they make an important choice with regard to the level of their secondary education. In the new curriculum this will be postponed until the age of 14. The first two years of secondary school will become a broad education in order to get a taste of all possibilities. This should deal with two major drawbacks of today's educational system: pupils choose the wrong study level and a great number of pupils leave school without a diploma.

Keywords: Flemish educational system, learning outcomes, reform of educational system, cascade phenomena, PISA results, teacher training.

Introduction

The quote in the title was the title of the policy report of the Flemish minister of education after the elections in 2004 (see [14]). The report was based on the results of PISA 2003. Since that date the main efforts in Flanders focuses on equal chances, and this will result in an important reform of the beginning of secondary education (see § 5.2).

We describe shortly the current Flemish education system, analyse its strengths and weaknesses and describe what the new situation is expected to be. Most data and statistics can be found on the website of the Flemish ministry of Education [23] (mainly in Dutch) and of the OECD PISA tests [21].

The Flemish educational system: short overview of the current situation

In Flanders, there is compulsory education from the age of 6 until the age of 18. This is roughly divided into two major parts: primary education (age 6-12) and secondary education (age 13-18). In reality almost all children go to nursery school starting from the age of 2,5 (Eurydice 2012).

In primary school, there is only one curriculum for all pupils. A week consists of 28 hours of teaching[7] with 6 hours of math in every year (before 1998, this was 8 hours a week of

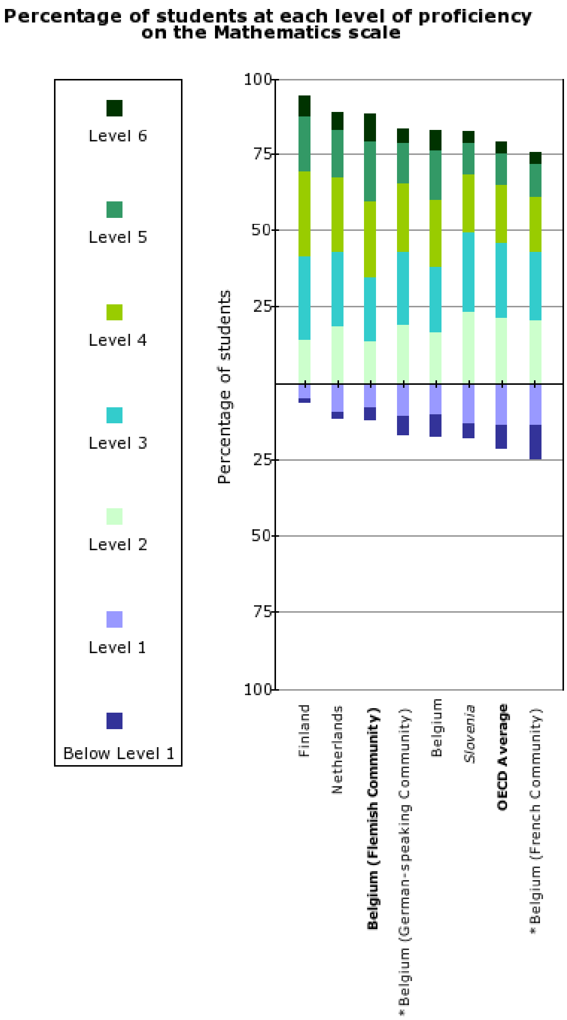
[7] A 'teaching hour' in Flanders is in fact 50 minutes.

math). Pupils spend (almost) all their time with the same heterogeneous group and one teacher who teaches all the subjects. At the end of every year the teacher advices whether a pupil can pass to the next year or not, nevertheless parents have the right to ignore this advice.

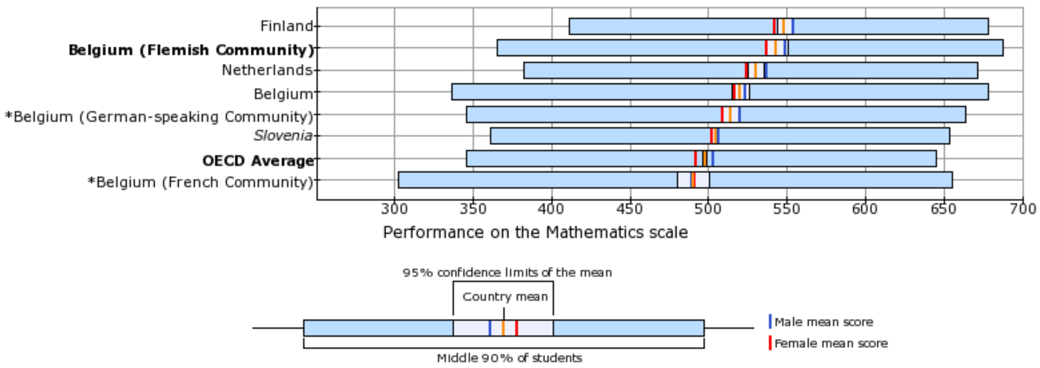
At the start of secondary school, a pupil chooses one of the four main types: general education, technical education, education in arts and vocational education. Within these four types there exist a lot of options, all of them with their own curricula. From now on, every subject in school has its specialized teacher. Also the pupils in the class room can change. A week consists of 32-36 hours, including 2-4 hours of math in the first two years. This can increase to 6 hours a week (or even 8 in some schools) or decreases to 0 depending on the options you choose later on.
Every year the team of all teachers of a pupil decides whether he can pass to the next year (certificate A), whether he can pass to the next year but ruling out some options (certificate B, e.g. rule out all options containing Latin because of a deficit in the courses of Latin) or whether the pupil can not pass to the next year (certificate C).

Strengths

Learning outcomes. In international tests as in PISA, Flanders scores very well, especially for mathematics. In Europe we are always in the top group when we look at the learning outcomes, only Finland performs better. Also within our country, the Flemish region scores significantly better than the other regions. We include two typical graphics of the PISA results for mathematics to illustrate this. This difference is noticed in all PISA tests and not only for mathematics, but also for the other tests on reading and science, although the difference for science with other countries is less conclusive. What one can see in the statistics is that Flanders has a large group of top performers. Two explanations are that we spent a lot of teaching hours on mathematics and that we choose different levels of education at an early age (at 12).



We have a high percentage of 85% of pupils who leave secondary education with a diploma. This is the OECD standard.



Tables 1 and 2: Results from the PISA 2006 test on mathematics (see [21])

Accessibility. Education is financially very accessible. There is a maximum of money a school can ask for in primary education (60 €/year) and there is no entrance fee during compulsory education. Also entrance fees at higher education level are quite reasonable comparing with surrounding countries (ca. 500 €/year) and a diploma of secondary education gives you unlimited access to higher education. So one can state with absolute certainty that higher education is the best investment for your future (income) in Belgium.

Compulsory education until 18*.* As mentioned in § 2, we have compulsory education from the age of 6 until the age of 18, although from the age of 16 you can choose in vocational education to be part-time in school and do part-time an internship supervised by the school. In reality every child of 3 years old, is in nursery education. There is a curriculum for nursery education in order to prepare every child for the start of primary education. In fact, you have to proof that you have been for at least one year on a regularly basis in nursery education before you can start in primary school. Otherwise you have to do a test that concerns mainly language-related subjects.

Teachers*.* Teachers are very well educated. Until twenty years ago, you had to be in the top of your class in general secondary education in order to be granted access in the special schools for teacher training. In this way a lot of very skilled young people were able to start a career as a teacher. It was often a chance to climb up in social status.
Teachers are very committed (McKenzie et al. 2004, § 109): they are supervising and evaluating the educational career of their pupils. Every decision with regards to stimulate pupils or to let pupils pass to the next year is taken by the whole team of teachers, all aware of the pupil's history. Next to that we have in all schools CLB (Pupils Guidance Centres), so we can conclude there is a lot of attention to the needs of every individual pupil.

Teachers are paid well, compared to most surrounding countries; although research points out that the workload is also higher (McKenzie et al. 2004, § 107-108). Teachers with a bachelor's degree are all paid the same regardless whether they teach in nursery, primary or secondary education. Teachers with a university degree get paid a little more. The salary rises a little with every two year of work experience. One concludes that the start salary is quite high but on the average teachers with a university degree earn less than people in Flanders with a comparable diploma.

Tradition & politics. Flanders does spend a lot of money to education: around 9 billion euro every year (this is 40% of the whole budget of the Flanders' region). We have a great tradition of freedom and autonomy in (good) education. In absolute numbers we have one teacher for every 8 pupils. Except for the minimal curricula imposed by the government, every person can start a school with its own methodology and parents have the freedom to choose the school where they send their children to. Schools are free to appoint the teachers they prefer and are responsible for the educational career and diploma of their pupils.

As a little country surrounded by big neighbours most of the pupils speak four languages: Dutch, French, English and German. Therefore most of the people are open to neighbouring cultures. Moreover the capital of Europe, Brussels, lies in the heart of the country, so there are a lot of expats living in Flanders.

Weaknesses and challenges

Variation in learning outcomes. Next to the fact that Flemish pupils performed extremely well in math, the results of PISA 2000-2003 were interpreted, certainly in the media, in a negative way. Flanders' pupils had a big variation in results and the socioeconomic status was very determining. Politicians concluded that Flanders was world champion in social inequality with regards to the educational outcome. Nevertheless this statement needs some comments: when one looks at the results, the mean of pupils in every option of vocational education in the PISA results is still above 400, the mean in every option in technical education lies above 500 and almost all options in general education have a mean score above 560 (De Meyer et al. 2002). The conclusion should be that almost everyone in secondary education performs well. Also the fact that pupils in special secondary education[8] were included in the test, together with the large group op top performers, explains the huge variation of the scores in PISA tests.
It should also be denoted that in PISA 2009, the variation of the results was not as high as before because of two effects: the weakest performers did score better results while the mean of the results is in steady decline.

Although 85% of the pupils have a diploma of secondary education is the OECD standard, this percentage has not increased in the last ten years. On the contrary, it has decreased in the last ten years from 88% in 2002 to 85% today. Although the aim of the last two ministers of Education to increase this percentage to 92,5% and despite a lot of measures and flexibilities in order to support weak pupils, still 15% of the pupils leave education without diploma. This group finds it very difficult to get a decent job. In fact, since there is compulsory education until the age of 18, a lot of these pupils are tired of school and just go to school until the day of their 18th birthday without positive intentions.

Cascade syndrome. Some pupils suffer from the waterfall/cascade syndrome. People still consider the different types of secondary education as different levels and most of the time, parents make their pupils start as high as possible. So a lot of pupils start in general or technical secondary education (88%) while vocational can only attract 12% in the first year of secondary education. In the last two years of secondary school, these percentages are 36% (general), 33% (technical), 2% (arts) and 29% vocational (Vlaamse Overheid 2011). So a lot of pupils were forced in secondary education to drop down. Often these pupils get low confidence in school and have problems with motivation.

Delay. We have a great number of pupils who have a delay in their educational career. Almost one fifth of all pupils have at least one year delay at the end of primary education,

---

[8] Pupils with very demanding special needs, such as mental or physical disabilities such that normal education is not considered to be useful, can profit from specialized education in special schools.

at the end of secondary education this has increased to 35%. Nevertheless there is a big difference in the type of secondary education: at the end of their secondary career about 10% of pupils in general education have a delay. This is 40% for pupils in technical education and up to 60% in vocational education (Van Petegem, Schuermans, 2005). It is clearly an effect due to the cascade syndrome.

Attracting teachers. The advantage of having well educated and skilled teachers becomes more difficult every year: our teacher training is not at university level (except for teachers in the last two years of secondary school) and teacher training is open for everybody. Often it is chosen as a second choice nowadays, because it is a job with a great job certainty (McKenzie et al. 2004, § 140). Nevertheless we see that young people, who become teachers today, have a smaller cognitive background than ten or twenty years ago. It is no exception that in teacher training students have problems solving the difficult exercises they have to teach to their pupils, certainly for mathematics or have problems talking in French, which is the second language. Often they have a background in technical or vocational secondary education and suffered from bad experiences with mathematics themselves. For most of them, the six hours a week of mathematics is not their favourite six hours: pupils feel this and there cognitive competences for math are decreasing every year by year. There is a steady decline in PISA results for math pupils in general, technical and vocational education, only the pupils in specialized secondary education score better.

So one of the main challenges of the next years will be: how can we attract skilled pupils to the teacher training. And for those who have finished the teacher training, how can we motivate them to become (and stay) a good teacher? E.g. in upper secondary education, most teachers of mathematics do not have a degree in mathematics: they studied engineering, economics, biology, geography. It is very difficult for them to transfer the joy of their subject to the pupils. The reason is simple: there are not enough mathematicians. Mathematicians often choose job with a better salary in financial or ICT companies.

Responsibility of schools/teachers. The tradition of freedom and autonomy (see § 3.5), starts to show its disadvantages. This has to do with the diminishing authority and knowledge of the teachers but also with the new way of funding schools (see § 5.1). Lots of teachers and schools are giving diplomas with greater ease in order to avoid problems with parents (by law suits) and in the belief that later on this problem will be fixed. Therefore a lot of pupils have problems at the start of the year, since they have not the competences they should have.
Next to that, a teacher’s job is assessed mainly by the marks from his students. According to a lot of school’s direction, this is the only ‘objective measurement’ of how well you are teaching. It is no surprise that teachers who give good grades to their pupils score better points in their students’ assessments. The result is that teachers tend to focus on supporting pupils’ development and neglect assessing pupils’ competences, although they are responsible for both (Bulterman-Bos 2004, chapter 3-4).

No national tests. A problem which reinforces the one in § 4.5 is the fact that there are no national tests whatsoever. Therefore it is impossible to get a comparison between pupils in different schools. So pupils who get the same diploma of two different schools can have a lot of different competence levels. This is most noticed in transition between primary and secondary and between secondary and higher education. Although according to diplomas and history, pupils are situated in homogeneous groups, it is often the case that in the first year these groups are quite heterogeneous. Therefore a lot of pupils loose one year in order to get in the right level of education (see § 4.3).

Language. Belgium, especially as the centre of Europe, has become a migration country. Since Dutch is not a widely spread language, a lot of pupils does not speak Dutch at home. Mainly in the large cities this becomes a difficult situation: e.g. in Antwerp over 60% of pupils in primary education are non-native Dutch speakers (Baillieul et al. 2011). There are schools where almost all students are immigrants and where the results in educational assessments are much worse than on average in Flanders. Today, immigrant pupils are placed in a school simply according to their age without specific training for the language.

Actions taken by the government and plans for the future

Actions in 2004-2012. Since 2004, the Flemish minister of Education has given a lot of attention to equal chances (GOK) since the PISA 2003 results (Vlaamse regering, Vandenbroucke F. 2004; Vlaamse regering, Smet P. 2009).

This resulted in a new system of funding schools. Instead of getting money (or better: teacher hours) proportional with the number of pupils, the socioeconomic status of pupils was taken into account. Pupils whose parents' income is low or who do not speak Dutch at home, get extra hours. The difference between pupils can go up to a factor 3. Schools with many of these GOK-pupils have much more teachers for the same amount of pupils.

Another new system, mainly for higher education, is the principle that funding of schools depends on the outcome of their pupils: the school only gets funding for every pupil that passes. This starts from the second year: so when a teacher decides to grade a pupil below 50%, the school will not get any funding for this pupil (proportional with the number of credits for that subject). The philosophy is: once you have passed the first year, the school should provide enough guidance in order to pass every subject in every year.

As mentioned in § 4.1, these action have not increased the number of students getting a diploma in secondary education. On the contrary, level of competences of students are dropping. Most probably, since pupils adjust their study behaviour to the demands of the school which have clearly dropped. As a result, pupils are doing less effort to their studies and even more pupils as before, end up without diploma.

The minister is introducing inclusive education: he plans to get rid of the special secondary education for most pupils who are in there now. He wants every pupil to follow regular secondary education.

Plan Monard for the future. Inspection teams of mathematics noticed that at the end of primary school the success rate for certain competences of the curriculum was between 60 and 80% (see table 3). On the contrary, after two years of secondary education, this drops for similar competences in math to 30%. In tables 3 and 4, one can verify the big differences between the curricula for numbers in primary school and for numbers/algebra after two years of secondary education. In table 5 the results are further divided into subgroups of pupils according to the type of secondary education they choose: 'general education 1' are all pupils in options in general education with Latin in the curriculum, 'general education 2' are all pupils in options in general education without Latin in the curriculum. Vocational education was not tested by this math inspection.

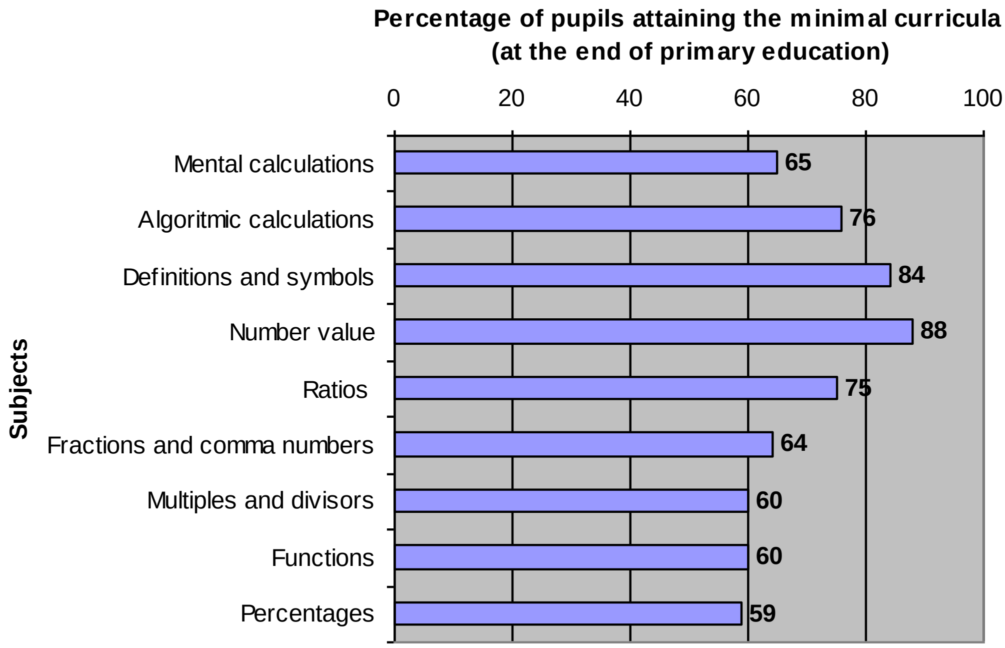


Table 3: Extract from the 2009 math inspection in primary education (Vlaamse overheid 2010b)

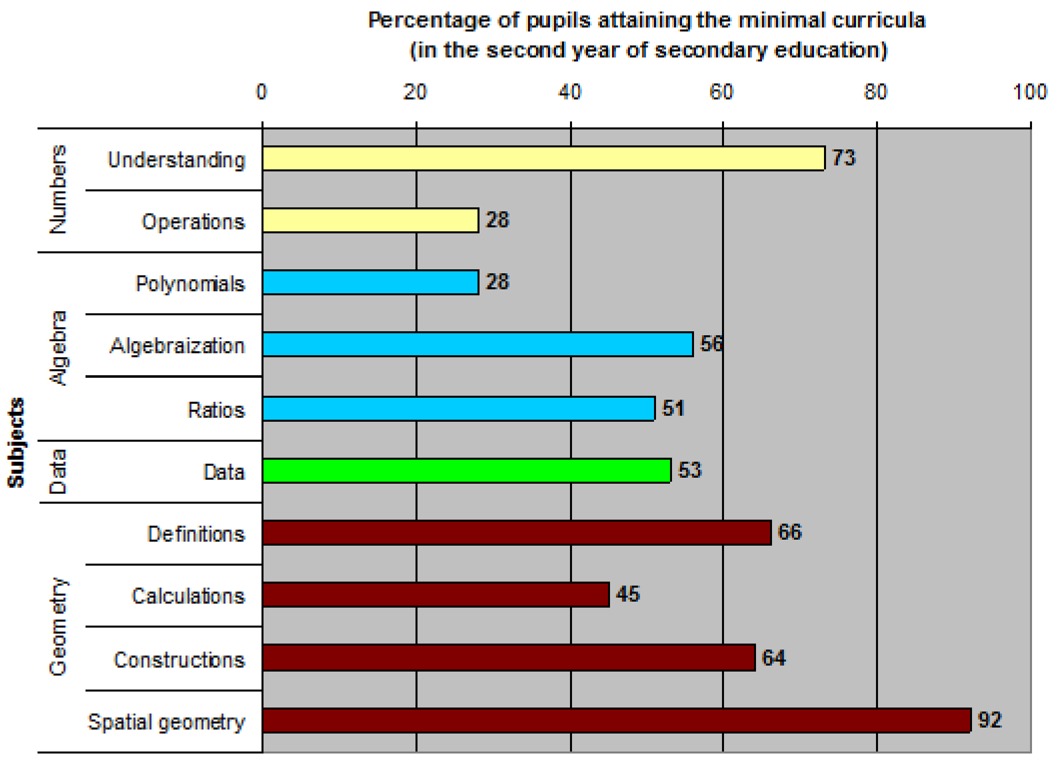


Table 4: Extract from the 2009 math inspection in secondary education (Vlaamse overheid 2010a)

Domain	Subject	General education 1 (with Latin)	General education 2 (without Latin)	Technical education
Numbers	Understanding	93	78	53
	Operations	57	30	7
Algebra	Polynomials	58	29	7
	Algebraization	82	58	37
	Ratios	70	59	27
Data	Data	78	58	30
Geometry	Definitions	92	68	45
	Calculations	67	48	24
	Constructions	87	69	42
	Spatial geometry	97	95	84

Table 5: Extract from the 2009 math inspection in secondary education (Vlaamse overheid 2010a)

Since similar statistics occurred in tests on other subjects, the politicians decided it was necessary to reform the beginning of the secondary education. In 2009 a group of 15 experts worked out a framework for a major reform of secondary education, called the comity Monard.

The discussion is still going on, the new situation will start in September 2013. The main ideas of the comity can be summarized into four major actions:

1. The four types of secondary education will disappear in order to get rid of the cascade phenomena. The first two years of secondary education will be broad and classes will be heterogeneous with one curriculum for every pupil (26 hours a week). There will be four domains of interest: health and society; administration and economics; engineering and science; art, culture and languages (although in the latest texts this last domain is split into two different domains).In the first year every pupil will get acquainted with every subject. There will be 4 hours a week dedicated to this. In the second year he will have to choose two of them and get a deeper acquaintance. Finally at the start of the third year of secondary school, so at the age of 14, he will make his definitive choice, although there will remain possibilities to switch.
2. In order to deal with the great number of pupils who get a delay in their educational career, there will be no longer the possibility of certificates B or C (see § 2) in the first two year of secondary education.
3. Introduction of two hours a week of differentiation in secondary education. This will give the possibility for weak pupils to work on the subjects they encounter problems with and for the bright pupils to get two hours of extra curriculum.
4. Instead of changing the teacher every hour, like nowadays in secondary education, the reform intends to have larger blocks with the same teacher and class. This should make the transition from primary to secondary education easier for the pupils and increase their wellbeing.

Since these plans will change the teacher’s job, there is also a discussion about the teacher’s education schools. Today, there is a bachelor to become a primary school teacher who has to teach every subject, and a bachelor for secondary teachers where one has to choose two subjects to specialize in.

In future plans, this might become

- a bachelor for teachers in the first four years of primary school to teach every subject
- a bachelor for teachers of pupils of age 10-14 (so the last two years of primary education, together with the first two of secondary), to teach all subjects in one interest domain
- a bachelor (or master?) for teachers of pupils of age 14-18 where one has to choose one or two specific subjects to specialize in.

Comments on the reform plans

It is clear that the plan of the Monard comity get their ideas from the situation in the Netherlands and in comprehensive education (Herremans 2010). Since the concrete situation is still not clear, the comments are general remarks and questions by the people working in schools.

Only two hours of differentiation. Is two differentiation hours a week really enough to both challenge good pupils and remediate the weak? Furthermore, the options that are now attracting the best pupils, i.e. options with Latin (see table 5), will almost have to disappear. Latin can only be given in the two differentiation hours. With regards to mathematics: two hours a week will be the new standard, if you want more than this (like the four hours nowadays in general education) this will also be in the two differentiation hours.

Heterogeneous classes for two more years. It is noticed in the last two years of primary school that there is a big difference between the competences of the pupils, certainly with regards to mathematics and the second language. Is it hence useful to keep these different pupils together for these subjects for two more years (Feys et al. 2009)? The Monard comity defend the heterogeneous classes, and point to Finland as the example. Nevertheless in countries where comprehensive education is the standard, pupils work until the age of 15 mostly around general subjects, while students in technical and vocational education in Flanders nowadays have already a lot of practical skills and experience at the age of 15. On the other hand, tests in PIRLS and TIMSS (see [22]) point out that the Flanders is not at all performing exceptionally well and seems not to have a large group of top performers. This is different than in PISA tests, suggesting that the first two years of secondary education are very effective. Meanwhile, table 3 suggests that more pupils reach the curriculum at the age of the PIRLS and TIMSS tests.

Situation in the Netherlands. The latest important reform of secondary education in the Netherlands was not successful. The comity Dijsselbloem (Goetheer, van der Vlugt 2008) reported on the drawbacks. One of the main comments was that the reform was inspired and influenced by pedagogical people and publishers, not by teachers. Nevertheless, the Flemish minister wants to introduce a reform very similar to the Netherlands (Herremans 2010). It is also hard to explain why Flanders wants to mimic the Dutch educational system, since in almost all international tests Flemish education scores better than Dutch education.

Equal chances. The conclusion that today's education in Flanders is not good for equal chances is not confirmed by everyone. E.g. in (Hofman et al., 2004) the conclusion is that Flanders has a fairly equity-providing education system. There is discussion about the interpretation of the statistics, but it seems that the inequality is not situated mainly in the beginning of secondary education. At the end of primary school, inequalities are detected in a similar way (Van Damme 2010). People involved in schools suggest that the minister should make more work of dealing with language problems in primary education instead of changing secondary education.

Real change? Will this reform change a lot? For every interest domain there will remain the choice between the options 'preparing for higher education' and 'preparing for the labour market'. This is very similar to the difference in the today system between general and vocational education. The four types of education will disappear, but will the perception of the parents and the labour market change equally: e.g. will options with tend to the general education (such as Latin or math-science) be considered as really the same level as options which tend to technical or vocational education such as construction or hairdressing?

Decreasing teachers' involvement. Teachers are suspicious of the fact that certificates B and C will disappear. They consider it as a very useful tool to point pupils in the right direction. They fear that their involvement will decrease and that learning outcomes will drop if there are no means to redirect or stop pupils that do not meet the minimal curricula. Their criticism can summarized by the concern that "equal chances for everyone" does not mean "equal outcome for everyone".

Failure of a previous similar reform (VSO). In 1970-1989 a renewed secondary education system (VSO) was introduced, and in fact imposed to many schools, without success. This VSO system also tended to heterogeneous classes and comprehensive methodology. Nevertheless parents started to send their children to schools which applied the 'old' education system since the results were better in that schools. Both the strong and weak pupils suffered from the renewed education system. Teachers in the VSO system stated to follow the textbooks since the curriculum was formulated in a vague manner (Feys et al. 2010). Teachers who witnessed VSO system refer to the plans of Monard as VSO-2, as to denote their concern that these plans are going in the same direction as the VSO system. Furthermore the belief that learning should be exclusively 'activating, interdisciplinary and competence-based' as in the plan Monard, is not general accepted (e.g. Young 2008, Furedi 2009).

Conclusion

Although Flemish education performs very well in international tests with regards to learning outcomes, the politicians struggle with the observation (or believe) that the socioeconomic status has a great correlation with the outcome.

The last ten years, there were great attention and investments in order to deal with this observation. Nevertheless, there are no big differences in nowadays statistics when compared to 10 years ago although learning outcomes seems to decrease.

In 2013, the start of secondary education will have a major reform: the four different types, often regarded as different levels, in secondary education will disappear, there will be a one curriculum for every pupil and classes will become heterogeneous until the age of 14.

The focus of the politicians on equal chances with the outcome funding is a concern for a lot of schools. Since schools and teachers still have a great autonomy, the success of the reform will also depend to a great extend of their actions.

References

1. Baillieul M., Bastiaens K., Göransson C., Hoop P., Mahieu P. [edit.], Treep O., Vanhoof J. [edit.], Van Praet M., Wellens B. (2011): Local evidence-based policy and practice in education: a survey on data brokerage and networking in four medium sized European cities: report on peer reviewing by cities including a practical toolkit. 131 p., available on http://www.comparelocaleducation.eu/
2. Bulterman-Bos J. (2004): Teaching Diverse Learners: A Practice-Based Perspective. *ISBN 9061965233*; Ph.D. Thesis Free University Amsterdam, 224 p.
3. De Meyer I., De Vos H. and Van De Poele L. (2002): Worldwide Learning at Age 15: First Results from PISA 2000. Department of Education, University of Ghent and Flemish Ministry of Education, Ghent, 28 p., available on [21].
4. Eurydice (2012) Key data on Education in Europe 2012, Eurostat, European Commission, *ISBN 9292012427*, available on http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/
5. Feys R., Hullebus M., Van Biervliet N. (2009): Plan-Monard: comprehensieve hervorming & ontplooiingsmodel: kansen, talenten & centen verkwanselen. Onderwijskrant 151, p. 14-24.
6. Feys R., Hullebus M., Gybels N. (2010): Verdrongen, maar leerrijke VSO-geschiedenis & VSO-kritiek. Onderwijskrant 152, p. 25-34.
7. Furedi F. (2010): Wasted: Why Education Isn’t Educating. Continuum Publishing, *ISBN 1441122100*, 256 p.
8. Goetheer G., van der Vlugt J. (2008): Tijd voor onderwijs, Eindrapport van de commissie Dijsselbloem in vogelvlucht, Sdu Uitgevers*, ISBN 9012127874*, 88 p.
9. Herremans A. (2010): Een kijkje over de grenzen heen: een vergelijk van het wiskundeonderwijs in Nederland en Vlaanderen. Wiskunde & Onderwijs nr. 142, p.136-146.
10. Hofman R. H., Hofman W. H. A., Grey J. M. and Daly P. (2004): Institutional context of Education Systems in Europe. A cross-country comparison on quality and equity. Kluwer Academic Publishers, *ISBN 1402027443*, 211 p.
11. McKenzie P., Emery H., Santiago P., Sliwka A. (2004): Attracting, Developing and Retaining Effective Teachers, Country Note: The Flemish Community of Belgium. Report of OECD, available on [21].
12. Van Damme, J. (2010): Hervorming van ons secundair onderwijs. Bedenkingen van een onderzoeker bij de voorstellen van de commissie Monard. Tijdschrift voor Onderwijsrecht en Onderwijsbeleid (3), p. 246-255.
13. Van Petegem P., Schuermans G., Zittenblijven in Vlaanderen, Impuls 36, nr. 1, p. 3-12.
14. Vlaamse regering, Vandenbroucke F. (2004): Vandaag kampioen in wiskunde, morgen ook in gelijke kansen, Beleidsnota 2004-2009, available on [23].
15. Vlaamse regering, Smet P. (2009): Samen grenzen verleggen voor elk talent, Beleidsnota 2009-2014, available on [23].
16. Vlaamse overheid (2010a): Peiling wiskunde in de eerste graad secundair onderwijs (A-stroom), available on [23].
17. Vlaamse overheid (2010b): Tweede peiling wiskunde in het basisonderwijs, available on [23].
18. Vlaamse overheid (2010c): Leesvaardigheid van 15-jarigen in Vlaanderen, De eerste resultaten van PISA 2009. available on [23].
19. Vlaamse overheid (2011): Statistisch jaarboek van het Vlaams onderwijs 2010-2011, available on [23].
20. Young M. (2008): Bringing Knowledge Back In, Routledge, *ISBN 0415321212*, 247 p.
21. http://www.pisa.oecd.org/ (22. 07. 2012), website of OECD Programme for International Student Assessment.
22. http://timss.bc.edu/ (22. 07. 2012), website concerning TIMSS and PIRLS tests.
23. http://www.ond.vlaanderen.be/ (22. 07. 2012), website of the Flemish ministry of Education, partially in English.

STRAH PRED OCENJEVANJEM, KAJ JE ŽE TO? UVAJANJE FORMATIVNEGA SPREMLJANJA IN SPREMINJANJE POUČEVANJA

Fear of Assessment - a Thing Long Forgotten Introduction of Formative Assessment Altering of Teaching Methods

Mateja Peršolja, OŠ Preserje pri Radomljah

mateja.persolja@guest.arnes.si

Povzetek

Pred dobrim letom je profesorica didaktike matematike na kongresu matematikov povedala, da se morajo prihodnje študentke razrednega pouka najprej otresti strahu pred matematiko in neuspešnostjo, da lahko uspešno študirajo. Tudi ugotovitve mednarodnih raziskav TIMSS kažejo zaskrbljujočo sliko o priljubljenosti matematike. Med letoma 1995 in 2007 se je delež devetletnikov, ki ne marajo matematike, povečal za 220 %. V teh letih se je tudi podvojil delež trinajstletnikov, ki ne marajo matematike.

Odnos, ki ga razvijejo šolarji do učenja in do znanja, je ključen za njihovo uspešnost v šoli, pa tudi za njihovo voljo in veselje do učenja in znanja v prihodnosti. Ta odnos pomembno vpliva na njihovo osebno uspešnost v življenju, posledično pa tudi na uspešnost Slovenije pri uresničevanju ključnih državnih ciljev, kot sta spodbujanje vseživljenjskega učenja in razvoj družbe znanja (Musek Lešnik, 2011).

“Ocenjevanje ima zelo velik vzvratni učinek na različne ravni izobraževanja, s tem pa tudi izjemen vpliv na izobraževanje in karierno usodo udeležencev izobraževanja,” je povedal Zdenko Medveš na Pedagoško-andragoških dnevih v letu 2012. Prispevek predstavlja ugotovitve na področju raziskovanja oblik spremljanja učenčevega napredka in ocenjevanja znanja. Govorimo o spremljanju za učenje (namesto spremljanju učenja) in o formativnem spremljanju znanja.

Ključne besede: formativno spremljanje, ocenjevanje znanja, didaktika matematike, samoregulacija.

Abstract

About a year ago, a professor of didactic of mathematics stated at the Congress of Mathematicians, that in future the students studying for elementary school teacshers should, in the first place, overcome their fear of mathematics and failure in it, in order to become successful students. In addition, the results of international surveys of TIMSS show an alarming picture of mathematics unpopularity. From 1995 to 2007, the number of nine-year-olds who disliked mathematics increased by 220%. In the same years, the number of thirteen-year-olds who disliked mathematics doubled.

Pupils attitude towards learning and knowledge is of key importance for their success in school, and also for their future learning behaviours. This attitude has a considerable impact on their personal success, and consequently, on the success of Slovenia at realization of its key goals, such as encouraging lifelong learning and the development of a knowledge society. (Musek Lešnik, 2011).

Grading has a considerable retroactive impact on different levels of education, and at the same time, a significant influence on education and career destinies of participants in education', said Zdenko Medveš at Pedagogical and Andragogical Days in 2012.

My article presents the results of the research.focused on observation of students’ progress and alternative methods of assessing their knowledge. The word is about assessment for learning (instead of learning assessment) and about formative assessment.

Key words: formative assessment, assessment of learning, didactic of mathematics, self-regulation.

Uvod

V uvodu bom predstavila nekaj teoretičnih izhodišč, ki jih v nadaljevanju podprem s primeri izvajanja v razredu.

Pred slabimi desetimi leti, ko sem prvič vstopila v razred in začela poučevati, sem naletela na težavo, da nimam orodja, s pomočjo katerega bi vplivala na učenje, delo in posledično znanje učencev. Poleg tega sem si želela ohraniti dobre odnose z učenci. Priložnost za svoje učenje in razvoj sem našla v inovacijskih projektih Zavoda za šolstvo (ZRSŠ), učenju, študiju, samoregulaciji in raziskovanju ter začela spreminjati svojo dotedanjo prakso in opuščati neučinkovite vzorce. Odnosi, vzdušje in delo v razredu so se v letih mojega raziskovanja zelo spremenili. Pogled na učenje in poučevanje se je odprl in pridobil drugo dimenzijo. V njej je veliko več ustvarjanja (učitelja in učencev). Po tej poti še hodim, imam vizijo in vedno nove cilje. Članek predstavlja trenutno stanje in do sedaj prehojeno pot.

Prvotni cilji razvoja so bili namenjeni izboljšanju odnosov z učenci ter izboljšanju dela in učenja v razredu. Strah pred matematiko in strah pred ocenjevanjem mi je uspelo »pregnati« s spremembo načina spremljanja otrokovega učenja in znanja oz. ocenjevanja. Vzporedno ob tem se je spreminjalo tudi moje poučevanje, pogled na učenje in odnosi z učenci.

Kaj je formativno spremljanje?

V zadnjih letih se v tujini uveljavlja spremljanje za učenje (assessment for learning) namesto spremljanje učenja (assessment of learning) in formativno spremljanje znanja. Spremljanje za učenje je osredinjeno na učenca in se ukvarja s tem, kako spremljati napredek in znanje otroka, da ga bomo s tem spodbudili k delu in učenju. Za razliko od spremljanja učenja, ki se le ukvarja s tem, kako »meriti« naučeno oz. pridobljeno znanje. Delo učenca in njegova motivacija sta pri spremljanju učenja drugotnega pomena. Spremljanje za učenje ima za posledico izboljšano delo in motivacijo učenca.

Formativno spremljanje (preglednica 1) nima ene same opredelitve. Povzela bom opredelitev Komljančeve, ki pravi, da je formativno spremljanje procesa učenja pedagoški dialog za soglasno skupno učiteljevo in učenčevo spremljanje, nadzorovanje in usmerjanje razvoja učenja posameznika, da bi izboljšali učni učinek v procesu učenja in da bi bila sodba o vrednosti naučenega ob koncu učenja čim bolj ustrezna. Napake in vrzeli v učenju se odpravljajo z organizacijo in izvajanjem poučevanja, ki aktualno oskrbuje z navodili in viri za učenje. Zahteva se diferenciacija in individualizacija učenja (Komljanc, 2008a: 14) oz. osebni pristop. Black in Wiliam (1998) sta dokazala, da formativne strategije ocenjevanja dejansko dvignejo raven dosežkov, še zlasti pri šibkejših učencih.

Prednost formativnega spremljanja oz. spremljanja za učenje, v katerega sama vključujem tudi samoregulacijo učenja, sem zaznala kot potrebo za delo v razredu. Zlasti takrat, ko nisem uspela več imeti »nadzora« in pregleda nad delom učencev in ko sem želela sprotno (ne občasno) delo učencev. Zaznala sem potrebo po zbiranju podatkov o učenčevem delu in učenju, s čemer bi jim lahko zagotavljala sprotno povratno informacijo v obliki navodil za izboljšanje znanja, ne le ocene. Potrebovala sem informacijo, ki »hrani« in spodbuja k napredku, ki ne jemlje motivacije. Kot pravi Komljančeva: ocena ni pozitivna povratna informacija, ker ne odstranjuje vrzeli v znanju, ampak le zazna napake v izdelku. Ocena izdelka (npr. pisnega preizkusa) ne vsebuje pomembnih podatkov razvoja učenja in predstavljanja naučenega, ampak le odgovore na vprašanja v preizkusu (Komljanc, 2008b: 11).

Tvoja močna predznanja/Kaj znaš?	Tvoja šibka predznanja/ Kaj bi se rad naučil?
Vsebina učenja/Kaj? Cilji.	Proces učenja/Kako bi se rad učil?
Delovna zbirka dosežkov/Kaj že znaš? Kaj je v tvoji mapi?	Predstavitvena zbirka dosežkov/ Oceni svoje delo.

Preglednica 1: Primer vprašalnika za samoevalvacijo učenca ali učenca in učitelja (Komljanc, 2007)

Vse izdelke učencev (različne oblike izkazovanja znanja, avtentične, projektne in raziskovalne naloge, predstavitve naučenega) in oblike izražanja znanja lahko hranimo v portfoliu. Na tak način spremljamo ne le znanje učenca, temveč tudi razvoj vsebin in metod učenja. Za to pa je potrebna interakcija, komunikacija in dialog učitelja in učenca.

Empirična analiza (Komljanc, 2004) je pokazala, da je pedagoška komunikacija v naših šolah pogosto enosmerna. Učitelji pogosto izbirajo frontalno obliko pouka. Skrbijo jih učni cilji oz. standardi v učnih načrtih. Redkeje sledijo potrebam otrok. Če ne sledimo potrebam otrok in imamo sistem »uravnilovke« (vsi istočasno, enako in po možnosti na enak način) ter standardov, se najmanj ena tretjina otrok v razredu dolgočasi, ena tretjina pa jih zaostaja. Ob takem načinu dela v šolah se nekateri učenci počutijo nesposobni, čeprav se samo ne morejo prilagoditi sistemu ali pa bi potrebovali drugačen ritem dela. Hardway ponuja rešitev v spremembi sistema, ki ne podpira kapitalističnega sistema. V smislu, če ni dober material, ki ne dosega standardov, naj gre v ponovno obdelavo (v šolskem žargonu ponavlja razred, ponavlja test, popravni izpit) dokler ne bo ustrezal predpisanim standardom. Taka družba selekcionira in razslojuje. Danes pa potrebujemo drugačno družbo, ki bo znala živeti v tem svetu in bo inovativna ter ustvarjalna.

V sistemu, kot ga imamo, je procesno ocenjevanje (Komljanc, 2008c: 13) ena izmed možnosti za regulacijo preverjanja znanja v skladu s potrebami posameznega učenca. S takim načinom spremljanja znanja učenec pridobi moč in sposobnost vplivanja na lastno učenje in delo ter gradi odgovornost, ki je v današnji družbi še kako pomembna. Učenec lahko pokaže, kaj se je naučil, kako razume cilje učenja in ne čaka, da to odkrije njegov učitelj.

Raziskave, izvedene v Avstraliji, kažejo, da ima največji učinek na odgovornost samoocenjevanje. Clarkova pri samopresoji celo izpostavlja celostno izboljšanje samopodobe (Clarke, 2001: 44).

Raziskava McDonalda in Bauda (2003) je z eksperimentom pokazala, da je eden od možnih načinov vključitev samoocenjevanja med cilje učnega načrta. Tako postavimo temelje za razvijanje vseživljenjskih zmožnosti, na katere se bodo učenci lahko opirali po končanem šolanju.

Vrednost formativnega spremljanja je v omogočanju učnih priložnosti za samostojno delo in učenje. Formativno spremljanje s predstavitvami naučenega spodbuja preseganje pričakovanih dosežkov in standardov znanja. Tega se zaveda vedno več učiteljev in šol, ki se vključujejo v mrežo za razvoj didaktike ocenjevanja znanja (ZRSŠ).

Spremljanje za učenje in formativno spremljanje pri pouku

a. *Predstavitev mojega načina dela ob začetku leta (za kaj se zavzemam, kaj podpiram, česa ne)*

Spoznavanju učencev in povezovanju sledi načrtovanje dolgoročnih ciljev (za življenje) in kratkoročnih (šola, cilji za tekoče leto) ter njihovih ciljev za matematiko.

Z organiziranim sodelovalnim učenjem in ustrezno razporeditvijo prostora postanemo z učenci sodelavci in sooblikovalci ure. Učijo se eden od drugega in eden drugemu so spremljevalci na poti do znanja, ki drug drugemu dajejo kakovostno povratno informacijo in podporo.

b. *Razporeditev v razredu*

Učenci sedijo v skupinah, saj samo takšna razporeditev omogoča sodelovanje, pomoč drug drugemu, razpravo in aktivno učenje. Na začetku sedijo kakor želijo, saj mi je pomembno, da se v skupini počutijo varne in si zaupajo. Kasneje tvorimo skupine na različne načine, glede na cilj ure. Občasno oblikujemo tudi pare – učenec, ki se je nekaj že naučil, pomaga učencu, ki nečesa še ne zna. Drugič izberemo združevanje glede na močna ali šibka področja ter prilagodimo delo glede na predznanje in cilje posameznika. Ob različnih oblikah tvorjenja skupin spoznavam učenca, njegovo delo, komunikacijo, osebnost, močna in šibka področja. Na tak način ga hitro spoznam in lažje vključujem v različne oblike dela med letom. Spoznam ga celostno, ne le z matematičnega vidika, kar mi omogoča lažje iskanje močnih področij, ki so pomembna za razvoj in napredek.

c. *Diagnostika (postavljanje vprašanj)*

Diagnostika predznanja (primer Slika 1) je namenjena ugotavljanju predznanja posameznika. Meni omogoča, da lažje načrtujem proces učenja za razred in posameznika in se lažje orientiram, kje in kako začeti učenje. Če namreč startam pri tem, kar učenci že znajo, se bodo dolgočasili in si s tem že ustvarim razmere za nered, vzgojne težave. Podobno je, če začnem s ciljem, za katerega učenci nimajo ustreznega predznanja.

Slika 1: Diagnostika predznanja iz izdelka učenca, ki kaže nerazumevanje ulomkov ob začetku 7. razreda

Diagnostika omogoča ugotavljanje začetnega stanja in primerjavo s končnim stanjem ter na tak način z napredkom, ki ga je naredil učenec. Ni namenjeno ocenjevanju, zato testi in razna preverjanja nikakor niso primerna za diagnosticiranje. A diagnostika ni pomembna samo za učitelja, še pomembnejša je za učenca, saj si ob diagnostični aktivnosti učenec sam zastavi (ali posvoji) cilje. Ti so zapisani z besedami učencev, so vmesni, ni nujno, da so taki kot v učnem načrtu. Ko imamo cilje, se lahko lotimo učenja.

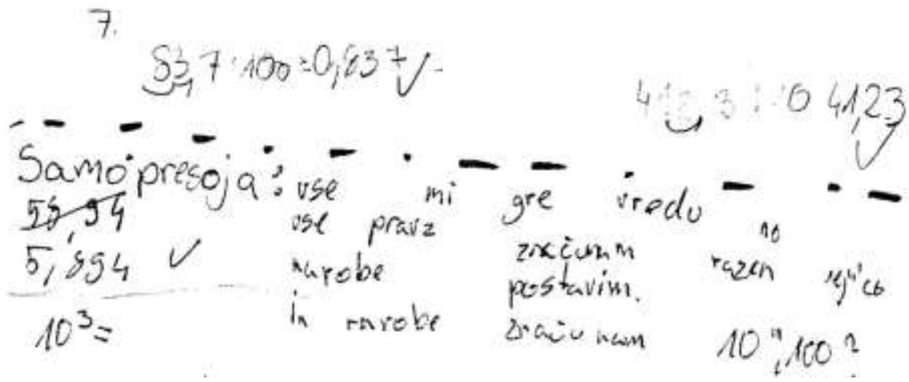
d. Samopresoja ob nalogah – cilji

Ko imajo otroci pred sabo cilj, lažje presojajo, ali ga dosegajo ali ne. Za cilj si znajo poiskati primerne naloge in si znajo organizirati učenje. Ob delu in učenju v šoli spoznavajo raven zahtevnosti nalog oz. taksonomske ravni. Na tak način se učijo učiti. Tako se lažje zavedajo, kaj že znajo, česa ne, in si znajo poiskati naloge v različnih virih.

Po končanem delu si naloge preverijo z rešitvami ali sošolci med seboj v skupini (peer-assessment). Pri matematiki lahko uporabimo tudi žepno računalo. Tako ga res osmišljeno uvajamo (kot učni pripomoček) in niso potrebne posebne ure za učenje uporabe žepnega računala. Vprašanja in nejasnosti učenci razčistijo med seboj ali z učiteljem. Včasih si po takem izkazovanju znanja, povratni informaciji in samopresoji vzamemo čas za izboljševanje znanja in se razporedimo v skupine glede na interes. Tudi v razredih, kjer so najživahnejši učenci in so za učitelja pravi izziv, so take ure mirne in delovne. Motivacija za delo je drugačna, saj je učenje osmišljeno in prilagojeno interesu in nivoju znanja posameznika.

Zelo koristno je, ko tudi iz preverjanj znanj, ki jih občasno sestavim, odstranim točke, točkovnik, odstotke, ocene ter k vsaki nalogi napišem cilj. Take oblike dela imajo še eno pozitivno stran. Učenci iščejo, kaj bi še lahko znali bolje in se naučili, ne pa točk. Onemogočeno je tudi medsebojno tekmovanje. Iščejo poti do znanja.

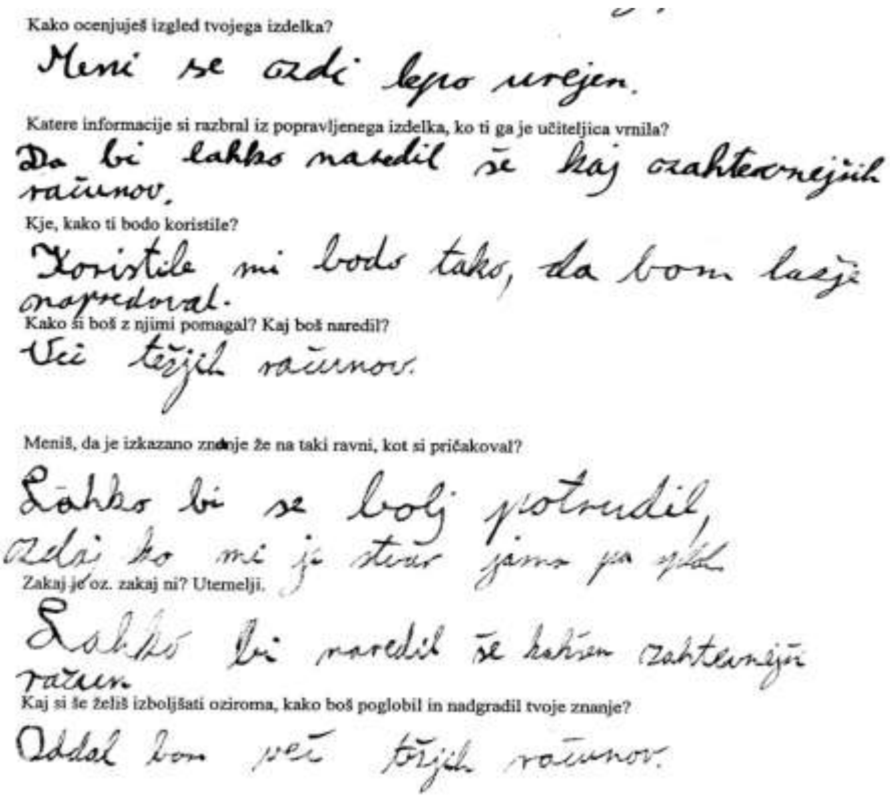
Ob koncu učenci napišejo samopresojo (Slika 2 in Slika 3), ki je prilagojena glede na fazo procesa učenja. Vprašanja so lahko: Kaj znam? Kaj bom še izboljšal? Kako? Kdo mi bo pomagal? Kasneje ta vprašanja niso več potrebna, ker znajo učenci samopresojo pisati že sami.



Slika 2: Primer samopresoje učenke o znanju računanja z decimalkami

e. Zahtevnost nalog – prepoznavanje taksonomskih ravni

Z učenci lahko sestavljamo naloge in preverjanja. Zavedajo se, da so naloge različnih težavnosti in naloge, ki preverjajo različne taksonomske ravni. Izkazalo se je, da se uspešnejši učenci tega bolj zavedajo. Znajo si poiskati ali celo sestaviti take naloge. Ko skupaj zapisujemo cilje, ob katerih si potem poiščejo ali sestavijo naloge, se pogovorimo tudi o tem. Zanima nas, katera so tista osnovna znanja, ki jih potrebujemo, če se želimo lotiti reševanja nekega matematičnega problema (lahko delamo ob konkretnem primeru). Ko si znamo odgovoriti, da je npr. to seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje decimalnih števil, potem temu rečemo, da so to minimalni pričakovani dosežki, ki jih potrebujemo, da bomo reševali zahtevnejše matematične probleme. Prepoznavamo in iščemo različno zahtevne naloge, izzive, številske izraze, ipd. Postopoma se naučijo, da ni pomembna le količina računov ali nalog, ki kažejo na doseganje istega cilja.


Kako ocenjuješ izgled tvojega izdelka?
Meni se zdi lepo urejen.
Katere informacije si razbral iz popravljenega izdelka, ko ti ga je učiteljica vrnila?
Da bi lahko naredil še kaj zahtevnejših računov.
Kje, kako ti bodo koristile?
Koristile mi bodo tako, da bom lažje napredoval.
Kako si boš z njimi pomagal? Kaj boš naredil?
Več težjih računov.
Meniš, da je izkazano znanje že na taki ravni, kot si pričakoval?
Lahko bi se bolj potrudil, zdi ko mi je stvar jasno po [illegible]
Zakaj je oz. zakaj ni? Utemelji.
Lahko bi naredil še kakšen zahtevnejši račun.
Kaj si še želiš izboljšati oziroma, kako boš poglobil in nadgradil tvoje znanje?
Oddal bom več težjih računov.

Slika 3: Primer samopresoje učenca o njegovem izdelku (izkazanem znanju o računanju z ulomki)

f. Oblikovanje kriterijev za ocenjevanje

i. Na vzorčnih primerih

Kriterije za ocenjevanje znanja lahko oblikujemo na podlagi vzorčnih izdelkov, ki jih otroci izdelajo pri pouku ali doma. Te primere si skupaj ogledamo. Poiščemo, kaj je v izdelkih dobrega in kaj so najpomembnejše »sestavine« naloge, brez katerih naloga ni pregledna, matematično pravilna ... Pozorni smo na to, da iščemo, kaj je v izdelkih dobrega in kaj bi lahko še izboljšali. Slabe stvari nam pri delu jemljejo energijo in motivacijo za delo. Ob taki analizi nastaja na tabli plakat s kriteriji odlične naloge. Na podlagi tega kriterija lahko samopresojamo nadaljnje izdelke, jih izboljšujemo ali celo ocenjujemo.

ii. Glede na standarde znanja in taksonomske ravni

Z učenci pregledujemo in presojamo zahtevnost nalog (kot je opisano v poglavju 2.e.) in cilj, ki ga posamezna naloga preverja. Opredelimo, kaj so minimalna znanja, ki jih bomo ocenili z oceno zadostno (2) oz. največ dobro (3). Kateri cilji, dosežki, naloge se zdijo kompleksnejši in zahtevnejši, ki jih bomo ocenili s prav dobro (4) oz. odlično (5). Učitelj je pri tem pozoren tudi na standarde znanja.

S pomočjo standardov in t. i. opisnikov oblikujemo kriterije za ocenjevanje. Ti kriteriji so napisani z besednjakom učencev, da jih učenci razumejo. Če jih razumejo, tudi vedo, katere stvari se bodo še učili in kaj lahko še naredijo za izboljšanje znanja. Tako se tudi doma lažje lotijo načrtovanja in učenja. Če ostaja ocenjevanje le v rokah učitelja, se učenec počuti nemočen pri vplivanju na oceno. Ne ve, kaj se lahko še nauči in ne ve, kako izboljšati znanje in oceno. Tako ocenjevanje pogosteje čuti kot nepravično, počuti se nemočen in nezadovoljen. Večina učencev je ob samopresojah zelo realna in še strožja do sebe kot učitelj.

g. Povratno informiranje (peer assessment) s sodelovalnimi oblikami učenja in pripravo

Učenci so vključeni v oblikovanje kriterijev in ocenjevanje znanja. To pomeni, da morajo imeti priložnosti in možnosti, da znanje pokažejo. Pri tem lahko izbirajo obliko, čas in način. Namen je, da pokažejo najboljše znanje, kar ga lahko. Učitelji jih prepogosto omejujemo z »našimi« oblikami izražanja znanja (pisni testi, ustno spraševanje, plakati, kakšna matematična preiskava). Učenci so kreativni in nam pokažejo znanje še na drugačne načine, če jim le omogočimo. Pri tem kar se da izkoristimo medsebojno delo in pomoč učencev.

h. Povratna informacija učitelja in govorilne ure za učence

Poleg medsebojnega informiranja o znanju in napredku je pomembna tudi povratna informacija učitelja. Ta mora biti taka, da mu omogoča napredek, zato je pomembno, da je sprotna in pravočasna. Odkrila sem, da so komentarji, kot so: »Ponovi!«, »Vadi!« neustrezni in učencem jemljejo motivacijo. Vedno pogosteje uporabljam navodila ali napotke za delo npr.: »Poglej si v učbeniku na str. xy razlago o....«, »Prosi sošolca x, da ti razloži ali pomaga pri...« ali konkretna razlaga oz. zapis v obliki napotka po korakih. Velikokrat so te povratne informacije tudi ustne, ob vrnjenem izdelku v obliki pomoči, razlage učitelja ali pomoči nekoga od sošolcev. Če učenec potrebuje več časa za razumevanje, pride na govorilno uro k učitelju po pouku ali se dobi s sošolcem.

Govorilne ure za učence uporabljam namesto dopolnilnega pouka. Na te ure pridejo učenci prostovoljno, z vprašanji in željami, kje potrebujejo mojo pomoč. Ure so zelo dobro obiskane. Na voljo sem jim tudi štirikrat tedensko. Na leto se nabere tudi do sto ur. Če sem pri dopolnilnem pouku imela težave z obiskom ter prosila učence, naj pridejo, sedaj s tem ni več težav. Na govorilne ure prihajajo tudi uspešnejši učenci, ki si želijo poglobiti znanje, ali taki, ki so moji pomočniki in pomagajo sošolcem.

i. Izboljševanje znanja

Če želimo, da se učenec nauči, da bo bolje znal, mu moramo dati tudi priložnost za izboljšanje znanja in priložnost, da pridobljeno znanje tudi pokaže. Ne zdi se mi smiselno, da to znanje pokaže v obliki ponovnega pisnega preizkusa, saj ni pomembno, da ponovno izkazuje znanje, ki ga je že pokazal. Bolje je, da se posvetimo znanju, ki ga je pridobil in izboljšal. Na tak način učenci ne izkoriščajo sistema poskušanja, če jim bo morda (brez učenja) prihodnjič uspelo doseči višjo oceno, ker bo učitelj v testu preverjal nekaj, kar bolje znajo.

V primeru, da znanje ocenimo, učni proces zaustavimo, saj se po ocenjevanju učenje in delo učenca zaustavi. Če ga ocenimo npr. z oceno dobro, pomeni, da delo ni dokončano in v tem primeru učencu damo čas, da se nauči. Dokler lahko, ga počakamo, nudimo pomoč in podporo. Žal je pogosto tako, da je potrebno ob konferenci ali ob koncu leta oceno zapisati, učenec pa bi potreboval več časa, da bi neko znanje usvojil. Na tak način mu preprečujemo, da bi optimalno napredoval in mu onemogočamo napredek. Zato je na mestu vprašanje, ali je postavljanje standardov za posamezen razred smiselno? Ali bi lahko tako organizirali pouk in delo, da bi vsak učenec napredoval s svojim tempom in ne puščal nedokončanega dela?

j. Domače naloge

Če omogočamo učencu vključenost v načrtovanje dela, tempo napredovanja, mu moramo omogočiti tudi načrtovanje domačega dela. Ker v šoli napreduje vsak s svojim tempom in vsak doseže neko stopnjo razumevanja in znanja, potem je smiselno, da v skladu s svojim tempom dela in razumevanja načrtuje tudi svoje domače delo. Če je nekdo naredil precej nalog v šoli in dosegel nek cilj, bo doma raziskoval ali delal naloge na zahtevnejši ravni, medtem, ko bo nekdo drug delal še na razumevanju, utrjevanju ... Torej je domača naloga načrt vsakega posameznika.

k. Portfolio

Med učnim procesom nastajajo različni izdelki oz. različne oblike, preko katerih učenec izkazuje znanje. Vse te izdelke zbiramo v portfoliu, v katerem so tudi samopresoje, načrti za izboljšanje znanja ... Težimo k temu, da je ta zbirka informacij o učenčevem znanju čim bolj bogata, pestra, da učenec izrazi znanje na različne načine. Portfolio nam omogoča spremljanje učenčevega dela, učenja, napredka. Ko učitelj in učenec presodita, da je bil dosežen (v danem času in prostoru) optimalen napredek, se lahko odločimo za sumativno povzemanje in ocenjevanje znanja.

l. Kako se spreminjajo priprave učitelja

Spreminjanje načina poučevanja in učenja kažejo tudi spremenjene priprave in moje razmišljanje ob pisanju priprav. Pred uporabo formativnega spremljanja so bile priprave orientirane na matematično vsebino. V pripravah so v glavnem matematične definicije in primeri, ki sem jih pisala, razlagala v razredu. Orientacija priprave in dejavnosti je bila pretežno na učitelju. Pregled po pripravah starejšega datuma kaže, da so bili učenci pretežno pasivni opazovalci, občasno reševalci nalog, po zgledih ali primerih.

V pripravah novejšega datuma je razvidno, da se orientacija razmišljanja, pisanja in dela prenaša na učenca. Ob pisanju priprav razmišljam, kaj bo delal učenec, kako se bodo razlage in napredek prilagajali učencu, vedno pogosteje je v pripravah tudi premislek o prilagajanju tempa ali dela posamezniku.

Metoda spremljanja in raziskovanja

Svoj napredek raziskujem in spremljam že osmo leto. Pri raziskovanju uporabljam metodo akcijskega raziskovanja. Informacije beležim na različne načine: ankete za starše, ankete za učence, dnevnik zapisov, snemanje, refleksije ob posnetkih s konzulentko ZRSŠ, v razvojni skupini, s kritično prijateljico.

Uporabljam triangulacijo. Vsako leto so podatki pridobljeni s strani staršev, učencev, drugih učiteljev, ki so hospitirali v razredu, reflektirali z menoj v paru ali skupini ter ob posnetkih. Podatke pridobim preko anket oz. vprašalnikov, metode razgovora oz. intervjuja. Primere dobre prakse in dnevniške zapise sem nekaj časa objavljala na spletni strani http://sites.google.com/site/formativnospremljanjeznanja/.

Nekaj začetnih let raziskovanja sem vodila podroben portfolio o lastnem delu in raziskovanju (članki, razmišljanja, povzetki razgovorov, doživljanje poučevanja, cilji po akcijskih krogih). Zdaj hranim le pomembnejše dokaze o lastnem razvoju in napredku, ankete in analize, pišem članke in vodim delavnice in predavam ter s tem predstavljam svoje delo in razvoj ter razvoj skupine na šoli, ki se ukvarja z razvojem didaktike ocenjevanja znanja po celi vertikali.

Zaključek

Pri svojem delu najpogosteje trčim na omejitve, postavljene s sistemom javnega šolstva (normativi, standardi, organizacija pouka, razredi, ocene, čas). Prihodnost učenja in dela vidim v bolj odprtem sistemu, ki bo posameznikom, ki si želimo, znamo in zmoremo delati drugače, omogočil, da izboljšujemo in optimiziramo svoje delo v korist učencev. Želim si, da se spremembe sistema vpeljujejo od spodaj navzgor in ne obratno (s posledično povečanim nadzorom in represijo). Želim si odprte poti pri delu, ob tem pa tudi odgovornost, ki gre z roko v roki s strokovno avtonomnostjo učitelja. Potem se ne bomo več počutili kot naši učenci, ki jih pri učenju omejujemo s prostorom in časom, silimo, vlečemo in jih potiskamo naprej, čeprav gredo nekateri preko svojih sposobnosti, nekateri pa s polovičnim in površnim delom dosegajo cilje šolanja (a bi jih lahko presegli). Oboje učimo neodgovornega ravnanja, a hkrati od družbe pričakujemo odgovorne posameznike z visoko etiko in moralo.

Viri

1. Black, P., Wiliam, D. (1998): Inside the black box. King's College Press, London.
2. Clarke, S. (2001): Unlockong Formative Assessment. Hoder & Stoughton, London.
3. Hardaway, R. (1995): America Goes to School, Law, Reform and Crisis in Public Education, https://sites.google.com/site/iradavidsocol/home/educational-history (18. 5. 2012).
4. Komljanc, N. (2004): Vrednost povratne informacije v procesu ocenjevanja. Doktorska disertacija, Filozofska fakulteta, Ljubljana.
5. Komljanc, N. (2007): Računalniški program za spremljanje znanja, gradivo za šole, vključene v razvojno aplikativni projekt Razvoj didaktike ocenjevanja znanja.
6. Komljanc, N. (2008a, b, c): Razvoj didaktike ocenjevanja znanja. V Didaktika ocenjevanja znanja. Zbornik prispevkov. ZRSŠ, Ljubljana, str. 8-23.
7. McDonald, B., Boud. D. (2003): The impact of selfassessment training on performance in external examinations. Assessment in education, Vol.10, No.2, str. 209–220.
8. Munns, G., Woodward, H. (2006): Student engagement and student selfassessment. The real framework. Assessment in education, Vol.13, No.2, str 193–213.
9. Musek Lešnik, K. (2011): Siva knjiga o osnovni šoli v Republiki Sloveniji. IPSOS, Ljubljana.

MATEMATIKA KOT DEL KULTURE ČLOVEKA

Mathematics as a Part of Human Culture

Olga Arnuš, Darka Hvastija, Gimnazija Bežigrad Ljubljana

olga.arnus@gimb.org, dhvastija@gmail.com

Povzetek
Matematiko naj bi dijakom v šoli predstavili ne samo kot šolski predmet, ampak tudi kot del splošne izobrazbe in kulture človeka. Tako lahko z nekaterimi matematičnimi koncepti dijake seznanimo tudi preko filmov, kot so npr. PI, Enigma in Skrivnost iz Kellsa. Iz posameznih odlomkov nekaterih sodobnih romanov in Vojne in mir bomo videli, kako so moderni pisatelji in Tolstoj izrazili svoje ideje s pomočjo lepote matematike.

Ključne besede: matematika, literatura, film.

Abstract
Mathematics should be presented to students not only as a school subject but also as a part of general education and culture. Some mathematical concepts could be explained to students also through films, like for example PI, Enigma and Secrets from Kells. Examples, how Tolstoy and especially some modern writers use the beauty of mathematics to express their ideas, will be shown.

Key words: mathematics, literature, film.

Uvod
Znanje, ki se je skozi stoletja razdrobilo na različna področja, se danes ponovno povezuje. To se kaže v raznih raziskovalnih projektih, kognitivna znanost na primer pokriva filozofijo, psihologijo, medicino, računalništvo in tudi matematiko oziroma logiko. Povezujeta se tudi umetnost in znanost. Matematika je bila ves čas povezana z likovno umetnostjo. V začetku 20. stoletja so tudi glasbo poskusili ustvarjati na matematičnih osnovah. Arnold Schönberg je na primer pri komponiranju uporabljal posebno metodo imenovano dodekafonija, ki temelji na matematičnih transformacijah. V zadnjih letih pa matematiko pogosto srečamo tudi v literaturi in filmu.
Mnogi dijaki bodo matematiko rabili pri svojem študiju in kasnejšem delu, vsem dijakom pa naj bi matematika pomenila del splošne izobrazbe, ki jim bo v povezavi z drugimi področji človeškega védenja bogatila življenje. Matematično izobražen človek bo lahko razumel, da križ na Dalijevi sliki Corpus Hypercubicus (Slika 1) predstavlja mrežo štiridimenzionalne kocke. Krivuljo na razbitem ogledalu (Slika 2) v filmu PI režiserja Darrena Aronofskega srečamo v vsaki knjigi o kaosu. Avtor je s podvojitvami (bifurkacijami) na krivulji verjetno hotel prikazati razdvojeno psihično stanje glavnega junaka.

Slika 1: Salvador Dali: Crucifiction (Vir 12)

Slika 2: Darren Aronofsky: Pi (Vir 13)

V ljubljanski uprizoritvi drame Arkadija avtorja Toma Stopparda je scenograf na odru uporabil Kochove snežinke in Mandelbrotovo množico. Gledalec, ki pozna osnove teorije kaosa, bo razumel, da je scenarist s tem podprl temo, ki jo dramsko delo obravnava. Nemški slikar Robert Bosch pri ustvarjanju svojih slik (Slika 3) uporablja teorijo grafov (problem trgovskega potnika).

Slika 3: Robert Bosch: Marylin (Vir 16)

V prispevku se bomo omejili na primere povezovanja matematike z literaturo in filmom pri pouku. To povezovanje ima več namenov:

- je dobra motivacija za učenje matematike, tudi za tiste dijake, ki matematike ne marajo kot šolski predmet,
- pouk popestrimo in ga razgibamo,
- dijake navajamo na kritično razmišljanje, saj so včasih matematični koncepti uporabljeni nepravilno, površno ali pa nerelevantno.

Matematika in literatura

V moderni literaturi pisatelji pogosto uporabljajo matematične prispodobe ali utrinke, s katerimi želijo izraziti svoje ideje, kakšno primerjavo ali pokazati glavnega junaka v drugi luči. Pri obravnavi posameznih matematičnih vsebin damo dijakom kot zanimivost prebrati ustrezne odlomke iz knjig in jih nato skupaj komentiramo. S tem dodamo snovi tudi čustveni vidik, kar je za pomnjenje zelo pomembno. Na primerih nepravilnih matematičnih vsebin pa lahko razvijamo kritično mišljenje.
V naslednjem delu prispevka si bomo pogledali nekaj primerov pojavljanja matematike v literaturi.

Zadnji Fermatov problem

Glavna junakinja popularne kriminalne trilogije Millennium švedskega pisatelja Stiega Larssona vedno znova razglablja o tem, kakšen »čudovit dokaz« bi lahko imel Fermat v mislih. Pri tem ni želela pokukati v rešitve in je zato preskočila odlomek, kjer je bila predstavljena rešitev Andrewa Wilesa. Pisatelj razloži zgodovino zadnjega Fermatovega problema, vendar se pri tem omeji le na $n = 3$.
Ta problem omenja tudi Tom Stoppard v drami Arkadija, v kateri glavno junakinjo, ki je sicer stara šele 13 let, zaposlijo z dokazovanjem tega izreka. Kasneje se junakinja ukvarja s kaosom.

Slava Fermatovega izreka je segla celo na Broadway, kjer so uprizorili muzikal z naslovom The last Fermat theorem. Nastopali so Pitagora, Fermat in Wiles. Refren, ki se ponavlja skozi muzikal, je: Mathematics is a young man's job.

Fibonaccijevo zaporedje

Fibonaccijevo zaporedje in z njim povezan zlati rez sta umetnikom zelo pri srcu. Uporabo Fibonaccijevega zaporedja lahko pogosto zasledimo tako na slikah in skulpturah v galerijah moderne umetnosti kot tudi v literaturi.

V knjigi Grobnica sodobna in zelo brana pisateljica Kate Mosse omenja pojavljanje tega zaporedja v naravi pa tudi v glasbi. V knjigi piše o Debussyju, ki se je poigraval z njim v zvočni pesnitvi La Mer. Prvi stavek ima 55 taktov in je razdeljen na pet delov s po 21, 8 in 5 takti.

Fibonaccijevo zaporedje in zlati rez sta rdeča nit skozi knjigo Da Vincijeva šifra. V Louvru so pod sliko Mone Lise ob truplu umorjenega kustosa, ki se je ukvarjal s tajnimi šiframi, našli skrivnostno šifro: 13-3-2-21-1-1-8-5.

Glavna junakinja je prepoznala števila iz Fibonaccijevega zaporedja. Skrivnost slike Mone Lise je povezana z zlatim rezom in pentagramom.

Na straneh 104 in 105 pisatelj razpravlja o številu Φ. Med drugim omeni, da je število čebel deljeno s številom trotov v čebelnjaku enako Φ, kar pa ni res.

Praštevila in praštevila dvojčki

Lepota praštevil je navdihnila mnoge umetnike.

Maturanti so pri angleščini spoznali poseben odnos, ki ga ima glavni junak knjige Nenavadni primer ali kdo je umoril psa, do praštevil.

Leta 2008 je bila najbolj brana knjiga v Italiji Samotnost praštevil pisatelja Paola Giordana. Zgodba govori o dveh mladih ljudeh, ki sta jih zaznamovali težki življenjski izkušnji. Živita osamljeno in kot prispodobo za to pisatelj vzame praštevila dvojčke. Dvojčka se tesno oklepata drug drugega, sta si blizu, pa ne dovolj, da bi se stikala.

V odlomku na strani 135 pisatelj definira praštevila in glavni junak jih dojema kot nezaupljiva, samotna števila, ki so se med naravna števila ujela kot v ogrlico nanizani biseri.

Popolna števila

Števila, pri katerih je vsota vseh deliteljev, razen števila samega, enaka številu, imenujemo popolna števila. Ta števila so zanimala že Evklida. Euler je dokazal, da je vsako sodo perfektno število oblike $2^n(2^{n+1} -1)$, če je $2^{n+1} -1$ praštevilo. Do sedaj še niso uspeli najti lihega popolnega števila, niti dokazati, da liho popolno število ne obstaja. O tem premišljuje tudi glavna junakinja v knjigi Dekle z zmajskim tatujem. V odlomku na strani 27 pa lahko vidimo, da pisatelj ali prevajalec ni znal kaj dosti matematike.

Prijateljska števila

Dve števili sta prijateljski, če je vsota deliteljev enega števila (brez števila samega) enaka drugemu številu. Pitagora je zelo cenil prijateljski števili 220 in 284. Ti dve števili omenja japonska pisateljica Yoko Ogawa v knjigi Darilo števil. Subtilna zgodba govori o profesorju matematike, ki je imel nesrečo in se po njej ni mogel ničesar več zapomniti za dalj kot 80 minut. Imel je težave v socialnih stikih in šele ko je ugotovil, da njegova gospodinja rojena na 2. 20. (20. februarja), sam pa je imel na uri vgravirano številko 284, je lahko vzpostavil stik z njo.

Goldbachova domneva
Znamenita, še nedokazana trditev, da se da vsako sodo število vsaj na en način zapisati kot vsota dveh praštevil, je temelj duhovite knjige Stric Petros in Goldbachova domneva.

O enem največjih matematikov vseh časov Gaussu je nemški pisatelj Daniel Kehlmann napisal knjigo **Izmera sveta**. To je imenitno branje, ki humoristično pokaže Gaussa kot človeka in matematika. V odlomku si pogledamo zgodbo o tem, kako je Gauss v šoli seštel števila od 1 do 100 in njegovo namišljeno srečanje s Kantom, kjer mu je hotel predstaviti svoje misli o neevklidski geometriji.
Tolstoj v **Vojni in miru** v prvem poglavju tretjega dela razpravlja o Zenonovem paradoksu, o geometrijskih postopicah, diferencialu zgodovine in umetnosti integriranja.
Na odlomku iz knjige Socialna inteligenca pa si lahko pogledamo primer slabega poznavanja matematike.

Matematika in film
Film je pri večini dijakov popularna oblika umetnosti, zato je smiselno ta medij uporabiti za to, da matematiko približamo dijakom in jo populariziramo. To je mogoče narediti s predvajanjem kratkih odlomkov iz filmov ali pa preko celostne medpredmetne obravnave filmov v okviru projektnih dni. Na spletni strani »tsm resources« (Vir 11 ali preko gesel TSM Resources, Mathematics Links, Math in the Movies) najdemo preko 150 filmov, kjer se matematika pojavlja na različnih težavnostnih stopnjah. Stran ponuja kratek opis te matematike, omogočen je tudi dostop do predvajanja odlomka. V prispevku se bomo omejili na tri filme, ki jih lahko povežemo z matematičnimi vsebinami.

Enigma (Michael Apted, 2001)
Igrani film prikazuje dogajanje med drugo svetovno vojno. Osebe so izmišljene, vendar glavni junak v mnogih potezah predstavlja Alana Turinga. Z dijaki lahko delamo naslednje teme:
- Seznanimo jih z delom Alana Turinga, velikega logika, matematika in kriptografa. To je še posebej aktualno v letu 2012, ki je v znanstvenih krogih Turingovo leto. Alan Turing je danes zelo cenjen tudi v filozofskih krogih.
- Pogledamo v zgodovino kriptografije in poudarimo pomen matematike pri tej dejavnosti v zadnjih desetletjih.
- Če čas dopušča, obravnavamo kongruence in RSA šifriranje z javnim in zasebnim ključem, kjer imajo kongruence in velika praštevila pomembno vlogo. To temo lahko posamezni dijaki obdelajo tudi v obliki referata.

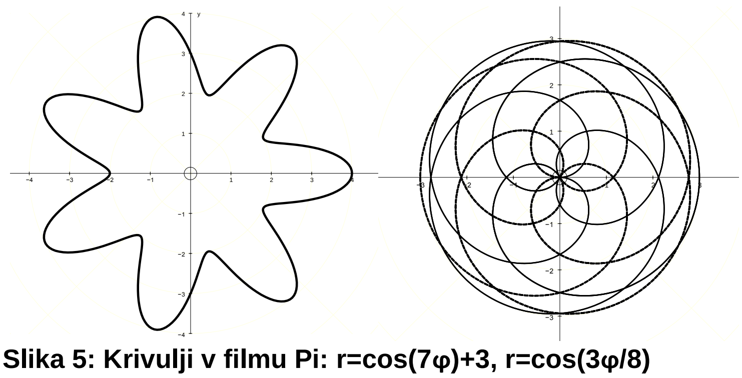
Film smo gledali in obravnavali v okviru dveh projektnih dnevov s skupino dijakov drugega letnika. Obravnava filma je bila izvedena medpredmetno v povezavi z zgodovino. Vprašanja, ki jih film ponuja za kritično razmišljanje, so: kdo si lahko lasti dosežke znanstvenikov, v kolikšni meri je znanje močnejše od orožja?
Obstaja tudi igrani biografski film o Alanu Turingu (Breaking the Code, Herbert Wise, 1996), ki si ga lahko dijaki ogledajo doma (Vir 17).

PI (Darren Aronofsky, 1998)
Tudi ta film smo obdelali s skupino drugošolcev v okviru projekta Filmska vzgoja v povezavi matematike s psihologijo. Film ponuja bogato paleto matematičnih vsebin. V njihovo obravnavo lahko učinkovito vključimo uporabo tehnologije, pojav nekaterih matematičnih konceptov v filmu lahko tudi kritično ovrednotimo. Teme, ki smo jih obravnavali:

- Število π: Kje se pojavlja, kako ga računamo? V delavnici so dijaki računali približke števila π s poligoni, ki so včrtani krogu.
- Zlati rez: Kako je definiran, kje se pojavlja, pomen v umetnosti, izračun razmerja, konstrukcije. Od sposobnosti skupine je odvisno, koliko dela opravijo samostojno. Če dijaki sami ne opazijo matematične napake v filmu, jih na to opozorimo.
- Fibonaccijeva števila so popularna tema. Z dijaki obdelamo definicijo, preletimo nekatere lastnosti, in raziščemo, kje se pojavljajo v naravi.
- Moebiusov trak (Slika 4) se pojavi v filmu le za hip, a ga je smiselno vključiti v obravnavo, saj ga umetniki pogosto uporabljajo kot simbol neskončnosti. V delavnici dijaki naredijo iz papirja Moebiusov trak, opazujejo njegove lastnosti (koliko je ploskev), raziščejo, kaj se zgodi, ko trak vzdolžno prerežejo, in skušajo izpeljati posplošitve (več zasukov).

Slika 4: Moebiusov trak (Vir 14)

- V uvodnem delu filma PI srečamo različne krivulje, na primer krivulji na Sliki 5 (tu sta narisani s programom Autograph). Dijaki z uporabo tehnologije raziskujejo različne zapise enačb za krivulje, spoznajo polarni in parametrični zapis, rišejo krivulje v različnih koordinatnih sistemih in s tem spoznavajo tudi možnosti, ki jih nudi tehnologija. Seznanijo se s primeri parametrično zapisanih krivulj v fiziki (vodoravni in poševni met, cikloida).



Slika 5: Krivulji v filmu Pi: r=cos(7φ)+3, r=cos(3φ/8)

- Kaos je osnovna tema filma PI. Z dijaki spoznavamo osnove teorije kaosa (iskanje reda v neredu). V filmu se pojavi krivulja bifurkacij (v razbitem ogledalu na Sliki 2), ki je povezana z logistično enačbo $x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n)$. Z uporabo tehnologije (na primer program Excel) opazujemo, kaj se dogaja, če spreminjamo vrednost parametra λ.

Z drugošolci obravnavamo temo bolj poljudno in informativno. V tretjem ali četrtem letniku pa lahko sliko iz filma in logistično enačbo vzamemo za izhodišče, ko pri zaporedjih obravnavamo konvergenco zaporedja in pojem stekališča.

Enačba, ki predstavlja logistični zakon, se pojavlja tudi v knjigi Marka Haddona Skrivnostni primer ali kdo je umoril psa. To je delo, ki je bilo nekaj let obvezno čtivo za maturo iz angleščine (Vir 5).

Ta film so izbrali dijaki, ki jih matematika zanima. Zato so z velikim zanimanjem sodelovali pri obravnavi tem.

Ker je film PI umetniški, ne pa dokumentaren, matematika ni povsem korektno obravnavana. Tako naletimo na napake, tu in tam pa film zaide celo v numerologijo in misticizem. V pogovoru z dijaki kritično analiziramo tudi ta aspekt filma.

Skrivnost iz Kellsa (Tomm Moore, Nora Twomey, 2009)

Gre za likovno čudovit risani film, ki na videz nima nič opraviti z matematiko. Vendar se v filmu ves čas pojavlja simetrija, ki je zagotovo matematični pojem, poleg tega srečamo razne vzorce in keltske ornamente (Slika 6), ki jih lahko klasificiramo z matematičnimi orodji.

Slika 6: Ornament iz filma Skrivnost iz Kellsa (Vir 15)

Tudi ta film je bil vključen v projekt Filmska vzgoja in obdelan v povezavi s predmeti matematika, zgodovina, likovna umetnost in psihologija. Teme in aktivnosti v okviru matematike:

- Z dijaki smo raziskali matematično klasifikacijo vzorcev in ornamentov.
- Definirali smo pojem grupe, za utrjevanje definicije smo preverili preproste primere številskih grup, dijaki so ugotavljali grupe simetrij likov in vzorcev, primerjali so simetrije keltskih in arabskih ornamentov.
- Informativno smo si ogledali uporabo matematike pri ustvarjanju animiranih filmov (računalniška vektorska animacija, fraktalna geometrija za animacijo pokrajin).

Dijaki so kritično razmišljali o tem, kako se v vseh kulturah kaže potreba po oblikovanju lepega. Lepoto pogosto predstavljajo pravilne geometrijske oblike, vzorci in simetrije.

Kratke odlomke ali slike iz filma lahko uporabimo pri rednem pouku, ko obravnavamo toge premike in simetrije.

Zaključek

Dosedanje povezovanje matematike z literaturo in filmom je bilo pri dijakih dobro sprejeto, celo pri tistih, ki sicer za matematiko ne kažejo posebnega zanimanja. Dijaki so sprejemali tudi teme, ki jih v sedanjih učnih načrtih ni več (aksiomi grupe, polarni in parametrični zapis krivulj). Tako lahko vsaj delno izpolnimo nekatere cilje izobraževanja: ohranjati radovednost, pozitiven odnos do predmeta (znanja) in oblikovati široko izobražene osebnosti, ki jim bo znanje pomenilo ne samo pomoč pri delu, temveč tudi užitek.

Viri

1. Brown, D. (2006): Da Vincijeva šifra. Mladinska knjiga.
2. Doxiades, A. (2009): Stric Petros in Goldbachova domneva. Modrijan.
3. Giordano, P. (2011): Samotnost praštevil Mladinska knjiga, str. 135-137.
4. Goleman, D. (2010): Socialna inteligenca, str. 63, Mladinska knjiga.
5. Haddon, M. (2004): The Curious Incident of the Dog in the Dark Night. Vintage, London.
6. Kehlmann, D. (2007): Izmera sveta, str. 50-51, 86-87. Modrijan.
7. Larsson, S. (2011): Dekle z zmajevim tatujem, str. 28-30. Prešernova družba.
8. Singh, S. (2008): Knjiga šifer. Učila International, Tržič.
9. Tolstoj, L. N. (1987): Vojna in mir, III.del, str. 289-290, Sto romanov.
10. Več avtorjev (2012): Film v razredu. Gimnazija Bežigrad, Ljubljana.
11. http://www.math.harvard.edu/~knill/mathmovies/index.html (3. 6. 2012).
12. http://upload.wikimedia.org/wikipedia/sl/0/09/Dali_Crucifixion_hypercube.jpg (3. 6. 2012).
13. http://www.google.si/url?q=http://bertauski.blogspot.com/2011/04/looking-for-redlights.html&ust=1346405177631881&usg=AFQjCNES_HCi5Qt2mk9zqVNGpvs0-_JCBg (10. 7. 2012).
14. http://en.wikipedia.org/wiki/M%C3%B6bius_strip (10. 7. 2012).
15. http://www.youtube.com/watch?v=lw2_HZTuQBE (10. 7. 2012).
16. http://www.oberlin.edu/math/faculty/bosch/tspart-page.html (4. 6. 2012).
17. http://www.youtube.com/watch?v=S23yie-779k (10. 7. 2012).

UMEŠČANJE ŠOLSKE MATEMATIKE V KULTURNI KONTEKST UČENCEV

Placing School Mathematics into the Students' Cultural Context

Polona Mlinar, OŠ Ivana Tavčarja Gorenja vas

polona.mlinar@gmail.com

Povzetek

Kako oblikovati naloge pri matematiki, da bi pritegnile otroke, je pogosto vprašanje učiteljev, ki se z dano problematiko srečujemo. Vse prevečkrat so naloge, ki jih učenci rešujejo pri pouku, iz sveta odraslih ali pa so nesmiselne.

Moj namen je bil matematiko povezati z učenčevim kulturnim okoljem in jo tako približati njegovim izkušnjam. Želela sem, da jo naredim čim bolj zanimivo in učence na ta način motiviram za delo.

Naloge, povezane s kulturnim okoljem, ki jih želim predstaviti, lahko uporabimo na več načinov:

1. Obnovitev zgodbe; naloge stojijo samostojno in se zgolj nanašajo na zgodbo.
2. Podatki za naloge so podani v zgodbi.
3. Bolj kompleksno podajanje podatkov, in sicer učenci morajo podatke poiskati tudi kje drugje oziroma so v nalogi prikriti, težje razpoznavni.

Učenci naloge rešujejo samostojno. Ker zgodbo poznajo, se jim naloge zdijo zanimive in jih rešujejo z večjo delovno vnemo.

Ključne besede: matematika, kulturni kontekst, preverjanje, medpredmetno povezovanje.

Abstract

How to create mathematical tasks to be interesting for children is a frequent question asked by teachers dealing with this problem. Far too often, the tasks that children solve in the classroom are taken either from the world of adults or have no sense. My intention was to connect mathematics with the children's cultural environment, in order to bring it closer to their personal experience. I wanted to make mathematics as interesting as possible and thus motivate them to study it.

Tasks, connected with the cultural environment that I want to present, can be used in several ways:

1. Retelling a story, the tasks stand independently and they just refer to it.
2. Data for the tasks is given as a story.
3. A more complex way of giving data; children must either find data also elsewhere or data is concealed or more difficult to discern.

Students solve the tasks independently. Being familiar with the story they find the tasks interesting and solve them with more entusiasm.

Key words: mathematics, cultural context, verification, interdisciplinary connection.

Uvod

Neredko se srečam z učenci in dijaki, ki jim je matematika kot predmet odveč. Učijo se, kako rešiti naloge brez kakršnega koli razumevanja. Tudi če se jim trudiš razložiti ozadje naloge, jih največkrat to ne zanima, saj razumevanja za pozitivno oceno ne bo potreboval.

Sveta okoli nas pa si ne znamo več predstavljati brez matematike, saj, kot pravi Devide (1979), matematiko potrebujemo pri vsakem pomembnejšem dejanju, npr. pri arhitekturi,

organizaciji podjetja, ekonomskem načrtovanju, pri analizi rezultatov, pri uporabi novih računalniško usmerjenih tehnologij …
Na eni strani imamo torej vse hitrejši razvoj tehnologije, ki temelji tudi na matematičnem znanju, na drugi strani pa matematiko v šoli, ki učence uči procedur in zakonitosti. V veliko primerih pa se zgodi tudi, da znanja ne znajo uporabiti v konkretni življenjski situaciji. V tem primeru gre za viden razkorak med otrokovim doživljanjem sveta in šolsko matematiko, ki tega ne upošteva.
Pri poučevanju matematike učitelji lahko upoštevamo tudi kulturno okolje učencev in ga vnašamo v učni prostor. V svojem prispevku bi rada predstavila nekatere vzroke razkoraka in nekaj zamisli, kako bi s pomočjo mladinske literature omilili ta razkorak.
Prispevek je nastal v okviru podiplomskega izobraževanja na Pedagoški fakulteti smer Poučevanje na razredni stopnji pod mentorstvom dr. Zlatana Magajne.

Odmaknjenost šolske matematike od kulturnega sveta otrok
Neskladij, s katerimi se srečujemo učitelji pri poučevanju v šolah in jih navajata avtorja Borba (1990) in Bishop (1997) v svojih delih, je več. Borba (1990) navaja formuliranje nalog, ki niso povezane z življenjskim svetom otrok. Bishop (1997) pa se omeji na tehnično naravnan kurikulum, saj poučevanje matematike temelji na poučevanju procedur, metod, pravil in algoritmov. Brezosebno učenje predstavlja še en razkorak med otrokom in šolsko matematiko, saj se učenec uči matematiko, ne da bi pri tem aktivno vzpostavljal oseben pogled na naučeno snov. Uporaba učbenikov pa učitelje preveč usmerja in jim narekuje način poučevanja.

Matematika kot del kulture
Vsaka kulturna skupina ima svoje običaje in navade ter zgodovinsko preteklost. Tako si v vsaki izmed teh skupin oblikujejo svojo matematiko, s pomočjo katere učinkoviteje rešujejo probleme. Matematika, ki jo razvijamo z uporabo primerov iz kulturnega okolja učencev, je bolj učinkovita. Učenci delajo z večjim zanimanjem in tak način poučevanja pripomore k boljši učinkovitosti kot primeri iz učbenikov, ki niso vedno v okviru kulturnega okolja. Zato matematike, ki je osnovana na kulturnih idejah neke skupine, ne smemo razumeti kot drugorazredno matematiko, ampak drugačno izražanje matematičnih idej.

Učenje matematike kot družbeni proces
Uporaba matematike kot družbeni proces v izobraževanju posledično povzroči, da različne kulturne skupine razvijajo različen proces izobraževanja in ne moremo govoriti več o enotnem procesu. Učiteljev izobraževalni pristop mora temeljiti na vpeljavi kulture v pouk in pomembno je, da razmisli o problemu, ki ga želi v razredu izpostaviti. Problem, ki ga bodo obravnavali, lahko temelji na situaciji, ki dajejo smiselni pomen njihovemu življenju. Naloge nato rešujejo učenci v dialogu z učiteljem in s tem pospešujejo razvoj kritičnega mišljenja, s čimer se izognemo obravnavi izmišljenih problemov.
Pri reševanju problema je učenec aktivno vključen in izzvan s strani učitelja, da predstavi svoj način iskanja rešitev. Tak dialog učencem okrepi njihovo sociokulturno razmišljanje. Odnos med učiteljem in učenci naj ne bo v hierarhiji, ampak naj dovoljuje demokratično izražanje ter pripomore k razvoju kritičnega mišljenja učencev.
Matematika, ki se oblikuje v neki kulturni skupini, je del njihovega življenja in je formulirana na podlagi njihovih običajev, vedenj in vrednotenj. Razvija se na podlagi problemske situacije iz njihovega življenja, osnovane spontano, s strani članov skupine. Ni nujno, da se ta situacija avtomatsko prenaša tudi v druge kulturne skupine, kot to lahko storimo pri šolski matematiki.

Še vedno se lahko zgodi, da učitelj problem, tudi če je osnovan na ideji učencev in je iz njihovega kulturnega sveta, vsiljuje učencem. V tem primeru je problem ravno tako izmišljen, kot se to mnogokrat zgodi pri tipični šolski matematiki. To pa nas pripelje do sklepa, da se v razredu ne moremo izogniti izmišljenim in včasih nerealnim problemom.
Vpletanje kulturnega okolja pri poučevanju matematike v šoli lahko učencem veliko pripomore k boljšemu razumevanju snovi. Vendar pa bo potrebno mnogo časa, da se situacija po šolah spremeni, saj zgolj zamenjava ene snovi z drugo ne prinese želenega uspeha. Preučiti bi morali različne situacije in s tem pripomoči, da matematika ne bi bila več mora, vsemogočna sfera znanja, ki se ljudem pogosto zdi nedosegljiva (Borba,1990).

Bratovščina Sinjega galeba pri matematiki
Hotela sem se oddaljiti od klasičnega načina poučevanja in sklenila vpeljati nekaj novosti pri poučevanju. Usmerila sem se na učence šestega razreda. Moj namen je bil, da matematiko povežem z njihovim kulturnim okoljem, da jo učencem približam in naredim čim bolj zanimivo ter jih na ta način motiviram za delo. Menila sem, da če povežem matematične naloge z zgodbo, ki jo poznajo in jim je domača, po vrhu vsega pa je še pustolovska, jih bo delo samo zanimalo. Tako sem zbrala knjige, ki jih berejo na naši osnovni šoli za domače branje, in jih prebrala. Na koncu sem se odločila, da za svoje nadaljnje delo uporabim Bratovščino Sinjega galeba, katere avtor je Tone Seliškar.
Naloge lahko uporabimo na več različnih načinov. Eden izmed njih je, da ob obnovi zgodbe naloge stojijo samostojno in se zgolj nanašajo na zgodbo. Drugi način je, da so podatki za naloge podani v zgodbi. Tretji možni način je bolj kompleksno podajanje podatkov. Učenci si jih morajo priskrbeti tudi kje drugje oziroma so bolj zapleteno postavljeni v nalogi. V nadaljevanju predstavljam drugi način podajanja nalog.

Na Galebjem otoku je bila majhna ribiška vasica, kjer so se vsi možje ukvarjali z ribolovom. Vsak je imel svojo ladjico, s katero je domov prinašal skromen zaslužek. Nekega dne pa se je na otoku pojavil mož z vzdevkom Brazilec, ki je menil, da bi s skupnimi močmi in večjo ladjo ulovili več in s tem tudi več zaslužili. Ribiči so ga z zanimanjem poslušali in se posvetovali vso dolgo zimo, na koncu pa so le zbrali denar. Trije sosedje so dali po 10000 €, očetje (Juretov, Perov in Franjev) vsak po 15000 €, Just je prispeval 20000 €, Mihaelov oče je prodal svojo barko, za katero je dobil 30000 €, in prav vse je vložil v novo jadrnico, Brazilec pa je dodal še 20000 €. Z vsem tem denarjem se je odpravil po novo ribiško ladjo. Na žalost pa je bil Brazilec kvartopirec in je zaigral njihov težko prihranjeni denar. Vsega osramočenega so pregnali z otoka, na katerem je mož pustil ženo in otroka. Žena mu je zaradi žalosti kmalu umrla, sin, ki mu je bilo ime Ivo, pa je odraščal sam. Hodil je v šolo, ki je bila v 5 km oddaljeni vasi, se igral s prijatelji, s katerimi je rad plaval do svetilnika in nazaj. Čez zimo pa ga je k sebi vzel stari Just.
Tako so minevala leta. Ivo je zrasel v postavnega mladeniča, Brazilec pa se je staral.

Nekega večera je v zaliv priplula majhna in že precej podrta barka. Na njej je bil Brazilec, ves slaboten in bolan. Komaj je prisopihal v svojo že na pol podrto bajtico, v kateri je spal Ivo. Ves prestrašen je Ivo stekel po starega Justa, ta pa je v neznancu spoznal Brazilca. Videlo se mu je, da je prišel domov samo umret. Brazilec je Ivu zapustil barčico, ki je potrebovala temeljito obnovo, ampak bila pa je le njegova. Pri obnovi so mu pomagali tudi prijatelji, in sicer Peter, Jure, Mihael, Pero, Franjo in deklica Mileva. Potrebno je bilo zakrpati jadro z luknjo pravokotne oblike, ki je merila 23 cm v dolžino in 14 cm v širino, jo prepleskati, premazati s smolo … Imeli so polno dela, le denarja jim je primanjkovalo, saj je samo barva stala 800 €, zato so se odločili poprijeti za delo v kamnolomu. V kamnolomu je za celodnevno delo vsak izmed njih dobil po 30 €. Fantje so s košarami, katerih ploščina dna je merila 12 dm^2, visoka je bila 30 cm, odnašali težko kamenje. Zaradi težkega dela so skupaj zmogli nesti 30 košar na dan. Mileva pa je v bližnji potok hodila po vodo za fante, saj je sonce močno pripekalo. Kmalu so zaslužili dovolj denarja in vrnili so se k popravilu barke. Ribiči na otoku pa niso mogli pozabiti, kako je Brazilec pred leti pognal vse njihove prihranke, zato so jezni sklenili odvzeti Ivu barko in jo prodati ter si tako zagotoviti vsaj nekaj denarja. Ko so fantje videli, da njihovega Sinjega galeba ni več v zalivu, so ostrmeli, nato pa naredili načrt, kako si ga bodo prilastili nazaj. Stražil ga je pijanec Barbo, ostali ribiči pa so bili na delu. Njega res ni bilo težko zvezati in odvzeti Galeba. Tako so še isti večer pripravili 2 soda z vodo, vsak je držal 21 l, 3 kg kruha, 5 zavitkov prepečenca ter nekaj slanine, in se odpravili na morje, da se pred starimi ribiči pobahajo s svojo barko.

Toda na morju jih je zajel vihar in nemočno so čakali na konec in si želeli, da se čim prej konča. Morje jim je tisto noč vzelo zaloge vode. Neurje jih je zaneslo na otok, kjer so trdo pristali. Otrok je bil skalnat. V upanju, da je na njem voda, sta ga Ivo in Mihael šla raziskovat. Ivo je ocenil, da otok meri približno 500 metrov v dolžino in 200 metrov v širino ter da je na otoku samo skalovje. Še naprej sta raziskovala in prišla do votline, v kateri se je slišala voda. Toda ko sta se spustila vanjo, sta naletela na skladišče zabojev, v katerih so bile puške, razstrelivo, alkoholne pijače in cigarete. Takoj sta videla, da gre za tihotapsko skladišče, saj je od morja do votline vodil skoraj neopazen prehod, skozi katerega so tihotapci vozili zaboje. Preštela sta jih. Bilo je 6 zabojev orožja, 3 alkoholnih pijač, 2 razstreliva in 5 tobaka. Fantje so sklenili, da bi natovorili nekaj blaga in ga predali oblastem in si s tem pridobili nagrado. Izdelali so načrt in se naslednji dan odpravili do votline. Ko pa so nalagali tovor, jih je presenetila motorna jadrnica, na kateri so bili tihotapci.

Fante so zajeli kot talce in jih zaprli na ladji. Tihotapci so sklenili, da morajo po robo, medtem pa bo eden izmed njih stražil fante. Toda fantje so medtem že skovali načrt, kako se bodo rešili. Ivo je udaril moža, ki je stražil, ostali pa so ga zvezali in tako zajeli ladjo. Odpluli so ter pustili tihotapce za seboj. Izkazalo se je, da je tihotapec, z imenom Ante, prav prijazen človek. Ta Ante je bil namreč tisti tihotapec, ki je pred leti ogoljufal Ivovega očeta. Sklenil je, da bo popravil krivico, ki jo je zagrešil. Zbral bo vse prihranke, ki si jih je nabral v sedmih letih in dal popraviti ladjo. S fanti se je spoprijateljil. Jadrnico so predelali v ribiško ladjo in naučil jih je upravljati z njo.

Mihael je skrbel za motor, Jure je postal ladijski kuhar, Franjo in Pero sta skrbela za čistočo na njej, Peter je spretno krmilil, Ivo pa se je učil poveljevati, kot mora to znati pravi kapitan. Ante jih je naučil vse v zvezi z ribolovom in upravljanjem ladje. Naenkrat so lahko nalovili veliko količino rib. Ribolov je izgledal natanko tako, kot si je to zamislil Ivov oče. Sedaj pa je sin izpolnil njegove sanje. Ko so bili fantje vešči vsega dela na jadrnici, so se odločili, da gredo domov, na svoj otok, saj so domače že pošteno pogrešali. Doma pa so tako ali tako menili, da so tisto viharno noč utonili in da jih ne bo več. Ko so prispeli v domačo luko, ribiči niso mogli verjeti, da je to res. Ivo pa je že pletel misli, kako bo s svojo jadrnico hodil na ribolov skupaj s svojimi prijatelji, kjer bo na krovu prostor za vse, ki bi hoteli delati. Nič več ne bo revščine, otroci bodo imeli hrano in obleko, kruha bo dovolj za vse.

1. Ivo je hodil skupaj s prijatelji tudi v šolo. Kolikšno pot je Ivo prehodil vsak teden, na poti v šolo in domov?

2. Ko so ribiči kupovali novo jadrnico, so zbrali vse svoje prihranke. Koliko denarja so zbrali?
3. Fantje so, da bi zaslužili denar, delali v kamnolomu. Približno koliko m^3 kamnov so prenesli vsak dan?
4. Jadro je bilo treba zakrpati. Platno in sukanec so kupili. Koliko centimetrov sukanca so porabili? Da zašiješ 10 cm, potrebuješ 11 cm sukanca. Upoštevaj tudi nekaj cm odpada.
5. Koliko dni so morali fantje delati v kamnolomu, da so zaslužili za barvo?
6. Na barko so vzeli tudi zalogo vode. Koliko l vode na dan je bilo v povprečju namenjeno za vsakega izmed otrok, če je bilo predvideno, da bodo pluli tri dni?
7. Sinji galeb je po viharju zaneslo na otok. Približno koliko km^2 po Ivovi oceni meri otok, če predpostavimo da je otok pravokotne oblike?
8. Na obhodu po otoku sta Ivo in Mihael prišla do votline z zaboji. Koliko bi zaslužili tihotapci, če bi zaboj orožja prodali po 3000 €, alkohol po 2000 €, razstrelivo po 4000 €, tobak pa po polovični ceni alkohola.
9. Ante je s prisluženim denarjem fantom dal ladjo preurediti v ribiško. Koliko je Ante v povprečju na leto privarčeval, če je popravilo stalo 17920 €?
10. Če bi imel možnost sodelovati pri šolskem dramskem krožku, kjer bi se učili uprizoriti Bratovščino Sinjega galeba, kateri lik bi si izbral-a?

Zaključek

Kako matematiko čim bolj približati učencem, da jim postane smiselna, je verjetno vprašanje vsakega izmed nas, ki se ukvarjamo s poučevanjem. Učenci bi mogoče na matematiko gledali popolnoma drugače, če bi bile naloge, ki jih rešujejo, iz njihovega kulturnega okolja, ne pa tako kot v naših primerih, ko jih že v nižjih razredih sprašujemo o lovcih, delavcih, študentih. Ko tak učenec pride v višji razred, kjer procedure, zakonitosti in metode pridejo še bolj v ospredje, je napaka največkrat nepopravljiva.
S prispevkom sem želela prikazati, kako bi omilili te težave s tem, da bi matematiko približali kulturnemu svetu otrok. Seveda za nekatere to ne predstavlja nikakršne težave, saj na žalost raje neprestano tarnajo, kako učenci ne znajo več razmišljati, kot pa da bi sami za to kaj naredili. Seveda pa vse krivde ne moremo prenesti na učitelja, saj je tukaj tudi nacionalni kurikulum, ki dovolj strogo načrtuje naš pouk in učitelju pusti le malo manevrskega prostora za lastne ideje.
Predstavila sem naloge za šesti razred. Z njimi sem se zgolj približala kulturnemu svetu otrok in mogoče vzbudila zanimanje za reševanje. Želela sem tudi zmanjšati razkorak med otrokovim svetom in šolsko matematiko s tem, da so naloge povezane z njim poznano zgodbo, in se znebila brezosebne matematike. Zgodba naj bi učencem vzbudila zanimanje za reševanje, saj vsebuje podatke, katere mora učenec razbrati iz naloge. Pri formuliranju nalog sem pazila, da so bile naloge smiselno oblikovane in življenjske.
Še vedno sem bila jaz kot učiteljica postavljena v vlogo iskanja problemov in ne učenci sami. Učencem sem z nalogami vzbudila željo po reševanju. Kot sem že omenila v prispevku, so bile naloge oblikovane na treh stopnjah, zato so lahko učenci reševali njihovemu znanju primerne naloge.
Učno šibkejši učenci so reševali samostojne naloge, ki so se zgolj nanašale na zgodbo. Npr. Ivo je hodil skupaj s prijatelji tudi v šolo. Vsak dan so v eno smer prehodili 5 km. Kolikšno pot je Ivo prehodil vsak teden, ko je šel v šolo in domov?
Učno boljši učenci pa so dobili še dodatne izzive, ki so jih rešili z uporabo dodatne literature. Npr. Otok, na katerem so pristali, je bil oddaljen od Galebjega otoka 4 navtične milje. Koliko km so bili oddaljeni od Galebjega otoka?

Naloge so reševali z večjo delovno vnemo. Seveda so bili tudi učenci, ki so na naloge gledali kot na ostale in so reševali po ustaljenih metodah.

Viri

1. Berk, J. in drugi (2006): Skrivnosti števil in oblik 6. Rokus, Ljubljana.
2. Bishop, A. J. (1997): Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematic seducation. Kluwer academic publishers, Dordrecht, Holland.
3. Borba, M. C. (1990): Ethnomathematics and Education. For the Learning of Mathematics. Vol. 10, No. 1, str. 39–43.
4. Devide, V. (1979): Matematika skozi kulture in epohe, Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, Ljubljana.
5. Magajna, Z. (2004): Vloga konteksta pri učenju matematike. V: 1. mednarodni znanstveni sestanek Vpliv sodobnih znanstvenih dosežkov na zgodnje učenje. Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta, Koper.
6. Seliškar, T. (1974): Bratovščina Sinjega galeba. Mladinska knjiga, Ljubljana.
7. Strnad, M., Štuklek, M. (2007): Stičišče 6. Debora, Ljubljana.
8. Žakelj, A. (2003): Kako poučevati matematiko. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
9. http://www.nottingham.ac.uk/csme/meas/plenaries/bishop.html (4. 5. 2012).
10. http://homepages.rpi.edu/~eglash/isgem.dir/texts.dir/mesquita.htm (4. 5. 2012).

VPELJEVANJE KOMPETENCE UČENJE UČENJA V POUK

Introducing Learning to Learn Competence into Lessons

Darja Delač Felda, Gimnazija Kočevje

darjadf@gmail.com

Povzetek

V prenovljenih učnih načrtih srednjega izobraževanja je opredeljenih deset splošnih kompetenc vseživljenjskega učenja. Med njimi ima prav posebno mesto kompetenca učenje učenja, ki je prepoznana kot ena temeljnih kompetenc vseživljenjskega učenja.
Na spremembe se mora odzvati tudi šola in poskrbeti, da z različnimi programi opremi dijake z znanji za razvoj ključnih procesov samostojnega učenja.
V prispevku so predstavljena večletna prizadevanja razvijanja različnih strategij za samostojno učenje matematike. Prikazani so tudi izsledki krajše raziskave vpliva pilotnega projekta razvijanja učnih strategij pri skoraj vseh predmetih v prvem letniku gimnazije.

Ključne besede: matematika, kompetenca učenje učenja.

Abstract

In the renewed curricula of the secondary education ten general lifelong learning competencies are defined. Among them the learning to learn competence has a very special position and it is known as one of the basic lifelong learning competence.
Schools also have to react to the changes and provide different programmes that enable students to be equipped with the skills to develop the key processes of the autonomous learning.
In the paper, perennial efforts to develop several strategies of the autonomous mathematics learning are introduced. Also some results, of a short research on the effect of a pilot project about the development of learning strategies at almost all teaching subjects of the grade 1 grammar school, are presented.

Key words: mathematics, learning to learn competence.

Uvod

Svet, v katerem živimo, se nenehno in hitro spreminja. Znanja, ki smo jih usvojili v času svojega šolanja, moramo nenehno nadgrajevati, pojavljajo se nove vsebine in nova vedenja, zato moramo biti v stalni pripravljenosti, da se vedno znova učimo, novosti sprejemamo in se navajamo na vse spremembe okrog nas. Strokovnjaki, ki se ukvarjajo z napredkom in razvojem znanosti ter znanjem za 21. stoletje, ocenjujejo, da je zato učenje učenja ena ključnih življenjskih spretnosti in je temelj vseživljenjskega učenja. Nekateri to spretnost imenujejo tudi veščina, kompetenca, sposobnost.
Razvijanje kompetence učenje učenja je zato spodbudilo veliko zanimanja in raziskovanja v akademsko-znanstvenih in pedagoških krogih v tujini in pri nas, manj pa se s tem področjem ukvarjajo praktiki, ki v šolah poučujejo.
Prenovljeni programi poklicnega in strokovnega izobraževanja opredeljujejo deset splošnih kompetenc, medtem ko gimnazijski program povzema osem kompetenc vseživljenjskega učenja. Tako morajo učitelji v prenovljenih programih te kompetence prepoznati v učnih ciljih ter jih v procesu poučevanja načrtovati, vzpodbujati in vključevati.
Učenje učenja, ki je prepoznana kot ena ključnih kompetenc vseživljenjskega učenja, vsebuje znanja o učenju, o učnih strategijah in o izgradnji odnosa do učenja. Tako naj bi dijakinje in dijaki spoznali uspešne in racionalne načine pridobivanja znanja, spoznali

nabor učnih strategij iskanja, zbiranja in vrednotenja informacij ter reševanja problemov, najpomembnejše pa je, da se dijakinje in dijaki naučijo prevzemati odgovornost za lastno učenje.
Na spremembe se zato mora odzvati tudi šola in poskrbeti, da z različnimi programi opremi dijake z znanji za razvoj ključnih procesov samostojnega učenja, kot so: postavljanje ciljev, uravnavanje potrebnega časa za izvedbo zastavljenih nalog, poznavanje in uporaba splošnih ter predmetno specifičnih učnih strategij, učinkovita samoevalvacija lastnega znanja in procesa učenja, iskanje pomoči in informacij, razvijanje pomembne motivacijske prepričanosti v lastne zmožnosti in ohranjanje interesa za izvedbo zastavljene učne naloge.

Uvajanje kompetence učenje učenja v pouk
Dosedanje izkušnje kažejo, da je uvajanje kompetence učenje učenja v pouk zelo težko delo. Učitelji pogrešajo več specialnega znanja o učenju učenja, ne poznajo različnih učnih strategij, težko prestopijo prag med poučevanjem in učenjem, težko se vživijo v vlogo učencev in preprosto ne vedo, kako bi se direktnega poučevanja učnih strategij sploh lotili. Sicer poznajo nekaj učnih strategij, ki so jih za lastne potrebe razvili v času lastnega šolanja, toda niso toliko prepričani vanje, da bi jih z dijakinjami in dijaki sploh delili. Poleg tega pa je še vedno zelo prisotno prepričanje, da učenje učenja ni učiteljeva naloga, ali pa, da se učenje učenja v času šolanja razvija kar samo od sebe, v času učnega procesa.

Na Gimnaziji Kočevje smo kompetenco učenje učenja začeli razvijati pred skoraj desetimi leti pri različnih predmetih v okviru šolskega internega projekta *Razvijanje učnih strategij*, ki ga je vodila šolska psihologinja Jasna Vesel. Že prvo leto izvajanja projekta smo tako pri pouku matematike razvijali strategijo pisanja zapiskov, povzetkov in izpiskov na tako imenovanih učnih karticah. Z njimi smo tako pri učenju pomagali marsikateremu posamezniku, ki ni znal določiti bistvenih informacij in si jih urediti v pregledne in kratke zapiske. V naslednjih letih smo izdelane strategije dopolnjevali in razvijali nove. Pripravili smo strategijo reševanja problemov z metodo korakov in ključnih vprašanj. Vzporedno s projektom *Razvijanje učnih strategij* pa so nastali tudi tečaji *Učenje učenja* za 1. letnike gimnazijskega programa, ki jih je v okviru obveznega dela izbirnih vsebin prav tako vodila šolska psihologinja Jasna Vesel.

Iz leta v leto smo opažali, da se v prvi letnik gimnazijskega programa vsako leto vpiše vse več dijakinj in dijakov, ki se preprosto ne znajo učiti in niso kos količini snovi, ki jo je treba predelati ter se jo tudi ustrezno naučiti. Da bi lahko z razvojem kompetence učenje učenja začeli že v prvem letniku, smo za celo generacijo pripravili pilotni projekt *Spodbujanje kompetence učenje učenja* kot kroskurikularni cilj (2009/2010), v katerega smo vključili učitelje devetih različnih predmetov prvega letnika gimnazije in se posvetili razvoju in poučevanju bralnih strategij.

Zakaj smo izbrali bralne učne strategije?
Učne strategije v srednji šoli so praviloma bralne strategije (Pečjak, Gradišar, 2002), saj je učenje skoraj pri vseh predmetih praviloma učenje z razumevanjem in verbalno učenje, ki zahteva:

- dobro bralno spretnost, samostojno učenje iz izpiskov, zapiskov in učbenikov,
- kombiniranje različnih pisnih virov: učbenikov, delovnih zvezkov, vaj, drugih virov,
- poznavanje in spretno uporabo različnih učnih strategij za učenje iz tekstnih gradiv in predmetno specifičnih strategij.

Kot izhodiščno bralno učno strategijo smo privzeli PV3P, ki je sicer ena najbolj znanih učnih strategij (Pečjak, Gradišar, 2002) in so nekateri učitelji imeli s poučevanjem te strategije že konkretne izkušnje. Preostali učitelji so imeli možnost, da znotraj te strategije poiščejo še kakšno drugo varianto, predvsem takšno, ki bi najbolje ustrezala predmetu, ki ga poučujejo, in učbeniku, ki ga pri predmetu uporabljajo. Da pa bi poleg splošnih vtisov in odgovorov na evalvacijske vprašalnike dobili tudi rezultate raziskovalne metode, smo za raziskovalna vprašanja pripravili tudi ustrezne vprašalnike.

Akcijsko raziskovanje

Pilotni projekt smo raziskovalno zasnovali. V projekt smo vključili dijake prvega letnika gimnazijskega programa. V eksperimentalno skupino (ES) je bilo vključenih 32 dijakinj in dijakov, v kontrolno skupino (KS) pa 30 dijakinj in dijakov.

Postavili smo naslednjo raziskovalno hipotezo:

Eksperimentalna skupina bo pogosteje uporabljala izbrane splošne ali predmetno specifične učne strategije za samostojno učenje iz učbenikov in strokovnih gradiv pri različnih predmetih.

Za ugotavljanje veljavnosti hipoteze smo uporabili vprašalnik *Uporaba bralnih učnih strategij (Vesel, 2009).* V članku predstavljamo analizo rezultatov obdelave tega vprašalnika. Zbrane podatke smo obdelali s programom za statistične obdelave SPSS 16.0.

Raziskava je potekala šest mesecev. Vprašalnik *Uporaba bralnih učnih strategij*, s katerim smo posneli začetno in končno stanje, smo za namen raziskave izdelali sodelujoči v projektu.

Zanesljivost vprašalnika smo ugotavljali z izračunom Cronbachovega koeficienta á, ki je v našem primeru znašal 0,868. Ker je bila njegova vrednost večja kot 0,8, smo zaključili, da je lestvica dovolj zanesljiva.

Obdelava vprašalnika pred začetkom in na koncu projekta je pokazala, da se eksperimentalna in kontrolna skupina statistično glede razlik v pogostosti uporabe izbranih splošnih ali predmetno specifičnih učnih strategij nista pomembno razlikovali.

Obe skupini sta se pred začetkom projekta glede uporabe bralnih učnih strategij zelo visoko ocenili (več kot 60 % točk), kontrolna skupina celo za 3,7 % točk več kot eksperimentalna.

Zanimivo pa je, da se je ob drugem merjenju pogostost uporabe učnih strategij pri obeh skupinah zmanjšala: pri eksperimentalni skupini za 5,9 % točk, pri kontrolni skupini pa celo za 12,6 % točk.

Na rezultate upada pri obeh skupinah so lahko vplivala naslednja dejstva:

ob prihodu v srednjo šolo so dijaki polni samozaupanja o tem, kako obvladajo učenje in bralne učne strategije, ob koncu leta pa ugotovijo, da teh strategij v resnici ne obvladajo,

vprašalnik lahko meri načine učenja, ki jih dijakinje in dijaki v resnici sploh ne uporabljajo in se jim predstavljene strategije ne zdijo uporabne,

drugo merjenje je bilo izvedeno prepozno, tik pred koncem pouka.

Kljub vsemu pa je očitno, da je upad pogostosti uporabe v eksperimentalni skupini neprimerno manjši, kar je lahko posledica izvajanja projekta.

Za ugotavljanje razlik v pogostosti uporabe izbranih bralnih učnih strategij med dijakinjami in dijaki eksperimentalne in kontrolne skupine na začetku in koncu eksperimenta smo uporabili tudi *t*-preizkus.

Ta preizkus je pokazal, da v eksperimentalni skupini med prvim in drugim merjenjem ni statistično pomembnih razlik, medtem ko so v kontrolni skupini pomembne statistične razlike.

Zaključek

Z raziskavo smo nedvomno potrdili vpliv poučevanja bralnih učnih strategij, ki smo si jih zastavili v projektu, na uporabo le-teh pri samostojnem učenju iz učbenikov. Eksperimentalna skupina je pogosteje uporabljala izbrane splošne ali predmetno specifične učne strategije za samostojno učenje iz učbenikov in strokovnih gradiv pri različnih predmetih.

S tem smo dokazali, da so dijakinje in dijaki, katerim so bile bralne učne strategije predstavljene pri pouku in uporabljene v praksi, o učenju učenja razmišljali pozitivno in skupaj z učitelji posameznih predmetov razmišljali o lastnem učenju. Evalvacije mnenj dijakov kažejo širok nabor idej in vprašanj o samostojnem učenju, o katerih so razpravljali z učitelji. Prikazane učne strategije so doživljali večinoma kot koristne in uporabne za učenje v srednji šoli. Poleg osnovne bralne učne strategije PV3P so se seznanili še z veliko različnimi ostalimi specifičnimi učnimi strategijami.

Med potekom projekta so učitelji velikokrat zaznali, da se učno uspešnejše dijakinje in dijaki zavedajo nekaterih prvin samostojnega učenja in že uporabljajo nekatere strategije. Lahko sklepamo, da so strategije odkrili ob samostojnem učenju v času šolanja v osnovni šoli. Hkrati pa je bilo tudi opaziti, da je veliko dijakinj in dijakov šele ob tem projektu začelo resno razmišljati o lastnem učenju.

Poudariti je potrebno, da se morajo učitelji za poučevanje učnih strategij dodatno usposobiti. V času izvajanja projekta smo v sicer ozkem krogu učiteljev ugotovili, da se problema kompetenc učenje učenja niso zavedali, ker niti v času priprave na poklic niti v času opravljanja poklica tega problema niso zaznali, niti niso bili z njim seznanjeni. Zelo pomembno pa je tudi to, da začnejo učitelji razumeti izvore učnih težav, se začnejo zanimati zanje in doumejo, da gre ob nastalih učnih težavah lahko tudi za neizoblikovano kompetenco učenje učenja ob vstopu v srednjo šolo.

Viri

1. Ažman T. (2009): Učenje učenja – kako učiti in se naučiti spretnosti vseživljenjskega učenja. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
2. Gaber, S. [et al] (2006): Zakaj Finci letijo dlje? Pedagoška fakulteta, Ljubljana.
3. Kožuh, B., Vogrinc, J. (2011): Obdelava podatkov. Znanstvena založba Filozofske fakultete, Ljubljana.
4. Pečjak, S., Gradišar, A. (2002): Bralne učne strategije. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
5. Peklaj, C. (2000): Samoregulativni mehanizmi pri učenju, Sodobna pedagogika, Vol. 51, No. 3, str. 136-149.

MATEMATIKA IN EKONOMIJA Z ROKO V ROKI

Mathematics and Economics Hand in Hand

Karmen Virc, Mojca Plut, Ekonomska šola Novo mesto

karmen.virc@gmail.com, mojca.plut@guest.arnes.si

Povzetek

Timsko poučevanje je eden izmed načinov dela, ki ga v slovenskih šolah spodbujamo zadnjih nekaj let. S prenovo gimnazije je tudi v naši šoli ta način dela zaživel. Uporabljamo predvsem model poučevanja, kjer sta oba učitelja istočasno v razredu. Dijaki so tak način dela dobro sprejeli, pa tudi učni rezultati so se izboljšali. V primerih najinega sodelovanja je ekonomija nosilni predmet, matematika pa podporni.

Ključne besede: cenovna elastičnost povpraševanja, dohodek, koeficient cenovne elastičnosti povpraševanja, timsko poučevanje.

Abstract

Team teaching is a way of teaching that has been encouraged in Slovenian schools in the last few years. It has come to life with the renewal of the Gimnazija programme at our school. We mostly use the model of teaching where both teachers are at the same time in the classroom. Students have accepted well this way of teaching and learning results have improved. In the presented case of team teaching the base subject is economics while mathematics is the supporting subject.

Key words: the coefficient of price elasticity in demand and income, price elasticity – of demand, team teaching.

Uvod

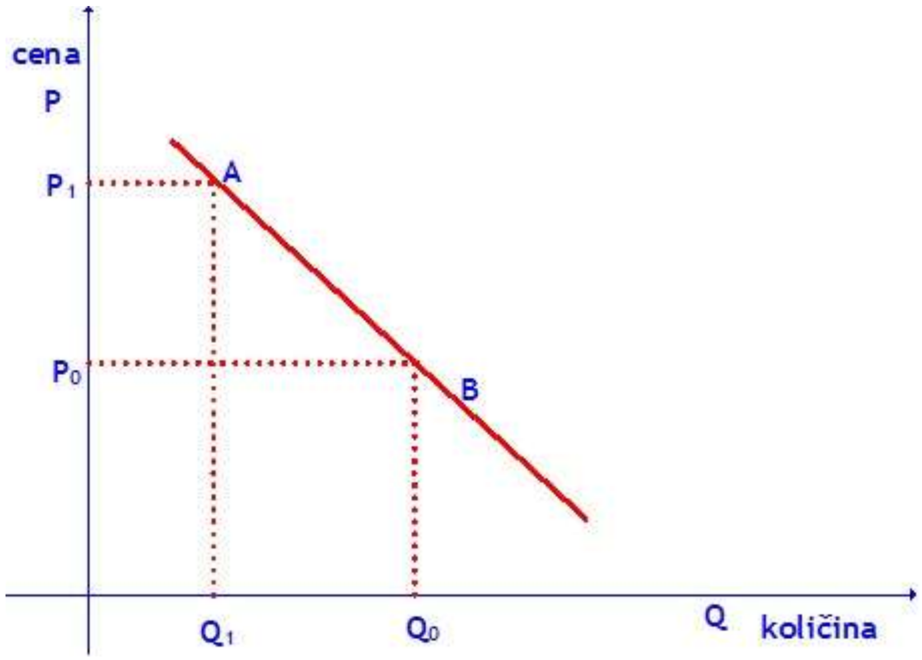
Ker imava ekonomistka in matematičarka podobna stališča in prepričanja o poučevanju, že več let sodelujeva. Prenova gimnazije pa naju je spodbudila, da to počneva še bolj načrtno. Ekonomija je na naši šoli obvezen izbirni maturitetni predmet. Za dijake, ki se izobražujejo v tem programu, v vsakem letniku timsko obravnavava eno učno temo. V drugem letniku se tako lotiva teme Cenovna elastičnost povpraševanja. Glavni motiv za najino sodelovanje je dejstvo, da tudi pri ekonomiji večkrat uporabljamo matematiko. Da bi pri obeh predmetih uporabljali iste termine in iste postopke, če gre za iste vsebine, se nama je zdelo timsko poučevanje zelo smiselno. Ekonomistka tako pokriva ožjo strokovno vsebino, matematičarka pa izpeljave, izračune in interpretacijo izračunov. V primerih najinega sodelovanja tako matematika nudi podporo stroki – ekonomiji.

Načrtovanje timskega poučevanja

Da delo v razredu dobro steče, je zelo pomembno načrtovanje. To nama vzame precej časa. V procesu načrtovanja si vedno odgovoriva na vprašanja: Katere cilje želiva, da bi dosegli najini dijaki? Kako bova vedeli, ali so prišli na cilj oz. do kam so na poti do cilja prišli? Kako bomo tja skupaj prispeli? Že odgovori na ta vprašanja narekujejo pot in dejavnosti, ki jih izvajava v razredu. Največkrat za obravnavanje določene vsebine načrtujeva strnjeno dve šolski uri. To nama omogoča, da s pravim tempom in z vsemi potrebnimi koraki obdelava vsebino.

Obravnava cenovne elastičnosti povpraševanja
Da matematičarka upraviči svojo prisotnost pri uri ekonomije, na začetku z dijaki ponovi temeljne pojme odstotnega računa. V razgovoru in ob enostavnih primerih se pogovorimo o tem, kaj je procent, kaj koeficient, kako koeficient interpretiramo in kako zvišamo oziroma znižamo neko vrednost. Spomnimo se tudi oznake za spremembo in izračuna povprečne vrednosti. Ekonomistka z dijaki vodi razgovor o obravnavani snovi v predhodnih urah (povpraševanje) in napove, da se bomo ukvarjali z merilom, ki nam pove, v kakšni meri se spreminja obseg povpraševanja zaradi spremembe cene. Definira tudi to merilo **koeficient cenovne elastičnosti povpraševanja** kot količnik med odstotno spremembo obsega povpraševanja in odstotno spremembo cene dobrine: $\eta = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%}$.

Po definiciji koeficienta cenovne elastičnosti povpraševanja se matematik z dijaki loti izračuna koeficienta elastičnosti povpraševanja na intervalu med začetno in končno točko. Pri tem izhajamo iz krivulje povpraševanja (kaže, kako sta med sabo odvisni količina - Q in cena - P), ki jo dijaki poznajo že od prej. Količina je odvisna spremenljivka (od cene), a jo ekonomisti postavijo na abscisno os. Ker to dijakom ne predstavljala nobenih težav, se s tem ne ukvarjava veliko.



Slika 1: Krivulja povpraševanja

P_0 - začetna cena, Q_0 - začetna količina, P_1 - končna cena, Q_1 - končna količina
Dijakom pojasniva, da ekonomisti izračunajo odstotno spremembo obsega povpraševanja in spremembe cene glede na povprečno ceno P_p (oz. količino Q_p) s sredine intervala med točkama A in B.
Matematik sledi definiciji cenovne elastičnosti in izpelje obrazca za izračun cenovne elastičnosti med točkama A in B. Pri tem dijake spodbuja, da pokažejo svoje znanje v računanju z dvojnimi ulomki. Na ta način pridemo do dveh obrazcev.

$\eta = \dfrac{Q_1 - Q_0}{P_1 - P_0} \cdot \dfrac{P_1 + P_0}{Q_1 + Q_0}$	$\eta = \dfrac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \dfrac{P_p}{Q_p}$

Obrazci so suhoparna zadeva, zato dijakom takoj postreževa s praktičnim primerom, ki ga vzameva kar iz učbenika za ekonomijo:

Proučujemo trg bencina. Ob ceni 1,045 € za liter super bencina so vozniki pokupili v tednu dni 4100 ton bencina. V ceni bencina je 40 centov trošarine, ki se med drugim porabi za gradnjo avtocest. Država je za financiranje gradnje avtocest, kjer ji kronično primanjkuje denarja, zvišala ceno bencina na 1,155 € za liter in vseh dodatnih 11 centov pri litru namenila v sklad za avtoceste. Vozniki so zmanjšali nakup na 3900 ton bencina.

a. Izračunaj točno vrednost koeficienta cenovne elastičnosti povpraševanja po bencinu.
b. Kaj nam koeficient cenovne elastičnosti pove? Razloži!

Reševanja naloge se lotimo sistematično. Najprej uredimo podatke:

začetna cena P_0	
končna cena P_1	
sprememba cene $\Delta P = P_1 - P_0$	
povprečna cena $P_p = \dfrac{P_0 + P_1}{2}$	
začetni obseg povpraševanja Q_0	
končni obseg povpraševanja Q_1	
sprememba obsega povpraševanja $\Delta Q = Q_1 - Q_0$	
povprečni obseg povpraševanja $Q_p = \dfrac{Q_0 + Q_1}{2}$	

Nato po izpeljanem obrazcu izračunamo koeficient cenovne elastičnosti:

$$\eta = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P_p}{Q_p}$$

$$\eta = \text{-0,5}$$

Pogovorimo se o predznaku koeficienta, kar dijakom ne dela težav. Veliko energije pa porabiva, da odgovorimo na vprašanje, kaj nam koeficient cenovne elastičnosti pove. Tega smo matematiki vajeni, saj je interpretacija rezultata za dijake trd oreh.
Sledi bolj dinamičen del. Dijakom razdeliva naloge, ki jih rešujejo v dvojicah. Naloge so raznovrstne, opremljene pa so s štirimi vrstami znakov. Računanje jim ne dela težav, dijaki se držijo zgleda, ki ga rešimo skupaj.

Primer naloge:
Turistična agencija Oscar Travelers organizira izlete v eksotične dele sveta. V lanskem letu so organizirali po ceni 3000 evrov izlet v Peru in treking v deželo Majev in Inkov. Za njihovo ponudbo se je odločilo 240 turistov. V letošnjem letu so se povečali stroški letalskega prevoza in agencija je morala podražiti svojo ponudbo na 3400 evrov. V celem letu se jim je obseg povpraševanja zmanjšal za 40 turistov v to deželo.
Izračunaj koeficient cenovne elastičnosti povpraševanja! Ali je rezultat smiselen? Zakaj?

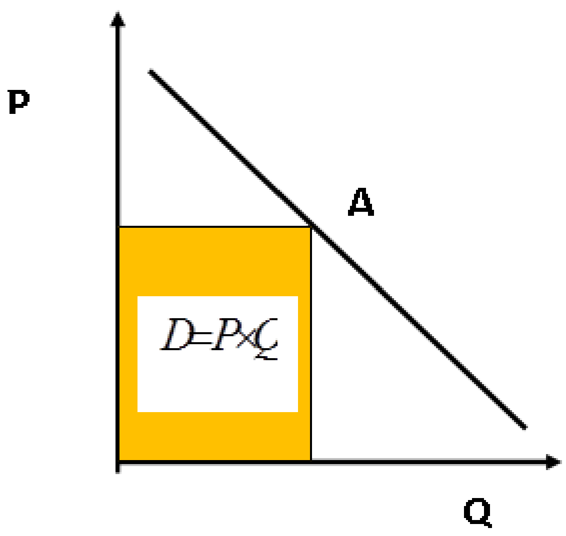
Medtem ko dijaki rešujejo naloge, na steno v učilnici nalepiva znake, s katerimi so označeni tudi lističi z nalogami. Dijaki po končanem reševanju pridejo k svojemu znaku in primerjajo rezultate.

Ekonomistka nato z dijaki vodi debato o izračunani vrednosti koeficienta in vrsti dobrine, pri kateri se je to zgodilo. Dijaki hitro ugotovijo, da se potrošniki na spremembe cene pri vseh dobrinah ne odzivamo enako in je tako koeficient cenovne elastičnosti zelo različen. Glede na velikost koeficienta cenovne elastičnosti v debati ugotovijo, da obstaja več vrst povpraševanja, od togega do absolutno elastičnega. Odzive kupcev na spremembe cene ekonomistka še s krivuljami povpraševanja in z dijaki ugotovi, da je krivulja povpraševanja pri neelastičnem povpraševanju strma in pri elastičnem bolj položna, koeficient cenovne elastičnosti pa pri neelastičnem povpraševanju blizu 0, pri elastičnem pa manjši od -1.

Pika na i
Za zaključek pred dijake postaviva še izziv:

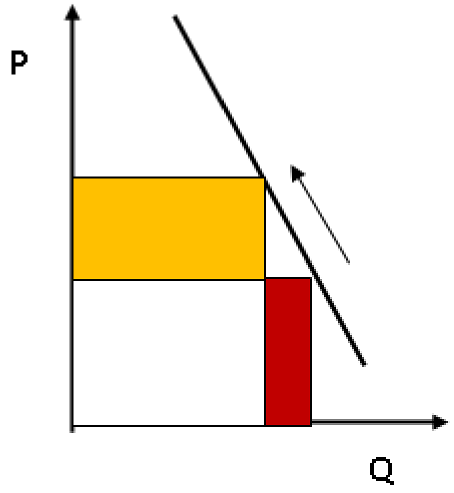
Kako je dohodek proizvajalcev odvisen od cenovne elastičnosti povpraševanja? Kaj se dogaja z dohodkom pri neelastičnem in kaj pri elastičnem povpraševanju, če proizvajalec ceno zviša oz. zniža?

Dejstvo, da se dohodek izračuna kot produkt med ceno enote (P) in količino prodanih enot(Q), je dijakom dobro znano ($D = P \times Q$). Pogledamo geometrijsko razlago tega dejstva. Dijaki hitro povedo, da je dohodek številsko enak ploščini pravokotnika, omejenega z absciso in ordinato točke na krivulji povpraševanja.

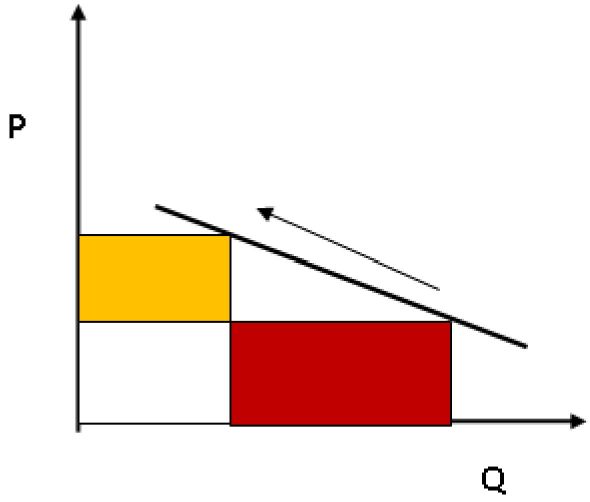


Slika 2: Geometrijski prikaz dohodka

Za tem se ukvarjamo z vprašanjem, kaj se dogaja z dohodkom pri neelastičnem in kaj pri elastičnem povpraševanju, če proizvajalec ceno zviša. Izhajamo seveda iz krivulj povpraševanja in dejstva, da lahko dohodek ocenimo tudi geometrijsko. Dijaki na diagramih označijo izgubljeni in dodatni del dohodka zaradi zvišanja cene. Zaključek je ponavadi za dijake na dlani: pri neelastičnem povpraševanju dvig cene povzroči povečanje dohodka, pri elastičnem pa izgubo dela dohodka. Dijaki samostojno razmislijo še, kako je s spremembo dohodka zaradi znižanja cene pri neelastičnem in kako pri elastičnem povpraševanju.



Slika 3: Sprememba dohodka ob dvigu cene pri neelastičnem povpraševanju



Slika 4: Sprememba dohodka od dvigu cene pri elastičnem povpraševanju

Zaključek

Da lahko sodelujeva matematičarka in ekonomistka, mora seveda najprej matematičarka usvojiti potrebna ekonomska znanja, kar je bil izziv. Pri vseh dosedanjih izvedbah sva bili obe zelo zadovoljni. Kar pa je najbolj pomembno, dijaki so tak način poučevanja dobro sprejeli in povedali, da na tak način lažje usvojijo predvidene standarde znanja. Med samimi izvedbami sva se zelo dobro počutili, ker sva se dobro dopolnjevali, ure so bile dinamične. Zato, da se dijaki lahko čim bolj vključujejo v debate, vedno pripraviva gradivo za dijake v obliki učnih listov. Na svoji koži sva preverili, da drži, kar pravi Svetlana Makarovič: »Dva nista dvakrat po en sam«.

Viri

1. Glas, M. (2003): Ekonomija 2. Temelji mikroekonomije. ZRSŠ.
2. Fortič, H. (2004): Temelji ekonomije, učbenik. DZS.
3. Fortič, H. (2004): Temelji ekonomije, delovni zvezek. DZS.

UČITELJ STROKOVNO TEORETIČNIH PREDMETOV HKRATI UČITELJ MATEMATIKE

Teacher of Professional Theoretical Subjects at the same Time Mathematics Teacher too

Andrej Oberwalder Zupanc, Srednja šola Domžale, Poklicna in strokovna šola

andrej.oberwalder@guest.arnes.si

Povzetek

Prispevek opisuje pogled na poučevanje matematike v srednjem poklicnem izobraževanju, kot ga vidi učitelj strokovno teoretičnih predmetov, ki poučuje matematiko. Prispevek predstavi prednosti in slabosti, če matematiko v srednjem poklicnem izobraževanju poučuje strokovnjak s poklicnega področja. Predstavi primer povezovanja znanj, ki ga lahko izvaja učitelj strokovno teoretičnih predmetov, ki je hkrati učitelj matematike.

Ključne besede: poučevanje matematike, srednje poklicno izobraževanje, povezovanje znanj.

Abstract

The article describes the view of teaching mathematics in vocational secondary education through the eyes of a teacher of professional theoretical subjects, who as well teaches mathematics. It describes the advantages and disadvantages if this subject is taught by an expert from the occupational field in vocational secondary education. The article presents an example of using knowledge from both fields (mathematics and professional theoretical subjects) when the teacher is qualified to teach both subjects involved.

Key words: teaching mathematics, vocational secondary education, knowledge connection.

Uvod

Matematika v srednjem poklicnem izobraževanju je tema, ki so jo obravnavali različni strokovnjaki v zadnjih desetih letih. Začetek intenzivnega dela na tem področju sega v leto 2001. Takrat se je na Zavodu za šolstvu oblikovala skupina, ki je obravnavala pouk matematike v srednjih poklicnih šolah. Kasneje je bilo napisanih veliko strokovnih člankov v reviji Matematika v šoli ter v reviji Vzgoja in izobraževanje. Bilo je precej razprav na posvetih Zavoda za šolstvo in Centra za poklicno izobraževanje ter na študijskih skupinah predmetnega področja. Skupna ugotovitev je bila, da je matematika v poklicnem šolstvu doživela veliko sprememb zaradi spremenjenih zahtev v poklicih, lažje dostopne tehnologije, ki je uporabo matematike zakrila, in ne nazadnje zaradi spremenjene strukture vpisa dijakov v srednje poklicno izobraževanje. Zaradi te ugotovitve se je pripravil spremenjen katalog znanj, ki je v večji meri upošteval nastale spremembe.

Cilj vseh teh dejavnosti je bil pomagati dijakom srednjega poklicnega izobraževanja pri doseganju večje matematične kompetentnosti v poklicu. Vsi so se trudili na nek način združiti matematiko in primere iz poklicne prakse. Učitelji matematike so se za dosego tega cilja morali povezovati z učitelji strokovno teoretičnih predmetov.

Ob tem se mi je zastavilo vprašanje, ali ni učinkoviteje, da to delo opravi ena oseba.

Matematika v srednjih poklicnih šolah

Srednje poklicno izobraževanje se je znašlo s spremembo strukture vpisa osnovnošolcev v težavnem položaju glede učiteljev strokovno teoretičnih predmetov. Z zmanjševanjem števila vpisanih učencev in posledično manjšim številom oddelkov se je zmanjšala tudi potreba po učiteljih strokovno teoretičnih predmetov. Nekatere šole so ob tem uvedle nove programe: gimnazijske programe in programe srednjega strokovnega izobraževanja. Učitelji matematike so v teh novih programih dobili potrebno število ur pedagoške delovne obveznosti. Ure matematike v srednjem poklicnem izobraževanju pa so lahko prevzeli tudi učitelji strokovno teoretičnih predmetov. V pravilniku o izobrazbi učiteljev in drugih strokovnih delavcev v poklicnem in strokovnem izobraževanju je v 4. členu, 3.odstavku določeno: »*Učitelj matematike v izobraževalnih programih srednjega poklicnega izobraževanja je lahko tudi, kdor ima izobrazbo, pridobljeno po študijskih programih za pridobitev izobrazbe druge stopnje oziroma raven izobrazbe, pridobljene po študijskih programih, ki v skladu z zakonom ustreza izobrazbi druge stopnje, izpolnjuje pogoje o izobrazbi za strokovnoteoretični predmet oziroma drugo programsko enoto v izobraževalnem programu, v katerem poučuje, ima znanja za učitelja matematike, ki so določena v posebnem delu izobraževalnega programa, in je imel v študijskem programu najmanj 150 ur matematike.*«
Torej pravilnik določa, da lahko matematiko v programu strojništva poučuje univerzitetni diplomirani inženir strojništva, v programu gradbeništva lahko poučuje matematiko univerzitetni diplomirani inženir gradbeništva in tako naprej.

Vprašanje, ki se zastavlja ob tej točki pravilnika, pa je: kako učitelj strokovno teoretičnih predmetov funkcionira v vlogi učitelja matematike in kaj to pomeni za dijake?

Ob branju in analiziranju dosedanjih strokovnih člankov sem ugotovil, da so jih pisali predvsem matematiki. Njihova ugotovitev je dokaj enotna: za poučevanje matematike v srednjem poklicnem šolstvu je primeren samo učitelj matematike s pogoji iz prvega odstavka pravilnika o izobrazbi učiteljev in drugih strokovnih delavcev v poklicnem in strokovnem izobraževanju. Učitelji strokovno teoretičnih predmetov naj rajši poučujejo strokovne predmete na svojem področju. Hkrati pa večina avtorjev prikaže rešitve za izboljšanje pouka matematike v tesnem sodelovanju učitelja matematike in učitelja strokovno teoretičnih predmetov. Ob tem navajajo primere uspešnega sodelovanja in prikažejo konkretne primere obravnavane snovi ter naloge, ki so pospremljene s primeri iz poklicne prakse dijakov (Sambolić Beganović, 2008). Ob takih primerih sem ugotovil, da sta za uspešno izvedbo takih prilagoditev pouka potrebna najmanj dva zelo kompatibilna učitelja. Logičen sklep je, da se takšni primeri dobre prakse ne morejo pripraviti in izvajati tam, kjer en učitelj ni pripravljen sodelovati. Izkušnje iz pedagoške prakse nam povedo, da je zaradi najrazličnejših razlogov lahko zelo pogosto tako. V tem primeru na žalost še tako velika pripravljenost na izboljšave pouka enega učitelja ne pomaga dosti.

Če predpostavimo morebitne težave pri sodelovalnem delu več učiteljev, se nam ponuja preprosta rešitev: najbolj učinkovita pot za uresničevanje zastavljenih smernic iz kataloga znanja bi bila nedvomno, da združimo prej omenjena učitelja ali učitelje v eno osebo.

Možnosti sta dve: ali matematik ali strokovnjak na poklicnem področju, za katerega se izobražujejo dijaki na srednjem poklicnem izobraževanju.

Ad 1: učitelj matematike

Vsekakor je učitelj matematike s pridobljeno matematično izobrazbo bolj usposobljen za poučevanje matematike. Vendar pa ima težave pri povezovanju matematike s primeri iz poklicne smeri. Če želi izvajati pouk matematike, kot ga priporoča katalog znanj, se mora nujno povezovati z učitelji strokovno teoretičnih predmetov. Navedeno je že bilo, kakšne so težave pri tem. Poleg tega se vsa poklicna področja zaradi novih tehnologij izdelave, novih materialov, novih postopkov montaže in tako naprej zelo hitro spreminjajo. Lahko rečem, da so nekateri primeri dobre prakse izpred desetih let danes že zastareli. Spremljanje vseh teh novosti in uvajanje k pouku matematike je za matematika zelo težko, lahko rečem kar nemogoče.

Dijaki težko načenjajo vprašanja glede povezovanja matematike in poklicne prakse, saj le te učitelj matematik ne pozna.

Ad 2: učitelj strokovno teoretičnih predmetov s pogoji iz pravilnika

Učitelj z ustrezno strokovno univerzitetno izobrazbo ima nedvomno med študijem manj ur matematike. Posledično je za poučevanje matematike manj usposobljen. Vendar menim, da je odveč bojazen, da bi matematika pri takem učitelju zapadla v »vajeniški pristop poučevanja matematike« kot to imenujejo nekateri avtorji (Magajna, 2006). Pri svojem delu lahko prav vsa poglavja obdela s sistematičnim matematičnim pristopom in potrebnimi abstrakcijami. Po drugi strani pa ima neposreden vpogled v poklicno dogajanje, saj je to del njegove strokovne usposobljenosti. Na večini šol tak učitelj poleg matematike uči še en del strokovnih predmetov s svojega področja. Tam lahko neposredno vidi, kje imajo dijaki težave pri implementaciji matematike v primere iz stroke. Potrebne poudarke lahko takoj prenese k uram matematike. Poleg tega mu je nedvomno lažje poiskati ustrezne primere iz prakse in jih uvesti k pouku matematike. Lahko rečem, da je za neuporabo poučevanja matematike v skladu s priporočili iz kataloga znanj odgovoren samo sam. Veliko vlogo ima v takem primeru aktiv matematikov na šoli, ki lahko nudi vso potrebno matematično podporo kolegu pri njegovem delu.

Za učitelja je takšna deljena delovna obveznost sicer dodatna obremenitev, saj mora spremljati študijske skupine, pedagoške novosti, strokovno literaturo … na dveh različnih področjih. Obstaja nevarnost, da tak učitelj eno področje zanemari, saj mu je spremljanje enega področja dovolj velika obremenitev.

Za dijake pa je ta možnost prijaznejša, saj imajo večjo možnost za povezovanje znanj iz strokovnih predmetov in matematike. Učitelj jim lahko takoj navaja primere iz poklicne prakse, ker jih dobro pozna.

Primer povezovanja znanj

Iz svoje dosedanje prakse poučevanja matematike in strokovnih predmetov v programih strojništva bom predstavil primer za povezovanje specifičnega strokovnega znanja na področju strojništva in matematike, ki ga uporabljam pri obravnavanju obsega in ploščine kroga.

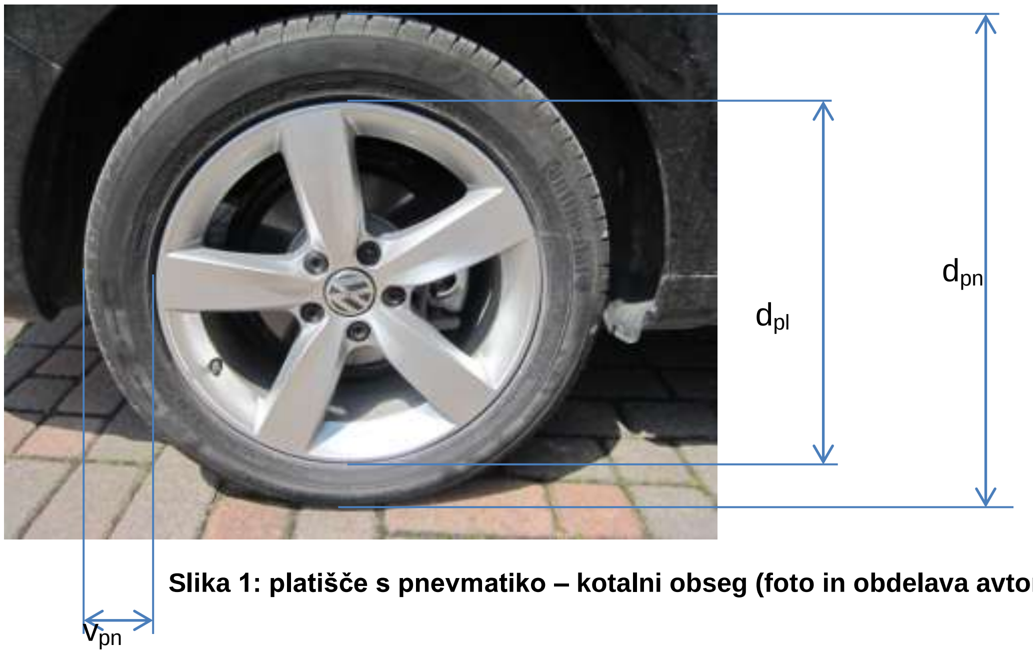
Matematika ima za izračun obsega kroga že dolgo znano rešitev: $o = 2\pi r$. Njeno uporabo prikažem pri avtoserviserjih na njim znanem primeru označevanja dimenzij pnevmatik, npr.: 225/50R17 (Fischer, 2011). Slika 1 nam prikaže primer, ki ga obravnavamo.

Želimo izračunati zunanji premer in kotalni obseg pnevmatike. Ob tem specifičnem strokovnem primeru najprej ponovijo, kar že znajo:

225 mm je širina pnevmatike,

50 je razmerje višine pnevmatike in njene širine, izraženo v odstotkih,

R17 je dimenzija platišča, izražena v colah oziroma inčih.



Slika 1: platišče s pnevmatiko – kotalni obseg (foto in obdelava avtor, 2011)

Pri uporabi primera imam pripravljeno zgornjo fotografijo. Kasneje pa narišemo še skico kroga s potrebnimi merami. Dijaki na ta način lažje povežejo realen predmet z matematičnim pojmom kroga.

Najprej izračunamo dimenzijo platišča v mm: d_{pl} = 17 * 25,4 mm = 431,8 mm. Ob tem izračunu se dijaki še spomnijo, kje vse se uporabljajo cole oziroma inči, ki sicer ni dovoljena enota po mednarodnem merskem sistemu.

Sledi izračun višine pnevmatike v mm: v_{pn} = 431,8 mm* 50 % = 112,50 mm. Ob tem računu se dijaki spomnijo na uporabo procentov (1. letnik).

Zunanji premer pnevmatike: $d_{pn} = d_{pl} + 2^* v_{pn}$ = 656,80 mm

Polmer pnevmatike: $r_{pn} = d_{pn}/2$ = 328,4 mm

Sedaj sledi kotalni obseg: $o = 2\pi r_{pn}$ = 2062,35 mm

Dijaki zadnji izračun dojamejo kot logično nadaljevanje prej opravljenega dela. Ni jim vsiljen, ampak takoj razumejo njegovo uporabnost pri njihovi poklicni usmeritvi.

V nadaljevanju preizkusimo še, kako vpliva pomanjšanje platišča in zvišanje pnevmatike na kotalni obseg. Proizvajalec ima za isto vozilo homologirano tudi dimenzijo 215/60R16.

Ko ponovimo preračun, dobimo kotalni obseg 2086,22 mm.

Vključimo še malo fizike in povežemo kotalni obseg, vrtljaje kolesa in opravljeno pot vozila: izračunajmo, kakšno pot naredi vozilo, če se kolo zavrti 50.000 krat:

- večje platišče, nižja pnevmatika: 2,06235 m * 50.000 = 103.117 m oziroma 103,117 km.

- manjše platišče, višja pnevmatika: 2,086622 m * 50.000 = 104.331 m oziroma 104,331 km.

Ob teh dveh rezultatih spet ponovimo uporabo procentnega računa: izračunaj, za koliko procentov je večja opravljena pot z manjšim platiščem/višjo gumo (1,18 %).

Za konec sledi še domača naloga:

- Poglej oznako pnevmatik pri vašem domačem vozilu in izračunaj kotalni obseg.

- Na spletnih straneh poišči manjše platišče z višjo pnevmatiko, ki je primerna za vaše vozilo. S tem jih hkrati vzpodbudim za uporabo IKT v povezavi z matematiko.

- Izračunaj kotalni obseg in izračunaj razliko v odstotkih.

Lahko rečem, da je to ena izmed domačih nalog, ki jo naredijo praktično vsi dijaki.

Na istem primeru pnevmatike uporabimo še ploščino kroga oziroma kolobarja: izračunati želimo, koliko cm^2 gume, ki se vidi sstrani, moramo premazati s tekočino za pnevmatike. Slika 2 nam prikazuje, kaj želimo izračunati.

Slika 2: Platišče s pnevmatiko – ploščina kolobarja (foto in obdelava avtor, 2011)

Tudi pri tem primeru uporabljam zgornjo sliko, tako da lahko na realnem predmetu uporabimo znano rešitev za ploščino kroga: $S_z = \pi * r_{pn}^2$

In na koncu ploščina kolobarja: $S_{pn} = S_z – S_n$

Postopek ponovimo za višjo gumo. Na koncu izračunamo, koliko odstotkov več moramo namazati višjo gumo glede na nižjo.

S tem primerom sem želel pokazati, da je dijakom za motivacijo za matematiko potrebno pokazati njeno uporabnost pri primerih in predmetih, ki jih poznajo iz njihove poklicne prakse.

Zaključek

Če želimo upoštevati priporočila, ki jih vsebuje Katalog znanja za matematiko za izvajanje pouka matematike v srednjem poklicnem izobraževanju, ugotovimo, da jih učitelj matematike z matematično izobrazbo ne more izvajati sam. Nujno se mora povezovati z učitelji strokovno teoretičnih predmetov in tudi z učitelji praktičnega pouka. Če zaradi kateregakoli vzroka tak sodelovalni tim ne funkcionira ali se sploh ne vzpostavi, se matematika zelo težko povezuje s poklicnim področjem. Navedeni primer nam pokaže, da brez ustreznega strokovnega znanja iz smeri poklica ne moremo pripraviti primerov, ki bi jih uporabljali pri matematiki.

Ena od možnih rešitev je torej, da matematiko poučuje učitelj, ki je strokovnjak na poklicnem področju in seveda izpolnjuje kadrovske pogoje iz pravilnika. Pokaže se tudi, da prav vsak poklic potrebuje svoje primere povezovanja matematike in poklicne prakse. To nam pokaže navedeni primer, ki je zelo uporaben pri avtoserviserjih, ne pa tudi pri drugih poklicih.

Pomembna je tudi uporaba fotografij predmetov, ki se potem abstrahirajo v matematične pojme. Če je učilnica opremljena s projektorjem, to ne predstavlja posebne težave.

Viri

1. Magajna, Z. (2006): Razvoj pouka matematike v poklicnih in srednjih strokovnih šolah. Matematika v šoli, Vol. 12, No. 3-4, str. 144-164.
2. Marčić, N. (2006): Povezovanje matematičnih in drugih znanj pri pouku matematike v poklicnih šolah. Matematika v šoli, Vol. 12, No. 3-4, str. 186-206.
3. Sambolić Beganović, A (2008): Matematika ni k'r neki. Vzgoja in izobraževanje, Vol. XXXIX, No. 1, str. 59-67.
4. Fischer, R. (2011): Motorno vozilo. Tehniška založba Slovenije, Ljubljana.
5. Katalog znanja za matematiko v programih srednjega poklicnega izobraževanja. Določil Strokovni svet RS za splošno izobraževanje na 99. seji 15. 2. 2007 http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2010/programi/SPI/KZ-IK/SPI_KZ_MAT_213.pdf (20. 5. 2012).
6. Pravilnik o izobrazbi učiteljev in drugih strokovnih delavcev v poklicnem in strokovnem izobraževanju. Uradni list RS, št. 48/2011 z dne 24. 6. 2011.

UČENICI ISTRAŽUJU POVIJEST MATEMATIKE

Students Research the History of Mathematics

Željka Zorić, Prirodoslovno matematički fakultet, Sveučilište u Splitu

zzoric@pmfst.hr

Sažetak

Razvijanje interesa za matematiku jedno je od važnih načela nastave matematike. Matematika slovi kao težak predmet jer od učenika zahtijeva kontinuirani rad u koji je potrebno uložiti dosta vremena, truda i napora. Ako učenici pokazuju interes za predmet, onda mnoge teškoće nestaju i učenje postaje jednostavnije i uspješnije. Jedan su od načina buđenja interesa u nastavi matematike, koji se rijetko koristi, historicizmi. Historicizam je proučavanje određenog pitanja pretežno s povijesne strane i isticanje i naglašavanje povijesnih činjenica među svim ostalim.

Učenici obično nemaju ni najosnovniju predodžbu o razvoju matematike, o njezinoj staroj i bogatoj povijesti. Smatraju da je matematika uvijek bila takva kakva je sad. U njezinoj povijesti ima mnogo interesantnih tema koje bi učenici mogli istraživati. Ovdje ćemo navesti nekoliko ideja kako proučavanjem povijesti matematike pobuditi interes i motivirati učenike za njezino učenje.

Ključne riječi: načelo interesa, historicizmi, povijest matematike, motivacija.

Abstract

Developing interest in mathematics is one of important principles in teaching mathematics. Mathematics has a reputation of a difficult school subject, since it requires students' continuous work and investment in terms of time and effort. If students show interest in this subject, many difficulties vanish and learning becomes simpler and more successful. One of the ways to awaken students' interest at the mathematics lessons, which is rarely used, is historicism. Historicism is studying of a certain issue mainly from the historic point of view and emphasising of historic facts among all other facts.

Students usually lack the most basic notion of the development of mathematics, of its ancient roots and rich history. They think, that mathematics has always been, as it is now. There are many interesting topics from the history of mathematics which students could research. Using history of mathematics we wish to awaken students’ interest and motivate them to study mathematics. In this paper we are going to elaborate several ideas how to awaken the students' interest in learning mathematics by studying its history.

Key words: interest principle, historicism, mathematics history, motivation.

Uvod

Osnovni cilj nastave matematike ne smije biti samo puko usvajanje gradiva propisanog planom i programom ili stjecanje znanja koja se temelje samo na nizu pravila, formula i umijeća rješavanja jednostavnih ili standardnih zadataka. Danas se pred nastavu matematike kao prioritetni problem postavlja: problem razvoja stvaralačkog mišljenja i stvaralačkih sposobnosti učenika. Kao prvu mogućnost za rješavanje ovog problema, suvremena metodika nastave matematike nalazi u načelima nastave. Načela su temeljne ideje i smjernice na osnovu kojih se priprema i izvodi nastava. Sva su načela jednako važna jer izražavaju bitna polazišta nastave matematike i zato ih trebamo podjednako uvažavati i primjenjivati u nastavi. Ona su usko povezana pa nije rijedak slučaj da se ostvarivanjem jednog načela ostvaruje i neko drugo. Osnovna značajka svakog načela sadržana je u njegovom nazivu i ona je nastavnicima matematike uglavnom jasna. To su načela primjerenosti, zornosti, **interesa,** sistematičnosti i postupnosti, problemnosti i druga. Što se događa kad se povrijedi neko načelo nastave matematike? Tada je zbog uske povezanosti svih načela sigurno povrijeđeno i neko drugo načelo. Već povreda jednog načela čini nastavu matematike neprimjerenom, a posljedice mogu biti teške, od otežanog poučavanja i prenošenja znanja učenicima do njihovog nerazumijevanja obrađivanih matematičkih sadržaja. (Kurnik, 2002)

Razvijanje interesa za matematiku jedno je od važnih načela nastave matematike. Matematika se ubraja u teže nastavne predmete, iako matematičari i ne misle tako. Smatraju je teškom jer od učenika zahtijeva kontinuirani rad u koji je potrebno uložiti dosta vremena, truda i napora. Učenici nisu uvijek spremni tako raditi pa im svladavanje matematičkih sadržaja zadaje dosta teškoća. Međutim, ako učenici pokazuju interes prema predmetu, ako matematiku uče sa zadovoljstvom, tada mnoge teškoće nestaju pa nastava matematike i proces učenja postaju uspješniji, vrijeme učenja brže prolazi, a matematički sadržaji lakše se usvajaju.

Nastavnik mora pronaći načine buđenja i njegovanja interesa za učenje matematike. Pri tome će se pojaviti mnoštvo problema: opsežan nastavni program i mali broj sati za njegovu realizaciju, problemi prijelaza iz osnovne u srednju školu, oslanjanje na rad najboljih učenika u razredu dok su ostali pasivni i šutljivi, nezainteresiranost učenika za rad i učenje i napetost pri provjeravanju znanja.

Uvođenjem novih oblika rada u nastavu matematike možemo promijeniti predrasude o matematici kao o teškom predmetu koji nije za svakoga. Izbor takvih novih oblika rada velik je, a zajedničko im je to da nema prisile, kažnjavanja, ocjenjivanja, a radna atmosfera drugačija je od uobičajene. Neki od novih oblika rada su: matematička križaljka, zabavna matematika, izrada modela geometrijskih tijela, izrada panoa, projekti, matematičke igre, kvizovi, matematika na računalu i dr.

U bogatoj povijesti matematike možemo pronaći još jedan od načina buđenja interesa kod učenika. To su priče o velikim matematičkim otkrićima, o povijesnom razvoju matematičkih ideja, o velikim matematičarima, anegdote i crtice iz njihovih života, izreke o matematici i matematičarima te matematičke zanimljivosti.

Buđenje interesa pomoću povijesti matematike

Dok sam radila kao srednjoškolski nastavnik često sam učenicima dijelila zadatke koji su uključivali istraživanje i proučavanje povijesti matematike ili života nekog velikog matematičara kojeg smo spomenuli na nastavi. Tek sada kada radim na fakultetu i predajem povijest matematike, vidim da u povijesti matematike ima toliko zanimljivih tema, problema, zadataka, ali i osebujnih matematičara o kojima nisam znala ništa. Otkad sam saznala da ću predavati taj kolegij, mučilo me jedno pitanje: Kako sažeti preko 5000 godina razvoja matematike i matematičke misli u samo 30 sati koliko ih taj kolegij ima na raspolaganju? A kad sam počela proučavati literaturu i materiju koju trebam predavati, pojavilo se još jedno pitanje: Što će moji studenti znati i moći napraviti s gradivom ovog kolegija u budućem poslu? Kolegij Povijest matematike u Splitu slušaju studenti nastavničkih profila pa sam se odlučila za kompromisno rješenje: prijeći cijelu povijest matematike s naglaskom na školsko gradivo. Pripremajući se za nastavu, shvatila sam da je povijest matematike divno sredstvo za motiviranje učenika. Učenici obično nemaju ni najosnovniju predodžbu o razvoju matematike, o njezinoj staroj i bogatoj povijesti. Smatraju da je matematika uvijek bila takva kakva je sad.

Osim koristi za učenike, uporaba povijesti u nastavi pogoduje i nastavnicima. Oni time dobivaju mnoštvo zanimljivih i zabavnih primjera kojima će oživiti nastavu. Problemi kojima su se nekada bavili matematičari mogu približiti i razjasniti neki dio gradiva. Činjenica da je za razvoj neke znanstvene discipline bilo potrebno mnoštvo ideja, od kojih su neke dobre, a neke ne, pomaže učenicima i nastavnicima da se nose s promašajima i pogreškama. Ako se ne boje pogriješiti, učenike ćemo na ovaj način navesti da postavljaju pitanja, da razmišljaju o svom znanju i traže još. U svakom slučaju, proučavanje povijesti matematike pomaže u razvoju ideja i boljem razumijevanju materije.

Životopisi velikih matematičara – seminarski rad
Često sam znala učenicima dati za zadatak da istraže život i djelo nekog matematičara koji je imao značajne doprinose u znanosti, ali i u školskoj matematici. U udžbenicima mogu se pronaći kratki zapisi o matematičarima, no sasvim je drugačiji osjećaj i odnos učenika prema matematičarima koje su samostalno istražili i otkrili da su bili ljudi od krvi i mesa, sa svim svojim vrlinama i manama te vrlo specifičnim načinom razmišljanja.

Učenici bi napisali seminarski rad o zadanom matematičaru, izradili bi plakat koji bi nam uljepšavao učionicu i prezentirali svoj rad kolegama u razredu. Na kraju svake školske godine prisjetili bismo se svih matematičara koje smo proučavali i birali smo matematičara koji je na njih ostavio najjači dojam kao čovjek i kao znanstavenik. Ovo su neki od matematičara s kojima smo se bavili: *Tales, Pitagora, Euklid, Arhimed, Viete, Descartes, Napier, Briggs, Cavalieri, de Fermat, Pascal, Newton, Leibniz, Euler, Gauss, Dirichlet, Horner, Diofant.* Postoji cijeli niz matematičara čiji je doprinos školskoj matematici manji i koji se u njoj rijetko spominju, ali radi potpunosti navest ćemo i njih: *Heron, Cardano, Tartaglia, Lobačevski, Getaldić, Hamilton, Apolonije, Papus, Bošković, Goldbach, Jacob Bernoulli, Dedekind, Cantor, Weierstrass, de Moivre, Venn, de Morgan,d'Alambert, Bayes, Fibonacci, Cauchy.*

Projektni zadatak
Osim pisanja seminarskih radova učenicima bih zadala projektni zadatak u kojem su trebali istražiti povijest neke ideje ili životopis poznate ličnosti, a uz to i riješiti zadani problem ili zadatak. Ovo su neki od projektnih zadataka koje sam provela sa svojim učenicima*: M. C. Escher i podjela ravnine*, *Talesov poučak u mom gradu, Zlatni rez, Kako su računale stare civilizacije?* i dr. Ovakvim načinom rada pokazala sam učenicima da je matematika živa i da ima primjenu u stvarnom životu. Učenicima je ovakav način rada bio zanimljiv i poticajan, razvijali su komunikacijske i socijalne vještine, a u pozadini svega nalazila se matematika koja ih je povezala i izvan škole.

Povijesni projekt
Da sam danas u školi, pokušala bih izboriti se za projekt koji bi trajao cijelu školsku godinu u sklopu kojeg bi se proučavala povijest velikih matematičkih otkrića, kako je izgledala matematika ili tko su bili matematičari u nekom povijesnom razdoblju ili državi. Ovakav bi se projekt mogao proširiti i na druge predmete čime bismo ostvarili korelaciju među predmetima i usustavili znanja. Završetak projekta bio bi *Projektni dan* u kojem bi učenici, koji su u njemu sudjelovali, prezentirali kolegama, nastavnicima, roditeljima i svima koje to zanima što su napravili, što su naučili i otkrili o zadanoj temi. Djeca su vrlo kreativna što

kod ovakvog oblika rada može rezultirati nevjerojatnim plakatima, radovima, predavanjima, predstavama i drugim načinima realizacije. Mašta nema granica. Kod projekta djeci treba prepustiti vodstvo i dati im da donose odluke o sadržaju, podjeli rada te načinima prezentacije. Nastavnik je ovdje u ulozi podrške i kontrole kvalitete i korektnosti napravljenog.

Anegdote i mudre izreke
Sve ovo bili su prijedlozi u kojima su zainteresirani učenici istraživali matematičke sadržaje u svoje slobodno vrijeme i izvan škole. Možemo li povijest matematike uklopiti u redovnu nastavu? Možemo koristeći se mudrim izrekama i anegdotama o matematici i matematičarima. Citirane u pravom trenutku, one će pozitivno utjecati na razvoj pravilnog stava učenika prema vrijednosti i važnosti matematike. (Kurnik, 2002: 57) Evo nekoliko takvih misli:

„Bilo je mnogo više mašte u Arhimedovoj glavi negoli u Homerovoj.“ (Voltaire)

„Zanemarivanje matematike šteti svakom znanju.“ (Bacon)

„Napretkom i usavršavanjem matematike uvjetovano je blagostanje države.“ (Napoleon)

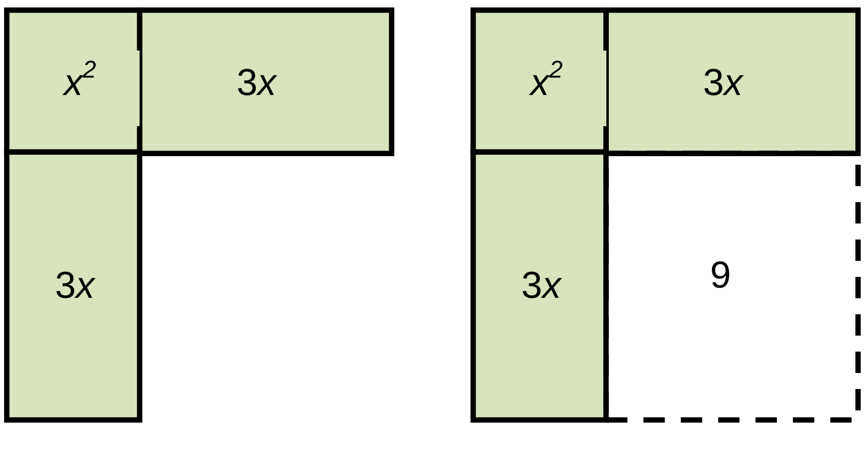
Povijesni zadaci kao motivacijski primjeri
Stari matematički problemi i zadaci te postupci rješavanja u kojima pratimo originalan proces razmišljanja od osnovne ideje do dokaza može unaprijediti nastavu i način poučavanja, a učenicima prenijeti osjećaj neprekidnosti i kontinuiteta matematike.

Pr. 1: Rješavanje kvadratne jednadžbe nadopunjavanjem do potpunog kvadrata

Prvi veliki arapski matematičar Al – Khwarizmi (Abu Abdullah Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi, cca 780.-850.) bavio se algebrom, geometrijom i astronomijom. U svom glavnom djelu *„Hisab al-jabr w'al muqabalah“*, što u prijevodu znači *„Kratka knjiga o popunjavanju i redukciji“*, bavi se rješavanjem kvardatnih jednadžbi. Ovo je jedan primjer takvog rješavanja.

Riješimo jednadžbu: $x^2 + 6x = 16$.

$$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 16 + 9$$
$$(x+3)^2 = 25$$
$$x + 3 = 5$$
$$x = 2$$



Slika 1: Nadopuna do kvadrata

Interesantno je to da se i danas koristimo ovom idejom kod izvoda formule za rješavanje kvadratne jednadžbe pa ovo može biti zgodan motivacijski primjer za tu nastavnu temu. U današnje vrijeme, mi bismo ovu jednadžbu riješili na sličan način, ali dobili bismo dva rješenja. Kako to da su u to vrijeme imali samo jedno rješenje? Povijesno gledano, do tog vremena negativni brojevi nisu bili priznati i kada bi se god pojavio negativan broj, matematičari onog doba učinili bi sve da se taj negativni broj pretvori u pozitivan. Starogrčka matematika poznavala je algebarske metode rješavanja linearnih i kvadratnih jednadžbi, samo ih je izražavala u geometrijskom obliku (geometrijska algebra). Zbog te geometrijske interpretacije algebarskih postupaka i rješenja, koristili su se samo pozitivni brojevi. Današnje rješenje izgledalo bi ovako (Figurativni brojevi – dokazi bez riječi):

$$x^2 + 6x = 16$$

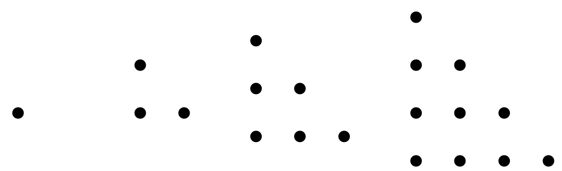
$$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 16 + 9$$

$$(x+3)^2 = 25$$

$$x + 3 = 5 \qquad x + 3 = -5$$

$$x_1 = 2 \qquad x_2 = -8$$

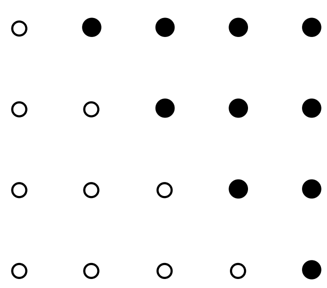
Pitagora i pitagorejci vjerovali su da brojevi vladaju svemirom pa je jasno da su se u svom djelovanju bavili različitim klasama brojeva. Jedna takva klasa su firurativni brojevi, u koje spadaju trokutasti i kvadratni brojevi. Trokutasti brojevi su brojevi koje geometrijski možemo prikazati točkama u obliku jednakostraničnih trokuta (sl. 2) , pri čemu je broj točaka jednak tom broju. To su na primjer brojevi 1, 3, 6, 10, ...



1 3 6 10

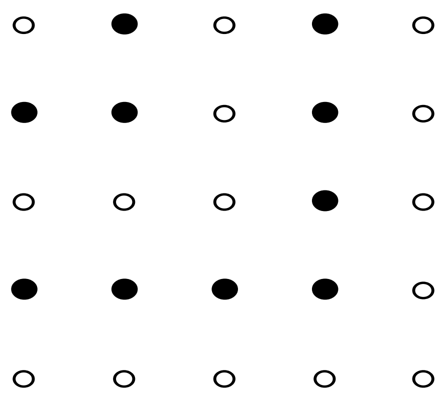
Slika 2: Trokutasti brojevi

Za trokutaste brojeve vrijedi formula[9] $T_n = 1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$, a dokaz se lako vidi iz geometrijskog prikaza.



[9] Zbroj prvih *n* prirodnih brojeva vežemo uz anegdotu o školskim danima velikog K. F. Gaussa, pa zbog toga postupak rješavanja (dokaza) zovemo Gaussova dosjetka.

Kvadratni brojevi su brojevi koje geometrijski možemo prikazati točkama u obliku kvadrata, pri čemu je broj točaka jednak tom broju. To su npr. brojevi 1, 4, 9, 16, 25, ... Iz geometrijskog se prikaza (sl. 3) lako može uočiti da za kvadratne brojeve vrijedi sljedeća formula $K_n = 1 + 3 + ... + (2n-1) = n^2$.



Slika 3: Kvadratni brojevi

Kao što se vidi, figurativni brojevi predstavljaju konačne sume prirodnih brojeva što je kao tema jako zgodno u dodatnoj nastavi matematike za osnovnu školu, a u srednjoj školi konačne sume rade se u sklopu Principa matematičke indukcije.

Zaključak

Korištenje povijesti matematike u nastavi ne znači da će učenici preko noći poboljšati svoj uspjeh iz matematike, ali može pomoći da učenje matematike postane smisleno i zanimljivo iskustvo, a samo učenje jednostavnije i lakše. Možda neće postati bolji matematičari, ali obogatit ćemo im opću kulturu, pokazati da je matematika živa, primjenjiva i prisutna u svakodnevnom životu. U povijesti matematike mnoštvo je tema i osebujnih matematičara koji bi mogli pridonijeti njenoj popularizaciji. Potrebno je samo malo dobre volje i mašte.

Literatura

1. Bruckler, F.M. (2007. i 2010): Povijest matematike 1 i 2. Sveučilište J. J. Strossmayara u Osijeku.
2. Bruckler, F.M.: Using history for popularization od mathematics.
3. Burton (2007): The history of mathematics: An introduction. 6th edition, McGraw-Hill.
4. Gleizer, G. I. (2003): Povijest matematike za školu. Školske novine i HMD, Zagreb..
5. Katz, V. (2000): Using history to teach mathematics: An international perspective. The Mathematical Association of America.
6. Kurnik, Z. (2002): Historicizam. Matematika i škola 17, 52-58.
7. Kurnik, Z. (2002): Načelo znanstvenosti. Matematika i škola 13, 102-106.
8. Kurnik, Z. (2002): Načelo problemnosti. Matematika i škola 14, 148-152.
9. Kurnik, Z. (2003): Grupni rad. Matematika i škola 22, 52-57.
10. Pelle, B. (2004):Tako poučavamo matematiku. Školske novine i HMD, Zagreb.

MINI PREISKAVA V PODALJŠANEM BIVANJU

Mini Investigation of Extended Stay at School

Irena Kutoš, OŠ Tišina

irena.kutos@gmail.com

Povzetek

Kot članica tima medpredmetne razvojne skupine za naravoslovje in matematiko si prizadevam, da bi bil pouk na razredni stopnji čim bolj problemsko usmerjen.

V šolskem letu 2011/2012 sem bila učiteljica podaljšanega bivanja. Delo v podaljšanem bivanju se precej razlikuje od dela pri pouku. Kljub temu nam nudi veliko priložnosti za raziskovanje, reševanje življenjskih problemov in medpredmetno povezovanje. Zato sem z učenci 2. razreda izvedla mini preiskavo, ki se je nanašala na upoštevanje pravil kulturnega vedenja pri kosilu. Zastavili smo si naslednje problemsko vprašanje: Kako uspešni smo pri upoštevanju pravil kulturnega vedenja pri kosilu?

Preiskavo smo zaključili po 14 urah. Učenci so bili pri pouku zelo aktivni in motivirani za delo. Problemsko vprašanje, ki smo si ga zastavili, smo s pomočjo mini preiskave uspešno rešili.

Ključne besede: preiskava, črtični prikaz/zapis, stolpični prikaz, figurni prikaz, slikovni prikaz.

Abstract

As a member of multidisciplinary team for the development of science and mathematics, I strive to incorporate problem-oriented lessons at elementary level.

In school year 2011/2012 I was a teacher of a group of students at extended staying. Working in an extended stay group is quite different from a work in the classroom. Nevertheless, it gives us great opportunities to explore, to solve life problems and for cross-curricular integration.

For that reason I have made a mini research with the pupils in the second class related to the question how pupils consider the rules of behaviour at lunch. We set the following question: How good are we with regard to the rules of behaviour at lunch?

The research was completed in 14 hours. Pupils were very active and motivated for work.

The problem question was successfully solved with the help of our mini-research.

Key words: investigation, tally marks, bar chart, pictograms.

Uvod

Primer opisuje izvedbo mini preiskave v podaljšanem bivanju, v katero sem želela vključiti problemski pouk in medpredmetno povezovanje. Poleg tega pa sem želela, da učenci znanje o obdelavi podatkov uporabijo v konkretni življenjski situaciji. Učenci so imeli priložnost utrditi in nadgraditi svoje znanje, ki so ga pridobili pri pouku v okviru različnih predmetov.

Cilji mini preiskave

Matematika

Učenci:

- Načrtujejo mini preiskavo in zbirajo podatke.
- Podatke beležijo s črtičnim prikazom in berejo črtični prikaz.
- Podatke uredijo v preglednici in berejo preglednico.

- Podatke pregledno predstavijo s figurnim prikazom, prikazom s stolpci in slikovnim prikazom.
- Problem analizirajo in ga sistematično rešijo.

Slovenščina
Učenci:
- Berejo v nadaljevanjih.
- Pripovedujejo o vsebini besedila, izražajo svoje mnenje o besedilu.

Spoznavanje okolja
Učenci:
- Naštejejo pravila kulturnega obnašanja doma in v šoli.
- Razumejo pomen pravil.

Likovna vzgoja
Učenci:
- Rišejo po spominu in domišljiji ter se izražajo z risbo.

Opis izvedbe mini preiskave
Izhodišče – predstavitev problemske situacije, zaznava problema, razčlenitev problema
Z učenci smo obiskali šolsko knjižnico in poiskali knjige o bontonu, nato pa so tudi doma poiskali knjige z omenjeno vsebino in jih prinesli v šolo.
Veliko časa smo namenili branju knjig (brali smo v nadaljevanjih) in pogovoru o vsebini. Učenci so pripovedovali in razpravljali o vsebini, kritično razmišljali o pravilih, se do njih opredeljevali ter pojasnjevali in utemeljevali svoja mnenja.

Problemsko vprašanje
Skupaj z učenci smo oblikovali naslednje problemsko vprašanje:
Na kakšen način bi lahko raziskali, kako uspešno upoštevamo pravila kulturnega vedenja pri kosilu?

Razčlenitev problema
Z učenci smo ponovili znanje o bontonu. Posebno pozornost smo namenili pravilom kulturnega vedenja pri kosilu in izbrali 5 pravil, na katera so bili učenci pri preiskavi bolj pozorni. Izdelali so tudi plakat, na katerega so zapisali vseh 5 izbranih pravil in jih podkrepili z ilustracijo.

Izbrana pravila
- Pred kosilom si umijem roke.
- Kuharici se zahvalim za hrano.
- Pred kosilom si zaželimo dober tek.
- Med kosilom mirno sedim in ne govorim s polnimi usti.
- Po jedi pospravim in pobrišem mizico.

Vpeljava
Učence sem spodbudila, da so razmislili in predlagali, na kakšen način bi lahko ugotovili, kako uspešni so pri upoštevanju pravil kulturnega vedenja med kosilom.
Po razpravi smo skupaj oblikovali načrt dela (Slika 1).

Slika 1: Načrt za reševanje problema

Oblikovanje hipotez

Sledilo je oblikovanje hipotez.

Dogovorili smo se, da bomo naše hipoteze označili z zvezdico (Slika 2).

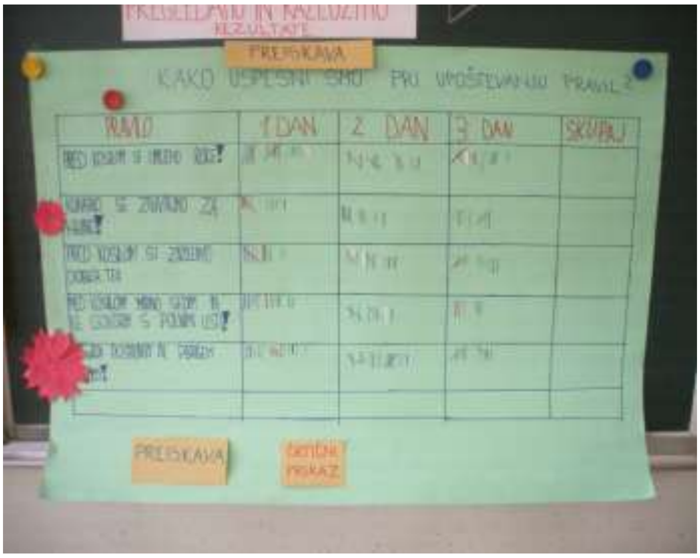
Velika zvezdica – pravilo, ki ga bomo najbolj upoštevali.

Majhna zvezdica – pravilo, ki ga bomo najmanj upoštevali.

Vprašanje za učence je bilo naslednje: kaj menite, katero od izbranih pravil bomo najbolj upoštevali in katero najmanj?

Hipoteze učencev so bile naslednje:

- Najbolj se bomo držali 5. pravila – Po kosilu pospravim in pobrišem mizico.
  Pojasnilo učencev: Zato, ker nas učiteljica na to vedno opozori. Od mizic gremo šele takrat, ko so pospravljene.
- Najmanj se bomo držali 2. pravila – Kuharici se zahvalimo za hrano.
  Pojasnilo učencev: Na to pravilo nismo navajeni, zato bomo nanj večkrat pozabili.



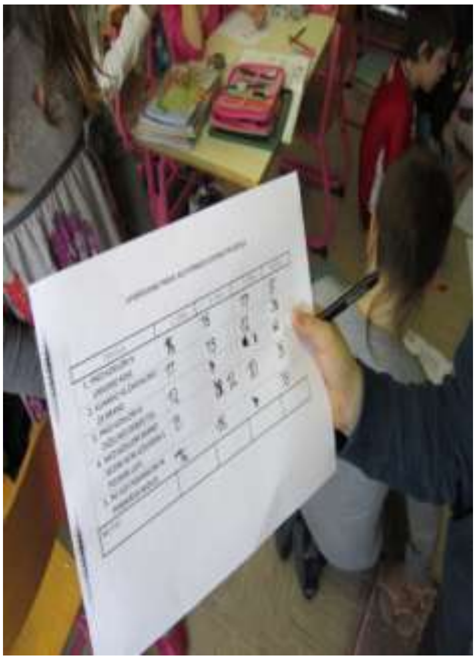
Slika 2: Izpolnjena preglednica (pravila, hipoteze, črtični prikaz)

Zbiranje in beleženje podatkov

Natančno smo se dogovorili, kako bomo zbirali in beležili podatke. Dobro smo se seznanili s črtičnim prikazom. Učence sem opozorila na 5. črtico, ki mora biti narisana čez 4 črtice. Vsak učenec je narisal črtico zase, če se je dosledno držal zapisanega pravila. Opazovanje in beleženje je trajalo 3 dni.

Urejanje podatkov v preglednici in branje preglednice

Vsak učenec je dobil svojo preglednico. Na podlagi črtičnega prikaza, ki je nastajal 3 dni (Slika 3), so učenci podatke bolj pregledno uredili v svoje preglednice (Slika 4).
Po končanem samostojnem delu smo zapise pregledali in nato podatke vpisali v večjo preglednico, ki smo jo pripeli na tablo (Slika 5). Veliko časa smo namenili branju te preglednice.

Sliki 3 in 4: Urejanje podatkov v lastno preglednico

Slika 5: Skupna preglednica

Predstavitev podatkov s konkretnim materialom in s slikovnim prikazom
Učence sem razdelila v skupine. Vsaka skupina je dobila konkretni material (link kocke, lego kocke, perlice), s pomočjo katerega so nazorno predstavili dobljene podatke (Slike 6, 7, 8). Podatke pa so prikazali tudi s pomočjo slikovnega prikaza, z barvanjem pravokotnikov na učnem listu (Slika 9).



Slike 6, 7 in 8: Prikaz podatkov s konkretnim materialom.

Slika 9: Slikovni prikaz podatkov

Rešitev problemskega vprašanja, vrednotenje rezultatov, evalvacija dela
Na koncu smo pregledali naše rezultate in odgovorili na problemsko vprašanje.

- Najbolj smo se držali 1. pravila: pred kosilom si umijemo roke.
- Najmanj smo se držali 4. pravila: med kosilom mirno sedim in ne govorim s polnimi usti.

Učenci so ugotovili, da bodo morali biti še bolj pozorni na bonton med kosilom.
Posebno pozornost bomo namenili 4. pravilu.

Sledila je še evalvacija dela.
Najbolj zanimiv jim je bil črtični prikaz. Ugotavljali so, da so se 1. in 2. dan večkrat zmotili pri beleženju, 3. dan pa jim je že šlo delo dobro od rok. Največ težav so imeli pri nizanju perlic, ki so jim večkrat spolzele z vrvice. Ugotavljali so tudi, da morajo biti bolj pozorni pri štetju, saj so se večkrat zmotili.

Zaključek
Cilji, ki smo si jih zastavili, so bili uspešno realizirani. Delo v podaljšanem bivanju je bilo zanimivo in pestro, učenci pa so svoje znanje uporabili v novi situaciji – pri reševanju življenjskega problema.
V okviru mini preiskave smo se tudi medpredmetno povezovali. Vsebina in cilji so se povezovali s projektom »Otroci berejo otrokom«, ki smo ga to leto izvajali v podaljšanem bivanju. Sama vsebina se je navezovala tudi na projekt »Kulturna šola«.

Viri

1. Cotič, M. (1999): Obdelava podatkov pri pouku matematike 1 – 5, Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. Zavod republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
2. Petrović, J. (2004): Brez dlake na jeziku. Bonton. Družina Krumpak, k. d.
3. Mate, M. (1984): Hopla, oprostite. Mladinska knjiga.
4. Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika (2011). Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana,. Dosegljivo na spletnem naslovu: http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf, (citirano 2. 7. 2012).

UPORABA ODPADNE EMBALAŽE PRI MATEMATIKI

Using old Packaging Material at Mathematics Lessons

Petra Peterka, OŠ Jurija Vege Moravče

petra.peterka@guest.arnes.si

Povzetek

Pri pouku matematike se že vrsto let uporabljajo žični in magnetni modeli. V vsakdanjem življenju nas obdajajo predmeti različnih geometrijskih oblik, zato lahko izhajamo iz izkušenj s temi predmeti tudi pri matematiki. Predvidevala sem, da uporaba modelov iz vsakdanjega življenja učence spodbudi k učinkovitejšemu učenju ter pripomore k boljšemu pomnjenju. Pri učni uri sem uporabila odpadno embalažo različnih oblik. Učenci so si te modele ogledali, jih premerili, uporabili predhodno znanje ter izračunali zahtevane količine. To so nadgradili s sestavljanjem različnih teles in oblikovanjem svojih nalog odprtega, polodprtega in zaprtega tipa. S pomočjo tipa in vida so model občutili ter pri učenju prepletali prepoznavanje, razumevanje in uporabo. Preko odpadne embalaže so utrdili, izboljšali in razširili znanje o geometrijskih telesih.

Ključne besede: modeli geometrijskih teles, merjenje, medpredmetno povezovanje, odpadna embalaža.

Abstract

Different wire and magnetic models have been used at mathematics lessons for several years now. Objects of different geometrical shapes surround us in our everyday life, so our experience connected to these objects can be used at mathematics lessons too. The hypothesis, which I formed, was that objects in the pupils' everyday lives encourage them to learn and memorise more effectively. I introduced different types of old packaging material at one of the maths lessons. The pupils first had to examine and measure the models and then use their already existing knowledge to calculate the required quantities. They continued with producing different shapes of models and creating mathematical tasks of open, semi-open and closed type. With the use of the two senses touch and sight, they could physically feel the model and combined recognition, understanding and general use in their learning process. With the help of old packaging material, they improved and broadened their knowledge of geometrical models.

Key words: models of geometric solids, measuring, cross-curricular approach, old packaging material.

Uvod

Iskala sem pot, ki bi pripeljala do miselne aktivnosti učencev. Želela sem uvesti nekaj novosti v učno uro. Upala sem, da bom pritegnila učence, jih spodbudila k samostojnemu aktivnemu delu. Možgani so po naravi nagnjeni k novostim, ki jim namenjajo več pozornosti (Ginnis, 2004: 22). Hkrati naj bi učenci dobili potrditev, da zmorejo. Ob konkretnih modelih geometrijskih teles bi uporabili teoretično znanje ter ga povezali še z drugimi vrstami znanj. Kot pravi pregovor *Kar naredim, si zapomnim.* Takšno znanje je trdnejše in kvalitetnejše. Ponotranjeno razumevanje je tisto učenje, ki nas mora zanimati. Cilj ure je bil ločevati površino geometrijskih teles od prostornine ter izračunati ti dve količini za dano telo.

Z učenci sem zbirala odpadno embalažo različnih oblik.

Slika 1: Odpadna embalaža

Vsak posameznik ima svoje izkušnje z embalažo. Morda so jo zlagali v nakupovalne vrečke, v police hladilnika, pretresali snovi iz ene v drugo obliko embalaže. Učenci za močne kosti pijejo mleko, ki je običajno v embalaži v obliki štiristrane prizme, ter se mažejo s kremo, ki je v valjasti posodi. Hkrati se srečujejo z merskimi enotami, npr: 1 liter mleka, 300 mililitrov kreme. Nove situacije naj bi priklicale pretekle izkušnje, ki jih možgani povežejo z novimi podatki.

Uporaba odpadne embalaže

Spodaj opisano strategijo dela sem uporabila po obravnavi nove učne snovi o površini in prostornini prizem in valjev. Učna ura je potekala s sprotnim vodenjem in spremljanjem učencev. Učenci so bili razporejeni v pare. Strinjam se z mislijo: če učenec dela sam, bo bodisi zmogel napisati odgovore na vprašanja ali pa ne, vendar mu to ne bo pomagalo, da bi si tako dobro zapomnil informacije, kot če bi delal skupaj s sošolcem. Če njegov sošolec dosega boljše rezultate kot sam, mu ta lahko pojasni zadeve, ki jih sam ne razume – in to lahko stori kot učitelj ter v jeziku, ki ga lahko razume (Beadle, 2011:116) . Učenci v paru sodelujejo in si pomagajo.
Uporabili smo zbrano odpadno embalažo v obliki prizem in valjev.
Pri vsaki zastavljeni nalogi sem učencem povedala, v kolikšnem času pričakujem opravljeno nalogo. To se mi zdi pomembno, saj tako določimo nek ritem dela.

Opazovanje, merjenje in izračun

- Učenec oz. vsak par dobi odpadno embalažo, ki predstavlja geometrijsko telo.
- Preko opazovanja – štetja oglišč, robov poimenuje dano telo. Loči osnovni rob od stranskega, si ogleda osnovno ploskev.
- Premisli, kaj mora izmeriti za izračun površine in prostornine telesa.
- Izmeri potrebne podatke.
- Učenec uporabi obrazec za izračun ter zapiše površino in prostornino. Rezultat zapiše s primerno enoto in na eno decimalno mesto natančno.

Učencem so v pomoč pripravljena pisna navodila.

Poimenuj telo.
Nariši njegovo skico.
Premisli, katere podatke potrebuješ za izračun prostornine telesa. Zapiši, kaj boš izmeril.
Izmeri in zapiši podatke.
Zapiši obrazec za prostornino tega telesa.
Vstavi podatke in izračunaj vrednost prostornine. Ne pozabi pripisati merske enote.

Podobno sledijo navodila za površino telesa.
Ko par opravi svojo nalogo, preveri rešitev pri učitelju. Nato imajo učenci možnost sestavljanja različnih geometrijskih teles z danimi pripomočki.

Slika 2: Pripomočki

Učenci bodo prvo nalogo opravili različno hitro in potrebno je zapolniti vrzel do naslednje skupne naloge.

Medpredmetno povezovanje
Ko vsi učenci zaključijo s tem delom, se pogovorimo o zaokroževanju decimalnih števil ter smiselnosti pisanja decimalk. Prav tako ustno ponovimo merske enote za površino in prostornino. To izvedemo tako, da učenec pove svoj rezultat, sošolec ga ponovi z drugo mersko enoto.
Nato preidemo h konkretiziranju izračunanega v smislu, koliko decilitrov vode bi lahko nalili v dano telo, če bi bilo vaza, ter najmanj koliko kvadratnih decimetrov okrasnega papirja bi porabili za zavijanje tega telesa, če bi notri shranili darilo. Problem je potrebno povezati z mersko količino ter pravilno uporabiti merske enote.
Učenec se sreča z zaprtim problemom pri matematiki: podatki so znani, rezultat je en sam. Kar pa je tudi vsakdanji izziv v življenju. Preko zanimivih nalog so učenci animirani, da določene vrednosti izračunajo, saj le po občutku zelo težko določijo površino ali prostornino nekega telesa.
Nadgradnja doseženega: sestavljeno telo.

Učenec sestavi novo telo z dvema embalažama.

Slika 3: Primer sestavljenega telesa

Naloga je polodprtega tipa, kar pomeni, da imamo nekaj izhodiščnih podatkov, a zaradi nedoločnosti nadaljevanja, so rešitve različne. Modeli so enaki, a njihova postavitev je različna. To pripelje do različnih rezultatov, ki pa so kljub temu znotraj nekega velikostnega reda. Od postavitve bo odvisna površina novonastalega telesa. Učenec z dotikom površine ali očesnim stikom telesa presodi, katere ploskve upošteva pri skupni površini. Kadar je vključenih več čutil, sprejemamo podatke prek več različnih kanalov. Tako učenec celostno dojame površino geometrijskega telesa.

Sestavi sam

Učenci so pred novim izzivom – sestaviti svojo nalogo. Vsak učenec oz. par sestavi uporabno nalogo o prostornini ali površini telesa. Tu se pokaže lastna angažiranost in izvirnost. Izhajati morajo iz življenjske situacije, v nalogi morajo nastopati obravnavana geometrijska telesa. Lahko se poigrajo tudi z merskimi enotami. V pomoč jim je učbenik. Drug drugega obogatijo s svojimi idejami.
Npr: Mivko pretreseš iz polne kocke z robom 2 dm v pravilno štiristrano prizmo z osnovnim robom 5 cm. Kako visoko bo segala mivka?
Cev s premerom 6 cm in dolžino 3 m moramo prebarvati. Koliko bomo plačali za barvo, če je pripravljena v 1,5 l posodah s ceno 3,35 €?
Zbrane naloge uporabimo za domačo nalogo ali pa za katero od prihodnjih ur.

Zaključek

Učenci so pri takšni izvedbi pouka bolj zbrani, zavzeti za reševanje problemov kot običajno. Najbolj primerna je izvedba blok ure, lahko pa se to vključi v dan dejavnosti. Izkušnje kažejo, da je znanje učencev o merskih količinah šibko. Vedno več časa otroci preživijo pred računalniki v navideznem svetu. Malokrat imajo priliko prijeti v roke merski trak in kaj izmeriti. Tako je tudi igra z embalažo dodatna stimulacija možganom za tvorjenje novih povezav, hkrati pa dodatek pri ohranjanju spomina. Vzbudilo se je njihovo zanimanje, saj niso vedeli, kakšna bo naslednja naloga. Ni bilo negodovanja. Videti je bilo, da se veselijo izzivov. Pri nadaljnjih urah so učenci zanesljivo računali osnovne geometrijske naloge. Reševanja težjih sestavljenih nalog pa so se lotili z večjim veseljem in manjšim strahom. To mi daje potrditev, da je bila strategija dela pravilna. Učimo se, kadar možgani sami konstruirajo pomen in prihajajo do svojih sklepov (Ginnis, 2004: 17) . Potrebno je menjati ritem dela ter aktivnosti. Na ta način so učenci bolj delavni kot sicer pri pouku. Pomembno je, da teoretično znanje povežemo z življenjskimi situacijami. Vse to zahteva tudi od učitelja veliko razmisleka za pripravo takšnih učnih ur oz. različnih aktivnosti. Vsekakor se je vredno truditi, saj so takšne ure učinkovite.

Viri

1. Ščuka V. (2007): Šolar na poti do sebe. Didakta, Radovljica.
2. Ginnis, P. (2004): Učitelj - sam svoj mojster. Rokus, Ljubljana.
3. Clandfield. L. (2010): Premagovanje težav v razredu. Rokus Klett, Ljubljana.
4. Jerenc S., Repolusk S., Lipovec A. (2011): Medpredmetno načrtovanje vsebin pri pouku matematike v srednjih šolah. Matematika v šoli, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
5. Beadle P.(2011): Kako učiti. Tehniška založba Slovenije, Ljubljana.

MATEMATIKA ZA ŽIVLJENJE

Mathematics for Life

Tatjana Ilovar, OŠ Preserje pri Radomljah

tatjana.ilovar@guest.arnes.si

Povzetek

Razlike v predznanju učencev so zaradi različnih okolj, v katerih učenci živijo, vse večje, predvsem zaradi različnega dostopa do informacij. Posameznik lahko ogromno informacij in znanj pridobi sam, če so mu le-te dostopne. Nekateri učenci zmorejo in znajo na ta način nova znanja hitro uporabiti in posledično v šoli hitreje napredujejo pri usvajanju znanja. Učenci, ki pa tega ne zmorejo, težje in veliko počasneje sledijo šolskemu delu ter zato pogosteje doživljajo neuspeh. Ti so vse bolj obremenjeni z ocenami, ki so večkrat izvor njihovega občutka manjvrednosti. Če učitelji na to nismo pozorni, lahko šola danes vse bolj postaja prostor, kjer se učenci nenehno dokazujejo in tekmujejo drug z drugim. To lahko preprečimo s prilagojenimi načini dela. Sama se trudim, da učence ne le izobražujem za ocene, temveč jih tudi vzgajam in izobražujem za življenje. Poleg konvencionalnih metod dela se rada poslužujem projektnega dela, ki mi omogoča več svobode. Učne teme skušam povezati tudi z umetniškim izražanjem, zato pri matematiki učenci izdelujejo izdelke. V prispevku predstavljam proces izdelave metulja z origami tehniko kot zaključek učnega sklopa o preslikavah in razpravljam o prednostih takšnega načina dela.

Ključne besede: matematika, celostni razvoj, izdelek, učni stil, merila ocenjevanja, znanje, interaktivni način poučevanja.

Abstract

The differences in the knowledge of pupils are bigger and bigger due to the environment where the pupils live. This is so mainly because of the different access to the information. Individuals can acquire much information and knowledge by themselves, if they are at his disposal. Some pupils know how, and are able to quickly use the recently gained knowledge, which makes them progress quicker at gaining knowledge at school. However, pupils who cannot do that, follow the school work with more difficulties and much slower, which is followed by the lack of success. Those pupils are putting more and more importance to the marks, which is often the source of their sense of inferiority. If teachers are not aware of this fact, the school today can increasingly become a place where pupils are constantly proving themselves and competing with each other. This can be prevented with adjusted and improved ways of teaching. I am trying to not only educate pupils for the marks, but also educate and train them for life. In addition to conventional methods of work, I like to implement the project work in the teaching process which allows me more freedom. I try to connect mathematical topics even with artistic expression and, together with children, make products at mathematics lessons. In the article I present the process of making an origami butterfly as a completion of the learning set of transformations and I discuss the advantages of this teaching method.

Keywords: mathematics, integrated development, artistic product, learning style, assessment criteria, knowledge, interactive way of teaching.

Uvod

Tehnologija, ki je v današnjem času dosegla neverjeten napredek, omogoča posamezniku, da lahko ogromno informacij in znanj pridobi sam. V šolo prihajajo učenci iz zelo različnih okolij z različnim dostopom do informacij, kar vodi k temu, da so razlike v predznanju učencev vse večje. Učenci, ki zmorejo in znajo nova znanja hitro uporabiti, se lahko intelektualno hitreje razvijajo, kar jim omogoča, da hitreje napredujejo. Učenci, ki pa tega ne zmorejo, težje in veliko počasneje sledijo šolskemu delu ter zato pogosteje doživljajo neuspeh. Vse bolj so obremenjeni z oceno, saj je le-ta pomembna za nadaljevanje šolanja, kot je na primer vpis na želeno srednjo šolo ali gimnazijo. Poleg tega jim ocena, ki po njihovih kriterijih ni dovolj dobra, vzbuja občutek manjvrednosti, kar posledično zmanjšuje njihovo samopodobo. Če učitelji na to nismo pozorni, lahko šola začne postajati prostor, kjer se učenci nenehno dokazujejo in tekmujejo drug z drugim. Želja staršev in nas strokovnjakov je, da bi bila šola varen prostor, kjer bi v ustrezno zahtevnem okolju vzgajali odgovorne posameznike, ki bi imeli željo in veselje do učenja ter bi jim znanje postalo vrednota. Kot že dalj časa opozarjajo strokovnjaki, klasični pouk te naloge ne more zadovoljivo uresničevati. Pomembno je, da se učitelji tega zavedamo in iščemo nove načine in metode dela, ki bodo učencem omogočale celostni razvoj.

Učencu omogočiti celovit in optimalen osebnostni razvoj

Poučujem matematiko, ki pri večini učencev ni priljubljena, zato se moram stalno truditi, da jih k učenju pritegnem. Izkustveno sem ugotovila, da snov učencem postane veliko bolj zanimiva, če učne ure povežem s praktičnimi primeri iz vsakdanjega življenja. Vedno bolj se mi zdi pomembno, da učenci nalogo naredijo oziroma rešijo z veseljem, da jo znajo in želijo predstaviti drugim ter da naučeno lahko uporabijo v vsakdanjem življenju. Poleg tega se trudim tudi metode poučevanja in oblike dela prilagoditi sodobnim trendom, kot sta interaktivnost in samostojno raziskovanje. Stremim k temu, da nova znanja in načini pridobivanja le-teh učencem predstavljajo zanimivost, pestrost in poučnost. Hkrati poučevanje prilagodim različnim kognitivnim značilnostim in učnim stilom učencev, pri čemer gre predvsem za *vizualni*, *avditivni* in *kinestetični stil.* Učenci abstraktna znanja lažje usvojijo, če jih lahko povežejo s konkretnim primerom ali izdelkom v praksi. Ko učenec samostojno ustvarja izdelek, na konkretnem primeru spoznava teorijo naučenega, njena pravila in zakonitosti spoznava ter se uči z vsemi svojimi čutili.

Zagovarjam mnenje, da je učenje trajno takrat, ko skušamo povezati neposredno izkušnjo (doživljaj), opazovanje (percepcijo), spoznavanje (kognicijo) in ravnanje (akcijo) v neločljivo celoto, kar posamezniku omogoča celostni razvoj. Znanstveno je dokazano, da se človek stvari lažje spomni in jih bolje ohrani v spominu, če uporabi več čutil: »Človek si zapomni 20 % tega, kar prebere, 30 % tega, kar sliši, 40 %, kar vidi, kar 50 %, kar pove, 60 % ob aktivnem vključevanju in 90 %, kadar združi vse omenjeno« (Collin R., 1993). To učencem omogočim prek samostojnega raziskovanja z ustvarjanjem. Učenje in poučevanje prek izkušenj omogoča, da se ne omejujem zgolj na posredovanje abstraktnega znanja pojmov in zakonitosti, temveč v učenje vpletam izkušnje udeležencev. Zavedam se, da z večjo raznolikostjo vzgojno izobraževalnih procesov lažje zadovoljim potrebe različnih učencev (osebnosti).

Ta način dela pa mi omogoča mnogo več kot samo spodbujanje učenja matematike in lažje razumevanje naučenega. Poleg učenja matematike lahko na tak način vsakemu učencu omogočim tudi celovit in optimalen osebnostni razvoj. Učenec, na primer, spoznava interdisciplinarno povezavo matematike z ostalimi šolskimi predmeti. Še več, učenec se uči usvojeno znanje prenesti v vsakdanje življenje in ga tudi uporabiti. Tako naučeno dobi smisel in učenca motivira ter ga spodbudi k nadaljnjemu delu in raziskovanju na različnih področjih. Učenec se pri interaktivnem načinu poučevanja uči komunikacije z ostalimi, sprejemanja in podajanja mnenja, prilagajanja ipd.

Z načinom dela, ki ga zgoraj opisujem, omogočam učencem raznolikost oblik vzgoje in izobraževanja. Kombinacija frontalnega in interaktivnega načina poučevanja omogoča učencem, da del frontalnega poučevanja, ki je nujen in se mu pri matematiki težko ognem, sprejemajo brez odpora in jim postane zanimiv, saj prek tega dobijo koristne informacije za nadaljnje delo. Pri svojem delu v razredu se trudim za dober dialog in profesionalnost. Otroke se trudim razumeti in z njimi vzpostavljam empatičen odnos. Pouk je v tem procesu zanimiv, učenci pa postajajo vedno bolj samostojni in si med seboj pomagajo.

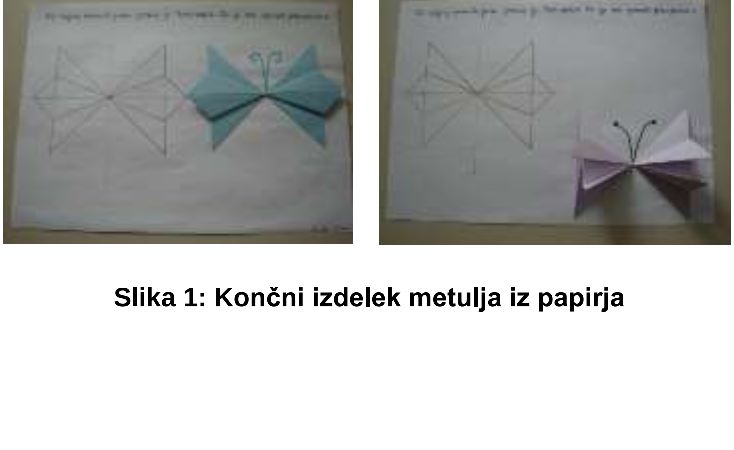
Prednosti kombinacije različnih metod in oblik dela

Zgoraj opisan način dela uporabljam za obravnavanje učnih tem pri matematiki, kjer poskušam matematične teme povezati z umetniškim izražanjem. Z učenci pri pouku izdelujemo izdelke. Delujem v smer zmanjševanja števila testov in spodbujam oblike vrednotenja, ki omogočajo kakovostno učenje, kot so projektno učno delo, formativno spremljanje in ocenjevanje znanja, mape dosežkov, inovativne predstavitve učencev itd. Na ta način se trudim učence ne le razvrščati, temveč jih naučim učiti se in vrednotiti svoje dosežke. Učenci namreč veliko lažje vrednotijo svoje matematično znanje prek umetniškega izdelka kot zgolj prek postopka reševanja matematične naloge. Napaka ali površnost je pri konkretnem končnem izdelku mnogo bolj razumljiva za učenca kot pri samem zapisu matematičnega postopka. Še več, rezultat nenatančno izdelanega izdelka je manj estetski izdelek, rezultat nenatančno rešene naloge pa je napačno rešena naloga. Nenatančnost pri praktičnem izdelku učencu omogoča motivacijo za izboljšanje le-tega in lažjo samoevalvacijo, medtem ko pri matematični nalogi napačen rezultat pogosto povzroči slabo samopodobo in padec motivacije za nadaljnje delo. Táko delo tako torej spodbuja razvoj posameznikovih potencialov in učitelju omogoča, da namesto klasičnih oblik ocenjevanja upošteva kakovostnejša merila.

Kljub sprejetemu učnemu načrtu je poti, kako le-tega realizirati, več. Glede na cilj, ki si ga zastavim, svobodno izberem smiselno in najustreznejšo pot, saj se pri določenih temah interaktivni način poučevanja ne zdi najbolj primeren. Pri tem upoštevam tudi ideje in predloge učencev in način dela prilagodim tako, da bodo rezultati najbolj optimalni in v zadovoljstvo vseh ter hkrati v skladu s kurikulumom.

Izdelava metulja z origami tehniko kot primer dobre prakse

Znanje o preslikavah in simetriji so učenci utrdili, nadgradili ter prenesli iz teorije v prakso z izdelkom metulja z origami tehniko. Vsak učenec je oblikoval svojega metulja (Slika 1).



Slika 1: Končni izdelek metulja iz papirja

Sodelovanje med otroki je pri interaktivnem delu zelo pomembno, saj se na ta način učenci drug od drugega na zabaven način hitreje in bolj trajno učijo. Pri tem je zelo pomembno, da je učitelj pozoren ne samo na način dela, temveč tudi na okolje, torej ureditev učilnice. Učenci pri mojih urah matematike delajo v skupinah, ki jih največkrat lahko oblikujejo sami, kar jim da občutek varnosti, obenem pa niso individualno izpostavljeni pred ostalimi, kar velikokrat povzroča tremo in nelagodje ter vpliva na samopodobo učenca. Klopi v mojem razredu so razporejene v skupine tako, da ni nihče s hrbtom obrnjen proti tabli, saj moram marsikdaj tudi frontalno podati informacije (Slika 2).

Slika 2: Razporeditev klopi v razredu

Pomemben del takšnega načina poučevanja je skupna priprava v obliki diskusije. Preden smo začeli z izdelavo metulja, smo se pogovorili o tem, kaj o preslikavah in simetriji že znamo, kaj želimo še izvedeti in kje vse jih v vsakdanjem življenju prepoznamo oziroma jih lahko uporabimo. Za ponovitev snovi sem uporabila metodo okrogle mize. Učenci, ki so sedeli za isto mizo, so vsi skupaj dobili prazen list papirja. Postavljala sem vprašanja, povezana s temo, učenci pa so na vprašanja odgovarjali tako, da so učenci drug drugega dopolnjevali ter skupaj poskušali najti čim bolj pravilen odgovor. Ko so učenci zapisali svoje odgovore, sem določila nekoga, ki je skupne odgovore za njihovo mizo prebral, ostali pa so poslušali. Če odgovori drugih niso bili enaki prebranim, smo se vsi skupaj pogovorili o razlikah v odgovorih.

Podala sem navodila in razdelila delovne liste ter material za izdelavo metulja (Slika 3). Z zrcaljenjem preko premice je moral vsak učenec narisati metuljevi krili, pri čemer večina ni imela težav pri zrcaljenju. Nekateri so celo ugotovili, da je točka, kjer se krili stikata, tudi točka, preko katere se eno krilo prezrcali v drugega.

Slika 3: Delovni list

Krili so nato po mojih navodilih z origami tehniko zgibali iz papirja in ob tem prepoznavali in utrjevali zrcaljenje preko premice, ki jo je na papirju ponazarjal pregib (Slika 4). Izdelek so prilepili na delovni list in metulju narisali tipalki. Učenci so bili pri delu natančni, opazovali so drug drugega in si pomagali z nasveti ter brez strahu pristopili tudi k meni, če so kjer koli potrebovali mojo pomoč. Tako je izdelek vsem uspelo dokončati. Tak način dela je bolj sproščen, učenci pa so veliko manj obremenjeni z iskanjem pomoči, ki pri tem načinu dela ni tako izrazita in opazna (Slika 5).

Slika 4: Samostojno izpolnjevanje delovnega lista in izdelava izdelka

Slika 5: Individualna pomoč pri izpolnjevanju delovnega lista

Na svoj izdelek so bili učenci zelo ponosni, saj je rezultat njihovih idej in ustvarjalnosti. Spoznali so, da svoje znanje matematike lahko utrdijo prek lastnega raziskovanja in na ta način ozaveščajo njegovo vrednost v vsakdanjem življenju. Med njimi je bilo opaziti visoko stopnjo organizacije, predvsem v njihovem načinu razmišljanja, v vzdušju, v katerem so delali, ter v njihovem obnašanju, saj so spoštovali drug drugega in skupne dogovore.

Učenci so ob tem načinu dela spoznali uporabnost matematike in pridobili znanja in spretnosti, ki jim bodo koristili v vsakdanjem življenju. Spoznali so, kako z uporabo znanja o zrcaljenju in simetriji lahko lažje in hitreje rišejo ter izdelujejo izdelke, ki so osno ali središčno simetrični, in obenem na konkretnem primeru videli ter doživeli zrcaljenje in simetrijo. Ugotovili so, da se znanje o preslikavah in simetriji povezuje z matematiko, likovno umetnostjo in arhitekturo ter gradbeništvom. Tak način dela torej služi tudi kot možnost razmišljanja o poklicni usmerjenosti učencev. Učenci so prav tako razvijali socialne veščine in osebnostne lastnosti, saj so se morali prilagajati, biti natančni in potrpežljivi ter drug drugemu pomagati z nasveti ali razlago. Nenehno so morali biti pozorni na medsebojne odnose, kar je za človeka pomembno v vsakdanjem življenju. Tisti, ki so imeli čas, so lahko razvijali svojo inovativnost in izdelali več različnih metuljev.

Izdelek so vložili v svojo mapo učnih dosežkov. Učenci namreč svoje izdelke shranjujejo v mapah, kar jim omogoča, da svoje znanje, delo in napredek samostojno spremljajo in vrednotijo v skladu s kriteriji, ki jih pred izdelavo izdelka določimo skupaj. Kriteriji, kot so na primer izdelava in natančnost izdelka, estetski izgled ter sodelovanje z drugimi, so oblikovani v sodelovanju z učenci. Rezultat skupnega oblikovanja kriterijev je veliko večje razumevanje le-teh ter posledično tudi večje upoštevanje teh kriterijev. Če si učenci pravila igre postavijo sami, se jih tudi veliko raje držijo kot takrat, ko so jim le-ta vnaprej podana. Jaz kot moderatorka pri takem načinu dela poskrbim za širino okvirjev, ki so smiselni glede na nalogo.

Kaj o načinu dela menijo učenci?

Ob zaključku našega dela sem učence prosila, da mi povedo, kaj jim je bilo pri takšnem načinu dela všeč in kaj ne. Lahko rečem, da so bili enotni pri tem, ko so izrazili, da jim je tak način dela všeč, ker so:

- na zanimiv način ponovili snov,
- na konkretnem primeru uporabili naučeno,
- si med seboj lahko pomagali,
- se lahko med seboj posvetovali,
- se ob delu zabavali,
- se lahko prosto gibali po prostoru.

Kritik ni bilo, so pa predlagali, da bi imeli več takih ur pri matematiki, ker so pri delu bolj sproščeni, sodelujejo in si med seboj pomagajo.

Zaključek

Z izbranimi metodami in oblikami dela učencem poleg nadgradnje znanja omogočam učenje preko lastnih izkušenj in spodbujam ter razvijam njihovo ustvarjalnost. Na ta način jim približam pomen in uporabno vrednost matematike v vsakdanjem življenju. Način dela, ki ga uporabljam, mi omogoča, da klasične oblike ocenjevanja nadgradim s kakovostnejšimi merili, kot je ocenjevanje na osnovi učenčevih dosežkov (izdelka). To poveča kakovost in trajnost pridobljenega znanja ter vpliva na izboljšanje učenčeve samopodobe. Učenci se ob tem tudi učijo, kako čim bolj aktivno in kvalitetno izrabiti prosti čas in graditi dobre medsebojne odnose.

Težave, ki se včasih ob takem načinu dela pojavijo, so predvsem plod dejstva, da učenci to obliko učenja zelo hitro spremenijo v zabavo, saj gre za malo manj formalno obliko učenja. Težko je natančno reči, zakaj učenci v šoli tako zelo pogrešajo zabavo, dejstvo pa je, da zaradi (pre)resnosti našega šolskega sistema v šoli izkusijo premalo zabave, kar želijo ob prvi priložnosti kompenzirati. Vloga učitelja kot moderatorja je pri vzdušju v razredu izjemnega pomena, saj mora znati ustrezno zaznati in presoditi meje otroške razigranosti, ki je za razvoj otroka nujno potrebna. Pri tem me vodi misel Billa Wattersona, priznanega ameriškega ustvarjalca stripov: Najboljši način za reševanje problemov je sprostitev uma.

Viri

1. Collin, R., Goll, L. (1993): Umetnost učenja. Tangram, Ljubljana.
2. Ilovar, T. (2011): Projektno učno delo kot orodje za izboljšanje kakovosti vzgoje in izobraževanja. Dejavnosti v šoli – kvaliteta ali kvantiteta? str. 107–111.
3. Komljanc, N. (2004): Vloga povratne informacije v učnem procesu. Sodobna pedagogika, str. 140–152.
4. Žolnir N.: Sodobne smernice pri ocenjevanju v šolah. Delo, 17. 05. 2010. Dostopno prek http://www.delo.si/clanek/106569 (15. 06. 2012).

LASTNOSTI VEČKOTNIKOV
Characteristics of Polygons
Nataša Olenik, OŠ Antona Žnideršiča Ilirska Bistrica

natasa.olenik@guest.arnes.si

Povzetek
V osnovni šoli Antona Žnideršiča smo že drugo leto zapored v 8. razredu opravili tehnični dan na temo večkotniki in merjenje. Tako smo pri učencih osvežili znanje o večkotnikih, ki so jih spoznali že v 7. razredu, in to nadgradili s poznavanjem lastnosti večkotnikov od petkotnika do osemkotnika. Pri tem smo uporabili prirejeno geo ploščo z osmimi žebljički. Na njej smo s pomočjo elastik sestavljali različne trikotnike, štirikotnike, petkotnike … Določali smo število stranic, število oglišč, število diagonal iz enega oglišča, število vseh diagonal, število notranjih kotov, vsoto notranjih kotov, velikost notranjega kota ter velikost središčnega kota pri različnih večkotnikih. Pri pravilnih likih smo se osredotočili na velikost središčnega kota in na velikost posameznega notranjega kota. Pri tem smo uporabili različne barve elastik, saj so nekateri učenci s pomočjo različnih barv (vidni tipi) prej zaznali in ugotovili lastnosti nekega večkotnika. Za zaključek smo z učenci sestavili še osemkrako zvezdo (oktagram).

Ključne besede: večkotnik, lastnosti večkotnikov, geo plošča, oktagram.

Abstract
Anton Žnideršič Primary School has organised a technical day on polygons and measuring for grade 8 students for the second year in a row. Students refreshed their knowledge on polygons, which they had became familiar with already in grade 7 and upgraded it by learning characteristics of polygons from pentagons to octagons. They used a geo board with eight pins. It helped students to form different triangles, tetragons, pentagons … by using elastics. Students tested and proved the number of sides, corners, and the number of diagonals from one corner, their total number, the number of interior angles, the sum of interior angles, the size of interior corner, the size of interior and central angle at different polygons. We concentrated on the size of central angle and the size of individual interior angle when dealing with the regular shapes. We used different colours of elastics, as some students (visual types) perceived and identified characteristics of a specific polygon sooner with the help of colours. For conclusion students created an eight-sided star polygon (octagram).

Keywords: polygon, characteristics of polygons, geo board, octagram.

Uvod
Na začetku šolskega leta 2011/2012 smo v 8. razredu izpeljali tehnični dan na temo lastnosti večkotnikov. V aktivu učiteljev matematike smo se dogovorili, da namenimo nekaj ur tehničnemu dnevu, na katerem smo ponovili vse lastnosti trikotnikov in štirikotnikov, ki so jih učenci spoznali v že v 7. razredu, in da učenci svoje znanje o lastnostih večkotnikov nadgradijo s pomočjo prirejene geo plošče. Naš cilj je bil, da pridobijo znanja na osnovi praktičnega dela.

Opis prirejene geo plošče
Geo ploščo smo priredili tako, da smo v leseni podstavek zabili le 8 žebljičkov, ki predstavljajo oglišča pravilnega osemkotnika. Tako prirejena geo plošča omogoča, da z

učenci raziskujemo na zanje malo drugačen način, tako da naloge, ki jih zastavljamo, postanejo učencem izziv. Poleg prirejene geo plošče smo uporabili tudi elastike različnih barv, s katerimi smo na eni geo plošči prikazali različne like (glej Sliko 1).

Slika 1: Geo plošča, s pomočjo katere smo raziskovali

Trikotniki

Tehnični dan je potekal 5 šolskih ur. V prvi uri so učenci v dvojicah s pomočjo plošče ugotovili, katere vrste trikotnikov lahko oblikujejo glede na stranice in katere glede na notranje kote. Ob pogovoru, razlagi in utemeljevanju so učenci ponovili lastnosti trikotnikov. Ugotovili so, da lahko s pomočjo elastik oblikujemo enakokraki trikotnik (Slika 2), raznostranični trikotnik (Slika 3), ostrokotni trikotnik (Slika 2), topokotni trikotnik (Slika 3) ter pravokotni trikotnik (Slika 4). Ugotovili so, da edino enakostraničnega trikotnika ni mogoče oblikovati, tako da so njegova oglišča v ogliščih pravilnega osemkotnika. Ugotavljali in utemeljevali so tudi, zakaj se ga ne da. Ena izmed utemeljitev je, da meri v enakostraničnem trikotniku posamezen notranji kot 60°, v pravilnem osemkotniku pa 135° in se ga ne da s povezovanjem različnih žebljičkov oblikovati tako, da bi nastal kot 60°.

Slika 2

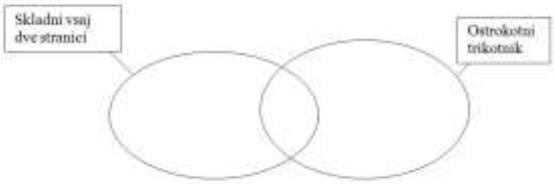
Slika 3

Slika 4

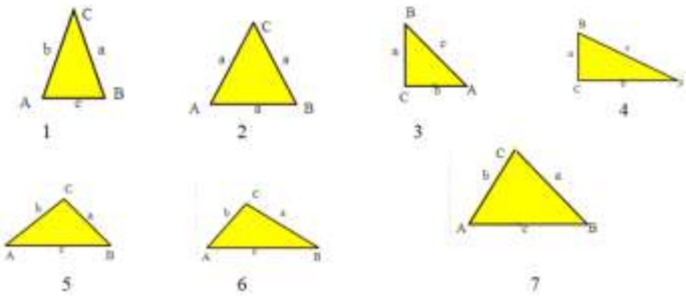
Učenci so se nato razporedili v skupine in s pomočjo plastificiranih trikotnikov merili dolžine stranic za izračun obsega in ploščine. Ploščino so najprej dobili tako, da so lik tlakovali s kvadratki s ploščino 1 cm^2, nato pa so svojo meritev preverili z izračunom ter rezultata primerjali med seboj. Uro so zaključili z oblikovanjem Carrollovega (Slika 5) in Vennovega prikaza (Slika 6). V prikaz so vstavljali že pripravljene trikotnike (Slika 7) ter jih razporejali glede na lastnosti ter tako oblikovali plakat.

TRIKOTNIK	RAZNOSTRANIČNI	ENAKOKRAKI	ENAKOSTRANIČNI
OSTROKOTNI			
PRAVOKOTNI			
TOPOKOTNI			

Slika 5: Razvrstitev trikotnikov glede na stranice in glede na kote



Slika 6: Razvrstitev trikotnikov glede na to, da imajo vsaj dve stranici skladni in da je trikotnik ostrokotni



Slika 7: Trikotniki

Štirikotniki

Na podoben način so učenci ugotavljali lastnosti štirikotnikov. S pomočjo elastik so oblikovali štirikotnike in ugotavljali, katere se da oblikovati tako, da so njegova oglišča v ogliščih pravilnega osemkotnika in katere ne. Oblikovali so kvadrat (Slika 8), pravokotnik (Slika 9), trapez (Slika 10), deltoid (Slika 11). Ponovno so se osredotočili na štirikotnike, ki jih ni bilo mogoče oblikovati. Tak lik je romb. Sicer so nato v razgovoru utemeljevali, da je kvadrat tudi romb, torej se da oblikovati tudi romb.

Slika 8

Slika 9

Slika 10

Slika 11

Različnim oblikam pripravljenih in plastificiranih štirikotnikov so nato izmerili dolžine stranic ter izračunali obseg in ploščino. Ploščino so najprej določili tako, da so ploskev tlakovali s kvadratom s ploščino 1 cm^2. Primerjali so izračunano ploščino s ploščino, ki so jo dobili s tlakovanjem. Glede na lastnosti štirikotnikov so izdelali tabelo (Slika 12); (Senekovič, Gazvoda, 2008, 120).

Štirikotniki brez vzporednih stranic	Štirikotniki z enim parom vzporednih stranic	Štirikotniki z dvema paroma vzporednih stranic

TRAPEZI

Slika 12: Razdelitev štirikotnikov glede na vzporednost stranic

Na koncu so štirikotnike razdelili glede na pravokotnost diagonal ter oblikovali plakat.

Slika 13: Plakat

Večkotniki

Pri večkotnikih so učenci ugotovili, da na žebljičkih, ki ponazarjajo oglišča pravilnega osemkotnika oblikujemo petkotnik (Slika 14), šestkotnik (Slika 15), sedemkotnik (Slika 16) in pravilni osemkotnik (Slika 17), ki so ga v nadaljevanju podrobneje spoznali.

Slika 14

Slika 15

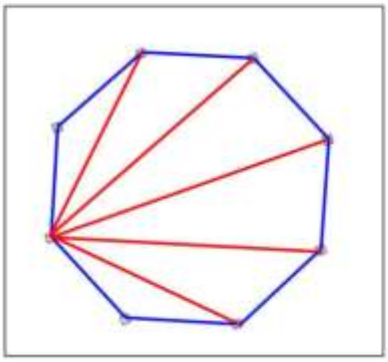
Slika 16

Slika 17

Osemkotniku so določali število oglišč, stranic, število diagonal iz enega oglišča (Slika 18), število vseh diagonal, število notranjih kotov, vsoto notranjih kotov, velikost posameznega notranjega kota ter velikost središčnega kota s pomočjo učnega lista.

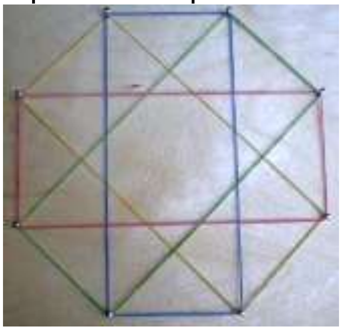
Na plošči oblikuj z elastiko pravilni 8-kotnik.
Na sliki prikaži rešitev.

Dopolni:
Število stranic: ___________________
Število oglišč: ___________________
Število diagonal iz enega oglišča: _________
Število vseh diagonal: ____________
Število notranjih kotov: ___________
Vsota notranjih kotov: ____________
Velikost notranjega kota: __________
Velikost središčnega kota: __________



Slika 18: Učni list (del)

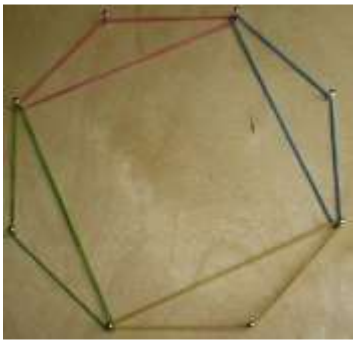
V nadaljevanju so učenci s pomočjo geo plošče in elastik različnih barv raziskovali, kako bi oblikovali pravilni osemkotnik iz več skladnih štirikotnikov.
S štirimi skladnimi pravokotniki (Slika 19) ali s štirimi skladnimi deltoidi (Slika 20) so uspeli sestaviti (omejiti) po dva pravilna osemkotnika (»notranjega« in »zunanjega«). S štirimi skladnimi enakokrakimi trapezi (Slika 21) pa so uspeli sestaviti (omejiti) samo »zunanji« pravilni osemkotnik, v notranjosti pa so elastike omejile kvadrat. Vendar so z dodajanjem še štirih skladnih enakokrakih trapezov dobili tudi notranji osemkotnik (Slika 22). Raziskovali so naprej in ugotovili, da se pravilni osemkotnik da omejiti tudi s štirimi oziroma osmimi skladnimi enakokrakimi trikotniki (Slika 23 in 24).
V zaključku so učenci sestavili še dve 8-kraki zvezdi, in sicer tako, da so na dva različna načina povezovali po dve nesosednji oglišči pravilnega 8-kotnika (Slika 25 in Slika 26).


Slika 19

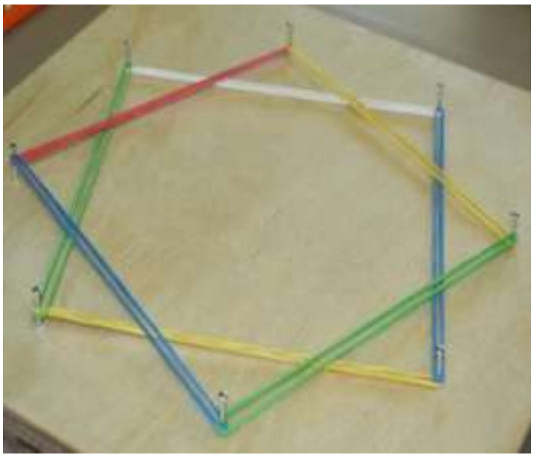

Slika 20

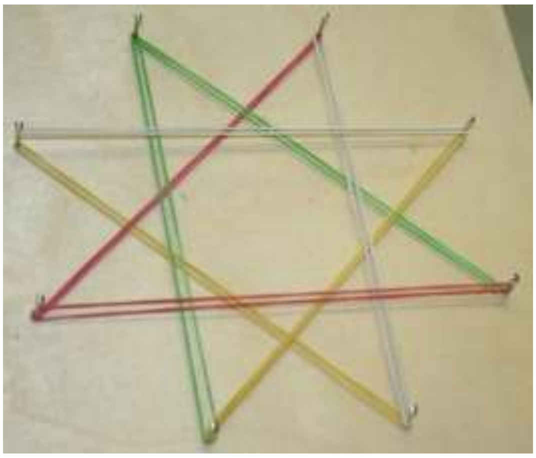

Slika 21


Slika 22


Slika 23


Slika 24


Slika 25


Slika 26

Zaključek

S tehničnim dnevom smo želeli učitelji matematike na naši šoli poiskati drugačen način učenja in poučevanja matematike, ki bo učencem prijaznejši in spodbudnejši. Ideja o tehničnem dnevu se je porodila med učitelji matematike na predmetni stopnji in učitelji, ki

poučujejo v prvem in drugem triletju. Ugotovili smo namreč, da naši učenci pri NPZ izkazujejo slabše znanje s področja merjenja in tako smo za celo šolo oblikovali tehnične dneve na temo merjenje. Eden od teh je potekal tudi v 8. razredu, kjerpa smo temi merjenja dodali še lastnosti večkotnikov.
Učenci so tak način učenja zelo dobro sprejeli, z delom so bili zadovoljni, bili so aktivni in pridobili so nekatera znanja, ki bi jih pri rednem pouku pridobili težje. Delo v dvojicah in nato v skupinah se je izkazalo za boljše predvsem pri tistih učencih, ki ponavadi sprejemajo znanje počasneje in težje, saj so bile skupine oz. dvojice sestavljene tako, da je bil v njih en učenec z večjim znanjem in ta je pomagal učno šibkejšemu. Tako so pridobili predvsem učenci z učnimi težavami, učenci z odločbami, saj so bili prisiljeni s praktičnim delom razvijati svoje sposobnosti. Ugotovili smo, da so vsi učenci opravili nalogo, čeprav nekateri z veliko dodatnega dela in truda. Tehnični dan v taki obliki bomo ponovili tudi naslednje leto, saj smo spoznali, da so učenci na tak način pridobili zelo veliko znanja in izkušenj.

Viri

1. Gazvoda, M., Senekovič, J. (2008): Matematika za radovedneže 7.razred. Založba Sloma, d. o.o., Mengeš.
2. Glušovnik, S., Strnad, M. (1994): Presečišče 6. DZS d. d., Ljubljana.
3. Lastni viri; fotografije.

TOČKOVNIK IN DOSEŽKI MERJENJA ZNANJA

Assessment Guidelines and the Achievements in Assessment of Knowledge

Jožef Senekovič, OŠ Bojana Ilicha, Maribor

jozef.senekovic@guest.arnes.si

Povzetek

Sestavni del poučevanja matematike je tudi pisno preverjanje znanja. Učitelj znanje učencev največkrat vrednoti s pomočjo točkovnika. Število doseženih točk kaže na kvaliteto znanja učenca. Tako točkovnik posredno vpliva na prikazane dosežke učenca. Vpliv točkovnika na prikazane dosežke predstavim na konkretnem primeru rešenih nalog mojih učencev iz nacionalnega preverjanja znanja (NPZ, 2012).

NPZ je uveljavljena oblika preverjanja znanja učencev osnovne šole na ravni države. Med cilji NPZ je tudi vpliv na izboljšanje šolske prakse, na dvig kvalitete znanj. Analiza dosežkov temelji na doseženih točkah posameznih nalog. Učenec, šola, regija je v analizi dosežkov umeščena glede na število doseženih točk. Vrednotenje nalog opravijo učitelji na osnovi točkovnika, ki ga pripravi predmetna komisija NPZ za matematiko. Izkazano znanje je tako v neposredni povezavi s točkovnikom. Priprava točkovnika je zato zelo odgovorno in premišljeno dejanje, ki mora upoštevati učni načrt, učno prakso, izkušnje učencev … Z vsako nalogo želimo preveriti enega ali več ciljev. Točkovnik nam pri vrednotenju kvalitete znanja samo pomaga, da dosežek kvantitativno opišemo. S prikazom konkretnih primerov želim samo opozoriti na vpliv sestave točkovnika na prikazane dosežke znanja tako v razredu kot pri NPZ. Prav NPZ ima lahko pomemben vpliv na šolsko prakso.

Ključne besede: nacionalno preverjanje znanja, točkovnik, dosežki.

Abstract

Written assessment of knowledge is one of the integral parts of teaching mathematics. Generally, the teacher uses assessment guidelines to evaluate pupils’ knowledge, the quality of which is presented by the points earned. Thus the assessment guidelines indirectly influence pupils’ achievements. Using some of the NAK tests (NAK, 2012) taken by my pupils, I will show the influence of the assessment guidelines on the pupils’ achievements.

NAK is an established form of assessment in the nine-year primary education on the national level. Some of the objectives of NAK are to improve the efficiency of teaching practice and enhance the quality of knowledge.

Analysis of achievement is based on the points earned in individual tasks. In the analysis each pupil, school and region is placed according to the total points earned.

The NAK test evaluation is done by teachers and is based on the guidelines prepared by subject testing committees. Demonstrated knowledge is directly connected with the assessment guidelines. Designing the assessment guidelines is therefore an extremely responsible and thoughtful act, which has to take into consideration curriculum, teaching practice, pupils’ experience, etc. With each task we wish to check one or more objectives. Assessment guidelines help us to quantitatively describe the quality of knowledge.

By using concrete examples, I try point out how the preparing of the assessment guidelines influences the achievements in class as well as in the NAK. The NAK itself can have a very important influence on the teaching practice.

Key words: National Assessment of Knowledge (NAK), assessment guidelines, achievements.

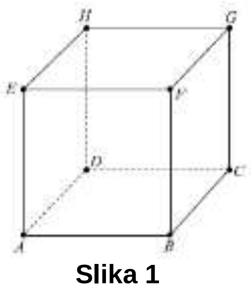
Uvod

Pisno in ustno sporočanje je pomemben cilj poučevanja matematike, zato mora biti pouk z vidika sporočanja jasen in razumljiv. Predvsem pri poučevanju osnovnošolcev je velikokrat neskladje med formalnim, matematičnim jezikom in jezikom, prilagojenim razvojni stopnji učencev in njihovemu znanju. Pri obravnavi vsebin so na tej razvojni stopnji otrok potrebne poenostavitve. Hkrati pa mora učitelj skrbeti za razvoj jasnega, natančnega matematičnega jezika in za razvoj razumevanja konceptov (Kurnik, 2010). V fazi preverjanja znanja učitelj vrednoti to, kar poučuje. Koraki priprave nalog morajo biti domišljeni (Rutar Ilc, 2004). Če vrednotenje nalog poteka po analitičnem pristopu, učitelj izdela točkovnik. Pri tem nam lahko pomaga mrežni diagram, v katerem predvidimo cilje, ki jih bomo preverjali (Magajna, 2004). Kot učitelj sem pri pripravi in uporabi točkovnika že velikokrat prišel v dilemo ali s pripravljenim točkovnikom res prikažem kvaliteto znanja ali morda kaj drugega. Trdno sem prepričan, da ne gre samo za mojo dilemo. Do podobnih pomislekov sem ob prikazanih dosežkih učencev, ki jih poučujem, prišel tudi pri nekaterih nalogah NPZ. Naloge NPZ sem izbral zaradi tega, ker so znane vsem učiteljem matematike.
Nacionalno preverjanje znanja (NPZ) je vsakoletni sopotnik učiteljev slovenske osnovne šole. Dva izmed pomembnih ciljev NPZ sta izboljšanje znanja učencev in izboljšanje kakovosti poučevanja (Izhodišča nacionalnega preverjanja znanja, 2005). NPZ s svojimi cilji in izhodišči tako nedvoumno posega v šolsko prakso. Ali opisi dosežkov, ki temeljijo na številu doseženih točk, res opišejo znanje generacije učencev?
V nadaljevanju predstavim nekaj nalog, s katerimi pokažem, ali s pripravljenim točkovnikom vrednotimo cilje naloge. Nalogam pripišem cilje po lastni presoji, saj mrežnega diagrama nalog ne poznam.

Naloga, točkovnik, dosežki

V NPZ 2012 (Ric, 2012), je naslednja naloga.

1. *Mejne ploskve kocke določajo ravnine, robovi kocke pa premice.*



Slika 1

Zapiši, kaj je

a) *presek ravnin ADH in CGH*:_____________________________

b) *presek premic AB in HG*: ______________________________

c) *presek premic DC in GC*: _____________________________

d) presek ravnine ABG *in premice* AG: ____________________

<u>Kaj na sliki lahko vidi učitelj matematike?</u>

Učitelj matematike vidi model geometrijskega objekta, kocko. Zagotovo pozna lastnosti kocke. Učitelj ve, da so robovi kocke daljice. Ve, da so mejne ploskve kvadrati. Ve, da se

trije robovi sekajo v oglišču. Učitelj prav tako ve, da je v devetem razredu učence poučeval o pojmih prostorske geometrije: prostor, polprostor, ravnina ipd. Prav tako so učenci spoznavali odnose med geometrijskimi objekti v prostoru. Učitelj matematike se zaveda, da se prostorske predstave uspešno razvijajo le ob modelih, animacijah, prikazih.
Učitelj matematike v robu AB vidi premico, ko v navodilu naloge piše: Robovi kocke določajo premice. Učitelj v kvadratu $ABCD$ vidi ravnino, določeno s tremi nekolinearnimi točkami, ko v navodilu piše: Mejne ploskve kocke določajo ravnino.
Ravnina in premica pa sta zahtevna pojma za učence.

Kaj na sliki lahko vidi učenec?
Učenci s slabo prostorsko predstavo in šibkim znanjem geometrije vidijo črte, točke in črke. Nekateri ne zaznajo vzporednosti v prostoru. Nekateri sploh ne vidijo kocke na osnovi ravninske slike, saj je za njih kocka objekt s ploskvami, nekaj otipljivega. Ta slika nima nakazanih ploskev, so le robovi (žičnati model?). Večina učencev vidi kocko in s tem robove, oglišča, najbrž tudi ploskve, ker smo jih tako naučili.
Toda, ali vidi kateri učenec premico ali celo ravnino? Če ga po premici ali ravnini ne povprašamo, zagotovo ne.
Situacija, ko učenec gleda daljico in od njega zahtevamo, da vidi premico, je zelo zahtevna, saj učenci razmišljajo na osnovi lastnih izkušenj. Praviloma se učijo: *Daljica je ...*, *premica je ...* Predpostavimo, da je narisan trikotnik ABC. Učence pozovemo, da opišejo sliko. Zagotovo ne bodo govorili o premicah, ampak o liku, daljicah oziroma stranicah, o ogliščih ali točkah. Za učence je seveda enostavnejša situacija, ko je na premici prikazana daljica.

Na osnovi tega, kar vidi in kakšne izkušnje ima učenec, mora odgovoriti na naslednje vprašanje:
Zapiši, kaj je presek ravnin ADH in CGH.
Kaj bi lahko bil cilj vprašanja? Učenci si predstavljajo, da je presek ravnin premica. Učenci morajo svojo predstavo pisno sporočiti. Cilje naloge lahko samo predvidevamo, saj ne poznamo mrežnega diagrama.

Navajam nekaj odgovorov naših učencev:
a) $|HD|$,
b) presek obeh ravnin ADH in CGH je premica,
c) HD,
d) $ADH \cap CGH = DH$,
e) $ADH \cap CGH = \{DH\}$,
f) premica,
g) $\overline{HD}$,
h) (H, D).
Pri vrednotenju nalog, sem opazil, da se je pri drugih učencih pojavil tudi odgovor, da je presek ravnin rob HD.
Vsi zapisani odgovori so bili vrednoteni kot nepravilni. Ali učenci sporočajo, da ne vedo, kaj je presek konkretnih ravnin?
a) Učenec zapiše dolžino daljice. Ve, kateri ploskvi naj gleda, in ve, da presek ravnin poteka skozi točki H in D. Težave ima s simbolnim jezikom, saj zapiše dolžino daljice.
b) Učenec zagotovo ve, da je presek ravnin premica. Je samo ena, zato je ne navede konkretno.
c) Učenec zna opredeliti lego preseka ravnin. Žal zapiše samo HD (ne zapiše daljica, tudi ne premica). Učenec ne zna pravilno sporočiti odgovora.

d) Učenec poskuša s simbolnim zapisom zapisati presek ravnin. Ve, kje poteka presek ravnin, ampak nam to ne sporoči na pravilen način.
e) Skoraj identičen odziv, kot v primeru d. Učenec celo uporablja pojme iz teorije množic in izraža, da je presek množica DH.
f) Učenec sporoča, da je presek ravnin premica. Žal ne sporoči, za katero premico gre.
g) Učenec zapiše dolžino daljice. Pogled ima usmerjen v pravo smer.
h) Učenec zapiše premico z enim izmed zapisov premic. Ta zapis enolično opredeli premico od zapisa daljice, ne glede na uporabo besede: premica/daljica. Učenec nepravilno sporoči odgovor.
Navodilo naloge eksplicitno navaja, da je premica določena z robom kocke. Kako naj učitelj utemelji, da je odgovor učenca (rob HD) napačen?
Pričakovani odgovori so:

– Premica HD,
– premica DH,
– premica skozi točki H in D.

Glede na vse zapisano, kaj učenec vidi ali česa ne vidi, ve ali ne ve, vrednotimo za pravilne samo odgovore, ki so zapisani s formalnim, simboličnim jezikom.

Naslednje vprašanje iste naloge:
Zapiši, kaj je presek ravnine ABG in premice AG.

Kaj bi lahko bil cilj vprašanja? Učenci si predstavljajo, kaj je presek ravnine in premice. Učenci si predstavljajo, da je premica podmnožica ravnine. Učenci svojo predstavo pisno sporočijo.

Navajam nekaj odgovorov naših učencev:
a) AG,
b) $ABG \cap AG = AG$,
c) AG je element ravnine ABG,
d) premica AG leži na ravnini ABG,
e) premica leži na ravnini.

Tudi ti zapisi so vrednoteni za nepravilne. Zanimivo je, da učenec seveda enak zapis uporabi tako v prvem kot v tem primeru. Nekaterim učencem je zapis besede „premica“ odveč (komentar: *„Saj se pa vidi!“*).
a) Učenec ve, da je presek ravnine in premice ista premica. Žal ne zapiše: premica.
b) Učenec je enak zapis uporabil že v prvem primeru. Ve, kaj je presek.
c) Učenec ve, da objekt leži na ravnini. To celo sporoča, vendar na napačen način.
d) Učenec ne sporoča, da je premica presek, ampak da leži na ravnini.
e) Učenec sporoča, da premica leži na ravnini. Pozna odnos med ravnino in premico, vendar tega ne sporoča na pravi način.

Pričakovani odgovori:
- Premica AG,
- premica GA,
- premica skozi točki A in G.

Večina učencev naše šole, ki je glede na točkovnik napačno odgovorila, ve, kaj je presek ravnin, in ve, kaj je presek ravnine in premice, ki leži na ravnini.

Seveda tega niso sporočili tako, kot je zapisano v točkovniku. Kaj smo v tem primeru vrednotili? Poznavanje odnosov v prostoru na konkretnem primeru kocke ali sporočanje o poznavanju odnosov v prostoru?
Spomnimo se navodila naloge: *Zapiši, kaj je presek ravnine ABG in premice AG.* Navodilo naloge ne zahteva matematičnega zapisa.

Poglejmo še eno vprašanje:
Zapiši, kaj je presek premic AB in HG.

Kaj je cilj vprašanja? Učenci si predstavljajo, kaj je presek premic. Učenci svojo predstavo pisno sporočijo.

Navajam nekaj odgovorov naših učencev:
a) Premici se ne sekata.
b) Ga ni.
c) Ni preseka, saj sta si vzporedni.
d) Ne obstaja, nimata skupne točke.
e) $HG||AB$.

Pričakovani odgovori v jeziku teorije množic so:
– Prazna množica,
– { },
– ∅.

Tudi za to vprašanje velja, da z zapisanimi nepravilnimi odgovori učenci niso izkazali nepoznavanja odnosa med dvema premicama. Seveda tega odnosa niso zapisali po zahtevah točkovnika, čeprav navodilo naloge ne zahteva sporočanja v matematično formalnem jeziku.

V nalogi je bilo še eno vprašanje:
Zapiši, kaj je presek premic DC in GC.

Kaj je cilj vprašanja? Učenci si predstavljajo, kaj je presek premic in to pisno sporočijo.
Odgovori naših učencev so v skladu z ostalimi odgovori:
a) Točka,
b) $DC \cap GC = C$.

Zapisana sta nepravilna odgovora. Točkovnik je predvidel pravilni odgovor:
– (točka) C.

Tudi za navedena nepravilna odgovora ne moremo zagotovo trditi, da učenec ne ve, kaj je presek premic v tem primeru. Je pa sporočilo napačno zapisano.

Primer naloge kaže na to, da je zelo pomembno, katera znanja želimo z nalogo preveriti. S to nalogo smo preverili (stališče avtorja):
– Ali učenec na sliki modela telesa glede na zahteve besedila razume pojme prostorske geometrije: ravnina, premica, točka.
– Ali je sposoben abstraktnega razmišljanja glede na zahteve besedila (gledam daljico – vidim premico; gledam ploskev – vidim ravnino) in glede na izkušnje s takimi nalogami.
– Ali je sposoben v eni nalogi dojemati in povezati pojme množic in geometrije

(presek, prazna množica, premica, ravnina ...).
– Ali zna sporočiti odgovor v natančno predpisani obliki (formi).

Tudi če učenec v treh odgovorih pokaže razumevanje medsebojnih odnosov (presek ravnin je premica, presek premic je točka ali sta premici vzporedni, presek ravnine in premice je premica), je to znanje ovrednoteno z 0 točkami, saj nam tega ne zna sporočiti na pričakovani način.
Točkovnik tako vrednoti način sporočanja odgovorov.

Učni načrt (ZRSŠ,1998) spodbuja učitelja k poučevanju razumevanja konceptov. O tem govorijo Splošni cilji pouka matematike in Specifični cilji pouka matematike. Obvezno osnovnošolsko izobraževanje učencev ne uči matematičnega formalizma sporočanja. Učenci naj vsebine razumejo, izražajo pa v kombinaciji naravnega in formalnega jezika. Kar razumejo, sporočijo na način, kot so ga zmožni. Zagotovo pa pri vrednotenju upoštevamo oba vidika. Ob takem načinu vrednotenja učenčevih odgovorov, ko so v eni točki točkovnika zajeta različna znanja tako po vsebini kot po taksonomskih ravneh, bomo konceptualna znanja prav težko razvijali. Tak točkovnik dá učencu povratno informacijo, da nima znanja (ZRSŠ, UN, Razvijanje zaupanja v lastne matematične sposobnosti, str. 8).

Predstavil sem en primer naloge NPZ. Naj na kratko predstavim še dve nalogi.

Marko se z avtobusom odpelje iz Ljubljane ob 7.55 in prispe v Koper ob 10.05. Avtobus ima v Postojni postanek 8 minut, v Sežani pa 10 minut. Koliko časa vozi avtobus od Ljubljane do Kopra brez postankov?
Predvidena rešitev naloge :
- 1 ura 52 minut (1 h 52 min),
- 112 minut.

Rešitev predvideva zapis trajanja dogodka, kar je seveda v skladu z UN. Pregled odgovorov učencev kaže na to, da so bili zapisi trajanja dogodka zelo raznoliki. Učenci so zapisali npr. 1:52 h ali 1.52 h. Tako zapisana odgovora sta bila vrednotena kot napačna. Točkovnik je za nalogo predvidel 2 točki. Prvo za korektno pot reševanja in drugo za sporočanje, oziroma korektni zapis časa trajanja dogodka. V razmislek ponujam zapis trajanja dogodka (štoparica) z ročne ure: 00:16. Kar pomeni 16 sekund. Življenjskih situacij, kjer čas trajanja dogodka zapišemo drugače kot predvideva točkovnik, je zelo veliko. Ali lahko trdimo, da učenec, ki je čas zapisal na enak način kot je na štoparici, ne ve, koliko časa traja vožnja od Ljubljane do Sežane? V nalogi nismo upoštevali avtentičnih situacij in življenjskih izkušenj otrok.

Naslednja naloga je prav tako v eni točki :
V preglednici so zbrani podatki o gibanju satelita v Zemljini orbiti.

Čas (v sekundah)	Pot (v kilometrih)
10	80
40	320
120	960

Slika 2

a) Koliko kilometrov dolgo pot opravi ta satelit v dveh minutah?
b) V kolikšnem času opravi ta satelit en milijon kilometrov dolgo pot?

Predvidena rešitev naloge b:
- ustrezna strategija reševanja,
- eden od:
125 000 sekund,
2083 minut 20 sekund,
34 h 32 min 20 s,
Ekvivalentni zapis.

Točkovnik eksplicitno navaja, da je odgovor 125.000 *s* napačen odgovor.
Zapis števila s piko ni predviden v UN za zapisovanje velikih števil, vendar tudi prepovedan ni. Avtentične situacije, ki naj bi po UN bile izhodišča preiskav, razumevanja, matematične pismenosti … vsebujejo take zapise (npr. denar). Učenec, ki je zapisal mersko število s piko, ni pokazal neznanja glede na vsebino. Zna rešiti problem življenjske situacije. Ker pa je odgovor matematično formalno napačno zapisan, s točkovnikom označimo njegov odgovor za neznanje.

V prikazanih treh nalogah lahko učenec zaradi formalno matematično nekorektnih zapisov izgubi preveč točk. Učenec dobi povratno informacijo, da ne zna. Res je, morda ne zna zapisati, kot je to predvideno. Toda ali je to tisto, kar želimo?
Pri pripravi nalog in točkovnika je potrebno temeljito premisliti, katera znanja želimo vrednotiti, da ni prevelikega poudarka na formalnem namesto na konceptualnem nivoju. Ker naloge in točkovnik temeljijo na ciljih, ki jih preverjamo, naj tudi navodilo naloge nedvoumno sporoči, kaj bomo v nalogi zahtevali/ocenjevali. Pri pripravi točkovnika smo pozorni na to, da ne 'kaznujemo' prepogosto istovrstnih napak. Zagotovo ti premisleki ne veljajo samo za naloge in točkovnik NPZ, ampak za vsakodnevno šolsko prakso. Da ne bomo učitelji preveč časa posvetili formalnemu, simbolnemu jeziku sporočanja, pri tem pa pozabili na bistveno pomembnejše cilje (UN, 2011).

Zaključek
Na izbranih primerih sem pokazal, kako lahko točkovnik vpliva na prikazano znanje učencev (izraženo s točkami). Seveda ugotovitve veljajo tako v razredu pri preizkusih znanja, kot pri NPZ z opisi dosežkov, ki kažejo na kvaliteto znanja neke generacije. Ker so dogovorjeni kriteriji v točkovniku enaki za vse in vsakogar, ni vprašljiva veljavnost preverjanja. Povratna informacija o znanju generacije in posameznika pa glede na točkovnik upošteva samo nekatera, predvsem formalna znanja. Ugotovitve so morda izhodišče za izboljšanje ali spremembo prakse v zvezi s predstavljeno problematiko. Moja perspektiva iz razreda bo morda spodbudila tudi spremembo teoretičnega okvira vrednotenja učenčevih dosežkov.
Pri nastajanju nalog in točkovnika bi lahko, na primer, upoštevali izkušnje, strukturo nalog in točkovnik mednarodnih primerjav znanja matematike (TIMSS, PISA) in šolsko prakso.
Pomembno je zavedanje, da v tem razvojnem obdobju otrok učitelji težko dosežemo jasno, formalno pisno in ustno matematično izražanje učencev. Prevelika težnja k poenotenju formalnega jezika pri osnovnošolcih ne bo uspešna. Že v manjši skupini (50 učencev) pri enakovrednem poučevanju, uporabi istih gradiv, enotnem ocenjevanju … prihaja do raznolikih odgovorov. To se bo vedno dogajalo, saj preverjamo ponotranjena konceptualna znanja. Odgovori učencev kažejo na njihovo razumevanje konceptov. Kako pa nam učenci svoje znanje sporočijo, moramo razumeti učitelji. Vlogo NPZ vidim v povezavi s predstavljenim problemom kot spodbujevalca pozitivnih in didaktično smiselnih sprememb. Naloge bi bilo treba oblikovati tako, da učenec ve, na kaj naj bo pozoren, saj

želimo preveriti dejansko znanje učencev. Točkovnik naj bi sledil ciljem preverjanja. Formalističen pristop k preverjanju in ocenjevanju bi lahko nekatere učitelje usmeril v iskanje neznanja v matematičnem simbolnem formalizmu.

Viri

1. Matematika i škola, Terminološki problemi u nastavi matematike. Godište IX, broj 55, str. 195–199, Zagreb, 2010.
2. Rutar Ilc, Z. (2004): Pristopi k poučevanju, preverjanju in ocenjevanju. ZRSŠ, Ljubljana.
3. Magajna, Z.: Ugotavljanje matematičnega znanja s pisnimi preizkusi. Matematika v šoli, 11, str. 84-99.
4. Izhodišča nacionalnega preverjanja znanja v OŠ, DKNPZ, 2005.
5. Matematika, preizkus znanja. Državni izpitni center, maj 2012.
6. Učni načrt. Predmetna kurikularna skupina za matematiko, ZRSS, 1998.
7. Učni načrt. PK za posodabljanje, ZRSS, 2011.

POVEZOVANJE VSEBINSKIH IN PROCESNIH ZNANJI PRI POUKU MATEMATIKE

Learning Mathematics through Integrating Subject Knowledge and Process Skills

mag. Mateja Sirnik, Zavod RS za šolstvo, OE Kranj

mateja.sirnik@zrss.si

Povzetek

Pouk matematike naj bi bil poleg učenja strogih matematičnih vsebin osredotočen tudi na procesna znanja, kjer gre za pridobivanje matematičnih znanj v širšem pomenu. Vse bolj se poudarja pridobivanje vsebinskih znanj preko različnih miselnih procesov in s tem skrb za čim večjo trajnost znanja in uporabnost v novih situacijah. Na področje učenja procesnih znanj najbolj posega Marzanova taksonomija znanj. S teoretičnega vidika nam pomaga pokazati, kako naj v praksi na bolj sistematičen način uresničujemo učenje procesnih znanj (npr. razvrščanje, sklepanje z indukcijo in dedukcijo, odločanje, preiskovanje, reševanje problemov …). V prispevku so opisani nekateri miselni procesi, ki so dopolnjeni z matematičnimi primeri. Opisani primeri podpirajo dejstvo, da za učitelja poučevanje ni le posredovanje in za učence sprejemanje že pripravljenih vsebin, ampak gre pri učenju za povezovanje vsebinskih in procesnih znanj.

Ključne besede: matematika, vsebinska znanja, procesna znanja, Marzanova taksonomija.

Abstract

Mathematics is, besides learning strict mathematical content, supposed to be focused on procedural knowledge, as the main point is to obtain mathematical knowledge in a broader sense. More and more the acquisition of content knowledge through different thought processes is emphasized and with it the concern to maximize durability and usability of gained knowledge in new situations. Marzan’s taxonomy of knowledge affects most the scope of procedural learning skills. From a theoretical point of view it helps us to show, how to realize learning procedural skills in a more practical and systematic way (e.g. classification, reasoning by induction and deduction, decision making, investigation, problem solving ...). This paper describes some of the mental processes that are complemented by mathematical examples. Presented examples support the fact that for the teacher teaching is not only passing on the knowledge and for the students learning is not only receiving prepared content, but rather learning to integrate conceptual and procedural knowledge.

Key words: mathematics, content knowledge, process knowledge, Marzan's taxonomy.

Uvod

Kaj je matematično znanje in kaj se učenci učijo pri pouku matematike? Kakšno matematično znanje potrebujejo naši učenci za nadaljnje šolanje in za reševanje vsakodnevnih problemskih situacij? Vse prevečkrat se zgodi, da nakopičeno deklarativno in proceduralno znanje naši učenci ne znajo uporabiti v novih šolskih in življenjskih situacijah. Zato se vse bolj poudarja, da naj bi učenci v času izobraževanja razvili tudi veščine oz. procesna znanja, ki so sicer tesno povezana z matematičnim znanjem, vendar nekoliko bolj splošna, prenosljiva tudi na druga področja. To so znanja, ki omogočajo uporabo specifičnih znanj (npr. matematičnih) v različnih življenjskih situacijah.

Marzanova delitev znanj
Po Marzanovi delitvi znanja delimo na vsebinska in procesna (povzeto po Rutar Ilc). Vsebinska znanja so predmetno specifična, procesna pa so vsem predmetom skupna. Procesna znanja po Marzanu delimo na:

- Procesi kompleksnega mišljenja (opazovanje, primerjanje, razvrščanje, abstrahiranje, sklepanje z indukcijo in dedukcijo, sklepanje po analogiji, utemeljevanje, posploševanje, analiziranje perspektiv, odločanje, preiskovanje, reševanje problemov, eksperimentalno raziskovanje, analiza napak …).
- Delo z viri (zbiranje, analiza, interpretiranje, sinteza, presoja uporabnosti in vrednosti podatkov …).
- Predstavljanje idej (jasnost izražanja, učinkovitost komuniciranja, ustvarjanje kakovostnih izdelkov …).
- Sodelovanje (prizadevanje za skupne cilje, uporaba medosebnih veščin, prevzemanje različnih vlog v skupini …).

Zora Rutar Ilc opozarja, da se beseda procesno znanje uporablja v treh različnih pomenih:

- Ta znanja uporabljamo v procesu pridobivanja znanja, kot pomoč za izgrajevanje novih vsebinskih znanj (npr. opazovanje, primerjanje, razvrščanje, delo z viri …).
- Izkazovanje obvladovanja vsebinskih znanj z uporabo procesnih znanj (razumevanje nekega pojma podpremo z utemeljevanjem, reševanje različnih problemov …).
- Procesna znanja, ki so sama po sebi cilj: veščina eksperimentiranja, veščina dela z viri.

Eden od ciljev prenove posodobljenih učnih načrtov je bil, da naj bi pouk bolj spodbujal različne strategije mišljenja, povezovanje teoretičnih znanj s praktičnimi, sposobnost samostojnega in kritičnega mišljenja … Marzanova delitev znanj naj bi bila podpora pri spodbujanju kompleksnega mišljenja. V učnem načrtu za matematiko v gimnazijskih programih je med drugim zapisano:
V času izobraževanja naj bi dijaki poleg vsebinskih znanj razvili tudi veščine oz. procesna znanja, ki so sicer tesno povezana z matematičnim znanjem, vendar nekoliko bolj splošna in prenosljiva tudi na druga področja. To so znanja, ki omogočajo uporabo specifičnih (npr. matematičnih) znanj.
Dijak:

- *abstraktno razmišlja,*
- *analitično zastavi reševanje problemov in jih reši z uporabo različnih strategij,*
- *uporablja matematiko v vsakdanjem življenju,*
- *postavlja ključna raziskovalna vprašanja in hipoteze …*

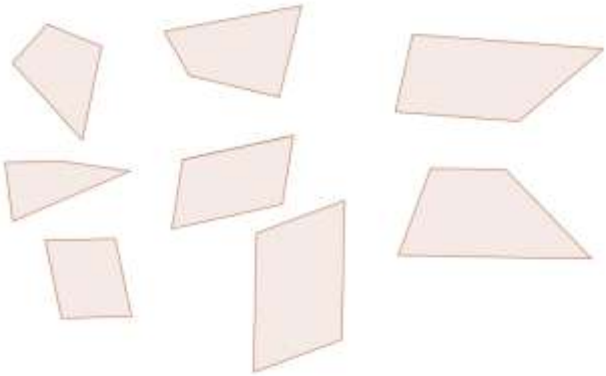
Podoben zapis najdemo tudi v osnovnošolskem učnem načrtu.
Na nekaj primerih si poglejmo, kako poleg učenja vsebinskih znanj, razvijamo tudi procesna znanja, ki omogočajo uporabo matematičnih znanj. Do vsebinskih znanj naj bi učenci v čim večji meri prihajali preko procesov mišljenja. Procesna znanja so tista, ki naredijo vsebinska znanja vseživljenjska.

Primeri učnih situacij razvijanja procesnih znanj pri matematiki

<u>*Primer 1:*</u>

Pri vsebinskem sklopu definicija in lastnosti paralelograma v 7. razredu osnovne šole učencem zastavimo nalogo:

Na sliki 1 primerjaj med seboj narisane štirikotnike. Po kateri lastnosti bi jih lahko razvrstil?



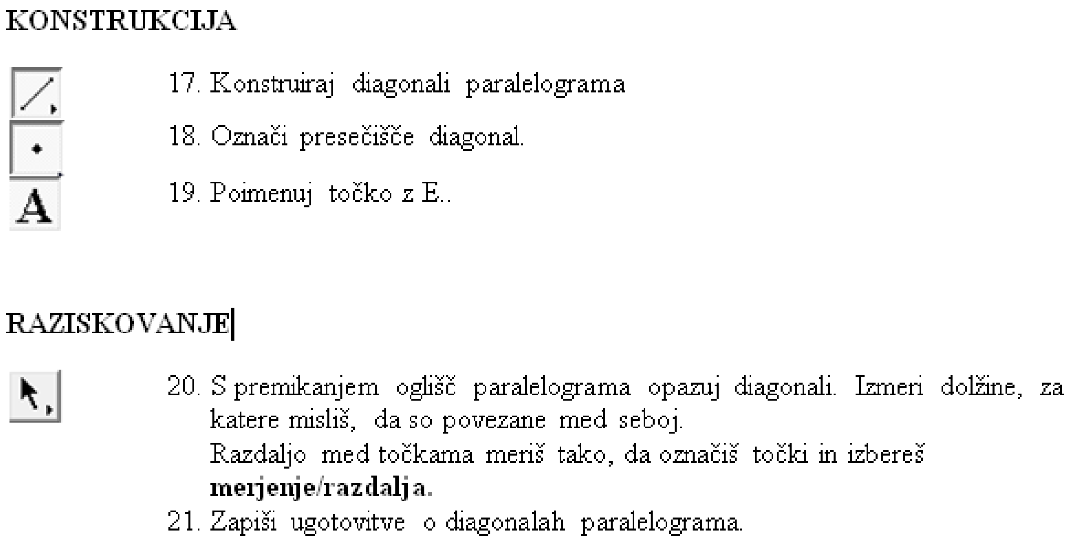
Slika 1: Različni štirikotniki

Učna situacija je primer uvajanja novih definicij z opazovanjem, primerjanjem in razvrščanjem. Rečemo, da gre za definicijsko raziskovanje, kjer konstruiramo opis novega matematičnega koncepta – paralelograma in trapeza.

Učencem pri tem lahko zastavimo vprašanja:

- Po katerih kriterijih boš primerjal narisane like?
- V čem so si narisani liki podobni, v čem se razlikujejo?

Ravno tako v nadaljevanju pouka preko raziskovanja (vodenega ali samostojnega s pomočjo pripravljenega delovnega lista) z uporabo katerega od programov dinamične geometrije učenci raziščejo lastnosti paralelogramov (dolžine stranic, lastnosti diagonal in notranjih kotov).



KONSTRUKCIJA

17. Konstruiraj diagonali paralelograma
18. Označi presečišče diagonal.
19. Poimenuj točko z E..

RAZISKOVANJE

20. S premikanjem oglišč paralelograma opazuj diagonali. Izmeri dolžine, za katere misliš, da so povezane med seboj.
    Razdaljo med točkama meriš tako, da označiš točki in izbereš **merjenje/razdalja.**
21. Zapiši ugotovitve o diagonalah paralelograma.

Slika 2: Del učnega lista Paralelogram in lastnosti paralelograma

Poglejmo si (Tabela 1), katera vsebinska in procesna znanja smo pri tem razvijali:

Vsebinska znanja:	Procesna znanja
Poznajo paralelogram, trapez Opišejo lastnosti paralelograma	Opazovanje, razvrščanje Iskanje skupnih lastnosti in pravil Eksperimentiranje preizkušanje Ustvarjanje zapiskov

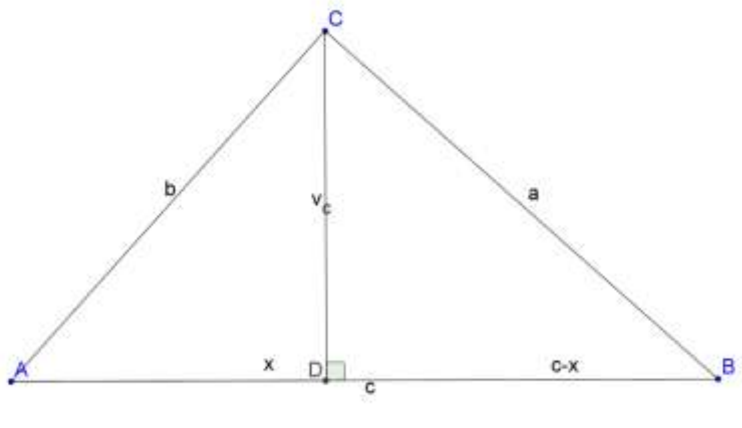
Tabela 1: Pregled vsebinskih in procesnih znanj v prvem primeru

Samo opazovanje, iskanje skupnih lastnosti in razvrščanje uporabimo lahko tudi v fazi utrjevanja in ponavljanja učne snovi. Učencem zastavimo nalogo:

Izberi si enega od kriterijev, po katerem boš razvrstil štirikotnike (npr. po legi nasprotnih stranic smo jih razvrstili pri pouku).

Pri tem kot pomoč učencem lahko ponudimo naslednje kriterije: dolžina stranic, velikost notranjih kotov, kot med diagonalama …

Primer 2:
Geometrija v ravnini je ena od vsebin, kjer učenci lahko spoznajo pravila sklepanja in standarde dokazovanja. Postavljanje ključnih raziskovalnih vprašanj, hipotez je tudi eden od procesov, ki naj bi ga razvijali pri pouku matematike. Pri evklidski geometriji v ravnini učenci poznajo in uporabljajo Pitagorov izrek in kotne funkcije v pravokotnem trikotniku v različnih problemskih situacijah. Že na tem mestu bi si lahko pri pouku zastavili vprašanje, kaj pa bi veljalo v poljubnem trikotniku, in bi naredili razširitev Pitagorovega izreka.



Slika 3: Trikotnik

Narišemo sliko poljubnega trikotnika (Slika 3) in izhajamo iz našega predznanja – Pitagorov izrek in kotne funkcije v pravokotnem trikotniku. Vemo, da velja Pitagorov izrek v poljubnem pravokotnem trikotniku, zato lahko zapišemo naslednje enakosti in dobimo

$$b^2 - x^2 = a^2 - (c - x)^2$$

ter

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2cx$$

in od tod

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2cb\cos\alpha.$$

S sklepanjem po analogiji dobimo še zvezi za preostali stranici *b* in *c*. S tem smo dokazali kosinusni izrek, ki velja v poljubnem trikotniku. S posplošitvijo kosinusnega izreka lahko pokažemo še veljavnost Pitagorovega izreka za pravokotni trikotnik.

Ponovno si poglejmo (Tabela 2), katera vsebinska in procesna znanja smo pri tem razvijali:

Vsebinska znanja	Procesna znanja
Poznajo kosinusni izrek	Deduktivno dokazovanje Sklepanje po analogiji Posploševanje

Tabela 2: Pregled vsebinskih in procesnih znanj v drugem primeru

Zaključek

Preko prikazanih primerov vidimo, da skozi metode učenja in poučevanja v pouk vključujemo razvijanje različnih procesnih znanj. Preprosto lahko rečemo, da znotraj Marzanove delitve znanj ne gre samo za klasifikacijo oziroma taksonomijo znanj, temveč gre za model poučevanja in učenja. Govorimo o procesnem pristopu, kjer učenci skozi lastne izkušnje in spoznanja gradijo svoje znanje. Pri raziskovanju, učenju z odkrivanjem pripravimo takšne učne situacije, da učence čim bolj spodbudimo k samostojnemu delu. Zavedati pa se moramo, da znotraj vseh metod in oblik učenja in poučevanja ni bistvo v tem, kateri pristop je boljši oziroma slabši, ampak kako učence pripraviti na odprto in kritično reševanje problemov, s katerimi se bodo soočali v življenju.

Viri

1. Žakelj, A., Bon Klanjšček, M., Jerman, M., Kmetič, S., Repoluk, S., Ruter, A. (2008): Učni načrt. Matematika: Gimnazija. ZRSŠ ,Ljubljana.
2. http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/devetletka/predmeti_obvezni/Matematika_obvezni.pdf (1. 8. 2012).
3. Žakelj, A. (2003): Kako poučevati matematiko. ZRSŠ, Ljubljana.
4. Rutar Ilc, Z. (2003): Pristopi k poučevanju preverjanju in ocenjevanju. ZRSŠ, Ljubljana.
5. Marentič Požarnik, B. (2000): Psihologija učenja in pouka. DZS. Ljubljana.

PROCESI RAZMIŠLJANJA PRI POUKU MATEMATIKE

Thinking Processes in Teaching Mathematics

Silva Kmetič, Zavod RS za šolstvo, OE Maribor

silva.kmetic@zrss.si

Povzetek

Za učenca, ki ni sposoben uporabiti v novi problemski situaciji matematičnega deklarativnega znanja in pridobljenih spretnosti, usvojeno znanje ni produktivno. Raziskovanje in reševanje matematičnih problemov zahtevata tudi celo vrsto različnih miselnih procesov, ki vsi po vrsti bogatijo matematično vsebinsko znanje in spretnosti. V shemi spoznavanja se bomo osredotočili na nekatere miselne procese, ki jih s konstruktivističnega vidika učitelj lahko spodbuja pri pouku matematike. Usmerjeno bomo vzpostavljali povezave med že pridobljenim in novim znanjem in si pogledali, kako k ustaljenim dejavnostim kot so opazovanje, primerjanje, razvrščanje, induktivno sklepanje, delo z vzorci in posploševanje, načrtno vključimo še sklepanje po analogiji.

Ključne besede: povezovanje znanja, analogija, asociacija, posploševanje.

Abstract

For a student who is unable to use declarative maths knowledge and accomplished skills in a new problem-solving situation, the achieved knowledge is not productive. Investigation and solving maths problems demand the whole range of different thinking processes, which all enhance maths content knowledge and skills. In the conceptual scheme we will focus on some thinking processes, which can be encouraged from constructivistic aspect by the teacher. Some connections between the accomplished knowledge and the new knowledge (not yet achieved) will be presented through the common activities such as observation, comparison, classification, inductive reasoning, work with patterns and generalisation. In addition, reasoning by analogy is included in an organized way.

Key words: integrating knowledge, analogy, association, generalizing.

Uvod

V poučevanju in učenju matematike je bila in je še prva skrb usvajanje matematičnih vsebin in postopkov. Učenec, ki usvoji mnogo matematičnih vsebin in spretnosti in se hkrati ne srečuje z matematičnimi in realnimi problemi, ima malo možnosti, da bi lahko uporabljal naučeno v novih situacijah. Raziskovanje in reševanje matematičnih problemov zahteva uporabo znanja in spretnosti in tudi celo vrsto različnih miselnih procesov, ki bogatijo posameznikovo znanje v celostnem pomenu in prav tako znanje o posameznih pojmih. Brez soočanja s problemi in brez razvijanja sposobnosti reševanja problemov ne moremo pričakovati tovrstnega znanja in spretnosti.

Narava matematike kot znanstvene vede je v nasprotju s pojmovanjem šolskega predmeta matematika. Matematika kot znanost išče nove probleme in jih rešuje, postavlja teorije, šolska matematika pa poučuje že dognano. V matematiki kot znanosti se za že dognano išče nove situacije in probleme za uporabo. Učitelj, ki vodi svoj razred od cilja do cilja brez zadostnega povezovanja pojmov in osmišljanja korakov ter brez reševanja problemov, daje prednost deklarativnemu znanju in ustvarja pri učencih napačne predstave o matematiki kot znanosti. Matematika ni zgolj nabor dejstev in postopkov, je miselni proces, iskanje, reševanje, dokazovanje, skratka neprestano mentalno aktiviranje. Učenci, ki so poučevani 'od cilja do cilja' brez ustrezno poudarjenih dejavnosti za doseganje ključnih

ciljev, bodo dejstva in postopke pozabili in ostali osiromašeni za intelektualne zmožnosti matematičnega mišljenja. Ostala bo napačna predstava o matematiki. Zavedati se moramo, da se miselni procesi, razviti pri matematiki, koristno uporabljajo tudi na drugih področjih dela in življenja.
Preprosto povzeto, matematiko naj bi poučevali tako, da jo lahko učenci samostojno uporabijo v matematiki ali pa drugje. Takšno znanje imenujemo produktivno znanje, ker lahko z njim samostojno ustvarjamo nekaj novega. Zato mora biti razumevanje vsebin in odnosov neločljiva komponenta učnih ciljev.

Miselni procesi se izkazujejo z dejavnostmi, ki jih reševalec uporablja pri soočanju s problemom, od branja, poskusa razumevanja, iskanja poti reševanja do samega reševanja, testiranja rešitve in dokazovanja. V metodiki matematike se običajno navajajo miselni procesi (tudi metode matematičnega mišljenja), kot so: indukcija, dedukcija, analiza, sinteza in analogija, slednji se v nadaljevanju posebej posvetimo. Pričakovanja, da učenci skozi nestrukturirane izkušnje usvajajo način (proces) razmišljanja in sklepanja ne da bi se zavedali, da to počno, niso upravičena. O 'učenju procesov' lahko sklepamo podobno kot o učenju vsebin in spretnosti. Če učencu ne omogočimo učnih situacij, v katerih lahko razvija miselne procese in če ne vzpodbujamo učenca k zavestnemu razmišljanju o njihovi uporabi v različnih problemskih situacijah, ne moremo pričakovati, da bodo usvojili po učnem načrtu predvidena problemska in procesna znanja.

V procesu spoznavanja določene vsebine je učenec voden. Neposredno ali posredno je usmerjano opazovanje, eksperimentiranje (primerjanje, razvrščanje …) in drugi miselni procesi, ki se zaključijo z rešitvijo ali posplošitvijo.

Pri pouku učenci sprva opazujejo posamezne značilnosti, nato učitelj usmerja miselno aktivnost v klasifikacijo in primerjanje z drugimi značilnostmi. Hierarhično predstavljeno poteka spoznavanje skozi več stopenj: začetno spoznavanje – mehanično učenje (opazovanje, eksperimentiranje, branje, poslušanje, rutinska uporaba dejstev in postopkov …), razmišljanje (faza, ko nastopi razumevanje) vključuje načrtnejše in bolj zavestno izbrane dejavnosti, kot so: ugotavljanje skupnih lastnosti in posebnosti (primerjanje, razvrščanje, izbiranje …), sledi faza posploševanja in zaključevanja (poveže s predznanjem, opredeli ali uporabi pojme, zakone, definicije, poišče vzročno-posledične odnose, dokazuje, argumentira, testira, uporablja …).

Glede na svoje izkušnje lahko učenec v spoznavnem procesu razmišlja konvergentno, v nekaterih primerih pa mora biti reševalec zmožen tudi divergentnega razmišljanja. Razen tega mora prepoznati na primer situacijo fiksacije mišljenja oziroma imeti metakognitivni nadzor nad reševanjem …

Miselni procesi reševanja
Rutinski postopki so dobro definirana pravila in algoritmi. Sem spadajo računski postopki, algebrajski postopki (operacije, razstavljanje, reševanje enačb), osnovne konstrukcije v geometriji … Že pri izvajanju rutinskih postopkov opazimo, da vsi učenci ne uporabljajo istih metod oziroma istih korakov, tudi če učimo posamezne postopke na en sam način (Hart, 1981).
Sposobnost uporabljati izbrani postopek imenujemo veščina ali spretnost. Mnogi menijo, da lahko veščine razvijamo zgolj z urjenjem. To drži, če zasledujemo cilj kratkoročno, dolgoročno pa se poznavanje postopkov ohrani z večjo verjetnostjo, če postopke tudi razumemo.

Proces razmišljanja ali sklepanja lahko spremljamo s procesi sporočanja. Ko rešujemo problem, nastopi trenutek odločitve o poteku reševanja. Izbiramo lahko različne matematične modele in/ali poskušamo s strategijami, kot so:

- upoštevamo enostavnejši primer,
- iščemo posebne primere,
- induktivno sklepamo,
- iščemo analogije,
- iščemo vzorec, pravilo,
- poskušamo s konca,
- oblikujemo domneve, jih primerjamo in preizkušamo,
- posplošujemo,
- preverjamo delo,
- dokazujemo rezultate.

Bistvena lastnost in prednost strategij in procesov je v tem, da jih lahko uporabimo na različnih problemih. Rutinski postopki so postopki z omejitvami v primerjavi s strategijami in procesi. Posredno ali neposredno učenje miselnih procesov je neločljiv del učenja reševanja problemov in predmeta matematika.

Matematični problemi in uvajanje novih pojmov

Vsebine, pojme in postopke bi lahko glede na časovno komponento intuitivno razdelili v dve skupini: 'kratkoročne' in 'dolgoročne'. V prvi skupini so torej tisti, ki jih lahko razvijemo v krajšem časovnem obdobju, učenci jih hitro usvojijo in takoj lahko preverimo učinek učenja. Dolgoročne pojme razvijamo dalj časa, po korakih, učinke težje spremljamo, ker se lahko izkažejo le po daljšem časovnem obdobju. V to skupino spadajo npr. problemska in procesna znanja ter nekatere sestavne komponente teh znanj. Posledično je pri razvoju problemskih znanj velika ovira ravno v tem dejstvu, saj učitelji menijo, da potrebujejo za razvoj problemskih znanj več časa, ki ga v okviru obstoječega predmetnika ne vidijo (Marentič Požarnik, 2000: 86). Zato bodo v nadaljevanju najprej nanizane problemske situacije, ki so neposredno povezane z matematičnimi vsebinami. Način oziroma izhodišče za uvajanje je problemsko, rezultat reševanja pa je matematična vsebina, nov pojem. V procesu učenja spodbujamo samostojno povezovanje pojmov, uporabo naučenih vsebin, postopkov, povezovanje znanja …

Aktiviranje predznanja z neposrednimi matematičnimi povezavami

Ker je matematika zgrajena hierarhično, pojmi in vsebine so povezani, imamo redko opravka z izoliranimi pojmi ali dejstvi.

Ena izmed značilnosti matematičnega razmišljanja[10] je naslednja:

- Sem v novi situaciji B.
- Problem znam rešiti v situaciji A.
- Kako bi spremenili situacijo B v situacijo A?

Ilustrirajmo z nekaj primeri po matematični šolski vertikali.

Množenje z dvomestnim številom

Situacija B: Izračunaj $24 \cdot 12$.

Situacija A: Znam množiti dvomestno število z enomestnim.

[10] Način razmišljanja je tako značilen, da je predmet mnogih šal o matematikih.

V nadaljevanju sta zapisana dva primera reševanja, možnosti pa je še veliko (npr. s seštevanjem).
Situacijo B lahko učenec spremeni v situacijo A.
Primera želene poti reševanja sta naslednja:
$24 \cdot 12 = 24 \cdot 6 \cdot 2 = \underline{24 \cdot 6} \cdot 2$
$24 \cdot 12 = 24 \cdot 4 \cdot 3 = \underline{24 \cdot 4} \cdot 3$
Učenec lahko izvaja množenje s pisanjem 'pomožnih' računov ali postopnost računanja izraža s podčrtovanjem ali pa že z oklepaji.

Opisanega načina računanja učitelj ne poučuje, le ustvari učno situacijo, v kateri učenci iščejo pot do rešitve problema. Učitelj lahko intervenira s spodbudami kot: kaj pa znamo, zapiši primer s števili, ki jih znaš množiti …

Ali je to problemska situacija? Uporabimo eno najenostavnejših definicij problemske situacije: Naloga je problemska, če učenec ne pozna rutinske poti do rezultata. Pri predpostavki, da se učenec še ni učil množiti z dvomestnim številom, je dano izhodišče za učenje problemsko. S takšnim poukom dosežemo povezovanje znanja, učenci ne sprejemajo novega učnega koraka kot novo izolirano dejstvo ali postopek, učenci razvijajo problemska in procesna znanja in krepijo samopodobo o svoji matematični zmožnosti. Poudarimo še, da opisani primer ni podan kot priporočljiv korak za uvajanje množenja z dvomestnim številom. Z njim želimo opisati, kako lahko uvajanje pojma ali postopka zastavimo problemsko in kateri miselni procesi se lahko v tej problemski situaciji odvijajo.

Omenimo podobno izhodišče B, ko učenec še ne zna množiti z 10, zna pa množiti dvomestno število z enomestnim.
Situacija B: $24 \cdot 10 =$
Uporaba situacije A: $24 \cdot 10 = 24 \cdot 2 \cdot 5 = 48 \cdot 5 = 240$

Po nizu primerov, lahko učenci zaključijo:
Če število množim z 10, ima zmnožek na mestu enic števko 0.
Če z 10 množim dvomestno število, dobim trimestno …

Učence spodbujamo, da zapišejo vse, kar opazijo, in ne samo želeno dejstvo. Učenci lahko tudi utemeljijo, zakaj je na mestu enic vedno števka 0, zakaj dobimo iz n mestnega števila $n + 1$ mestno število. Lahko tudi *napovedo* zmnožke z 10 za tri in večmestna števila.

Morda lahko s kombinacijo zgoraj opisanih učnih situacij pripeljemo učence do tega, da bodo samostojno ustvarili pisni algoritem množenja. S tem bo na videz porabljenega veliko časa, posledično pa je vložek v takšno učenje učinkovit, ker se učenci ne učijo samo postopka, ampak razvijajo miselne procese, ki so uporabni tudi v drugih problemskih situacijah.

$24 \cdot 12 = 24 \cdot (10 + 2) = 24 \cdot 10 + 24 \cdot 2$

Po naslednjem koraku ($24 \cdot 32$) bi lahko pričeli razmišljati o uvedbi algoritmičnega zapisa, sprva z uporabo preglednice desetiških enot.

Osnova opisanega niza korakov je temeljila na povezovanju novega z že znanim oziroma gre za uporabo znanega v novi matematični situaciji.

Potujmo po šolski vertikali z naslednjim primerom:

Vsota notranjih kotov trikotnika
Situacija A: Poznamo vsoto notranjih kotov v trikotniku.
Situacija B: Kolikšna je vsota notranjih kotov v štiri, 5-, 6- … in *n*-kotniku?
Situacijo B spremenimo v situacijo A: Razdelimo večkotnik na trikotnike.

Z učenci se pogovarjamo o matematiki, kjer se nekatera dejstva spreminjajo v lepem redu, po pravilih (vzorcih), in druga, ki so invariante, torej se ne spreminjajo. Vsota notranjih kotov je za vse trikotnike vedno 180° (invarianta). Vsota notranjih kotov pravokotnika in kvadrata je učencem poznana. Ali je enaka za vse štirikotnike? Ali lahko na osnovi dveh primerov napovemo domnevo za 5-kotnik? Vprašanja učitelja mobilizirajo in motivirajo ter spodbujajo učence k iskanju odgovorov, h konstrukciji znanja, ki je rezultat lastnega mišljenja, kar je bistvo matematike, ki je produkt človeškega uma.
Namig za možno napoved: Vsota notranjih kotov poljubnega *n*-kotnika je večkratnik 180°.
Velik izziv za učence je napoved vsote zunanjih kotov.

Po situaciji A lahko učenci napovedo rezultat situacije B. Napoved in predvidevanje možnega rezultata je pomemben element problemskih znanj, zato je učence treba spodbujati k napovedovanju matematičnih rezultatov. Ob zaporedju naštetih dejavnosti lahko učenci svoje napovedi in induktivne sklepe tudi utemeljijo, vsaj razložijo, nekateri pa tudi dokažejo.

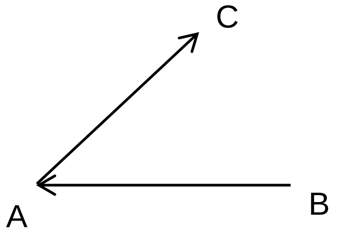
Navedimo še primer, ki se pogosto izvaja v naših učilnicah. Povečati bi bilo treba le samostojnost učencev v fazah oblikovanja ugotovitev in zaključkov.

Ploščina trapeza
Znam izračunati ploščino paralelograma. Kako bi izračunali ploščino trapeza?
Učenci so uspešni pri ploščinskem preoblikovanju lika, nimajo pa na voljo dovolj časa, da bi opisali ploščino nastalega lika s podatki za trapez.

Naslednji primer sodi v osnovno in srednjo šolo:

Množenje dvočlenika z dvočlenikom
Situacija A: Znamo množiti dvočlenik z enočlenikom.
Situacija B: Kako bi množili dvočlenik z dvočlenikom?
Ker je razčlenitveni zakon $(a+b)c = ac + bc$ osnova algebre, ga morajo učenci tako 'videti' tudi skozi pouk.
Če bi poučevali matematiko po principu iskanja poti iz situacije B v situacijo A, ne bi potrebovali 'nematematičnih' pojmov, kot so npr. podobni enočleniki. Računanje z izrazi s spremenljivkami temelji na razčlenitvenem zakonu. Njegova dosledna uporaba lahko zmanjša nerazumevanje algebrskih pojmov. Demonstrirajmo na preprostem primeru:
$a + a = 1\cdot a + 1\cdot a = a\cdot (1+1) = a \cdot 2 = 2\cdot a.$ Po izpuščanju znaka množenja se srečamo z izrazi $2a + 5a$. Če uporabimo razčlenitveni zakon, ne potrebujemo pravila o seštevanju podobnih enočlenikov. (Uporabljamo tudi druge zakone, vendar tukaj poudarjamo samo razčlenitvenega, ker vpliva na pot uvajanja.)
$2a + 5a = 2\cdot a + 5\cdot a = a \cdot (2 + 5) = a \cdot 7 = 7\cdot a = 7a$
V primerih $2a + 5b$ ali podobnih $2a + 5ab$ učenec lažje uvidi, da v tem primeru ne more seštevati, saj seštevanje enočlenikov temelji na seštevanju števil in na razčlenitvenem zakonu.

Seštevanje vektorjev
Znam sešteti vektorja, ki sta v legi 'drug za drugim'.



Kaj storiti, če je lega danih vektorjev drugačna? Spravim ju v lego 'drug za drugim'.

Za učitelje v srednji šoli je poučevanje z vidika predznanja učencev prav poseben izziv. Zgornji primer je ena od vsebin, ki se ne nadaljuje neposredno iz osnovne šole. Večina učnih tem je ponovitev ali nadgraditev osnovnošolskega znanja, zato je potrebno raziskati predstave učencev o pojmih, ki jih v srednji šoli razvijamo dalje, saj je treba najprej ugotoviti in odpraviti napačne predstave.

Povezovanje in izgradnja znanja s sklepanjem po analogiji
Z besedo analogija, podobno kot z besedo metafora, opišemo način razlage ali sporočanja, s katerim poskušamo izpostaviti ali nakazati določene lastnosti objekta. Pimm domiselno ilustrira metaforo s primerom ugotovitve: 'Gregor je lev!', kar ne pomeni, da ima Gregor vse lastnosti leva (Pimm, 1990: 101), ker ima lahko trditev mnogo različnih pomenov. Levu je lahko ime Gregor, lahko pa ima Gregor nekatere lastnosti leva. Če Gregorja metaforično predstavljamo z levom, še ne pomeni, da ima vse lastnosti leva. Uporaba metafor je po Pimmu (1990) in English (2004) vrsta analogije.

Beseda analogia[11] je grškega matematičnega izvora (Pimm, 1990:100). Uporabljamo jo v vsakdanjem jeziku in pomeni podobnost dveh objektov glede na izbrano oziroma opazovano lastnost. Matematično povezuje analogija dva odnosa A : B je enako kot C : D. Analogija se torej opisuje z 'enakostjo' dveh odnosov, torej s 'posplošenim sorazmerjem' A : B :: C : D. (Ta simbolni zapis uporablja več avtorjev o analogiji v matematiki.)
Ker se med analognimi elementi ohranjajo nekatere lastnosti (Polya 1987: 75), je relacija simetrična. Veljajo ekvivalentne enakosti, kot npr. B : A :: D : C. Če jih ubesedimo: A proti B 'je enako kot' C proti D, ali A je kot C in B je kot D. Ilustrirajmo še s primerom: Kvadrat: stranica :: Kocka : mejna ploskev. Učenci zlahka najdejo kvadratu analogni objekt kocko. Utemeljitev pa je napačna, ker analogijo utemeljujejo z enakostjo dolžin robov kocke (Kmetič 1996: 226).

English (2004) definira zgoraj omenjeno analogijo kot *klasično*, navaja pa še *problemsko* in *pedagoško* analogijo. Problemska analogija pomeni analogno sklepanje pri reševanju problemov zaradi podobnosti problemskih situacij (asociativne naloge ali naloge, ki jih lahko rešujemo na podoben način). Pedagoška analogija pa se nanaša na konkretne reprezentacije abstraktnih pojmov ali na uporabo metafor pri uvajanju in razlagi novih pojmov.

Jaušovec (1991) loči analogijo, ki nastaja

[11] **analogíja** -e ž (î) *pojav, ki postane zaradi sorodnih, vzporednih vzrokov (skoraj) enak drugemu pojavu:* problemi v znanosti imajo analogije tudi v umetnosti; iskati, najti analogije/medsebojna, očitna analogija; nastati, razlagati si, sklepati po analogiji ♦ lingv. *uravnava jezikovne prvine po podobnem vzorcu, nalika, SSKJ na* http://bos.zrc-sazu.si/cgi/a03.exe?name=sskj_testa&expression=analogija&hs=1

- s pomočjo formalnega principa (abstrakcije),
- s spreminjanjem delov danega stanja (transformacija),
- s povezovanjem danega stanja z nekim drugim področjem (asociativna analogija).

Uvid analogije kot podobnostne povezave dveh različnih kontekstualnih področij je izjemen in redek dogodek pri reševanju problemov (Magajna, 2002/03: 132).

Polya (1985) pravi, da je analogija naše običajno sklepanje, vendar na zelo različnih nivojih natančnosti. Prepričan pa je, da lahko z natančno uporabo analogije odkrivamo rešitve, ki pa jih je treba tudi dokazati.

Pogosto uporabljamo nejasne, večznačne, nepopolne ali nepopolno pojasnjene analogije. Primer matematične natančne analogije, s katero lahko odkrivamo nova dejstva, je analogija, ki povezuje objekte v ravnini (2D objekti) z analognimi objekti v prostoru (3D objekti). Za analogne (posplošene) objekte se ohranjajo določeni odnosi oziroma lastnosti.

Analogni sklep izpeljemo na osnovi podobnih lastnosti elementov ali odnosov med lastnostmi elementov (pojmov).

Iz ravnine v prostor je primer formalne ali klasične analogije. Z abstrakcijo lahko tvorimo ene elemente iz drugih in definiramo posplošene objekte in odnose med njimi. Torej učenci iščejo skupne lastnosti elementov oziroma relacije med njimi, ki se ohranjajo.

2D	3D	posplošitev
kvadrat	kocka	Vsi mejni elementi objekta so skladni in paroma vzporedni.
pravokotnik	kvader	Po dva mejna elementa sta skladna in vzporedna.
krožnica	sfera	Množica točk v prostoru (2D ali 3D), ki je od izbrane točke S oddaljena za radij r.
stranica lika	ploskev telesa	mejni element objekta
obseg lika	površina telesa	mera mejnih elementov
ploščina lika	volumen telesa	mera …
oglišče lika	rob telesa	presečišče mejnih elementov
diagonala lika	'diagonalna' ploskev	diagonalni element

Tabela 2: Preglednica analognih objektov in posplošitve.

Preverimo definicijo klasične analogije za kvadrat in kocko ter za krog in kroglo v povezavi z nekaterimi analognimi pojmi.
Kvadrat : oglišče :: Kocka : rob
Kvadrat : ploščina kvadrata :: Kocka : prostornina kocke
Kvadrat : obseg kvadrata :: Kocka : površina kocke
Krog : obseg kroga :: Krogla : površina krogle
Krog : ploščina kroga :: Krogla : prostornina krogle

Sosednji stranici kvadrata sta pravokotni, prav tako sosednji mejni ploskvi kocke. Nasprotni mejni elementi so vzporedni. Nasprotni stranici kvadrata sta vzporedni in nasprotni mejni ploskvi kocke sta vzporedni. Mejni elementi so skladni med seboj. Stranice kvadrata so skladne in mejne ploskve kocke so skladne. Za mejne elemente analognih objektov, kot sta kvadrat - kocka in pravokotnik - kvader (stranice in mejne ploskve), se ohranijo odnosi: pravokotnost, vzporednost in skladnost.

Raziščimo odnos med diagonalama kvadrata in telesnima diagonalama kocke. Ali sta to analogna elementa? Kaj se ohranja in kaj se ne ohrani?
Diagonali kvadrata sta skladni, razpolavljata druga drugo in oklepata pravi kot. Diagonalne ploskve kocke so 4. Ločimo lahko pare nasprotnih in pare sosednjih. Pari sosednjih ne ustrezajo definiciji diagonalnega elementa, ki povezuje nasprotni oglišči ali nasprotna robova. Para nasprotnih diagonalnih presekov ohranita vse lastnosti diagonal kvadrata v ravnini.

Štiri telesne diagonale kocke (daljice) niso 'pravi' analogni elementi. En par diagonal leži v diagonalnem preseku, torej v pravokotniku. Ker so vsi diagonalni preseki skladni, so vsi odnosi za poljubno izbrani par diagonal enaki (centralna simetrija).

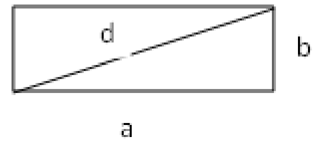
Poljubni telesni diagonali kocke sta skladni, razpolavljata druga drugo, ne sekata pa se pod pravim kotom. Torej se ne ohrani ena izmed lastnosti, pravokotnost med diagonalama.

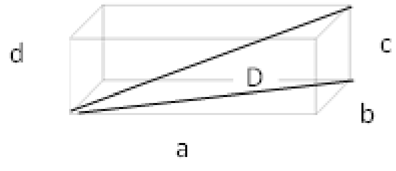
V primeru telesne diagonale ohranimo povezavo med nasprotnimi elementi (oglišči, robovi) z daljico, vendar analogna elementa v prostoru nista več nasprotni presečišči mejnih elementov (roba), pač pa obdržimo oglišče, ki je v prostoru presečišče (treh) robov (oglišče v prostoru nima analognega elementa v ravnini). Tudi v tem primeru se nekatere lastnosti ohranjajo.

Analogija med objekti povzroči analogijo med merami teh objektov in posledično so podobno zgrajene tudi formule za te mere. Obseg in površina kot meri mejnih elementov in ploščina ter volumen kot meri zapolnjenega prostora se iščejo po analognem procesu. Formule za računanje teh mer imajo posledično enako strukturo. Obseg je vsota vseh dolžin mejnih elementov (stranic), površina telesa pa ploščina mreže telesa (razen za kroglo) oz. vsota ploščin mejnih elementov (mejnih ploskev).

Z uporabo analogije lahko dani problem poenostavimo. Izračunati želimo dolžino telesne diagonale kvadra. Problem prevedemo – transformiramo na ravninski problem pravokotnega trikotnika ali pravokotnika, nato rezultat v 2D nadgradimo nazaj v 3D.

Sinteza za objekta pravokotnik in kvader:





$o = 2(a + b)$	$P = 2(ab + bc + ac)$
$p = ab$	$V = abc$
$d^2 = a^2 + b^2$	$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

Opazimo, da sta podobni tudi meri za mejne elemente in za zapolnitev prostora.

Tudi trikotnik in piramida sta analogna objekta. Posledično imata formuli za mero podobno zgradbo. Ohrani se tudi lastnost, da sta meri konstantni v primeru, ko opazujemo objekta med vzporednima premicama v ravnini oziroma med vzporednima ravninama v prostoru.

$$p = \frac{o \cdot v_o}{2} \quad : \quad V = \frac{O \cdot v}{3}$$

Zanimiv primer analogije je tudi obravnava kompleksnih števil z vektorji. Če učenci razumejo analogijo, lahko teorijo kompleksnih števil samostojno opišejo s teorijo vektorjev.

S spreminjanjem delov danega stanja (transformacija) lahko nastane analogen sklep. Takšni primeri so predstavljeni kot analogije v postopku, spreminjajo pa se objekti.

Analogij, glede na ohranjen postopek in spremenjene elemente, je v šolski matematiki mnogo. Omenimo primer obravnave lastnosti kotnih funkcij na enotski krožnici v primerjavi z obravnavo kotnih funkcij npr. na enotskem kvadratu, ali učenec sklepa o ploščini krožnega izseka na osnovi sklepanja o dolžini krožnega loka, uporabi pravilo o produktu celih števil, da napove in ugotovi pravilo o količniku dveh celih števil ... O analognih postopkih in o šibkih točkah nekaterih analognih postopkov je več v delu Kmetičeve (1996: 226-227).

Z drugimi besedami rečemo, da gre za pozitivni transfer izkušenj, kar je eden od elementov problemskega znanja (Žakelj, 2010: 53).

Predstavili bomo še dva problema, ki se rešujeta na osnovi delno enake baze vsebinskega znanja in po enakem (podobnem ali analognem) postopku reševanja. Takim problemom pravimo tudi asociativno povezani problemi.

Koliko let imajo deklice?

Na cesti se srečata prijatelja, ki se že dolgo nista videla. Najprej se pogovarjata o svojih družinah.
Koliko otrok imaš?

Tri, tri hčerke.

Koliko so stare?

Produkt njihovih let je 36, vsota let pa je enaka številu, ki se zapiše kot tista hišna številka.

Nisi mi povedal dovolj.

Najstarejša igra klavir.

Koliko so deklice stare?

Rešitev lahko razberemo iz preglednice reševalca. Skrita numerična podatka, vsota let je hišna številka in 'najstarejša igra klavir' v lastnostih števila 36, nam najprej razkrijeta hišno številko (13) in vzrok po dodatnem vprašanju med akterjema v nalogi.

36 kot nakazan produkt	vsote
$1 \cdot 1 \cdot 36$	38
$1 \cdot 2 \cdot 18$	21
$1 \cdot 3 \cdot 12$	16
$1 \cdot 4 \cdot 9$	14
$1 \cdot 6 \cdot 6$	13
$2 \cdot 2 \cdot 9$	13
$3 \cdot 3 \cdot 4$	10
$6 \cdot 2 \cdot 3$	11

Tabela 3: Preglednica vseh možnih produktov in vsot nam pomaga izbrati rešitev problema.

Kvader z najmanjšo površino je naloga, ki jo lahko rešimo na podoben način.
Sestavi kvader iz 100 enotskih kock, ki ima najmanjšo površino.

Zaključek

V prispevku ne govorimo eksplicitno o dejavnostih opazovanja, primerjanja, razvrščanja, urejanja, induktivnega sklepanja, sistematičnega zapisovanja … Te dejavnosti so del strategije reševanja posameznega problema in so implicitno vključene v večino nanizanih primerov. Osredotočeni smo bili na dva načina sklepanja. Prvi način prevede novo problemsko situacijo na že znano, drugi način pa je sklepanje po metodi analogije. Načrtno vključevanje in spodbujanje obeh načinov mišljenja lahko aktivira učence in s tem prispeva k povezovanju znanja, razvoju problemskih in procesnih znanj oziroma k razvoju matematičnega mišljenja.

Viri

1. English L.D. (2004): Mathematical and Analogical Reasoning of Young Learners. Lawrence Erlbaum & Associates, New Jersey.
2. Hart K.M. (1981): Children's Understanding of Mathematics: 11 to 16. John Murray, London.
3. Jaušovec, N. (1991): Kako uspešneje reševati probleme? DZS, Ljubljana.
4. Kmetič, S. (1996): Od pojma do definicije. V Kmetič, S. (ur.). Prispevki k poučevanju matematike. Rotis, Maribor, str. 219-234.
5. Magajna, Z. (2002/03): Problemi, problemsko znanje in problemski pristop pri pouku matematike. Mat. šol., 2002/2003, letn. 10, št. 3-4, str. 129-138.
6. Marentič-Požarnik, B. (2000): Psihologija učenja in pouka. DZS, Ljubljana.
7. Orton, A. (1999): Pattern in the teaching and learning of matehematics. Cassell London.
8. Pimm D. (1990): Speaking Mathematically. Routledge, London.
9. Polya, G. (1987): Kako rešujemo matematične probleme. DMFA, Ljubljana.
10. Žakelj A. (2010): Posodobitev pouka v gimnazijski praksi, Matematika. ZRSŠ, Ljubljana.

AKTIVNA RABA INFORMACIJSKO-KOMUNIKACIJSKE TEHNOLOGIJE PRI UČENJU IN POUČEVANJU MATEMATIKE

mag. Mateja Sirnik, Zavod RS za šolstvo, OE Kranj

mateja.sirnik@zrss.si

Informacijsko-komunikacijska tehnologija (IKT) je postala del našega življenja. Pričakuje se sposobnost uporabe IKT na večini delovnih mest, zato se tudi od učiteljev pričakuje, da bomo učence usposobili za uporabo le-te.

Pouk matematike naj bi učence usposobil za uporabo IKT pri soočanju z matematičnimi ter avtentičnimi problemi in posledično za uporabo v vsakdanjem življenju. Uporabo tehnologije pri poučevanju in učenju matematike predvideva učni načrt za matematiko v osnovni šoli in gimnaziji ter katalogi znanj preostalih srednješolskih izobraževalnih programov. V osnovni šoli je eden od standardov v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju *»uporablja informacijsko-komunikacijsko tehnologijo pri reševanju problemov.«* V učnem načrtu za gimnazijo pa je med pričakovanimi dosežki zapisano: *»uporablja informacijsko-komunikacijsko tehnologijo, sposoben je kritičnega odnosa do informacij na spletu in kje drugje.«* Ravno tako v katalogu znanj za srednje strokovno izobraževanje preberemo med ključnimi kompetencami, da je eden od ciljev pouka matematike razviti: *»zmožnost za uporabljanje tehnologije pri izvajanju matematičnih postopkov ter pri raziskovanju in reševanju matematičnih problemov.«*

V pouk matematike vključujemo različne vrste tehnologij: računala (numerična, grafična, simbolna), programe, namenjene razvoju matematičnih pojmov in raziskovanju ter reševanju matematičnih problemov (programi dinamične geometrije, programi za delo s funkcijami, računalniške preglednice oz. dinamični programi za delo s podatki), e-gradiva, svetovni splet.

Trenutno je po naših šolah precej razširjena t. i. pasivna raba tehnologije pri pouku matematike, kjer gre za uporabo že gotovih e-gradiv s strani učitelja in učencev, še precej prostora pa nam ostaja pri t. i. aktivni rabi tehnologije pri učenju, kjer učenci samostojno uporabljajo katero od prej navedenih tehnologij po navodilih učitelja za spoznavanje novih pojmov, za modeliranje realnih in učnih situacij, za reševanje različnih matematičnih ter avtentičnih problemov.

Kot učitelji matematike se uporabi tehnologije pri poučevanju ne bomo mogli izogniti, na nas pa je odločitev, kdaj in v katerih učnih situacijah bomo načrtovali njeno uporabo. Nekaj primerov uporabe vidimo v prispevkih, ki so umeščeni v tematski sklop Uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije pri pouku matematike.

ZAVRTIMO GEOMETRIJSKE LIKE V PROSTORU

Lets Rotate Geometric Shapes in Space

Vanja Vogrin, OŠ Trzin

vanja.vogrin@guest.arnes.si

Povzetek

Programi za dinamično geometrijo so prinesli svež veter v poučevanje matematike, saj geometrijske konstrukcije nenadoma oživijo in tako pripomorejo k nazornosti in atraktivnosti pouka. Ravno tako pa si lahko s programi dinamične geometrije, ki so v osnovi namenjeni za obravnavo geometrije v ravnini, pomagamo pri obravnavi geometrijskih teles. Za obravnavo medsebojnih odnosov med geometrijskimi elementi v prostoru, lastnosti oglatih in okroglih geometrijskih teles bolj učinkovito uporabimo programe za dinamično geometrijo v prostoru. Pomembna je vizualizacija nastanka vrtenine in zmožnost oblikovanja mentalne slike različnih vrtenin. Konstruiramo lahko različne geometrijske like in proučujemo vrtenine, ki nastanejo pri vrtenju okrog izbrane osi. Ob tem ozaveščamo in osmišljamo poznavanje medsebojnih odnosov med točko, premico in ravnino v prostoru. Navsezadnje pa tudi izračunamo površine in prostornine nastalih vrtenin.

Ključne besede: vrtenine, valj, stožec, krogla, prostorska geometrija.

Abstract

Dynamic geometry programmes have brought a fresh aproach to teaching mathematics in primary school. Geometrical constructions suddenly come to life and contribute to the clearness and attractiveness of teaching and learning about geometrical shapes and solids. Dynamic geometry programmes, which are basically designed to deal with geometry in the plane, allow us to learn about geometrical solids. We can explore relationships between geometrical shapes in space and the properties of geometric solids more effectively. Very important is the visualization and creation of rotational solids and ability to create mental images of them. You can construct a variety of geometric shapes and study rotational solids, resulting from rotation around selected axis. At the same time we raise awareness and knowledge about relationships between point, line and plane in space. Finally we can calculate the surface and the volume of generated rotational bodies. The article shows how to teach about rotational solids in the classical way and show which opportunities are offered by the information and communication technology.

Key words: rotational solids, cylinder, conic, sphere, geometry in space

Uvod

Po učnem načrtu v osnovni šoli se z geometrijskimi telesi učenci seznanijo že v prvem razredu. Geometrijska telesa spoznavajo s pomočjo različnih matematičnih modelov in iščejo geometrijska telesa v življenjskih situacijah. Ob spoznavanju in obravnavi geometrijskih teles učenci izgrajujejo prostorske predstave.

V devetem razredu osnovne šole je dobršen del pouka matematike namenjen prostorski geometriji, ki omogoča povezovanje vsebin in postopkov, ki so jih učenci spoznali v nižjih razredih. Učenci spoznavajo vrtenine in geometrijska telesa tako z matematičnega kot s tehniškega vidika in v mnogih pojavitvah v vsakdanjem življenju.

Pri poučevanju prostorske geometrije se je potrebno naslanjati na najrazličnejše modele geometrijskih teles in možnosti prezentacije, ki jih nudi sodobna informacijsko komunikacijska tehnologija.
Vrtenine sem poskušala učencem približati na različne načine: z doma pripravljenimi didaktičnimi pripomočki, z geometrijskimi modeli in z uporabo programa za dinamično geometrijo.

Opredelitev vrtenin

Preden začnemo z obravnavo vrtenin, jih definiramo. V osnovni šoli učenci ločijo oglata in okrogla telesa, med slednjimi spoznajo valj, stožec in kroglo. Z valjem, stožcem in kroglo lahko sestavljamo različna telesa. Tudi sestavljena telesa opredelimo kot vrtenine.

Vrtenino dobimo, če geometrijski lik zavrtimo za 360° okrog izbrane osi. Na ravni osnovne šole obravnavamo preproste vrtenine, če se zavrti kvadrat, pravokotnik ali pravokotni trikotnik okoli izbrane stranice, ali če se zavrti osno someren lik okoli simetrijske osi. Pri omenjenih in nekaterih sestavljenih vrteninah znamo izračunati površine in prostornine. Opazujemo, izdelujemo ali konstruiramo lahko bolj zapletene modele, ki pa jih samo opišemo.

Slika 1: Šahovska figura, ki si jo lahko zamislimo kot vrtenino

Opazovanje nastanka vrtenin

Pogovorimo se, katere like zavrtimo, da dobimo valj, stožec ali kroglo. Tako dobljene vrtenine ponazorimo tudi s pripomočki, ki si jih z malo truda pripravimo sami.
Prvega od teh pripomočkov sem poimenovala lizike (slika 2). Iz kartona izrežemo osno someren geometrijski lik. Potrebujemo še okroglo leseno paličico. Paličico pritrdimo na simetrijsko os in ponazorilo je pripravljeno.

Slika 2: Primeri "lizik"

Slika 3: Valj kot vrtenina

Slika 4: Vrtenina iz polkrogle in valja

Neposredno izkušnjo z vrteninami učenci dobijo sami tako, da si izdelajo preprosto ponazorilo – vrtavko – iz dveh vrvic in geometrijskega lika, ki ga bodo vrteli okrog izbrane osi.

Slika 5: Primeri "vrtavk"

Slika 6: Opazujemo vrtenino z "vrtavko"

Ker smo okrogla telesa že obravnavali z drugega zornega kota, lahko seveda računamo površine in prostornine nastalih vrtenin.

Virtualizacija nastanka vrtenin

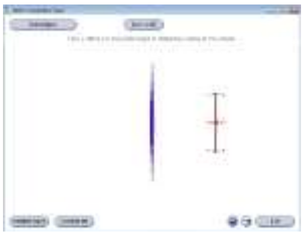
Ko so učenci s konkretnimi izkušnjami že dobili občutek za vrtenine, lahko preidemo na elektronska didaktična gradiva. Med mnogimi, ki so na voljo na svetovnem spletu, je posebej zanimivo moderno izobraževalno orodje Elica (http://www.elica.net/site/about/about.html). Uporabljamo ga lahko v različnih kontekstih: opazujemo animirane virtualne modele, razvijamo vizualizacijo in prostorske predstave, iščemo primere geometrijskih teles v vsakdanjem življenju ali se učimo s pomočjo miselnih iger.

Med orodji, ki jih ponuja Elica, si oglejmo lončarsko vreteno (Potter's Wheel), oblikovanje steklenic (Bottle Design) in matematično kolo (Math Wheel).

Lončarsko vreteno (Potter's Wheel)

Ob zagonu aplikacije program naključno izbere obliko, ki jo moramo napraviti z vretenom. Stranico vrtenine moramo zavrteti in premakniti tako, da bomo z vrtenjem vretena dobili izbrano obliko. Končno s klikom na gumb »See in 3D« preverimo, ali smo stranico postavili pravilno.

Slika 7: Primer posode



Slika 8: Izhodiščni položaj stranice vrtenine

Slika 93: Končni položaj stranice vrtenine

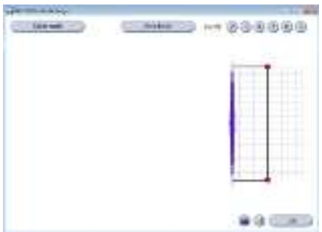
Vajo lahko ponovimo in oblikujemo različne oblike in bolj kompleksne vrtenine.

Oblikovanje steklenic (Bottle Design)

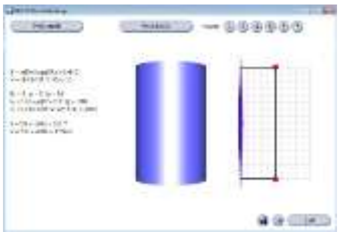
Učenec s postavljanjem točk oblikuje osni presek steklenice. Osni presek je simetričen, učenec pa z izborom točk določi samo polovico lika. Lahko si izbere različno število točk, vendar največ 7.

S klikom na gumb »*View bottle*« dobi vrtenino – oblikovano steklenico. S klikom na gumb »*Show math*« dobimo izračun prostornine »steklenice« in ploščine plašča »steklenice«.

Ploščina je morda nekoliko zavajajoča, saj lahko uporabnik hitro pomisli, da gre za površino celotnega telesa.



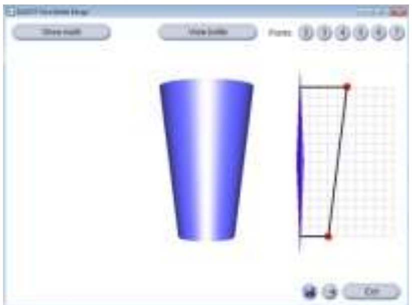
Slika 10: Izbrani položaj točk



Slika 11: Nastala vrtenina

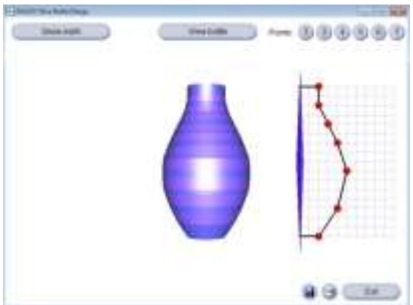
S pomočjo tega orodja lahko učenci kreirajo različne steklenice, vaze, lestence ipd. Iz vsakdanjega življenja poiščemo primere vrtenin, učenci pa se jim skušajo z aplikacijo čim bolj približati.

Slika 12: Kozarec



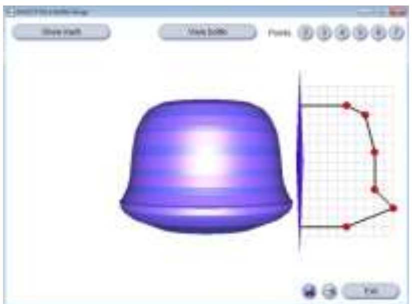
Slika 13: Osno simetrični lik, ki ga zavrtimo okoli somernice, da nastane kozarec kot vrtenina

Slika 14: Vaza



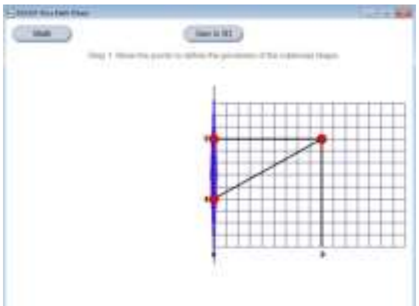
Slika 15: Osno simetrični lik, ki ga zavrtimo okoli somernice, da nastane vaza kot vrtenina

Slika 16: Lestenec



Slika 17: Osno simetrični lik, ki ga zavrtimo okoli somernice, da nastane lestenec kot vrtenina

Raziskovanje vrtenin z orodjem Math Wheel
Nekaj dodatnih izkušenj z nastankom vrtenin dobijo učenci z matematičnim kolesom. S tremi točkami definirajo trikotnik, ki se bo zavrtel okoli izbrane osi in nato oblikujejo vrtenino. Raziščemo lahko različne stožce, ki jih oblikujemo na ta način.



Slika 18: Definiran trikotnik

Slika 19: Nastala vrtenina

Konstrukcija vrtenin s programom Cabri 3D
Vsi dosedanji pripomočki za oblikovanje pojma vrtenine so v dobršni meri temeljili na občutku za prostor in intuicijo. Zagotovo so bolj uspešni učenci, ki imajo večjo sposobnost vizualizacije in boljšo prostorsko predstavljivost.
V tem delu obravnave vrtenin smo zelo malo govorili o odnosih med geometrijskimi elementi. Ko pa se lotimo konstrukcije vrtenin s Cabrijem 3D, se izkaže za zelo pomembno, da učenci obvladujejo odnose med točko, premico in ravnino.
Učenci so imeli s programom že nekaj izkušenj. Ker je program v angleščini, sem ob prvi uporabi pripravila slovar izrazov.

intersection point	presečišče (presečna točka)
line	Premica
midpoint	Razpolovišče
parallel	Vzporednica
perpendicular	Pravokotnica
plane	Ravnina
point	Točka
point in space	točka v prostoru
point on plane	točka na ravnini
polygon	Mnogokotnik
polyhedron	polieder (oglato geometrijsko telo z večimi oglišči)
ray	Poltrak
regular hexagon	pravilni šestkotnik
segment	Daljica
surface	Ploskev
triangle	Trikotnik
vector	vektor (usmerjena daljica)
vertex	Oglišče

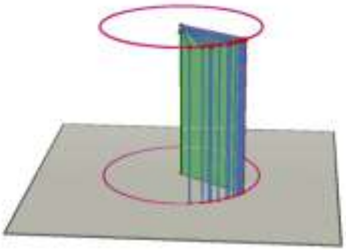
Tabela 4: Slovarček izrazov

Pri poglavju »Odnosi med geometrijskimi elementi« smo program že uporabljali za konstrukcije po besedilu.

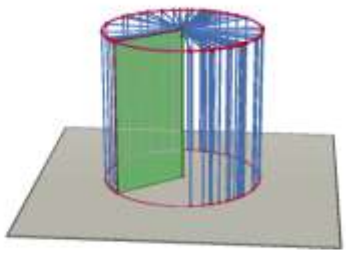
Na primer:

1. Na ravnini R nariši premici p in r tako, da bo $p \cap r = \{T\}$.
2. Na prejšnji sliki nariši sečnico ravnine R tako, da bo $s \cap R = \{T\}$.
3. Konstruiraj mimobežnici v prostoru.
4. Na prejšnji sliki konstruiraj ravnino, na kateri leži mimobežnica.
5. Dana je ravnina R. Nariši premico p, tako da bo $p \in R$. Nato nariši še premico r tako, da bo $p||r$ in $r \notin R$. Kje leži premica r?
6. Konstruiraj premico p tako, da bo $p \perp R$.
7. Razišči odnose med premicami, na katerih ležijo robovi kocke.

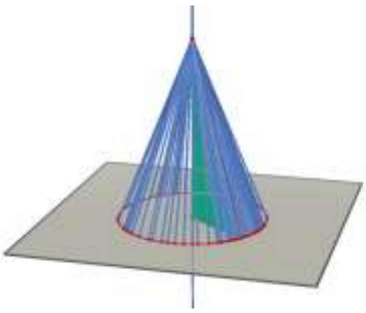
Poudarek je predvsem v tem, da učenci pridobivajo občutek za prostor. Pri slikah, ki jih rišemo s klasičnim orodjem v zvezek, je to zelo okrnjeno.
Pri konstrukciji vrtenin odnose, o katerih smo se učili, osmislimo. Izkaže se, da morajo učenci zelo natančno poznati lastnosti geometrijskih likov in teles, da se odločijo za ustrezen ukaz, s katerim konstruirajo geometrijska telesa v splošnem in seveda tudi vrtenine. Program ima nekaj specifik, na katere pri konstrukciji opozorimo učence. Program omogoča tudi animacijo, ki pripomore k nazornosti in učence dodatno motivira.



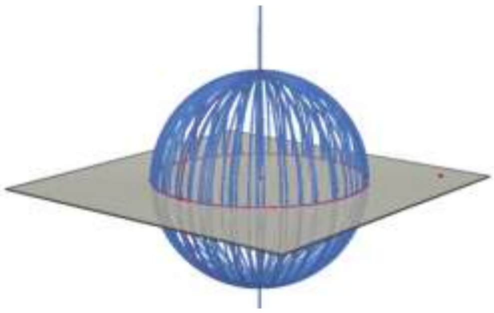
Slika 20: Nastanek valja kot vrtenine – zgodnja faza



Slika 21: Nastanek valja kot vrtenine - kasnejša faza



Slika 22: Stožec kot vrtenina



Slika 23: Krogla kot vrtenina

Operacionalizacija izvedbe

Opisane aktivnosti sem izvedla v sklopu tehniškega dne na temo »Prostorska geometrija«. Vrteninam je bil namenjen sklop dveh šolskih ur. Poleg tega sklopa so učenci risali geometrijska telesa v poševni projekciji, izdelovali mreže različnih teles iz kartona in računali površine in prostornine teles.
Dva oddelka učencev sta bila razdeljena v tri heterogene, po številu uravnotežene skupine, ki so rotirale po postajah od naloge do naloge.
Tehniški dan smo izvedli v začetku junija, ko so bili učenci devetega razreda z mislimi že na počitnicah. Pri dejavnosti so lepo sodelovali in večinoma pri delu z orodjem »Elica« in

programom Cabri 3D niso imeli težav. Kot cilj teh dejavnosti sem si zastavila cilja, da učenci:

- začutijo vrtenine kot objekte, ki nas obkrožajo v vsakdanjem življenju,
- spoznajo nastanek vrtenin s pomočjo konkretnih ponazoril in s pomočjo IKT.

Ob koncu dejavnosti so vsi učenci znali samostojno konstruirati vsaj stožec, ki se je izkazal kot vrtenina, ki jo v Cabri-ju 3D najlažje konstruiramo. Večina je konstruirala tudi valj. Kroglo smo konstruirali samo v eni od treh skupin.
Imela sem občutek, da so dejavnost učenci lepo sprejeli, pri pouku so sodelovali in končno v veliki meri dosegli zastavljene cilje.

Z obravnavo vrtenin na opisan način želim predvsem, da geometrijske oblike oživijo in dobijo smisel v vsakdanjem življenju. Pri delu z računalniško tehnologijo lahko učenci dobijo še dodaten vpogled v prostorsko geometrijo in odnose med geometrijskimi elementi v prostoru. Delo s programom Cabri 3D veliko pripomore h krepitvi prostorskih predstav in je lahko dober temelj za učence, ki se bodo v življenju morda ukvarjali s 3D oblikovanjem in dizajniranjem.
Želela pa sem tudi približati program kot koristen pripomoček za opazovanje, raziskovanje in nenazadnje tudi igranje.

Viri

1. Jank, W. (2006): Didaktični modeli. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana .
2. Žakelj, A. (2011): Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
3. http://www.elica.net/site/about/about.htmlN (25. 5. 2012).

Fotografije

1. http://www.darilce.si/media/catalog/product/cache/9/image/265x265/9df78eab33525d08d6e5fb8d27136e95/d/a/darila_vaza_moon.jpg (25. 5. 2012).
2. http://resources.jysk.com/getimage/pm.medium/1966003/WEB/1010 (25. 5. 2012).
3. http://www.2d-art-ceramics.com/si/rama.asp?arkusz=0&grupa=L&kotra=&scale=2 (25. 5. 2012).
4. http://us.cdn3.123rf.com/168nwm/paulpaladin/paulpaladin0902/paulpaladin090200016/4296797-chess-figure-isolated-on-white.jpg (28. 5. 2012).

PROGRAM, S KATERIM RAZGRNEMO TELESA V NJIHOVE MREŽE

Solid Figure Net Forming Application

Nataša Pavšič, OŠ Puconci

natasa.pavsic@ospuconci.si

Povzetek

Zelo pomembno je, da so učenci pri pouku motivirani za delo. V ta namen se lahko uporabi tablične računalnike. Na njih so učenci delali z interaktivnim programom, s katerim razgrnemo telesa v njihove mreže. Program je narejen za tablične računalnike in pametne telefone z operacijskim sistemom Android 2.2 ali novejši.

Namen programa je popestritev pouka matematike pri učni vsebini geometrijska telesa. Uporaben je za motivacijo učencev. Učencem je lahko v pomoč pri risanju mrež različnih teles. Primeren je za raziskovalno delo pri rednem in dodatnem pouku. Z njim lahko delajo tako nadarjeni učenci kot tudi učenci, ki imajo težave s prostorsko predstavljivostjo, seveda ob ustreznih metodah in oblikah dela.

Učenci so program pri pouku matematike uspešno uporabljali. Iskali so različne mreže enostavnih prizem in piramid (do šeststranih). Program omogoča tudi dodajanje kakršnihkoli konveksnih teles (na primer Platonska telesa). Učenci so bili zelo zavzeti in motivirani za delo. Tudi učenci z učnimi težavami so s pomočjo tega programa boljše usvojili prostorsko predstavljivost teles in njihovih mrež.

Ključne besede: tablični računalnik, telesa, mreže teles.

Abstract

It is very important that pupils are highly motivated. I have decided to include tablets into the learning process because of their availability and interactive posibilities. Pupils have used an interactive application where they could unwrap geometric solids into their nets. The custom application can be used on any smartphone or tablet with Android 2.2 and higher.

Its main goal was to make math more interesting and to motivate pupils when learning about geomtric solids. It can help students draw the nets of different solids and it is suitable for research work at regualar and extra lessons. It can be used by gifted students and also those having lower spatial sense, of course with appropriate methods and forms of work.

The application was successfully used in geometry lessons while learning about geometric solids. They were forming different nets of simple prisms and pyramids (up to six-sided). The application supports many different three, four, five and six-sided prisms and pyramids. All five Platonic solids are defined too. We noticed that pupils with learning disabilities learnt faster by using this application.

Key words: tablet, solids, polyhedra, nets.

Uvod

Živimo v dobi razcveta informacijske tehnologije, zato moramo tudi pri učnih procesih stopiti v korak s časom. Pri pouku je prav tako zelo pomembno, da so učenci motivirani za delo. Zato sem pri nekaterih učnih urah uvedla uporabo interaktivnega programa na tabličnih računalnikih, s katerim razgrnemo telesa v njihove mreže.

Program je namenjen popestritvi pouka matematike pri učni vsebini geometrijska telesa. Uporaben je za motivacijo ali za preverjanje predznanja učencev. Lahko je učencem v

pomoč pri risanju mrež poljubnih prizem in piramid. Z njim si lahko učenci pomagajo pri usvajanju izdelovanja teles iz papirja. Primeren je za raziskovalno delo pri rednem in dodatnem pouku ter za delo pri izbirnem predmetu matematična delavnica 9. Pri raziskovalnem problemu, na primer: "Koliko različnih mrež najdeš, če razgrneš pravilno 6-strano piramido?", učenci s pomočjo programa poiščejo vse možne rešitve in to lahko sedaj naredijo hitreje, kot če bi si morali pomagati s svinčnikom, papirjem in škarjami. Prav tako je program primeren tudi za delo z nadarjenimi učenci in z učenci, ki imajo težave s prostorsko predstavljivostjo, ob ustreznih metodah in oblikah dela.
Program predvsem razvija sposobnosti prostorske predstavljivosti pri učencih. Primeren je za vse oblike dela (skupinsko, tandemsko in individualno). Najbolj je primeren za metodo reševanja problemov, kjer učenci samostojno raziskujejo.

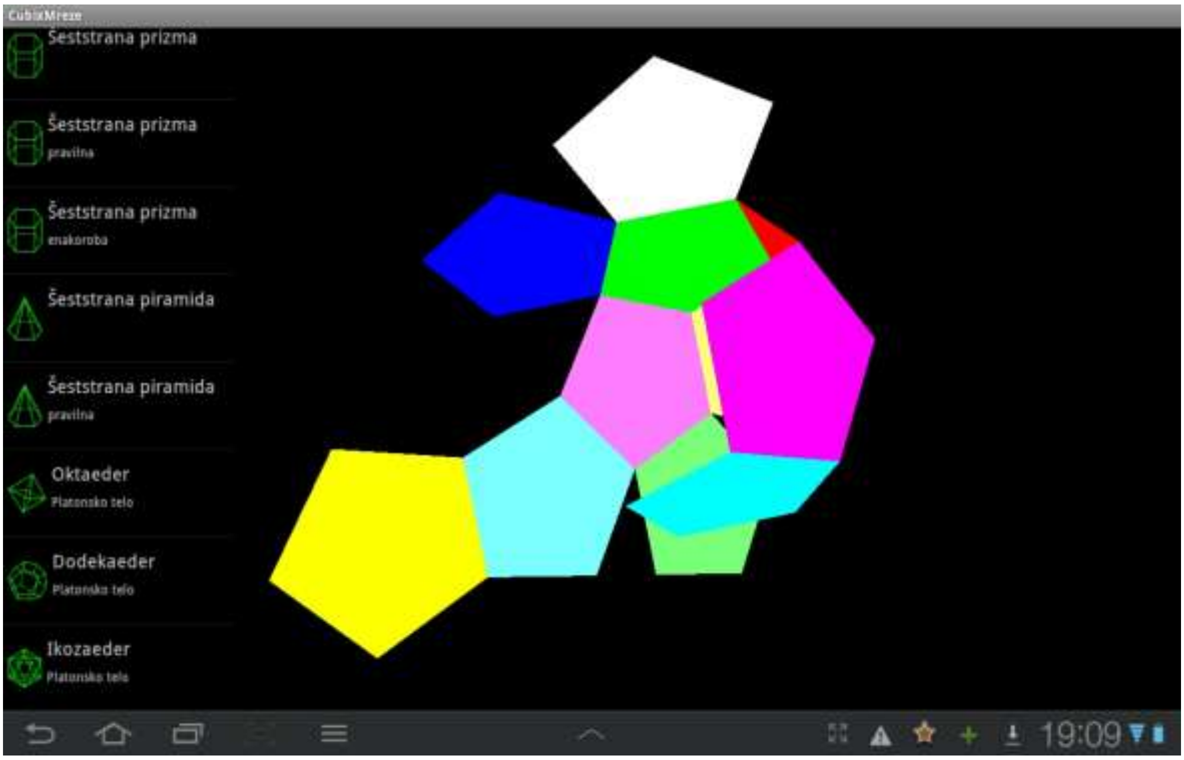
Geometrijska telesa in učni načrt za matematiko v osnovni šoli

V učnem načrtu za matematiko v osnovni šoli od 6. do 9. razreda zasledimo naslednje operativne cilje in vsebine, ki so povezani z učno vsebino geometrijska telesa.
V 6. razredu učenci pri učni temi **Geometrija in merjenje** razvijajo geometrijske predstave. V okviru sklopa **geometrijska telesa** se učijo skicirati kocko in kvader (poševna projekcija), opredelijo pojem mreža telesa in oblikujejo različne mreže. Učenci izdelajo modele geometrijskih teles. Pri pouku jih spodbujamo, da povezujejo geometrijska telesa z vsakdanjim življenjem. Pouk sloni na izkušnjah.
V 7. razredu se pri temi geometrija in merjenje učna vsebina geometrijska telesa nadgradi, tako da učenci razvijajo geometrijske predstave v prostoru tudi na drugih telesih. Pri sklopu **geometrijski pojmi** se učijo opazovati in prepoznati mejne ploskve na modelih prizme in piramide ter narisati in izdelati mreže geometrijskih teles.
Učenci v 8. razredu podrobno obravnavajo telesi kocko in kvader. Geometrijsko znanje uporabljajo za reševanje življenjskih problemov. Modelirajo fizične objekte z geometrijskimi modeli.
V 9. razredu učenci podrobneje spoznajo prizmo, valj, piramido, stožec in kroglo. V okviru aktivnosti, v povezavi s pridobivanjem prostorskih predstav, izdelajo modele teles in narišejo njihove mreže.
Ob opazovanju in izdelavi geometrijskih modelov razvijajo prostorske predstave in oblikujejo geometrijske pojme. Učenci lahko pri sklopu **geometrijska telesa** raziskujejo in rešujejo probleme, kritično razmišljajo, razvijajo kritični odnos do rešitev, razvijajo ustvarjalnost …

O programu, s katerim razgrnemo telesa v njihove mreže

Program je izdelan za Android (različica 2.2 in višje). Za prikaz uporablja OpenGL ES 1.0/1.1. Tematsko je ločen v dva dela: razvijanje teles v mreže in štetje ploskev.
Oba modula uporabljata telesa, ki so definirana v xml datotekah. Le te vsebujejo koordinate točk - oglišč (v 3D prostoru) ter sezname točk za posamezne ploskve. Vse ostale podatke, ki so potrebni za izbiro, barvanje in senčenje, si program izračuna sam. Tako je možno na zelo enostaven način dodati novo telo brez uporabe programov za 3D modeliranje.
Uporabniški vmesnik za oba modula sledi smernicam drugih Android aplikacij. Dotik pomeni izbiro, poteg pomeni rotacijo telesa, za povečavo oziroma pomanjšavo pa je potrebno uporabiti dva prsta.
Pri modulu za razvijanje v mreže z dotikom odpremo posamezno ploskev (Slika 1). Vsaka ploskev je razdeljena v več delov, ki narekujejo, kako se bo odprla. Za odpiranje okrog določenega roba je potrebno pritisniti na nasprotni del ploskve, kot da bi ga z roko prijeli in odlepili od telesa. Ploskev se odpre tako, da sovpada z ravnino sosednje ploskve s

skupnim robom. Na ta način je zagotovljena možnost odpiranja ploskev točno tako, kot želimo.



Slika 1: Razvijanje dodekaedra v mrežo

Modul za štetje ploskev deluje zelo podobno, le da so vse ploskve na začetku bele in jih z izbiro barvamo. Na ta način lahko enostavno preštejemo število ploskev, ki jih ima izbrano telo, brez strahu, da bi katero pozabili ali pa šteli večkrat.

Uporaba programa

<u>Program kot motivacija za učence (ugotavljanje predznanja)</u>

Pred obravnavo kocke in kvadra v šestem razredu sem želela izvedeti, kako dobro imajo učenci razvite prostorske predstave (ugotavljanje predznanja). Odločila sem se, da bom v uvodu učne ure izvedla aktivnost s pomočjo interaktivnega programa na tabličnem računalniku, ki razgrne telo v mrežo. Učenci so prejeli učne liste (Tabela 1) in se razdelili v skupine po štiri učence. Vsaka skupina je dobila en tablični računalnik. Najprej so morali ugotoviti ime telesa, ki lahko nastane iz mrež, ki so bile prikazane na učnem listu (Tabela 1). Nato so s pomočjo tabličnih računalnikov v čim manj poskusih morali razgrniti kocko tako, da so dobili mreže, ki so jih imeli narisane v tabeli (Tabela 1).

Večina učencev je zelo hitro ugotovila, da iz vseh mrež ne bo mogoče sestaviti kocke. Prav tako niso imeli težav pri odpiranju kocke v dane mreže. Vsi so nalogo uspešno opravili in predstavili rešitve po skupinah.

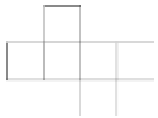
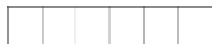
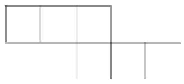
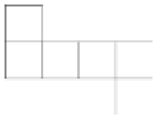
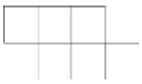
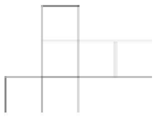
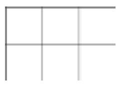
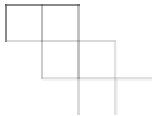
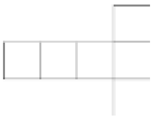
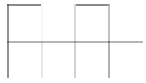
mreže telesa	Ali lahko razgrneš kocko v dano mrežo? (DA / NE)	Št. posku-sov	mreže telesa	Ali lahko razgrneš kocko v dano mrežo? (DA / NE)	Št. posku -sov
					
					
					
					
					

Tabela 1: Učni list – mreže kocke

Za domačo nalogo so morali narisati in izrezati mrežo kocke iz papirja ter jo prinesti s seboj. Nadaljevali smo z usvajanjem učne vsebine **površina kocke** ("Koliko kvadratnih centimetrov papirja ste porabili za izdelavo mreže kocke?" …).
Aktivnost je primerna tudi za učence v osmem razredu pred obravnavo učne vsebine **kocka in kvader**.

<u>Program kot pomoč pri risanju mrež različnih teles</u>
V devetem razredu sem z učenci izvedla učni uri **uvod v piramide** s pomočjo interaktivnega programa na tabličnih računalnikih, ki razgrne piramide v njihove mreže. Delo je potekalo v tandemih. Vsak tandem je imel en tablični računalnik. Najprej so rešili prvi učni list (Slika 2), kjer so morali dopolniti in razložiti osnovne pojme v piramidi s pomočjo literature (delo z besedilom).

____
(Na črto zgoraj zapiši, katero telo je na spodnji sliki.)

- je ______________________________ geometrijsko telo,
  (Ustrezno izberi: okroglo ali oglato.)

- ima ____________ osnovn__ plosk___ (___________________________),
  (Koliko?) *(Kaj je lahko osnovna ploskev?)*

- plašč sestavlja ____ .
  (Kateri liki sestavljajo plašč?)

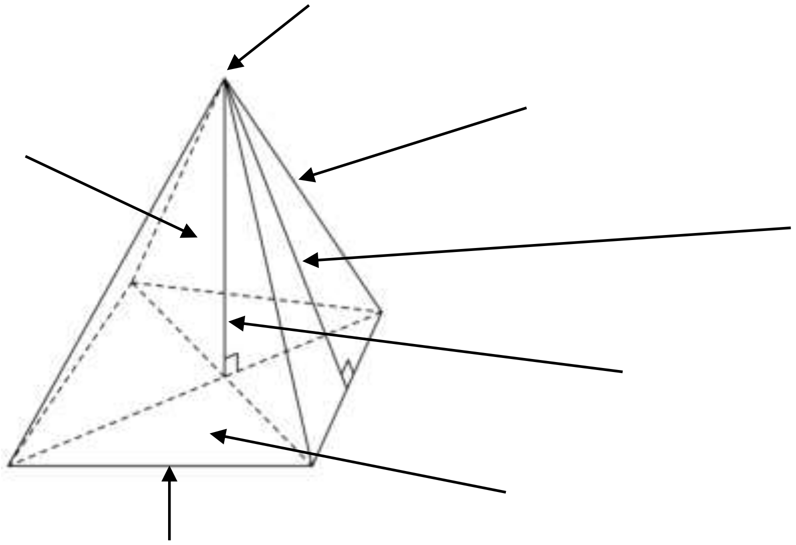
PRAVILNA PIRAMIDA: ____

(Kdaj je piramida pravilna?)

ENAKOROBA PIRAMIDA: ____

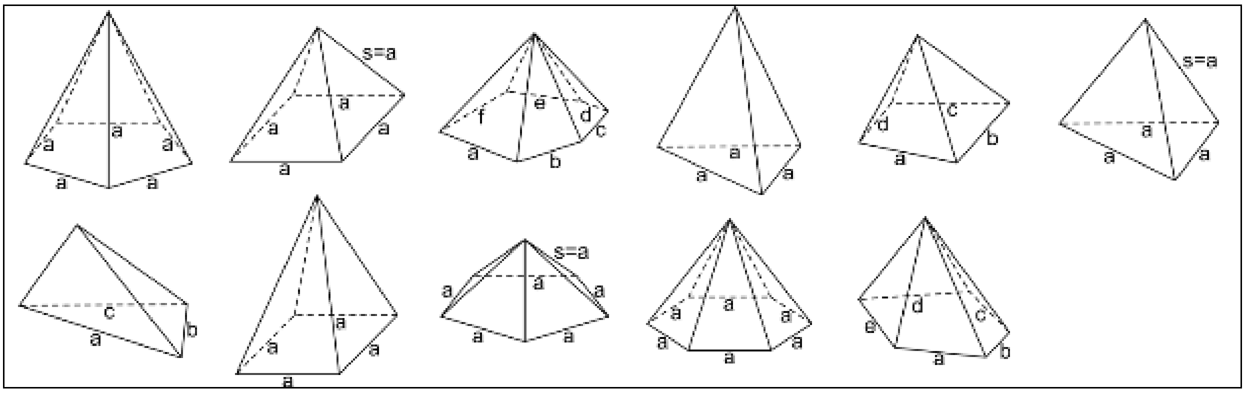
(Kaj je značilno za enakorobo piramido?)

OSNOVNI POJMI V PIRAMIDI *(Na sliki vse označi in ob puščicah opiši z besedami.)*



Slika 2: 1. učni list – osnovni pojmi v piramidi

Po predstavitvi rešitev s prvega učnega lista (Slika 2) s strani učencev je sledila naslednja aktivnost. Vsak učenec je na drugem učnem listu prejel slike enajstih narisanih piramid (Slika 3).



Slika 3: 2. učni list – slike piramid

Piramide (Slika 3) so morali izrezati in si sami postaviti kriterij, po katerem so jih razvrstili v skupine glede na njihove lastnosti. Večina učencev je razvrstila enajst piramid v štiri skupine glede na osnovne ploskve (3-, 4-, 5- in 6-strane piramide). Nekaj učencev pa je te piramide razvrstilo v tri skupine glede na dolžino robov (raznorobe, pravilne in enakorobe piramide). Svojo razvrstitev so predstavili in utemeljili. Nato so izrezane piramide prilepili na ustrezno mesto v primerjalni matriki na tretjem učnem listu (Tabela 2) in jih ustrezno poimenovali.

VRSTE PIRAMID		**OSNOVNA PLOSKEV**	**PLAŠČ**	**MREŽA** (en primer)
slika	**ime**			

Tabela 2: 3. učni list – vrste piramid

Izpolnili so še preostali del tretjega učnega lista (Tabela 2). K ustrezni piramidi (3-, 4-, 5- in 6-strani) v primerjalni matriki so s pomočjo opazovanja različnih piramid na tabličnih računalnikih morali zapisati, kateri liki sestavljajo osnovno ploskev in kateri ter koliko likov sestavlja plašč. Učenci so predstavili dobljene rezultate.
Pri risanju mrež so si spet pomagali s programom na tabličnih računalnikih, ki razgrne telesa v njihove mreže. Vsak tandem učencev je poiskal in narisal na četrti učni list (Tabela 3) čim več različnih mrež, ki jih je našel pri odpiranju določene piramide. Vsak tandem je raziskoval drugo vrsto piramide (3-, 4-, 5- ali 6-strana raznoroba, pravilna in enakoroba piramida).

NARIŠI RAZLIČNE MREŽE 4-STRANE PIRAMIDE		
raznorobe	pravilne	enakorobe

Tabela 3: 4. učni list – mreže 4-(3-, 5- ali 6-)stranih piramid

Učenci so bili zelo motivirani za delo. Vsi so vse aktivnosti uspešno opravili. Na koncu so po tandemih predstavili različne mreže (Tabela 3), ki so jih našli, in si prav tako tudi dopolnili tretji učni list (Tabela 2) s preostalimi rezultati sošolcev (vsak si je narisal vsaj en primer mreže za vsako piramido).

<u>Program kot pomoč pri reševanju raziskovalnih problemov</u>
Pri dodatnem pouku iz matematike v devetem razredu smo eno učno uro raziskovali mreže geometrijskih teles, med njimi tudi nekatera Platonska telesa. Učenci so na učnem listu (Tabela 4) dobili štiri različna telesa in njihove delne mreže. S pomočjo programa, ki razgrne telo v njegovo mrežo, so morali dopolniti že narisane pomanjkljive mreže na čim več različnih načinov. Zrcalne in drugače obrnjene mreže so upoštevali kot enake.

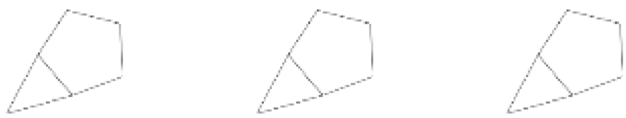
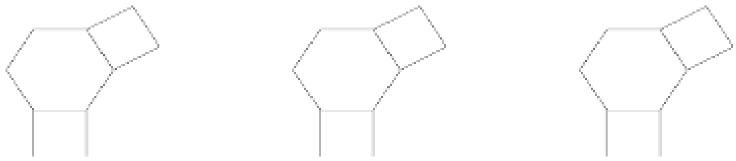
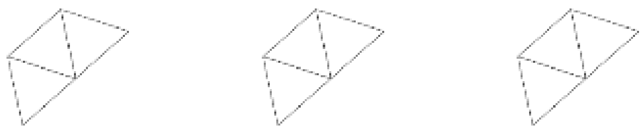
IME TELESA	DOPOLNI DELNE MREŽE TELES NA RAZLIČNE NAČINE
pravilna petstrana piramida	 . . .
enakoroba šeststrana prizma	 . . .
oktaeder	 . . .
dodekaeder	 . . .

Tabela 4: Učni list – delne mreže teles

Pri delu so bili zelo motivirani. Našli so precej različnih mrež pri posameznih telesih in jih predstavili. Primerjali smo število mrež, ki so jih učenci našli pri posameznih telesih, s številom ploskev, številom robov … Spodbujala sem jih, naj si še sami zastavijo kakšno vprašanje v zvezi z geometrijskimi telesi (Platonskimi telesi), njihovimi mrežami, mejnimi ploskvami, številom oglišč, robov … in skušajo nato poiskati odgovore na zastavljena vprašanja.

Pri pouku matematike v sedmem razredu so učenci po obravnavanem sklopu trikotniki in štirikotniki na piramidah, prizmah in Platonskih telesih raziskovali s pomočjo programa na tabličnih računalnikih, kateri liki sestavljajo mejne ploskve posameznih teles. Like so morali prepoznati in opisati njihove lastnosti. Zanimalo nas je tudi, koliko je vseh mejnih ploskev pri posameznem telesu. Učenci so najprej ocenili in nato še s pomočjo programa na tabličnem računalniku prešteli število mejnih ploskev.

Zaključek

Interaktivni program, s katerim razgrnemo telesa v njihove mreže in štejemo ploskve na telesih, lahko uporabimo pri pouku matematike v osnovni šoli od 6. do 9. razreda v skladu z učnim načrtom.

V prispevku sem pod točko štiri navedla nekaj preizkušenih primerov uporabe programa na tabličnem računalniku pri pouku matematike v okviru učne vsebine **geometrijska telesa**. Učenci so v šestem razredu s pomočjo programa na tabličnih računalnikih iskali različne mreže kocke. V sedmem razredu so raziskovali in opisovali like, ki sestavljajo mejne ploskve teles, ter šteli mejne ploskve. V devetem razredu so s pomočjo programa

na tabličnih računalnikih iskali različne mreže piramid. Pri dodatnem pouku matematike v devetem razredu smo poleg piramid in prizem delali tudi s Platonskimi telesi.
Učenci so samostojno raziskovali različne matematične probleme, povezane z geometrijskimi telesi ob programu na tabličnih računalnikih. S pomočjo teh aktivnosti so si predvsem razvijali sposobnosti prostorske predstavljivosti in sposobnosti logičnega razmišljanja ter sklepanja. Učenci od 6. do 9. razreda so program pri pouku matematike uspešno uporabljali. Bili so zelo zavzeti in motivirani za delo. Takšen način dela je bil med učenci zelo dobro sprejet. Izrazili so željo, da bi se pri pouku matematike večkrat učili s pomočjo programov na tabličnih računalnikih. Pri preverjanju znanja sem ugotovila, da so si učenci izboljšali prostorske predstave.
Program bomo v prihodnosti nadgradili z možnostjo shranjevanja najdenih mrež in sestavljanja teles iz mrež, ki si jih učenec nariše sam s pomočjo prej definiranih likov.

Viri

1. Berk, J. in drugi (2004): Skrivnosti števil in oblik 8. Založba Rokus, Ljubljana.
2. Berk, J. in drugi (2005): Skrivnosti števil in oblik 9. Založba Rokus, Ljubljana.
3. http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (10. 04. 2012).
4. http://www2.arnes.si/~sopmcesn/pravilni_veckotniki.html (25. 04. 2012).
5. http://developer.android.com (01. 03. 2012).

SMISELNOST UPORABE LASTNEGA E-GRADIVA PRI OBRAVNAVI NOVE SNOVI PRI MATEMATIKI V OŠ

The Aim of Using Teachers' own e-learning Materials for Introducing New Topics in Elementary School Mathematics

Jože Tratar, Katja Končina, OŠ dr. Pavla Lunačka Šentrupert

joze.tratar@guest.arnes.si, katja.koncina@siol.net

Povzetek
Z odprtokodnim programom smo izdelali e-gradivo in ga preizkusili v razredu. Učence smo razdelili v dve skupini. Poskusili smo ugotoviti, ali učenci lažje in bolje usvojijo znanje s klasičnim (tiskanim) gradivom ali z e-gradivom. Vsaka skupina je obravnavala snov na oba načina. Po samostojnem učenju so učenci izpolnili anketo in pisali kratko preverjanje znanja.
Ključne besede: e-gradivo, samostojno učenje, matematika.

Abstract
We have developed e-learning contents with open source software and tested them in the classroom. The students were divided into two groups. We tried to find out, whether it is easier for them to acquire knowledge through traditional (printed) materials or through the e-learning contents. In each group the subject matter was treated in both mentioned ways. After independent learning the students filled out a questionnaire and took a short assessment test.

Keywords: e-learning content, independent learning, mathematics.

Uvod

Na naši šoli smo se odločili, da raziščemo smiselnost uporabe e-gradiv pri učenju nove snovi. Za primerjavo smo pripravili učno uro s samostojnim učenjem nove snovi z učnimi listi in s samostojnim učenjem z uporabo e-gradiva. Učence 7. razreda smo razdelili v dve naključni skupini. Z obema skupinama učencev smo izvedli obe obliki učne ure.

Pri pouku matematike moramo učence usposobiti za uporabo tehnologije pri srečevanju z matematičnimi problemi, ob tem pa se učenci posredno usposabljajo tudi za uporabo tehnologije v vsakdanjem življenju. IKT omogoča in podpira različne pristope k poučevanju in učenju. Glede na dosedanje izkušnje smo sklepali, da je uporaba IKT pri učencih priljubljena. Pri pouku matematike lahko izkoristimo zanimanje učencev za uporabo IKT. Zanimalo nas je, ali samostojna uporaba e-gradiva prispeva k boljšemu razumevanju obravnavane snovi. Po našem mnenju so e-gradiva zelo dober pripomoček za utrjevanje in preverjanje znanja. Večkrat uporabimo e-gradiva za nazornejšo razlago nove snovi pri frontalni obliki pouka. O smiselnosti uporabe e-gradiva pri samostojnem učenju nove snovi pa smo bili v dvomih.

Samostojna obravnava nove snovi pri matematiki v OŠ

Pri pouku matematike v 7. razredu smo pri obravnavi obsegov in ploščin likov izvedli drugačni uri. Učenci so samostojno obravnavali novo učno snov.

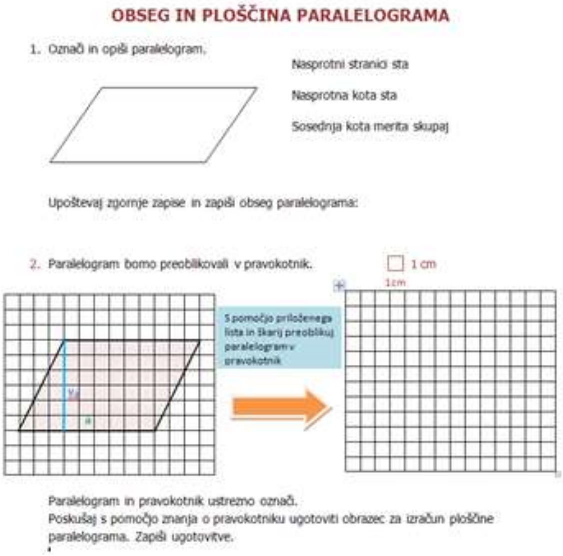
Prva skupina učencev je obravnavala obseg in ploščino paralelograma s pomočjo učnih listov in modela. Druga skupina učencev je obravnavala obseg in ploščino trikotnika s pomočjo e-gradiva. Naslednjo uro sta se skupini učencev zamenjali. V 7. razredu je 24 učencev. Ena učenka je bila odsotna.

Učenci so bili presenečeni nad obliko učne ure. Večino šolskih ur poteka obravnava nove učne snovi frontalno, z učiteljevim vodenjem. S samostojnim delom večinoma utrjujemo in preverjamo že obravnavano učno snov.

Priprava gradiva

Učni listi

Učne liste smo pripravili za obravnavanje nove učne snovi Obseg in ploščina paralelograma. S pomočjo učnega lista so učenci postopoma usvajali vse predvidene učne cilje izvedene ure. Pripravljen učni list ima vse elemente učne ure: ponovitev, motivacija, razlaga, raziskovanje, utrjevanje, ponovitev, preverjanje znanja. Učni list smo naredili v urejevalniku besedil MS Word 2010. Del učnega lista je viden na sliki (Slika 1).

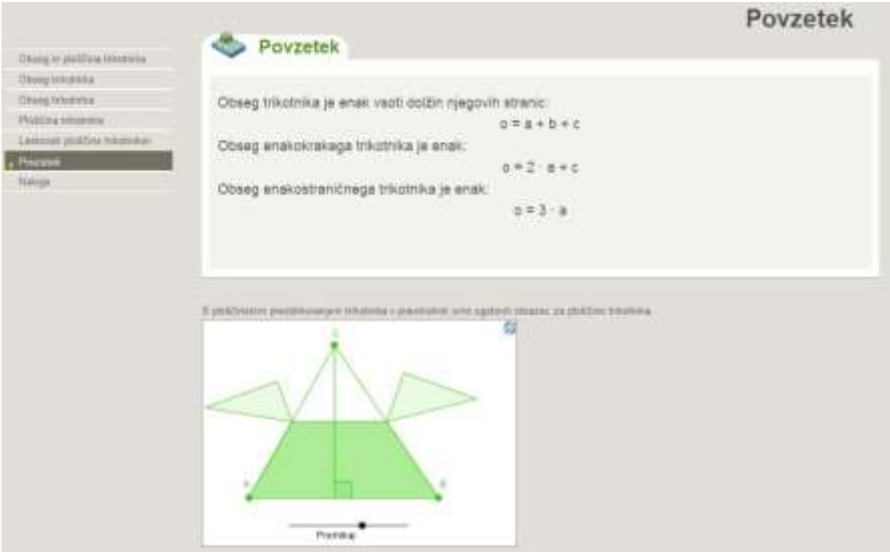


Slika 1: Učni list Obseg in ploščina paralelograma

E-gradivo

Pripravili smo e-gradivo za obravnavo nove učne snovi Obsegi in ploščine trikotnikov. Na internetu je veliko različnih e-gradiv, kjer si učne snovi sledijo po vnaprej določenem vrstnem redu. Pogosto se zgodi, da je v takšnih gradivih kakšna naloga, ki je naši učenci še ne znajo rešiti. Odločili smo se, da sestavimo e-gradivo, ki bo namenjeno našim učencem, z njihovim predznanjem. Pri sestavi e-gradiva smo upoštevali vse elemente učne ure: ponovitev, motivacija, razlaga, raziskovanje, utrjevanje, ponovitev, preverjanje znanja. Pri pripravi e-gradiva smo upoštevali predpisane učne cilje.

E-gradivo smo izdelali v brezplačnem orodju eXeCute 1.0. Orodje omogoča vključevanje besedila, slik, animacij in različnih nalog. Orodje so nadgradili v projektu E-šolstvo s pomočjo študentov Fakultete za naravoslovje in matematiko, Univerze v Mariboru. Animacije smo izdelali z odprtokodnim programom dinamične geometrije Geogebra in jih vključili v e-gradivo. Gradivo smo vključili v šolsko spletno učilnico. Del e-gradiva je prikazan na sliki (Slika 2).



Slika 2: Zaslonska slika e-gradiva

Obravnava nove snovi

Obravnava nove snovi z učnimi listi

Na začetku učne ure smo učence vprašali, ali bi znali sami poiskati pravilo za izračun obsega in ploščine paralelograma. Na tablo smo obesili model paralelograma z označenima stranicama in višinama na stranici. Večina učencev je takoj ugotovila pravilo za obseg. Pri pravilu za ploščino je večina učencev želela pomnožiti dolžini obeh stranic.

Po krajši diskusiji so sledila navodila za izpolnjevanje učnih listov. Učenci so potrebovali poleg pisala in ravnila tudi škarjice in lepilo. Izpolnjevanje učnih listov je potekalo individualno, učenci naj bi samostojno prišli do končnih ugotovitev. Učni list smo sestavili tako, da učenec najprej reši 1. nalogo in nato postopoma nadaljuje z vsako naslednjo nalogo.

Učno manj uspešni učenci se niso znali lotiti nalog. Preskakovali so naloge, iskali pomoč pri sošolcih in učitelju. Potrebovali so dodatna pojasnila in dodatno razlago na modelu paralelograma na tabli. Učno uspešni učenci so postopoma reševali naloge in večinoma izpolnili cel učni list. Nekaj težav so imeli pri 3. nalogi, kjer je naloga zahtevala razrez paralelograma po višini na stranico b. Ker višina ni bila narisana po črtah na listu, so imeli učenci težave s predstavo.

Na koncu učne ure smo prebrali ugotovitve in pregledali rešene naloge. Učno manj uspešnim učencem taka oblika ure ni odgovarjala in si je v prihodnosti ne želijo ponoviti. Njihov učni list je bil pomanjkljivo izpolnjen, naloge za utrjevanje snovi pa niso rešili. Večini učno uspešnih učencev je bila učna ura všeč. Učni list so izpolnili in rešili vse naloge za utrjevanje.

Obravnava nove snovi z e-gradivi

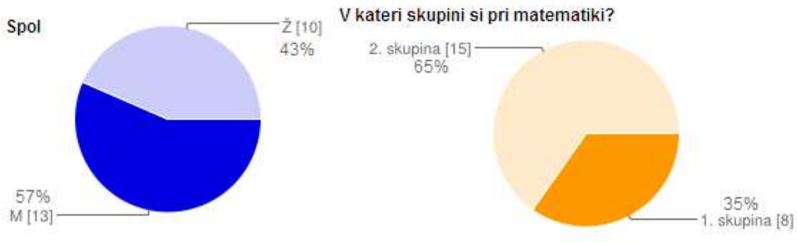
Učna ura je potekala v multimedijski učilnici. Vsak učenec je uporabljal svoj računalnik z dostopom do interneta. Na začetku ure smo učence seznanili s potekom učne ure. Opisali smo jim pot do spletne učilnice in e-gradiva. Pojasnili smo jim, da bo obravnava nove snovi potekala samostojno z e-gradivom in da morajo na koncu ure v zvezek prepisati povzetek snovi. Nastopila je prva težava, saj je nekaj učencev pozabilo svoje geslo za vstop v spletno učilnico. Dodelili smo jim nova gesla in delo se je lahko pričelo.

Učenci so z zanimanjem pričeli z delom. Že po nekaj minutah sta se izoblikovala dva pristopa k delu. Večinoma učno manj uspešni učenci in učenci s pomanjkanjem koncentracije niso prebrali navodil in celega besedila, zato niso znali rešiti nalog. Naloge izbirnega tipa so reševali z ugibanjem. Pri nalogah, kjer se pod gumbom skriva rešitev, so najprej pogledali rešitev, šele nato navodilo naloge. Igrali so se z animacijami, ne da bi prebrali navodilo. Z obravnavo snovi so hitro zaključili, nato niso znali rešiti nalog. Iskali so pomoč pri učitelju in sošolcih.

Učno uspešnejši učenci so e-gradivo pregledovali počasi in postopno. Računske naloge so reševali v zvezek, delali so pomožne račune. Animacije so uporabljali v povezavi z obravnavano snovjo. Če niso znali rešiti naloge, so še enkrat pregledali snov. Po pregledu in reševanju e-gradiva so si učenci v zvezek prepisali povzetek snovi.

E-anketa – mnenje učencev

Učenci so po izvedenih urah izpolnili e-anketo o samostojnem obravnavanju učne snovi. Najprej so učenci izpolnili splošni del (Slika 3) in odgovorili na vprašanje, ali imajo doma računalnik in ali ga uporabljajo za učenje. Ugotovili smo, da ima večina učencev doma računalnik (91 %) in da ga v večini uporabljajo tudi za učenje (87 %).



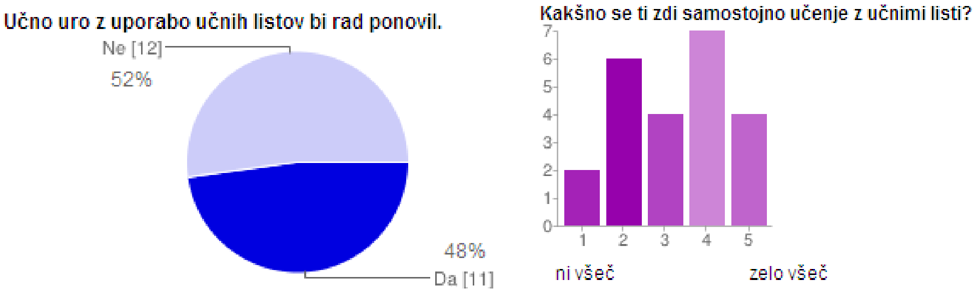
Slika 3: Rezultati ankete – splošni del

Na drugi sklop vprašanj so odgovarjali le učenci, ki uporabljajo računalnik tudi za učenje. 39 % učencev uporablja računalnik za dodatno razlago nove učne snovi. Za utrjevanje učne snovi uporablja računalnik 65 % učencev.

Tretji sklop ankete so sestavljala vprašanja o uporabi e-gradiva za samostojno učenje. Večini učencev so bile najbolj všeč animacije. Všeč jim je bilo delo z računalniki, samostojno delo … Branje povzetkov jim ni bilo všeč. Večini je bilo tako delo všeč, kar kažejo tudi diagrami na sliki (Slika 4). 91 % učencev bi tako uro ponovila in 74 % učencev bi se na ta način učilo doma. Večina učencev bi potrebovala dodatno razlago. Ustreza jim reševanje nalog, manj pa sama obravnava nove snovi.

Slika 4: Rezultati ankete o e-gradivu

Iz odgovorov v četrtem sklopu vprašanj o samostojnem učenju s pomočjo učnih listov je razvidno, da je bilo učencem najbolj všeč rezanje in lepljenje, najmanj pa reševanje nalog. Take učne ure ne bi ponovilo 52 % učencev. To je razvidno z diagramov (Slika 5). Učenci so pogrešali dodatno razlago, bilo je preveč nalog, snov ni bila dobro predelana. Nekaterim učencem je samostojno delo odgovarjalo, saj so se tako veliko naučili.



Slika 5: Rezultati ankete o učnih listih

Na koncu e-ankete so učenci primerjali obe uri. Bolj jim je bila všeč učna ura z e-gradivi (91 %). 74 % učencev je prepričanih, da so se več naučili z rabo e-gradiv. Pri primerjavi izvedb učnih ur so zapisali, da jim je ljubše delo z računalnikom, snov je prikazana na zanimivejši način, več je snovi in nalog, veliko so se naučili. Na zadnje vprašanje, ali imajo raje »klasično« uro pouka, pa je 70 % učencev odgovorilo nikalno.

Preverjanje znanja

Učenci so po samostojni obravnavi nove učne snovi pisali preverjanje znanja. Poudariti moramo, da snov še ni bila utrjena, saj samostojnemu učenju ni sledila ura ponavljanja in utrjevanja, kar bi bilo običajno. Zanimala nas je primerjava znanja, pridobljenega izključno s samostojnim učenjem.

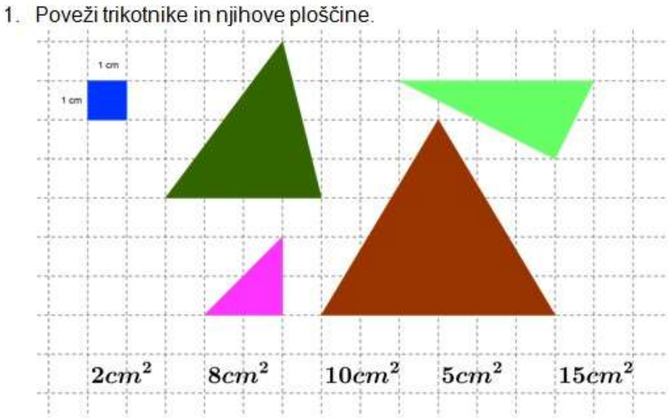
Preverjanje znanja je sestavljalo pet nalog. Cilje iz obsega in ploščine trikotnika smo preverjali z 1., 3. c), in 5. nalogo. Cilje iz obsega in ploščine paralelograma smo preverjali z 2., 3. a), 3. b) in 4. nalogo. Oglejmo si naloge in analizirajmo rezultate.

Obsegi in ploščine trikotnikov

1. naloga (Slika 6)

Cilj: izračunati ploščino trikotnika (celoštevilski merski podatki)

Minimalni standard znanja

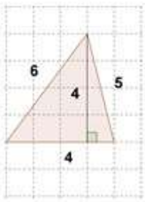


Slika 6: 1. naloga preverjanja znanja

Več kot polovica učencev je nalogo rešila pravilno. Učenci so povprečno usvojili 73 % točk.

3. c) naloga (Slika 7)
Cilj: izračunati obseg in ploščino trikotnika (celoštevilski merski podatki)
Minimalni standard znanja

3. Izračunaj ploščino in obseg danih paralelogramov ter trikotnika. Podatki so v cm.



Slika 7: 3. c) naloga preverjanja znanja

Velika večina učencev je pravilno izračunala obseg. Približno 38 % učencev je pravilno izračunalo ploščino trikotnika. Nekateri učenci so naredili napako pri zapisu enot. Učenci so dosegli povprečno 50 % točk.

5. naloga (Slika 8)
Cilj: računati obseg trikotnika z uporabo obrazcev, poznati trikotnike glede na stranice

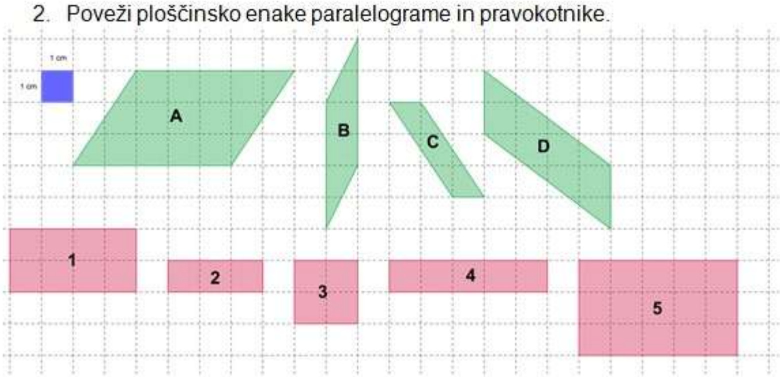
5. Obseg enakokrakega trikotnika meri 25 dm. Osnovnica meri 90 cm. Koliko merita kraka?

Slika 8: 5. naloga preverjanja

Tretjina učencev je nalogo rešila pravilno, ostali so imeli težave. Povprečno so usvojili 41 % točk.

Obsegi in ploščine paralelogramov
2. naloga (Slika 9)
Cilj: prepoznati ploščinsko enake like
Minimalni standard znanja

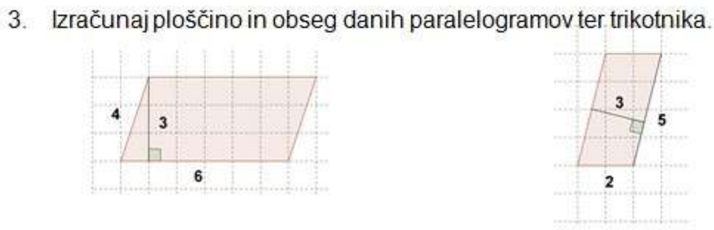
2. Poveži ploščinsko enake paralelograme in pravokotnike.



Slika 9: 2. naloga preverjanja znanja

Večina učencev je nalogo rešila pravilno. Povprečno so usvojili 82 % točk.

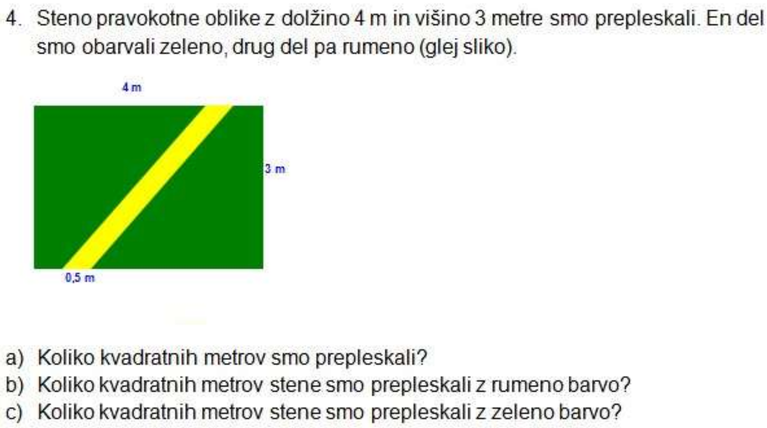
3. naloga (Slika 10)
Cilj: izračunati obseg in ploščino paralelograma (celoštevilski merski podatki)
Minimalni standard znanja



Slika 10: 3. naloga preverjanja znanja

Učenci so večinoma pravilno izračunali obseg paralelograma, pri ploščini je bilo več napak. Bolje so rešili prvi primer (53 %) kot drugi (48 %).

4. naloga (Slika 11)
Cilj: izračunati obseg in ploščino paralelograma in pravokotnika



Slika 11: 4. naloga preverjanja znanja

Učenci so povprečno dosegli 54 % točk. Večina je pravilno izračunala ploščino pravokotnika.

Primerjava usvojenega znanja
Primerjava dosežkov pri nalogah iz različnih snovi je otežena. Po naših izkušnjah je izračun ploščine trikotnika težja naloga kot izračun ploščine paralelograma. Učenci so pri nalogah iz obsega in ploščine trikotnika povprečno dosegli 57 % točk, pri nalogah iz obsega in ploščine paralelograma so povprečno dosegli 63 % točk. Razlika med odstotkoma ni velika. Sklepamo lahko, da sta obe obliki samostojnega učenja – glede usvojenega znanja – enakovredni.

Zaključek
V prispevku smo predstavili primerjavo dveh načinov za samostojno obravnavo nove učne snovi pri pouku matematike.

Že med učnima urama smo opazili razlike med učenci. Učenci, ki so uspešni pri klasični obliki pouka, so brez večjih težav usvojili predvidene cilje. Manj uspešni učenci so imeli težave. Učnega lista niso dokončali, niso razumeli navodila, potrebovali so pomoč. Pri uporabi e-gradiva so slednji naloge reševali s poskušanjem, pomanjkljivo prebrali navodila, niso uporabljali zvezka za pomožne račune in naloge.

Anketa med učenci je pokazala, da jim je ljubši pouk z uporabo e-gradiva. Preverjanje znanja je pokazalo, da ni bistvenih razlik v usvojenem znanju.

Informacijsko-komunikacijska tehnologija je sredstvo za razvoj matematičnih pojmov, sredstvo za ustvarjanje, simuliranje in modeliranje realnih ali učnih situacij, je tudi učni pripomoček ali komunikacijsko sredstvo. Uporaba e-gradiv ali učnih listov pri obravnavi nove snovi je lahko popestritev pouka, vendar ne nadomesti učitelja. Učenci potrebujejo dodatno razlago in predvsem spodbudo.

Viri

1. Kelenc, A., Kos T., Kern, M., Pesek, I. (2011): eXeCute – avtorsko orodje za izdelavo e-gradiv. Mednarodna konferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT, SIRIKT 2011, Kranjska Gora, 13.-16. april 2011. Arnes, Ljubljana, str. 1123-1125.
2. Lokar, M. (2009): E-učna gradiva - kakšna in kako. Mednarodna konferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT, SIRIKT 2009. Arnes, Ljubljana, str. 641-649.
3. Prnaver, K., Pesek, I. in Repolusk, S. (2009): Izdelava in uporaba dinamičnih nalog pri pouku matematike. Mednarodna konferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT, SIRIKT 2009, Kranjska Gora, 15.-18. april 2009. Arnes, Ljubljana, str. 344-349.
4. Učni načrt, Program osnovna šola, Matematika (2011). Ministrstvo RS za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.

ŠTIRIKOTNIKI – PROBLEMSKI POUK GEOMETRIJE Z UPORABO E-GRADIV

Quadrilaterals – Problem Based Teaching of Geometry with the Use of e-materials

Andreja Klančar, OŠ Lucija

andreja.klancar@gmail.com

Povzetek

V prispevku je predstavljena uporaba e-gradiv pri problemskem pouku geometrije in vpliv uporabe le-teh na usvajanje geometrijskih pojmov in konceptov ter na razumevanje in razvoj miselnih strategij za reševanje geometrijskih problemov.

V teoretičnem delu je predstavljen pouk geometrije v sedmem razredu osnovne šole ter pomen uporabe procesno-didaktičnega pristopa poučevanja in učenja matematike skozi reševanje problemov. V sedmem razredu postaja geometrija abstraktna, zato je potrebno pri poučevanju in izbiri dejavnosti nameniti posebno pozornost prehodu s konkretno-izkustvene ravni razumevanja na simbolno raven razumevanja. Grafične ponazoritve geometrijskih pojmov z uporabo IKT, ki so v primerjavi s klasičnimi geometrijskimi konstrukcijami veliko bolj reprezentativne, in različne dejavnosti z uporabo e-gradiv omogočajo enostavnejši prehod h geometrijski simboliki.

V empiričnem delu so predstavljeni izsledki raziskave, v kateri so učenci sedmega razreda preko različnih problemskih situacij spoznavali štirikotnike in njihove lastnosti. Izhodiščne dejavnosti temeljijo na uporabi konkretnih didaktičnih pripomočkov, nato je postopno v dejavnosti vključena uporaba različnih e-gradiv.

Na osnovi raziskave je zaključeno, da uporaba e-gradiv pri pouku geometrije pripomore k aktivnejšemu usvajanju geometrijskih pojmov in konceptov. Miselne dejavnosti, ki jih omenjena gradiva spodbudijo, omogočajo lažje razumevanje in razvoj miselnih strategij za reševanje geometrijskih problemov. Reševanje le-teh tako poteka hitreje, hkrati pa vizualizacija rešitev omogoča boljše pomnjenje.

Ključne besede: geometrija, geometrijski problemi, štirikotniki, e-gradiva, IKT.

Abstract

This article presents the use of e-learning materials for problem based teaching of geometry and the influence of their use on learning geometric terms and concepts, and on the understanding and development of mental strategies to solve geometric problems.

The theoretical part presents geometry lessons in grade 7 of primary school and the importance of using a process-didactic approach for teaching and learning mathematics trough problem solving. Geometry in grade 7 becomes abstract and therefore it is necessary to pay particular attention to the transition from the concrete-experiential level of understanding to the symbolic level, when teaching and choosing activities. Graphical representations of geometric concepts using ICT, which are much more representative, compared to classical geometric constructions, and different activities, with the use of e-materials, enable an easier transition to geometrical symbolism.

The empirical part presents the results of a research in which pupils in grade 7 learned about quadrilaterals and their characteristics through different problem situations. Baseline activities are based on the use of concrete didactic accessories, followed by a gradual introduction of different e-materials.

On the basis of the research it can be concluded that the use of e-materials for teaching geometry contributes to a more active acquisition of geometric terms and concepts. Mental activities which are encouraged by the above mentioned materials enable an easier understanding and development of mental strategies for solving geometrical problems. The solving of such problems occurs faster, and at the same time the visualisation of solutions enables a better memorisation.

Key words: geometry, geometrical problems, quadrilaterals, e-materials, ICT.

Uvod

Področje geometrije je eno pomembnejših področij matematike. Temelji predvsem na opazovanju in razvijanju prostorskih predstav ter posledično oblikovanju geometrijskega modela realne situacije. V sedmem razredu postaja geometrija abstraktna, zato je potrebno pri poučevanju in izbiri dejavnosti nameniti posebno pozornost prehodu s konkretno-izkustvene ravni razumevanja na simbolno raven razumevanja, katere pomen poudarja Bruner (1966), ki opisuje otrokov razvoj mišljenja in reševanja problemov v treh fazah (enaktivna, ikonična in simbolična faza). Pomembno je torej, da začne učenec graditi znanje najprej z manipulacijo konkretnih objektov ter postopoma preide na abstraktnejše pojme in geometrijsko simboliko, kar je poudarjeno tudi v didaktičnih priporočilih učnega načrta pri obravnavi geometrije v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju (Žakelj, 2011). Pri tem je potrebno učencu v fazi oblikovanja geometrijskih pojmov ponuditi različna didaktična sredstva (Nickson, 2004), med katera sodijo tudi IKT in e-gradiva.

Različni pristopi poučevanja geometrije z uporabo IKT in e-gradiv ter različne metode dela, ki vključujejo raziskovalne dejavnosti in učenje z odkrivanjem, omogočajo razvijanje miselnih strategij in veščin, ki učencem omogočajo neposredno uporabo usvojenih znanj pri reševanju problemov v novih problemskih situacijah.

Različna e-gradiva in programi dinamične geometrije, ki jih uporabljamo pri reševanju geometrijskih problemov, učencem omogočajo naraven prehod skozi prve tri stopnje geometrijskega mišljenja, ki sta jih v svoji teoriji razložila zakonca van Hiele (1986): vizualizacijo problema, analizo problema in napovedovanje rešitev, medtem ko zahteva običajno reševanje geometrijskih nalog od učencev že na začetku formalno dedukcijo.

V fazi izgradnje znanja poudarjata pomen uporabe e-gradiv in didaktičnih programov Dubinsky (1998, po Krantz, 1998) in Bass (2006, po Descamps, 2006), pri čemer izpostavljata predvsem možnost hitrega, natančnega in kompleksnega izvajanja matematičnih procesov, oblikovanje nazornih predstav geometrijskih objektov ter drugih matematičnih pojmov.

Empirični del

Namen raziskave

Namen raziskave je vpeljati model pouka geometrije z uporabo IKT (računalnik, interaktivna tabla, didaktični programi) in e-gradiv (gradiva za i-tablo, elektronska gradiva iz spletnih učnih okolij) ter proučiti vpliv le-teh na aktivnejše usvajanje geometrijskih pojmov in konceptov ter razvoj miselnih strategij za reševanje geometrijskih problemov.

V raziskavi smo uporabili procesno-didaktični pristop učenja in poučevanja matematike s problemskimi situacijami. Procesno didaktični pristop upošteva, da imajo izkustveno učenje, dialog ter različne oblike sodelovanja pomembno vlogo pri konstrukciji znanja. Spodbuja razvoj problemskih znanj, kjer je poudarek na procesih oziroma razvoju strategij

reševanja, utemeljevanju, preverjanju rešitev, predstavitvi rezultatov in na izmenjavi mnenj (Žakelj, 2003).
Z raziskavo smo omenjeni model pouka preizkusili v učni praksi. Dobljeni rezultati bodo pripomogli k izboljšanju pouka matematike ter k aktivnejšemu usvajanju geometrijskih pojmov in konceptov ter razvoju miselnih strategij za reševanje geometrijskih problemov.

Raziskovalne hipoteze
H1: Med eksperimentalno skupino in kontrolno skupino bodo opazne razlike v poznavanju in razumevanju osnovnih geometrijskih pojmov.
H2: Med eksperimentalno skupino in kontrolno skupino bodo opazne razlike v uporabi proceduralnih znanj.
H3: Med eksperimentalno skupino in kontrolno skupino bodo opazne razlike pri reševanju enostavnih in zahtevnejših geometrijskih problemov.

Pri preizkusu hipotez se bomo ravnali po pravilu, da je največje dopustno tveganje za zavrnitev hipotez 5 % napaka.

Raziskovalna metodologija
Osnovna raziskovalna metoda in raziskovalni pristop
Za preverjanje veljavnosti hipotez smo uporabili eksperimentalno metodo pedagoškega raziskovanja. Za primerjalni skupini sta bila uporabljena obstoječa oddelka sedmega razreda izbrane obalne osnovne šole. Pred eksperimentom ni bila opravljena izenačitev oddelkov do slučajnostnih razlik. Skupino učencev, ki je bila deležna eksperimentalnega faktorja, smo poimenovali eksperimentalna skupina (ES). Skupina, ki ni bila deležna eksperimentalnega faktorja, je tvorila kontrolno skupino (KS). ES je bila deležna poučevanja po modelu poučevanja matematike s problemskimi situacijami iz geometrije, z uporabo IKT in e-gradiv.

Vzorec eksperimenta
V eksperimentu je sodelovalo 46 učencev 7. razreda izbrane obalne osnovne šole. 23 učencev je bilo vključenih v ES, 23 učencev pa v KS.

Spremenljivke
Neodvisne spremenljivke
Neodvisna spremenljivka je eksperimentalni dejavnik.

Odvisne spremenljivke
Dosežki učencev pri geometriji na različnih ravneh znanja po Gagnejevi taksonomiji:
- dosežki pri poznavanju in razumevanju geometrijskih pojmov,
- dosežki pri uporabi rutinskih procedur,
- dosežki pri uporabi kompleksnejših procedur,
- dosežki pri reševanju enostavnih in zahtevnejših problemov.

Potek raziskave in zbiranje podatkov
Začetno in končno znanje iz matematičnih vsebin (geometrije) je bilo med učenci ES in KS preverjeno z začetnim in končnim testom znanja. Testa znanja smo za potrebe raziskave oblikovali sami in jima določili najpomembnejše merske značilnosti: veljavnost, objektivnost, zanesljivost in občutljivost.

Naloge v obeh testih smo oblikovali v skladu z Gagnejevo taksonomijo, veljavnim učnim načrtom in cilji, opredeljenimi za pouk matematike v 7. razredu. Začetni test je vseboval 8, končni pa 9 nalog. Oba testa so učenci reševali eno šolsko uro.
Rezultate smo analizirali kvantitativno. Za ugotavljanje razlik v znanju matematike na vseh ravneh znanja med učenci ES in KS na začetku in koncu eksperimenta smo uporabili Levenov test homogenosti varianc in t-preizkus.

Opis dejavnosti eksperimentalne skupine
Pri pouku geometrije smo v ES uvedli problemski pouk z uporabo IKT in e-gradiv. Učenci so preko različnih problemskih situacij spoznavali štirikotnike in njihove lastnosti. Izhodiščne dejavnosti so temeljile na uporabi konkretnih didaktičnih pripomočkov, nato smo postopno v dejavnosti vključili uporabo IKT in e-gradiva. Zanimalo nas je, kakšno znanje dosežejo učenci, deležni problemskega pouka z uporabo IKT in e-gradiv, v primerjavi z učenci, ki so deležni tradicionalnega poučevanja geometrije.
Omenjeni model pouka smo uporabili pri temi štirikotniki, in sicer pri vsebinah:

- opis, poimenovanje in delitev štirikotnikov,
- koti v štirikotniku,
- načrtovanje štirikotnikov,
- ploščinsko enaki liki,
- paralelogram in njegove lastnosti,
- načrtovanje paralelogramov,
- obseg in ploščina paralelogramov.

Obravnavi in utrjevanju omenjenih vsebin je bilo namenjenih deset ur pouka, od tega sta bili dve uri namenjeni samostojnemu raziskovanju v računalniški učilnici, ostale ure so se izvajale v učilnici z interaktivno tablo. Poleg omenjenih ur pouka sta bili dve uri namenjeni začetnemu in končnemu testu znanja.

Med urami pouka so dejavnosti potekale v treh korakih:

Preverjanje predznanja učencev
Pri preverjanju predznanja smo uporabljali interaktivno tablo. Pri nekaterih urah so učenci reševali različne naloge, namenjene priklicu usvojenih znanj. Pri ostalih urah smo predznanje preverjali ob pregledu gradiv in povzetkov prejšnjih ur. Poudarek je bil na vizualizaciji geometrijskih pojmov, saj le-ta omogoča lažji priklic usvojenega znanja. Ob koncu ponovitve so v manjših skupinah reševali problemsko nalogo, povezano s posamezno vsebino(Slika 1).

Slika 1: Primer problemske naloge

Obravnava nove snovi
Pri obravnavi je bil poudarjen prehod s konkretno-izkustvene ravni razumevanja na simbolno raven razumevanja. Učenci so na začetku raziskovanja uporabljali konkretna didaktična gradiva (papir, geoploščo, vrvico …), za obravnavo zahtevnejših pojmov ter

izpeljavo obrazcev pa so imeli pripravljena e-gradiva, ki so bila namenjena samostojnemu raziskovanju. Naloga učitelja je bila usmerjanje učencev in sprotno ustno preverjanje razumevanja.

Utrjevanje snovi

Po zaključeni obravnavi so učenci uspeli rešiti 2 ali 3 naloge, namenjene usvajanju pojmov in procedur. Ura, ki je sledila, ja bila namenjena reševanju problemskih nalog.
Kot primer navajamo dejavnosti pri obravnavi ploščine paralelograma. Na računalnikih v računalniški učilnici so imeli učenci pripravljene e-prosojnice, ki so učence vodile skozi obravnavo snovi. Učenci so bili razdeljeni v pare. Najprej so na list papirja načrtali paralelogram in ga s pomočjo razrezovanja spremenili v pravokotnik in ga prilepili v zvezek, kjer so sproti oblikovali povzetke. S pomočjo e-gradiva so izpeljali obrazec za ploščino paralelograma. Nato so reševali naloge, namenjene utrjevanju proceduralnih znanj. V naslednji uri so na interaktivni tabli naredili povzetek snovi (Slika 2) ter pregledali rešitve nalog, ki so jih učenci dokončali za domačo nalogo. Uro so nadaljevali z reševanjem problemskih nalog.

Slika 2: Povzetek snovi

Utrjevanju snovi pred končnim preverjanjem znanja sta bili ob koncu obravnave vsebin namenjeni dve šolski uri. Posamezni učenci so reševali različne interaktivne naloge na interaktivni tabli, ostali učenci so ob tem izpolnjevali učne liste. Problemske naloge so učenci reševali v trojicah in rešitve predstavili celotnemu razredu.
Končno preverjanje znanja je bilo izvedeno v pisni obliki.

Rezultati in interpretacija

Pred začetkom eksperimenta je bila opravljena analiza razlik v uspešnosti reševanja geometrijskih problemov s primerjavo aritmetičnih sredin in s t-testom. Analiza rezultatov je pokazala, da ni statistično pomembnih razlik med ES in KS na nobeni od taksonomskih ravni znanja, kar pomeni, da ni večjih razlik v znanju geometrijskih vsebin med ES in KS.

Analiza razlik v znanju geometrije na vseh štirih taksonomskih ravneh znanja med učenci ES in KS ob koncu eksperimenta

V preglednici (Tabela 1) so zajete aritmetične sredine in standardni odkloni končnega testa znanja na štirih taksonomskih ravneh znanja: poznavanje in razumevanje geometrijskih pojmov (I.), uporaba rutinskih procedur (II.), uporaba kompleksnejših procedur (III.) in reševanje enostavnih in zahtevnejših problemov (IV.) ter skupni dosežek med učenci ES in KS.

Dosežki učencev na začetnem testu znanja					
Raven znanja	Skupina	N	Aritmetična sredina	Standardni odklon	Dosežki v %
I.	ES	22	10,59	2,32	55,43 %
	KS	23	9,13	2,24	56,74 %
II.	ES	22	6,27	1,93	73,26 %
	KS	23	5,09	2,25	60,87 %
III.	ES	22	0,95	0,79	45,65 %
	KS	23	0,43	0,79	21,74 %
IV.	ES	22	3,27	2,64	39,86 %
	KS	23	1,70	1,96	20,65 %
Skupaj	ES	22	21,36	5,38	52,13 %
	KS	23	15,96	4,61	43,30 %

Tabela 1: Osnovni statistični podatki končnega testa iz geometrije na štirih ravneh znanja in skupni dosežek učencev ES in KS

Razlike v rezultatih spremenljivk (Tabela 1) med ES in KS pokažejo, da je bila ES pri reševanju geometrijskih nalog uspešnejša od KS. Največje so razlike pri kompleksnejših proceduralnih znanjih ter pri problemskih znanjih.
S t-preizkusom (Tabela 2) smo preverili, ali so te razlike med ES in KS statistično pomembne.

Raven znanja	t	Prostostne stopnje	Raven statistične pomembnosti	Razlika sredin	Standardna napaka
I.	2,146	43	0,038	1,460	0,681
II.	1,891	43	0,065	1,186	0,627
III.	2,216	43	0,032	0,520	0,235
IV.	2,281	43	0,028	1,577	0,692
Skupaj	3,628	43	0,001	5,407	1,490

Tabela 2: Prikaz razlik na vseh taksonomskih ravneh znanja Gagnejeve lestvice med ES in KS (t-preizkus) v končnem testu

Analiza rezultatov t-preizkusa (tabela 2) in tudi rezultatov primerjave aritmetičnih sredin (tabela 1) kaže, da se skupini statistično pomembno razlikujeta na I., III. in IV. taksonomski ravni znanja in sicer v prid ES. Na podlagi dobljenih rezultatov in njihove analize lahko potrdimo prvo specifično hipotezo:
Med eksperimentalno skupino in kontrolno skupino bodo opazne razlike v poznavanju in razumevanju osnovnih geometrijskih pojmov.
Rezultati so pokazali, da učenci, ki so bili deležni problemskega pouka z uporabo IKT in e-gradiv, bolje razumejo geometrijske pojme o štirikotnikih ter poznajo lastnosti le-teh.
Iz tabele osnovnih statističnih parametrov (tabela 1) in t-preizkusa (tabela 2) razberemo, da je ES uspešneje reševala tudi naloge II. taksonomske ravni, vendar razlika med ES in KS ni statistično pomembna. Pri tradicionalnem pouku geometrije je poučevanje in učenje pogosto usmerjeno v uporabo postopkov, ki jih učenci izvajajo pogosto brez razumevanja pojmov in postopkov samih. Podatki in analize kažejo statistično pomembne razlike med ES in KS (v prid ES) pri reševanju nalog, kjer je potrebno uporabiti zahtevnejše postopke, saj ti postopki zahtevajo določeno raven razumevanja.
Na podlagi dobljenih rezultatov in njihove analize torej ovržemo drugo specifično hipotezo:

Med eksperimentalno skupino in kontrolno skupino bodo opazne razlike v uporabi proceduralnih znanj.

Iz tabele osnovnih statističnih parametrov (Tabela 1) in t-preizkusa (Tabela 2) razberemo, da je ES uspešneje reševala naloge IV. taksonomske ravni. Razlike so statistično pomembne, v prid ES, ki je bila v primerjavi s KS uspešnejša za nekaj več kot 19 %.
Tako lahko na podlagi rezultatov in analiz potrdimo tretjo specifično hipotezo:
Med eksperimentalno skupino in kontrolno skupino bodo opazne razlike pri reševanju enostavnih in zahtevnejših geometrijskih problemov.

Primeri nalog končnega preverjanja znanja, kjer so bili učenci ES uspešnejši od učencev KS

Naloga 1
Nariši kvadrat, katerega polmer **včrtanega** kroga meri 2 cm.

Naloga 2
Paralelogram s podatki $b = 12\ cm$, $v_b = 3\ cm$ ima enako ploščino kot kvadrat.
Kaj lahko poveš o ploščini kvadrata?
Izračunaj obseg tega kvadrata.

Naloga 3
Šolsko igrišče ima obliko paralelograma s stranico *50 m* in višino na to stranico *15 m*.
Koliko m^2 zavzemajo ostala tri igrišča, če igrišče za odbojko zavzema $135\ m^2$?
Koliko m^2 zavzema eno od igrišč, če so vsa tri igrišča enake velikosti?

Pri navedenih nalogah je bila ES uspešnejša pri reševanju nalog enostavnih in zahtevnejših postopkov (načrtovanje kvadrata s podanim polmerom očrtane krožnice, računanje ploščine paralelograma) ter pri reševanju problemov (ploščin paralelograma, računanje obsega kvadrata, računanje površine igrišč), KS pa je bila uspešnejša pri usvajanju pojmov. Uspeh pri omenjenih nalogah med ES in KS se giblje med 7 % in 18 %, v prid ES.

Zaključek
Na podlagi vseh dobljenih rezultatov in njihove analize lahko zaključimo, da je model problemsko zastavljenega pouka geometrije z uporabo IKT in e-gradiv uspešen, saj so učenci, deležni tega modela pouka, pri reševanju geometrijskih nalog uspešnejši kot učenci, deležni klasičnega transmisijskega pouka.
Tako lahko sklepamo, da z ustreznim pristopom poučevanja in učenja geometrije ter z uporabo IKT in e-gradiv pripomoremo k aktivnejšemu usvajanju geometrijskih pojmov in konceptov. Miselne dejavnosti, ki jih omenjena gradiva spodbudijo, omogočajo lažje razumevanje in razvoj miselnih strategij za reševanje geometrijskih problemov. Reševanje le-teh tako poteka hitreje, hkrati pa vizualizacija rešitev omogoča boljše pomnjenje, kar pomembno vpliva tudi na trajnost usvojenega znanja.
Iz navedenega sklepamo, da bo naš model pouka geometrije pripomogel k uporabi IKT pri pouku geometrije. Učenci bodo lažje vizualizirali geometrijske pojme in koncepte, kar jim bo omogočilo, da izgradijo pravilne predstave geometrijskih pojmov ter razvijejo miselne strategije za reševanje geometrijskih problemov.

Viri

1. Blažič M., Ivanuš Grmek, M., Kramar, M., Strmčnik, F. (2003): Didaktika. Visokošolsko središče, Inštitut za raziskovalno in razvojno delo, Novo mesto.
2. Bruner, J. (1966): Toward a theory of instruction. The Belknap press of Harvard University press, Cambridge.
3. Cotič, M. (2009): Razvijanje elementarne statistične pismenosti na začetku šolanja. Pedagoška obzorja 24/2. 78–96.
4. Descamps S. X., Bass, H., Evia, G. B., Seiler, R., Sepälä, M. (2006): E-LearningMathematics. Dostopno na: https://www.mumie.net/wp/assets/ICM06-LearningMathematics.pdf (25. 4. 2012).
5. Doğan, M., İçel, Ruklye (2011): The role of Dynamic geometry software in proces of learning: Geogebra example about triangles. International Journal of Human Sciences. 8/1. Dostopno na: http://insanbilimleri.com/en/ (25. 4. 2012).
6. Krantz, S. G. (1998). How to Teach Mathematics, SecondEdition. AMS, Providence, RhodeIsland.
7. Nickson, M., (2004): Teaching and learning Mathematics 2nd edition: A guide to recent research and its applications. Continuum, London.
8. Van Hiele, P. M., (1986): StructureandInsight: A theory of Mathematics Education. Academic Press, Inc., London.
9. Žakelj, A. (2003): Kako poučevati matematiko: teoretična zasnova modela in njegov didaktična izpeljava. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
10. Žakelj, A. idr. (2011): Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika. Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana. Dostopno na: http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/devetletka/predmeti_obvezni/ Matematika_obvezni.pdf (25. 4. 2012).

PREVERJANJE ZNANJA PRI MATEMATIKI Z UPORABO PROGRAMA MICROSOFT MOUSE MISCHIEF

Assessing Knowledge at Mathematics with the Use of Microsoft Mouse Mischief Programme

Antonija Miklavčič – Jenič, Dejan Žnideršič, OŠ Dolenjske Toplice

antonija.jenic@guest.arnes.si, dejan.znidersic@guest.arnes.si

Povzetek

Učitelji vložijo veliko truda v pripravo kvalitetnih učnih gradiv. Tudi med učno uro intenzivno spremljajo odziv vsakega učenca (še posebej učenca z učni težavami). Velik je tudi poudarek preverjanja znanja v začetku ure, med njo in ob koncu učne ure, ponavljanju učne snovi ter v izgrajevanju celotne sheme pojmov. V veliko pomoč so nam učni listi in sodobna informacijsko-komunikacijska tehnologija (interaktivne table, glasovalne naprave), s katerimi lahko sproti preverjamo njihovo znanje. Kaj pa, če nimamo niti table niti glasovalnih naprav?

Zelo uporaben je brezplačen Microsoftov programček Mouse Mischief, ki omogoča vsakemu učencu aktivno vlogo znotraj učnega procesa. Učitelj pripravi naloge, ki jih učenci rešujejo, hkrati pa takoj dobijo povratno informacijo. Naloge rešujejo kot posamezniki ali v skupini.

Pouk je zanimiv, učenci so aktivni in motivirani za delo. Učitelj ima pregled nad delom vseh učencev.

Učenci se lahko preizkusijo tudi v aktivni vlogi priprave vaj, saj lahko sami pripravijo predloge in jih naložijo v spletno učilnico.

V prispevku bova opisala, kako se je uporaba tega programa obnesla kot didaktični pripomoček pri preverjanju znanja, njegovo namestitev, uporabo ter prednosti in slabosti.

Ključne besede: aktivna vloga učenca, preverjanje, Mouse Mischief, povratna informacija.

Abstract

Teachers put a lot of effort in preparing quality study material. Even during the lesson they intensely observe the response of each and every individual pupil, (especially a pupil with learning disabilities). There is a considerable emphasis on assessing the knowledge at the beginning, during and after the lesson, revising the subject matter and shaping the whole picture of concepts. Hand-outs for pupils are also of big help, as it is the modern information communication technology (interactive whiteboards, voting devices), which help us to regularly asses their knowledge. But what if there are neither whiteboards nor voting devices present?

Mouse Mischief, a Free Microsoft programme, is very useful, as it enables every pupil to have an active role within the learning process. The teacher prepares the assignments and when solved, an immediately feedback is given to pupils. They finish the assignments either as individuals or as a group.

Lessons are dynamic; pupils are active and motivated for work throuout the lesson. Teachers have overview of the whole classroom. Pupils can also have an active role, as they can try out the programme themselves, they can prepare their own source material and upload it into the virtual classrom.

The article describes how effective the use of this programme as a didactic accessory at assessing knowledge proved to be, how to setup and use it, as well as the pros and cons of its use.

Key words: pupil's active role, knowledge testing, Mouse Mischief, feedback.

Uvod

Pri pouku matematike je preverjanje znanja vedno prisotno, tako na začetku ure, med uro in tudi ob koncu ure. Ker želim pri pouku učence čimbolj motivirati, miselno in aktivno vključiti v pouk, uporabljam različno IKT, pokazati pa jim želim, da ne potrebujejo vedno dragih naprav za dosego svojih ciljev.

Tehnologija ni edini odgovor ... ampak le-ta odpira nekatere izjemne priložnosti, da se razširi poučevanje in razširijo učni stili. Močan vpliv imajo igre, veliko Web2 orodij in različna programska oprema (Rylands, Neil, 2012: 110).

Ugotavlja se, da uporaba IKT opreme lahko povečuje interakcijo pri pouku in omogoča prenos težišča pouka na individualizacijo in diferenciacijo, nad - in/ali medpredmetnost, preverjanje, utrjevanje in na dejavnosti ter odnos do pouka.
Zavedati se moramo, da šola ni izoliran prostor, učitelji si ne moremo dovoliti, da nas tehnologija vodi in nas v nekaj sili, pač pa jo mi smiselno vpeljujemo in jo izrabljamo za namene pouka – doseganje ciljev in razvijanje različnih kompetenc (Sambolić, Šavli, Vičič, 2012: 117).

Pomembno je, da dobro poznamo IKT opremo, da znamo kritično vrednotiti njeno uporabo, predvsem pa jo didaktično osmisliti. Z uporabo ne smemo pretiravati, saj ne smemo zanemariti spretnosti, ki jih pridobijo učenci tudi na drugačen način.

Orodij, ki nam omogočajo preverjanje znanja, je veliko. Najbolj razširjeni so učni listi z nalogami. Le-ti so zelo učinkoviti.
Pri preverjanju lahko uporabimo različna spletna okolja (Moodle, Wims), ki so prilagojena predvsem reševanju nalog pri matematiki. Uporabljamo glasovalne naprave interaktivnih tabel ali drugih proizvajalcev.

V raziskavah je potrjeno, da učitelji, ki poučujejo na bolje opremljenih šolah in se dodatno strokovno izpopolnjujejo ter imajo podporo vodstva šole, pogosteje uporabljajo različno IKT (Bizjak, 2010: 5).

Še vedno pa je učitelj tisti, ki se bo sam odločil, koliko, kdaj in katero IKT bo uporabil, kajti zavedati se mora, da tudi sodobna IKT oprema sama po sebi ne more podati dovolj znanja.

Microsoft Mouse Mischief

Pri urah matematike sem uporabila program Miscrosoft Mouse Mischief, ki omogoča preverjanje znanja učencev, tako da vsak uporablja svojo miško. Pouk je potekal v učilnici z računalnikom, i-tablo (lahko tudi platnom) in projektorjem. Program sem preizkusila v 6., 7. in osmem razredu v 1. nivojski skupini.

Pri začetnih urah sva bila prisotna dva učitelja: matematik in računalničar.

Vpeljava tehnologije v pouk matematike

Najprej sem pripravila preverjanje za učence osmega razreda 1. nivojske skupine. To skupino sem izbrala zato, ker šteje le 10 učencev. Njihovo delo doma je neredno, nad matematiko pa niso preveč navdušeni. Izbrala sem učno temo Krog in deli kroga.

Namen uporabe programčka je bil, da si učenci zapomnijo učno snov, da je ura prijetna, preveriti znanje vsakega posameznika in vsakemu posamezniku podati povratno informacijo o njegovem znanju.

Pred pričetkom dela je že prišlo do problema, saj šola nima brezžičnih mišk, ki so najenostavnejše za uporabo. Dogovor z učenci je bil, da prinesejo svoje, vendar jih je bilo premalo. Ker šola na področju IKT tesno sodeluje z dvema podjetjema, sem ju poprosila za donacijo mišk. Obe podjetji sta se pozitivno odzvali na prošnjo in šoli podarili vsaka po 5 mišk. Dobili smo 10 mišk.

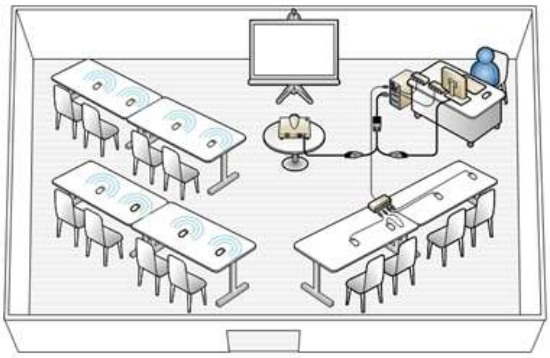
Instalacija programa in priprava opreme
Program **Mouse Mischief** se nahaja na Microsoftovi spletni strani
http://www.microsoft.com/multipoint/mouse-mischief/en-gb/download.aspx.
Je brezplačen.

Slika 1: Spletna stran s programom

Po instalaciji odpremo Microsoftov program PowerPoint. V orodni vrstici se pojavi nov ukaz Multiple-Mouse, s klikom nanj pa se odpre orodna vrstica programčka oziroma dodatka.

V razredu sem pripravila potrebno strojno opremo. Na usb vhode sem priključila miške in jih aktivirala.

Slika 2: Oprema



Slika 3: Razporeditev opreme

Pri razporejanju opreme je potrebno paziti na primerno razdaljo usb vhodov in mišk, predvsem pa na razporeditev žic zaradi varnosti.

Priprava preverjanja v Microsoftovem programu PowerPoint
Preverjanje pripravimo v programu PowerPoint. Na gumbu New Slide (Nova prosojnica) dodajamo prosojnice. Uporabimo lahko vse predloge, ki so znotraj programa ali pa izdelamo svojo. Med urejanjem prosojnic so nam na voljo vsi dodatni ukazi programa PowerPoint. Slike, besedilo in ostale elemente urejamo z običajnim orodjem znotraj programa.

Slika 4: Vrstica programa

Dodatki, ki nam omogočajo pripravo preverjanja, so predvsem ukazi za izdelavo vprašanj in pripravo povratne informacije učencem o pravilno rešeni nalogi. Pripravljamo lahko le določen tip nalog. Program omogoča vprašanja izbirnega tipa. Vnesemo lahko več različnih odgovorov in pri tem tudi določimo pravilni odgovor, ki pa je lahko le eden. Pripravimo lahko tudi vprašanja tipa da ali ne. Odgovori da in ne so v angleškem jeziku kot Yes/No. Besede lahko prevedemo v matrici predstavitve. Označiti moramo pravilni odgovor. To storimo tako, da kliknemo Assign Answer in izberemo pravilni odgovor.

Slika 5: Orodna vrstica v PowerPointu

Poleg vprašanj lahko pripravimo tudi nalogo, kjer učenci rišejo ali pišejo. Pisanje in risanje je mišljeno le z miško, zato moramo paziti, kakšno nalogo jim zastavimo. V programu tudi ni omogočeno kakršnokoli uporabljanje ravnil ali risanje posameznih oblik, omogočena pa je uporaba večjega števila barv in radirke. Radirka in barvne črte so precej tanke in jih ni mogoče nastavljati po širini. Pri takšnih nalogah ni mogoče pripraviti povratne informacije. Bodimo pozorni na shranjevanje datoteke.
Končano preverjanje preizkusimo s klikom na gumb Play Shide Show ali klasično zaženemo začetek diaprojekcije. V slednjem primeru nas program opozori na dodatek.

Delo s programom pri pouku
Preverjanje je potekalo po obravnavani učni uri, ni pa zamenjalo klasičnega pisnega preverjanja, ki so ga učenci pisali naslednjo uro.

Dežurni učenec v skupini je sošolcem razdelil miške.
Ob zagonu preverjanja se dodatek zaganja kar nekaj sekund. Pojavi se temno okno, v katerem moramo izbrati miško, s katero upravlja učitelj. To naredimo tako, da premaknemo miškin kazalček na oranžno polje in pritisnemo tipko Enter. Program nas povpraša še po miškah, s katerimi upravljajo učenci. Z vsako priklopljeno miško (gledamo zgornji desni kot na prosojnici, ki prikazuje število priklopljenih mišk) se premaknemo na oranžno polje in pritisnemo Enter. Vsaka učenčeva miška se pojavi kot nova slikica. Po slikicah si učenci zapomnijo, s katero miško upravljajo in tako nadzorujejo svoje delo.

Slika 6: Registracija mišk

Učenci lahko rešujejo naloge individualno, vsak posamezno, ali pa v skupini. Glede na to izbere učitelj ukaz Individual mode ali Team mode.
Na prosojnicah, kjer ni zastavljenih vprašanj, ni vidnih mišk učencev, vidna je le miška učitelja (oranžna puščica), s katero lahko upravlja orodno vrstico, ki se pojavi ob prehodu miške čez spodnji rob prosojnice. Orodna vrstica ima le nekaj ukazov. To so: puščica naprej, osvežitev, vklop časovne omejitve (ura), tipka pavza, ki onemogoči delovanje mišk učencev in puščica naprej ter prikaz pravilnih odgovorov.

Slika 7: Delo s programom

Na prosojnicah, ki vsebujejo vprašanja, so miške učencev omogočene. Učenci odgovarjajo na vprašanja s klikanjem na odgovore. Ko odgovori zadnji učenec, se prikaže povratna informacija o pravilnosti odgovora in tudi kdo od učencev je prvi pravilno odgovoril.
Ob koncu preverjanja ni skupnega pregleda o pravilnosti odgovorov pri posameznem učencu.
Uvodne prosojnice so bile namenjene spoznavanju programske opreme in preizkusu delovanja mišk. V prvih minutah smo imeli probleme, saj se miške niso hotele odzivati. Ugotovili smo, da je dobro, da niso preveč oddaljene od usb vhodov.
Učitelj premika prosojnice, učenci pa odgovarjajo na zastavljena vprašanja.

Učenci so bili motivirani za reševanje nalog, vsak je hotel odgovoriti prvi in tudi pravilno. Ker je bil to 1. nivo, so lahko obrazce pogledali na kartončke ali pa v zvezke oziroma učbenike. Nekateri učenci so se kar preveč razživeli pri delu z miško.
Sama aplikacija ne omogoča matematičnega računanja, zato so pri reševanju nalog uporabljali zvezek, v katerega so reševali naloge. Reševanje v zvezek jim ni bilo všeč. O napačnih odgovorih smo se sproti pogovorili.
Večina vprašanj je bila tipa da, ne ali pa izbirnega. Določene naloge so omogočale učencu pisanje na prosojnici. V takšnih primerih smo se dogovorili za barve, tako da so učenci lahko spremljali svoje odgovore.

Ob koncu učne ure smo analizirali preverjanje in učno uro. Učencem je bila uporaba takšne aplikacije všeč, med samim reševanjem nalog pa so uživali, kajti preverjanje so jemali kot igro. Čas jim je hitro minil, med uro pa so bili fizično in miselno aktivni. Najbolj všeč jim je bila takojšnja povratna informacija in podatek, kdo je prvi pravilno odgovoril.

Podobno preverjanje sem izvedla tudi v 6. razredu, kjer je 20 učencev. Imeli smo premalo mišk, zato so učenci reševali naloge v skupinah z eno miško. Vsaka skupina je izbrala vodjo, ki je lahko odgovoril na vprašanje po predhodnem sodelovanju z vsemi člani skupine.
Tudi šestošolci so pozabili na čas.

V 7. razredu pa smo se poigrali s skupinskim načinom delovanja. 10 učencev se je razdelilo v 3 skupine.
Ob zagonu aplikacije so se člani skupin registrirali z izborom skupine. Zaradi tega so imeli vsi člani ene skupine enako sliko miške. Katera je njihova, so vedeli le s premikanjem svoje miške. Številka na skupini je prikazovala število članov.
Pri odgovarjanju na vprašanja so morali delovati kot skupina in se predhodno dogovarjati. Vsi člani ene skupine so morali enako odgovoriti na vprašanje. Če se to ni zgodilo, so se odgovori izničili, učenci pa so morali ponovno odgovarjati.

Slika 8: Skupinsko delo

Prednosti programa
Učencem je bilo takšen način preverjanja všeč, še posebno zato, ker so bili vsi aktivni. Če delamo z i-tablo, je aktiven le en učenec, drugi pa opazujejo. Program je brezplačen, hitro ga namestimo, učenci dobijo takojšnjo povratno informacijo.

Slabosti
Pri takšnem načinu preverjanja smo omejeni na določen tip vprašanj, kar se dogaja skoraj pri vseh preverjanjih z različno IKT opremo. Črte pri pisanju bi bile lahko za malenkost debelejše. Ko več učencev piše na tablo, nastane malo zmešnjave. Tudi radirka je zelo majhna in se je ne da spreminjati. Najverjetneje je tudi problem dobiti večje število brezžičnih mišk.

Učenci so pozabili na učenje, se prelevili v majhne otroke in se z miškami igrali. Priporočam, da ob prvi uporabi nekaj prosojnic namenite spoznavanju programa.
Ob reševanju nalog smo imeli tudi zvezke, v katere so pisali naloge, jih izračunali in nato rešitev označili na tabli. Seveda takšno delo ne more potekati brez večjega zaslona, i-table ali platna s projektorjem.
Sam program je primeren za preverjanje znanja ob uvajanju nove učne snovi - začetno preverjanje, med samo učno uro oz. ob koncu učne ure. Z njim pa lahko preverimo tudi določena znanja ob koncu poglavja. S takšnim preverjanjem težko preverimo višje ravni znanja. Preverjanje, ki ga dobijo učenci na listu, je drugačno in zahteva več učenčevega truda in dela.
Vsako kratko preverjanje je dobrodošlo, zato smo se z učenci sedmega razreda, ki so zelo ustvarjalni in tudi IKT usmerjeni, dogovorili za izdelavo kratkih preverjanj na temo Ploščine in obsegi likov. Le-te so oddali v spletno učilnico. Učenci jih lahko uporabljajo za samopreverjanje znanja doma.

Zaključek
Živimo v času, ko IKT prihaja v vse elemente našega dela in prostega časa. Tudi v šolah je nepogrešljiva. IKT niso samo dragi računalniki, i-table, projektorji … veliko programske opreme je tudi brezplačne.

Preverjanje učencev lahko izvedemo na različne načine, ki pogojujejo veliko ali malo računalniškega znanja tako učencev kot učiteljev. Zavedati se moramo, da še vedno vsi učitelji in vsi učenci ne uporabljajo IKT tehnologije pri svoje delu in je tudi ne obvladajo.

Microsoft Mouse Mischief je PowerPointov dodatek, ki nam omogoča enostavno uporabo več mišk. Tako spremljamo vsakega učenca. Če mišk nimamo, lahko prinesejo učenci tudi svoje.

Preprosta računalniška miška je postala didaktični pripomoček, ki je učencem omogočil individualno delo na računalniku. Tako je bil aktiven vsak učenec v razredu, učitelj pa jih je spremljal. Poleg matematičnih znanj so se naučili biti strpni drug do drugega, počakati na vrstni red, poleg tega pa so razvijali tudi skupinski način dela, hkrati pa pridobivali znanja na področju IKT pismenosti.
Dobili so takojšnjo povratno informacijo, hkrati pa so spoznali, da z voljo in rednim delom pridobivajo nova znanja.

Cilji učne ure in tudi cilji, ki sem si jih zastavila pri uporabi Microsoft Mouse Mischief, so bili doseženi.

Učenci 6. in 7. razredov pa so se preizkusili tudi v sestavljanju nalog, s katerimi smo želeli pomagati učno šibkejšim učencem. Za dobro in utrjeno znanje pa je potrebno reševati tudi naloge v delovnih zvezkih, učbenikih, zbirkah vaj ...

Viri

1. http://www.ediplome.fm-kp.si/Bizjak_Blanka_20110125.pdf (5. 4. 2012).
2. www.zrss.si/...za.../matematika/uporaba_žakelj,%20primčič.doc (5. 4. 2012).
3. http://www.microsoft.com/multipoint/mouse-mischief/en-us/lessons.aspx (5. 4. 2012).
4. http://www.microsoft.com/en-us/download/confirmation.aspx?id=9962 (5. 4. 2012).
5. Rylands, T., Neil S. (2012): IKT za navdih: dvig ravni ustvarjalnosti pri otrocih vseh starosti in sposobnosti. Sirikt 2012, Mednarodna multikonferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT (zbornik vseh prispevkov). Miška, d. o. o., Ljubljana.
6. Sambolić, Šavli, Vičič. (2012): IKT za navdih: dvig ravni ustvarjalnosti pri otrocih vseh starosti in sposobnosti. Sirikt 2012, Mednarodna multikonferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT (zbornik vseh prispevkov). Miška, d.o.o., Ljubljana.

E(KO)-FRAJER.SI
E(co)-dude.si

Katarina Tadić, OŠ Davorina Jenka, Cerklje na Gorenjskem

katarina.tadic@guest.arnes.si

Povzetek
Prispevek predstavlja obdelavo podatkov z aktivnimi učnimi oblikami v šestem razredu in nato nadgradi vsebino v sedmem razredu. Z učiteljico naravoslovja sva sestavili anketni vprašalnik na temo trajnostnega razvoja. Učenci so vprašalnik rešili skupaj s starši. V petih šolskih urah so se naučili statistične obdelave pridobljenih podatkov s programom Excel (zbiranje, urejanje, obdelava), prenesti tabele in grafikone v program Word, zapisati interpretacijo rezultatov ter vse skupaj predstaviti sošolcem.

Ključne besede: IKT, obdelava podatkov, trajnostni razvoj, medpredmetne povezave.

Abstract
This article presents data handling using active learning methods, which was carried out in grade 6 and upgraded in grade 7. Together with our science teacher I drew up a questionnaire on sustainable development. Pupils and their parents answered the prepared questionnaire. In five school lessons the pupils then learnt how to statistically process the acquired data using Excel (collecting, editing, processing), transfer charts and graphs into Word, write the interpretation of the results and present it all to their peers.

Key words: ICT, data handling, sustainable development, cross-curricular links

Uvod
Kako narediti uro zanimivo? Kako motivirati učence? Kako pripraviti mlade za življenje? Kako jih usposobiti za vseživljenjsko učenje? Kakšne veščine in znanja bodo potrebovali v prihodnosti? Kako jih naučiti učiti se? To so le nekatera izmed mnogih vprašanj, s katerimi se učitelji srečujemo vsak dan. Odgovore na ta vprašanja iščemo vsak dan.
Eden izmed odgovorov je medpredmetno povezovanje, uporaba IKT ter aktivne učne oblike.

Namen prispevka je predstaviti primer dobre prakse na podlagi izvedenega tehniškega dneva na temo Obdelava podatkov v 6. in 7. razredu, ki temelji na uporabi IKT in s tem aktivnih učnih oblikah.
Tako obliko (tehniški dan) sem izbrala zaradi lažje organizacije dejavnosti in da so bile posamezne etape (od preštevanja pridobljenih podatkov preko obdelave do interpretacije in na koncu evalvacije) čim bolj povezane.

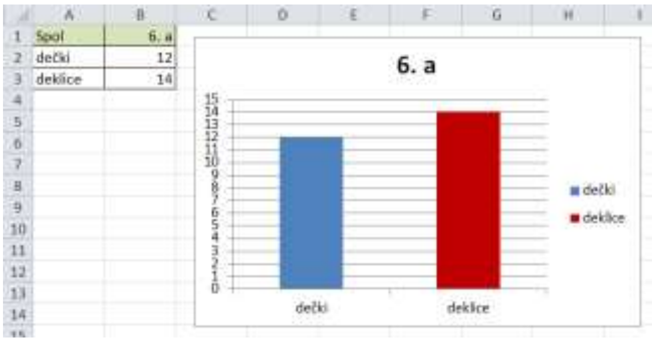
Tehniški dan za 6. razred
Kot je zapisano v uvodu, gre za medpredmetno povezavo, ki povezuje matematično in naravoslovno področje, znotraj pa se skrivajo še mnoga druga področja. Zaradi obsežnosti tematike sva se z učiteljico naravoslovja odločili za tehniški dan. Izvedba tehniškega dneva ni bila v veliki meri odvisna od predhodnega znanja predmetnih vsebin, izkušenj ter spretnosti učencev pri delu z IKT.
Na šoli so trije oddelki šestega razreda, dva oddelka po 26 učencev in en oddelek po 25 učencev. Delo je potekalo v parih (en par, en računalnik).

Cilji tehniškega dneva:
- naredijo tabelo in grafikon (stolpčni) z uporabo Excela,
- berejo podatke iz tabele in grafikona,
- interpretirajo tabele in grafikone,
- povečujejo obseg trajnostnega in uporabnega znanja.

Potek tehniškega dneva

1. UVODNA NALOGA

Za uvod in seznanitev s postopki za obdelavo podatkov v programu Excel smo frontalno rešili kratko nalogo, s katero so učenci spoznali, kako narediti in oblikovati tabelo in stolpčni diagram (Slika 1).



Slika 1: Uvodna naloga za spoznavanje z oblikovanjem tabele in stolpčnega diagrama

Ker je delo potekalo v parih, je vsak učenec v paru rešil svojo uvodno nalogo. Rešitev v Excelu sta potem prekopirala v Word, tam oblikovala vprašanje, na katerega je bil odgovor tabela in stolpčni diagram, in zapisala komentar (Slika 2).

Slika 2: Končni izgled uvodne naloge

2. OBDELAVA ANKETE

Že teden dni pred tehniškim dnevom so učenci dobili ankete. Odnesli so jih staršem, jih skupaj rešili in rešene prinesli nazaj v šolo dan pred izvedbo tehniškega dneva (Sliki 3, 4).

Spoštovani,

Učenci OŠ Davorina Jenka smo se odločili, da bomo sodelovali v projektu Zemljo so nam posodili otroci in na ta način prispevali k čistejšemu okolju. Ena od nalog, ki jih moramo opraviti, je nominacija tistih, ki najbolj prispevajo k ohranjanju narave.

Nominirance bomo izbrali na podlagi vprašalnika, zato se vam že vnaprej zahvaljujemo za vašo pomoč.

Naslov: ____

1. Kako debela je izolacija vaše hiše?
   a) do 4 cm
   b) do 8 cm
   c) do 12 cm
   d) do 16 cm
   e) hiša nima izolacije
2. Ali ima vaša hiša fasado?
   a) da
   b) ne
3. Iz kakšnega materiala imate večinoma izdelano pohištvo?
   a) les
   b) kovina
   c) umetni materiali
4. Na kakšen način ogrevate stanovanje in vodo?
   a) toplotna črpalka
   b) kurilno olje
   c) zemeljski plin
   d) drva
   e) lesna biomasa
   f) drugo: ____________________
5. Imate klimatsko napravo?
   a) da
   b) ne
6. Kako zračite prostor v kurilni sezoni?
   a) zaprete radiatorje in na stežaj odprete okna za 10 minut
   b) ne zaprete radiatorjev, ko na stežaj odprete okna
   c) okna imate priprta cel dan
   d) ne zračite
7. Kakšna je temperatura zraka v vaših bivalnih prostorih?
   a) pod 20 °C
   b) med 20 °C in 21 °C
   c) med 21°C in 22 °C
   d) več kot 22 °C
8. Ali uporabljate varčne žarnice?
   a) da
   b) ne
9. Ali električne naprave, ko jih ne uporabljate, izklopite iz električnega omrežja?
   a) da
   b) ne
10. Ali ste se v preteklem letu na kateri koli način izobraževali o skrbi za okolje?
    a) da
    b) ne
11. Ali ločujete odpadke?
    a) da
    b) ne
12. Če ste odgovorili z da, ali ste opazili zmanjšanje količine odpadkov zaradi ločevanja.
    a) da
    b) ne
13. Kakšna je ograja vaše hiše?
    a) lesena
    b) betonska
    c) živa meja
    d) kovinska
    e) nimamo ograje
    f) drugo: ____________
14. Kolikokrat na teden uživate meso?
    a) 1 krat na teden
    b) 2-3 krat na teden
    c) 4-5 krat na teden
    d) vsak dan
    e) nikoli
15. Ali uživate lokalno pridelano hrano?
    a) da
    b) ne
    c) včasih
16. Koliko vode na osebo porabite na dan (gospodinjstvo)?
    a) do 150 l
    b) od 150 do 300 l
    c) od 300 do 450 l
    d) več kot 450 l

Slika 3: Anketa

17. Če uporabljate pralni ali pomivalni stroj, ali je pri uporabi poln?
    a) vedno
    b) pogosto
    c) redko ali nikoli
18. Kolikokrat operete avto?
    a) večkrat na teden
    b) 1 krat na teden
    c) 1 krat na mesec
    d) drugo
19. Kje pogosteje perete avto?
    a) v pralnici
    b) doma
20. Katero vodo uporabljate za zalivanje vrtov?
    a) vodo iz pipe
    b) deževnico
    c) nimamo vrta
21. Katero vodo pogosteje uporabljate za pitje?
    a) vodo iz pipe
    b) vodo iz plastenk
22. Kam odvržete odpadno jedilno olje?
    a) v lijak ali straniščno školjko
    b) zberemo v posodi in odnesemo na zbirni center
    c) ne uporabljamo cvrtja kot postopka toplotne obdelave živil
23. Kako zaščitite poljščine pred plevelom in drugimi škodljivci (gospodinjstvo)?

    ____

    ____
24. Ali ste v zadnjem letu posadili kakšno drevo?
    a) ne
    b) da, eno drevo
    c) da, dve drevesi
    d) da, več kot dve drevesi

ČE SE UKVARJATE S PRIDOBITVENO DEJAVNOSTJO (gostinstvo, kmetija, proizvodnja, storitev,...) VAS PROSIMO, DA ODGOVORITE ŠE NA NASLEDNJA VPRAŠANJA.

25. Kako ravnate z odpadki, ki nastanejo pri vaši dejavnosti (npr. plastenke, odpadno olje, gume, barve, laki ...)?

    ____

    ____

    ____

    ____

    ____
26. Kako ravnate z odpadno vodo, ki nastane pri vaši dejavnosti?

    ____

    ____

    ____

    ____
27. Kako zaščitite poljščine pred plevelom in ostalimi škodljivci (kmetijska dejavnost)?

    ____

    ____

    ____

    ____
28. Na kakšen način varčujete z električno energijo, ki jo porabljate pri vaši dejavnosti?

    ____

    ____

    ____

    ____

    ____

Slika 4: Anketa

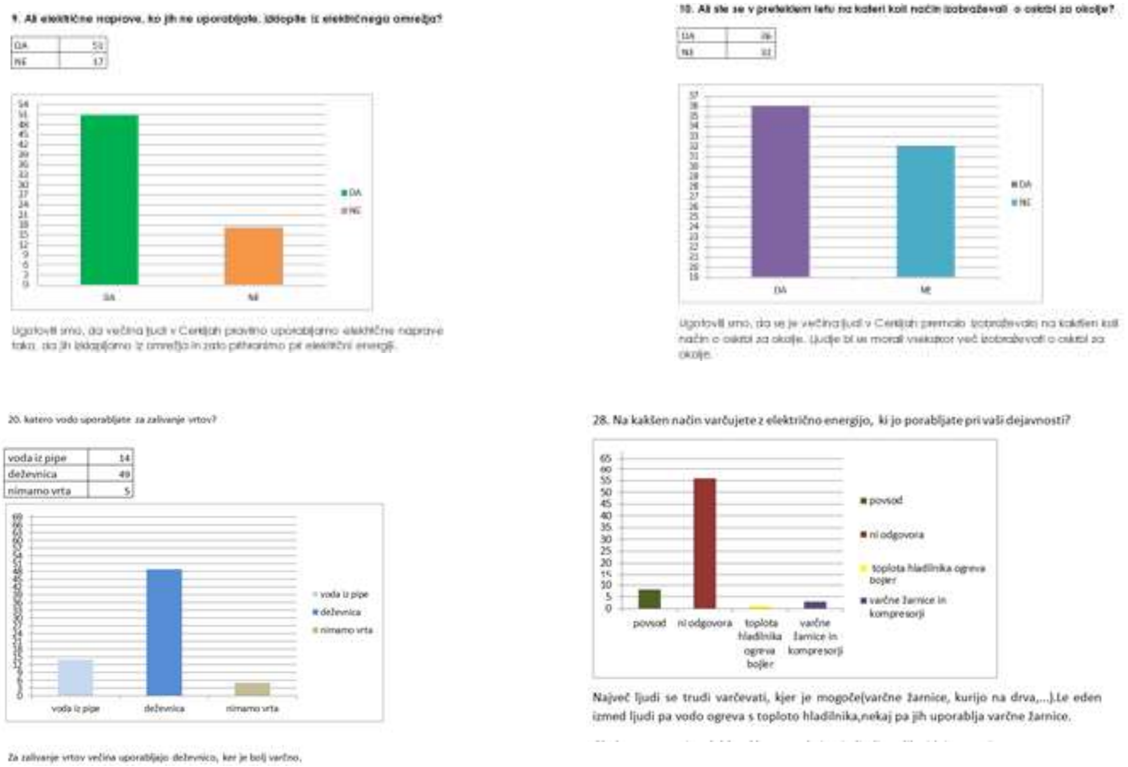
Vsak par učencev je dobil v obdelavo dve vprašanji. Vprašanja od 1 do 24 so bila zaprtega tipa in zato lažja za obdelavo. Ta vprašanja so dobili z računalnikom manj spretni učenci in tudi tisti s šibkejšim znanjem. Vprašanja od številke 25 do 28, vprašanja odprtega tipa, težja za obdelavo, so dobili spretnejši in nadarjeni učenci. S tem je bila zagotovljena tudi notranja diferenciacija.
Vsak par je najprej nalogo, torej štetje odgovorov in oblikovanje tabele, rešil klasično s svinčnikom in papirjem, nato pa še z računalnikom.

3. OBLIKOVANJE V WORDU (interpretacija tabele in stolpčnega diagrama)

Vsako tabelo in pripadajoči stolpčni diagram so učenci oblikovali v svojem dokumentu. Pripisali so tudi komentar.

4. EVALVACIJA

Zadnjo, peto šolsko uro tehniškega dneva smo imeli evalvacijo. Vsak učenec je samostojno predstavil obdelano vprašanje (Slika 5) ostalim učencem v razredu. V predstavitvi je združil ugotovitve, sklepe in izdelke obeh učencev.



Slika 5: Različno oblikovani izdelki učencev

Po končani predstavitvi pa sva evalvacijo opravili tudi učiteljici. Vsak učenec je moral odgovoriti na dve vprašanji in odgovore tudi zapisati:

- Naštej vsaj pet lastnosti, ki bi jih moral imeti EKOFRAJER oz. EKOFRAJERKA?
- Po korakih zapiši obdelavo podatkov (od zbiranja podatkov do komentarja).

Na ta način sva tudi preverili doseganje zastavljenih ciljev.

Tehniški dan za 7. razred

je nadgradnja tehniškega dneva iz šestega razreda. Še vedno sta bila medpredmetno povezana matematika in naravoslovje. Poseben poudarek je bil na računanju deležev v odstotkih.

Cilji tehniškega dneva:
- naredijo tabelo in grafikon (stolpčni, črtni, tortni) z uporabo Excela,
- računajo odstotke,
- berejo podatke iz tabele in grafikona,
- komentirajo tabele in grafikone,
- povečujejo obseg trajnostnega in uporabnega znanja.

Potek tehniškega dneva:

1. UVODNA NALOGA

Za uvod in ponovitev s postopki za obdelavo podatkov v programu Excel smo frontalno rešili kratko nalogo, s katero so učenci spoznali, kako narediti in oblikovati tabelo in stolpčni, tortni in črtni diagram.

2. OBDELAVA PODATKOV (učni list)

Učenci so delali v parih, po dva učenca za enim računalnikom. Najprej so na računalniku poiskali spletno stran Statističnega urada Slovenije. Dobili so učne liste z nalogami, ki so vsebovale pridobitev različnih podatkov s te strani.

Primeri nalog z učnega lista

1. Poišči internetno stran Statistični urad Slovenije: OKOLJE IN NARAVNI VIRI- OKOLJE in poišči ter izpiši naslednje podatke:

a) Sodelujoči v čistilni akciji OČISTIMO SLOVENIJO 2012

	Slovenija	Delež v %
prebivalci		
sodelujoči		

b) Nastali odpadki po vrstah Slovenija 2003-2008

	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Komunalni odpadki [t]						
Nevarni komunalni odpadki [t]						

Za koliko % se je količina komunalnih odpadkov povečala v letu 2008 glede na leto 2007?

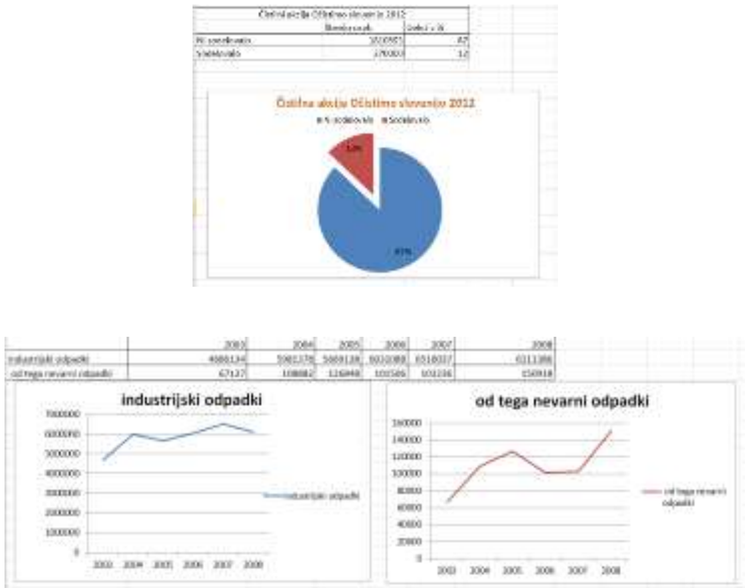
c) Poraba načrpane vode v različne namene v Sloveniji v letu 2010

	Poraba vode v m^3	Delež v %
Skupaj		

Po zaključku dela so se učenci lotili dela z računalnikom. Tokrat je delo potekalo samo v programu Excel. Za nalogo, ki so jo dobili, pa so morali narisati ustrezno tabelo in razmisliti ter izbrati primeren diagram (stolpčni, tortni, črtni).

3. EVALVACIJA

Zadnjo, peto šolsko uro tehniškega dneva smo imeli evalvacijo. Vsak učenec je s pomočjo LCD-projektorja predstavil obdelano vprašanje ostalim učencem v razredu (Slika 6).



Slika 6: Različno oblikovani izdelki učencev

Po končani predstavitvi so imeli možnost tudi ostali učenci podati svoj komentar. Na koncu so učenci povedali, da so bili zelo motivirani in aktivni, da so spoznali novo spletno stran in utrdili znanje Excela. Znanje bodo morali uporabiti v vsakdanjem življenju.
Učiteljice matematike smo v naslednjih urah preverile usvojeno snov (računanje odstotkov). Pokazalo se je, da večina obvlada reševanje besedilnih nalog z odstotki s tem, da pred računanjem ocenijo rezultat (tudi z uporabo žepnega računala).

Z učiteljico naravoslovja sva po končanem tehniškem dnevu opravili evalvacijo tehniškega dneva takole:

a) Ocena doseganja zastavljenih ciljev (Kaj so učenci pridobili):

Učenci so se naučili izdelati tabelo in diagram (stolpčni, tortni, črtni) v Excelu. Kritično so razmišljali o skrbi za čistejše okolje v svojem domačem kraju in širši domovini, to kritiko zapisali. Sodelovali so med seboj in poročali o svoji „raziskavi”.

b) Ocena dneva dejavnosti v celoti (vodenje, organizacija, sodelovanje strokovnih delavcev, aktivnost učencev, zadovoljstvo udeležencev ipd.):

Vodenje je bilo v redu. Organizirali sva delo v parih (v paru sta bila učenca s približno enakim znanjem in poznavanjem dela z računalnikom). Vprašanja so bila diferencirana (bolj zapletena, vprašanja odprtega tipa sva dodelili boljšim učencem). Ti učenci so dobro opravili svoje delo. V petih urah tehniškega dneva je vsak učenec naredil tabelo in grafikon v Excelu. Učenci v glavnem odmoru niso hoteli zapustiti računalnice, kar pomeni, da so bili za delo zelo motivirani.

c) Predlogi za izboljšave:

Povezati raziskovalni del in obdelavo podatkov. Učenci naj bi s samostojnim raziskovalnim delom (naravoslovje) prišli do nekih podatkov in potem te podatke obdelali na računalnikih (matematika). S tem bi poskrbeli za trajnejše znanje.

Zaključek

V opisanih primerih je bilo učencem omogočeno utrjevanje in povezovanje znanj matematike in naravoslovja, uporaba teoretičnega znanja matematike ob reševanju različnih primerov iz varovanja okolja, medsebojno sodelovanje in odzivanje na aktualne dogodke v okolju.

Ob izvajanju aktivnosti z uporabo IKT so imeli učenci možnost razvijati vrsto različnih sposobnosti in spretnosti (spretnost zbiranja informacij, analitične spretnosti, ocenjevanje, kritično mišljenje itd.).

Viri

1. Dornik, M., Turk, M., Vehovec, M. (2006): Kocka 6: matematika za 6. razred osnovne šole. Modrijan, Ljubljana.
2. Dornik, M.[et al.] (2002): Kocka 7: matematika za 7. razred osnovne šole. Modrijan, Ljubljana.
3. Florjančič, F.[et al.] (2005): Tehniški dnevi od 6. In 9. razreda v devetletni osnovni šoli. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
4. Suhovršnik, A., Colnar, D. (2012): Kdo pravi, da statistika ni zanimiva? Mednarodna multikonferenca SIRikt 2012. Kranjska Gora. Miška, d. o. o., str. 509–515
5. Žakelj, A. [et al.] (2011): Učni načrt, Program osnovna šola, Matematika. Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
6. https://video.arnes.si/portal/asset.zul?id=P2MfuXIjcoqHfKLPBZsWE0i5 (15. 5. 2012).

MEDPREDMETNO POVEZOVANJE – ZBIRANJE IN PREDSTAVITEV PODATKOV

Cross-curricula Connection – Data Collection and Presentation

Iris Mohorič, OŠ Milojke Štrukelj Nova Gorica

iris.mohoric@gmail.com

Povzetek

Pod naslovom Medpredmetno povezovanje – zbiranje in predstavitev podatkov je predstavljeno medpredmetno povezovanje slovenskega jezika in matematike v 4. razredu osnovne šole pri učnem sklopu Zbiranje in predstavitev podatkov. Pri slovenskem jeziku so učenci samostojno napisali nekaj povedi o kokoši. Po prebiranju opisov smo v preglednico razvrščali opise glede na različne kriterije (bivališče, prehranjevanje, razmnoževanje, uporabo in zunanjost). Na takšen način so učenci sistematično razvijali tehniko zbiranja, zapisa in razvrščanja podatkov. Učenci urejene podatke predstavijo s tortnim prikazom ali s stolpci ter v preglednici s črtičnim zapisom. S takim načinom dela ter s pomočjo aktivne rabe interaktivne table se učenci navajajo na utemeljevanje podatkov, interpretacijo zapisanega in razumevanje prebranega.

Ključne besede: informacijsko-komunikacijska tehnologija, interaktivna tabla, medpredmetno povezovanje, tortni prikaz, stolpčni diagram.

Abstract

The article presents cross-curricula cooperation of two school subjects, Slovenian and mathematics in grade 4 of primary school, covering the theme Collecting and presenting data. At Slovenian the pupils independently wrote a few sentences about a hen. After reading the descriptions, they were arranged into the table according to different criteria (dwelling, nutrition, reproduction, the usage and appearance). This way pupils systematically developed techniques of collecting, recording and classifying data. Pupils presented organized data in the form of pie charts or columns and in the table with tally marks. This way, and with the help of active use of the interactive whiteboard, the pupils learned how to argument data, how to interpret the written text and understand it after being read.

Key words: information and communication technology, interactive whiteboard, inter-subject connection, pie chart, bar chart.

Uvod

Pod naslovom *Medpredmetno povezovanje - zbiranje in predstavitev podatkov* je predstavljeno medpredmetno povezovanje slovenskega jezika in matematike v 4. razredu osnovne šole pri učnem sklopu Zbiranje in predstavitev podatkov. Tako povezovanje je prilagojeno učencem, saj jih takšen način dela miselno motivira. Delo je njim prilagojeno, kar jim hkrati omogoča celostno sprejemanje znanja. S tem učnim sklopom sem medpredmetno povezala več predmetov in sicer slovenski jezik, likovno vzgojo in matematiko. Pri slovenskem jeziku so učenci samostojno napisali nekaj povedi o kokoši. Po prebiranju opisov smo v preglednico razvrščali opise glede na različne kriterije (bivališče, prehranjevanje, razmnoževanje, uporabo in zunanjost). Na takšen način učenci sistematično razvijajo tehniko zbiranja, zapisa in razvrščanja podatkov. Učenci urejene

podatke predstavijo s tortnim prikazom ali stolpci ter v preglednici s črtičnim zapisom. Pri delu smo se posluževali tudi informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT).
S takim načinom dela ter s pomočjo aktivne rabe interaktivne table se učenci navajajo na utemeljevanje podatkov, interpretacijo zapisanega in razumevanje prebranega. IKT je dober pripomoček pri poglabljanju in utrjevanju ter spoznavanju nove učne snovi. Učencem olajša učenje, sprejemanje novih vedenj, razvijanje spretnosti in znanj. Krnel (2008) v svojem strokovnem članku poudarja, da naj bi se učenje ob pomoči IKT poenostavilo, postalo zanimivejše, učinkovitejše ter samostojnejše. V večji meri naj bi se tudi odgovornost za dosežene rezultate prenesla na učence same. Vse to pa so predpogoji za razvoj vseživljenjskega učenja, ki ne poteka le v šoli in drugih organiziranih oblikah, ampak v različnih okoljih in ob različnem času spontano in iz notranje motivacije.

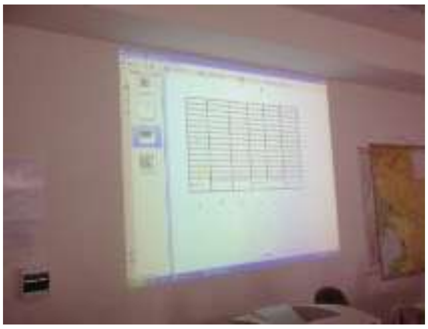
IKT učitelju prihrani čas in poveča njegovo produktivnost, nikakor pa ne sme v celoti nadomeščati učitelja. Zavedati se moramo, da je pri učencih važen človeški stik in medsebojna komunikacija. Brečko in Vehovar (2008) v svoji študiji navajata, da uporaba IKT olajša učenje za otroke z drugačnimi načini učenja in sposobnostmi. Poudarjata, da je učenje učinkovitejše z vključevanjem več čutov v kontekstu multimedije.

Medpredmetno povezovanje

Medpredmetno povezovanje predstavlja didaktični pristop, kjer učitelj poskuša določeno vsebino/problem podati in obravnavati čim bolj celostno, tako, da isti problem poskuša osvetliti z različnih vidikov (Peterka in Kikec, 2009).
»Naloga medpredmetnega povezovanja je premagovanje ločnic med učnimi predmeti, zavestno vzpostavljanje zveze med sorodnimi učnimi vsebinami znotraj enega učnega predmeta ali med več predmeti, da bi dosegli čim bolj enotne ali celostne izobraževalne učinke, ki bi omogočili učencem razumevanje medpredmetnega sveta.« (Blažič idr., 2003, str. 233). Strmčnik (2001) poudarja, da takšno načrtovanje pouka prinaša tudi boljšo učno uspešnost, zlasti glede celovitejšega spoznavanja didaktično-metodične organizacije pouka.

Interaktivna tabla

Interaktivna tabla olajša delo učiteljem, poveča nazornost pouka, hkrati pa motivira učence (Slika 1). Uporaba table je učinkovita pri prav vseh korakih učnega procesa - motivaciji, usvajanju nove snovi ter pri preverjanju in utrjevanju učne snovi. Pri obravnavi učnih ciljev je nepogrešljiva, saj se z njeno uporabo poveča nazornost. Delo z interaktivno tablo je zelo zanimivo, pouk postane zanimivejši.
Uporaba interaktivne table vzpodbuja sodelovanje med učitelji in učenci. Pozornost učencev je zagotovljena, še posebej, če jim bomo dovolili, da tudi sami na tablo kaj napišejo ali narišejo. Učenci niso več samo opazovalci temveč so pri delu aktivni (Slika 2 in 3).



Slika 1: Interaktivna tabla

Slika 2: Interaktivna tablica s pisalom

Slika 3: Interaktivna tablica s pisalom

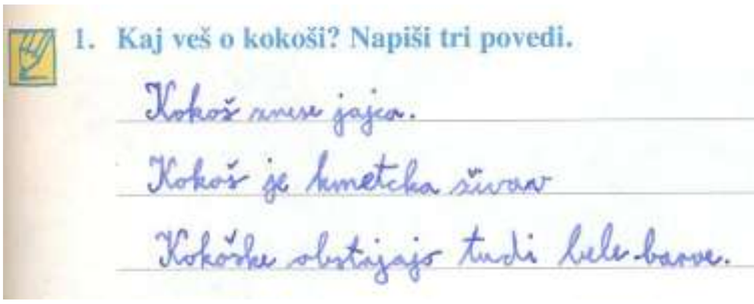
Poleg tega je prednost interaktivne table tudi v tem, da omogoča raziskovanje po spletu, učitelj pa je učencem zgled, kako pristopiti do informacij in jih kritično ovrednotiti (Peterka in Kikec 2009). Prednost interaktivne table je tudi ta, da se lahko vračamo na aktivnost, slike in animacije, ki smo jih že videli ali smo jih obravnavali.

Kot učitelj moraš dobro poznati način dela in poučevanja z interaktivno tablo, da lahko učence vodiš skozi celoten učni proces.

Opis poteka dela
V sedanjem načinu življenja in poučevanja si ne predstavljam pouka brez uporabe IKT, zato se pri svojem delu veliko poslužujem uporabe le-te. Za medpredmetno povezavo sem se odločila pri predmetu slovenski jezik pri vsebini opis kokoši in matematiki pri učnem sklopu obdelava podatkov. Opis kokoši in obdelava podatkov, povezana s to tematiko, sta se mi zdela učencem dokaj blizu. Učni cilji obeh predmetov se med seboj prepletajo. Dejavnost učencev je bila povezana z njihovimi željami in računalniškim predznanjem.

Pred pričetkom dela sem učence seznanila, kaj bomo počeli. Povedala sem jim, da bomo pridobivali znanje o tem, kako zbiramo podatke, zakaj jih zbiramo, kaj nam pomenijo zbrani podatki in kako zapisane podatke razumemo in kako jih razlagamo. Zbrane podatke bomo razvrščali glede na izbrane kriterije.

Zbiranje podatkov
Najprej so učenci pri slovenskem jeziku v delovnem zvezku individualno odgovarjali na vprašanje »Kaj veš o kokoši?«. Vsak je napisal tri povedi (Slika 4).


1. Kaj veš o kokoši? Napiši tri povedi.

Kokoš nese jajca.

Kokoš je kmetska žival

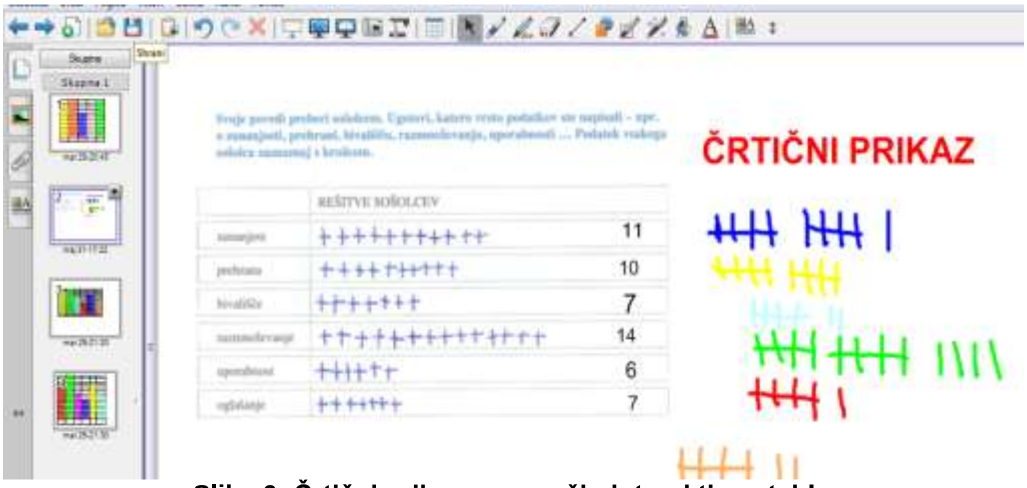
Kokoške obstajajo tudi bele barve.

Slika 4: Povedi o kokoši

Po končanem pisnem delu so učenci svoje zapise prebrali. Med prebiranjem smo skupaj s pomočjo interaktivne table in razpredelnice v delovnem zvezku za slovenski jezik zbrane podatke razvrstili in jih pregledno zapisali (Slika 5).

Slika 5: Bistveni podatki o kokoši

Tako zbrane podatke smo prikazali v naprej pripravljeni preglednici s pomočjo interaktivne table. Pri vsakem prebranem opisanem kriteriju smo naprej zapisali število učencev, ki so kriterij izbrali. Nato smo zbrane podatke prikazali s črtičnim prikazom (Slika 6).



Slika 6: Črtični prikaz s pomočjo interaktivne table

To je bilo zanje nekaj novega, zato so bili pri delu zelo aktivni (Sliki 7 in 8). S pomočjo aktivnega dela so nadgrajevali svoje znanje. Pri svojem delu niso potrebovali razlage učitelja, temveč le učiteljevo pomoč in nasvet.

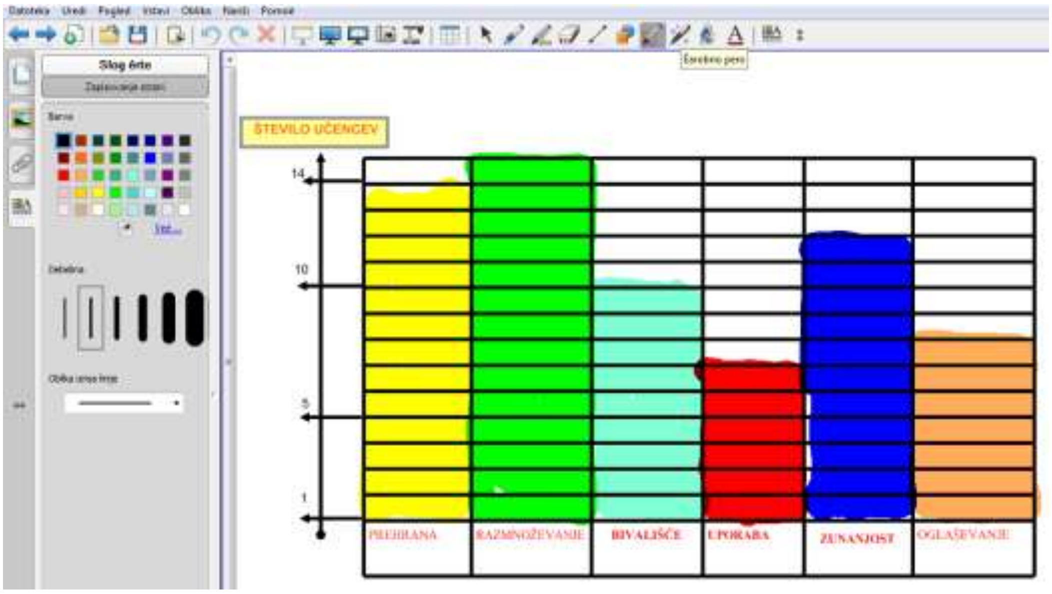
Slika 7: Delo z interaktivno tablico s pisalom

Slika 8: Delo z interaktivno tablico z miško

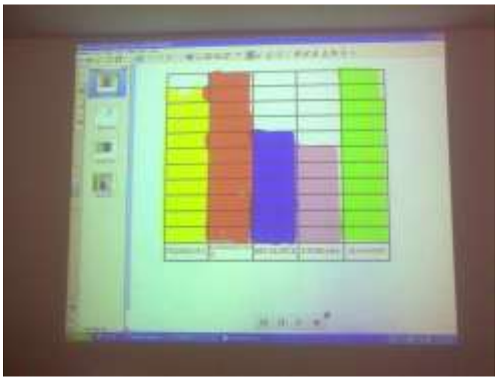
Zanimivo je bilo poslušati njihov pogovor med delom, ko so ob takem zapisu prišli do zaključka, da je črtični zapis veliko bolj pregleden.

Predstavitev podatkov

Zbrane podatke o poznavanju kokoši smo prenesli v preglednico, ki smo jo oblikovali z interaktivno tablo. Učenci so morali znati razbrati in prebrati podatke, da so lahko preglednico pravilno pobarvali. Tako smo dobili stolpčni prikaz (Sliki 9 in 10).



Slika 9: Stolpčni prikaz s pomočjo interaktivne table



Slika 10: Projekcija dela

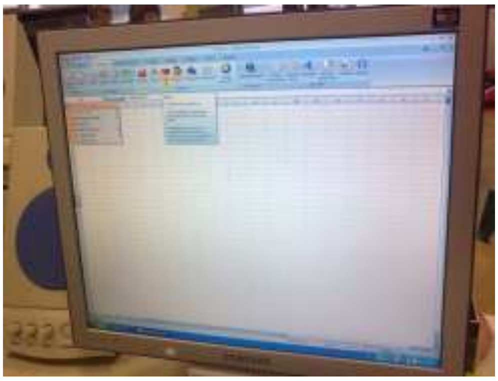
Slika 11: Učenčevo spremljanje dela

Ob barvanju preglednice je veliko učencev prišlo do zaključka, da je stolpični prikaz bolj pregleden, da lahko hitro ugotoviš, kateri podatek je zapisalo več učencev (slika 11).

Analiza podatkov

Z učenci, ki so računalniško bolj opismenjeni, pa smo podatke še računalniško obdelali (Slika 12). Zanje je bil računalnik dodatno motivacijsko sredstvo, s pomočjo katerega so nadgradili svoje znanje. Na tak način so na igriv način prišli do učenja in spoznavanja novih vedenj in znanj. Ob aktivnem delu so rešili problem, ki so ga imeli pri nastajanju tortnega diagrama. Zbrane podatke so vnesli v Excelovo preglednico in jih s tortnim diagramom prikazali (Sliki 13 in 14).

Slika 12: Izdelava preglednice

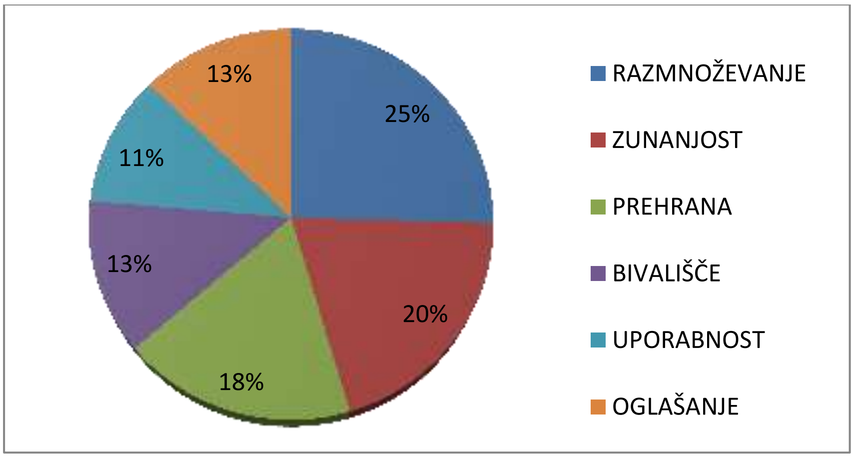


Slika 13: Excelova preglednica

Slika 14: Izdelava tortnega diagrama

Interpretacija podatkov

Po končanem delu smo skupaj interpretirali dobljene rezultate. Učenci so s pomočjo tortnega diagrama pojasnili zbrane podatke. Skupno smo prišli do zaključka, da je na zastavljena vprašanja veliko učencev odgovorilo o razmnoževanju kokoši, manj pa o uporabnosti in oglašanju. Iz tega lahko sklepam, da so se učenci tega najprej spomnili, nikakor pa ne morem trditi, da ostalih značilnosti kokoši ne vedo.



Slika 15: Tortni diagram – koliko vem o kokoši

Učenci so tudi primerjali nastale zapise. Prišli so do ugotovitve, da je tortni prikaz enostavnejši pri predstavitvi in interpretaciji zbranih podatkov, da pa je črtični prikaz namenjen bolj zbiranju in prikazovanju glasov. Nekateri pa so bili mnenja, da sta si stolpčni in tortni prikaz zelo podobna.

Zaključek

V nalogi je predstavljeno medpredmetno povezovanje slovenskega jezika in matematike, v 4. razredu osnovne šole pri učnem sklopu Zbiranje in predstavitev podatkov. Učenci so s pomočjo računalnika in interaktivne table zbirali podatke, jih razvrščali, primerjali, brali in interpretirali. Na tak način so sistematično razvijali tehniko zbiranja in zapisovanja podatkov. Podatke so razvrščali glede na izbrane kriterije, ki smo jih zapisali s pomočjo tvorjenja povedi pri slovenskem jeziku pri učni snovi opis kokoši. Zbrane podatke so s pomočjo interaktivne table uredili v preglednici. Ker so učenci pri delu z interaktivno tablo zelo motivirani, je zelo hitro nastal stolpčni prikaz. Delo v razredu sem tudi diferencirala. Učenci, ki so računalniško bolj opismenjeni, so nadaljevali delo z računalnikom tako, da so s pomočjo Excelove tabele izdelali tortni diagram.

Z medpredmetnim povezovanjem lahko uresničujemo zastavljene cilje, saj se pri obravnavi vsebin le-te med seboj prepletajo. Učenci se teh vsebin ne učijo na pamet, temveč znanje in vedenje uporabljajo skozi igro s pomočjo računalnika.

Računalnik je za učenca dober motivator, učna snov jim postaja bolj zanimiva, učenci pa so bolj dejavni. Takšen način dela spodbuja učence k sodelovanju, medsebojni komunikaciji in medsebojni pomoči.

Za učitelja pa je pomembno, da svoja teoretična znanja prenese v prakso in s tem obogati delovno okolje učencev. Zato pri svojem delu iščem in razmišljam o tem, na kakšen način in kako naj pri učnem delu zagotovim kar največ ustvarjalnega in delovnega vzdušja.

Skrbno je potrebno izbrati vsebine, ki se medpredmetno povezujejo, saj bi le tako lahko uspešno rešili zastavljene cilje.

Viri

1. Brečko, B. N in Vehovar, V. (2008): Informacijsko-komunikacijska tehnologija pri poučevanju in učenju v slovenskih šolah. Pedagoški inštitut, Ljubljana.
2. Cotič, M. (2002): Svet matematičnih čudes, Kako poučevati matematiko v 4. razredu devetletne osnovne šole. Ljubljana, DZS.
3. Cotič, M. (2002): Svet matematičnih čudes, Samostojni delovni zvezek. DZS, Ljubljana.
4. Cotič, M. (2002): Svet matematičnih čudes, Vaje za utrjevanje. DZS, Ljubljana.
5. Žakelj, A. (2011): Matematika, učni načrt. ZRSŠ, MŠŠ, Ljubljana.
6. Fleksibilni predmetnik, Zbornik prispevkov. Ljubljana 2008.
7. Kapko, D. (2007): Gradim slovenski jezik 4, Delovni zvezek za slovenski jezik. Rokus, Ljubljana.
8. Krnel, Dušan: Uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT) pri pouku v nižjih razredih osnovne šole: Naravoslovna solnica. letnik13 / št. 1/ jesen 2008.
9. Peterka, M., Kikec, T. (2009): Interaktivna tabla - interaktivna desna roka učitelja? Dostopno prek: http://www.drustvo-geografov-pomurja.si/arhiv2009/interaktivna_ tabla/prispevek_tabla.htm, 1. 06. 2012, 17.06.
10. Strmnčnik, F. (2001): Didatktika: osrednje teoretične teme. Znanstveni inštitut Filozofske fakultete, Ljubljana.

URA GEOMETRIJE V GRŠKEM GLEDALIŠČU

A Lesson of Geometry in Greek Theatre

Simona Vreš, ŠC Ravne na Koroškem, Gimnazija Ravne na Koroškem

simona.vres@gimnazija-ravne.si

Povzetek

Sodobna informacijska družba, v kateri živimo, nalaga učiteljem veliko odgovornost pri izbiri ustrezne metode učenja in poučevanja. Uporaba IKT je gotovo ena izmed možnosti za razvoj matematičnega znanja, saj je lahko didaktično smiselna raba le-te odlična podpora pri učenju in poučevanju. V prispevku so predstavljene faze učne ure, v kateri pri dijakih vzbudimo zanimanje za obravnavo nove snovi s problemsko nalogo, ki zajema kompleksno učno situacijo.

Med poletnimi počitnicami boš obiskal Grčijo in med drugim si boš ogledal tudi predstavo v znamenitem gledališču v Epidavru. Vstopnico si lahko rezerviraš po internetu, zato so ti po elektronski pošti poslali načrt gledališča. Prosti so še vsi sedeži v vrsti, označeni na sliki. Kateri sedež si boš izbral, da boš videl oder pod optimalnim zornim kotom?

Z uporabo ustrezne tehnologije preverimo predznanje in ponovimo središčni in obodni kot. Nato z uporabo ustrezno pripravljenega didaktičnega gradiva dijaki samostojno raziskujejo. Z vodenimi aktivnostmi poiščejo zvezo med središčnim in obodnim kotom nad istim lokom ter raziščejo situacijo še v primeru kolinearnih točk (Talesov izrek o kotu v polkrogu). V zaključku ure odgovorijo na zastavljeno vprašanje.

Dijaki lahko pri raziskovanju uporabljajo različne programe za dinamično geometrijo, zato so v prispevku nakazane prednosti in slabosti dveh programov, Sketchpada kot plačljivega programa in Geogebre kot odprtokodnega programa. Sledi opis refleksije izvedene ure.

Ključne besede: IKT, didaktično gradivo, programi za dinamično geometrijo, središčni in obodni kot, raziskovanje problema.

Abstract

Modern information society, which we live in, imposes a great responsibility on teachers in selecting appropriate teaching and learning methods. The use of ICT is certainly one of the options for the development of mathematical knowledge, since its use in didactic sense is of great support in learning and teaching. This paper describes phases of a lesson, in which we raise students' interest in learning new topics with a problem task solving that involves a complex learning situation.

During this summer holidays you will visit Greece and among other things, you will also watch the show in the famous theatre in Epidaurus. You can book your ticket on the Internet; therefore you have been emailed a theatre plan. All the seats in the row marked in the picture are available. Which seat are you going to choos, so that you will see the stage at an optimal viewing angle?

By using appropriate technology we quickly check the knowledge and we revise the centre and the circumferential angle. Then using the appropriately-prepared teaching materials, students do the research independently. With guided activities they find the relationship between central and circumferential angle of the same arch and investigate the situation in the case of cholinesterase-inhibiting points (Thales' theorem on the corner of the semicircle). At the end of the lesson they answer the given question.

While researching, students can use a variety of programs for dynamic geometry; therefore, the paper indicates the advantages and disadvantages of the two programs, Sketchpad as a paid program and GeoGebra as an open source program. A reflection of the lesson carried out follows.

Key words: ICT teaching materials, dynamic geometry programs, central and peripheral angle, exploring the problem.

Uvod

Hiter tehnološki razvoj družbe posega tudi na področje srednješolskega izobraževanja v Sloveniji. Dijaki, ki se vpisujejo v gimnazije, so se z računalnikom srečali že v predšolskem obdobju. Glede na to, da živijo v sodobni informacijski družbi, od učiteljev upravičeno pričakujejo, da bodo znali izbrati ustrezno metodo učenja in poučevanja. Od gimnazije starši in dijaki pričakujejo, da bo izobraževala za uspešno nadaljevanje študija in za življenje. Didaktično smiselna uporaba IKT je prav gotovo lahko odlična podpora pri doseganju tako splošnih kot procesnih ciljev.

Na drugi strani se mora posameznik zaradi globalizacije uspešno prilagajati spremembam, ki jih narekuje vse bolj povezan sodoben svet. Za uspešno prilagajanje je pomembnih več kompetenc. V Priporočilu Evropskega parlamenta in Sveta o ključnih kompetencah za vseživljenjsko učenje (Uradni list Evropske unije, št. L 394/10, 2006) so opredeljene evropske referenčne ravni (»merila uspešnosti«). Navedene so ključne kompetence, ki jih posameznik potrebuje, da se lahko uspešno prilagodi spremembam. Posodobljeni učni načrt za matematiko (Učni načrt za matematiko, 2008) vključuje vseh osem kompetenc. Vsekakor je v ospredju matematična kompetenca, ki je opredeljena kot sposobnost uporabe matematičnega načina razmišljanja za reševanje različnih matematičnih in interdisciplinarnih problemov, sposobnost doživljanja matematike kot kulturne vrednote ter sposobnost doživljanja in interpretacije sveta (Učni načrt za matematiko, 2008: 6). Poleg matematične kompetence je posebej opredeljena še digitalna kompetenca (Učni načrt za matematiko, 2008: 48). Po opredelitvi Evropskega parlamenta in Sveta o ključnih kompetencah za vseživljenjsko učenje (Uradni list Evropske unije, št. L 394/10, 2006) digitalna pismenost vključuje varno in kritično uporabo tehnologije informacijske družbe (IST) pri delu, v prostem času in pri sporazumevanju. Podpirajo jo osnovna znanja v IKT: uporaba računalnikov za iskanje, ocenjevanje, shranjevanje, proizvodnjo, predstavitev in izmenjavo informacij ter za sporazumevanje in sodelovanje v skupnih omrežjih po internetu. Pri pouku matematike dijake navajamo na uporabo tehnologije predvsem pri reševanju različnih problemskih situacij, ki se lahko nanašajo tudi na konkretne življenjske situacije.

Pri pouku geometrije imamo za razvijanje digitalne kompetence na izbiro številne programe, ki dijakom omogočajo samostojno raziskovanje in jih s tem iz pasivne vloge postavimo v aktivno vlogo. Spremeni se tudi učiteljeva vloga, saj mora opustiti večinoma transmisijski pouk in postati mentor dijakom pri njihovem lastnem raziskovanju. Še posebej privlačni so programi za dinamično geometrijo, med katerimi po uporabnosti in enostavni uporabi izstopata Geogebra in Sketchpad. Oba programa lahko uporabimo pri različnih učnih oblikah in strategijah pouka. Uporabimo ju lahko pri delu učne ure ali pri celi učni uri. Tako lahko pri frontalnem pouku izboljšamo geometrijsko predstavo pri dijakih, če določene geometrijske pojme in situacije prikažemo namesto s statično z dinamično sliko. Poseben izziv pa predstavlja uporaba obeh programov pri vodenem odkrivanju oziroma raziskovanju. Pri vodenem odkrivanju naj bi dijaki sami ali v skupini dosegli določeno ugotovitev, če imajo navodila in okvirno začrtano pot raziskovanja (Žakelj, 2010: 35).

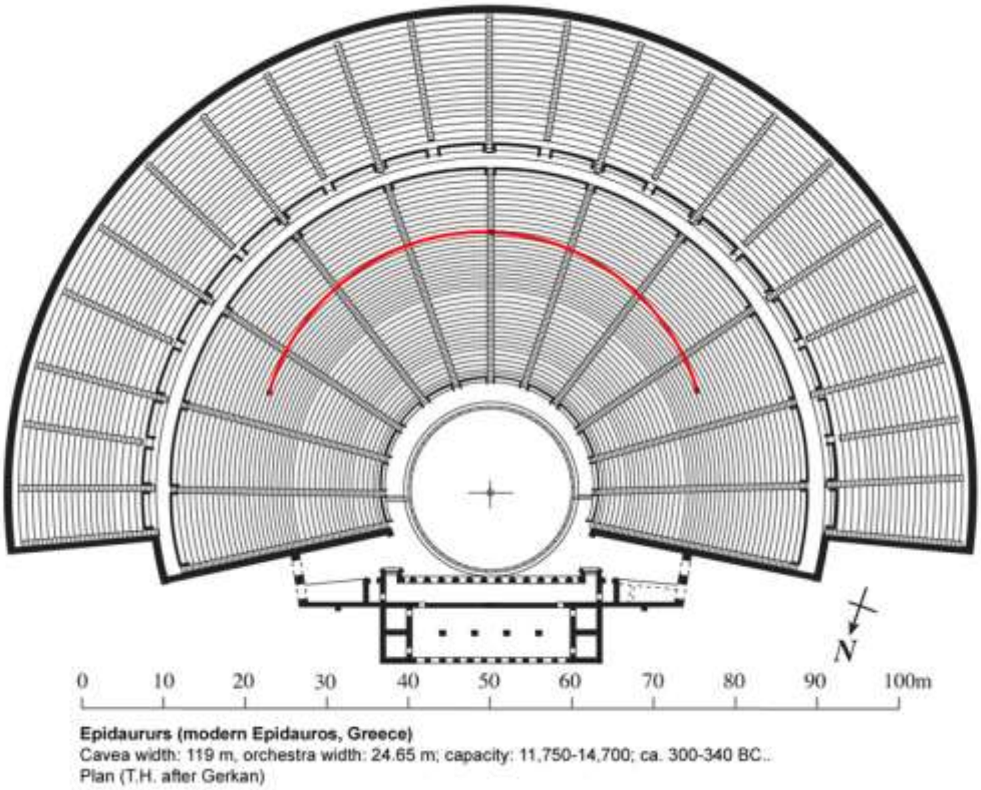
V osrednjem delu prispevka so predstavljene faze učne ure, kjer dijaki z vodenim odkrivanjem s pomočjo didaktičnega gradiva sami raziščejo zvezo med obodnim in središčnim kotom nad istim lokom.

Do zveze med središčnim in obodnim kotom nad istim lokom z raziskovalnim poukom

Tudi v primeru raziskovalnega pouka so pomembne vse faze učne ure, učitelj pa dijake predvsem usmerja. Dijaki za uspešno raziskovanje potrebujejo določeno predznanje. Ker bodo sami raziskovali zvezo med središčnim in obodnim kotom nad istim lokom, v začetku oba pojma ponovimo. V učni proces nato dijake uvedemo tako, da jih izzovemo s problemsko nalogo, ki se nanaša na konkretno življenjsko situacijo.

Uvodna motivacija

Med poletnimi počitnicami boš obiskal Grčijo in med drugim si boš ogledal tudi predstavo v znamenitem gledališču v Epidavru. Vstopnico si lahko rezerviraš po internetu, zato so ti po elektronski pošti poslali načrt gledališča. Prosti so še vsi sedeži v vrsti, označeni na sliki. Kateri sedež si boš izbral, da boš videl oder pod optimalnim zornim kotom?



Slika 1[12]: Načrt gledališča v Epidauru

Z dijaki si ogledamo sliko antičnega gledališča, jo komentiramo in jih povabimo, da si izberejo sedež, ki jim bo po njihovem mnenju omogočal optimalen pogled na središče dogajanja. Dijake usmerimo v razmišljanje, kaj vse je pomembno, ko si izbiramo sedež. Povabimo jih k raziskovanju, ki jim bo pomagalo poiskati najboljši sedež.

Vodeno odkrivanje - raziskovanje

Navodila za vodeno odkrivanje so lahko podana ustno ali pisno. Prednost ustnega usmerjanja je v tem, da jih dijaki dobivajo po korakih, v vsakem trenutku samo tisto, kar potrebujejo. Učitelj situacijo ves čas nadzira in navodila sproti prilagaja. Prednost napisanega je, da si dijak, ki potrebuje več časa, lahko navodilo večkrat prebere in ima na listu pripravljene sheme in tabele, kamor ugotovitve vpisuje.

[12] http://www.whitman.edu/theatre/theatretour/epidaurus/images/large%20images/epidaurus.plan.jpg

Odločila sem se za pisna navodila. Dijakom sem pripravila delovni list, na katerem so bila zapisana vsa potrebna navodila, pripravljene tabele za zapis ugotovitev in osnovni ukazi, ki jih pri uporabi programa dinamične geometrije dijaki potrebujejo.
Prva naloga na delovnem listu je namenjena »ogrevanju« dijakov. Dijaki konstruirajo krožnico z danim polmerom, poljuben središčni in obodni kot in krožni lok, ki pripada danemu kotu. Vse objekte tudi izmerijo oziroma odčitajo njihove velikosti v algebrskem oknu ter jih izpišejo zraven imena objekta na risalni površini in na delovnem listu. S tem dijaki ponovijo korake konstrukcije, ki jih bodo pri samostojnem raziskovanju potrebovali.
Druga naloga je namenjena vodenemu raziskovanju. Dijaki z vodenimi aktivnostmi (premikanjem točk in zapisovanjem vrednosti v tabelo) iščejo zvezo med središčnim in obodnim kotom nad istim lokom, primerjajo velikosti obodnih kotov nad istim lokom in raziščejo še situacijo v primeru kolinearnih točk.

NALOGA 2

1. *Konstruiraj naslednje objekte:*
   - *krožnico s središčem S in polmerom $5\ cm$ in na njej točke A, B in V,*
   - *središčni kot $\alpha = \measuredangle ASB$ (nariši tudi krake kota),*
   - *obodni kot $\beta = \measuredangle AVB$ (nariši tudi krake kota),*
   - *krožni lok $l = \widehat{AB}$, ki leži v notranjosti obeh narisanih kotov.*

2. *Velikosti obeh narisanih kotov in dolžino krožnega loka odčitaj v algebrskem oknu, jih izpiši zraven imena objekta na risalni površini in prepiši v spodnjo tabelo.*

$\alpha\ (v^0)$	$\beta(v^0)$	l

V naslednjih aktivnostih boš raziskal zvezo med središčnim in obodnim kotom nad istim lokom tako, da boš premikal posamezne točke in vrednosti zapisoval v tabelo. Navodila za tabeliranje vrednosti v Geogebri najdeš na koncu delovnega lista.

3. *Razišči zvezo med obodnim in središčnim kotom nad istim lokom tako, da premikaš točko A po krožnici in vrednosti α in β zapisuješ v tabelo. Nekaj jih prepiši v spodnjo tabelo.*

$\alpha\ (v^0)$									
$\beta(v^0)$									

4. *Razišči zvezo med obodnim in središčnim kotom nad istim lokom tako, da premikaš točko B po krožnici in vrednosti α in β zapisuješ v tabelo. Nekaj jih prepiši v spodnjo tabelo.*

$\alpha\ (v^0)$									
$\beta(v^0)$									

5. *Razišči zvezo med obodnimi koti nad istim lokom tako, da premikaš točko V po krožnici in vrednosti α in β zapisuješ v tabelo. Nekaj jih prepiši v spodnjo tabelo.*

$\alpha\ (v^0)$								
$\beta(v^0)$								

6. *Razišči situacijo v primeru, da so točke A, S in B kolinearne (s premikanjem točk razišči kot v polkrogu).*

$\alpha\ (v^0)$								
$\beta(v^0)$								

REZULTATI RAZISKOVANJA V NALOGI 2:

- *Dobro poglej vrednosti, zapisane v prvih dveh tabelah, in poskušaj ugotoviti, kaj velja za velikost središčnega in obodnega kota nad istim lokom.*

  ____.

- *Dobro poglej vrednosti, zapisane v tretji tabeli, in poskušaj ugotoviti, kaj velja za velikost vseh obodnih kotov nad istim lokom.*

  ____.

- *Dobro poglej vrednosti, zapisane v četrti tabeli, in poskušaj ugotoviti, kaj velja za kot v polkrogu.*

  ____.

Delovni list 1: Del delovnega lista, ki je namenjen samostojnemu raziskovanju

Cilj ure je, da vsi dijaki samostojno pridejo do naslednjih ugotovitev in jih tudi zapišejo:

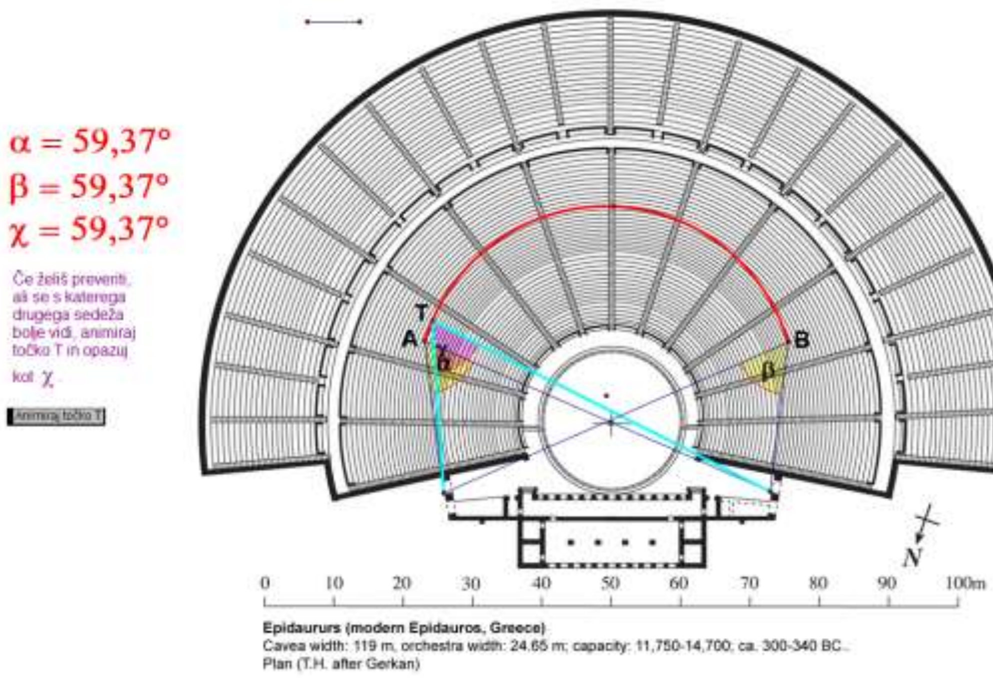
- velikost središčnega kota je enaka dvakratni velikosti obodnega kota nad istim lokom,
- vsi obodni koti nad istim lokom so skladni,
- kot v polkrogu meri 90^0.

Dijaki so pri delu različno hitri in različno uspešni, zato sta na delovnem listu dodani dve nalogi kot primer uporabe. Boljši in hitrejši dijaki se spopadejo tudi s tema nalogama. Šibkejši dijaki rabijo več časa, potrebujejo več spodbude in usmerjanja s strani učitelja in za njih ti dve nalogi naslednjo šolsko uro skupaj razložimo in rešimo na tablo.

Zaključek učne ure

Zelo pomemben del vodenega pouka je, da ob koncu učne ure skupaj z dijaki oblikujemo vse pomembne ugotovitve in od dijakov zahtevamo, da jih zapišejo v zvezek. O ugotovitvah se z dijaki pogovorimo in jih, če je le možno, preverimo na konkretnem primeru.

Skupaj z dijaki pregledamo zapisane rezultate raziskovanja v nalogi 2 na delovnem listu, oblikujemo smiselne trditve, ki jih dijaki zapišejo v zvezek. Zopet se vrnemo na načrt grškega gledališča in poskušamo poiskati najboljši sedež. Smiselno je, da si pripravimo sliko, na kateri je narisan vsaj en zorni kot. Če je samostojno raziskovanje uspelo, bodo vsi dijaki odgovorili, da so si izbrali najboljši sedež. Programi dinamične geometrije nam omogočajo, da jim to s kratko animacijo tudi prikažemo.



Slika 2: Izbira sedeža v gledališču v Epidavru

Učno uro zaključimo z navodili za domačo nalogo.

Sketchpad ali Geogebra

Dijaki lahko pri raziskovanju uspešno uporabijo tako Sketchpad kot Geogebro. Učitelj prilagodi učni list programu, ki ga bo uporabil. Oba programa sta didaktično primerna, je pa med njima vendarle nekaj razlik.

- Zagotovo ni nepomembno dejstvo, da je Geogebra odprtokodni program, ki ga enostavno snamemo s spleta, med tem ko je Sketchpad plačljivi program.
- Sketchpad učitelju nudi možnost izdelave dobrega didaktičnega gradiva, saj je lahko neke vrste Power Point. Tako lahko dijaku pripravimo zelo lepo predlogo, kamor rešuje naloge (vsako na svoj list), hkrati pa ima učitelj pripravljeno predstavitev. Geogebra nam tega ne omogoča.
- Konstrukcija nekaterih objektov (krožnica z danim polmerom, kot, krožni lok) je v Geogebri enostavna, saj jo izvedemo z uporabo orodja direktno iz orodne vrstice. Pri Sketchpadu si moramo pomagati do iste konstrukcije z več pomožnimi objekti in manevri.
- Prednost Geogebre je tudi v tem, da nam omogoča več prikazov hkrati, saj si lahko zaslon razdelimo na več delov, katerih velikost si po potrebi prilagajamo: algebrsko okno, risalno površino in tabelo. Program nam ob konstrukciji objekt tudi izmeri in meritev lahko takoj preberemo v algebrskem oknu. Zelo enostavno ime in velikost objekta izpišemo zraven objekta na risalni površini. Pri Sketchpadu moramo objekte posebej meriti. Tudi za poimenovanje nekaterih objektov v Sketchpadu moramo biti malo bolj vešči.

Zagotovo bi Geogebro uporabili, kadar sama konstrukcija ni cilj obravnavane snovi, ampak iz nje nekaj izpeljemo. Če pa je cilj učne ure konstrukcija nekega objekta, je didaktično najbrž primernejši Sketchpad, saj od dijakov zahteva, da izvedejo vse korake konstrukcije tako, kot bi jih v zvezek narisali s šestilom in ravnilom. Seveda lahko isto dosežemo z

Geogebro, če od dijakov zahtevamo, da pri konstrukcijah ne uporabijo vgrajenih ukazov (npr. simetrala daljica, simetrala kota, kot z dano velikostjo …).
Glede na to, da je bistvo opisane učne ure, da dijaki poiščejo zvezo med obodnim in središčnim kotom nad istim lokom in ne načrtovanje objektov, je v mojem primeru za dijake Geogebra enostavnejša za uporabo. Zaradi tega razloga sem uro izvedla z Geogebro.

Refleksija izvedene učne ure

Učno uro sem izvedla v sklopu Geometrija v ravnini po definiciji obodnega in središčnega kota. Dijaki so pred tem že nekaj ur samostojno raziskovali z Geogebro. Pri delu so uporabljali vsak svoj prenosni računalnik. Opremljenost šole nam to omogoča, saj imamo na šoli poleg dveh računalniških učilnic še mobilno učilnico. Mobilna učilnica pomeni 20 prenosnih računalnikov, ki jih lahko selimo iz učilnice v učilnico.
Refleksija ure je pokazala predvsem dve stvari:

- Za kvalitetno izvedbo sta potrebni dve šolski uri.
- Pri določenih nalogah na delovnem listu je potrebno zapisati natančnejša navodila.

Že v uvodnem delu učne ure smo porabili precej časa pri komentiranju načrta gledališča v Epidavru in izbiri »najboljšega« sedeža. Dijaki so si z zanimanjem ogledali načrt in si izbrali sedež, s katerega bodo po njihovem mnenju imeli najboljši pogled na center dogajanja. Večina dijakov si je kot najboljši sedež izbrala sedež v sredini, ker je tam najboljši razgled na vse strani in je najvišje od vseh ponujenih. Eden izmed dijakov bi si izbral prvi ali zadnji sedež v vrsti, ker sta ta dva najmanj oddaljena od odra.
Dijaki so nato samostojno delali po navodilih na delovnem listu. Pokazalo se je sledeče:

- Šibkejši dijaki so potrebovali pomoč pri načrtovanju objektov in jih je bilo potrebno usmerjati. Nekaj dijakov je imelo težave pri načrtovanju krožnega loka, ki leži v notranjosti obodnega kota. V Geogebri načrtamo obodni kot z vgrajenim ukazom tako, da označimo središče krožnice in dve točki. Ker je pri središčnem kotu središče krožnice sovpadalo z vrhom kota, so tudi pri obodnem kotu izbrali za središče kar vrh kota. Zato sem jih v tem delu vodila, da so vsi pravilno načrtali začetno sliko.
- S premikanjem posameznih točk niso imeli težav. Prve štiri preglednice na delovnem listu so hitro izpolnili. Ustavilo pa se je pri izpolnjevanju pete in šeste preglednice. Ker se je velikost obeh kotov s premikanjem točk A in B spreminjala, so očitno pričakovali, da se bo velikost spreminjala tudi s premikanjem vrha V obodnega kota. Na nek način so se situacije ustrašili in začeli spraševati, kje v konstrukciji imajo napako, da je velikost kota neodvisna od lege točke V. Razvila se je debata, kaj to pomeni, ali smo lahko to pričakovali in kakšna je povezava z našo postavljeno problemsko nalogo. Eden izmed dijakov (dijak nima ocene 5, ampak 3) je takoj začutil povezavo in me izzval, kaj bomo pa sedaj, ko problema nismo rešili. Še vedno smo v dilemi, kateri sedež naj si izberemo, saj iz vseh vidimo oder pod enakim kotom. Zopet se je razvila debata, ki jo je prekinil zvonec. Ker na urniku nismo imeli blok ure, sem dijake prosila, naj delo končajo doma. Dijaki so si doma naložili Geogebro že, ko smo začeli z geometrijo. Tako so doma izpolnili šesto preglednico in zapisali zaključke.
- Naslednjo uro matematike smo debato nadaljevali in pregledali njihove ugotovitve. Pokazalo se je, da so vsi ugotovili, da je središčni kot enak dvakratni velikosti obodnega kota nad istim lokom, da so vsi obodni koti nad istim lokom skladni, niso pa prišli do Talesovega izreka. Iz zapisanih podatkov v šesti preglednici so zaključili podobno kot pri peti preglednici in sicer, da so vsi koti v polkrogu enaki. Zato bi bilo

smiselno vprašanje, ki se nanaša na šesto preglednico, razširiti in zapisati, koliko meri kot v polkrogu.

- Kljub temu da so dijaki zapisovali ugotovitve na delovni list, smo zaključke oblikovali skupaj. Vztrajala sem, da si eno sliko prerišejo v zvezek in zraven zapišejo zaključke. Po mojem mnenju je to smiselno, saj dijaki delovne liste zelo radi založijo in ob pripravi na test nanje pozabijo. Kot primer uporabe smo skupaj rešili še nalogi 3 in 4 z delovnega lista. Dijaki so nalogi reševali v zvezek.

Razgovor z dijaki je pokazal, da so motivirani za tako obliko dela. Dijaki so bili pri uri ves čas aktivni, kar je tudi eden izmed ciljev pri takem načinu pouka. Zagotovo bom uro ponovila v naslednjem šolskem letu. Glede na zapisano refleksijo si bom za izvedbo vzela dve šolski uri in bom ustrezno dopolnila delovni list.

Zaključek

Dijaki so bili uvedeni v obravnavo učne snovi s konkretno življenjsko situacijo, ki je pokazala uporabnost matematike v vsakdanjem življenju. Namesto po klasični poti s kredo na tablo so do zveze med središčnim in obodnim kotom prišli sami s konstrukcijo dinamične slike. Po navodilih so s premikanjem objektov raziskali odnose med posameznimi količinami in se na ta način prepričali o veljavnosti trditev.

Tako izpeljana učna ura omogoča dijakom samostojno odkrivanje in raziskovanje z didaktično smiselno uporabo IKT. Od učencev zahteva aktivno delo, zaradi česar jih učni proces bolj pritegne in so veliko bolj motivirani za delo

Pri sami izvedbi ure se lahko medpredmetno povežemo s profesorjem zgodovine ali slovenščine in uvodni del učnega procesa prevzame eden od njiju. Seveda v tem primeru potrebujemo za izvedbo vsaj dve šolski uri. Dijaki lahko podatke o antičnem gledališču poiščejo tudi samostojno na spletu in pripravijo kratek referat za uvod.

Vodeno raziskovanje je pomemben del učnega procesa, saj dijake usmerja k razmišljanju. Dodana vrednost izvedene učne ure je tudi dosežena aktivnost vseh dijakov. Ker smo na šoli dobro opremljeni, je vsak dijak pri delu uporabljal svoj prenosni računalnik. To je pri takem načinu pouka bistveno.

Ustna refleksija dijakov je pokazala zadovoljstvo in visoko motivacijo za tak način pouka. Seveda pa tako izpeljana učna ura od učitelja zahteva veliko več vloženega dela, priprave na uro in napora ob sami izvedbi. Je pa ob zadovoljstvu dijakov njegov trud prav gotovo poplačan.

Viri

1. Žakelj, A., Bon Klanjšček, M., Jerman, M., Kmetič, S., Repoluk, S., Ruter, A. (2008): Učni načrt. Matematika: Gimnazija. ZRSŠ, Ljubljana.
2. Žakelj, A., Pustavrh, S., Repoluk, S. … (2010): Posodobitve pouka v gimnazijski praksi. Matematika. ZRSŠ, Ljubljana.
3. http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:SL:PDF (9. 6. 2012).
4. http://www.whitman.edu/theatre/theatretour/epidaurus/images/large%20images/epidaurus.plan.jpg (9. 6. 2012).

VIZUALIZACIJA I RAZINA APSTRAKCIJE
Visualisation and Level of Abstraction

Petar Mladinić, 5. gimnazija u Zagrebu, Hrvatska

petar.mladinic@zg.t-com.hr

Sažetak
U članku se razmatraju primjeri kojima se ilustrira ideja da se snižavanjem razine apstrakcije matematičkih pojmova uspješno mogu poučavati različita područja i sadržaji matematike na nižim razinama poučavanja tj. u osnovnoj i/ili srednjoj školi, a koja se poučava na srednjoškolskoj ili fakultetskoj razini. Snižavanje razine apstrakcije i vizualizacija pojmova uspješno se realizira uporabom sofwarea The Geometer's Sketchpad. Dinamična svojstva ovog softwarea omogućuju učenicima upoznati i naučiti elemente znanstveno-istraživačkog rada u matematici.

Ključne riječi: apstrakcije, vizualizacija, 2D geometrija, 3D geometrija, analitička geometrija, nacrtna geometrija, diferencijalna geometrija.

Abstract
The paper discusses examples which illustrate the idea that by lowering the abstraction level of mathematical concepts various content areas and mathematics at lower levels can be successfully taught, e.g. teaching in elementary and / or high school, which is taught at secondary or university level. Lowering the level of abstraction and visualization concepts can be successfully implemented using the software The Geometer's Sketchpad. The dynamic properties of the software allow students to know and learn the elements of scientific research in mathematics.

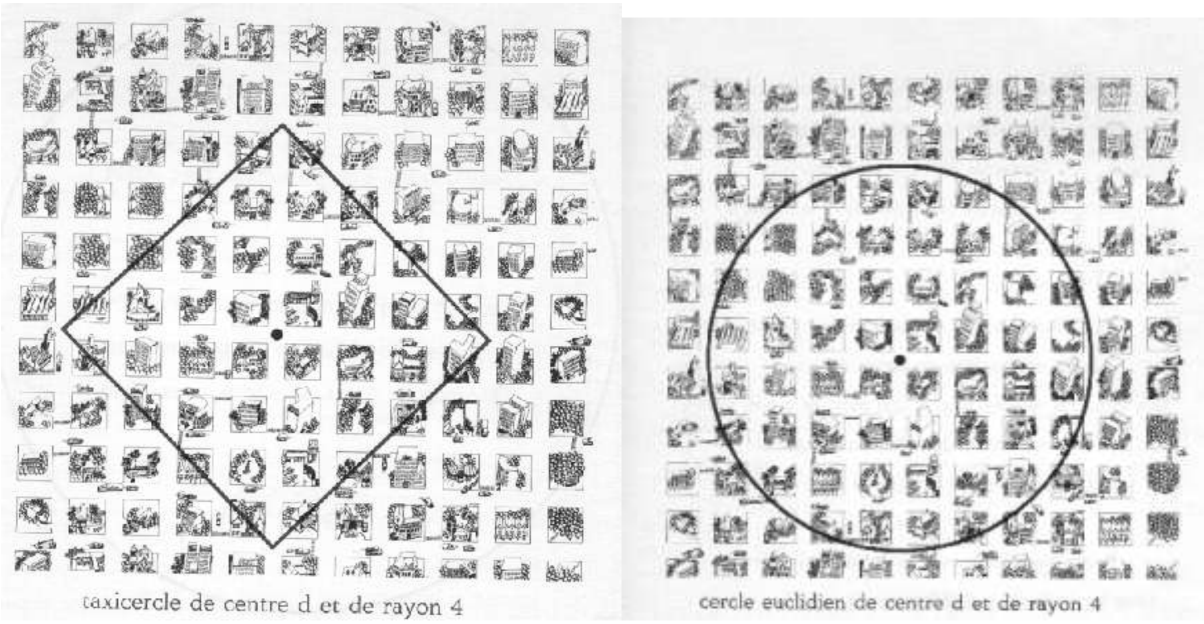
Key words: abstraction, visualisation, 2D geometry, 3D geometry, analytical geometry, descriptive geometry, differential geometry.

Uvod

Poznati matematičar i pedagog **George Polya** (1887. – 1985.) u knjizi *Matematičko otkriće*, HMD, Zagreb 2003. (koju je napisao 60-ih godina prošlog stoljeća) razmatra, između ostalog, i znanstveno-istraživački rad na razini srednje škole. On piše:
...Poučavanje matematike u srednjoj školi mora sadržavati upoznavanje učenika (naravno, u razumnim granicama) sa svim stranama matematičke djelatnosti. (str. 319.)
... dobar učitelj, birajući odgovarajuće zadatke i izlažući ih na odgovarajući način, može čak i prosječnom učeniku dati nešto što je vrlo blisko samostalnom istraživanju. (str. 319.)
... Promatranje može dovesti do otkrića. Činjenica koja se regularno ponavlja ima cilj otkriti neku shemu ili zakon. (str. 331.)
... Promatranje može poslužiti kao odskočna daska za poopćenje i stvaranje pretpostavki, no ono još nije dokaz. (str. 331.)
... Ne zanemarujte analogije – one mogu dovesti do otkrića novih činjenica. (str. 331.)
... [Ovakav rad može] *učenicima koristiti u tri smisla:*
Prvo, ... kod učenika [može] *razvijati osjećaj za matematiku jer ... otkriva mogućnosti za samostalan stvaralački rad. (str. 332.)*
Drugo, ... (može pobuditi interes većeg broja učenika) ... ne samo [za] *matematiku, nego i* [za] *druge znanosti. (str. 332.)*

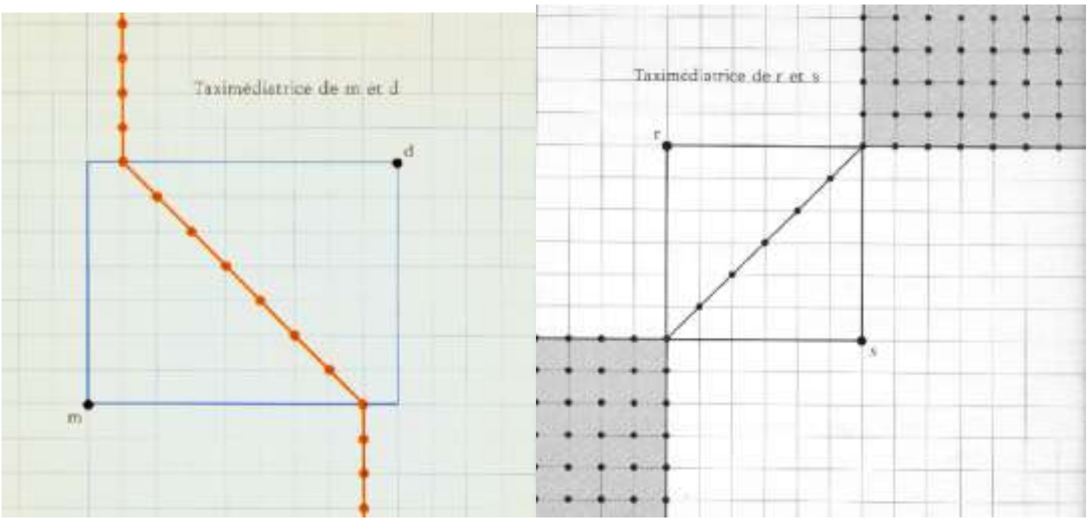
Treće, oni otkrivaju učenicima jedan jako važan aspekt matematike, a koji se rijetko spominje: matematička su pitanja ... tijesno povezana s drugim prirodnim, eksperimentalnim znanostima... (str. 333.)

U drugoj polovini prošlog stoljeća **Frédérique Papy** (1921. – 2005.) zastupa i realizira ideju da se snižavanjem apstrakcije matematičkih pojmova može poučavati matematika mlađim uzrastima od uobičajenim u školovanju tj. u osnovnoj i srednjoj školi se može poučavati matematika koja se poučava na fakultetu. Prekrasan je primjer takvog poučavanja objavljen u knjizi *Dijete i grafovi*, Školska knjiga, Zagreb 1972 koja je prevedena na veliki broj svjetskih jezika.
Ilustracije radi, navodim dva primjera snižavanja apstrakcije koje su osmislili Frédérique i George Papy.
Primjer 1. U knjižici *Taximetrix*, Hachette, Paris 1973, koja je namijenjena „djeci od 10 do 100 godina“, uvode djecu u svijet euklidske i pseudoeuklidske metrike i geometrije. Na slici su taksikružnica (kvadrat) (v. sl. 1.) i euklidska kružnica (kružnica) (v.sl.1). Djeci su ti pojmovi približeni pričom o taksiju u gradu s vodoravnim i na njih okomitim ulicama te pričom o golubu (str. 28. - 33).



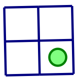
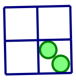
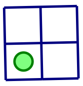
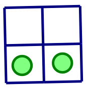
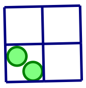
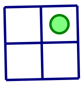
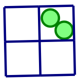
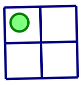
Slika 1: Kružnice

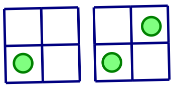
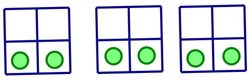
Pojam simetrale tj. skupa točaka koje su jednako udaljene od dviju točaka, djeca vrlo lako prihvate i zadane probleme lako i uspješno riješe u „točkastoj“ ravnini. Na slici 2. vide se dva različita slučaja simetrale (str. 37. i str. 40.). Jednom je to simetrala između točaka *m* i *d*, a drugi put između točaka *r* i *s* (v. sl. 2.).

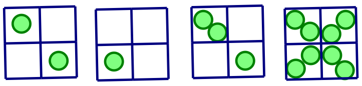


Slika 2: Simetrale

Primjer 2. Papy u *Microcomputer*, IVAC, Bruxelles 1968 modelira binarno-dekadski zapis brojeva i računanje pomoću 2x2 kvadratnih tablica/ploča i žetona koji se crtaju/stavljaju na njih.

Broj 1 zapisan/prikazan je kao , broj 2 kao  ili , broj 3 kao , broj 4 kao  ili , broj 8 kao  ili .

Broj 26 prikazan je kao , a 333 kao .

Zadatak 1. Koji je broj zapisan kao  ?

Zadatak 2. Kako treba prikazati broj 2012?

U hrvatskom *Nacionalnom okvirnom kurikulumu* (*NOK*-u) piše u *Primjena tehnologije* da će učenici moći:

- *istraživati i analizirati matematičke ideje, eksperimentirati s njima, te provjeravati pretpostavke*
- *pomoću džepnih računala i raznovrsnih računalnih programa, naročito programa dinamične geometrije i programa za izradu proračunskih tablica,*
- *racionalno i učinkovito rabiti džepno računalo za računanje i tehnologiju za prikupljanje, organiziranje, prikazivanje, prezentiranje i razmjenu podataka i informacija, za rješavanje problema i modeliranje, te u situacijama kojima su u središtu interesa matematičke ideje (u svrhu rasterećivanja od računanja i grafičkog prikazivanja)*,

a u *Obliku i prostoru* da će moći:

- *rabiti koordinatne zapise točke, pravca i kružnice, te primijeniti koordinatnu geometriju za prikazivanje i istraživanje svojstava geometrijskih oblika,*
- *prikazati vektore u ravnini, zbrajati ih, množiti skalarom, te primijeniti vektore i operacije s njima za prikazivanje i istraživanje svojstava geometrijskih oblika,*
- *prepoznati, opisati i primijeniti sukladnost i sličnost geometrijskih oblika,*
- *skicirati, opisati i interpretirati ravninske prikaze prostornih oblika,*
- *rabiti geometrijske transformacije ravnine za opisivanje pravilnosti i svojstava geometrijskih uzoraka,*
- *prepoznati ravninske i prostorne oblike i njihova svojstva u svakodnevnom okolišu i umjetnosti, te ih upotrijebiti za opis i analizu svijeta oko sebe.*

Dinamična geometrija i dinamična algebra

Software *Dinamične geometrije* i *Dinamične algebre*[13] *The Geometer's Sketchpad* (inačice GSP4.07HR, GSP4.07 SLO i GSP5.03 HR) omogućuje nam u današnjoj nastavi, na svim razinama poučavanja i učenja (od prvog razreda osnovne škole do viših godina fakulteta), ostvariti spomenute ideje/zahtjeve.

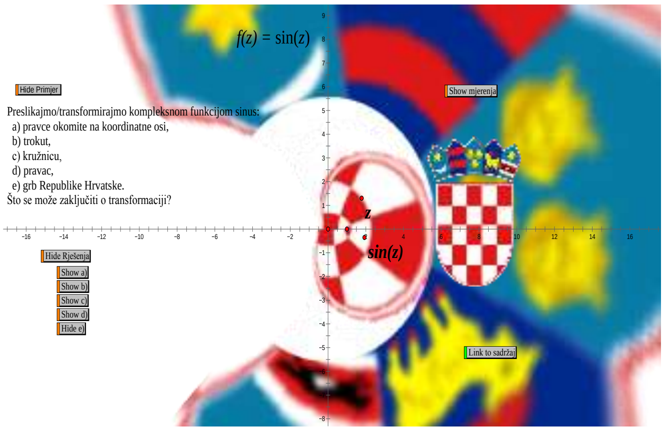
Ilustrirat ćemo mogućnosti nastave u dva područja koja se poučavaju tek na kasnijim godinama studija, a mogu se lako i uspješno istraživati i otkrivati u srednjoj i osnovnoj školi.

(Više primjera od ovdje spomenutih može se naći u ogromnom broju radova objavljenim širom svijeta. Ovdje ističem nekoliko posebno relevantnih adresa: http://www.dynamicgeometry.com, http://sketchexchange.keypress.com/browse/ te http://www.proven.hr/radovi/)

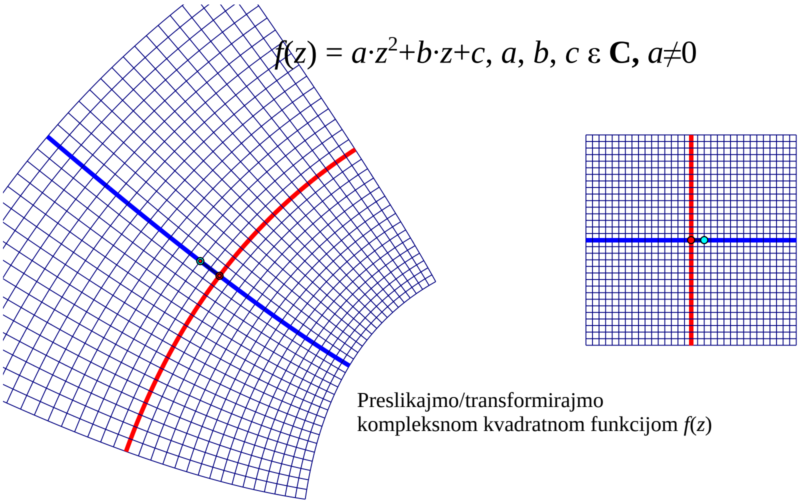
Elementarne kompleksne funkcije studiraju se na višim godinama fakulteta u kolegiju *Kompleksna analiza*. Kompleksni brojevi i operacije s njima upoznaju se u 2., 3. i 4. razredu srednje škole. Elementarne realne funkcije upoznaju se u školovanju prije fakulteta.

Uporabom pojma lokusa ili transformacije vrlo se lako poopćava pojam elementarne realne funkcije, istražuju svojstva elementarnih kompleksnih funkcija i vizualizira ih se analogno vizualizaciji realnih funkcija. Dobiva se mogućnost uvida u probleme kompleksnih funkcija kao i njihova primjena.

Na slici 3. hrvatski je grb preslikan kompleksnim sinusom *f(z)=z*, a kvadratna mreža 32x32 kompleksnom kvadratnom funkcijom *f(z)=az^2+bz+c*, *a,b,c*∈ℂ, *c*≠0.



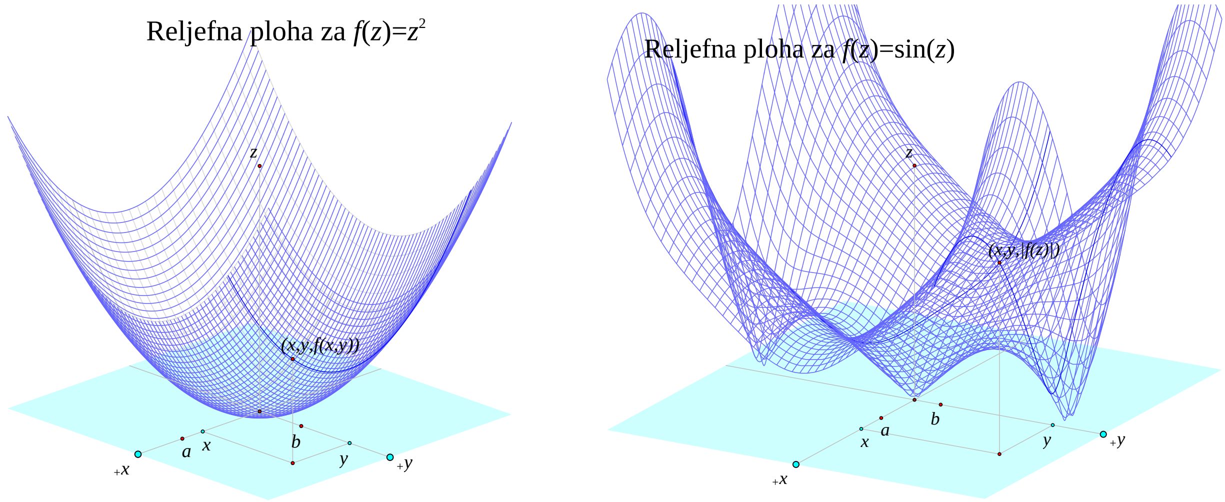
[13] *Dinamična geometrija* i *Dinamična algebra* nazivi su koji su zaštićeni patentnim pravima autora GSP-a i ne bi se smjeli uporabljivati uz druge software nego samo za *The Geometer's Sketchpad*.



Slika 3: Hrvatski grb i kvadratna mreža preslikani kompleksnim funkcijama

U fileu *Elementarne kompleksne funkcije* na adresi http://sketchexchange.keypress.com/browse/topic/advanced-topic omogućeno je istraživanje i otkrivanje svojstava tih funkcija kao i njihova vizualizacija pomoću tzv. reljefnih ploha.

Slika 4. ilustrira istraživanje i vizualizaciju reljefnih ploha dviju fompleksnih funkcija: kvadratne funkcije *f*(*z*)=*z*^2 i funkcije *f*(*z*)=sin(*z*).



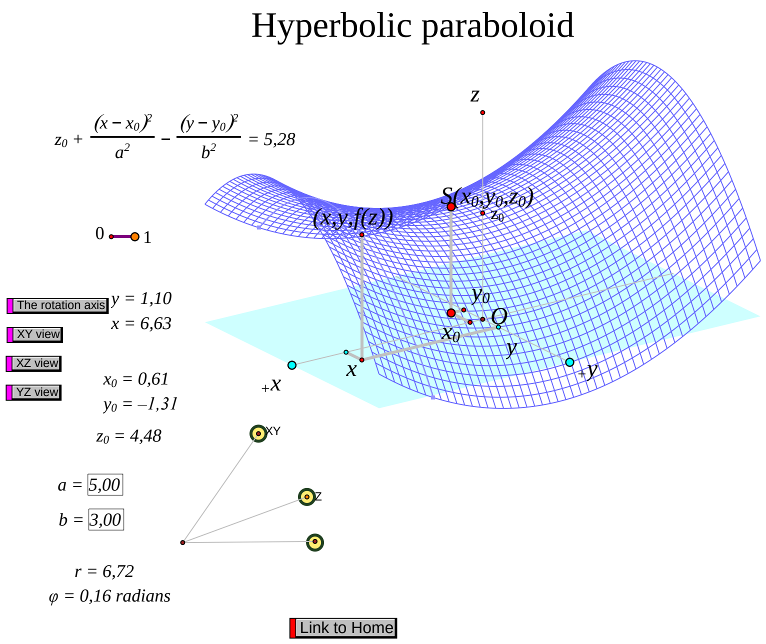
Slika 4.: Reljefne plohe funkcija *f*(*z*)=*z*^2 i *f*(*z*)=sin(*z*)

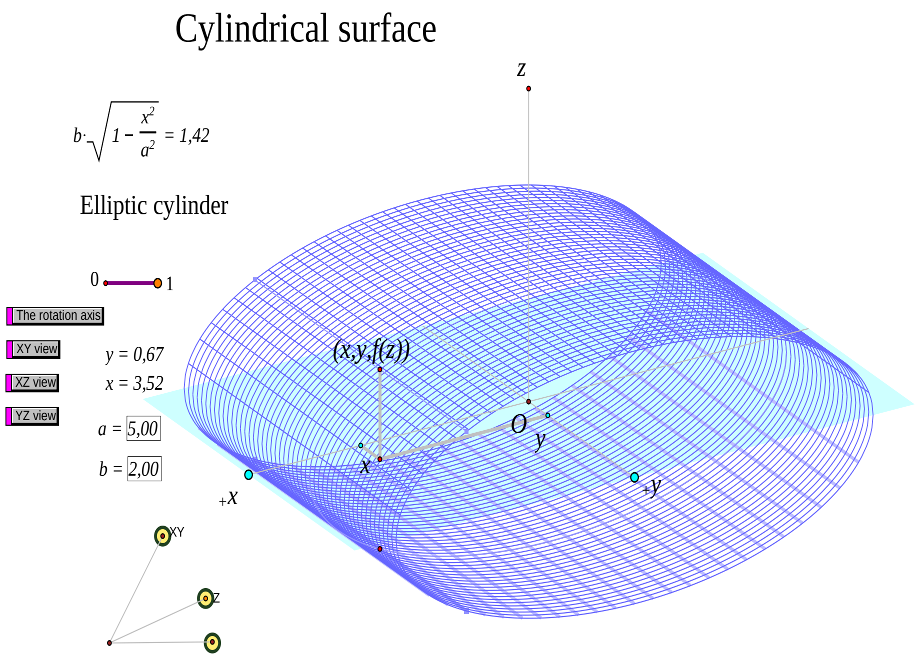
U fileima *Surfaces.gsp* i *Surfaces – second part.gsp* (na istoj adresi) proširen je pojam funkcije jedne varijable na funkciju dvije varijable. U vizualizaciji su povezani ravninska geometrija, 3D geometrija, analitička geometrija, nacrtna geometrija, diferencijalna geometrija tj. algebra s geometrijom.

Istraživanje i otkrivanje svojstava funkcija istraživanjem njihovih dinamičnih geometrijskih prikaza je vrlo jednostavno i efikasno.

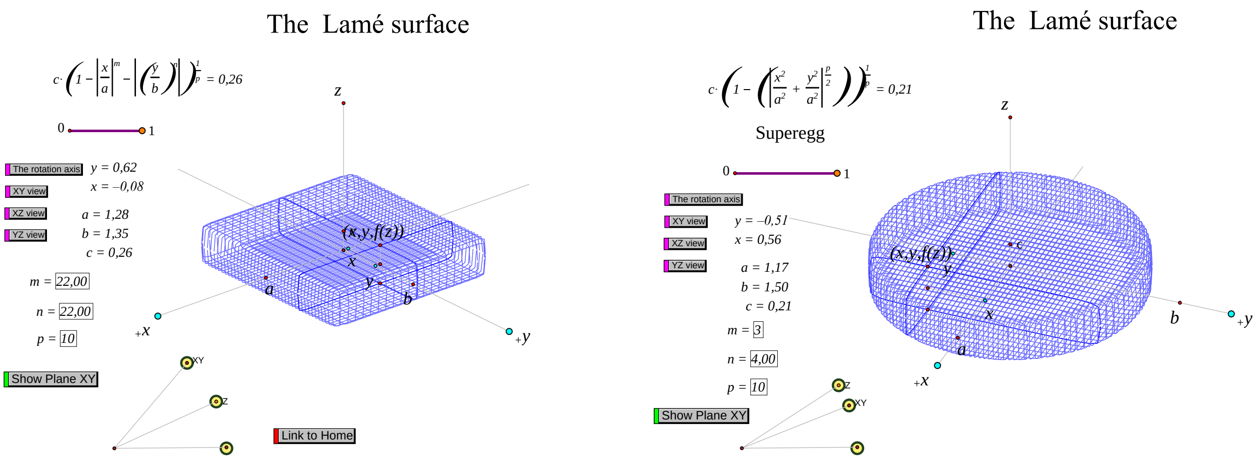
Poopćavanjem ravninskih krivulja i pojma funkcije uporabom analogija „kreiraju“ se mnoge (za učenike) nove hipoteze činjenica. Njihova dinamična vizualizacija i istraživanje daje dovoljno uvjerljivih argumanata za njihovo prihvaćanje ili odbacivanje.

Evo nekoliko slika ploha iz spomenutih fileova kao ilustracija velikih istraživačkih mogućnosti i otkrivanja algebarskih svojstava funkcija proučavanjem njihovih geometrijskih vizualizacija. Posebice, ovakvim se načinom graf funkcije jedne varijable može interpretirati kao presjek definirane plohe i neke ravnine.

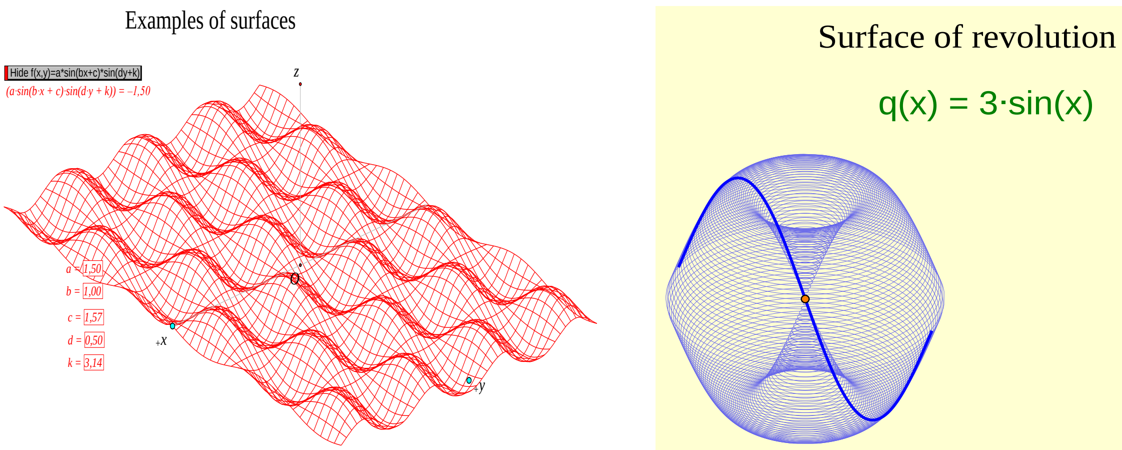




Slika 5.: Hiperbolički paraboloid i eliptična cilindrična ploha



Slika 6.: Dvije Laméove plohe

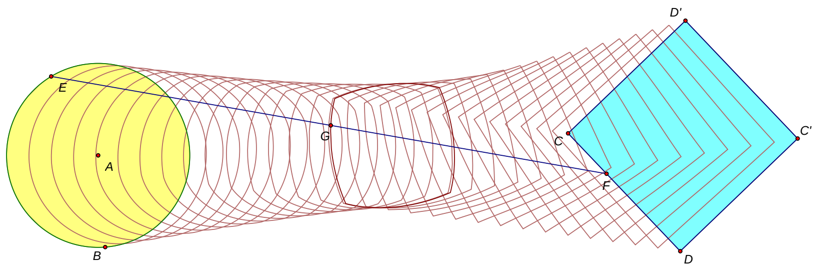


Slika 7.: Dvije plohe definirane funkcijom sinus

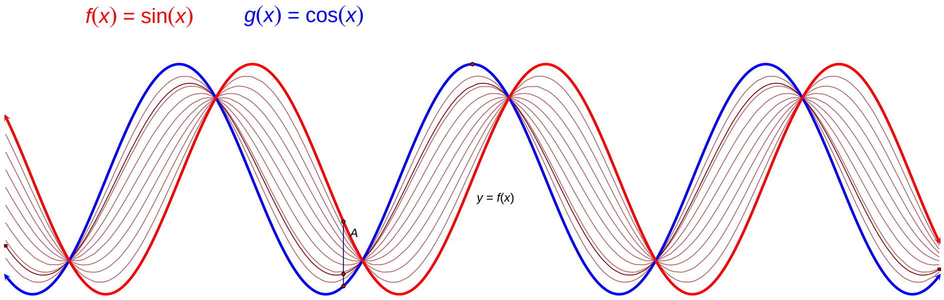
U realizaciji ovih vizualizacija uporabljena je temeljna ideja da se elementu/skupu/objektu po nekom pravilu (algebarski ili konstruktivno-geometrijski definiranom) pridruži drugi element/skup/objekt.

Dakle, realizirana je jedna od temeljnih ideja matematike – preslikavanje. Rezultat preslikavanja kao i svaka promjena na zaslonu su vidljivi u svakom trenutku.

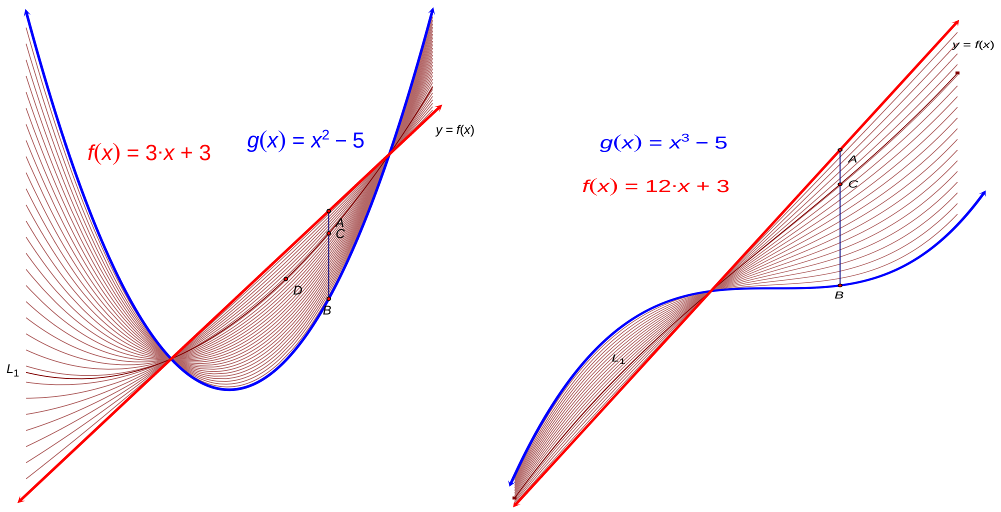
Uporabom pojma *lokusa* i *familije krivulja* može se vizualizirati transformiranje, primjerice, kvadrata/poligona u krug (v. sl.8.), sinusoide u kosinusoidu (v.sl.9.), bilo kojeg pravca u ravnini u parabolu (ili u graf bilo koje funkcije) (v. sl.10.).



Slika 8.: Transformiranje kvadrata u krug



Slika 9: Transformiranje sinusoide u kosinusoidu



Slika 10: Transformiranje pravca u parabolu i graf kubne funkcije

Ovakva ideja u skladu je i s nastavnim planom i programa u većini drugih zemalja. Primjerice, utjecajni *NCTM Standardi* to jezgrovito sažimaju u sljedećim odgovarajućim standardima za nastavne programe algebre i geometrije od vrtića do 4. razreda srednje škole (http://standards.nctm.org/document/chapter3/alg.htm

http: //standards.nctm.org/document/chapter3/geom.htm):

Sažeto bi se moglo reći, nakon čitanja ova dva poglavlja NCTM Standarda, da suvremeno poučavanje mora realizirati sljedeće zahtjeve.

Učenici bi trebali biti uključeni tako da u:
a) algebri
- koriste matematičke modele za prikazivanje i razumijevanje kvantitativnih odnosa;

b) geometriji
- koristeći vizualizaciju, prostorno zaključivanje i geometrijsko modeliranje za rješavanje problema.

Poznati metodičar s University of Pennsylvania i dizajner edukacijskog sotwarea *Geometer's Sketchpad* Scott Steketee u članku [6] smatra da svi učenici *u algebri moraju* *imati priliku za stvaranje i manipuliranje geometrijskim funkcijama .* Vizualizacijom algebarskih funkcija učenici imaju mogućnost *mijenjati svoje varijable, izravno i kontinuirano*, *kreirati svoju matematiku, učiti o domeni, slici domene (kodomeni), familijama funkcija, komponiranju itd.* Na taj način mogu *koristiti različite reprezentacije apstraktnih pojmova, uzbudljivo i zabavno pronalaziti sliku procesuirane aplikacije i stjecati iskustvo povezanosti algebre i geometrije.*

Prijedlog ili zadatak

Na kraju ove skice, predlažem da se vizualizira komponiranje osnih simetrija. Učenici trebaju otkriti da se kao rezultat komponiranja uvijek dobiva jedna od izometrija ravnine (translacija, rotacija, centralna simetrija). Istraživanje se vodi prema otkrivanju veza između međusobnih položaja osi osne simetrije i dobivene/otkrivene izometrije. „Nadogradnja“ takvom istraživanju vodi prema otkriću strukture grupe. Retoričko je pitanje može li se to u osnovnoj i /ili srednjoj školi učiniti?

Zaključak

Pametnom uporabom „pametne tehnologije“ (poštujući savjete i ideje naših prethodnika i suvremenika) omogućeno nam je u osnovnoškolskoj i srednjoškolskoj matematici realizirati osuvremenjivanje i sadržaja i metoda učenja i poučavanja. Dinamičnom vizualizacijom i snižavanjem razine apstrakcije matematičkih pojmova otvaraju se neslućene mogućnosti upoznavanja i prihvaćanja matematike kao svakodnevnog i moćnog alata na svim razinama i područjima učenja i poučavanja.

Literatura

1. Papy, F. (1972): Dijete i grafovi, Školska knjiga, Zagreb.
2. Papy, F., Papy, G. (1973): Taximetrix, Hachette, Paris.
3. Papy, G. (1979): Le Minicomputer de Papy, NICO 25, Bruxelles.
4. Polya, G. (1981): Mathematical Discovery, John Wiley & Sons, New York.
5. ***** (2000): Standardi za nastavu matematike, HMD i 5. Gimnazija, Zagreb.
6. Steketee, S., Scher D. (2011) A geometric Path to the Concept of Function, Mathematics Teaching in The Middle School, Vol.17, No. 1, August 2011, str. 48-55
7. http://public.mzos.hr/Default.aspx?sec=2685/nacionalni_kurikulum/
8. www.dynamicgeometry.com
9. http://sketchexchange.keypress.com/browse/
10. http://www.proven.hr/radovi
11. http://sketchexchangekeypress.com/browse/topic/advanced-topic
12. http://standards.nctmorg/document/chapter3/alg.htm (1.6.2012)
13. http://standards.nctmorg/document/chapter3/geom.htm (1.6.2012)
14. http://www.matematika.hr/_download/repository/Matematika-NOK-15102009-po_domenama.pdf

UPORABA IKT PRI UČNEM SKLOPU MERILA ZA SREDINO IN RAZPRŠENOST V 9. RAZREDU OSNOVNE ŠOLE

The Implementation of ICT into the Mathematics Theme 'The Means and Dispersion in Grade 9 of Primary School'

Tina Balantič, OŠ Šmartno v Tuhinju

tina.balantic@kks-kamnik.si

Povzetek

Razvoj informacijsko-komunikacijske tehnologije ima v današnjem času pomembno vlogo pri spreminjanju načina poučevanja matematike. Učitelj ima priložnost, da uporabi IKT v fazi motivacije, kot pripomoček pri razlagi snovi ali pri utrjevanju in ocenjevanju znanja. Učitelj mora spremembam slediti, jih kritično ovrednotiti in smiselno umestiti v svoje poučevanje. Znanje uporabe IKT je pri učencih zelo različno in osnovna šola bi jim morala nuditi priložnost, da usvojijo osnove oz. da nadgrajujejo znanje. V prispevku je predstavljen primer prakse, ko pri matematiki učimo učence osnovnega uporabljanja programa za delo s preglednicami Excel, tako da ob tem nadgrajujejo matematična znanja učnih sklopov Merila za sredino in razpršenost ter Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami. Pri takšnem načinu dela je učenec v aktivni vlogi, kar je temelj interaktivnega poučevanja.

Ključne besede: informacijsko-komunikacijska tehnologija, interaktivni pouk, merila za sredino in razpršenost.

Abstract

The development of ICT has an important role in our everyday teaching. The teacher has got an opportunity to use ICT to foster pupils' motivation, as a mean for explaining certain topics, for revising or assessing knowledge. It is important for the teacher to follow the current tendencies, to imply the new facilities and knowledge into everyday teaching and to review critically all the novelties. The pupils' ICT skills differ from pupil to pupil, so the school should provide opportunity to each pupil to gain some basic and even advanced knowledge of ICT use. In my case, I would like to present an example of good practice of the mathematics teacher implying the ICT into the mathematics lesson by working with excel tables. It deals with the case of upgrading the knowledge of 'The criteria for the centre and dispersion' and mathematics problems and real life situation problems. In such cases, pupils actively cooperate during the lesson which is the basis for interactive teaching.

Key words: ICT, interactive teaching, example of good practice, The criteria for the center and dispersion.

Uvod

V času, ko se računalništvo in druga informacijsko-komunikacijska tehnologija razvijajo z zelo veliko hitrostjo, je nujno potrebno, da se učitelj nenehno doizobražuje, spremlja novosti in premišljeno uvaja spremembe v načrtovanje pouka. Spremembam je potrebno slediti, a kot poudarjajo avtorice članka Ali je za interaktiven pouk res nujna tehnologija? (Sambolić Beganović: 2011), samo uporaba sodobne tehnologije še ne pomeni spremenjene paradigme poučevanja, če ni domišljena in osmišljena. Zato mora učitelj svoje delo nenehno samoevalvirati.

Šola, na kateri poučujem, je vključena v projekt samoevalvacije. Zaznali smo, da bi morali bolj poudariti uporabo IKT-ja in s tem doseči manjša odstopanja v znanju učencev, saj je njihovo znanje o uporabi računalnika zelo različno. Pripravili smo akcijski načrt in natančno določili cilje, kaj naj bi učenci v določenem razredu dosegli. Pri matematiki redno uporabljamo programe, ki so na voljo, za nazornejše poučevanje. Da pa se učenci naučijo te programe uporabljati, morajo z njimi sami delati. Tako dosežemo, da znotraj matematičnih vsebin usvajajo zastavljene IKT-cilje.

V prispevku bom predstavila, kako pri matematiki učimo učence uporabljati program za delo s preglednicami Excel, tako da ob tem nadgrajujejo matematična znanja.

Načrtovanje dejavnosti

Pri vsakem učnem procesu, klasičnem ali spletnem, je, kot pravi Reboljeva (2008), pomembno načrtovanje pouka. Pri klasičnem pouku učitelj pripravlja cilje in vsebine okvirno, saj ima zaradi stalne prisotnosti možnost odpraviti pomanjkljivosti v izobraževanju. Pri e-izobraževanju pa te možnosti nima, zato to zahteva zelo premišljeno, strokovno pretehtano programiranje pouka, saj mora učitelj natančno predvideti, kako bo učenje potekalo.

Pri svojem poučevanju poskušam izrabiti čimveč ugodnosti, ki jih IKT-tehnologija nudi. Razlaga snovi je pri takem delu za učence zanimivejša in so za delo bolj motivirani, hkrati pa tudi nazornejša. Prednosti IKT-tehnologije lahko izkoristimo tudi pri samostojnem delu učencev in s tem dosegamo interaktivnost.

Kot primer prakse bom predstavila dejavnosti, potek, naloge in opažanja dveh izvedenih sklopov dejavnosti. Prvi sklop je namenjen temu, da se učenci v okviru vodenega dela seznanijo s programom Excel in se ga naučijo uporabljati. Drugi sklop je namenjen samostojnem delu učencev. Uporabiti morajo znanja, pridobljena v prvem sklopu, in jih povezati z matematičnim znanjem, pridobljenim v 9. razredu pri učnem sklopu Merila za sredino in razpršenost v povezavi s sklopom Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami.
Dejavnosti so bile izvedene v obeh 9. razredih, v katerih je skupaj 40 učencev.

1. sklop dejavnosti: Uporaba IKT-tehnologije – Merila za sredino in razpršenost

<u>Učenci pri uri izvajajo naslednje dejavnosti:</u>

- Vnesejo podatke v program za delo s preglednicami.
- Prilagajajo delovna okna glede na potrebe (širina stolpca, višina vrstice, vstavljanje dodatnih stolpcev …).
- Vstavljajo in uporabljajo smiselne formule in funkcije za rešitev določenega problema.
- Vstavljajo in urejajo ustrezne grafikone.
- Usvajajo učinkovite strategije za uporabo programa za delo s preglednicami pri svojem delu.
- Določijo aritmetično sredino, modus in mediano za dane podatke.
- Rešujejo zaprte matematične probleme in probleme z življenjskimi situacijami.

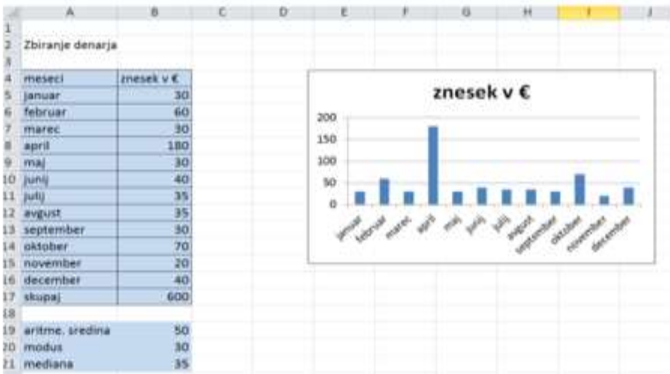
<u>Potek dela</u>
Učenci s pomočjo zapisanih navodil na učnem listu in dodatnih navodil učiteljice v programu Excel 1. nalogo rešijo frontalno, 2. pa samostojno. Pri tem uporabljajo vse zgoraj zapisane dejavnosti.

1. *naloga*

Katjuša je zbirala denar, da si kupi nov prenosni računalnik, ki stane 600 €. V januarju, marcu, maju in septembru je dobila po 30 € žepnine od mame. Od babice dobi dvakrat v letu žepnino 40 €, in sicer junija in decembra. Za rojstni dan, ki ga je imela v aprilu, je dobila 18 €. Februarja je dobila 60 €, oktobra 70 € in novembra 20 €. V juliju in avgustu je med počitnicami sosedi pomagala pri zalivanju rož in vrta in tako vsak mesec zaslužila po 35 €.

1. V tabelo pregledno zapiši zneske, ki jih je dobila Katjuša vsak mesec.
2. Izračunaj Katjušino letno žepnino. Vstavi formulo za izračun vsote.
3. Izračunaj povprečno mesečno žepnino. V preglednico vstavi ustrezno formulo oz. funkcijo za izračun aritmetično sredine.
4. Poišči podatek, ki se pojavlja najpogosteje. V preglednico vstavi ustrezno formulo oz. funkcijo za izračun.
5. Poišči podatek, ki je na sredini po velikosti urejenih podatkov. V preglednico vstavi ustrezno formulo oz. funkcijo za izračun.
6. Nariši stolpčni diagram.

<u>Opažanja</u>
Pri vnašanju podatkov v Excel, prilagajanju višine in širine stolpca ter vstavljanju manjkajočih vrstic učenci niso imeli težav. Prav tako so samostojno vstavili grafikon. Tisti del naloge, pri katerem je bilo za reševanje potrebno vstavljati formulo oz. funkcijo za vsoto, aritmetično sredino, mediano in modus, so učenci reševali po navodilih učiteljice, saj so se z računanjem modusa in mediane s pomočjo programa Excel srečali prvič. Pri svojem delu niso potrebovali individualne pomoči.



Slika 1: Primer rešene 1. naloge

2. *naloga*

To nalogo učenci rešujejo samostojno in pri tem uporabljajo enake dejavnosti kot pri reševanju prve naloge.
Na kmetiji imajo 6 konjev, 12 krav in 5 ovc. Zapisovali so si, koliko sena porabijo v enem tednu za hranjenje živali. V ponedeljek so porabili 301 kg sena, v torek 315 kg, v sredo 287 kg, v četrtek 315 kg, v petek 332 kg, v soboto 296 kg in v nedeljo 303 kg.

1. Pregledno zapiši količine porabljenega sena v tabelo.

2. Izračunaj, koliko sena so porabili v tem tednu. Vstavi formulo za izračun vsote.
3. Izračunaj, koliko sena so povprečno porabili na dan. V preglednico vstavi ustrezno formulo oz. funkcijo za izračun aritmetično sredine.
4. Poišči podatek, ki se pojavlja najpogosteje. V preglednico vstavi ustrezno formulo oz. funkcijo za izračun.
5. Poišči podatek, ki je na sredini po velikosti urejenih podatkov. V preglednico vstavi ustrezno formulo oz. funkcijo za izračun.
6. Nariši stolpčni diagram.

<u>Opažanja</u>
Dva učenca sta bila pri reševanju občutno počasnejša od ostalih, potrebovala sta tudi pomoč učiteljice. Vsi ostali učenci so nalogo reševali popolnoma samostojno, brez kakršnihkoli težav. Do konca ure so obe nalogi uspešno rešili skoraj vsi učenci. Nalogo so oddali v spletni učilnici. Nekaj učencev je doma nalogo še pregledalo in dokončalo ter ponovno oddalo v spletni učilnici. Vsi so jo rešili pravilno, razlika je bila opazna le pri oblikovni predstavitvi rezultatov – nekateri so uporabljali različne pisave, barve, obrobe tabel … drugi so se zadovoljili le s preprosto ponazoritvijo podatkov, kar lahko vidimo na spodnjih dveh rešenih primerih.

Slika 2 in 3: Primera rešene 2. naloge

2. sklop dejavnosti: Uporaba IKT-tehnologije – Merila za sredino in razpršenost
<u>Učenci pri uri izvajajo naslednje dejavnosti:</u>

- Vnesejo podatke v program za delo s preglednicami.
- Prilagajajo delovna okno glede na potrebe (širina stolpca, višina vrstice, vstavljanje dodatnih stolpcev …).
- Vstavljajo in uporabljajo smiselne formule in funkcije za rešitev določenega problema.
- Vstavljajo in urejajo ustrezne grafikone.
- Usvajajo učinkovite strategije za uporabo programa za delo s preglednicami pri svojem delu.
- Določijo aritmetično sredino, modus in mediano za dane podatke.
- Smiselno določijo srednjo vrednost glede na vrsto podatkov.
- Kritično primerjajo srednje vrednosti.
- Določijo in grafično ponazorijo »medčetrtinski« (interkvartilni) razmik.
- Rešujejo odprte matematične probleme in probleme z življenjskimi situacijami.

<u>Potek dela</u>
Učenci rešujejo naloge samostojno na že pripravljene Excelove delovne liste in pri tem izvajajo vse zgoraj zapisane dejavnosti. Ponujenih jim je več nalog različnih težavnosti. Vsak si izbere svojo nalogo, jo reši in odda v spletni učilnici.

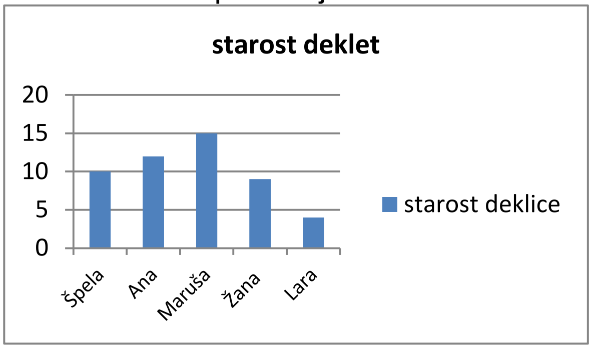
Primeri nalog:

1. V Kopru so dvanajst zaporednih dni merili temperaturo ozračja na glavni plaži. Izmerjene temperature so bile: 34 °C , 29 °C, 25 °C, 28 °C, 21 °C, 29 °C, 30 °C, 27 °C, 29 °C, 33 °C, 32 °C, 25 °C.
   Izmerjene temperature ustrezno predstavi z uporabo srednjih vrednosti in grafičnih prikazov.

2. V ljubljanski porodnišnici so tehtali novorojenčke. Stehtali so 5 dečkov in 5 deklic ter dobili podatke:
   2030 g, 2850 g, 2930 g, 3050 g, 3050 g, 3130 g, 3300 g, 3540g, 3780 g, 4100 g.

   Dane mase dojenčkov smiselno predstavi z uporabo srednjih vrednosti in grafičnih prikazov.

3. Diagram prikazuje starosti Špele, Ane, Maruše, Žane in Lare. Špela in Žana sta sestri, ostala dekleta pa so njune sestrične.



   Kaj lahko poveš o starosti deklet? Podatke ustrezno predstavi s pomočjo srednjih vrednosti in grafičnih prikazov ter jih kritično ovrednoti.

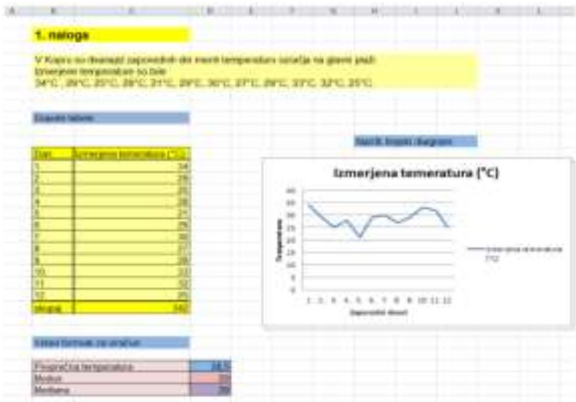
4. V mizarski delavnici so trije delavci nažagali letvice za izdelavo okvirjev za slike v osmih urah. Dolžine nažaganih letvic so prikazane v tabeli:

Dolžina (cm)	17	28	30	42
Frekvenca	12	30	18	24

   Kaj vse lahko razbereš iz tabele? Ugotovitve smiselno predstavi s pomočjo srednjih vrednosti in grafičnih prikazov ter jih kritično ovrednoti.

Opažanja

Samo sedem učencev je reševanje pričelo s tretjo nalogo. Do konca ure sta dva izmed njih rešila prve tri naloge, dva pa vse štiri.
Ostali učenci so naloge reševali po vrsti, začeli so s prvo. Vsi so do konca ure rešili prvi dve nalogi, nekateri so začeli reševati tudi tretjo nalogo.
Učenci so naloge oddali v spletni učilnici, kar se je izkazalo kot zelo dobro, saj so delo lahko dokončali doma. Oddane naloge sem pregledala in jim zapisala povratno informacijo. Učenci, ki so najbolje rešili naloge, so svoje izdelke predstavili tudi sošolcem.
Pri prvih dveh nalogah je reševanje potekalo brez večjih težav, rešitve nalog je večina učencev ustrezno predstavila, kar lahko vidimo na spodnjih slikah.



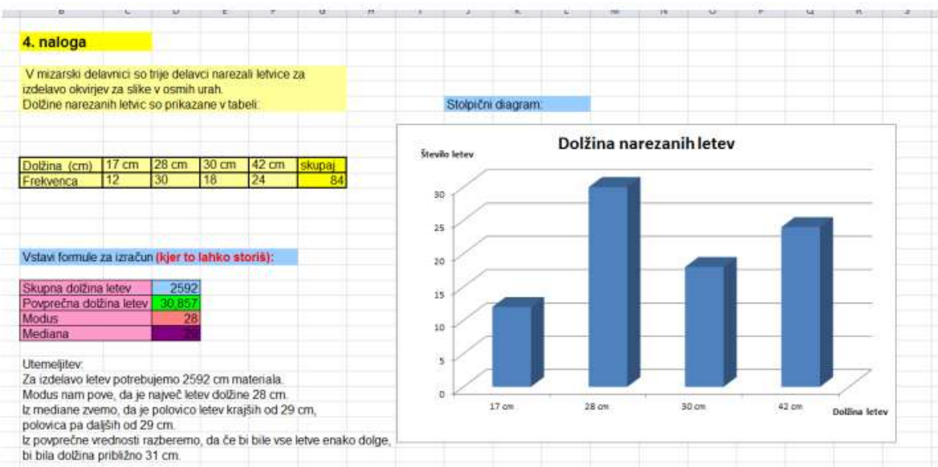
Slika 4: Primer rešene 1. naloge

Slika 5: Primer rešene 2. naloge

Tretjo nalogo je v celoti rešila približno polovica učencev, tretjina se je sploh ni lotila, ostali pa so jo rešili delno. Največ težav so imeli pri kritičnem vrednotenju izbranih srednjih vrednosti.

Slika 6: Primer rešene 3. naloge

Četrta naloga je bila zahtevna, podatke je bilo potrebno razbrati iz preglednice. Rešilo jo je 6 učencev. Približno tretjina učencev naloge ni začela niti reševati, saj so imeli težave pri določanju srednjih vrednosti, ker so bili podatki predstavljeni v tabeli. Ostali pa so jo rešili delno. Tako kot pri tretji nalogi so imeli tudi tu največ težav pri kritičnem vrednotenju izbranih srednjih vrednosti.



Slika 7: Primer rešene 4. naloge

Po obeh izvedenih sklopih lahko zaključim, da so bili učenci motivirani za delo, hitro so usvojili potrebne postopke za reševanje nalog. Seveda pa bi bilo za to, da bi učenci postopke utrdili in jih uporabili pri samostojnem reševanju nalog, potrebno večkratno izvajanje tovrstnih dejavnosti. Učenci so tudi izrazili željo po pogostejšem izvajanju takšnih ur. Zastavljeni IKT-cilji so bili v celoti doseženi.

Zaključek

Informacijsko-komunikacijska tehnologija nam nudi veliko prednosti, ki jih lahko pri poučevanju s pridom izkoristimo. Povečuje motivacijo učencev za delo in je v pomoč učitelju pri poučevanju.

Predmeti v osnovni šoli, povezani z uporabo IKT-tehnologije, so le izbirni predmeti in jih ne obiskujejo vsi učenci. Znanje uporabe računalnika je pri učencih zelo različno in zdi se mi zelo pomembno, da jih v osnovni šoli opremimo vsaj z osnovnim znanjem. Zato lahko učitelji v okviru obveznih predmetov poskrbimo, da učenci ta osnovna znanja pridobijo. V članku sem opisala konkreten primer dobre prakse, kako lahko pri pouku matematike učence naučimo uporabe programa za delo s preglednicami Excel. Učenci so bili za delo zelo motivirani, zastavljene matematične cilje so usvojili sproti z usvajanjem IKT-ciljev. Bili so v aktivni vlogi, kar zvišuje trajnost usvojenega znanja.

S takšnim delom bom nadaljevala tudi v prihodnosti. S svojim člankom sem želela učitelje spodbuditi, da bi se v okviru svojih predmetov kar najbolj trudili za to, da bi učenci pridobili čim več znanja o uporabi IKT-tehnologije, konkretni primer pa predstavlja eno od strategij, kako lahko to dosežemo.

Viri

1. Brečko, B. N., Vehovar, V. (2008): Informacijsko-komunikacijska tehnologija pri poučevanju in učenju v slovenskih šolah. Pedagoški inštitut, Ljubljana.
2. Cotič, T. (2010): Uporaba računalnika v tretji triadi osnovne šole: diplomsko delo. Pedagoška fakulteta, Ljubljana.
3. Rebolj, V. (2008): E-izobraževanja skozi očala pedagogike in didaktike. Didakta, Ljubljana.
4. Sambolić Beganović, A., Vičič-Krabonja, M., Šavli, V. (2011): Ali je za interaktiven pouk res nujna tehnologija? V: Bilten i-naprave in i-pouk, 2011 številka 2011/6 , str. 5, 6.
5. Strnad, M. (2010): Presečišče 9, matematika za 9. razred devetletne OŠ. DZS, Ljubljana.
6. http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/devetletka/predmeti_obvezni/Matematika_obvezni.pdf.

PRIMERI UPORABE IKT PRI POUKU IN REŠEVANJU TER RAZISKOVANJU REALNIH PROBLEMOV

Examples of ICT Use in School and Investigation of Real Life Problems

Ivan Bauman, Konservatorij za glasbo in balet Maribor

ivan.bauman@konservatorij-maribor.si

Povzetek
Prispevek vsebuje nekaj primerov uporabe IKT (programov Graph in Excel) pri pouku matematike v srednji šoli. To so večinoma tudi primeri reševanja in raziskovanja matematičnih in realnih problemov ter medpredmetnega povezovanja.

Ključne besede: IKT, primeri uporabe, realni problemi.

Abstract
The article gives some examples of ICT use (Graph and Excel) in mathematics lessons. These are also examples of solving and investigating the mathematical and real life problems in crosscurricular teaching.

Key words: IKT, examples of use, true-to-life problems.

Uvod

Poleg frontalnega poučevanja z razlago želim pri svojem pouku vključevati tudi druge oblike: izkustveno učenje, učenje z odkrivanjem, matematično modeliranje, učenje s pomočjo informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT) … V prispevku predstavljam nekaj primerov uporabe IKT pri pouku matematike v srednji šoli. Učitelje s tem želim spodbuditi, da tudi sami pripravijo podobna gradiva za pouk matematike. Učinkovitost tovrstnih gradiv pa ni odvisna le od vsebine, ampak predvsem od predhodne motivacije in s tem aktivnosti dijakov. Gradiva uporabimo takrat in tam, kjer je to smiselno. Delo je lažje in uspešnejše, če so dijaki tovrstnih aktivnosti vajeni.

Uporaba programa GRAPH

Uvodna motivacija za obravnavo nove funkcije ali pa prepoznavanje že znanih funkcij v fazi ponavljanja in utrjevanja

Dijakom je predstavljena naloga ali primer iz vsakdanjega življenja. Njihova naloga je raziskati medsebojno odvisnost količin, ki nastopajo v primeru, in se nekako dokopati do funkcijskega predpisa. V program GRAPH vstavijo zaporedje točk, ki ustreza danemu primeru. Nato s pomočjo programa poiščejo funkcijo, ki se danim točkam najbolje prilega. Izbirajo med šestimi vgrajenimi funkcijami, lahko pa izbirajo tudi med sedmimi lastnimi. Po potrebi lahko definiramo nove lastne funkcije.

<u>Cilj</u>: Dijaki spoznajo/prepoznajo funkcijo in rešijo nalogo s pomočjo tehnologije.
<u>Učna oblika</u>: Samostojno delo, delo v dvojicah
<u>Učni pripomočki/učno okolje</u>: Računalnik s programom GRAPH v računalniški učilnici ali doma.
<u>Potrebno predznanje</u>: osnove uporabe programa Graph.

1. PRIMER (1. letnik, linearna funkcija)
   Voziček se giblje enakomerno s hitrostjo 4 m/s. Opazovati ga začnemo, ko pelje skozi izhodišče opazovalnega (koordinatnega) sistema.
   a) Kako daleč stran od izhodišča je po 1 s, 2 s, 5 s in 10 sekundah? Razmisli, katera količina (spremenljivka) je za dani primer odvisna in katera neodvisna.
   b) Podatke zapiši s programom GRAPH kot zaporedje točk v obliki tabele (v meniju **Funkcija** izberi **Vstavi zaporedje točk**). Izberi primerno merilo za koordinatni osi, da bodo točke vidne v koordinatnem sistemu (meni **Uredi/Osi**).
   c) V meniju **Funkcija** izberi **Vstavi trendno črto** in poišči funkcijo, ki se danim točkam najbolje prilega. Izpiši pripadajoči funkcijski predpis. Kako imenujemo to funkcijo?
   d) S katerima oznakama bi moral zamenjati x in $f(x)$, da bi dobil običajne oznake za dane fizikalne količine?
   e) Dodatne naloge:
   Voziček se po desetih sekundah v trenutku ustavi, nato 4 sekunde miruje, nato pa se s hitrostjo 3 m/s začne gibati nazaj proti izhodišču. Ko spet doseže izhodišče, ga nehamo opazovati. Izriši graf za lego vozička od začetka do konca opazovanja. Po kolikšnem času je voziček spet v izhodišču? Kdaj je voziček 20 metrov od izhodišča? Kolikšno pot prevozi od začetka do konca opazovanja. Zapiši funkcijski predpis za lego vozička v odvisnosti od časa za celoten čas opazovanja. Graf poskušaj narisati s programom GRAPH.

2. PRIMER (2. letnik, kvadratna funkcija)
   Miha bi rad tlakoval dovozno pot od glavne ceste do hiše. Dolžina poti je štirikrat večja od širine.
   a) Koliko kvadratnih metrov tlakovcev potrebuje, če v dolžino tlakuje 4 m (8m, 10 m, 12 m, 14 m, 20 m) poti. Rezultate zapiši s programom GRAPH kot zaporedje točk v obliki tabele.
   b) Poišči funkcijo, ki se danim točkam najbolje prilega. Izpiši pripadajoči funkcijski predpis. Kako imenujemo dano funkcijo?
   c) S katerima oznakama bi moral zamenjati x in $f(x)$, da bi dobil običajne oznake za dane fizikalne količine?
   d) Pri kateri vrednosti je površina številsko štirikrat večja od dolžine? Namig: Poišči presečišče ustreznih grafov.

3. PRIMER (2. letnik, potenčna funkcija ($f(x) = x^{-1}$))
   Cena najetja avtobusa za enodnevno ekskurzijo na relaciji Maribor-Portorož je 420 EUR.
   a) Koliko mora za prevoz plačati vsak od dijakov, če je v razredu skupaj 12 (15, 18, 20, 24, 25, 30 ali 32) dijakov. Rezultate zapiši s programom GRAPH kot zaporedje točk v obliki tabele.
   b) Poišči funkcijo, ki se danim točkam najbolje prilega. Izpiši pripadajoči funkcijski predpis. Kako imenujemo to funkcijo? Kako se imenuje njen graf?
   c) Pri kolikšnem številu dijakov bi stroški posameznika znašali manj kot 10 EUR? Ali je na to mogoče odgovoriti s pomočjo grafa? Odgovor utemelji. Ali je realno, da bi stroški posameznika znašali manj kot 4 EUR? Odgovor utemelji.
   d) Za katera števila je definirana tvoja naloga oz. funkcija? Zapiši definicijsko območje. Ali je smiselno povezati točke na grafu? Odgovor utemelji.

e) Dijaki morajo poleg prevoza plačati tudi stroške prehrane (vsak 16,50 EUR). Zapiši strošek posameznika v odvisnosti od števila udeležencev ekskurzije. Kako bi ta dodatni strošek vplival na izris grafa iz naloge a)?

4. PRIMER (2. letnik, eksponentna funkcija ($f(x) = a^x; a>1$))
Ameba (enoceličar) se po približno enem dnevu rasti deli na dva dela (nastaneta dve amebi. Po enem dnevu sta ti dve amebi dovolj veliki za naslednjo delitev.
a) Izpolni preostanek spodnje tabele (tabela 1):

število dni	0	1	2	3	4	5
število ameb	1	2				

Tabela 1

Tabelo zapiši še s programom GRAPH kot zaporedje točk.
b) Poišči funkcijo, ki se danim točkam najbolje prilega. Izpiši pripadajoči funkcijski predpis. Kako imenujemo to funkcijo?
c) Koliko je ameb po 14 dneh? Po koliko dneh imamo več kot milijon ameb?
d) Na spletu poišči podatek, kako velika je ameba. Poskusi izračunati, koliko dni bi bilo potrebnih za razmnoževanje, da bi s potomci začetne amebe prekrili celotno zemeljsko površje. Zakaj se to vendarle ne bo zgodilo?

5. PRIMER (2. letnik, eksponentna funkcija ($f(x) = a^x; a<1$); 4. letnik, geometrijsko zaporedje)
Za fosfor ^{32}P velja, da povprečno v enem mesecu razpade ¾ vseh jeder (razpadejo v ^{32}S), ki jih imamo na začetku opazovanja. Od preostale četrtine fosforjevih jeder jih ¾ razpade v naslednjem mesecu itd.
a) Recimo, da imamo na začetku opazovanja 128.000 jeder. Izpolni preostanek spodnje tabele (tabela 2):

število mesecev	0	1				
število preostalih fosforjevih jeder	128 000	32 000				

Tabela 2

Tabelo zapiši še s programom GRAPH kot zaporedje. POMEMBNO: izberi primerno merilo za koordinatni osi, da bodo točke vidne v koordinatnem sistemu.
b) Poišči funkcijo, ki se danim točkam najbolje prilega. Izpiši pripadajoči funkcijski predpis. Kako imenujemo to funkcijo?
c) Po kolikih mesecih imamo manj kot 1000 jeder.

6. PRIMER (4. letnik, geometrijsko zaporedje, geometrijska vrsta)
Miha ima dve jabolki. Sreča prijatelja in mu da eno jabolko. Drugo jabolko poje. Prijatelj sreča prijatelja in mu da polovico svojega jabolka (preostanek poje). Ta prijatelj sreča naslednjega in mu da polovico od tega, kar je prejel (preostanek poje). Ta naslednji prijatelj sreča naslednjega prijatelja in mu da polovico od tega, kar je prejel …
a) Izpolni preostanek spodnje tabele (tabela 3):

število srečanj od začetka zgodbe	1	2	3	4	5	6
količina zaužitih jabolk posameznika	1	1/2				

Tabela 3

Tabelo zapiši še s programom GRAPH kot zaporedje točk (količina zaužitega jabolka posameznika v odvisnosti od števila srečanj).

b) Poišči krivuljo, ki se danim točkam najbolje prilega. Izpiši pripadajoči funkcijski predpis. Kako imenujemo dano funkcijo? Ali je naša naloga definirana le za naravna števila? Ali smemo povezati točke?
c) Zapiši obrazec, po katerem bi lahko izračunal količino zaužitega jabolka v odvisnosti od števila srečanj. Koliko jabolka zaužije posameznik po 10 srečanju?
d) Recimo, da bi jabolko lahko neskončnokrat delili in prijateljev nikoli ne bi zmanjkalo. Kolikšna je vsota vseh delčkov, ki bi jo zaužilo to neskončno število prijateljev?

Če navodila delno spremenimo in dopolnimo, so gornji primeri primerni tudi kot krajša seminarska ali domača naloga.

Domače in seminarske naloge dijakov
Dijaki lahko za nalogo s pomočjo programa GRAPH doma raziščejo določene lastnosti, zakonitosti … in napišejo poročilo oz. seminarsko nalogo.

Cilj: Dijaki raziščejo določen problem in rešijo nalogo s pomočjo tehnologije.
Učna oblika: Samostojno delo.
Učni pripomočki: Računalnik s programom GRAPH.
Potrebno predznanje: Osnove uporabe programa Graph.

1. NALOGA (1. letnik, linearna funkcija):
   Razišči skupino (družino) premic, podano z enačbo $y = a(x-3)-2$.
   Izberi si 10 različnih vrednosti za *a* in nariši 10 pripadajočih premic v isti koordinatni sistem. Vsako od premic nariši z drugo barvo. Za risanje uporabi računalnik in program GRAPH.
   Do programa dostopaš na http://www.padowan.dk.
   Odgovori na vprašanja in reši naloge:
   - Kaj imajo skupnega vse premice in v čem se razlikujejo?
   - Od česa je odvisna strmina »tvojih« premic?
   - Izračunaj, kolikšno vrednost bi si moral izbrati za *a*, da bi premica sekala *x* os pri –7? Rešitev preveri z risanjem.
   - Izračunaj, kolikšno vrednost bi si moral izbrati za *a*, da bi premica sekala *y* os pri 9? Rešitev preveri z risanjem.
   - Zapiši enačbo družine premic, ki poteka skozi točko *A*(1,–3). Rešitev preveri z risanjem.
   - Zapiši enačbo družine premic, ki seka ordinatno os pri 4. Preveri z risanjem.
   - Kakšno enačbo ima družina premic, ki seka abscisno os pri –2? Preveri z risanjem.

2. NALOGA (2. letnik, kvadratna funkcija):
   Razišči skupino (družino) parabol, podano z enačbo $y = ax^2 + a(x-1) + 1$.
   Izberi si 8 različnih vrednosti za *a* in nariši 8 pripadajočih parabol v isti koordinatni sistem. Vsako od parabol nariši z drugo barvo. Za risanje uporabi program GRAPH.
   Odgovori na vprašanja in reši naloge:
   - Kaj je skupno vsem parabolam in v čem se parabole razlikujejo?
   - Izračunaj, kolikšno vrednost bi si moral izbrati za *a*, da bi parabola sekala *x* os pri –2? Rešitev preveri z risanjem.
   - Izračunaj, kolikšno vrednost bi si moral izbrati za *a*, da bi parabola imela teme v T(–0.5, 4)? Rešitev preveri z risanjem.
   - Zapiši enačbo parabole iz iste družine, ki poteka skozi točko *A*(1, –5). Preveri!
   - Kakšno enačbo ima družina premic, ki seka ordinatno os pri 4? Preveri z risanjem.
   - Kakšno enačbo ima družina premic, ki seka abscisno os pri –2? Preveri z risanjem.

3. NALOGA (2. letnik, eksponentna funkcija ($f(x) = a^x; a<1$); 4. letnik, geometrijsko zaporedje):
   S prijateljem želita prepleskati steno v sobi. Prvi dan prepleskata 2/5 stene, vsak naslednji dan pa 2/5 prepleskanega deleža prejšnjega dne.
   Odgovori na vprašanja in reši naloge:
   - Količino prepleskane stene za vsak dan vnesi v ustrezno tabelo (vsaj za prvih 6 dni).
   - Tabelo uporabi za risanje **Vstavi novo zaporedje točk** v programu Graph.
   - V meniju **Funkcija** izberi **Vstavi trendno črto** in med predlaganimi poišči funkcijo, ki se danim točkam najbolje prilega. Izpiši pripadajoči funkcijski predpis (količina prepleskane stene na dan *n*).
   - Natančno izračunaj, kolikšen delež celotne stene bosta prebarvala 5. dan!
   - Izračunaj, kateri dan bosta prebarvala 1,024 % stene?
   - Z matematičnim modelom predstavi pleskanje stene (količino skupno prepleskane stene po *n* dneh).
   - Kolikšen del stene je prepleskan po 8 dneh? Delež izrazi na tisočinko odsotka natančno.
   - V koliko dneh je prepleskane 66,394 % stene?
   - Ali bo stena kdaj v celoti prepleskana? Svojo trditev utemelji!

Uporaba programa Excel
Program Excel je pri pouku najpogosteje uporabljen predvsem pri statistiki (računanje statističnih parametrov, izris diagramov …), pa tudi za računanje in tabeliranje funkcijskih vrednosti. Slednje bom posredoval na dveh primerih.

Cilj: Dijaki rešijo nalogo s pomočjo informacijske tehnologije.
Učna oblika: Samostojno delo, delo v dvojicah.
Učni pripomočki/učno okolje: Računalnik s programom Excel v računalniški učilnici ali doma.
Potrebno predznanje: Osnove uporabe programa Excel.

1. PRIMER (4. letnik, zaporedja)
   Fibonaccijeva naloga iz 13. stoletja: Par zajčkov je po enem mesecu ploden. Po dveh mesecih in vsak mesec pozneje ta par in pari potomcev spravljajo na svet po en par zajčkov različnega spola. Koliko parov zajčkov je na svetu po posameznih mesecih?
   Rešitev naloge je znano Fibonaccijevega zaporedje: 1, 1, 2, 3, 5, 8 ...
   a) V tabelo zapišite prve tri člene Fibonaccijevega zaporedja.
   b) Ostale člene izračunajte s pomočjo (rekurzivne) formule $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$.
   c) Izračunajte 35. člen zaporedja.
   d) Po koliko mesecih bo več kot 3,5 milijard parov zajčkov? Je to mogoče? Kaj pri obrazcu ni bilo upoštevano?
   e) Izračunajte vsoto prvih 45 členov zaporedja.
   f) Zapišite zaporedje delnih vsot zaporedja. Kaj opazite?

2. PRIMER (3. letnik, ploščina in obseg *n*-kotnika, krog)
   a) Izračunajte obseg in ploščino pravilnih *n*-kotnikov, ki so včrtani (očrtani) krogu s polmerom $r = 1$ za n je 3, 4, 5, 6, …, 99, 100 in jih primerjajte z dejanskim obsegom kroga.
   b) Obseg katerega *n*-kotnika se ujema z obsegom kroga na 3 decimalna mesta?
   c) Narišite razsevni diagram za izračunane obsege in ploščine *n*-kotnikov.

   NAVODILO
   Najprej iz enačbe $a^2 = 2r^2(1 - \cos(2\pi/n))$ izračunajte stranico a in nato še obseg $o = na$. Izraz za ploščino izpeljite sami.

Refleksija in evalvacija

Na šoli nimamo računalniške učilnice, zato so dijaki primere in naloge reševali doma. Nekateri dijaki se na začetku niso najbolje znašli, vendar so večino težav reševali kar sami oziroma so iskali pomoč pri dijakih, ki niso imeli težav. Glede na komentarje ocenjujem, da 2/3 dijakov nižjih letnikov nalog ni rešila popolnoma samostojno. V višjih letnikih, ki so že navajeni na takšno obliko dela, je delež samostojnih dijakov večji. Ugotovil sem, da so nekatera vprašanja zahtevnejša in primerna le za boljše dijake. Priporočam, da z dijaki nižjih letnikov naloge rešujejo pri pouku v računalniški učilnici, kjer jih usmerjamo, jim pomagamo, odpravljamo tehnične težave …

Dijaki so imeli največ težav s 3. nalogo (izračun količine skupno prepleskane stene) in 2. primerom Excela (vpis in kopiranje formul).

Ugotovil sem, da sem pri primerih uporabe programa Graph napravil neumnost. Z navodili pri nalogah sem v pouk vnesel novo tipsko nalogo, ki se rešuje po standardnih korakih. To pomanjkljivost lahko rešimo, če navodilo malce spremenimo in dijaki sami poiščejo funkcijo na analitičen način (izpustimo Vstavi trendno črto … izpiši pripadajoči funkcijski predpis).

S programom Graph dijaki niso imeli težav, več težav jim je povzročal Excel. Težavam se lahko v veliki meri izognemo, če učitelja informatike prosimo, da dijake seznani z nekaterimi funkcijami tega programa.

Dijaki so se večinoma pozitivno odzvali na tovrstne naloge. Razmišljam, da bi jih uvedel v vseh letnikih in pri več poglavjih (tudi brez uporabe IKT). Opravljene naloge (oddana in pravilno rešena poročila) bi lahko bila tudi pogoj za pozitivno oceno (minimalni standard), kar pa moramo predvideti v letni pripravi in potrditi v aktivu in s tem na začetku leta seznaniti dijake.

Vse navedene primere in naloge lahko prvič uporabimo šele v 4. letniku, pri pripravi na maturo, ko ponavljamo funkcije iz nižjih letnikov. V tem primeru so dijaki že bolj samostojni, imajo več znanja in poznajo več matematičnih orodij. Prav tako ne poznajo že skoraj vnaprej odgovora na vprašanje, na katero funkcijo se naloga nanaša.

Ne glede na odzive dijakov menim, da so tovrstne naloge potrebne. Poleg samostojnosti lahko povečamo še kreativnost dijakov, če naloge spremenimo v naloge bolj »odprtega« tipa, z manj natančnimi navodili in vprašanji. Lahko bi dijakom npr. dali nalogo, da sami poiščejo kak primer podobnega realnega problema, ga opišejo s funkcijo in si postavijo smiselna vprašanja.

Zaključek

Informacijsko komunikacijska tehnologija je v vsakdanjem življenju in tudi v šoli vse pogostejša. Učiteljem lahko zelo pomaga, da je pouk zanimivejši, nazornejši in učinkovitejši, a le če tehnologijo uporabljamo na pravilen način in v pravem trenutku. Potrebno je dobro poznavanje tehnologije in skrbna priprava gradiv. Dijake moramo za tovrstno delo ustrezno usposobiti, da bodo tehnologijo znali uporabljati. Pred začetkom dela poskušajmo dijake motivirati tako, da nalogo predstavimo v obliki problema ali pa jo vključimo v kakšno zgodbo.

S predstavljenimi gradivi želim učitelje spodbuditi, da sami razvijajo gradiva, ki jih bodo uporabljali pri pouku, saj samostojno pripravljena gradiva najlažje uporabimo v praksi.

Viri

1. Pavlič G., Rugelj M., Šparovec J., Kavka, D. (Modrijan, 2008): Linea.
2. Pavlič G., Rugelj M., Šparovec J., Kavka, D. (Modrijan, 2005): Planum.
3. Pavlič G., Rugelj M., Šparovec J., Kavka, D. (Modrijan, 2005): Spatium.
4. Pavlič G., Rugelj M., Šparovec J., Kavka, D. (Modrijan, 2004): Tempus.
5. Več avtorjev (ZRSŠ, 2010): Posodobitve pouka v gimnazijski praksi MATEMATIKA.

POVEZAVA UČNE POTI IN IKT

Linking a Natural Learning Path with ICT

Ema Maver, OŠ Fram

ema.maver@guest.arnes.si

Povzetek

V prispevku prikažemo, kako smo pri pouku matematike uspešno povezali delo na učni poti s poukom v razredu in s sodobno tehnologijo.
V 8. razredu ponovimo s pomočjo različnih nalog in s predstavitvijo na interaktivni tabli osnovne pojme o krogu in delih kroga. Naslednjo uro dobijo učenci ustrezne pripomočke in učne liste in se odpravijo po učni poti, kjer merijo in določajo obseg kroga. Po navodilih iščejo primerna drevesa oz. okrogle predmete, ki jim merijo premere, obsege in dolžine krožnih lokov. Računajo ploščino kroga in njegovih delov. Vsako količino najprej ocenijo. Svoje matematično znanje povezujejo z znanjem in ugotovitvami drugih predmetov.
Naslednjo uro učenci skupaj oblikujejo primerno predstavitev v »preziju« – o svojih prispevkih v skupno predstavitev razmislijo doma.

Ključne besede: učna pot, interaktivna tabla, merjenje in ocenitev, obseg kroga, predstavitev v »preziju«.

Abstract

In this paper we show how classroom work, modern technology and natural learning path in could be successfully linked with Mathematics lessons.
In the eighth grade basic concepts of circle and its parts are revised first with the help of different kinds of exercises and the interactive whiteboard. During the next lesson pupils are given appropriate tools and handouts that guide them through the chosen natural learning path where they do all the measuring and determining circumference of a circle.
They look for appropriate trees or round objects on the path and according to the given instructions they measure their diameters, circumferences and lengths of their circular arcs. They calculate square dimension of a circle and its parts. Each quantity is estimated first and next they connect their mathematical knowledge with the knowledge gained in other school subjects.
During the next lesson a “Prezi” presentation is prepared jointly by all pupils. At home pupils think over their own contributions to the common presentation.

Key words: natural learning path, interactive whiteboard, measurement and estimation, circumference of a circle, “Prezi” presentation.

Uvod

V Framu imamo od začetka šolskega leta 2011/12 tri učne poti: geografsko, zgodovinsko in naravoslovno.
Za raziskovanje matematičnih pojmov smo uporabili geografsko učno pot, ki vodi od šole ob Framskem potoku do **gasilskega doma**. Od tam se pot vzpne do kapelice **Sv. Neže**, kjer je naravna razgledna ploščad. Pred pripravo delovnega lista smo si natančno ogledali vse tri učne poti. Sproti smo skušali sestavljati primerne naloge o krogu in krožnici. Največ zamisli se nam je utrnilo prav na geografski učni poti, zato smo se odločili zanjo.
Znanje o krogu in krožnici, ki smo ga pridobili pri urah pouka v učilnici, smo želeli preizkusiti še na terenu, kjer se morajo učenci znajti z merilnimi napravami, dobro opazovati in tako kot sicer logično sklepati.

Večino dela smo opravili v »blok« uri v okviru tehniškega dne, ki je bil naravoslovno usmerjen. Sodelovali sva dve učiteljici (polovico učencev je vodila učiteljica Vesna Lešnik). Opravljeno delo sva učiteljici tudi ovrednotili. Po opravljeni nalogi smo po vrnjenih delovnih listih izdelali še prezi.
Že v učnem načrtu (v didaktičnih priporočilih) je zapisano, da naj bo ocenjevanje znanja raznoliko, da imajo učenci več priložnosti za izkazovanje svojega znanja. Preverjanje in ocenjevanje naj bi potekalo po vsakem sklopu.
Obojemu smo na učni poti tudi zadostili. Zagotovljena je bila drugačna možnost ocenjevanja in tovrstno ocenjevanje sva izvedli po končanem sklopu - pred tem je bilo znanje o krogu in krožnici že preverjeno in dopolnjeno.

Cilji matematičnega dela tehniškega dne:
V okviru tehniškega dne smo želeli, da učenci svoje znanje o krogu in krožnici preizkusijo še na praktičnih primerih, ki jih vidimo v vsakdanjem življenju in v naravi.
Načrtovali smo naslednje dejavnosti učencev:

- s pomočjo modelov in predstavitve na i-tabli ponovijo osnovne pojme o krogu in krožnici,
- prinesejo potrebne pripomočke, da lahko izvajajo merjenje,
- z merjenjem pridejo do podatkov za reševanje delovnih listov,
- iščejo primere krogov, merijo polmer, ocenijo, nato pa računajo obseg in ploščino teh krogov ali delov kroga,
- zapišejo refleksijo o ustvarjanju na učni poti,
- pomagajo pri predstavitvi (lahko tudi samostojna predstavitev učencev);

in dejavnosti učitelja:

- pripravi ustrezne naloge in predstavitve za ponovitev pojmov o krogu in krožnici,
- na terenu izbere primerne predmete, na katerih je mogoče najti pojme o krogu in krožnici,
- na učni poti spremlja delo učencev in jim daje namige, če je to potrebno,
- pregleda rešene naloge in jih ovrednoti,
- pomaga sestaviti prezi (najprej prikaže osnove uporabe prezij-a),
- skupaj z otroki napravi ustrezen povzetek.

Potek dela v razredu in na učni poti

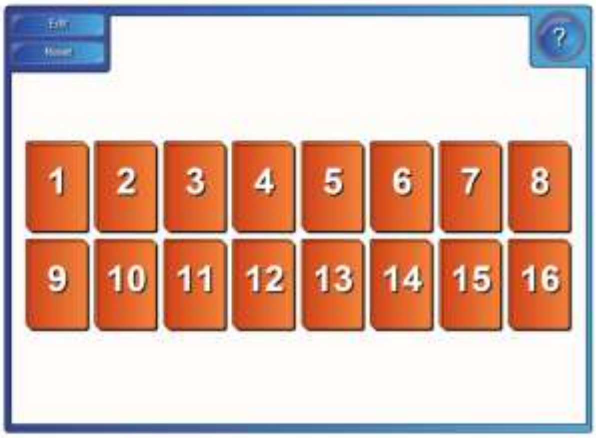
1. del:

Učence 8. razreda smo dan pred tehniškim dnevom obvestili o dejavnosti na terenu. Priporočili smo jim, kaj naj prinesejo: merilni trak, pisala, mapo …
Na dan dejavnosti smo imeli najprej skupno uro, preverili smo pripomočke, ponovili osnovne pojme o krogu in krožnici z interaktivnimi nalogami in s primeri na spletu.
Primeri interaktivnih nalog, ki smo jih izvedli:

a) Interaktivna kocka, izdelana na interaktivni tabli – Smart. Prikazana je na Sliki 1. Učenec klikne na kocko, izbere drugega učenca, ki opiše sliko ali pojem na kocki.

Slika 1: Interaktivna kocka

b) Iskanje parov na interaktivni tabli. Učenec išče par, izbere dve polji; če sta par, se ploščici izbrišeta in učenec lahko še enkrat izbira, sicer nadaljuje naslednji učenec. Pokriti pari so vidni na Sliki 2.



Slika 2: Izbira parov – spomin

c) Preletimo pojme o krogu in krožnici, da nam bo lažje pri delu. Pomagamo si s spletno stranjo:
[http://www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2002/dira/bracko/index.htm.](http://www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2002/dira/bracko/index.htm)

Učenci si ogledujejo slike in besedilo v skupinah in komentirajo.

2. del:

Z učenci se odpravimo iz šole – tu v skupinah opravljajo delo po pripravljenih delovnih listih.
Delovni list je prikazan na sliki 3.

Matematična učna pot

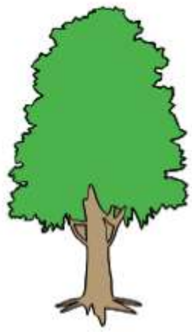
1) Na dvorišču pred našo šolo raste lipa.

Izračunaj, kolikšen je polmer lipe na višini 1 m.

____

(NAMIG: na višini 1 m izmeri obseg lipe)

Reševanje:



2) Kateri lik opaziš na igrišču pod košarkaškim košem? _________________

Na koliko delov je razdeljen? ______ Tak del imenujemo _____________.

Izračunaj površino enega dela. ______________

Črtkana črta predstavlja ____________________. Izračunaj dolžino črtkane črte. _____________

3) Ob robu igrišča je nekaj odtočnih jaškov za vodo z režami.

Ali bi v odtočni jašek lahko padel plošček za hokej? ________

Podatki za hokejski plošček:

- premer 7,62 cm
- debelina 2,54 cm
- teža: od 156 g do 170 g

Reševanje:

http://www.promo-wholesale.com/Upfiles/Prod_p/Action-Line-Official-Nhl-Hockey-_Puck_20090725688.jpg

Pot bomo nadaljevali po učni poti do kapele Sv. Neže.

4) Skiciraj obliko okna na kapeli.

Na skici okno razdeli na pravokotnik in polkrog.

Izračunaj obseg in ploščino tega lika.

Potrebne podatke določi s pomočjo meritev.

NAMIG: Izmeri dolžino in širino enega gradnika, ki predstavlja obrobo okenske odprtine.

Slika 3: Delovni list za učence (skrčen)

3. del:

Razgovor z učenci in zapis refleksije.
Po opravljenem praktičnem delu smo se vrnili v učilnico, kjer smo opravili povzetek in razmislili o primerni predstavitvi v preziju. Vsak učenec je na koncu oddane naloge zapisal, kako je doživljal to vrsto dela.
Skupaj sestavimo prezi o krogu in krožnici in našem delu, kot prikazuje Slika 4.

Slika 4: Prezi o krogu, skupinsko delo

Naloge sva z učiteljico tudi ovrednotili in ocenili vsakemu učencu posebej, čeprav so delali v skupini. Na oceno je vplival vložek vsakega učenca v skupini. Ocenjevali sva po kriterijih, ki so zapisani v naslednji tabeli, Slika 5.
Ta ocena predstavlja eno od ocen, ki je pridobljena drugače, torej ne s pisno nalogo ali z ustnim spraševanjem. Vsako leto pripravimo kakšno raziskavo (v 6. in 7. razredu v okviru obdelave podatkov), predstavitve učencev (v 8. razredu), sestavimo in izvedemo anketo (v 9. razredu), letos pa smo lahko dodali za pridobitev ocene na drugačen način še delo na učni poti.

KRITERIJI, PRAGOVI IN OPISI ZA PREVERJANJE IN OCENJEVANJE ZNANJA PRI MATEMATIKI

Ema Maver, Vesna Lešnik

1. VREDNOTENJE DELA NA UČNI POTI

Pri urah matematike v 6., 7., 8. in 9.r izvedemo UČNO POT, učenci dobijo naloge, seznanimo jih s kriteriji in nalogo oddajo na listih, učitelj jo oceni v 7 dneh – pri tem upošteva naslednje kriterije:

1.	Učenec prinese potrebne pripomočke (kot je naročeno)	1 t
2.	Zbiranje podatkov na terenu – zagnanost, spretnost… - Učenec je spreten pri merjenju, natančen, ni mu vseeno, kako bo opravil meritev …1t, - Takoj se loti dela, upošteva navodila, ne zavlačuje, je sodelovalen, ne prepisuje od sošolcev, ampak sam konstruktivno opravi svoj del naloge …1t.	2 t
3.	Uporaba ustreznih postopkov reševanja problemov, vnos podatkov: - Učenec (skupina) ve, kateri matematični problem se skriva v posamezni nalogi, poišče ali izmeri potrebne podatke, količine, jih pravilno vstavi v nalogo …po 1t za vsako zastavljeno nalogo.	4 t
4.	Ustreznost odgovorov na zastavljena vprašanja ob podanem problemu … po 1t za 2 pravilna odgovora	2 t
5.	Sodelovanje pri povzetku, izgled delovnega lista, zapisana refleksija.	1t
	skupaj možnih točk	10 t

Možno je pridobiti tudi po ½ ali po 1 točko. Skupaj 10 točk.

Kriterij:

0%-30%	*Nezadostno (1)*
31%-59%	*Zadostno (2)*
60%-79%	*Dobro (3)*
80%-89%	*Prav dobro (4)*
90%-100%	*Odlično (5)*

Slika 5: List s kriteriji za ocenjevanje

Za zadostno oceno je potrebno zbrati manj točk kot pri ustnem ali pisnem ocenjevanju znanja; za to smo se odločili zaradi spodbude učencem, ki imajo velike težave pri matematiki in težje pridobijo pozitivno oceno.
Kriterije smo določili po tehtnem premisleku in po nekajletnih izkušnjah z vrednotenjem na drug način opravljenih nalog pri pouku matematike.
Pri vrednotenju smo upoštevali, če so učenci prinesli pripomočke, ki smo jih naročili, in sledili ostalim pravočasno danim navodilom – to smo preverili že pred odhodom na teren. V kriterije smo vključili zagnanost za delo, spretnost pri meritvah, pripravljenost na konstruktivno pomoč in sodelovanje z drugimi učenci v skupini.
Osrednji del vrednotenja so vsebinski cilji: učenec prepozna problem, ki se skriva v nalogi, išče in meri potrebne podatke in uporabi pravilno mersko enoto za vsako količino. Podatke vnese v nalogo in uporabi ustrezni računski postopek. Učenec lahko uporabi žepno računalo.
Učenec je lahko prejel po pol točke za vsak pravilni odgovor. Pomembnejša sta nam bila tokrat pot in način reševanja kot sam odgovor.
Učenec je lahko dobil točko še za sodelovanje pri povzetku, ki smo ga opravili v razredu – v to točko je sodila tudi zapisana refleksija o takem načinu dela.

Zaključek
Takšno delo je zanimivo za učitelja in učence. Učenci so delali z veliko vnemo. V resnici smo dodali še nekatere naloge, med njimi je bila ena tudi zabavna.
Učenci so se v oddanih refleksijah na koncu svojih delovnih listov izrekli izredno pohvalno o tovrstnem delu.
Ker imamo možnost dela v naravi, bomo v bodoče večkrat šli po učnih poteh, in to v vseh razredih.
Res pa je, da lažje sestavimo naloge za delo na terenu iz geometrije kot iz aritmetike, še težje iz algebre.
Prihodnjič bo vsaka skupina sestavila svoj prezi (če bo tovrstna oblika predstavitve še aktualna).

Viri

1. Arsenijević, M. (2006): Model učne poti na primeru parka Rafut. Diplomsko delo, spletni naslov:
2. http://kt.ijs.si/markodebeljak/Supervisons/Mojca_Ars/DIPLOMA%20Mojca%20Arsenijevic%20MODEL%20UCNE%20POTI.pdf (15. 4. 2012)
3. Lešnik, V., Sodelovanje in fotografiji za delovni list.
4. www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2002/dira/nina/osnove.html. (15. 4. 2012)
5. www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2002/dira/jagodnik/html/uvod1.html. (15. 4. 2012)
6. www.pedagoska-obzorja.si/revija/Vsebine/povzetki/po08-2.html. (15. 4. 2012)
7. http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf. (15. 4. 2012)

LINEARNA FUNKCIJA IN UPORNOST VODNIKOV

Linear Function and Resistance of Conductors

Martina Omerzel, ŠC Celje, Srednja šola za kemijo, elektrotehniko in računalništvo

martina.omerzel@gmail.com

Povzetek

V šolah je motivacija velik problem, saj dijaki večkrat vprašajo, kje bodo obravnavane vsebine potrebovali (problem osmišljanja vsebin). V prispevku je predstavljena ena izmed učnih ur, katero sva pripravila s sodelavcem, ki poučuje modul izdelava osnovnih vezij, in sicer uporabo linearne funkcije za prikaz odvisnosti med upornostjo vodnikov od temperature. V razredu sva hkrati poučevala učitelj matematike in učitelj strokovnih predmetov. Prva polovica ure je bila namenjena linearni funkciji, predstavljeni s pomočjo Geogebre in interaktivne table, druga polovica ure je bila namenjena modulu izdelava osnovnih vezij in preverjanju v praksi. Dijaki so na ta način spoznali uporabnost linearne funkcije in tako lažje razumeli upornost vodnikov ter delali na interaktivni tabli in z Geogebro, kar je bila še dodatna motivacija.

Ključne besede: motivacija, timsko delo, IKT, praktična uporabnost.

Abstract

Motivating students for learning is a major problem in our schools, as students often ask where certain learning contents could be useful. The article presents one of the lessons, prepared in collaboration with a teacher colleague, who teaches a module of construction basic circuits, namely with using linear function to temperature-dependant resistance of a conductor. We were both active as teachers in the classroom - me as a mathematics teacher and he as a teacher of technical subjects. The first half of the lesson dealt with linear function, presented with the help of Geogebra and interactive whiteboard. The second half was devoted to module of construction basic circuits and verification in practice. Students learnt about usefulness of linear function and therefore understood the resistance of conductors more easily. Working with interactive whiteboard and Geogebra was an additional motivation for students.

Keywords: motivation, team work, ICT, practical application.

Uvod

V srednjem tehniškem in poklicnem izobraževanju je dijake težko motivirati, da bi sledili pouku. Dijaki sprašujejo, kako bodo določene matematične vsebine uporabljali in če jim navedem samo nekaj primerov praktične uporabe, ni dovolj. Najbolje je, če lahko matematične vsebine prenesemo v strokovne predmete. To so razlogi, da se učitelji poskušamo povezovati in teorijo čim prej prenesti v prakso. Predstavila bom primer učne ure, katere cilj je bil znati uporabiti linearno funkcijo pri modulu izdelava osnovnih vezij, ki je v učnem načrtu predvidena proti koncu 1. letnika (smer elektrotehnik). Dijaki so že poznali linearno funkcijo, zato smo jo samo ponovili.

Linearna funkcija

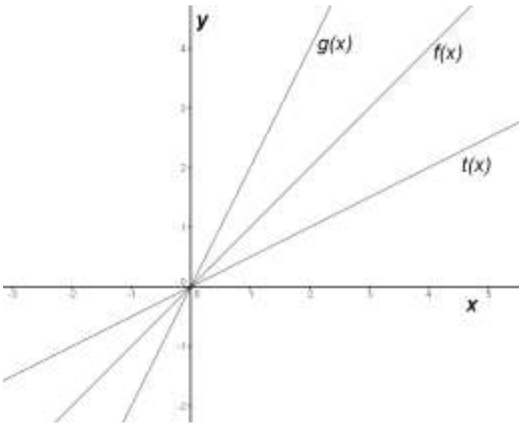
Graf linearne funkcije

V isti koordinatni sistem smo narisali

$f(x) = x$

$g(x) = 2x$

$t(x) = \frac{1}{2}x$

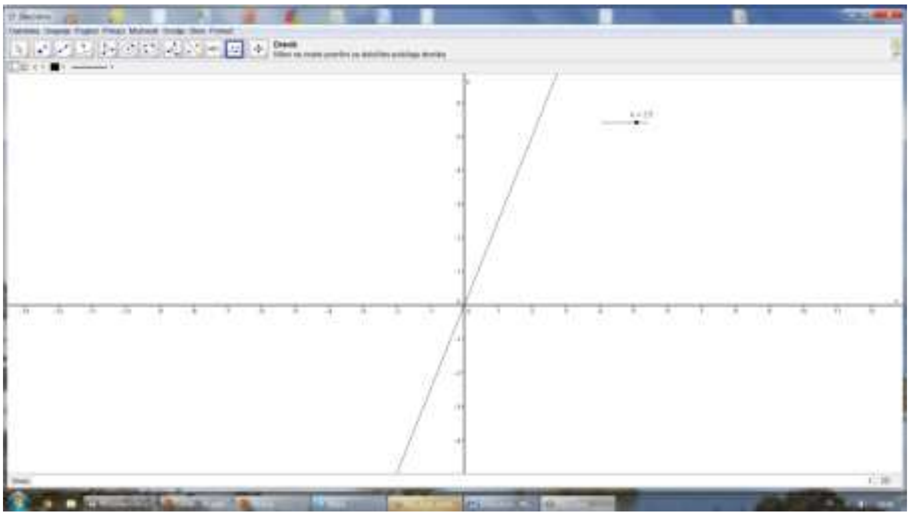


Slika 1: Grafi funkcij

Med seboj smo primerjali koeficiente in ugotovili, da je tista premica, ki ima večji smerni koeficient, bolj strma. Zapisali smo splošno enačbo $f(x) = kx$.
Dijaki so risali samostojno, nekateri so potrebovali mojo pomoč, lahko pa so se posvetovali s sošolcem.

Animacija

Z uporabo računalniškega programa Geogebra smo pripravili animacijo pomena smernega koeficienta. Eden izmed dijakov je na računalniku pripravil animacijo, ki jo je prikazal na interaktivni tabli.



Slika 2: Pomen smernega koeficienta

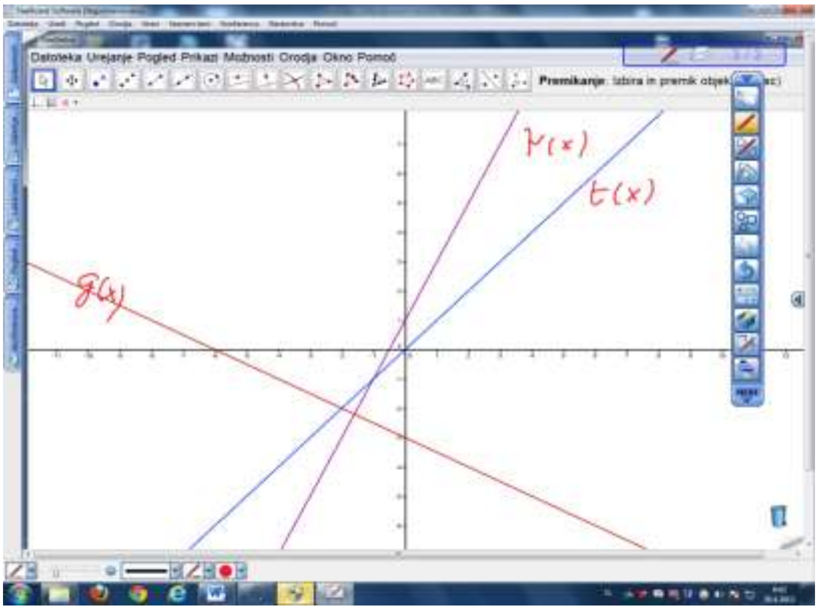
Pomen začetne vrednosti
V isti koordinatni sistem smo narisali

$f(x) = 2x + 1$

$g(x) = -\frac{1}{2}x - 3$

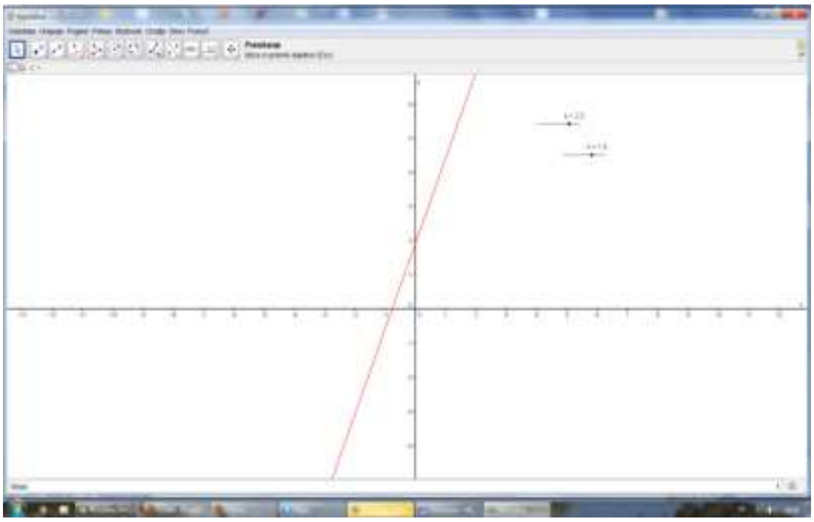
$t(x) = x$

Grafe funkcij sem narisala s pomočjo Geogebre, vendar jih nisem poimenovala. To je storil eden izmed dijakov.



Slika 3: Grafi linearne funkcije

Animacija vloge smernega koeficienta in začetne vrednosti
Dijak je ustvaril animacijo in z njeno pomočjo smo skupaj pogledali vlogo smernega koeficienta in začetne vrednosti. Animacijo smo ustavili tam, kjer sta vrednosti menjali predznak.



Slika 4: Animacija za vlogo *k* in *n*

Po matematičnem uvodu sva se zamenjala z učiteljem strokovnih predmetov.

Odvisnost upornosti vodnikov od temperature

Poskus

Učitelj strokovnih predmetov je najprej pokazal preprost poskus, pri katerem je dobro vidna sprememba upornosti pri povišanju temperature. Najprej je izmeril temperaturo v razredu, ki je bila $22^{\circ}\mathrm{C}$, nato je na uporu zvišal temperaturo, in sicer tako, da je upor grel z roko.

Slika 5: Temperatura v razredu

Slika 6: Temperatura po gretju

Nato je učitelj merilno območje nastavil za merjenje upornosti. Merilnik je pri nižji temperaturi pokazal višjo upornost kot pri višji. Pri tej snovi upornost s temperaturo pada.

Slika 7: Upornost pri $22^{\circ}C$

Slika 8: Upornost pri višji temperaturi

Nekaj dijakov je preizkusilo, kako se upornost spreminja. Poskus so naredili z vodniki iz različnih snovi (železo, volfram, aluminij). Poskušali so ugotoviti, katera snov ima večjo upornost, nato pa so ugotavljali, kako se upornost spreminja s spremembo temperature. Hitro so ugotovili, da velja zveza

$$\Delta \boldsymbol{R} = \boldsymbol{R_{20}} \cdot \Delta \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{\alpha}$$

Sprememba upornosti zaradi spremembe temperature je premo sorazmerna z upornostjo pri 20 ºC.

To je samo sprememba upornosti, toda z učiteljevim vodenjem so izpeljali formulo za izračun upornosti vodnika pri poljubni temperaturi:

$$R_{\vartheta} = R_{20} + \Delta R$$

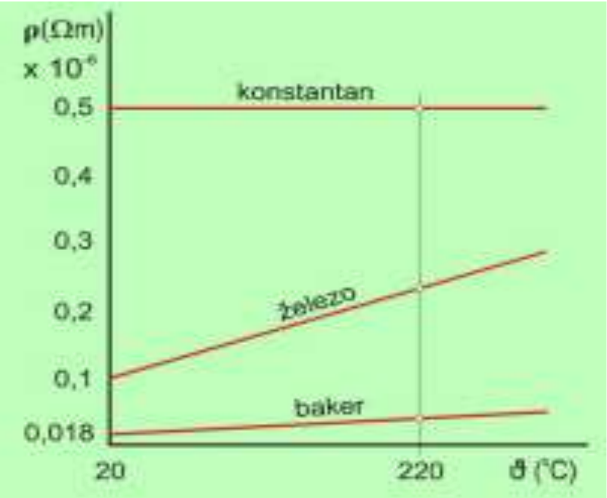
Učitelj jim je z interaktivnim gradivom podal tabelo koeficientov upornosti posameznih snovi.

Snov	**α**(K⁻¹)
železo	+ 0,0065
wolfram	+ 0,0044
aluminij	+ 0,0040
baker	+ 0,0039
srebro	+ 0,0038
platina	+ 0,0031
Zlitine	
medenina	+ 0,0016
nikelin	+ 0,00023
manganin	+ 0,00001
konstantan	± 0,00001
grafit	- 0,0013
oglje	- 0,0004

Tabela1: Temperaturni koeficienti snovi
(http://eoet1.evsebine.com/material/eOet1_02_04_01_04-2.html)

Grafični prikaz upornosti

Upornost v odvisnosti od temperature smo grafično prikazali. V tem delu ure sva sodelovala oba učitelja. Poiskali smo povezavo med linearno funkcijo $f(x) = kx + n$ in specifično upornostjo vodnika pri poljubni temperaturi $R_{\vartheta} = R_{20}$+ΔR. Upornost smo grafično prikazali za tri snovi: konstantan, železo in baker.
Na osnovi večletnih izkušenj poučevanja in na podlagi medsebojne komunikacije med učitelji strokovnih predmetov in matematiki ugotavljamo, da imajo dijaki težave pri povezovanju matematičnih znanj z znanji v stroki, ki so posledica nepovezanosti med predmeti. Še enkrat sem dijakom pokazala grafe začetka ure, učitelj strokovnih predmetov pa je pokazal graf odvisnosti specifične upornosti od spremembe temperature. Vprašala sva jih, če vidijo kakšno povezavo. Večina je opazila grafe linearnih funkcij, ki najpogosteje naraščajo. Naraščanje so hitro povezali z naraščanjem upornosti s temperaturo. Prepoznali so tudi konstantno vrednost, ki so jo takoj povezali s konstantanom in ugotovili, zakaj se tako imenuje. Potem sva jih vprašala po razlikah. Takoj so opazili oznake osi in uspeli povezati matematiko in stroko.



Slika 9: Grafični prikaz specifične upornosti v odvisnosti od temperature
(http://eoet1.evsebine.com/material/inc/02_04_01_04/slika_2-4-1-4-2_2.html)

Najtežji del pri risanju grafov je bil tudi za naju s kolegom pojasniti enote na abscisni osi. Pri matematiki je vedno x os razdeljena na enake enote, pri osnovah elektrotehnike se začne z 20 in se ne označi, kolikšna je enota, in potem je nekje označeno 220. Učitelj je pojasnil, da začnejo meriti upornost pri $20^{\circ}C$, ker je to temperatura, s katero se pri izdelavi osnovnih vezij vse računa in se imenuje sobna temperatura.

Zaključek

Učna ura je dosegla svoj namen, kajti dijaki so bili motivirani za delo. Ustrezalo jim je, da sva bila v razredu dva učitelja, kajti na njihova vprašanja so dobili odgovor iz dveh različnih zornih kotov. Ustrezala jim je dinamična ura z uporabo IKT- tehnologije. S sodelavcem Bojanom Šusterjem sva izpeljala še nekaj takšnih ur.

Če primerjam svoje poučevanje pred leti s sedanjim, je sedaj drugačno zaradi možnosti uporabe IKT-tehnologije. Poskušam pripraviti ali najti čim več animacij, ki jih uporabim za motivacijo na začetku ure ali pa da dijakom prikažem zaključek nekega razmišljanja. Ugotovila sem, da frontalni pouk nima zadostnega učinka, zato poskušam (kolikor se da) delati individualno ali v dvojicah. V naslednjih letih bom poskušala dijake še bolj usmeriti v uporabo tehnologije na strokovnem področju in kvalitetno komunikacijo v spletni učilnici.

Viri

1. http://eoet1.evsebine.com/material/eOet1_02_04_01_04-2.html (15. 05. 2012).
2. http://eoet1.evsebine.com/material/inc/02_04_01_04/slika_2-4-1-4-2_2.html (16. 05. 2012)
3. Kavka, D. (2003): Matematika za poklicno maturo. Modrijan, Ljubljana.
4. Žalar, Z. (2002): Osnove elektrotehnike 1. Tehniška založba Slovenje, Ljubljana.
5. http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/Ssi/KZ-IK/KZ_MAT_SSI_383_408.pdf (16. 05. 2012).

Z I-TABLO IN E-GRADIVI V SPLETNI UČILNICI DO BOLJŠIH MATEMATIČNIH PREDSTAV V 1. TRILETJU

IWB and e-materials in e-learning Environment for Better Mathematical Conceptions in the First Cycle of Primary School

Magdalena Doberšek, Mateja Pintar, Suzana Plemenitaš-Centrih, OŠ Dobje

magdalena.dobersek@gmail.com, pintarmateja1@gmail.com, suzana.plc@gmail.com

Povzetek

I-tabla in e-gradiva so pripomočki, brez katerih si sodobnega pouka tudi v 1. triletju ne znamo več predstavljati, zato jih v OŠ Dobje redno vključujemo v pouk matematike. Prav tako so postale spletne učilnice čisto enostavna, koristna in vsakdanja stvar pri pouku in pri delu doma tako za najmlajše učence kot tudi za njihove starše.

Ker so vsebine pri matematiki abstraktne in hierarhično zgrajene, jih je potrebno zaradi boljše predstavljivosti razvijati najprej na konkretnih primerih v razredu.

Preko I-table in e-gradiv ne moremo izvajati konkretnih dejavnosti pri pouku. Omogočajo pa boljše slikovne predstave otrok. Otroci po predhodnem konkretnem delu v razredu rešujejo interaktivne vaje v šoli in nato doma in tako preko slikovnega gradiva z lahkoto drseče prehajajo na abstraktni nivo mišljenja.

I-tabla ne ponuja samo frontalnega dela. Z izbiro različnih metod poučevanja omogoča tudi individualizirano delo, delo v parih in delo v manjših skupinah.

E-gradiva, ki so prosto dostopna in po pregledu tima učiteljic tudi primerna za uporabo v 1. triletju, imamo v spletnih učilnicah. Delo z gradivi v spletni učilnici predstavimo najprej staršem in poudarimo, da omogočajo vsakemu učencu individualni napredek, zato jih učenci radi rešujejo tako doma kot tudi v šoli, njihovo znanje pa je zaradi tega bolj utrjeno.

Ključne besede: I-tabla, e-gradiva, spletna učilnica, slikovne predstave, matematika v 1. triletju.

Abstract

Interactive whiteboard and E-materials are tools without which we cannot imagine modern class teaching in the first cycle of primary school. That is why we regularly include them into mathematics lessons in Dobje Primary School. Electronic classrooms have also become easy to use, useful and everyday aid when working in the classroom and at home for the youngest pupils and for their parents likewise.

Since mathematical content is abstract and hierarchical built it has to be developed first on concrete examples in the classroom. Through the use of interactive whiteboards and e-materials we cannot carry out concrete lesson activities, but they can provide better visual presentation for pupils. After concrete work in the classroom pupils work on interactive examples at school and then at home and so through images easily and fluently pass onto abstract level of thinking.

Interactive whiteboard does not offer just frontal work. By selecting different teaching methods it can provide individual work, work in pairs and work in small groups.

E-materials, which are available for free on-line and checked up by team teachers of the first cycle of primary school, can be found in our electronic classroom. First work with materials in electronic classroom is presented to parents and it is stressed that those materials enable individual progress of each pupil, for that reason pupils like to do them at home and at school and therefore their knowledge is more strengthened.

Key words: interactive whiteboard, E-materials, electronic classroom, images, mathematics in the first cycle of primary school.

Uvod

Matematika je drugačna kot ostali predmeti. Vsebine so abstraktne in hierarhično zgrajene, zato jih je potrebno zaradi boljše predstavljivosti razvijati najprej na konkretnih primerih, saj so otroci od 6. do 11. leta (Piaget, 1896-1980, povz. po Marjanovič Umek, 2004) na razvojni stopnji konkretno operativnega mišljenja. Njihovo mišljenje je logično in fleksibilno, vendar si morajo pomagati s predstavljanjem konkretnih situacij. Ko otroci izvajajo konkretne dejavnosti, tudi razmišljajo. Konkretne dejavnosti jim olajšajo razmišljanje. Izkušnjo, ki jo s tem otroci pridobijo, poskušamo aktivirati na višjem abstrakcijskem nivoju.
Da bi otroci v 1. triletju pri oblikovanju matematičnih pojmov lažje prešli iz konkretne ravni na slikovno in nato na simbolno raven mišljenja, po dovolj dolgi konkretno-izkustveni dejavnosti uporabljamo pri pouku kot pripomoček i-tablo, v spletni učilnici pa zberemo e-gradiva, ki so primerna otrokovemu razvoju in sovpadajo s temami v učnem načrtu.
Preko I-table in e-gradiv ne izvajamo konkretnih dejavnosti pri pouku. Omogočajo pa boljše slikovne predstave otrok. Otroci po predhodnem konkretnem delu v razredu rešujejo interaktivne vaje in tako preko predhodno konkretnega dela v razredu in slikovnega v računalniški učilnici z lahkoto drseče prehajajo na abstraktni nivo mišljenja.
Prezreti ne smemo tudi dejstva, da učenci v 1. triletju ne tvorijo homogene skupine. Predvsem v 1. razredu so med njimi velike individualne razlike v predznanju, lastnostih in sposobnostih Pri našem delu se zavedamo, da mora pouk upoštevati vse te razlike ter vsem omogočiti, da dosežejo največ, kar zmorejo. Ravno zaradi upoštevanja vseh teh razlik lahko trdimo, da je I-tabla zelo dober pripomoček pri pouku. Z izbiro različnih metod poučevanja omogoča poleg frontalnega tudi individualizirano delo. E-gradiva, ki so prosto dostopna, najuporabnejša imamo tudi v spletni učilnici, pa omogočajo učencem individualni napredek tako doma kot v šoli in nam pomagajo, da učenci kar najbolje premagujejo individualne razlike.

Uporaba e-gradiv v 1. triletju

Dokazano je, da učenci v 1. triletju radi in veliko uporabljajo računalnik pri pouku. V zadnjih letih so se začela pojavljati nova e-gradiva, ki so učiteljem in učencem dostopna preko spleta. Gradiva so didaktično dodelana in primerna za delo pri pouku v 1. triletju, niso pa sistematično urejena in učitelj je prepuščen lastni iznajdljivosti, kako gradiva najti, jih pregledati in ugotoviti, ali so primerna za delo pri pouku. Ko jih učitelj ovrednoti kot primerna za delo pri pouku, sledi načrtovanje, kako e-gradivo vključiti v pouk in ga preizkusiti z učenci.

Zbiranje primernih gradiv za prvo triletje

Tako smo učiteljice na OŠ Dobje načrtno iskale e-gradiva, ki bi bila primerna za uporabo pri pouku v 1. triletju. Pri vsakem e-gradivu smo preverjale:

- če je e-gradivo uporabno (ali dosegamo z njim vzgojno-izobraževalne cilje, ima gradivo več zahtevnostnih ravni),
- ali je e-gradivo hitro dosegljivo,
- so informacije točne,
- je e-gradivo primerno za starostno stopnjo naših učencev,
- izgled e-gradiva.

E-gradiva smo iskale za vsa predmetna področja - od slovenščine do športne vzgoje. Pri matematiki smo zbrale naslednja e-gradiva, ki so se nam zdela uporabna:

Matematika:

- E-um: http://www.e-um.si/
- Interaktivne vaje – Matematika za 1. in 2. triletje: http://www2.arnes.si/~osljjk6/02_osnova/predmeti_meni/matematika_meni.htm
- Župca: http://www.zupca.net/
- Lefo – hitro in zanesljivo računanje: http://sl.lefo.net/en/news.html
- dežela Lilibi: www.lilibi.si/
- Spletna vadnica Moja matematika: http://moja-matematika.si/

Postavitev e-gradiv v spletno učilnico

Ko so bila e-gradiva zbrana, se je porajalo vprašanje, kam gradiva shraniti, da bi bila v vsakem trenutku lahko dostopna učencem. Učencem 1. triletja namreč ne moreš na listu razdeliti spletnih naslovov in od njih zahtevati, da jih prepišejo in tako poiščejo spletno stran.

Ker imamo na spletni strani naše šole (OŠ Dobje http://www.osdobje.si/) postavljeno spletno učilnico (http://www.osdobje.si/ucilnica/), smo se odločile, da vsa gradiva sistematično po razredih in predmetih v 1. triletju shranimo v spletno učilnico in učencem pri pouku pokažemo, kako priti do gradiv.

Pri vpisu učencev v spletno učilnico je prišlo do problema, saj vsi učenci še niso imeli svojega elektronskega naslova. Za pomoč smo poprosile starše. Obvestile smo jih, da njihovi učenci potrebujejo elektronski naslov za vpis v spletno učilnico, v kateri bodo zbrane zanimive spletne povezave do strani, na katerih lahko njihovi otroci utrjujejo znanje. Starše smo istočasno povabile na roditeljski sestanek, na katerem smo jim prikazale praktičen primer uporabe spletne učilnice.

Seznanitev staršev s spletno učilnico in varna raba interneta

Starši so se sestanka udeležili v velikem številu. Najprej smo se ob ogledu spletne strani safe.si pogovorili o varni rabi interneta, nato smo skupaj po predmetnih področjih pregledali e-gradiva v spletni učilnici. Za vsako e-gradivo smo jim povedale, kdaj in kako lahko njihovi otroci doma uporabljajo gradiva in kje je povezava z vzgojno izobraževalnimi cilji. S starši smo se dogovorili, da bodo imeli njihovi otroci včasih za domačo nalogo namesto zapisa na list ali v zvezek kar delo preko spleta. Starši so bili nad uporabo spletne učilnice in gradiv v njej navdušeni, po roditeljskem sestanku so učenci doma skupaj s starši velikokrat uporabljali različna e-gradiva.

Delo z e-gradivi pri pouku

Tudi pri pouku delo načrtujemo tako, da smo vsaj enkrat tedensko v računalniški učilnici in tam nadgrajujemo znanje z uporabo e-gradiv. Učenci prihajajo vedno znova navdušeni iz računalniške učilnice, saj jim je zanimivejše in privlačnejše, še vedno povedo, da imajo občutek, kot da se igrajo, čeprav se njihova učinkovitost reševanja različnih nalog po naših opazovanjih in beleženju skoraj podvoji.

Veliko uspešnejši so tudi učenci, ki imajo učne težave, zato so e-gradiva primerna tudi za delo pri dopolnilnem pouku ali za individualizirano delo v računalniškem kotičku pri pouku v razredu.

Matematični učbeniki in delovni zvezki medpredmetne serije lili in bine v elektronski obliki

Za učinkovito rabo učbenikov in delovnih zvezkov v elektronski obliki se je bilo potrebno dodobra seznaniti s samim delovanjem, šele nato smo lahko pričele z vključevanjem le teh v pouk. Omogočili so nam nazornejšo predstavitev vsebin, dodajanje številnih dokumentov k posameznim stranem oz. vsebinam, povezave na druge spletne strani, shranjevanje opomb, povezave na posamezne naloge Dežele Lilibi, povečavo potrebnih delov vsebin, pisanje, označevanje z rabo pisal, brisanje,…, dodajanje besedil ter dodatnih nalog.

E- gradiva v deželi Lilibi
Izbrana e-gradiva imajo veliko slikovnega materiala. Vključeni so zvoki, animacije, kar učence dodobra motivira in z navdušenjem »igrajo« te didaktične igre. Jasna zvočna navodila so učencem v pomoč tudi, kadar se samostojno lotijo nalog in še ne znajo brati.
E- gradiva smo vključevale v različne faze učnega procesa:

- podajanje nove učne snovi,
- uvodna motivacija,
- ponavljanje in utrjevanje učne snovi,
- vključevanje diferenciacije.

Učenci so se tudi doma skupaj s svojimi starši precej pogosto lotili reševanja in igranja didaktičnih e-gradiv. Tako so vadili, urili in utrjevali učno snov.

Uporaba prve slovenske spletne vadnice za matematiko »Moja matematika«
Z učenci 3. razreda smo v tem šolskem letu preizkusili prvo slovensko spletno vadnico za matematiko Moja matematika.
<u>Zakaj smo se odločili za uporabo spletne vadnice?</u>

- v spletni vadnici za 3. razred je 250 interaktivnih matematičnih nalog
- enostaven dostop do vadnice z registracijo uporabnikov
- učenci jo lahko uporabljajo doma in v šoli
- spodbuja redno delo
- omogoča diferencirano delo
- učencem daje povratno informacijo o pravilnosti reševanja
- učitelji lahko spremljamo in usmerjamo delo svojih učencev
- učencem je uporaba spletne vadnice zanimiva, tekmovanje med učenci jim je dodatna spodbuda za delo
- brezplačna uporaba do konca šolskega leta

<u>Kako do spletne vadnice?</u>
Dostop do spletne vadnice najdemo na sledečem spletnem naslovu
http://vadnica.moja-matematika.si
Za prijavo sem potrebovala imena in priimke učencev, ki sem jih vpisala v rubriko vpis učencev. Nato sem te podatke poslala na info@moja-matematika.si .
Po e-pošti sem v enem dnevu prejela dostop z gesli in lahko smo začeli z uporabo spletne vadnice.
<u>Kaj ponuja spletna vadnica?</u>
Spletna vadnica ponuja 250 interaktivnih nalog s področja geometrije in merjenja, aritmetike in algebre ter drugih vsebin. Poleg reševanja nalog ponuja reševanje testov. Učenci lahko ob reševanju nalog spremljajo doseganje učnih ciljev iz učnega načrta ter tako izboljšujejo nivo svojega znanja.
<u>Uporaba spletne vadnice</u>
Uporaba spletne vadnice je zelo enostavna. Učenci so to obliko dela sprejeli zelo pozitivno in z uporabo niso imeli nobenih težav. V šoli smo spletno vadnico uporabljali pri pouku matematike in pri dopolnilnem pouku. Učenci so spletno vadnico uporabljali v večini

doma. V šoli smo redno preverjali uspešnost reševanja ter dosežene točke posameznih učencev.

Vrednotenje e-gradiv

Ko smo učiteljice analizirale svoja opažanja o primernosti uporabe e-gradiv, ki jih imamo v spletni učilnici naše šole, smo ugotovile naslednje:

- Pri matematiki je zelo uporaben e-um v vseh treh razredih. Čeprav večina učencev v 1. razredu še ne bere, lahko učiteljica frontalno vodi učence čez naloge. Otroci so za delo v računalniški učilnici ob omenjenem programu izredno motivirani in aktivni skozi celo šolsko uro in to kljub temu, da je delo v večini primerov frontalno.
- V 3. razredu so primerne tudi vaje iz poštevanke, ki jih najdemo na Župcini strani, učenci pa se lahko preizkušajo tudi v hitrem računanju, ki ga ponuja Lefo.
- Spletna vadnica Moja matematika se je izkazala kot zelo enostavna, saj ponuja ogromno vaj za utrjevanje znanja matematičnih vsebin čez celo šolsko leto.
- Matematična gradiva v deželi Lilibi so uporabna tako pri motivaciji, uvajanju nove snovi, ponavljanju in utrjevanju.

Uporaba i-table v 1. triletju

I-tabla je sodoben IKT pripomoček, ki je v 1. triletju zelo uporaben. Ker delo z i-tablo narekuje frontalno obliko dela, jo uporabljamo pri urah matematike največ dvajset minut. Pri tem sestavljamo naloge na takšen način, da se sama frontalnost pouka razblini tako, da povečamo frekvenco izvedbe vaj.

I-tabla se je pri našem delu izkazala kot zelo dober pripomoček pri razvijanju matematičnih predstav. Seveda pa zahteva opisana oblika dela veliko dodatnega skupnega načrtovanja in skrbno pripravo individualiziranih nalog. Vsako uro matematike zagotovo ni smiselno izvesti z i-tablo.

S pomočjo i-table dosežemo, da so učenci v 1. triletju po konkretnih dejavnostih v razredu drseče in brez problema prehajajo na slikovno raven, tisti sposobnejši pa z dodatnimi nalogami (tudi s pomočjo i-table) na simbolno raven reševanja matematičnih pojmov.

Zaključek

Učitelj je pri svojem delu primoran iskati vedno nova e-gradiva in jih redno uporabljati pri pouku. Učenci so za delo v računalniški učilnici zelo motivirani. Naloge preko spleta radi rešujejo, saj so e-gradiva didaktično izpopolnjena in zanimiva, delo v računalniški učilnici z miško pa je za učence še vedno privlačnejše kot delo v klasični učilnici z zvezkom in svinčnikom. Zaradi visoke motiviranosti so učenci pri delu bolj zbrani. Ugotavljamo, da naloge rešujejo hitreje, posledica vsega pa je več rešenih nalog ter hitreje in velikokrat bolje osvojeno znanje.

Viri:

<u>Knjižni viri:</u>

1. Brečko, B., Vehovar, V. (2008): Informacijsko-komunikacijska tehnologija pri učenju in poučevanju v slovenskih šolah. Ljubljana, Pedagoški inštitut..
2. Hodnik Čadež, T. in Filipčič, T. (2003): Model integracije gibanja in matematičnih vsebin v zgodnjem šolskem obdobju. Matematika v šoli*, X-1,2,* str. 3–13.
3. Kmetič, S. (1994): Izgradnja matematičnega znanja. *Educa,* IV–3, str. 133–150.
4. Kmetič, S. (1996): Naravna števila. *Educa, V-5*, str. 273-280.
5. Marentič Požarnik, B. (2000): Psihologija učenja in pouka. DZS, Ljubljana.
6. Marjanovič Umek, L., idr. (2004): Razvojna psihologija*.* Znanstvenoraziskovalni inštitut Filozofske fakultete, Ljubljana.

7. Piciga, D. (1995): Od razvojne psihologije k drugačnemu učenju in poučevanju. Educa, Nova Gorica.
8. Marjanovič Umek, L., idr. (2011): Lili in Bine - priročnik za poučevanje in medpredmetno povezovanje v prvem triletju. Rokus, Ljubljana.

Elektronski viri:

1. Kmetič, S. (brez letnice), Pridobljeno 13. 1. 2011, iz: http://www.sodobna-pedagogika.net/index.php?option=com_content&task=view&id=1103&Itemid=53&lang=en.
2. Plemenitaš-Centrih, S: Uporaba e- gradiv v 1. triletju, iz: http://www.sirikt.si/slo/sirikt2009/kratke_predstavitve/suzana_plemenitas_centrih.html.
3. Plemenitaš-Centrih, S., Tovornik, M.: Z i-tablo do boljših matematičnih predstav v 1. razredu, iz: http://prispevki.sirikt.si/datoteke/sirikt2011_zbornik.pdf.

UVAJANJE NOVOSTI IZ UČNIH NAČRTOV IN KATALOGOV ZNANJA

mag. Sonja Rajh, Zavod RS za šolstvo, OE Murska Sobota

sonja.rajh@zrss.si

Posodobljeni učni načrt za matematiko smo v vseh osnovnih šolah po Sloveniji začeli uvajati s 1., 4. in 7. razredom v šolskem letu 2011/12. V šolskem letu 2012/13 bomo s prenovo nadaljevali v 2., 5. in 8. razredu, v šolskem letu 2013/14 pa bomo po posodobljenem učnem načrtu poučevali v vseh razredih osnovne šole. Učitelji so se že od leta 2008 intenzivno seznanjali z novostmi, ki jih prinaša posodobljeni učni načrt v osnovni šoli, in se pripravljali na poučevanje »po novem«.
V svojih prispevkih so zapisali, kako in katere novosti iz učnih načrtov so uspešno uvedli ter opisali primere iz svojih praks.

Učitelji razrednega pouka so opisali uvajanje reševanja matematičnih problemov in problemov z življenjskimi situacijami, razvijanje različnih možnosti in pristopov k problemskemu pouku, povezovanje znanja znotraj matematike in med predmeti ter uvajanje bralnih učnih strategij.
Učitelji matematike, ki poučujejo na predmetni stopnji, so v prispevkih predstavili, kako s pomočjo vzorcev učence navajajo na posploševanje in zapis algebrskega pravila. Učenci so raziskovali, iskali zakonitosti, vzorce, pravila in posplošitve zapisovali s »svojimi besedami« ter s pomočjo algebrskega zapisa. Matematična pravila in lepoto matematike so našli v vsakdanjem življenju, tudi v plesu, igrah, naravi, arhitekturi, celo na pisemskih ovojnicah. Matematiko so uspešno povezovali tudi z drugimi predmeti – z likovnim poukom pri barvanju rozete, s fiziko in kemijo pri iskanju odvisnosti, pa tudi s slovenščino pri izdelavi seminarske naloge in pri predstavitvi svojih ugotovitev. Kot pripomoček pri raziskovanju in reševanju problemov uspešno uporabljajo žepno računalo in različne računalniške programe (GeoGebra, Excel …).

Po novem Učnem načrtu za gimnazijo iz leta 2008 (ki se je začel uvajati s šol. l. 2008/09) imajo pomembno vlogo medpredmetno povezovanje, matematično modeliranje oz. problemska znanja in uporaba IKT.
V prispevkih so učitelji opisali primere uvajanja situacij iz vsakdanjega življenja v matematiko in medpredmetno povezovanje (npr. s športno vzgojo, kjer so dijaki lahko statistično obdelali podatke, ki so jih sami dosegli pri športni vzgoji.)
Tudi v srednjih strokovnih in poklicnih šolah so se v zadnjih letih prenovili katalogi znanja. Zaradi tega učitelji na teh šolah v pouk smiselno uvajajo IKT, povezujejo matematiko s stroko in z drugimi predmeti ter razvijajo ključne kompetence.
Učitelji so v prispevkih opisali učne situacije iz poklicnega in vsakdanjega življenja, v katerih smiselno uporabljajo IKT ter matematično modeliranje. Zapisali so tudi primere vrednotenja matematičnega znanja in spretnosti ter opisali vpliv sprememb poklicne mature na pouk matematike. Opisan je tudi primer timske izvedbe eksperimentalne vaje, pri kateri sta se medpredmetno povezali učiteljici matematike in elektrotehnike v računalništvu.

Naj vam bodo predstavljeni primeri iz tematskega sklopa Uvajanje novosti iz učnih načrtov in katalogov znanja v spodbudo pri iskanju lastnih poti za dvig kakovosti pouka.

PROBLEMSKO NARAVNAN POUK V PRVEM RAZREDU OSNOVNE ŠOLE

Problem Based Learning in Grade 1 of Primary School

Karmen Zadravec, OŠ Franceta Prešerna Črenšovci

karmen.zadravec@gmail.com

Povzetek

S posodobljenim učnim načrtom za matematiko v osnovni šoli smo pri temi Druge vsebine pridobili nov sklop, in sicer Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami. V okviru medpredmetne razvojne skupine za naravoslovje in matematiko pod okriljem ZRSŠ razvijamo različne možnosti in pristope pri uresničevanju ciljev omenjenega sklopa. Problemski pouk je ena izmed učnih strategij učenja, ki predstavlja najvišjo obliko poučevanja in učenja. Z njo lahko že v prvem razredu osnovne šole razvijamo miselne aktivnosti in višje ravni znanja. Problemske situacije, ki so vzete iz življenja otrok, kot je npr. odhod učencev v šolo v naravi, spodbujajo notranjo motivacijo in osmišljajo matematično vsebino. Skozi faze problemskega pouka se učence vodi do iskanja ustreznega odgovora na problemsko vprašanje. Rezultati takšnega pristopa kažejo, da so učenci zmožni usvojiti vsebino predstavitev množic in Carrollov prikaz ob vodenem delu z lastnimi idejami in miselnimi aktivnostmi, pri tem pa je tako usvojeno znanje trajnejše in učenci ga znajo uporabiti v novih situacijah.

Ključne besede: problemski pouk, prvi razred, motivacija, aktivno učenje, trajnejše znanje.

Abstract

The updated curriculum for mathematics in primary school added a new unit called Mathematics problems and problems with life situations to the section Other content. The cross-curricular development group for the natural sciences and mathematics under the guidance of the National Education Institute is developing a variety of options and approaches for achieving the objectives set above. Problem teaching is one of the teaching learning strategies, which represents the highest form of teaching and learning. It can be used in grade 1 of primary school in order to develop mental activities and higher level skills. Problem situations, which are taken from the children's lives, for instance the pupils' departure to school in nature, encourage self-motivation and make mathematical content sensible. Through the stages of problem learning the students are lead to seek an appropriate answer to the problem question. The results of this approach suggest that students are able to assimilate the content of Presentation of masses and Carroll's demonstration, if the work is lead by their own ideas and mental activities. The knowledge acquired in this way is more constant and students are able to use it in new situations.

Key words: problem teaching, the first class, motivation, active learning, sustainable knowledge.

Učni načrt in uvajanje novosti

Pouka brez matematike si v šoli in življenju nasploh ne moremo predstavljati. Z njo se srečujemo na večini področij človekovega življenja in ustvarjanja. Zato je prav, da smo s posodobljenim učnim načrtom za matematiko v osnovni šoli pri temi Druge vsebine pridobili nov sklop Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami. Učenci naj bi med osnovnošolskim izobraževanjem razvili tiste kompetence, ki vodijo k sposobnostim za stalno učenje. Matematična kompetenca je sposobnost uporabe matematičnega načina razmišljanja za reševanje različnih matematičnih problemov in problemov iz vsakdanjega življenja. Učitelji z izbiro primernih dejavnosti poskrbimo, da so v procese reševanja vključeni razmišljanje, sklepanje, izpeljevanje ugotovitev idr. (Učni načrt, 2011: 5).

V okviru medpredmetne razvojne skupine za naravoslovje in matematiko pod okriljem ZRSŠ razvijamo različne možnosti in pristope pri uresničevanju ciljev zgoraj omenjenega sklopa. Skozi prakso lahko vedno znova potrdimo, kar poudarja Strmčnik (2001), da je problemski pouk ena izmed učnih strategij, ki predstavlja najvišjo obliko poučevanja in učenja.

Problemski pouk

Problemski pouk je v naših šolah bolj poznan kot metoda reševanja problemov, ustvarjalni pouk ali raziskovalna metoda (Cencič, 1991). Požarnikova navaja, da gre pri reševanju problemov za učenje s samostojnim odkrivanjem (Požarnik, 2000). Zanj pa so značilne še aktivne oblike dela, miselna aktivnost učencev, usvajanje višjih ravni znanja in osmišljanje vsebin.

Učenje po tej metodi temelji na problemski situaciji oz. nalogi, ki izzove miselne procese. Učenci z lastno miselno aktivnostjo in po lastni spoznavni poti ter tempu pridejo do rešitve problema in tako do novega znanja. V šolskem prostoru imenujemo "problem" kot problemsko situacijo, problemsko nalogo ali zgolj problemsko vprašanje, ki je za učence novo in ga ne morejo rešiti na osnovi spomina, osebnih izkušenj in znanj. Do rešitve pridejo z miselnimi postopki: induktivnim sklepanjem, deduktivnim sklepanjem, analognim sklepanjem ter intuitivnim sklepanjem.

Učenci si z lastno aktivnostjo razvijajo divergentno in konvergentno mišljenje, ustvarjalnost, kritičnost, spoznavajo modele oz. strategije reševanja, se preizkušajo v načrtovanju (Cencič, 1991).

Faze reševanja problema

Postopno reševanje problema po vnaprej določenih fazah imenujemo tudi algoritmično reševanje. Algoritem je zaporedje postopkov, ki zagotavljajo uspešno rešitev. V nasprotju temu je hevristično reševanje, ki je izkustveno, intuitivno, ne tako sistematično in se uporablja zlasti v vsakdanjih problemih.

V vzgojno-izobraževalnem procesu že nekaj let sistematično vpeljujem postopek reševanja najrazličnejših problemov, zato se poslužujem smernic faz problemskega pouka po M. Cencič (2002). Ugotavljam, da danega vzorca ni mogoče dosledno upoštevati v praksi, saj je reševanje odvisno od značilnosti in zahtevnosti problema, izkušenj učenca (učitelja) in njihovih reševalnih sposobnosti. V nadaljevanju bom predstavila razvijanje problemskega pristopa pri usvajanju nove matematične vsebine Carrollov prikaz v prvem razredu osnovne šole.

Izhodišče

<u>Razporejanje oseb glede na izbrano eno lastnost in oblikovanje množic</u>

Učenci, s katerimi sem izvedla omenjeni pristop, so bili že v prvem razredu zelo motivirani za reševanje različnih matematičnih problemov in problemov z življenjskimi situacijami. Zato jih ni bilo težko popeljati v namišljeno vožnjo z avtobusom v šolo v naravi, katero so nestrpno pričakovali že nekaj časa. Vsi, brez izjeme, so se takoj vključili v to dejavnost.

Razporedili so se glede na izbrano eno lastnost in s tem oblikovali veliko množico. Sami so predlagali piktogram za oznako te množice (avtobus z napisom šola v naravi). Seveda smo njihov predlog upoštevali, eden od učencev ga je hitro narisal na papir in podal v roke učiteljici, ki je bila na čelu te množice učencev v namišljenem avtobusu. Druga učiteljica se v množico učencev na avtobusu ni razporedila in je tako predstavljala svojo množico. Sama je izdelala piktogram zanjo in ga postavila predse na mizo (avtobus z napisom šola v naravi - prečrtano z eno poševno črto). Sledil je postanek namišljenih potnikov in njihovo opisovanje razporeditev po izbrani lastnosti ter primerjanje množic.

Ker se je resnično bližal čas šole v naravi, so učenci v nadaljevanju odgovarjali na vprašanje, zakaj ne morejo isti hip odpotovati z učiteljico na želeno mesto. Dobro so vedeli, da niso pripravljeni, saj so se ravno po tem razlikovali od učiteljice, ki je bila z njimi v avtobusu. Ona je tistega dne zamudila v šolo, ker je zamenjala datum odhoda v šolo v naravi in je bila pripravljena na potovanje. Bila je športno oblečena, v eni roki je imela svoj kovček, v drugi pa nahrbtnik ter velik nasmeh na obrazu. Spoznala je, da brez učencev res ne more iti na potovanje. S takšnim pristopom jih je močno spodbudila, da so pričeli razmišljati o tem, kako se bodo v prihodnjih dneh resnično pripravljali na potovanje in kaj vse bodo vzeli s seboj. Priprave so med seboj primerjali ter poiskali podobnosti in razlike. Ponovno je sledila dejavnost razporejanja učencev po eni lastnosti, npr. pohodni čevlji/ni pohodnih čevljev, sladkarije/ni sladkarij, medvedek/ni medvedka ipd. Z veseljem so oblikovali množice, ki smo jih nastavili s pomočjo kolebnic. Piktograme za oznako množic so oblikovali sproti in jih prav tako poimenovali. Svojo razporeditev v množico so utemeljevali. Da je bilo vse skupaj še bolj zanimivo, je učiteljica odprla svoj kovček, pokazala spakirane stvari in se tudi sama razporejala v predlagane množice.

<u>Obravnava nove učne snovi Carrollov prikaz</u>

Ko so učenci usvojili učni cilj razporejanja oseb glede na izbrano eno lastnost in s tem oblikovanje množic, smo lahko pričeli z obravnavo nove učne snovi. Vse se je pričelo z zvokom lokomotive. Pripeljala sem "vlak z dvema vagonoma" oz. dva velika bela kartona ter povabila učence, da se razporedijo v ta dva vagona po eni lastnosti, za primer, če bi v šolo v naravi potovali z vlakom. Vagona oz. kartona sta se v hipu napolnila z učenci. Ti so se razporedili proti mojim pričakovanjem, saj sem predvidevala, da se bodo razporedili po spolu (deček/ni deček oz. deklica/ni deklica). Primerjali so vagona ali novo nastali množici in skupaj ugotovili, da so oblikovali mešano in ne mešano množico učencev. Pripravili so piktogram za posamezno množico ter svojo razporeditev ubesedili in jo utemeljili.

Nato sva z učiteljico v vsak vagon dodali nekaj stolov, manj kot je bilo učencev v vagonu. Povabili sva jih, naj sedejo. Kdor je bil hitrejši, je zasedel stol in nastala je zmeda. Učenci so takoj ugotovili, da se zdaj razlikujejo tudi znotraj množice. Povedala sem jim, da so na ta način oblikovali novi množici učencev ter s črto razdelila vsak vagon na dva dela. Učenci so morali ubesediti lastnost, po kateri so se razlikovali znotraj vagona oz. množice in narisali so nov piktogram sedim/ne sedim. Ko so piktograme postavili na ustrezno mesto, so morali ponovno ubesediti svojo razporeditev. Npr.: razporejen sem v vagon mešane skupine učencev in ne sedim. Tako smo na tleh naše učilnice dobili konkretni prikaz razporeditve učencev po dveh lastnostih.

Na vsakem vlaku je potrebno imeti za vožnjo tudi vozno karto. Učencem sem razdelila »vozne karte«. To so bile njihove slike lastnih podob s podpisi, ki smo jih izdelali že veliko prej pri likovni vzgoji. Zalepili so jih na ustrezno mesto v vagon glede na svojo razporeditev, kot kaže slika spodaj.

Slika 1: Carrollov prikaz – grafični nivo

Oba »vagona« sva z učiteljico prenesli na tablo, dodali še nekaj črt s kredo, da sva lahko povedali, da je na tabli prikaz, ki ga imenujemo Carrollov prikaz ali Carrollov diagram. Sledilo je branje nastalega prikaza. Nato sva jih spodbudili k razmišljanju, če so takšen prikaz že kdaj videli ter zakaj in kje bi ga lahko uporabili. Tako sta minili dve učni uri aktivnega poučevanja in učenja.

<u>Zaznava in oblikovanje problema</u>
Učencem sem povedala, da bomo Carrollov prikaz lahko uporabili za reševanje problemskega vprašanja, ki nam ga je poslala vodja doma, kamor se bomo odpravili v šolo v naravi. Zato sem jim prebrala problemsko vprašanje: "Kako bi se v šoli v naravi želeli razporediti v sobi, ki imata nadstropne postelje?", zapisano na večji list, z velikimi rdečimi tiskanimi črkami, sem zalepila na tablo, da je bil ves čas na vidnem mestu. Učence sem povabila, da s svojimi besedami povedo, kako so razumeli problemsko vprašanje. Najbolj so se razveselili nadstropnih postelj, zato smo se morali najprej pogovoriti o tem, kaj sploh so nadstropne postelje, kdo je že spal na njih in kakšne so njihove izkušnje.

Vpeljava
<u>Ponovitev predznanja</u>
Učencem sem ponovno prebrala problemsko vprašanje. Razložili smo pomen posameznih besednih zvez, kot npr. razporediti v sobi, nadstropne postelje. V tej fazi smo ponovili znanje, ki smo ga pridobili v prejšnjih dveh urah. V postopku razporejanja najprej izberemo lastnost, izvedemo razporejanje in ga prikažemo.

<u>Razčlenitev problema na korake</u>
V tej fazi sem učencem postavljala vprašanja: »Koliko sob bomo imeli na razpolago v domu? Koliko je postelj v teh dveh sobah? Koliko ležišč mora biti v sobah? Kako se lahko razporedite po sobah? Katere lastnosti bi lahko upoštevali pri razporejanju po sobah?« Učenci so odgovarjali na zastavljena vprašanja, razlagali in pojasnjevali so svoje predloge. Ker nismo vedeli, koliko je postelj v teh dveh sobah, smo podatek poiskali na spletni strani doma. Ugotovili smo, da ima vsaka soba 6 postelj, kar predstavlja skupaj 12 ležišč v vsaki sobi. Pri nekaterih učencih sem ob tem tako že opazila, da so razumeli, da lahko v vsaki sobi spi na zgornjem ležišču največ 6 otrok.

Izvedba redukcije
Ta etapa nam ponuja zmanjšanje zahtevnosti ali poenostavljanje (Cencič, 2002). Učencem sem na tablo ilustrirala problemsko vprašanje. Pri tem so mi pomagali s svojimi idejami in predlogi.

Načrt reševanja problema
Učence sem spodbudila k razmišljanju o pripravi načrta reševanja problema oz. o tem, kaj bo potrebno narediti najprej, kaj potem in kaj nazadnje. S skupnimi močmi smo na tablo zapisali sledeči načrt:

1. IZBIRA LASTNOSTI (SOBA)
2. RAZPOREDITEV
3. ŠTEVILO LEŽIŠČ
4. IZBIRA LASTNOSTI (LEŽIŠČE)
5. RAZPOREDITEV
6. PRIKAZ RAZPOREDITVE

Ker so to bili učenci prvega razreda in jih večina še ni znala brati, smo načrt prilagodili in ga zapisali s piktogrami. Nekajkrat smo ga skupaj in nato še posamezno prebrali, da smo lažje nadaljevali.

Pri oblikovanju hipotez prihaja do izraza ustvarjalnost učencev in njihov vzorec razmišljanja. Hipoteze so predlagane rešitve, ki se učencem zdijo najustreznejše (Cencič, 2002). To fazo sem v svoji pripravi sicer načrtovala, vendar sem jo med izvajanjem izpustila. Nanjo sem preprosto pozabila, ker so me učenci vodili, in čutila sem, da si čim prej želijo reševanja problema. Hipoteze bi najverjetneje res oblikovali, če bi bila učencem potrebna dodatna spodbuda.

Navodila za reševanje problema
Navodila za reševanje problema so pri mlajših učencih nepogrešljiva. Zato sem učencem jasno povedala, da naj problem rešujejo po izdelanem načrtu. Poudarila sem, da naj razporejanje najprej opravijo konkretno in nato grafično, na papirju, kot smo delali pri obravnavi v prvih dveh urah.

Reševanje problema – uresničevanje problemskega načrta
Učenci so problem reševali skupinsko, saj so se takoj razporedili po spolu (deklica/ni deklica). Delo je potekalo praktično, na konkretnem nivoju in z grafičnim prikazom rezultatov. Učenci pri delu niso imeli posebnih težav. Učiteljici sva spremljali vsaka eno množico učencev, razporejenih po sobah. Navajali sva jih na uporabo načrta in na sprotno analizo prehojene poti.

Oblikovanje odgovora in rešitev
Rešitev problemskega vprašanja so učenci prikazali s Carrollovim diagramom. Predstavili so ga, skupaj pa smo oblikovali povzetek. Dogovorili smo se, da odgovor v takšni obliki pošljem vodji našega doma v šoli v naravi.

Vrednotenje rezultatov in postopkov
Vrednotenje rezultatov
V tej fazi so učenci pripovedovali, kaj so se pri reševanju problemskega vprašanja naučili. Razmišljali so, kje so imeli težave in zakaj. Najpomembnejše jim je bilo, da so problem

rešili skupaj in da so se znali razporediti po izbranih lastnostih. Povedali so, da komaj čakajo, da bodo rezultate resnično uporabili.

Vrednotenje dela
To fazo sem na dan reševanja problema izpustila zaradi stiske s časom, kar seveda ni bilo najbolje. Zato smo naslednji dan drug drugemu pripovedovali vtise o reševanju problemskega vprašanja. Lahko povem, da je bila na prvem mestu vedno beseda lepo in na drugem beseda zanimivo. Za natančnejše utemeljitve pa je bilo potrebno učencem postaviti več podvprašanj. Vsekakor jim je bilo všeč skupinsko reševanje problema in to, da so bili lahko ves čas aktivni. Vsak je lahko sam zapisal svoje ime v prikaz in vsi so povedali, da so komaj čakali, da bodo lahko na koncu prikaz tudi prebrali. Veseli so bili, da so razporeditve lahko izpeljali po lastnih željah. Nekatere deklice pa so se celo dogovorile med seboj, da si bodo ležišča menjavale, da bo bolj pravično. Res so se vživeli v reševanje problema in niso našli nekih pomanjkljivosti pri delu. Priznali pa so, da verjetno ne bi tako dosledno upoštevali načrta reševanja problema, če jih učiteljici na to ne bi sproti opozarjali.

Transfer
Cencičeva (2002) pravi, da učenci v tej fazi rešujejo podobne probleme, kjer uporabljajo iste principe ali postopke, tako so učenci uporabili pridobljeno znanje v novem primeru v delovnem zvezku. Razporejali so sličice otrok v dani Carrollov prikaz (ima kapo/nima kape ter ima torbo/nima torbe). Spodnja slika prikazuje, kako deklica lepi sliko otroka na ustrezno mesto v Carrollov prikaz.

Slika 2: Reševanje nove naloge

Namesto zaključka
Posodobljeni učni načrt, razvoj didaktike pouka in pojav novih tehnologij so dejavniki, ki so v zadnjem desetletju omogočili nov pristop k pouku matematike, v katerem osrednje mesto pripada učencu, ki postane samostojen raziskovalec znanja. Učenec se na ta način usposablja za temeljni cilj vsakega vzgojno-izobraževalnega dela - za vseživljenjsko učenje. Če bo učenec od začetka svojega šolanja deležen problemsko naravnanega poučevanja in učenja, sem prepričana, da bo njegovo znanje trajnejše in ga bo znal uporabiti v novih situacijah.

Viri

1. Cencič, M., Cencič, M. (2002): Priročnik za spozavno usmerjen pouk. Mladinska knjiga, Ljubljana.
2. Magajna, Z. (2003): Problemi, problemsko znanje in problemski pristop pri pouku matematike. Matematika v šoli, številka 10, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
3. Marentič Požarnik, B. (2000).:Psihologija učenja in poučevanja. DZS, Ljubljana.
4. Strmčnik, F. (2001): Didaktika: osrednje teoretične teme. Znanstveni inštitut Filozofske fakultete, Ljubljana.
5. Učni načrt za matematiko. Dostopno na: sharepoint.os-fmalgaja.si/aktualno/.../UN_matematika.pdf [Privzeto: 15. 5. 2012].

REŠEVANJE IN RAZISKOVANJE MATEMATIČNIH IN REALNIH PROBLEMOV V 1. RAZREDU

Solving and Researching Mathematical and Real Problems in Grade 1 of Primary School

Milena Ristić, OŠ Jakoba Aljaža, Kranj

mena.ristic@gmail.com

Povzetek
Temeljni namen učnega načrta matematike je, da učenci gradijo, odkrivajo, mislijo tako, da rešujejo matematične in realne probleme. Z njimi se srečajo že zelo zgodaj. V vrtcu otroci razvrščajo, urejajo, štejejo in se igrajo s števili. Cilj igre je zabava in rešitev matematičnega problema. Tudi v prvem razredu se otroci srečujejo z matematičnimi problemi, s problemsko situacijo, ki jo ponazorijo z dramatizacijo, konkretnim materialom in pripovedjo. Cilj je, da učenec dano situacijo doživi in jo razume.
Ko učenec rešuje problem, hkrati razvija mišljenje. V devetletki pri pouku matematike ni več pomembna le končna rešitev problema, ampak tudi možne poti, ki pripeljejo do rešitve. Učitelj mora ponuditi otroku možnost, da problem rešuje sam, ga znati voditi, govoriti mora preprosto, razumljivo, saj morajo biti njegova sporočila uporabna in logična, prilagojena konkretni situaciji, učencem in ciljem.
V prispevku je predstavljeno izvajanje aritmetičnih operacij v prvem razredu kot tudi reševanje problemov iz geometrije in logike. Pri poučevanju matematike so potrebne rutinske naloge, moramo pa dati učencu možnost, da v dani problemski situaciji oblikuje svojo pot reševanja.

Ključne besede: matematične besedilne naloge, matematični problemi, motivacija, didaktična igra.

Abstract
The main goal of the mathematics syllabus is learning through solving mathematical and everyday life problems. Children face such problems in their early stage. In the kindergarten they classify, order, count and play with numbers. The aim of the play is having fun and solving the mathematical problem at the same time. In grade 1 of primary school pupils also get familiar with problem situations and mathematical problems, which they represent with dramatization, narrative and real materials. The aim of this is to experience and understand the given situation.
During the problem solving they develop their thinking. In today's teaching of mathematics different paths for solving problems are more important than just the final results. A teacher has to give pupils opportunities to solve the problem on their own. Teacher's instructions have to be simple, clear and understandable so that pupils can use them in the concrete situation.
In my theme I would like to introduce solving of arithmetic operation, geometry and logical problems in grade 1 of primary school in Slovenia. Learning of mathematics involves many routine tasks but pupils have to be given an opportunity to form their own mathematical problems out of the given problem situation too.

Key words: word problems, mathematical problems, motivation, didactic game.

Matematični problemi

Učenci pri pouku matematike oblikujejo številne pojme in znanja, ki jih kasneje uporabljajo pri šolskih aktivnostih in v vsakdanjem življenju. Pouk matematike mora potekati tako, da so v njem učenci aktivni.

Z reševanjem matematičnih problemov se srečajo učenci že v prvem razredu. Rada bi predstavila nekaj dejavnosti, preko katerih učenci 1. razreda devetletne osnovne šole **odkrivajo in raziskujejo matematične probleme.**

„Cilj je pokazati matematiko kot proces, kot kreativno dejavnost, v kateri so učenci aktivno udeleženi. Predvsem je treba poudariti vlogo reševanja in raziskovanja problemov.“
(Učni načrt za matematiko, 2002: 6)

Znani didaktik matematike, ki se je ukvarjal s strategijo reševanja matematičnih problemov, G. Polya, je zapisal: »Rešiti problem pomeni poiskati izhod iz določene težave; poiskati pot, ki pelje do zastavljenega cilja, kateri ni takoj dosegljiv. Reševanje problemov je specifična dejavnost razuma, razum pa je specifičen samo za človeka: torej je reševanje problemov osnovna človeška aktivnost« (Polya, 1985: 120).

Večina matematično - didaktične literature (Cotić, 1999) navaja pri definiciji matematičnega problema tri točke:

1. začetno stanje ali situacija, v kateri je dana vsebina problema z ustreznimi podatki in informacijami,
2. cilj, ki ga mora reševalec problema doseči,
3. pot od začetnega stanja ali situacije do cilja, ki jo mora reševalec poiskati, da reši problem.

Če reševalec pozna strategijo reševanja, ne moremo govoriti o problemu, ampak o problemu – vaji. Problem je situacija, v kateri reševalec nima na razpolago ne postopka in ne algoritma, ki bi ga zagotovo peljala k rešitvi problema, zaradi česar je ista situacija za nekoga problem, za drugega zgolj problem – vaja. G. Polya imenuje problem – vaja rutinski problem, ki ga rešujemo po vzorcu oz. po receptu. Pri tem učenec nima priložnosti, da bi uporabil svojo lastno presojo ali svoje inventivne sposobnosti. »Rutinske naloge so potrebne pri preučevanju matematike, vendar pa je neopravičljivo, če učencev ne navajamo, da delajo tudi druge vrste problemov. Poučevanje samo mehaničnega izvajanja rutinskih matematičnih operacij je precej pod nivojem kuharske knjige, ker kuharski recepti marsikaj prepuste kuharjevi fantaziji in presoji, medtem ko matematični recepti ničesar.« (Polya, 1985: 197)

Reševanje besedilnih nalog je v prvem triletju zelo zahtevna didaktično matematična dejavnost. Pri matematiki namenjamo pozornost ne le reševanju aritmetičnih problemov – torej navodilom: preberi, zapiši račun in odgovori. Z besedilnimi nalogami razvijamo razumevanje, prikazovanje in kritično interpretiranje prikazane situacije ter delovanje v njej. Učencem ponujamo okoliščine, ki izhajajo iz njegovega vsakdanjega življenja.

Učitelj učence spodbuja, da sami iščejo poti do rešitve, ne pa da slepo sledijo določenemu algoritmu. »Cilj je torej pokazati matematiko kot proces, kot kreativno dejavnost, v kateri so učenci aktivno udeleženi. Predvsem je potrebno poudariti vlogo reševanja in raziskovanja problemov« (Učni načrt, 2002: 6). Kadar učenci rešujejo probleme sistematično, si razvijajo domišljijo, intuitivnost in kreativnost. Tako učenci pri pouku matematike oblikujejo temeljne pojme in znanja (naravna števila, druga števila, operacije med števili). Te pojme in znanja kasneje uporabljajo v šolskih aktivnostih in v vsakdanjem življenju.

Reševanje matematičnih besedilnih nalog se začne že v prvem razredu, otroci pa se z njimi srečujejo že v vrtcu na konkretni ravni, ko v različnih problemskih okoljih razvrščajo, urejajo, primerjajo, štejejo različne predmete, in to največkrat v igri. Učitelj v vlogi organizatorja, spremljevalca, usmerjevalca … učence usmerja v različne poti reševanja do končne rešitve. Ko učenci usvojijo še bralno pismenost, jih usmerimo še v bralno pisno reševanje matematičnih problemov, pri čemer jim omogočimo, da pri reševanju problemov uporabijo izkušnje in različne postopke. Učiteljeva vloga pri tem je, da učence usmerja v odkrivanje rešitev in razmišljanje o različnih strategijah reševanja nalog. S takim načinom dela se približamo učenju matematike, ki je za učence uporabna in smiselna v vsakdanjem življenju.
Matematika bi morala učencem predstavljati izziv in občutek uspeha. Vsak učenec bi moral pridobiti kar največ. »Učencem pomagamo, da si ob uspešnem reševanju matematičnih problemov pridobijo samozavest ter pristopajo k problemom brez strahu. Matematika naj jim bo prijetna izkušnja,« (Učni načrt za matematiko, 2002: 7).

Pristop k reševanju matematičnih problemov
V učnem načrtu za matematiko (2011) je v sklopu naravna števila in število 0 v specialno didaktičnih priporočilih za 1. razred napisano: »V procesu oblikovanja pojma število je obvezna uporaba konkretnih materialov, nazornih ponazoril, primernih didaktičnih sredstev. Poglavitna metoda pouka je igra, opazovanje in izkušenjsko učenje.« V sklopu računske operacije in njihove lastnosti pa je v specialno didaktičnih priporočilih za prvi razred napisano: »Učenci v 1. razredu seštevajo in odštevajo do 20 na konkretni ravni s štetjem oz. preštevanjem konkretnih predmetov tako dolgo, dokler jih potrebujejo oz. ne naredijo miselnega preskoka na abstraktno raven (razumejo). Poudarimo, da se učenci učijo matematike najprej prek izkustva materialnega sveta, nato prek govornega jezika, ki generalizira to izkustvo.« V učnem načrtu za matematiko (2002) pa je v specialno didaktičnih priporočilih napisano, da učenec matematične probleme rešuje s pomočjo učitelja na konkretni ravni. Učenec uporablja računske operacije pri reševanju matematičnih problemov. Pri pouku matematike v prvem razredu je veliko učenja s praktičnimi materiali in na konkretni ravni. Pouk poteka z igro na načine, ki so blizu otrokom.
Pri pouku najdem vedno nekaj časa, da lahko učenci iščejo svoje poti in jih pri tem spodbujam. Pri nekaterih učencih opažam, da se učijo s tako lahkoto, da ne potrebujejo posebne razlage, dovolj je že, če imajo na voljo čim več materiala in ustrezne spodbude. Le teh jim ne sme manjkati.

Primeri dejavnosti
Najprej bi predstavila nekaj dejavnosti, ko je učenje potekalo na konkretni ravni, v skupinah. Uporabila sem metodo dela s konkretnim materialom. Učenci so pri vživljanju v igro uporabljali lastne miselne strategije za reševanje preprostih matematičnih problemov in ob tem miselne računske operacije, ki so bile pri reševanju problemov njim razumljive. Pri reševanju nalog so največkrat uporabljali dodajanje in odvzemanje konkretnega materiala, štetje. Večina učencev je uspešno rešila matematične probleme ob konkretnem materialu.

Opis dejavnosti
Aritmetika:
Cilji: - sešteva in odšteva v množici naravnih števil do 20 brez prehoda,
- rešuje enostavne matematične probleme,
- uporabi računske operacije pri reševanju problemov,

- razvija jezikovne zmožnosti ob tvorjenju matematičnih zgodbic.

a) Ribice in luske

Pripomočki: ribe, luske, mlake.

Potek didaktične igre: Mlake so označene s številkami od 11 do 20. V mlako lahko priplava le tista riba, ki ima enako število lusk kot je številka mlake. Torej mlaka številka 11 sprejme le ribe, ki imajo 11 lusk. Nobena riba pa nima dovolj lusk, da lahko obišče katero izmed mlak. Zato manjkajoče luske kupi v trgovini.

Učenec si izbere ribo in ji prešteje luske. Izbere si eno mlako in prebere njeno številko. Odide v trgovino, kjer prodajajo luske. Učence poučim, da vsak, ki pride v trgovino, vljudno reče: »Dober dan. Imam _____lusk, rad bi imel ___lusk. Prosim, daj mi ____ lusk.« Prodajalec našteje luske in preveri, če ima riba dovolj lusk. Če s preštevanjem prodajalec in riba ugotovita, da ima riba premalo lusk, prodajalec reče: »Oprosti, koliko ti jih moram še dati?« Riba (učenec) pove zahtevano število. Riba odplava v mlako. Ko so vse ribe v mlakah, je igre konec.

Zahtevnost lahko stopnjujemo tako, da učenec položi ribo v mlako in napiše račun za svojo ribo. Tako učenec preide iz konkretne na simbolno raven reševanja mat. problemov.

b) Igra z bomboni

Pripomočki: bomboni … kartončki s števili od 1 do 20 ter znakoma + in -.

Na tleh sta dva kupčka bombonov. Učenec prešteje bombone na obeh kupčkih in nato oblikuje matematično zgodbo. »Metka mi je podarila pet bombonov, očka mi je podaril tri bombone. Koliko bombonov sem dobil vseh skupaj?« Učenec sestavi številski izraz in izračuna njegovo vrednost. Učenci sestavljajo različne zgodbe.

V roki imam deset bombonov. Tri pojem. Učence povabim, da sestavijo novo zgodbo in številski izraz.

Take in podobne situacije organiziram pogosto. Učenci radi sestavljajo matematične zgodbe, na začetku imajo težave z nastavljanjem ustreznega številskega izraza, nato se izurijo.

c) Gusarski zaklad

Pripomočki: igralna plošča, kartončki z slikovnimi nalogami in številskimi izrazi, zlati cekini, keglji, kocka.

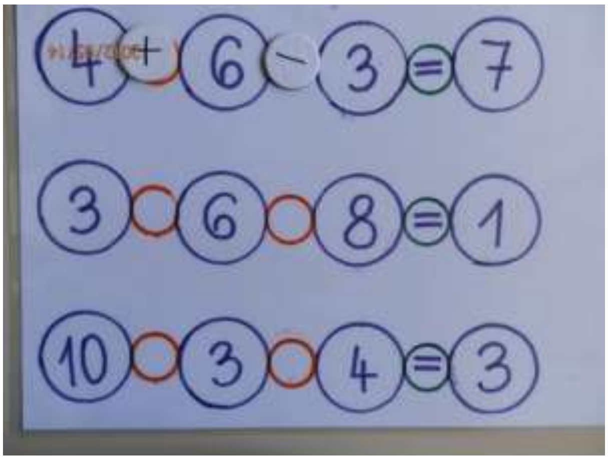
Pripravimo igralno ploskev. Na sredini ploskve so kartončki z matematičnimi slikicami in številskimi izrazi. Kartončki so narobe obrnjeni, da igralci ne vidijo naloge. Na sredini je škatla z cekini, ki jih gusar - učenec dobi za pravilno rešeno nalogo (na kartončku). Učenec meče kocko in se s kegljem premika po poljih za toliko polj, kot je število pik na kocki. Ko pride na polje z zakladom, vzame kartonček, reši nalogo (izračuna vrednost številskega izraza ali tvori zgodbico za matematično sliko). Za pravilno rešitev dobi en cekin. Če nalogo reši narobe, cekina ne dobi. Zmaga tisti, ki zbere največ cekinov.

Slika 1: Gusarski zaklad (Ristić, 2012)

Učenci so reševali matematične probleme tudi na simbolni ravni. Res, da so si nekateri učenci pri računanju pomagali z dodajanjem in odvzemanjem prstkov, nekaj učencev je naloge reševalo z lastno miselno strategijo brez pomoči učitelja.

d) Vstavi + ali -

Pripomočki: gosenice, žetoni s simboloma + in -.
Učenec si izbere gosenico s tremi ali štirimi številkami, ki tvorijo račun. Učenec mora izračunati oz. s preizkušanjem ugotoviti, ali bo vstavil + ali -. Učencem najprej ponudim gosenico s tremi števili, ko usvoji svojo strategijo reševanja, mu ponudim še gosenico s štirimi števili.



Slika 2: Vstavi + ali - (Ristić, 2012)

Geometrija

Tudi področje geometrije nudi učencem možnosti raziskovanja. Ponudim jim, da s prepogibanjem pravokotnika (kvadrata, trikotnika) odkrivajo matematične like, komu uspe narediti s prepogibanjem in izrezovanjem več likov. Iz katerega lika dobimo s prepogibanjem in izrezovanjem več likov? Učenci radi prepogibajo like in se potrudijo, da jih izrežejo čim več. Radi prepogibajo kvadrat in pravokotnik, ker tako dobijo več likov. Pri prepogibanju trikotnika so razočarani, ker s prepogibanjem dobijo vedno trikotnik.

Slika 3: S prepogibanjem in izrezovanjem do novih likov (Ristić, 2012).

Obdelava podatkov

Cilj: - razvrstitev predmetov prikaže z diagramom.
Sredstva: različni lončki, krožniki, vilice, vrči.
Učenci razvrščajo posodice po izbranih lastnostih: je rdeč, ni rdeč, je lonček in ni lonček. Razvrščajo z drevesnim diagramom. Učenec si izbere predmet, ki ga bo razvrstil v ustrezno krošnjo. Z razvrščanjem začne pri deblu drevesa in reče: »Je lonček, ni lonček.«

Razvrstitev nadaljuje po izbrani veji in reče: »Je rdeč in ni rdeč.« Posamezni učenci razvrščajo posodice po korakih, nekaj jih posodico razvrsti brez sprehajanja po drevesu, takoj si izberejo pravo krošnjo. Svojo razvrstitev na koncu ubesedijo: »Je lonček in ni rdeče barve.«

Slika 4: Drevesni diagram (Ristić, 2012)

Zaključek

Učenci so za tako delo zelo motivirani. Radi se igrajo didaktične igre in se vživljajo v različne situacije. Radi sestavljajo matematične zgodbe, v katerih nastopajo oni sami. Takšne naloge kar same kličejo po iskanju lastnih strategij reševanja matematičnih nalog. Tako so učenci bolj motivirani za učenje in tudi rezultati so boljši.

Pri reševanju nalog si največkrat pomagajo s prstki ter z dodajanjem in odvzemanjem predmetov. Sami iščejo poti - strategije, ki jih pripeljejo do cilja.

Še naprej bom posvečala več pozornosti fazi, v kateri otrok preide od igre s konkretnim materialom k igri na simbolni ravni. Razvijala bom komunikacijo pri različnih problemskih situacijah in spodbujala ustrezne miselne strategije reševanja. Matematika naj bo učencu igriva, življenjska, živa in naj spodbuja otrokovo aktivnost in matematično ustvarjalnost.

Viri

1. Cotič, M. (1999): Matematični problemi v osnovni šoli 1 - 5. Zavod Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
2. Mirt, G., Tomažin, M., Štih, M., Podlogar, M. (2008): Reševanje matematičnih problemov v prvem in drugem triletju devetletne osnovne šole. V Učitelj v vlogi raziskovalca. Pedagoška fakulteta, Ljubljana.
3. Polya, G. (1985): Kako rešujemo matematične probleme. DMFA, Ljubljana.
4. Tomšič, G., Žakelj, A.,Cotič, M., Dornik, M., Kajžer, B., Magajna, Z. idr. (2002): Predmetna kurikularna komisija za matematiko. Učni načrt za matematiko. Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Ljubljana.
5. http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (14. 5. 2012).

TORTNI PRIKAZI V POVEZAVI Z ULOMKI
Pie Charts in Connection with Fractions

Marija Pisk

pisk.marija@gmail.com

Povzetek
Tortni prikaz je v posodobljenih učnih načrtih vsebina, ki je dodana v 4. razredu. V prispevku je opisana ena od možnih poti k uvajanju tega prikaza. Načrtovana je tako, da vodi učenca skozi izkušnjo in mu ponuja prehajanje od konkretnega preko slikovnega k simbolnemu prikazovanju podatkov s tortnim prikazom in z njim v povezavi izražanja deleža z ulomki. S pomočjo preprostega didaktičnega ponazorila, ki si ga lahko izdelamo sami, vpeljemo tortni prikaz na konkretni ravni. Iz prikaza, ki ga oblikujemo s konkretno dejavnostjo učencev v prostoru, razberemo in izrazimo primerjavo med posameznimi deleži. Podatke najprej prikažemo s prikazom s stolpci (stolpčnim prikazom) in nato s tortnim. Oba prikaza primerjamo in nakažemo, opredelimo enakosti, podobnosti in razlike med njima. Tortni prikaz ponuja zelo dobro in smiselno možnost za povezavo z ulomki. Deleže, ki jih nakazujejo zbrani in prikazani podatki, lahko izrazimo z njimi. Paziti moramo le, da v te namene izberemo podatke, ki bodo to dopuščali. Dejavnost nato še smiselno povežemo z ekvivalentnimi zapisi delov celote (izbirna vsebina). Tak način dela učencem ponuja smiselno pot k izgradnji znanja, urjenju spretnosti orientiranja v prikazu in pridobivanju veščine branja podatkov z njega. Utrjevanje lahko izpeljemo s pomočjo interaktivnega gradiva, ki si ga izdelamo sami ali pa ga poiščemo med primeri, ki so dostopni preko spleta.

Ključne besede: prikazi, celota, delež, ulomki, didaktični material.

Abstract
The pie chart is a topic in the modernized syllabl which was added lately in grade 4. In this paper, one of the ways of introducing this topic is described. It is planned in such a way that it leads pupils through the experience and offers them a transition from the specific, across the graphic, to the symbolic data representation with a pie chart, and expressing fractions in connection with it. With the help of a simple didactic illustration, which can be made by ourselves we introduce the pie chart on a specific level. From the presentation forming in space, we can deduce and express a comparison between individual shares. We first present the data with a column diagram and later with the pie chart. We compare both diagrams and point out/define what is the same, similarities and differences between both of them. The pie chart is a good and sensible option for the connection with fractions. The shares defined by the collected and demonstrated data can be expressed by fractions. We only have to be careful to prepare data which allows this to occur. We then connect the activity to equivalent fractions. This work method offers pupils a way to build up their knowledge, train their orientation skills in the diagram and acquire the skills of diagram reading. We can practice these skills with the use of interactive material which can be produced by ourselves or we can search for it online.

Key words: diagrams, whole (entirety), share, fractions, didactic material.

Uvod
V prispevku bom predstavila možen način vpeljave tortnega prikaza v povezavi z vsebino Deli celote. Te vsebina (tortni prikaz) se obravnava po PUN v 4. razredu. Znanje, ki ga

učenec pridobi, pa lahko uporabi tudi pri drugih predmetih, kjer so različni statistični podatki prikazani na ta način, torej s tortnim prikazom.
Večinoma so bile vsebine za področje obdelave podatkov vpeljane v učne načrte ob prehodu na devetletno osnovno šolanje. Ena od teh vsebin so tudi različni prikazi. Vpeljane so bile z namenom povečevanja računske pismenosti, potrebe po poznavanju orodij za komuniciranje, potrebe po sposobnosti kritične presoje predstavljenih podatkov, dostopnosti računalniških orodij za obdelavo podatkov in neusklajenosti z učnimi načrti večine držav (Cotič, 1999, str. 42). Obdelava podatkov spada v glavnem v področje matematične pismenosti.
V zgodnjem obdobju šolanja ponuja ta vsebina povezovanje z vsebinami drugih predmetnih področij. Prav zato tudi sooblikuje podobo celostnega pouka (Cotič, Hodnik, 1995). Vsebin iz statistike ne obravnavamo ločeno od drugih, ampak v povezavi z drugimi. Omogočajo nam utrjevanje aritmetike, povezovanje znotraj matematičnih tem in sklopov ter povezovanje med predmeti.
Na začetku šolanja je statistika in z njo različni prikazi uvod v predstavitve in analize podatkov. Te vsebine so nujno potrebne. Dejavnosti, skozi katere si učenec pridobiva izkušnje, mu omogočajo kvalitetnejše vstopanje v svet, ki je poln informacij tega tipa. Vsebine so iz matematičnega vidika precej enostavne in ne presegajo izkustvene ravni.
Pogoj za doseganje dobrih rezultatov v procesu učenja in poučevanja je obvladovanje različnih oblik komunikacije. Učencem se moramo čim bolj približati v smislu vživljanja v njihov način razmišljanja ter sprejemanja in urejanja informacij. Pri tem smo vsi močno odvisni od vseh petih čutov, večina pa se v sprejemanju informacij iz okolja opira na tri od njih: na vid, sluh in tip. Zato strokovna literatura opredeljuje vidne, slušne in kinestetične tipe zaznavanja okolice (Brooks, 1996). O tem veliko pišeta tudi Rose in Cool v svoji knjigi Umetnost učenja.
Pri reševanju problemov s področja statistike je pomembna strategija reševanja, ki je sestavljena iz treh faz: načrtovanje, reševanje in interpretacija. Vsaka od faz je členjena na faze znotraj nje. Načrtovanje se začenja z natančno določitvijo problema in določitvijo načina zbiranja podatkov (katere podatke, koliko podatkov, kako jih zbrati). Faza reševanja poteka skozi dejavnosti zbiranja podatkov, prikazovanja podatkov, v strokovnih statističnih raziskavah pa se zaključi z izračunavanjem najpomembnejših statističnih kazalcev. Izvedba tretje faze je možna tako, da učenec interpretira podatke, ki jih je prikazal sam, ali pa podatke, ki jih je prikazal drugi. Ne zadostuje, da učenec samo prebere podatke, prebranim podatkom mora dati tudi pomen. Vprašanja, ki jih učencu postavimo, zahtevajo primerno mero refleksije in odpirajo prostor za nove statistične raziskave (Cotič, 1999, str. 89-95).
Pomembna je tudi didaktična pot pri vpeljavi prikazov. Učitelj se mora zavedati, da je načelo postopnosti in nazornosti vodilno tudi pri vpeljavi tortnega prikaza in da pri načrtovanju izhaja iz življenjskih situacij. Dejavnost načrtujemo tako, da učenci predstavljanje zbranih podatkov doživijo skozi živ prikaz, preidejo na prikaz v prostoru, nadaljujejo s figurnim prikazom in zaključijo s simbolno obliko prikazovanja podatkov. Ta pot pelje učence skozi izkušnjo, od konkretnega na slikovno in nazadnje na simbolno raven in jim kasneje omogoča dobro orientacijo in zmožnost branja ter interpretiranja tako obdelanih in prikazanih podatkov.

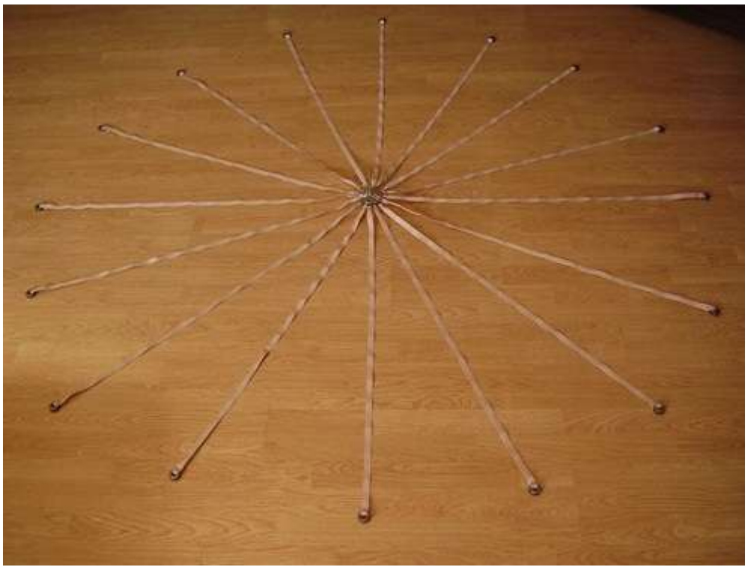
Prikaz zbranih podatkov s tortnim prikazom. Branje prikazanih podatkov.
Kot uvodno dejavnost, ki opravi tudi vlogo motivacije in zbiranje podatkov za potrebe naše preiskave, lahko ponudimo otrokom slikovno gradivo in možnost izbire glede na všečnost, priljubljenost, skratka izbiro po lastnem okusu. Odločili bi se lahko za različne stvari, npr.: za različne tipe avtomobilov, barve športnih majic, filmsko ali gledališko predstavo, športne

aktivnosti, glasbo, prebrano knjigo … Za preiskavo se nam ponujajo lepe priložnosti tudi na področju družboslovja, naravoslovja in športnih dosežkov.
Za izpeljavo naloge v smislu preiskave moramo slediti vsem fazam, ki jih le-ta zahteva.

<u>1. faza: Načrtovanje:</u> Določimo kontekst naše preiskave in natančno opredelimo problem, ki bi ga radi rešili.
Pripravila sem slikovno gradivo (Slika 1), veliko število pajacev enakih oblik, a različnih barv. Ponudila sem jih učencem na vpogled in jih vprašala, kaj bi lahko s tem slikovnim gradivom delali, ali ga lahko za kaj uporabimo. Predlogov je bilo več. Odločili smo se za tistega, ki je predvideval, in sicer, da bi vsak od učencev izbral enega pajaca, tistega, ki mu je najbolj všeč. Odločitev posameznika bi bila odvisna ob barve pajaca, od podobe pa ne, saj so vsi pajaci po obliki enaki. Napovedali smo, da bi nas zanimalo, kako se je odločal razred kot celota in katerih izbir bi bilo največ, najmanj, več kot, manj kot.

Slika 1: Pajaci različnih barv – lastna risba izdelana v orodju Slikar

<u>2. faza: Reševanje:</u> Sistematično se lotimo zbiranja podatkov in jih prikažemo.
Vsak si je izbral eno sličico pajaca. Z izbrano sličico v roki so učenci prišli v tisti del učilnice, kjer sem na tleh pripravila delilni krog, razdeljen na toliko delov, kolikor je učencev v oddelku. Vsak se je s sličico v roki postavil na črto, ki omejuje krog in s svojim telesom zavzel natančno en del, ki ga je nakazoval razdeljeni krog. Za izvedbo tega dela dejavnosti lahko razdeljeni krog izdelamo s pomočjo lepilnega traka, lahko pa si izdelamo koničasti podstavek, ki ga položimo v središče kroga. Na njegovo konico pa potem natikamo trakove, ki jih speljemo od središča proti zunanjosti (Slika 2). Ta način nam omogoča, da oblikujemo poljubno število enakih delov, na katere je razdeljen krog, in s precejšnjo lahkoto upoštevamo število učencev, ki s svojimi podatki sodelujejo v prikazu.



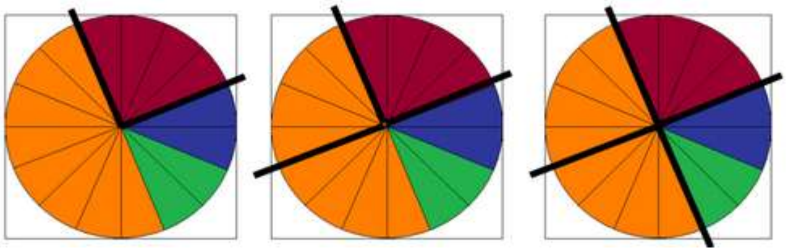
Slika 2: Delilni krog, ki je pripravljen na tleh – lastna fotografija

Učenci nato drug drugemu pokažejo svojo izbiro. Takoj smo ugotovili, da podatki, ki so nam dostopni na ta način, niso pregledni, predvsem zato, ker niso urejeni. Običajno učenci

hitro predlagajo, da bi morali stati v krogu tako, da bi stali skupaj tisti, ki so izbrali enake barve pajaca, in to bi nam omogočilo mnogo večjo preglednost nad podatki. To potem tudi naredimo.
S tem delom dejavnosti zadostimo didaktičnemu pristopu k obravnavi – živ prikaz – saj vsak učenec aktivno, s svojo navzočnostjo sodeluje in soustvarja prikaz zbranih podatkov.
V nadaljevanju vodimo dejavnost tako, da preidemo na prikazovanje podatkov v prostoru. V vodenem pogovoru pridemo do ideje, da bi bili podatki mnogo bolje berljivi in bolj pregledni, če bi sličice odložili na tla. To storimo. Odpre se nam pogled na ploskev, na kateri so zbrani podatki. Take jih tudi z lahko "potegnemo" na tablo in jih v enaki obliki, le v drugi ravnini, prikažemo na enak način. Ta faza je hkrati tudi figurni prikaz, saj so figure – pajaci – njegov sestavni in odločujoči del.
Za prehod na simbolni prikaz lahko uporabimo več načinov. Pajace lahko nadomestijo barvni lističi, ki predstavljajo barvo izbranega pajaca. Lahko pa pripravimo ploskve, ki so tako velike in take oblike, kot je posamezni krožni izsek, ki je bil namenjen posamezniku za sodelovanje v prikazu. Prikazu je potrebno dodati še legendo.

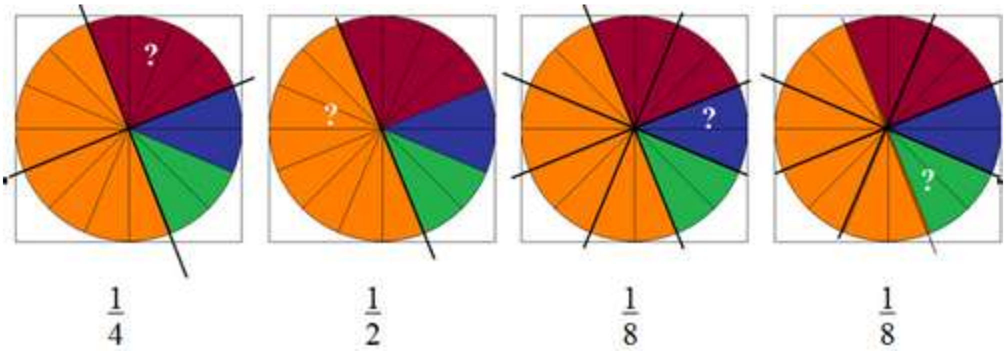
3. faza: Interpretacija: Zbrani podatki morajo dobiti pomen.
Učenci lahko razberejo, kako velik je delež posamezne barve v delilnem krogu. Primerjajo podatke med seboj in oblikujejo izjave v smislu česa je več/manj, kateri delež je večji/manjši, večji kot/manjši kot. V nadaljevanju postavljamo tudi vprašanja o tem, zakaj je delež ene barve večji/manjši in tudi to, kaj bi se zgodilo, če bi ponudili novo možnost izbire.

Ulomki in tortni prikaz
Tortni prikaz s svojo obliko ponuja povezavo z delitvijo celote na enake dele, s tem v povezavi pa z deli celote. Pri obravnavi delov celote gre za delitev celote na enake dele. Glede na število delov, na katere je celota razdeljena, pa posamezni del dobi ime: na štiri enake dele – četrtina, na tri enake dele – tretjina, na pet enakih delov – petina …).
Da bomo lahko tortni prikaz uporabili za povezavo z ulomki, si moramo pripraviti podatke, ki nam bodo to dopuščali in omogočili, da bomo v deležih prepoznali polovico, četrtino, tretjino, šestino, osmino. V ta namen uporabimo podatke, ki po številčnosti zajemajo tolikšno število elementov, da bo to število deljivo s štiri, šest, osem. Najbolj primerno je število štiriindvajset, dvanajst, šestnajst ali osemnajst. Za podatke, ki jih bomo vnesli v prikaz, krog razdelimo na ustrezno število enakih delov. Podatki pa morajo biti taki, da posamezni zajamejo polovico, drugi četrtino, tretji osmino, lahko tudi šestino, osmino.
Da bi učenci znali z zapisom izraziti delež posamezne lastnosti v tortnem prikazu, je najbolje, da si izberemo enega od podatkov, ki je zajet v prikazu in ugotavljamo, kolikokrat se tako velik delež ponovi v celoti, ki jo ponuja delilni krog. Pomagamo si s črtami. Ko to ugotovimo, lahko ta podatek predelamo v podatek, ki je izražen z ulomkom.
Če hočemo ugotavljati delež rdeče barve v delilnem krogu, najprej z dvema črtama omejimo krožni izsek, ki ga zavzema rdeča barva, tako kot to prikazuje prvi krog v Sliki 3. Ugotovimo, iz kolikih posameznih delov je delež rdeče barve sestavljen. Nato s črtami razdelimo krog na tako velike krožne izseke kot je ta, ki za zavzema rdeča barva. Nakažemo naslednji enako velik krožni izsek, kot kaže primer v drugem delilnem krogu na Sliki 3, nato še naslednjega, kot kaže primer v tretjem delilnem krogu na sliki 3. V tem primeru smo delilni krog razdelili na štiri enake dele, na četrtine. Ugotovimo, da je delež rdeče barve v tem krogu ena četrtina.



Slika 3: Pri opredeljevanju deleža rdeče barve v delilnem krogu si pomagamo s črtami, ki jih postopoma dodajamo

Na enak način nato določamo delež drugih barv, ki so zastopane v delilnem krogu. Za vsako barvo ugotovimo delež, ki ga ima barva v opazovanem delilnem krogu, tako kot to kaže Slika 4.



Slika 4: Delež posamezne barve v delilnem krogu, izražen z ulomkom

Ekvivalentni ulomki in tortni prikaz

Vsebina o ekvivalentnih ulomkih je v 4. razredu predlagana kot izbirna vsebina.

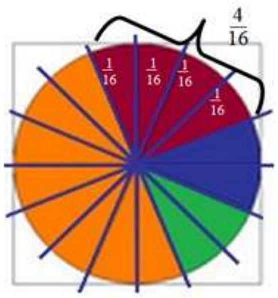
Kadar beremo podatke v tortnem prikazu, govorimo o deležu, ki ga posamezni podatek v prikazu zavzema. Delilni krog nam ponuja možnosti, da delež izrazimo na več načinov, odvisno od tega, kako na posamezne dele v delilnem krogu gledamo. K razumevanju ekvivalentnih ulomkov lahko vodimo učence preko spodaj opisanih korakov.

<u>1. korak:</u> Ugotavljanje deleža rdeče barve v delilnem krogu glede na število delov, na katere je delilni krog razdeljen.

Pozornost usmerimo na vsak posamezni del v delilnem krogu, ki je razdeljen na šestnajst enakih delov. To prikazuje Slika 5. Preštejemo število delov, na katere je celota razdeljena, in poimenujemo posamezni del z ulomkom. Število enakih delov nam določi imenovalec v ulomku. Celota je razdeljena na šestnajst enakih delov, en del je ena šestnajstina.

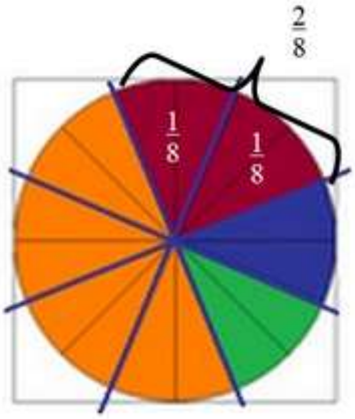
S preštevanjem nato ugotovimo, koliko teh posameznih delov sestavlja delež rdeče barve, ki ga mi opazujemo. Število, ki ga dobimo s preštevanjem teh delov, upoštevamo v števcu ulomka, s katerim potem izrazimo delež.

Če opazujemo delež rdeče barve v delilnem krogu, potem rečemo, da zajema štiri dele, en del je 1/16, štirje pa 4/16.



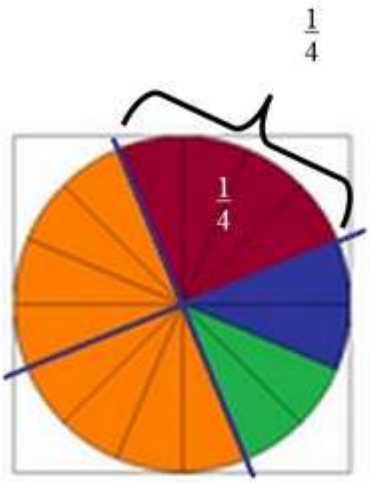
Slika 5: Delilni krog je razdeljen na šestnajstine, delež rdeče je štiri šestnajstine

2. korak: Ugotavljanje deleža rdeče barve v delilnem krogu z združevanjem posameznih delov v večje, a enake dele.
Delež rdeče barve je sestavljen iz štirih enakih delov – šestnajstin. Ta delež rdeče barve razdelimo na dva enaka dela. Nadaljujemo z razdeljevanjem delilnega kroga tako, da ohranjamo velikost dela, velikost krožnega izseka. Pomagamo si s črtami, tako kot nakazuje Slika 6.
Ugotovimo, da smo delilni krog razdelili na osem enakih delov, na osmine – en del je 1/8. Če opazujemo delež rdeče v delilnem krogu, potem rečemo, da zajema dva taka dela, en del je 1/8, dva pa 2/8.



Slika 6: Delilni krog je razdeljen na osmine, delež rdeče je dve osmini

3. korak: Ugotavljanje deleža rdeče barve v delilnem krogu s pogledom na del kot enovit, ne da bi bil razdeljen na manjše enake dele.
Delež rdeče barve je sestavljen iz štirih manjših enakih delov – šestnajstin. Delež rdeče barve zasede štiri polja. Ugotavljamo, kolikokrat se enako velik del, enako velik krožni izsek, ponovi v delilnem krogu. Pomagamo si s črtami, tako kot to prikazuje Slika 7. Ugotovimo, da smo delilni krog razdelili na štiri enake dele, na četrtine – en del je 1/4. Če opazujemo delež rdeče v krogu, potem rečemo, da zajema en tak del, to pa je 1/4.



Slika 7: Delilni krog je razdeljen na četrtine, delež rdeče je ena četrtina

4. korak: Vodimo razgovor in pripeljemo do ugotovitev.
Najprej opazujemo velikost deleža rdeče barve v delilnem krogu v vseh treh primerih. Ugotovimo, da se njegova velikost ni spreminjala. Spreminjalo pa se je število delov, na

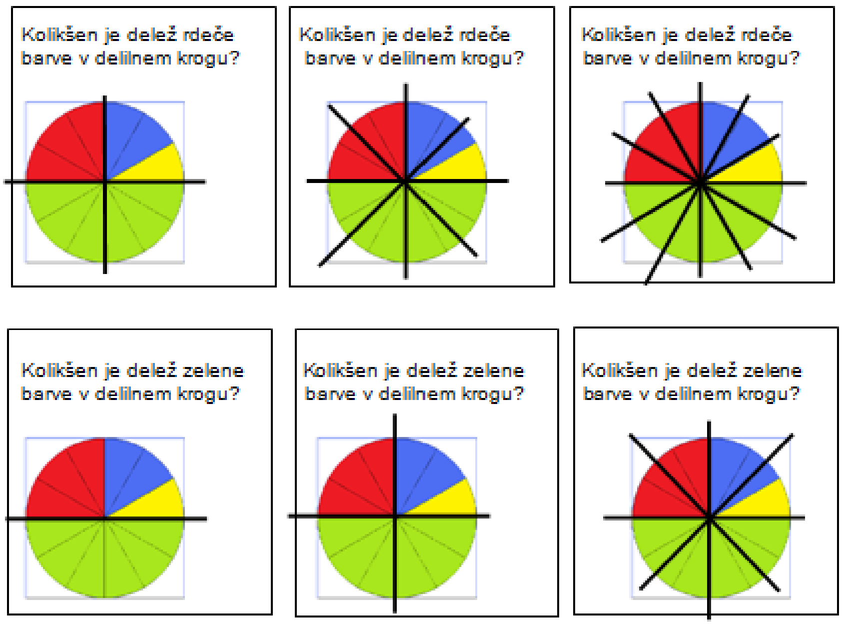
katere smo delilni krog razdelili. Ti so nam spreminjali podatek za imenovalec ulomka, zaradi tega pa tudi njegov števec.
Končna ugotovitev je, da smo ves čas imeli opravka z enako veliko celoto in enako velikim deležem, le da smo ga predstavili na več načinov, glede na to, na koliko delov smo razdelili delilni krog. Za boljšo predstavitev prikažemo ugotovitev tudi grafično, tako kot prikazuje Slika 8.
Kaj smo hoteli ugotoviti: Kolikšen je delež rdeče barve v delilnem krogu?

$\frac{4}{16}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{1}{4}$

Slika 8: Ekvivalentni ulomki

Ugotovitev: Delež rdeče barve v delilnem krogu je v vseh primerih enak. Lahko ga napišemo na več načinov, vsak od zapisov pa pomeni enako velik delež. Zato lahko ugotovimo tudi to, da je 1/4 = 2/8 = 4/16, kadar dele celote opredelimo na isti, nespremenjeni celoti.

Uporaba znanja na novih primerih.
Dejavnost smo izvajali z učenci pri dodatnem pouku. Delo sem organizirala tako, da sem pripravila podatke v obliki tortnega prikaza. Bili so na posameznih delovnih listih, tako kot je to videti na Sliki 9. Delilni krogi so bili za posamezno barvo z odebeljeno črto razdeljeni na enake dele na več načinov.
Učenci so se združili v dvojice. Vsaka dvojica je dobila v ovojnici en delovni list z nalogo, da ugotovi in z ulomkom zapiše, kolikšen je delež barve, po kateri sprašuje naloga v navodilu.



Slika 9: Delovni listi za delo v dvojicah

Nato so se dvojice, ki so ugotavljale delež za posamezno isto barvo, rdečo, zeleno, modro, združile. Primerjale so svoje ugotovitve in oblikovale pojasnilo za ugotovljeno.
Diskusija v dvojicah je tekla zelo aktivno in dinamično. Učenci so bili sprva prepričani, da so dobili različne izhodiščne podatke. Presenetilo jih je to, da so bili podatki za nalogo, ki je ugotavljala delež npr.: rdeče (zelene, modre) pri vseh dvojicah, ki so se združile v skupino, enaki. To so skupine, sestavljene iz dvojic, zelo hitro ugotovile.

Nato so se ustavljali ob razlikah, ki jim jih je naloga za posamezno dvojico ponujala. Ugotovili so, da so njihove celote razdeljene na različno število enakih delov, zato so dobili navidezno različne podatke. To je večina učencev izrazila s preprosto izjavo, da je vse, kar so napisali, enako, le drugače je napisano.
Posamezniki znotraj skupin so bili v oblikovanju izjave bolj natančni in so svojo ugotovitev ubesedili tako, da so rekli, da so zapisi različni, predstavljajo pa enak delež v krogu in to podkrepili z izjavo, da je npr.: ena polovica enako kot ena četrtina in to enako kot štiri osmine. Besedne zveze delilni krog niso uporabljali, govorili so kar o krogu.

V eni od skupin se je zgodilo, da so šli k oknu in polagali delovni list na delovni list, da bi ugotovili, ali so celote in deleži resnično popolnoma enaki.

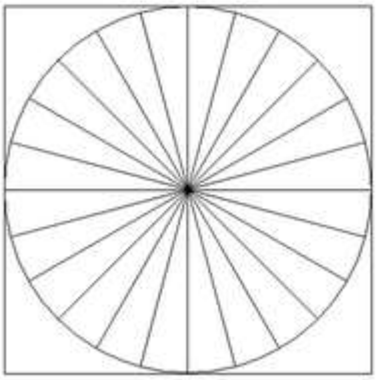
V drugi skupini so zaprosili za večji prazen list, na katerega so prilepili vse posamezne delovne liste dvojic, pod njih zapisali delež z ulomki in nato med ulomke zapisali enačaje.

Skupine dvojic je nato zanimalo, kakšno nalogo in kakšne rezultate so imele/dobile druge skupine dvojic. Organizirali smo poročanje in učenci so imeli ponovno možnost, da so svoje ugotovitve ubesedili.

Po poročanju je eden od učencev vprašal, zakaj nismo dobili nobenega podatka, ki bi bil izražen s tretjinami. To je bil nov izziv za skupino. Iskali smo razloge za to. Sprva so bili odgovori učencev usmerjeni le v to, da so iskali še druge možnosti, ki bi jih morda lahko pričakovali. Tako so pogrešali še šestino, petino, desetino.

Izkazalo se je, da tortni prikaz, s katerim so nam bili posredovani podatki, ni razdeljen na toliko delov, da bi lahko zanesljivo ugotavljali tretjino, šestino … in da noben od podatkov ne zavzema tolikšnega deleža. Iskali smo možnosti, ki bi ponujale delitev delilnega kroga na tri, šest, devet … enakih delov. Učenci so ugotovili, da bi morali dobiti podatke v delilnem krogu in tortnem prikazu, ki bi nam to dopuščali. Predvidevali so, da bi moral biti krog razdeljen na toliko enakih delov, da bi bilo število teh delov deljivo s tri, šest, devet …

Učenci so imeli nato možnost, da si izberejo "neme" kroge, razdeljene na štiriindvajset enakih delov, Slika 10. Vsak je v svojem delilnem krogu raziskoval, kako naj prikaže podatke, da bo delež ene od barv tudi tretjina ali šestina, lahko tudi četrtina, polovica, osmina.



Slika 10: Nemi delilni krog

To jim je delalo precej težav, saj se podatki ob prvem poskusu niso hoteli lepo izteči. Učenci so prihajali po nove in nove neme delilne kroge in poskušali znova in znova. Nabralo se je precej idej za prikaz, kjer je vsaj en delež zavzemal tudi tretjino, šestino, devetino ... Uspelo pa jim je tudi, da je prikaz vseboval po dva ali tri od omenjenih delov celote.
Neme delilne kroge sem pustila v kotičku z nalogami po izbiri, da so lahko ponje hodili tudi v času rednih ur pouka matematike in raziskovali možnosti, ki jih ta delilni krog ponuja.

Zaključek

Vsebine, ki so vezane na obdelavo podatkov, so učencem blizu in jih imajo radi. Predstavljajo popestritev in vnašajo v pouk možnosti za široko povezovanje z različnimi področji. Situacij, ki ponujajo življenjske primere za preiskavo, ni težko dobiti. Vsaka preiskava v oddelku ponudi nove izzive in odpira prostor za nove preiskave. Učenci so pri tem izvirni in navdušeni za vsako novo idejo.
Tortni prikaz je primer vsebine, ki usmerja učitelja v izkušenjsko učenje in reševanje problemov z življenjskimi situacijami. V tem je tudi njegova moč in privlačnost. Dovolj je tudi možnosti, da dejavnost organiziramo in izpeljemo na več zahtevnostnih ravneh in pri tem upoštevamo zmožnosti učencev. Učenci doživljajo matematiko kot prijetno izkušnjo in kot predmet, ki je tesno povezan z vsakdanjim življenjem. To so vsebine, ki delajo predmet privlačen in zanimiv.
Za doseganje ciljev, ki so vezani na te vsebine, lahko uporabimo tudi informacijsko komunikacijsko tehnologijo. V svoji praksi zelo pogosto sežem po gradivih, ki so v ta namen že pripravljena, ali pa si gradiva za predstavitve ali utrjevanje ali preverjanje pripravim sama. Uporabljam možnosti, ki mi jih ponujajo PowerPoint, HotPotatoes, Microsoft Excel in i-tabla.

Viri

1. Brooks, M. (1996): Zbližanje in ujemanje. Založba Ganeš, Ljubljana.
2. Cotič, M. (1999): Obdelava podatkov pri pouku matematike 1-5: Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. ZRSŠ, Ljubljana.
3. Cotič, M., Hodnik, T. (1995): Prvo srečanje z verjetnostnim računom in statistiko v osnovni šoli. Matematika v šoli 2/1, str. 5-14.
4. Čibej, J. A. (1990): Matematika, verjetnost in statistika. DZS, Ljubljana.
5. Labinowicz, E. (1989): Izvirni Piaget. DZS, Ljubljana.
6. Magajna, Z., Žakelj, A. (2000): Obdelava podatkov pri pouku matematike. ZRSŠ, Ljubljana.
7. Rose, C., Cool, L. (1993): Umetnost učenja. Tangram, Ljubljana.

8. Žakelj, A. [et al.]. (2011): Učni načrt. Program osnovne šole. Matematika. MŠŠ, ZRSŠ, Ljubljana.
9. Žibert, A. (2004): Izobraževanje v informacijski družbi. Razredni pouk, 7/1, stran 30-31.

OD NAČRTA REŠEVANJA DO VREDNOTENJA REZULTATOV MATEMATIČNIH IN REALNIH PROBLEMOV

Mathematical and Everyday Problems from a Problem Solving Plan to Evaluation

Metka Flisar, OŠ Tišina, Vera Serdt, OŠ Gornja Radgona

metka.flisar@guest.arnes.si, vera.serdt@guest.arnes.si

Povzetek

Pri reševanju matematičnih problemov na razredni stopnji moramo posebno pozornost nameniti tako izbiri ali oblikovanju matematičnih in realnih problemov kot tudi učenju strategij reševanja problemov. Učitelji se moramo zavedati, da potrebujejo učenci za razvoj lastnih strategij reševanja veliko izkušenj, zato jih sistematično in postopoma uvajamo v reševanje problemov.

Učenci rešujejo matematične probleme na različne načine:
- s poskušanjem (na konkretni, simbolni ravni),
- z opazovanjem in ugotavljanjem (potrebna je utemeljitev rezultata),
- s premislekom (logičnim sklepanjem, miselnimi procesi),
- z matematičnimi izpeljavami (računski postopki).

Učencem ponudimo dovolj časa, da v fazi poročanja o rezultatih dela opišejo in predstavijo svojo pot reševanja ter sami ocenijo pravilnost rezultata. Ob tem spoznajo, da ni vedno najpomembnejši samo končni rezultat, temveč že pot reševanja. Pridobljena znanja in postopke uporabijo pri reševanju novih primerov in situacij v fazi transferja.

Ključne besede: posredno in neposredno vodenje, načrt reševanja, reševanje problema, vrednotenje.

Abstract

In solving mathematical problems on primary level we must pay special attention to selecting or creating mathematical and real world problems, as well as learning problem solving strategies. Teachers need to be aware that students require a lot of experience to develop their own solving strategies, so students are systematically and gradually introduced to problem solving.

Students solve mathematical problems in various ways by
- trying and making errors (on concrete and symbolic level),
- observing and identifying (requires justification of the results),
- reflecting (or logical reasoning, cognitive processes), and
- using mathematical derivation (computational procedures).

During the reporting stage, students are given enough time to describe and present their way of solving the problem, and assess the correctness of their results. At the same time they realize that sometimes the process of problem solving is more important than the actual results. They use the acquired knowledge and procedures to solve new examples and situations during the transfer stage.

Key words: indirect and direct monitoring, problem solving plan, problem solving, evaluation.

Uvod

V prispevku sta predstavljena primera problemskega pristopa reševanja realnih matematičnih problemov iz vsakdanjega življenja. Posebej so izpostavljene faze oblikovanja načrta, reševanja in vrednotenja rezultatov. V tem delu vzgojno-izobraževalnega procesa moramo učencem ponuditi dovolj možnosti, da se soočijo z načrtovanjem reševanja problema, da svojo miselno pot predstavijo in da nato izberejo najustreznejšo pot reševanja. Pri tem učitelj odigra pomembno vlogo, saj jih glede na situacijo prepusti samostojni poti ali pa jih z ustreznimi vprašanji, namigi vodi. V fazi reševanja je učenec »sam«. Za fazo vrednotenja načrtujemo dovolj časa, da bodo učenci imeli možnost predstaviti različne načine reševanja in izraziti svoje mnenje o novih spoznanjih.

Od načrtovanja do vrednotenja rezultatov problemske naloge

Primer iz prakse 1

1. Učencem je bila predstavljena problemska situacija - izhodišče za oblikovanje problemskega vprašanja.

Mateja!
Pridem pozno.
Prosim te, pojdi v trgovino in kupi:

pol kilograma kruha,
1 kg ostre moke,
3 zavitke parmezana po 150 g,
40 dag pica šunke,
250 gramsko konzervo gobic v slanini,
2 vrečki suhega kvasa po 10 g,
eno 500 gramsko margarino za peko,
kilogram jabolk.

Denar za nakup je v denarnici.
S seboj vzemi dve nosilni vrečki.

Se vidimo zvečer.
mama

Ob razčlembi celotne vsebine smo posebej izpostavili mamino navodilo, naj s seboj vzame dve nosilni vrečki. Ob ugotovitvi, da s pravilno razporeditvijo stvari v dve vrečki lažje nosimo tovor, smo skupno oblikovali problemsko vprašanje: ***Kako naj Mateja razporedi stvari (živila), da bo v obeh vrečkah enaka masa?***

2. V fazi vpeljave smo opravili korake, ki so potrebni za rešitev naloge.

- Ponovili smo potrebno znanje o pojmu masa, merskih enotah zanjo in s konkretnim tehtanjem pretvornike merskih enot (Slika 1).
- Ob primerih npr.: »Kolikšna je skupna masa kruha in sira?« smo frontalno spoznali postopek seštevanja in odštevanja količin z merskimi enotami za merjenje mase ter pretvarjali enoimenske enote v večimenske in obratno (Slika 2).

Slika 1: Tehtamo in pretvarjamo

Slika 2: Računanje z merskimi enotami

- Sledilo je navodilo, da učenci samostojno oblikujejo načrt za rešitev problemskega vprašanja.

Učenci so ob konkretnem primeru najprej individualno zapisovali korake – postopke za rešitev problema v zvezek, nato pa jih predstavili drug drugemu. Ob predstavitvi načrtov (Slika 3) smo utemeljevali posamezni korak, kam nas le-ta vodi oziroma ali je potreben za rešitev našega problemskega vprašanja.
Po skupni razpravi smo na tablo in v zvezke zapisali vse korake - postopke, za katere smo ugotovili, da nas vodijo do rešitve problemskega vprašanja.

Slika 3: Načrt reševanja

- Podala sem natačna navodila poteka reševanja. Navodila so bila izpisana na prosojnici ves čas reševanja, tako da so jim učenci lahko sledili med individualnim delom.

NAVODILO ZA REŠEVANJE Nalogo rešujete individualno. Bodite pozorni na mersko enoto posameznega živila. Pozorni bodite na tista živila, kjer je več kosov. Pri pretvarjanju merskih enot si pomagajte z OPOMNIKOM. Če boste naleteli na težavo, dvignite roko. Pridem vam svetovat. Rešitve bomo skupaj preverili 15 minut pred koncem ure.

3. Učenci so imeli 15 minut časa za reševanje. Učenci so sledili načrtu, ki smo ga imeli zapisanega na tabli.

Do končne rešitve je prišla polovica učencev, ostali so izvedli vsaj en ali dva koraka. Nekaj učencev je imelo težave s seštevanjem ali z deljenjem. Nobeden se ni lotil reševanja s konkretnim razporejanjem živil v dve vrečki (na razpolago so imeli lističe z zapisanimi količinami živil), kar je ena izmed možnosti reševanja.

4. Pred predstavitvijo končnih rešitev smo preverili, koliko učencev je izračunalo skupno maso vseh živil, koliko jih je rešilo le prvi, drugi korak. Ob tem smo ugotavljali, zakaj jim ni uspelo priti do končne rešitve.

Ker je naloga omogočala več rešitev, sta dva učenca predstavila vsak svojo pot reševanja in jo zapisala na tablo (Sliki 4 in 5). Ostali so rešitve primerjali s svojimi, jih po potrebi dopolnili ali pripisali manjkajoči korak**.**

Sliki 4 in 5: Potek reševanja

5. V fazi vrednotenja novih spoznanj ob reševanju dane problemske situacije sem učencem predstavila še ostale možne rešitve, ki niso bile omenjene.

Učenci so bili presenečeni, da so sami prišli le do ene rešitve, nekateri niti ne do končne. Kljub temu pa so v fazi vrednotenja izrazili zadovoljstvo nad samim potekom dela in svojim rezultatom.

<u>Primer iz prakse 2</u>

Predstavila bom primer, ki sem ga izvedla v 4. razredu z naslovom Merjenje časa. Pri načrtovanju sem upoštevala cilje in vsebino iz dveh učnih sklopov – Merjenje in Matematični problemi z življenjskimi situacijami.

1. Izhodišče za oblikovanje naloge je bil naravoslovni dan, ki smo ga izvedli v Ljubljani.

Najprej smo ta dan še enkrat na kratko podoživeli in na tabli je začela nastajati skica poti (Slika 6).

Slika 6: Potek naravoslovnega dne

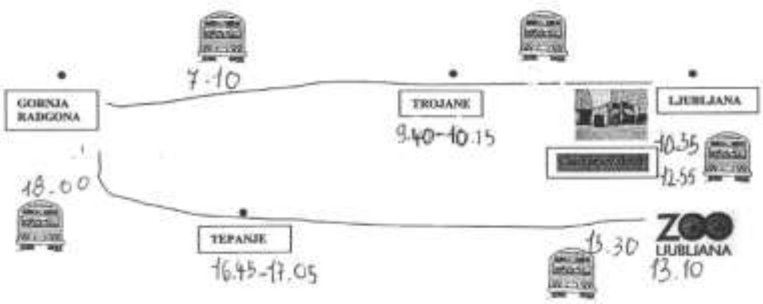
Dejavnosti tega dne sem zbrala v preglednico (Preglednica 1), ki sem jo učencem predstavila s projekcijo, hkrati pa je nalogo dobil tudi vsak posamezni učenec. Nalogo smo najprej glasno, nato še tiho prebrali.

Po vodenem razgovoru so povedali, da je naravoslovni dan trajal od jutra do večera, ker je Ljubljana precej oddaljena od Gornje Radgone. Po razgovoru o razliki med trajanjem vožnje in ogledih smo oblikovali problemsko vprašanje: ***Koliko časa manj bi trajal naravoslovni dan, če bi lahko vse oglede izvedli v domačem kraju?***

ČAS	VSEBINA
7.10	ODHOD Z AVTOBUSOM IZPRED ŠOLE
9.40	POSTANEK ZA MALICO NA TROJANAH
______	VOŽNJA S TROJAN
10.55	OGLED PREDSTAVE V CANKARJEVEM DOMU; MALICA; OGLED CANKARJEVEGA DOMA
12.55	ODHOD Z AVTOBUSOM V ŽIVALSKI VRT
______	PRIHOD IN OGLED ŽIVALSKEGA VRTA V LJUBLJANI.
15.30	ODHOD IZ LJUBLJANE.
______	POSTANEK NA CESTNINSKI POSTAJI TEPANJE
17.05	ODHOD S TEPANJ
18.00	PRIHOD V GORNJO RADGONO

Preglednica 1: Časovni potek dejavnosti naravoslovnega dne

2. V fazi vpeljave smo naredili več korakov.
- Ponovili smo predznanje, ki je bilo vezano na problemsko situacijo.
Z modeli ur, ki so jih naredili učenci, smo prikazovali ure in minute, zapisane v preglednici, dopolnili skico in preglednico (narisali smo kazalce in zapisali manjkajoči čas).
Na tabli in v zvezkih je nastala skica (Slika 7), ki je predstavljala problemsko situacijo.



Slika 7: Problemska situacija v sliki in besedi

- Ob skici so s svojimi besedami upovedili nalogo.

Ponovili smo pojma mersko število in merska enota.
Nato so s pomočjo ur ali na pamet računali, koliko manjka do polne ure in do katere. Prikazovali smo trajanje s premikanjem obeh kazalcev na modelih ur ter zapisovali račune.

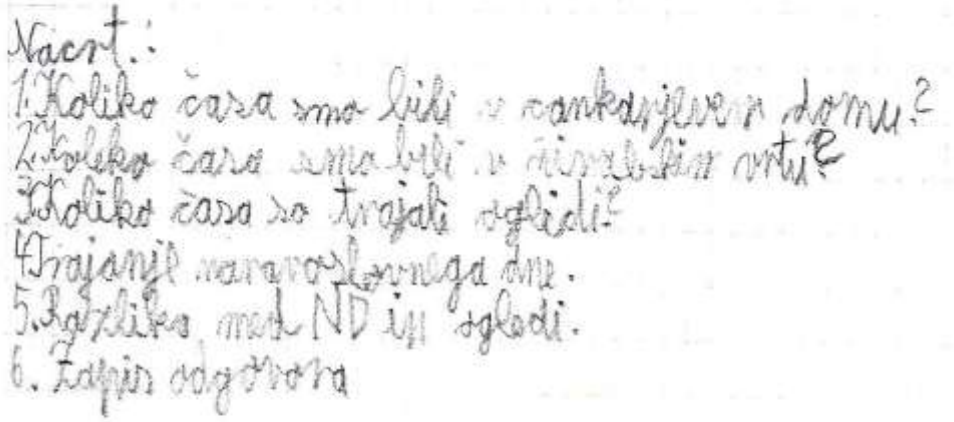
- Ponovili smo problemsko vprašanje in se lotili načrta reševanja.

Vprašali smo se: Kaj bi naredili najprej? Katere korake, postopke moramo izvesti, da pridemo do rešitve problema?

Vsak posameznik je najprej zapisal načrt na »čečkalni list«. Pri tem so bili bolj ali manj uspešni. Nato so v skupinah sošolcem predstavili, kar so napisali (Slika 8). Dogovarjali so se in poskušali oblikovati skupni načrt. Od petih skupin je to uspelo eni, ostale štiri so imele nepopolne načrte. Ugotovili smo, da je bilo v preglednici veliko podatkov in nekateri se v tej množici niso znašli. Pri načrtu so želeli uporabiti vse podatke – vsa trajanja (vožnje s postanki in ogledi).

Slika 8: Predstavitev načrta v skupini

Oblikovali smo skupni načrt, ki ga je učenec napisal na tablo, ostali pa v zvezke (Slika 9).



Nacrt.:
1. Koliko časa smo bili v Cankarjevem domu?
2. Koliko časa smo bili v [illegible] vrtu?
3. Koliko časa so trajali ogledi?
4. Trajanje naravoslovnega dne.
5. Razlika med ND in ogledi.
6. Zapis odgovora

Slika 9: Načrt reševanja iz zvezka enega od učencev

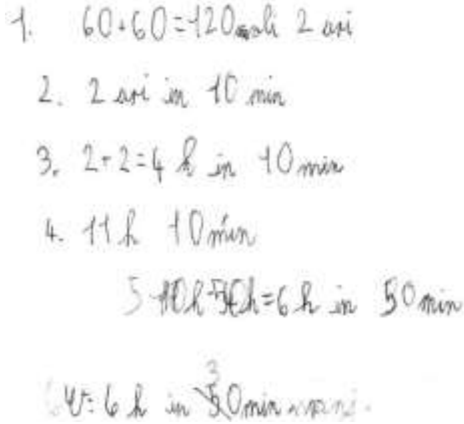
- Preden so se lotili reševanja, sem povedala navodila za reševanje:

Nalogo rešujete individualno. Bodite pozorni na začetek in konec trajanja posamezne dejavnosti. Pravilno zapisujte ure in minute. Če boste naleteli na težavo, dvignite roko. Rešitve bomo skupaj preverili 15 minut pred koncem ure.

3. Reševanje je trajalo dalj časa od predvidenega. Nekateri so zapisovali račune, drugi pa samo rešitve. Večina učencev si je pri določanju trajanja pomagala z modelom ure (Slika 10).

Slika 10: Računanje z modelom ure

4. O rezultatih dela so poročali ustno.
Primer reševanja:



Slika 11: Primer reševanja naloge

Učenec je pravilno rešil prve tri korake, zmotil se je pri četrtem. Nalogo je razumel.

5. Po pregledu rešitev so učenci reševanje vrednotili najprej individualno tako, da so izpolnili preglednico in razmislili o vprašanjih.

KORAKI REŠEVANJA (NAČRT)	REŠEVANJE KORAKA		REŠITEV	
	SEM REŠEVAL	NISEM REŠEVAL	JE PRAVILNA	NI PRAVILNA
1. KORAK				
2. KORAK				
3. KORAK				
4. KORAK				
5. KORAK				
6. KORAK				

RAZMISLI.
Kateri korak reševanja problemske naloge se ti je zdel najlažji? Zakaj?
Kateri korak reševanja ti je delal težave? Zakaj?
Kaj bi spremenil pri svojem načinu reševanja?
Katera znanja že dobro obvladaš?
Katera znanja moraš še izpopolniti?

Učenci so bili uspešni pri reševanju 1., 2. in 3. koraka. Nalogo so razumeli. Do napak je prihajalo pri določanju trajanja celotnega dne, kar je pri 5. koraku privedlo do napačne rešitve.

Nekaj odgovorov učencev na zastavljena vprašanja:

Kaj ti je bilo najbolj zanimivo?
- delo z modeli ur
- vsebina naloge mi je bila znana
- da smo si lahko izmenjali mnenje o načrtu v skupini
- nastajanje skice.

Kje si imel težave?
- veliko podatkov v nalogi
- izdelava načrta
- računanje trajanja celotnega dne.

Katera znanja že dobro obvladaš?
- nastaviti čas na modelu ure
- prebrati čas
- dopolniti čas do polne ure
- brati preglednico.

Katera znanja moraš še dopolniti?
- trajanje v urah in minutah.

Zaključek

Pri uvajanju učencev v reševanje matematičnih problemov in problemov z življenjskimi situacijami moramo učitelji skrbno načrtovati celoten potek vzgojno-izobraževalnega procesa.

Predstavljena primera prikazujeta postopnost uvajanja učencev v oblikovanje načrta reševanja, kar učencem dela največ težav. Učitelji se velikokrat ne zavedamo pomena te faze, ki je ključna za razvijanje strategij reševanja različnih nalog. Tudi za vrednotenje si moramo vzeti dovolj časa, da vsak učenec dobi povratno informacijo o uspešnosti svojega dela.

Viri

1. Cencič, M., Cencič M. (2002): Priročnik za spoznavno usmerjen pouk. Mladinska knjiga, Ljubljana.
2. Vršič, V. (2011): Pristopi k reševanju matematičnih problemov (delovno gradivo).
3. Žakelj, A. (et. al) (2011): Učni načrt. Matematika. ZRSŠ, Ljubljana.
4. Fotografije so last avtoric prispevka Metke Flisar in Vere Serdt.

RAZISKOVANJE VZORCEV PRI IGRI HANOJSKI STOLPI

Researching Patterns in Towers of Hanoi Puzzle

Katja Kmetec, OŠ Brinje Grosuplje

katja.kmetec@guest.arnes.si

Povzetek

Igra Hanojski stolpi je preprosta igrača z enostavnimi pravili igranja: ima tri lesene palice. Na eni od njih je različno število diskov, urejenih od najmanjšega do največjega. Največji je spodaj, najmanjši na vrhu. Cilj igre je prestaviti vse diske na tretjo palico ob upoštevanju naslednjih pravil: vsakokrat lahko prestavimo samo en disk hkrati in nikoli ne smemo postaviti večjega na manjši disk. Kljub enostavnosti igra v sebi skriva mnogo zanimive matematike, mnogo izzivov za naše učence.

Učni načrt za matematiko namenja poseben poudarek vzorcem. Kako uporabiti zanimivo, preprosto matematično igračo z namenom v učencih vzbuditi vedoželjnost, jim pokazati, da se matematika skriva tudi v enostavnih igrah, predvsem pa jih navajati na samostojno in sistematično raziskovanje vzorcev?

Učenci 8. razreda so se seznanili z igro in ugotavljali, kako jo razrešiti v čim manjšem številu potez. Ob tem so:

- opazovali številne vzorce, ki jih igra ponuja;
- ugotavljali zakonitosti igre, iskali pravila;
- napovedovali, kaj se bo zgodilo v posamezni potezi, posploševali in svoje ugotovitve zapisovali z algebrskimi izrazi.

Zadani cilji so bili doseženi: učenci so z veseljem in uspešno proučevali matematične vzorce. Vsi udeleženci smo si bili enotni, da igro Hanojski stolpi upravičeno uvrščamo med eno največjih matematičnih ugank vseh časov.

Ključne besede: vzorci, matematične igre, Hanojski stolp.

Abstract

The game Towers of Hanoi is a simple game with uncomplicated rules. It consists of three wooden rods. The game starts with the disks neatly stacked on one rod, going from the smallest at the top to the biggest at the bottom. The aim of the game is to move all the disks on the third rod by obeying the following rules: each move can consist of taking only one disk at the time, but never placing a bigger one on the top of a smaller one. Despite the simplicity of the game, it requires many interesting mathematical skills and is full of challenges for the pupils.

The mathematical syllabus gives special attention to patterns; how to use an interesting and simple toy with the purpose of intriguing the pupils and to show them that mathematics can also be hidden in the simplest toys, but above all to get them accustomed to independent and systematic research of the patterns.

The pupils in grade 8 were familiarised with the game. They searched for the ways to solve it with the lowest number of moves. They:

- observed different patterns offered by the game,
- tried to establish the rules of the game,
- also predicted what would happen in a certain move, generalised their findings and wrote them down by using mathematical expressions (algebra).

The set aims were achieved: the pupils were excited and quite successful in observing the mathematical patterns. Everyone agreed that this game is rightfully considered as one of the biggest mathematical puzzles of all times.

Key words: patterns, mathematical games.

Uvod

Matematikom so igre vedno vzbujale pozornost, saj se mnoge od njih da zgraditi na osnovi matematičnih načel in jih potem uporabljati kot »poskusno sredstvo« za oblikovanje teh načel. Ena izmed najbolj slavnih in privlačnih med vsemi takimi matematično konstruiranimi igrami je uganka o hanojskih stolpih.

Pojavila se je leta 1883, njen avtor pa je francoski matematik Francois Edouard Anatole Lucas.

Igrača sestoji iz treh lesenih palic. Na eni od njih je različno število diskov, urejenih od najmanjšega do največjega. Največji je spodaj, najmanjši na vrhu. Cilj igre je prestaviti vse diske na tretjo palico ob upoštevanju naslednjih pravil: vsakokrat lahko prestavimo samo en disk hkrati in nikoli ne smemo postaviti večjega na manjši disk (Danesi, 2007).

Kljub enostavnosti pa igra v sebi skriva mnogo zanimive matematike: od raziskovanja neskončnosti, rekurzije, geometrijskega in aritmetičnih zaporedij pa vse do čudovitih vzorcev, ki jih lahko opazujejo in raziskujejo že osnovnošolci.

Učni načrt za matematiko slednjim namenja poseben poudarek. Učenci naj bi:

- samostojno oblikovali vzorce,
- opazovali in prepoznali pravilo v vzorcu in vzorec nadaljevali,
- prepoznali pravilo v vzorcu, poiskali posplošitev in zapisali algebrski izraz,

ob tem pa naj bi sočasno razvijali tudi druge učne cilje ter povezovali različne vsebine in znanja (Program osnovne šole. Matematika. Učni načrt, 2011).

Tako so nekateri učenci 8. razreda, ki so se prostovoljno udeležili ustvarjalnih delavnic v Fiesi, preko igre sistematično preiskali pravila igranja, naredili nekakšno študijo igre in pri tem opazovali številne vzorce. Večina učencev, ki se je udeležila delavnic, sicer obiskuje 3. nivo matematike in se je z vzorci seznanjala že v okviru drugih učnih sklopov (racionalna števila, majhna števila, večkotniki …). Čeprav so delavnice potekale v prostem času, so bili cilji delavnic usklajeni z učnimi cilji in vsebinami UN matematike za 8. razred. Za uspešno razrešitev uganke so učenci morali uporabiti že usvojeno znanje o potencah, velikih številih, medsebojni odvisnosti količin in algebrskih izrazih.

S člankom želim predstaviti, kako je potekalo odkrivanje vzorcev, do kakšnih ugotovitev so prišli učenci in seveda kakšno paleto možnosti za raziskovanje nam ponuja preprosta matematična igrača, ki je učencem običajno zanimiva in motivacijsko zelo ustrezna.

Legenda kot izziv, legenda kot problem

Lucas je idejo za igračo Hanojski stolpi najverjetneje našel v anekdoti, ki je bila leta 1550 vključena v De Subtilitate italijanskega matematika Girolama Cardana (1501–1576):

V samostanu v mestu Hanoj je bila zlata deska s tremi lesenimi palicami. Na prvi palici je bilo štiriinšestdeset zlatih diskov urejenih po velikosti od največjega do najmanjšega – največji je bil na dnu in najmanjši na vrhu. Bog je menihom naročil, naj vse diske prestavijo na tretjo palico, enega po enega. Pri tem morajo ves čas ohranjati prej omenjeni vrstni red – večjega diska ne smejo nikoli postaviti na manjšega. Uporabljajo lahko vse tri palice. Ko bodo menihi prestavili zadnji disk, bo konec sveta (Danesi, 2007).

Po prebrani anekdoti so učenci razmislili, kako bi anekdoto lahko analizirali z matematičnim znanjem. Zakaj naj bi bilo konec sveta, ko bodo menihi prestavili zadnji disk? Se da to matematično ugotoviti? Sami so zastavili vprašanja, ki so jim prišla na misel ob anekdoti, kot npr.:

- Koliko potez je potrebnih za rešitev te uganke?
- Je naloga sploh rešljiva?
- Kako težki so bili diski?

- Koliko časa bi porabili menihi za en premik diska?
- Koliko ur na dan naj bi to počeli?

Preden so učenci poiskali odgovore na prejšnja vprašanja, so si ogledali model igrače Hanojski stolpi, kot ga prikazuje Slika 1.

Slika 1: Igrača Hanojski stolpi s sedmimi diski

Na igrači je namesto 64 »le« 7 diskov. Učenci so skušali rešiti nalogo s sedmimi diski, vendar se je kmalu izkazalo, da uganka ni tako enostavna, kot je videti. Kaj kmalu se je premikanje diskov zapletlo in se kar ni hotelo razrešiti.

Kako se igra to igro?!

Učenci so zelo hitro ugotovili, da je bolj pametno začeti z manjšim številom diskov: z dvema, s tremi, štirimi in nazadnje s petimi. Prve težave so se pojavile že pri reševanju uganke s petimi diski. Učenci so prišli do domneve, da pri igri verjetno obstaja nek »vzorec«, neko pravilo, ki ga je treba najti, da potem lahko rešimo uganko, ne glede na to, koliko diskov imamo. Kako najti to pravilo?

Učenec, ki je že od prej poznal igro, je suvereno odigral igro s sedmimi diski, sošolci pa so medtem pazljivo opazovali premikanje diskov. Vnaprej smo si razdelili opazovalne naloge, tako da se je vsak od učencev osredotočil le na gibanje enega diska. Ugotoviti je moral, kdaj se disk prvič premakne, na koliko potez se premika in v kateri smeri kroži. Svoje ugotovitve so učenci nato izmenjali. Prikazane so v Tabeli 1.

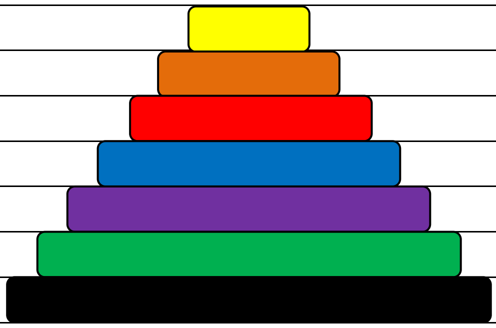
Disk	V kateri potezi se prvič premakne	Na koliko potez se premika	Smer kroženja
	1	2	negativna
	2	4	pozitivna
	4	8	negativna
	8	16	pozitivna
	16	32	negativna
	32	64	pozitivna
	64	128	negativna

Tabela 1: Kako se premikajo posamezni diski med igro

V 2. in 3. stolpcu tabele so učenci brez težav prepoznali zaporedje potenc števila 2. Predvideli so, kdaj bi se prvič premaknil 8. disk, če bi ga imeli, na koliko potez bi se premaknil in v kateri smeri bi krožil.

Ugotovitve so takoj preizkusili pri igranju igre Hanojski stolpi, tokrat s petimi, šestimi in sedmimi diski. Še prej pa so si iz plastelina izdelali svoje igrače: oblikovali so sedem krogov različnih velikosti. Slednje so položili na plastificiran papir, na katerem so bili natisnjeni trije krogi, ki so predstavljali tri različne stolpe: začetnega, vmesnega in končnega. Krogi, ki so ponazarjali stolpe, so bili razporejeni kot oglišča enakostraničnega trikotnika – da je bilo lažje opazovati smer gibanja, ki je bila bodisi matematično negativna bodisi matematično pozitivna. Primer igrače, ki so jo izdelali učenci sami, prikazuje slika 2, na sliki 3 pa je večji – demonstracijski model, ki ga je izdelal učitelj tehnične vzgoje.

Slika 2: Preprost primer igrače Hanojski stolpi, narejen iz papirja in plastelina

Slika 3: Demonstracijski model igrače, narejen pri tehnični vzgoji

Z uporabo prejšnjih ugotovitev o tem, kako se gibljejo posamezni diski, so učenci brez težav odigrali tudi igro s sedmimi diski. Ob tem so ugotovili:

- zadošča spremljati le gibanje najmanjšega diska;
- ko tega pravilno premaknemo, vedno obstaja le ena možnost, kateri disk premakniti.

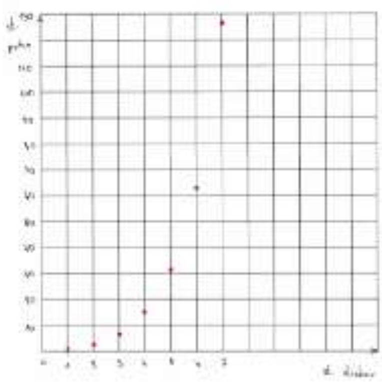
S tem je igra postala enostavna. Vendar kljub temu zelo dolgotrajna, sploh takrat, ko so učenci uporabili vseh sedem diskov. Že sredi igre so se spraševali: »Koliko potez je še treba?«

Kolikšno je najmanjše število potez, potrebnih za razrešitev igre?

Njihovo nejevoljno vprašanje smo takoj izkoristili v matematične namene: se da izračunati, kolikšno je najmanjše število potez, potrebnih za razrešitev uganke? Učencem je bilo jasno, da je to odvisno od števila diskov: večje kot je število diskov, večje je število potez, potrebnih za rešitev uganke. Hitro so preverili, da število potez ni premo sorazmerno s številom diskov. S pomočjo znanja o medsebojni odvisnosti količin so se lotili preiskave, kakšna je ta odvisnost. Odigrali so igre z različnim številom diskov, šteli premike diskov in rezultate vpisovali v tabelo (Tabela 2). Odvisnost so prikazali tudi grafično (Slika 4).

Število diskov	Najmanjše število
1	1
2	3
3	7
4	15
5	31
6	63
7	127

Tabela 2: Najmanjše število potez, potrebnih za rešitev igre



Slika 4: Najmanjše število potez, potrebnih za rešitev igre

Pri pregledu zaporedja števil za najmanjše število potez: 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, … so brez težav našli pravilo, po katerem se zaporedje nadaljuje: dodajamo (po vrsti) potence števila 2.

$$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+4} 7 \xrightarrow{+8} 15 \xrightarrow{+16} 31 \xrightarrow{+32} 63 \xrightarrow{+64} 127$$

Zaporedje so na enak način nadaljevali in izračunali, kakšno bi bilo najmanjše število potez, če bi imeli 8, 9, 10 diskov.
Eden od učencev je opazil vzorec v enicah zaporedja najmanjšega števila potez: ugotovil je, da se periodično ponavljajo števke 1, 3, 7, 5, ter na podlagi tega sklepal, kakšna bo zadnja števka pri 10 diskih.
Pač pa so se pojavile težave pri zapisu algebrskega izraza za najmanjše število potez pri uganki z *n* diski. Učencem sem nalogo precej olajšala, ko sem tabeli 2 dodala dodatni (tretji) stolpec, kot prikazuje tabela 3.

Število diskov	Najmanjše število potez	Pomoč: Najmanjše število potez, povečano za 1
1	1	2
2	3	4
3	7	8
4	15	16
5	31	32
6	63	64
7	127	128

Tabela 3: Najmanjše število potez, povečano za 1

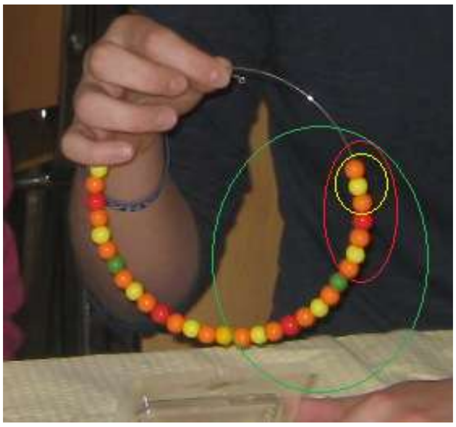
V tretjem stolpcu so opazili zaporedje potenc števila 2. Ugotovili so, da so vrednosti v drugem stolpcu ravno za 1 manjše in na podlagi tega prišli do pravilne formule za najmanjše število premikov: $2^n - 1$.
S pomočjo formule so učenci preverili prejšnje napovedi, koliko potez bi bilo potrebnih za rešitev uganke z 8, 9 in 10 diski.
Pa bi znali te igre tudi odigrati? Učenci so bili prepričani, da je odgovor pritrdilen, saj se »ves čas ponavlja en in isti vzorec.« Kakšen pa je ta vzorec?

Predstavitev in študija igre – »Hanojska« ogrlica

Za natančno analizo igre je dobro, da igro na kakršenkoli način zapišemo oz. predstavimo. Z učenci smo se dogovorili, da bomo igro ponazorili na poseben način: z ogrlico. Ogrlica bo sestavljena iz kroglic različnih barv, ki bodo ponazarjale gibanje diskov različnih barv. Vsakokrat, ko se bo premaknil disk rumene barve, bodo učenci nanizali v ogrlico kroglico rumene barve. Ko se bo premaknil disk oranžne barve, bodo nanizali kroglico oranžne barve itn. Nastajanje in končne izdelke prikazujeta Sliki 5 in 6.
Nastale so čudovite ogrlice različnih barv, vendar vse z istim ponavljajočim se vzorcem. Število diskov je bilo v ogrlicah razvidno kot število različnih barv kroglic. Pri izdelavi ogrlic so učenci opazili, da v ogrlici, ki ponazarja igro s petimi diski, najdemo tudi ogrlico, ki ponazarja igro z dvema, s tremi oz. s štirimi diski, kot prikazuje Slika 7.

Slika 5: Nastanek »Hanojske« ogrlice

Slika 6: Končni izdelek



Slika 7: V vsaki naslednji ogrlici se skrivajo tudi predhodne.

Ne da bi učenci poznali pojem rekurzija, so izkustveno ugotovili, da vsako naslednjo ogrlico dobimo tako, da sestavimo predhodno, dodamo kroglico nove barve in nato spet dodamo predhodno ogrlico.

Nastale izdelke – čudovite ogrlice – smo natančno analizirali. Učenci so sami predlagali, kaj bi lahko ugotavljali, in sicer:

- koliko kroglic posamezne barve potrebujemo,
- kako pogosto nizamo kroglico posamezne barve,
- na katerih mestih ogrlice nastopa posamezna barva kroglice.

Ugotovitve za ogrlico s petimi različnimi barvami prikazuje tabela 4:

Kroglica	Koliko jih potrebujemo	Kako pogosto se pojavljajo – na koliko mest	Na katerih zaporednih mestih so te kroglice
	16	2	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31
	8	4	2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30
	4	8	4, 12, 20, 28
	2	16	8, 24
	1	(32)	16

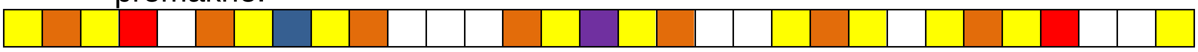
Tabela 4: »Statistika« ogrlice s 5 različnimi barvami

Pa smo spet pri vzorcih! Drugi stolpec tabele 4 je padajoče zaporedje potenc števila 2, tretji stolpec pa naraščajoče zaporedje potenc števila 2. Zadnji stolpec pa nam nudi precej priložnosti za raziskovanje številskih vzorcev: kakšno je pravilo posameznega zaporedja? Kateri so naslednji členi zaporedja? In izzivi za boljše učence: kakšen je splošni člen zaporedja? Ali število 100 nastopa v zaporedju 2, 6, 10, 14, … ? Ali še težje: katera barva kroglice bi bila na 200. mestu »Hanojske« ogrlice? Preko zabavne igre smo hitro prišli do zanimive matematike.

Od igre do matematike

Naše skupno druženje smo zaključili z nekaj nalogami. Te so bile različnih težavnosti in prilagojene sposobnostim učencev. Navajam le nekaj primerov nalog, ki terjajo uporabo poznavanja igre Hanojski stolpi oz. »Hanojske ogrlice«, kot smo jo sami poimenovali.

1. Ponazorjeni vzorec predstavlja igro s 5 diski, ki so (po vrsti od najmanjšega do največjega) naslednjih barv: rumen, oranžen, rdeč, moder, vijoličen. Barva kvadratka pomeni barvo diska, ki se v posamezni potezi premakne. Nekatera polja so bele barve. Vsako belo polje pobarvaj z barvo diska, ki se v posamezni potezi premakne.



2. Rumeni disk se premakne v 1., 3., 5. … potezi. Znaš nadaljevati zaporedje? Zapiši tri naslednje člene.

3. Oranžni disk se premakne v 2., 6., 10., 14. … potezi. Je možno, da se premakne v 50. potezi? Utemelji svoj odgovor.

4. Kateri disk se premakne v 100. potezi? Je odgovor odvisen od tega, koliko diskov je pri igri? Utemelji.

5. Za razrešitev uganke s 6 diski je potrebnih 63 potez. Znaš na podlagi tega sklepati, koliko potez je potrebnih za razrešitev uganke s 7 diski? Namig: pomisli, kako bi izdelal »Hanojsko ogrlico« s kroglicami 7 različnih barv.

6. Na začetku delavnic si slišal anekdoto o Hanojskih stolpih. Oceni, koliko časa bi menihi potrebovali za rešitev naloge. Bi bilo v tem času res konec sveta? Manjkajoče podatke smiselno določi sam.

Zaključek

Igra Hanojski stolpi je enostavna, pa vendar vsebuje veliko zanimive matematike. Poleg tega ima tudi veliko motivacijsko vrednost; učenci jo sprejmejo kot izziv in kot igro, ne pa kot običajno matematično nalogo.

Učenci 8. razreda so se tako igrali, se zabavali, celo izdelali nakit – »Hanojsko ogrlico« – ob tem pa uresničevali cilje učnega načrta matematike:

- utrdili in uporabili so svoje znanje o potencah, velikih številih, medsebojni odvisnosti količin, obdelavi podatkov;
- reševali so probleme;
- opazovali so različne vzorce;
- ugotavljali so zakonitosti igre, iskali pravila;
- napovedovali so, kaj se bo zgodilo v posamezni potezi, posploševali in svoje ugotovitve zapisovali z algebrskimi izrazi,

seveda vsak skladno s svojimi sposobnostmi. Igra namreč omogoča veliko diferenciacijo in individualizacijo. Priporočljivo je, da imamo več primerov igrač, ki pa jih lahko zelo enostavno in hitro izdelajo učenci sami.
Cilji delavnice so bili doseženi, kar se je potrdilo tudi v uspešnem reševanju nalog, ki so terjale poznavanje igre Hanojski stolpi.
Kot je bilo uvodoma že povedano, so se učenci v tem šolskem letu predhodno že večkrat srečali z vzorci. Pri delavnici je bil viden napredek učencev pri preiskovanju vzorcev. Odražal se je predvsem pri naslednjem:

- Učenci se tovrstnih nalog niso (več) ustrašili, pač pa so se jih znali lotiti;
- Izboljšalo se je sistematično preiskovanje vzorcev in samostojnost učencev pri tem;
- Učenci so postali spretnejši in tudi hitrejši pri ugotavljanju pravil.

Menim, da vključevanje vzorcev v različne učne vsebine dolgoročno pomeni dobro investicijo v razvoj matematičnih veščin naših učencev, zato nameravam vzorcem posvetiti še več pozornosti kot doslej. Vzorce lahko opazujemo marsikje; pri matematiki, v vsakdanjem življenju in celo pri zabavnih igrah. Zakaj torej ne bi učencem nudili možnosti doseganja učnih ciljev matematike pri nečem, kar jim je všeč?

Viri

1. Danesi, M. (2007): Paradoksi lažnivca in hanojski stolpi. Deset največjih matematičnih ugank vseh časov. DMFA – založništvo, Ljubljana.
2. Program osnovne šole. Matematika. Učni načrt. http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (1. 12. 2011).

ROZETA
Rosette

Metka Jemec, OŠ prof. dr. Josipa Plemlja, Bled

metka.jemec@planet.si

Povzetek
Rozeta je vzorec v obliki simetrične konfiguracije likov. Ideja je nastala po raziskovalni nalogi, s katero bi učenci načrtali rozeto iz rombov. Za izhodišče so imeli notranji kot romba ter dolžino stranice romba. Izziv je bil jasen: ugotoviti, kolikokrat se za posamezen začetni kot lahko načrta ponovitev rombov. Tako dobimo vzorec, ki je sestavljen iz samih rombov, ki imajo enake dolžine stranic, spreminja pa se le notranji kot v oglišču, ki nastane s stikom dveh sosednjih rombov. Postopek nadaljujemo toliko časa, dokler lahko romb še narišemo. Naloga je primerna za utrjevanje računanja s koti v štirikotnikih, obenem pa tudi za urjenje natančnega načrtovanja s pomočjo geometrijskega orodja. Rozete smo načrtali tudi s pomočjo računalniškega programa GeoGebra.
Pri tej nalogi je sodelovalo več učencev in vsak je dobil svoje podatke za načrtovanje rozete. Ko so učenci rozete načrtali, smo poskušali ugotoviti formulo, kako glede na podani kot vemo, kolikokrat se vzorec ponovi. Nato smo se posvetili še barvanju polj rozete in nastalo je kar nekaj različnih raznobarvnih vzorcev, ki so bili zelo zanimivi.
S tem smo izračunavali kote, utrjevali načrtovanje romba in se obenem še zabavali z izvirnostjo barvnih kombinacij. Namen naloge je bil predvsem ta, da v učencih prebudim motivacijo do raziskovanja nečesa, kar še ne poznajo, obenem pa lahko uvrstimo to tematiko med novo učno snov, ki je namenjena vzorcem.

Ključne besede: rozeta, romb, vzorec, notranji kot, barvanje.

Abstract
Rosette is a form of pattern, shaped as symmetrical configuration. The idea emerged after the research project in which students would draw rosette out of rhombuses. For the starting point, students had internal angle and side length of rhombus. The challenge was clear, therefore, to determine the number of repeating rhombuses for each initial angle. This gives us a pattern, which is combined only out of rhombuses with the same length and varies only in inside angle of vertex, formed with contact by two adjacent rhombuses. This process continues until you can still draw a rhombus. The exercise is suitable for the consolidation of calculating with angles in quadrilaterals and at the same time for detailed planning using geometric tools. Rosettes were also drawn with a computer program GeoGebra.
A lot of students were involved in this task and each of them got their data to design the rosette. When students finished their rosettes, they tried to find a formula, how with a given angle they can discover a number of times the pattern repeats. Then we focused on colouring the cells of the rosettes and in this case quite different types of patterns came out, which were very interesting. Thus, we associated mathematical calculation of angles, consolidated planning of rhombus and also being entertained by the originality of colour combinations. The purposes of this study was primarily to arouse students' motivation for exploration of unfamiliar topics and at the same time these themes can be placed among new teaching materials intended to deal with patterns.

Key words: rosette, rhombus, pattern, internal angle, colouring.

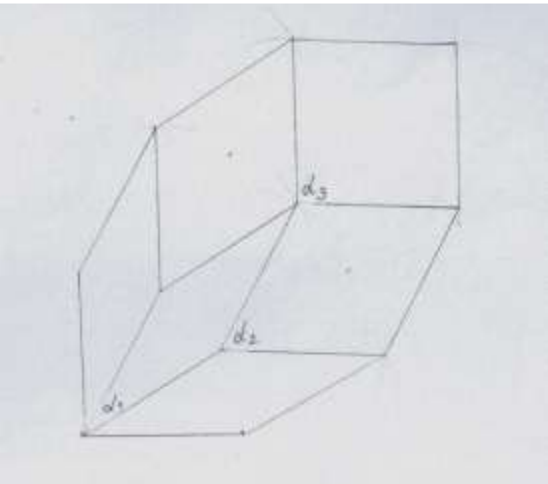
Uvod

Poučevanje matematike postane pravi užitek takrat, ko učitelj začuti, da učenci z zanimanjem rešujejo odprto nalogo in so zelo motivirani, da bi prišli do ustreznih rezultatov in spoznanj. Naša osnovna ideja je bila načrtati vzorec iz samih rombov, ga ustrezno pobarvati in ugotoviti, koliko ponovitev lahko za posamezen začetni kot naredimo. Namen projektne naloge je bil predvsem ta, da učenci poskušajo priti do spoznanj z lastnim načrtovanjem, raziskovanjem in odkrivanjem zakonitosti pri nalogi, s katero se prvič srečujejo. To nalogo smo izvedli v 9. razredu, ko že poznajo večkotnike, računanje s koti in imajo osnovno znanje uporabe računalniškega programa GeoGebra.

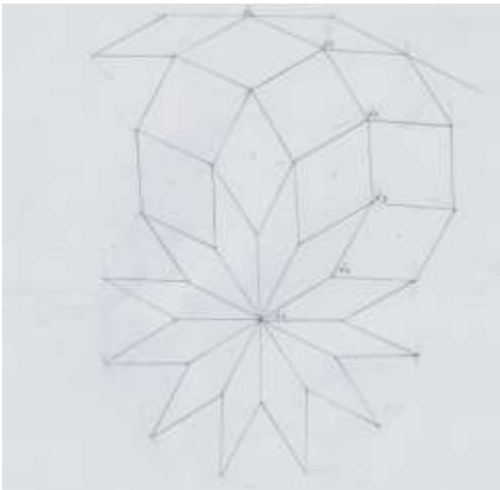
Načrtovanje rozete

Učencem sem najprej predstavila idejo, kako bi načrtali ponavljajoč vzorec samo s šestilom in ravnilom. Potrebujemo le začetni notranji kot romba, vse ostalo pa sledi iz načrtovanja. Slika, ki nastaja po korakih, dobiva obliko rozete, ki pomeni vzorec v obliki simetrične konfiguracije likov. Začetek projektnega dela smo opravili skupaj, tako da smo določili različne notranje kote rombov, dolžino stranice smo določili poljubno.

Najprej smo načrtali primer rozete z notranjim kotom 30°. S šestilom in ravnilom smo načrtali najprej rombe, ki imajo en notranji kot 30°, drugega pa 150°. Z izbrano dolžino stranice smo narisali 12 rombov in zapolnili polni kot. Sledilo je načrtovanje drugega kroga rombov, vendar nam ni bilo potrebno več meriti, pač pa samo s pomočjo šestila določiti naslednje oglišče, saj sta nastali stranici sosednjih rombov že predstavljali naslednji romb s kotom, ki je bil še enkrat večji od začetnega. Dobili smo zopet 12 rombov, ki imajo notranji kot 60°, drugega pa 120°. Tako smo nadaljevali, dokler nismo narisali iztegnjeni kot 180°. Ugotovili smo, da lahko narišemo pet ponovitev za dani kot. Na slikah se vidi nastajanje rozete pri kotu 30°, v prvi sliki je prikazan le en del prvega kroga (trije rombi), na drugi sliki je razviden cel spekter prvega kroga in del drugega kroga rombov, na zadnji sliki pa je prikazana rozeta načrtana v celoti.

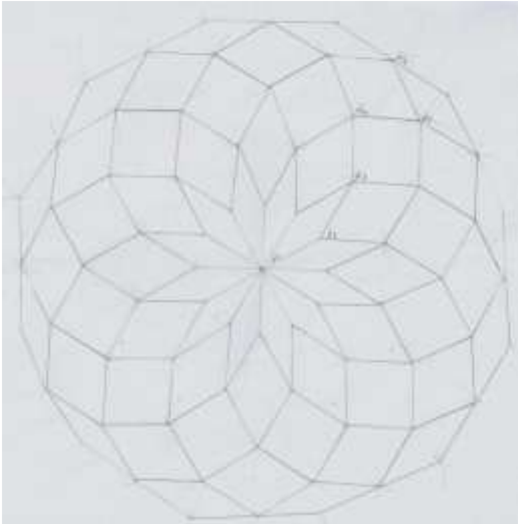


Slika 1: Prvi korak za nastanek rozete



Slika 2: Drugi korak za nastanek rozete

V nadaljevanju so učenci dobili domače delo tako, da so si sami določili tri različne začetne kote in načrtali rozete. Učenci so si lahko poljubno določali dolžino daljice romba, obenem pa sem želela, da mi pokažejo, ali bi lahko določili formulo s pomočjo nekaterih primerov, ki bodo narisani.



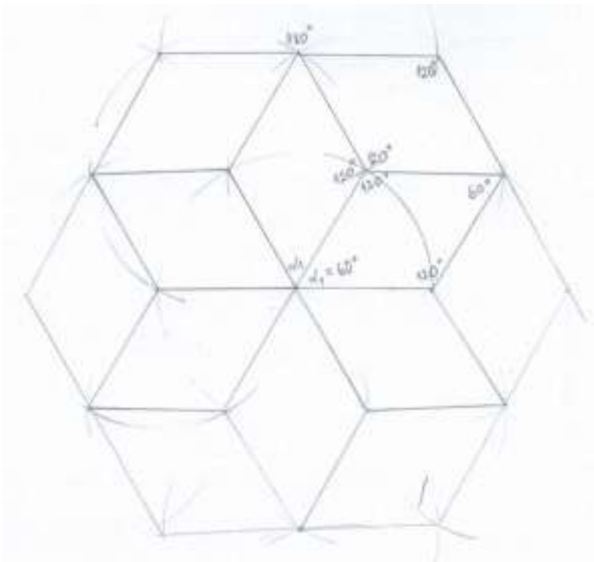
Slika 3: Končna slika rozete

Po analizi rezultatov sem ugotovila, da so učenci zelo uspešno narisali različne rozete, zato smo skupaj napisali ugotovitve, kako si koti v nadaljevanju sledijo in koliko ponovitev ima posamezna rozeta. V tabeli so zapisani začetni notranji koti rozet in koliko ponovitev ji za posamezni kot sledi.

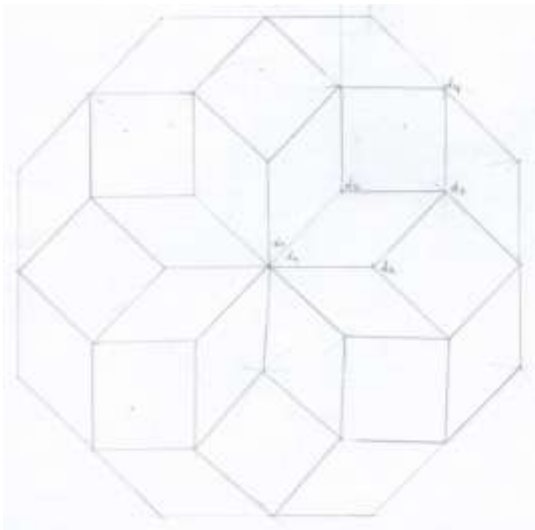
α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}
60°	120°	180°							
45°	90°	135°	180°						
30°	60°	90°	120°	150°	180°				
20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	180°	
18°	36°	54°	72°	90°	108°	126°	144°	162°	180°

Tabela 1: Začetni notranji koti romba pri ponovitvah

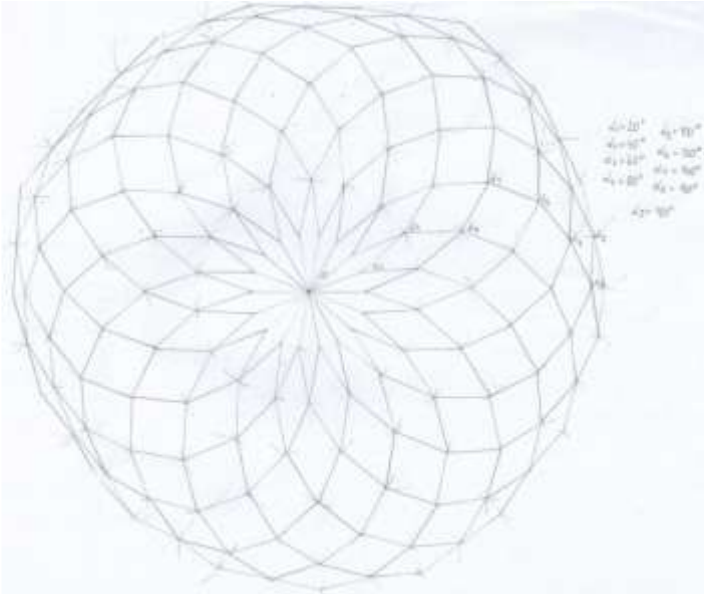
Na naslednjih slikah so prikazani primeri za različne kote rombov in tudi različne dolžine stranic. Če je začetni notranji kot manjši, potem je smiselno načrtati rozeto z manjšo stranico, ker ji sledi več ponovitev. Dolžine stranic smo izbirali med 1,5 cm in 3 cm.



Slika 4: Načrtana rozeta (α_1 = 60°)



Slika 5: Načrtana rozeta (α_1 = 45°)



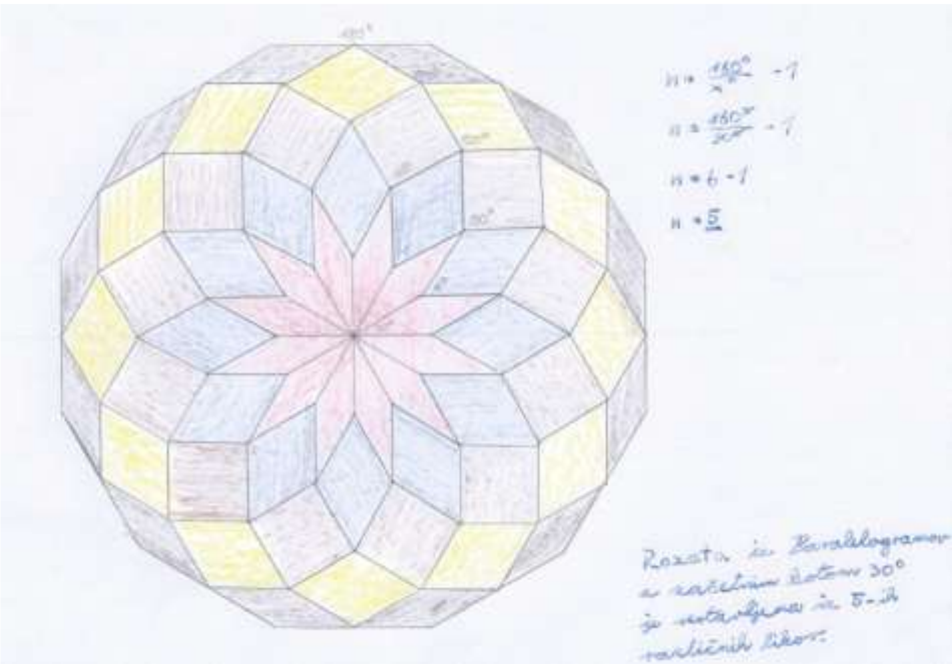
Slika 6: Načrtana rozeta, pri začetnem kotu 20°.

Skupaj smo ugotovili, da se notranji kot romba povečuje za njegovo vrednost pri vsaki dodatni ponovitvi.

Ugotovitve:

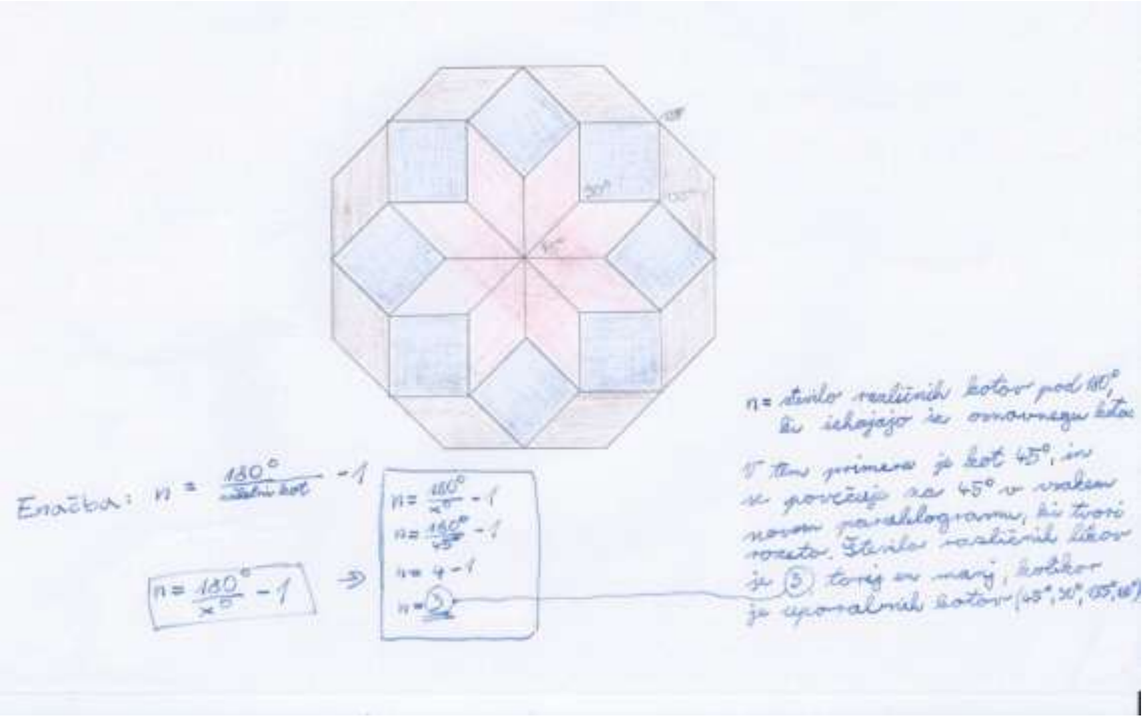
- Če je začetni kot romba **60°**, potem ima rozeta **dve** ponovitvi rombov.
- Če je začetni kot romba **45°**, potem ima rozeta **tri** ponovitve rombov.
- Če je začetni kot romba **30°**, potem ima rozeta **pet** ponovitev rombov.
- Če je začetni kot romba **20°**, potem ima rozeta **osem** ponovitev rombov.
- Če je začetni kot romba **18°**, potem ima rozeta **devet** ponovitev rombov.

Eden od učencev pa je celo napisal enačbo, s pomočjo katere bi določili število ponovitev glede na posamezen kot. Na sliki je zapis enačbe in rešen primer izračuna enačbe za notranji kot 30°.



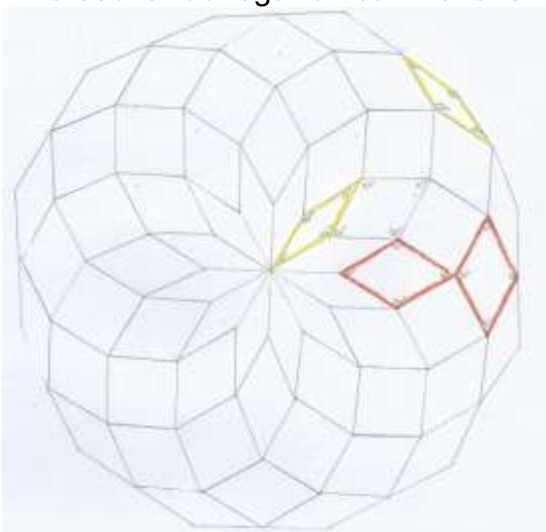
Slika 7: Načrtana rozeta in izračun za ponovitev pri začetnem kotu 30°.

Na naslednji sliki je isti učenec tudi prikazal primer za kot 45°.



Slika 8: Načrtana rozeta in izračun za ponovitev pri začetnem kotu 45°. Zapis splošne enačbe.

Ko smo analizirali nastale slike, smo ugotovili, da nastopajo v vsaki rozeti skladni rombi, ker se ujemajo v vseh notranjih kotih. Skladni so si najbolj notranji romb in zunanji romb, zaporedje se nadaljuje navznoter. Na naslednji sliki sta označena para skladnih rombov, edino romb, ki je kvadrat, nima sebi skladnega romba v kakšnem drugem krogu.

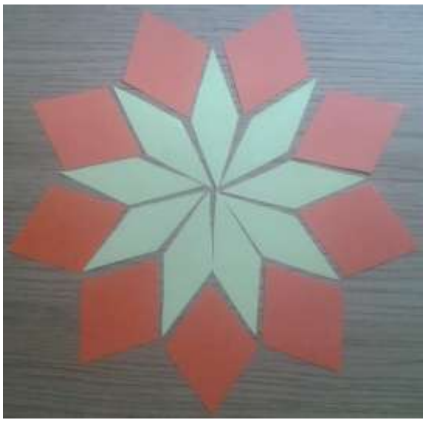


Slika 9: Skladni rombi v rozeti.

Ko smo analizirali ponovitve, smo ugotovili, da smo lahko odprti tudi pri barvanju vzorcev. Ker sem učencev dovolila, da vsak po svoje pobarva svoje načrtane rozete, so nastali zanimivi vzorci. Na naslednjih slikah so predstavljene različno pobarvane rozete, kar nam predstavlja drugačne vzorce.

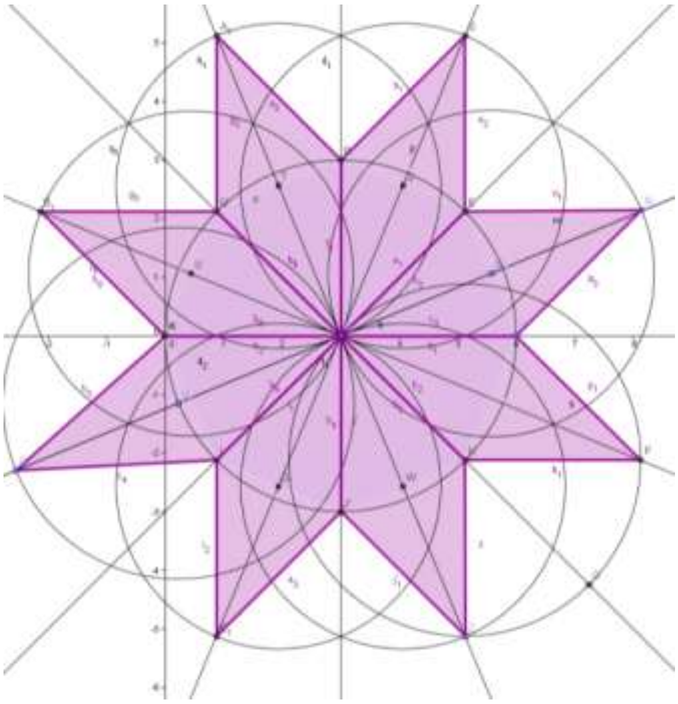
Slika 10: Različno pobarvane rozete

Nekateri učenci pa so izdelali modele rombov iz barvastega papirja in jih polagali tako, da je nastala rozeta. Tako so še lažje ugotavljali skladne like, saj so ugotovili, da se nekateri liki podvajajo. Na sliki je primer sestavljanja rozete s pomočjo različnih rombov, ki imajo enako dolge stranice in različen kot.

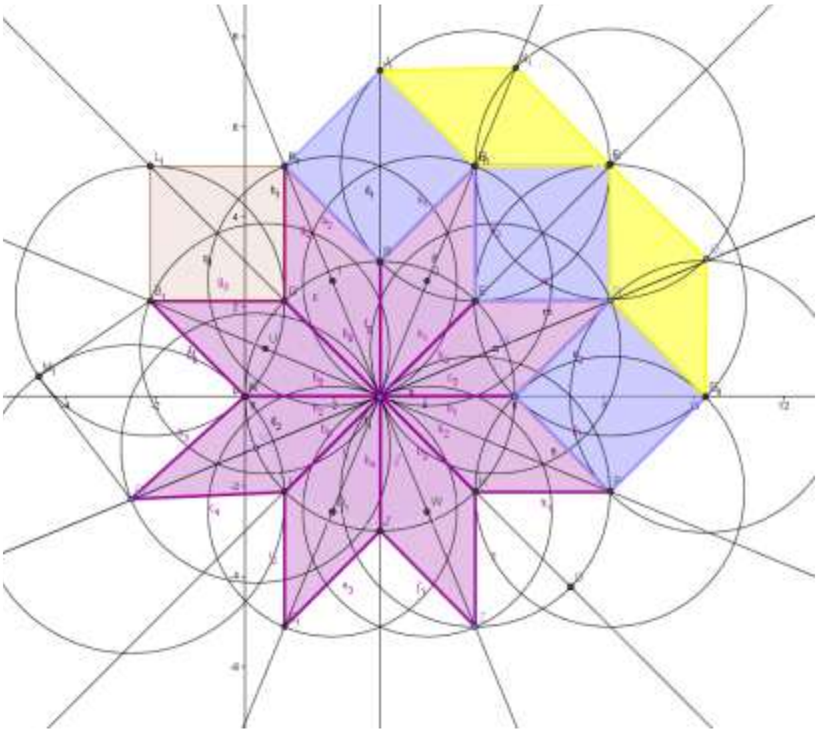


Slika 11: Sestavljanje rozete z modeli rombov

Naslednjo uro smo si pogledali še načrtovanje rozete preko računalniškega programa GeoGebra. Na naslednjih dveh slikah je prikaz enega dela načrtovanja rozete tudi s pomočjo računalnika. Za tako načrtovanje naj bi učenci že poznali osnove GeoGebre, da bi lažje in hitreje načrtali različne rozete. Na sliki je primer rozete, ki ima notranji kot 45° in ima samo tri kroge načrtovanja.

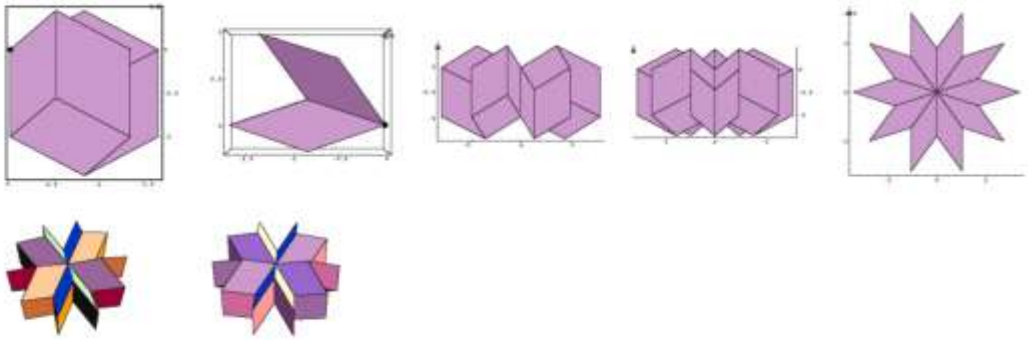


Slika 12: Načrtovanje s programom GeoGebra (1. del)



Slika 13: Načrtovanje s programom GeoGebra (2. del)

Razvedrilna matematika je smer, ki ponuja veliko zanimivih nalog in ena je tudi nadgradnja rozete v obliki 3D. Na sliki je primer rozete, ki nastane z dodajanjem še ene dimenzije in tako dobimo zanimivo telo.



Slika 14: 3D rozeta

Zaključek

Ta primer učne snovi uporabe vzorcev je zagotovo primeren za osmošolce in devetošolce, lahko pa ga uporabimo tudi po načrtovanju štirikotnikov v 7. razredu. Ti dve uri od učencev zahtevata predvsem preusmeritev matematičnih misli na drugo raven, saj lahko poiščemo veliko odprtih možnosti raziskovanja. S tem učenci krepijo vztrajnost in natančnost pri ročnem načrtovanju in utrjujejo znanje uporabe računalniškega programa GeoGebra. Pozitiven izziv je tudi za tiste učence, ki se radi ukvarjajo z barvanjem, saj lahko nastanejo res lepi izdelki. Nadaljevanje projekta vidim v razširitvi na 3D rozete, ki so sestavljene iz samih rombov, ter raziskovanje le teh.

Slika 15: Učenka z narisano rozeto z začetnim kotom 20°.

Viri

1. http://hr.wikipedia.org/wiki/Rozeta (15. 4. 2012).
2. http://matematika.fe.uni-lj.si/people/izidor/homepage/RhombicPolyhedra/RhombicPolyhedra.html (14. 4. 2012).
3. http://www.os-brinje.si/index.php/matematika/izdelki-ucencev/65-pouk/matematika/272-novoletne-cestitke (14. 4. 2012).

ŠTEVILSKI STOLPIČI IN ŠTEVILSKI KVADRATI

Number Columns and Number Squares

Marija Magdič, OŠ Turnišče

marija.magdic@siol.net

Povzetek

V prispevku je predstavljena raziskovalna aktivnost, pri kateri so učenci s pomočjo žepnega računala ugotavljali zakonitosti v tabelah naravnih/celih števil, zapisanih v različnih številskih stolpcih.

Enak matematični izziv je bil izveden pri učencih od 6. do 9. razreda, s tem da so šestošolci in sedmošolci raziskovali le v množici naravnih števil, osmošolci in devetošolci pa so raziskovanje razširili na cela števila, svoje ugotovitve pa podprli tudi z algebrskim izrazom.

Pri raziskovanju so učenci uporabljali žepno računalo le kot orodje pri računanju, kar jim je omogočilo, da so se lažje osredotočili na cilje višjih taksonomskih stopenj. Pri razširitvi problema na cela števila pa so pri delu uporabljali elektronske preglednice (Excel).

Glavni namen pri delu je bil prepoznavanje zakonitosti in posploševanje ter uporaba IKT pri raziskovanju in reševanju matematičnih problemov pri učencih različnih starosti. Izzivi, drugačni od vsakdanjega dela v razredu, povečajo motivacijo in medsebojno sodelovanje. Ob prilagojeni stopnji vodenosti (glede na starost) z okvirno začrtano potjo raziskovanja so učenci svoje ugotovitve opisali ali tudi zapisali z algebrskim izrazom in še sami predlagali možnosti za nadaljnje raziskovanje.

Ključne besede: raziskovanje, posploševanje, številski stolpiči, kvadrati, razlike produktov.

Abstract

The article presents a research, how students, with the help of calculators, tried out to find the rules of natural/whole numbers written in different columns of figures in tables.

The same mathematical challenge has been done with students from grade 6 to 9. Students in grade 6 and 7 investigated only in multitude of natural numbers, while those in grade 8 and 9 expanded the investigation to whole numbers and they even supported their findings with an algebraic term. At the investigation the students used calculators only as a tool for calculation. That enabled them to focus easily to the objectives of higher taxonomy levels. At expanding the problem to whole numbers the e-tables were used (excel).

The main objective was to get to know the laws, plus generalization and the use of ICT at research and to solve mathematical problems by students of different ages. The challenges, different than everyday routine work in the classroom, enhance motivation and interaction. At the adjustable level of guiding (depending on the age) with approximately marked way of investigation, the students described their findings or wrote them down with an algebraic term. Additionally they suggested also the possibilities of further investigation.

Key words: investigation, generalization, columns of figures, squares, product differences.

Uvod

V prispevku predstavljam primer raziskovalnega učenja, kjer so učenci ugotavljali zakonitosti naravnih/celih števili, zapisanih v različno širokih številskih stolpcih.

Raziskovalno učenje ima v učnem procesu pomemben didaktični vpliv. Nove in vnaprej nepričakovane situacije spodbujajo pri učencih razvoj matematičnega mišljenja in procesnih znanj.
V zastavljenem matematičnem izzivu so se učenci preizkušali v vlogi raziskovalcev in ob aktivnem delu in medsebojnem sodelovanju proučevali in si prizadevali priti do zakonitosti. Ob tem so se učili analiziranja, opazovanja, sklepanja, posploševanja ter preverjanja ugotovljenega. Raziskovanje smo podprli z uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije, ki nam je služila kot učni pripomoček.

Številski stolpiči in kvadrati

Opis aktivnosti

Raziskovalnega učenja se pri urah matematike pogosto lotevam, pa naj bo to pri vsebinah, ki so določene z učnim načrtom, ali pa učencem ponudim matematični izziv, ki ni vezan na obravnavano učno snov[14] – ob tem se ponudi še dodatna priložnost za učenje opazovanja, analiziranja, posploševanja in razvoja kompetenc (matematično, govorno sporočanje, uporaba IKT …). Eden izmed takih izzivov so tudi tabele, kjer so naravna/cela števila zapisana v različnem številu stolpcev. Taki stolpiči nudijo veliko možnosti za raziskovanje. Eno izmed možnosti raziskovanja sem predstavila učencem, ob koncu pa so morali tudi sami opisati, če so opazili še kakšno zanimivost, pravilo …
Vodeno matematično raziskavo sem izvedla z učenci od 6. do 9. razreda. Ob tem sem upoštevala starostno stopnjo otrok in pristope ustrezno prilagodila. Učenci nižjih razredov so dobili več navodil za raziskovanje, v osmem in devetem razredu pa so se dela lotili samostojno. Zastavljen izziv sem učencem posredovala na več učnih listih, ki so jih reševali na začetku samostojno, z delom pa so nadaljevali v približno homogenih parih. Vsak je dobil del naloge, ki ga je moral samostojno opraviti, nato pa je par na podlagi ugotovljenih zakonitosti skupno rešil še zadnji učni list, ki je bil namenjen sintezi ugotovljenega in preverjanju/testiranju zakonitosti.
Šestošolci in sedmošolci so raziskovali le v množici naravnih števil, osmošolci in devetošolci pa so raziskovanje razširili na cela števila, svoje ugotovitve pa podprli tudi z algebrskim izrazom. Pri delu so uporabljali žepno računalo le kot orodje pri računanju, pri razširitvi problema na cela števila pa so pri delu uporabljali elektronske preglednice (excel).

Potek dela

Uvod v raziskovanje

V uvodnem delu sem učencem napovedala, da se bodo preizkusili v vlogi raziskovalcev. Pokazala sem jim tabelo naravnih števil (Tabela 1), ki so jo morali opisati. Povedali so, da je to tabela s števili, števila so zapisana v desetih stolpcih, da so to naravna števila, da so urejena, da so enice v posameznem stolpcu enake …

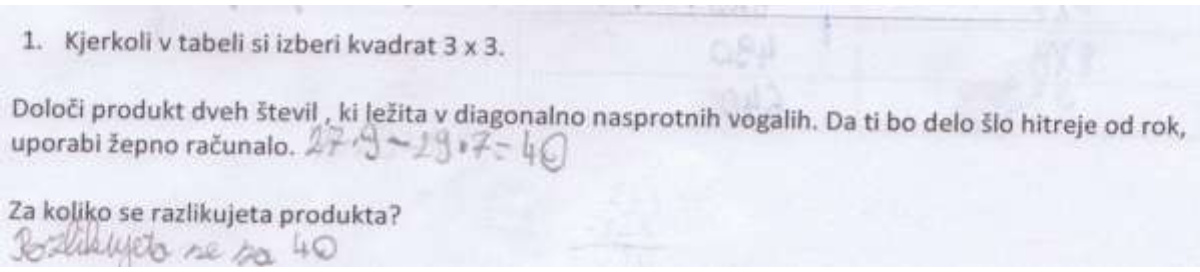
V nadaljevanju sem jim povedala, da bodo glede na navodila, ki so zapisana na učnem listu, poskušali sami ugotoviti, ali velja določeno pravilo v tabeli naravnih števil. Pri delu bodo uporabljali žepna računala in tako zastavljeno nalogo hitreje opravili. Nato sem jim razdelila prvi učni list.

[14] Slednjega se pogosto poslužujem ob koncu obravnave vsebinskega sklopa. Naj navedem nekaj primerov: vsota prvih stotih naravnih števil, obsegi in ploščine, preizkušanje z ulomki, raziskovanje v Pascalovem trikotniku, določanje neznanega člena v zaporedju.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140

Tabela 1: Naravna števila so zapisana v desetih stolpcih

Z učenci 6. in 7. razreda smo po samostojno prebranih navodilih preverili razumevanje in jih dodatno pojasnili ter skupaj rešili prvi primer (Slika 1) in hkrati tudi ponovili računanje z žepnim računalom.


1. Kjerkoli v tabeli si izberi kvadrat 3 x 3.

Določi produkt dveh števil , ki ležita v diagonalno nasprotnih vogalih. Da ti bo delo šlo hitreje od rok, uporabi žepno računalo. 27·9 − 29·7 = 40

Za koliko se razlikujeta produkta?
Razlikujeta se za 40

Slika 1: Z zapisom razlike produktov smo preverili razumevanje navodil za delo

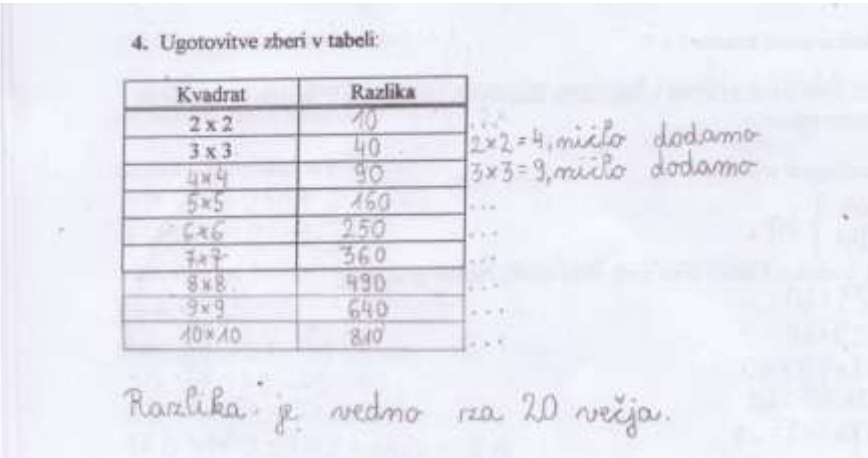
Učenci višjih razredov so pričeli z delom samostojno. Nekaj učencev navodil ni razumelo, zato sem jim pomagala z dodatnimi namigi.
V nadaljevanju je delo potekalo tekoče.

Potek raziskovanja – raziskovanje je potekalo 3 šolske ure.
Učenci so raziskovali po korakih – naloge za le-te so bile predvidene na štirih učnih listih.

<u>Učni list št. 1</u>
Na prvem učnem listu so raziskovali pravilo v tabeli, kjer so bila števila zapisana v 10 stolpcih. Nalogo so reševali individualno. V tabeli so si izbrali pet kvadratov 3×3 in izračunali razlike števil v diagonalno nasprotnih vogalih.
Učenci so si kvadrate označevali. Označevanja so se lotili različno. V nižjih razredih so kvadrate pobarvali ali si jih izrisali z barvnim svinčnikom, v višjih so nekateri označevali samo vogale, števila, ki so jih potrebovali za izračun, le prečrtali ali označili s piko … Računov nisem posebej zahtevala, tako da so se morali učenci sami odločiti, ali jih bodo pisali ali ne. Večina je račune zapisovala. Vsi pa so prišli do ugotovitve, da je razlika v vseh primerih enaka 40.

V nadaljevanju so raziskovali razlike produktov v diagonalno nasprotnih vogalih v kvadratih 2×2, 3×3, 4×4, 5×5, 6×6.
Tudi tokrat se je večina učencev lotila označevanja kvadratov z barvami, za vsak kvadrat so uporabili svojo barvo. Računov velika večina ni pisala več. Peščica učencev (predvsem šesto- in sedmošolci) me je vprašala, ali si morajo izbrati več kvadratov 2×2 ali je dovolj eden. Svetovala sem jim, da naj razmislijo in se sami odločijo. Večina se je odločila za več primerov, pri ostalih kvadratih (3×3, 4×4, 5×5, 6×6) pa so izračunali samo eno razliko. Učenci težav z določanjem razlike niso imeli in so bili spretni pri računanju.

Nato so morali napovedati razlike produktov v kvadratih 7×7, 8×8 in 9×9. Tu so se pojavile prve težave. Nekaj učencev ni upoštevalo navodil in so razliko preprosto izračunali. Ko sem jih na to opozorila, so začeli dobljene razlike vpisovati v razpredelnico, ki je bila pripravljena na koncu učnega lista. To jim je bilo v pomoč in so razlike določili. Prišli pa so do različnih ugotovitev.
V 6. in 7. razredu so skoraj vsi učenci ugotovili, da se razlike vedno povečujejo za 20. Ob vzpodbudi, da naj poskušajo ugotoviti še kakšno lastnost, so povedali, da se vse razlike končajo z nič. Ob mojem vprašanju, kako bi dobili to razliko, so povedali, da zmnožimo npr. 2×2 in dodamo nič (Slika 2).


4. Ugotovitve zberi v tabeli:

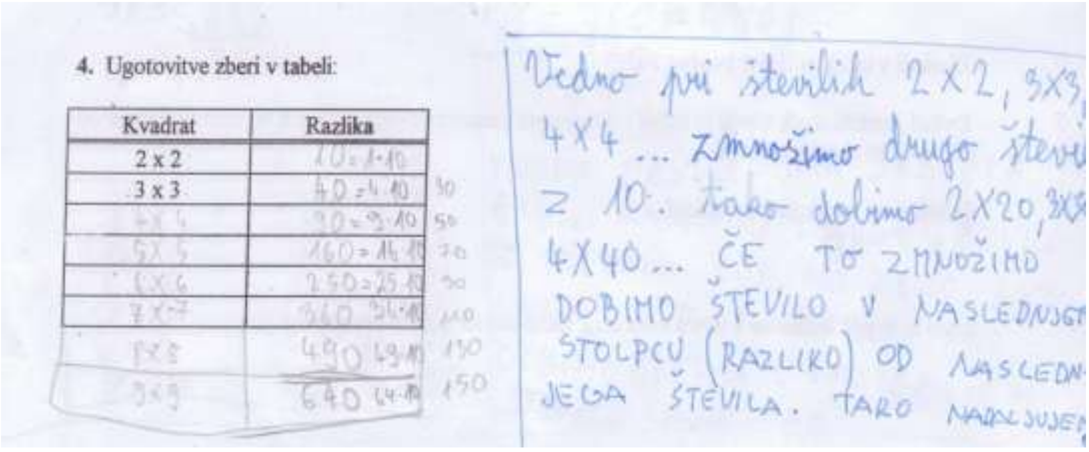
Kvadrat	Razlika
2 x 2	40
3 x 3	40
4×4	90
5×5	160
6×6	250
7×7	360
8×8	490
9×9	640
10×10	810

2×2=4, ničlo dodamo
3×3=9, ničlo dodamo

Razlika je vedno za 20 večja.

Slika 2: Sistematičen zapis v stolpcih pomaga učencu pri iskanju povezav in zakonitosti

Pomagala sem jim z namigom, da pri matematiki ničle kar tako ne dodajamo, lahko pa kot rezultat dobimo število, ki se zagotovo konča z nič, z neko računsko operacijo. Ugotovili so, da morajo množiti z 10. Povedali so še, da razliko dobimo tako, da pomnožimo kvadrat za ena zmanjšane stranice z 10. To so morali tudi zapisati, predvsem šestošolci so imeli pri tem težave (Slika 3).

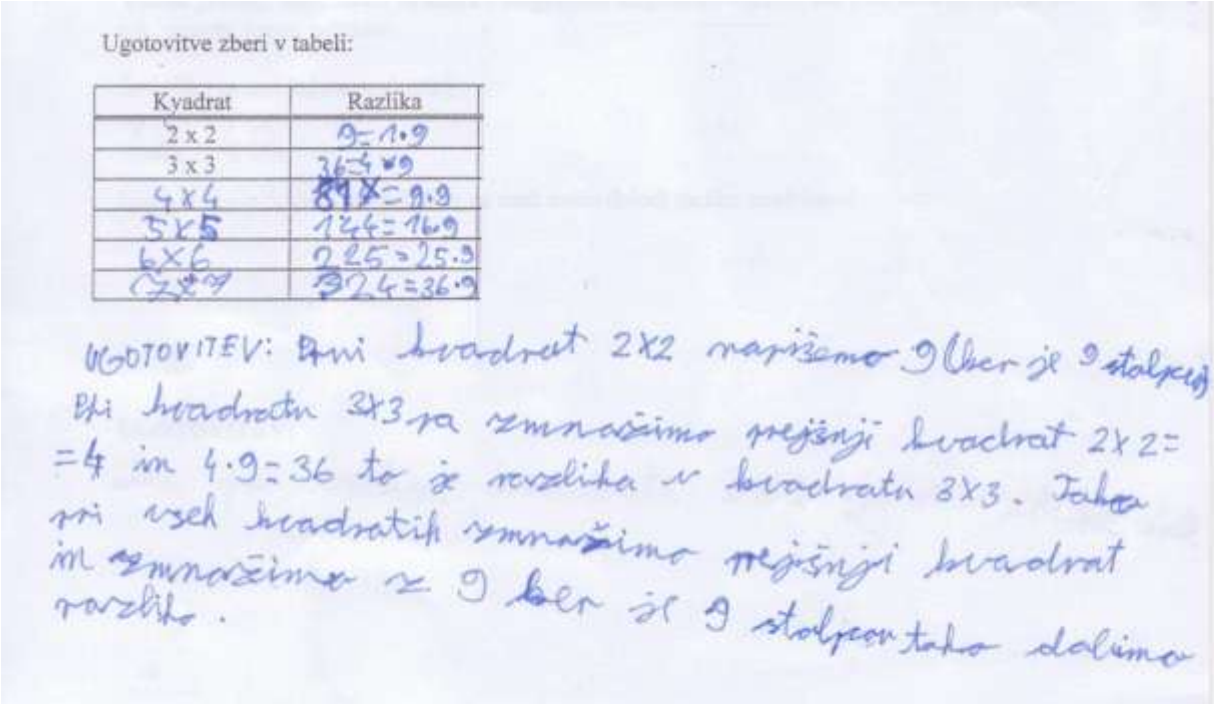


Slika 3: Ubeseditev ugotovitve za šestošolca ni bila lahka

Tabeli, v katero so vpisovali ugotovitve (naloga 4. na Sliki 3), je bila v zadnjih treh razredih dodana še ena vrstica, kjer je bil zapisan kvadrat s stranico dolžine n. Zanimiva je bila ugotovitev sedmošolke, ki je zapisala, da je razlika v kvadratu $n \times n$ enaka $m \cdot m \cdot 10$. To trditev je utemeljila z razlago, da je m za eno mesto v abecedi pred n in moramo pomnožiti število, ki je za 1 manjše.

Osmošolci in devetošolci so bili uspešnejši; to sem tudi pričakovala, saj imajo z opazovanjem, analiziranjem in posploševanjem že več izkušenj. Hitro so ugotovili, da se razlike vedno povečujejo za 20. Večina je bila tudi uspešna pri zapisu razlike v kvadratu velikosti $n \times n$, ki znaša $(n - 1)(n - 1) \cdot 10$. Le malo učencev je zapisalo posplošitev kot kvadrat dvočlenika, pomnožen z 10. Učencem, ki do posplošitve niso prišli, sem pomagala z enakimi namigi kot šesto- in sedmošolcem.

<u>Učni list št. 2</u>
Raziskovanje smo nadaljevali v tabelah, kjer so bila števila zapisana v 5, 6, 7, 8 in 9 stolpcih. Z delom so učenci nadaljevali v obliki sodelovalnega učenja v parih. Vsak učenec je dobil svoj učni list, kjer je raziskoval zakonitost v dveh različnih stolpcih. Prvi je raziskoval v tabelah, kjer so bila števila zapisana v 5 in 9 stolpcih, drugi pa v 6 in 8 stolpcih. Hitrejši v paru je nadaljeval z delom v tabelah, kjer so bila števila zapisana v 7 stolpcih. V primeru, ko sta bila učenca približno enako hitra, sta si delo razdelila.
Učni listi so bili sestavljeni podobno kot v prvem delu raziskave; to je povečalo samostojnost vseh učencev pri delu.
V teh primerih je bilo težje ugotoviti lastnost razlike za večino učencev v vseh razredih. Prva ugotovitev učencev je bila vezana na razliko v kvadratu s stranico 2×2, saj je bila enaka številu stolpcev, v katerih so zapisana števila. Pojasnili so, da so vse razlike večkratniki tega števila stolpcev. Ključnega pomena je bilo moje vprašanje: »Kaj ste ugotovili pri razlikah v 10 stolpcih?« Povzela sem, da je razlika enaka 10-kratniku kvadrata. V nadaljevanju so ugotovili pravilo (Slika 4).


Ugotovitve zberi v tabeli:

Kvadrat	Razlika
2 x 2	9=1·9
3 x 3	36=4·9
4x4	81=9·9
5x5	144=16·9
6x6	225=25·9
7x7	324=36·9

UGOTOVITEV: Pri kvadrat 2X2 napišemo 9 ker je 9 stolpcev Pri kvadratu 3X3 pa zmnažimo prejšnji kvadrat 2X2= =4 in 4·9=36 to je razlika v kvadratu 3X3. Tako pri vseh kvadratih zmnažimo prejšnji kvadrat in zmnažimo z 9 ker je 9 stolpcev tako dobimo razliko.

Slika 4: Posplošitev pravila za naravna števila, ki so zapisana v devetih stolpcih

Posplošitev

Posploševanje in preverjanje posplošitve smo v 6. in 7. razredu opravili v frontalni obliki, saj učenci samostojno (razen v treh primerih) tega niso bili zmožni. Pri tem smo si pomagali z zbirnimi tabelami (Tabela 2, Tabela 3) – na enak način smo vpisali razliko in produkt še za ostale stolpce:

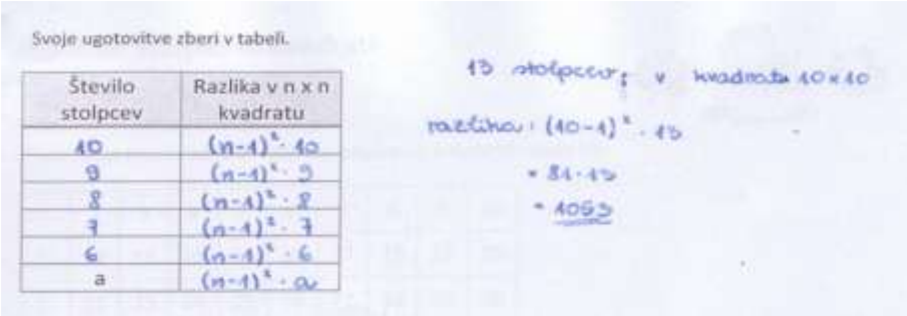
Kvadrat	Razlika	Zapis razlike v obliki produkta
2 x 2	10	1 · 10
3 x 3	40	4 · 10
4 x 4	90	9 · 10
5 x 5	160	16 · 10
6 x 6	250	25 · 10

Tabela 2: Zapis razlik produktov, kjer so števila zapisana v 10 stolpcih

Kvadrat	Razlika	Zapis razlike v obliki produkta
2 x 2	9	1 · 9
3 x 3	36	4 · 9
4 x 4	81	9 · 9
5 x 5	144	16 · 9

Tabela 3: Zapis razlik produktov, kjer so števila zapisana v 9 stolpcih

S pomočjo primerjave rezultatov smo oblikovali posplošitev ustno in jo preverili. Pomoč je potrebovalo tudi nekaj osmo- in devetošolcev. Nekateri pa so svojo ugotovitev in preverjanje le-te vzorno zapisali (Slika 5).



Svoje ugotovitve zberi v tabeli.

Število stolpcev	Razlika v n x n kvadratu
10	$(n-1)^2 \cdot 10$
9	$(n-1)^2 \cdot 9$
8	$(n-1)^2 \cdot 8$
7	$(n-1)^2 \cdot 7$
6	$(n-1)^2 \cdot 6$
a	$(n-1)^2 \cdot a$

13 stolpcev; v kvadratu 10 × 10

razlika: $(10-1)^2 \cdot 13$

$= 81 \cdot 13$

$= 1053$

Slika 5: Vzoren zapis zakonitosti z algebrskim izrazom

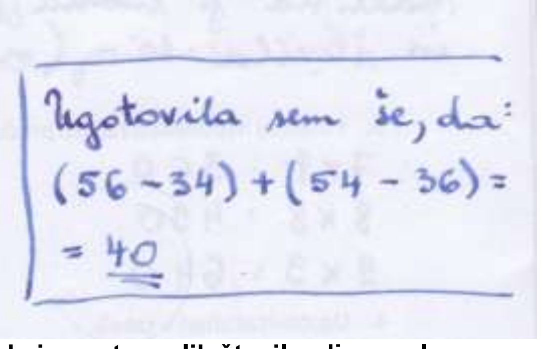
Razširitev raziskovanja na cela števila

Z učenci 8. in 9. razreda smo raziskovanje nadaljevali s pomočjo elektronskih preglednic, kjer smo ugotovljeno zakonitost preverjali še v množici celih števil. Delo je potekalo v parih, saj nam razpoložljiva računalniška oprema ni omogočala individualnega dela. Večina učencev ni vešča uporabe excel-a, zato smo se v začetku lotili nujnih osnov za izpeljavo aktivnosti in oblikovali tabelo naravnih števil. V naslednjem koraku so jo morali dopolniti z negativnimi števili in preveriti prej ugotovljeno. Pri samem izračunu so si pomagali z računalom na računalniku, tisti, ki delo z excel-om poznajo, pa so računali kar v excel-u. Hitro so posplošili, da zakonitost velja tudi v množici celih števil. Preverjanje ugotovitve so predstavili na različne načine, tudi take, ki jih nisem pričakovala. Zanimiv preizkus je prikazan v spodnji tabeli, kjer sta učenca preverjala svojo ugotovitev tako, da sta najprej pobarvala ustrezen kvadrat, nato pa ob strani zapisala izraz, ga izenačila s pričakovano vrednostjo ter na tak način preverila pravilo. Vsak kvadrat z različno dolžino stranice in pripadajoč izračun je enako pobarvan (Tabela 4).

109	-108	-107	-106	-105	-104	-103	-102	-101	-100
-99	-98	-97	-96	-95	-94	-93	-92	-91	-90
-89	-88	-87	-86	-85	-84	-83	-82	-81	-80
-79	-78	-77	-76	-75	-74	-73	-72	-71	-70
-69	-68	-67	-66	-65	-64	-63	-62	-61	-60
-59	-58	-57	-56	-55	-54	-53	-52	-51	-50
-49	-48	-47	-46	-45	-44	-43	-42	-41	-40
-39	-38	-37	-36	-35	-34	-33	-32	-31	-30
-29	-28	-27	-26	-25	-24	-23	-22	-21	-20
-19	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10
-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

TRUE
TRUE
TRUE
TRUE
TRUE
TRUE

Tabela 4: Preverjanje zakonitosti so pari predstavili na svoj način



Slika 6: Ugotovitev učenke, da je vsota razlik števil v diagonalno nasprotnih vogalih enaka

Zaključek

Take vrste aktivnosti učence močno motivirajo. Čeprav je omenjena raziskava trajala 3 šolske ure, pri učencih nisem zaznala dolgočasja, vsak je bil aktiven in je raziskoval po svojih zmožnostih.

Kljub temu, da je bil pred različno stare učence postavljen enak izziv, so bili ob ustreznem vodenju učenci uspešni in sposobni priti do ugotovitev. Iluzorno bi bilo pričakovati, da bi prišli vsi do posplošitev, menim pa, da z vnašanjem takih oblik dela učimo učence matematičnega mišljenja na nevsiljiv način, dodana vrednost k temu je pa prav gotovo uporaba IKT, saj jih s tem opremljamo z uporabnimi znanji, ki jih bodo kasneje v življenju potrebovali, tudi če ne bodo matematiki.

Svoje izkušnje nadgrajujem, izpopolnjujem, iščem izzive (običajno so kratkotrajnejši) in jih vnašam v pouk. S tem poskušam matematiko približati učencem, ki nad njo niso najbolj navdušeni, in dvigniti njihovo motivacijo. Smiselno bi bilo razmisliti tudi o manj vodenih/samostojnih raziskavah, ki pa od učencev zahtevajo več spretnosti za reševanje problemov.

Viri

1. Cotič, M. (2012): Priprava načrta za rešitev matematičnega problema. V Pouk v družbi znanja. Koper, Pedagoška fakulteta Koper, str. 272-276.
2. Hodnik Čadež, T., Manfreda Kolar, (2012): Didaktična sredstva z vidika motivacije pri pouku matematike. V Pouk v družbi znanja. Koper, Pedagoška fakulteta Koper, str. 232-244.
3. www.skupnost.sio.si/course/category.php?id=64 (20. 1. 2012).
4. Uredila Kmetič, S. (1996): Prispevki k poučevanju matematike. ROTIS, Maribor.
5. Razpet, N., Rovšek B., (2012): Opiši, nariši, razloži, opiši, nariši. V Pouk v družbi znanja. Koper, Pedagoška fakulteta Koper, str. 210-220.
6. Žakelj, A. (2003): Kako poučevati matematiko. ZRSŠ, Ljubljana.
7. www.zrss.si/projektiess/skladisce/...za.../didaktični_žakelj.doc (18. 5. 2012).

VZORCI
Patterns

Damijana Čekada, OŠ Antona Žnideršiča, Ilirska Bistrica

damjana.cekada@guest.arnes.si

Povzetek
V prispevku je predstaviljeno delo z vzorci. Vsebina je avtorici predstavljala izziv, kako oblikovati ure pouka tako, da bodo imele večji poudarek na matematični vsebini in ne le na nadaljevanju vzorcev. Vsebino sem obravnavala v daljšem časovnem obdobju. Naloge sem prilagodila glede na vsebino, obliko in čas trajanja. V 1. sklopu so dejavnosti, na podlagi katerih učenci oblikujejo vzorce, jih spreminjajo in samostojno ustvarjajo. V 2. sklopu so geometrijske naloge, na podlagi katerih učenci ugotavljajo, kaj je vzorec, kaj gradnik, kaj se dogaja znotraj vzorca. V zadnjem sklopu so naloge, ki učence motivirajo, da na podlagi vzorcev oblikujejo sklepe ali ugotovitve. V učencih naj bi te naloge vzbudile željo po raziskovanju in potrjevanju svojih ugotovitev na ta način, da bi si sami zastavljali vprašanja na podlagi dane naloge in jih reševali. Tako bi potrdili svojo posplošitev in razvijali matematično mišljenje. Kot zaključek sem pripravila izbor nalog preverjanja znanja, ki so lahko vključene tudi kot naloge, s katerimi ocenjujemo znanje učencev. Z izvedbo sem ugotovila, da je vsebina, podana na takšen način, učencem zanimiva, vendar zahtevna. S stalnim vodenjem in usmerjenim delom učenci pridejo do zaključkov. Da pa bi samostojno oblikovali sklepe, je potrebno še veliko dela. Naloge z vzorci naj bi se pojavljale skozi leto in pri vsebinah, kjer je to mogoče. Tako bi razvijali induktivno sklepanje, ki omogoča lažje delo v višjih razredih.

Ključne besede: gradniki, vzorci, zaporedja, sklepanje.

Abstract
This article presents the work with patterns. The topic is a challenge, especially how to plan teaching lessons in a way, that there is more emphasis on mathematical content not only on the sequence of patterns. I dealt with this content over a longer period of time. The tasks were created according to the content, format and duration. The first part contains activities in which pupils design patterns, make changes and create patterns independently. The second part works on geometric tasks, on the basis of which pupils identify, what a pattern is, what a building block is and what happens within the pattern. In the last part there are tasks which motivate pupils to make conclusions and findings on the basis of patterns. These tasks encourage pupils to explore and evaluate their findings in the way that they are able to make their own questions on the basis of a given task to be solved. This enables them to confirm their conclusions and develop mathematical thinking. In the conclusion I prepared a selection of assessment tasks which may also be used to grade pupils' knowledge. Through the implementation I found out that the content given in this way is interesting for all the pupils, but demanding. With continuous guiding and focused work students come to conclusions. But drawing conclusions independently still presents a lot of effort for pupils. Tasks with patterns should appear throughout the school year in wherever contents possible. Thus pupils develop inductive reasoning, which makes work easier in higher grades of primary school.

Key words: patterns, parts of patterns, sequences, conclusion making.

Vzorci
V posodobljenem UN je nova vsebina, ki sodi v učni sklop Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijam. To so vzorci. Namen mojega prispevka je:

- prikazati enega od možnih načinov, kako to vsebino na nevsiljiv in otroku drugačen način vpeljati v pouk,
- kako oblikovati naloge, da bodo v vzorcih poudarjene matematične vsebine,
- kako časovno in količinsko opredeliti delo z vzorci,
- kako preveriti, mogoče oceniti pridobljeno znanje z vzorci,
- razmisliti o tem, kakšen je učinek dela z vzorci glede posploševanja in uporabnosti pridobljenega znanja v novi situaciji.

Vsebino o vzorcih sem hotela posredovati tako, da bi ob delu z vzorci učenci uporabljali in utrjevali že znane matematične vsebine in spoznavali nove možnosti, ki jih ponujajo vzorci. Naloge naj bi bile privlačne, z njimi naj bi utrjevali računske operacije in spoznali razliko med vzorcem in zaporedjem. Glede na cilj, ki sem si ga zastavila, sem vsebino izvajala v daljšem časovnem obdobju, z medpredmetno povezavo in z različno zastavljenimi nalogami. Naloge so se razlikovale glede na način in prostor izvajanja dejavnosti, glede na čas trajanja, obseg in vsebino. Delo sem tako razdelila v štiri sklope:

- ustvarjanje lastnih vzorcev,
- geometrijske naloge,
- naloge z matematično vsebino,
- naloge preverjanja znanja.

V prispevku bom predstavila potek dela in nekatere naloge, namenjene delu z vzorci.

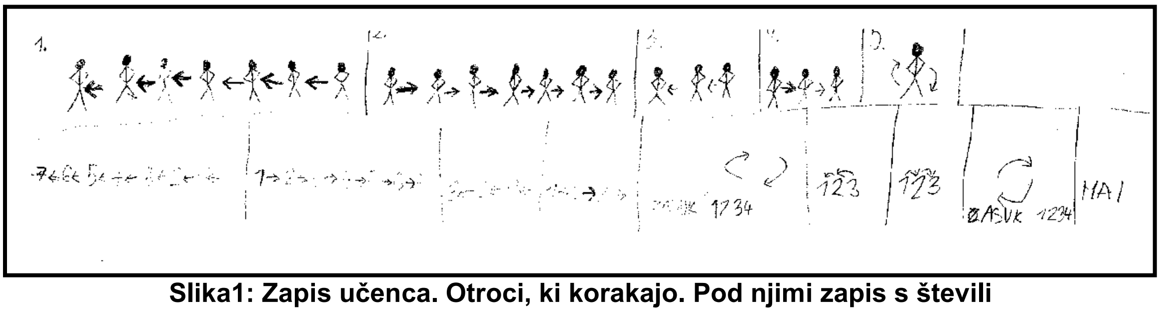
Podrobnejša priprava za izvedbo vsebine

RAZRED	4.
MEDPREDMETNA POVEZAVA	MAT, ŠVZ, GVZ
ČAS	približno 6 ur matematike
CILJI MAT	Spoznavajo uporabnost matematike v vsakdanjem življenju. Spoznavajo matematiko kot proces in se učijo ustvarjalnosti in natančnosti. Razvijajo zaupanje v lastne sposobnosti. Spoznavajo pomen matematike kot univerzalnega jezika. Spoznajo in uporabljajo matematično terminologijo. Prepoznajo vzorec in razvijajo matematično mišljenje. Opazujejo vzorce, prepoznajo pravilo v vzorcu in ga nadaljujejo. Oblikujejo vzorce. Preoblikujejo slikovni vzorec v številski zapis. Napišejo pravilo vzorca. Prepoznajo pravilo v zaporedju. Številska zaporedja nadaljujejo. Spoznajo uporabnost in smiselnost učenja matematike – vzorcev.
PROSTOR	učilnica, telovadnica, spletna učilnica
OBLIKE	frontalna, individualna, skupinska
METODE	pogovor, razlaga, demonstracija, delo z besedilom, sliko

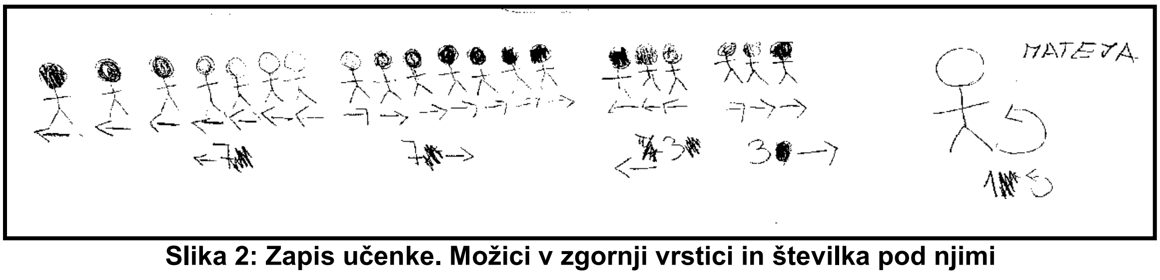
DEJAVNOSTI	poslušanje, spremljanje in delo po vzorcih, izvajanje plesa, oblikovanje vzorcev, reševanje nalog,
PRIPOMOČKI	CD- predvajalnik, naloge in vzorci na delovnih listih, računalnik, Knjiga: Albinca Pesek, Glasba 4, Glasbene vsebine za 4. razred devetletne osnovne šole, Mladinska knjiga, Ljubljana 2002.

Podrobnejši opis dela v 1. sklopu in predstavitev dosežkov
Učenci so pozorno poslušali posnetek ljudskega plesa Zibenšrit. Peli so pesem in pri tem s prsti ob dlan spremljali ritem.
Predstavila sem jim korake in jih uvedla v postopno osvajanje ljudskega plesa. Ob plesu so spoznali, da se vzorec plesa večkrat ponovi. Pogovarjali smo se o tem, kaj je vzorec, kje se srečajo z vzorcem in kaj je zanj značilno. Da bi bilo izvajanje čim lažje in brez vmesnih zapletov, smo se z učenci dogovorili za »plonk listek«. Samostojno, ob poslušanju skladbe, so na bel trak narisali vzorec, ki bi jim pomagal pri plesu. Tako so nastali individualni zapisi vzorca.
Predstavili so vzorce in ugotovili, da med elementi vzorca prevladujejo koraki, možici in puščice. Nekateri učenci so vzorec v celoti zaključili, medtem ko so nekateri pri slikovnem zapisu pozabili zadnjo ponovitev, kar so ob predstavitvi hitro ugotovili in so pomanjkljivost odpravili. Vzorec so primerjali s štampiljko, kjer se isti gradnik (ki je lahko sestavni del vzorca) ponavlja v enaki barvi, velikosti, postavitvi … Ugotovili so, da je risanje takega vzorca zamudno.
Ker si vsi želijo doseči cilje ŠVZ in samostojno zaplesati ljudski ples, so bili učenci motivirani za izdelavo pripomočka, ki bi bil bolj pregleden, imel krajši in enostavnejši zapis ter bi vseboval simbole, znake ali številke.
Sledilo je preoblikovanje slikovnega vzorca v številski zapis in predstavitev le-tega ter utemeljevanje. Ugotovili so, da je vzorec lahko tudi številčni zapis, kjer pa se številke ob večkratni ponovitvi ne spreminjajo, ampak se ohranjajo. Nato so zaplesali ples ob uporabi nastalega vzorca.

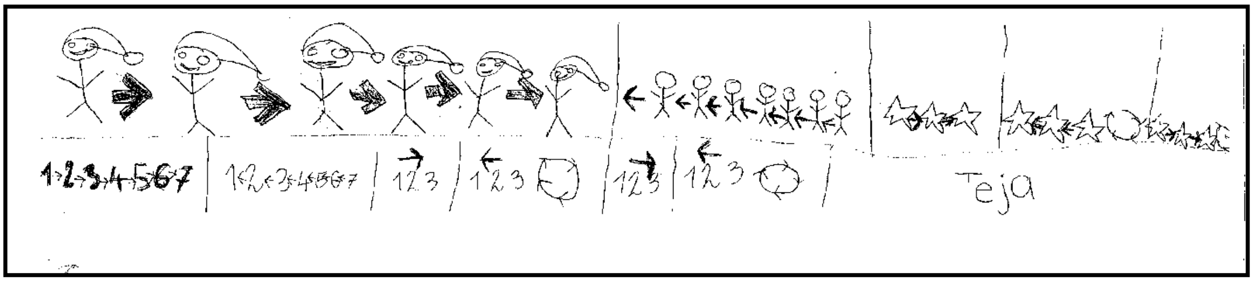
Slike 1-6 prikazujejo zapise učencev. Na vsakem vzorcu je viden slikovni zapis v zgornji vrstici in simbolni zapis v spodnji vrsti.



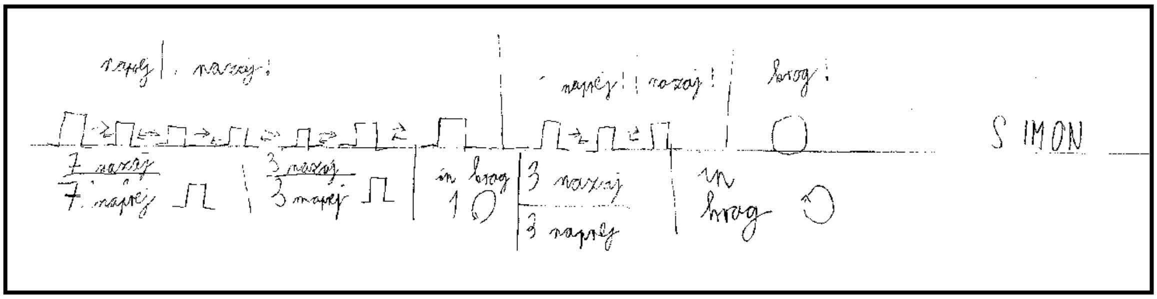
Slika1: Zapis učenca. Otroci, ki korakajo. Pod njimi zapis s števili



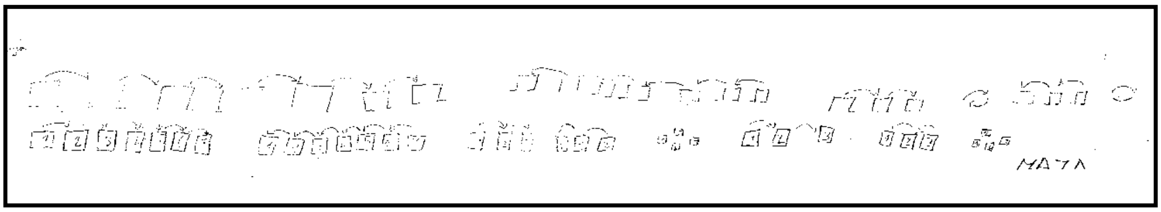
Slika 2: Zapis učenke. Možici v zgornji vrstici in številka pod njimi



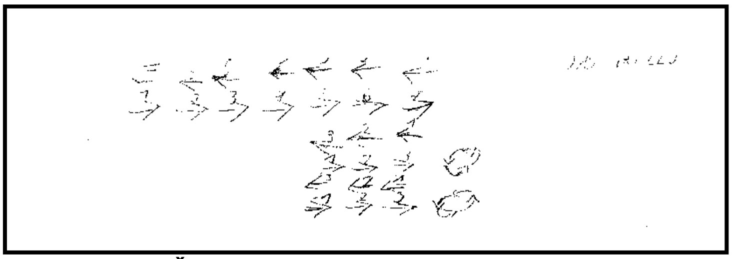
Slika 3: Zapis učenke. Pajacki v zgornji vrstici in številčni zapis pod njimi



Slika 4: Zapis učenca. V zgornji vrstici koraki naprej - nazaj. V spodnji vrstici prikaz z ulomkom



Slika 5: Zapis učenke. V zgornji vrstici koraki. Pod njimi zapis števil v kvadratih, s čimer je nakazana tudi postavitev pri plesu



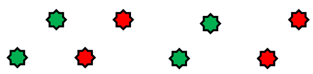
Slika 6: Zapis učenca. Številčni zapis in s puščicami nakazana smer gibanja

Kasneje sem učence razporedila v 4 skupine. Vsaka skupina je imela en vzorec na desetih trakovih. Imeli so nalogo, da ob pozornem poslušanju glasbe ugotovijo, kolikokrat se vzorec v plesu ponovi. Za vsako ponovitev so vzorec postavili na tla. Ko so nalogo naredili, so zaplesali ples in ustvarjali nove oblike plesa ob vzorcu. Pri tem so uporabljali matematično izrazoslovje (črta, premica, vodoravna smer, navpična, poševna, krožnica, točke, daljice …). Tako so nevede in na igriv način utrjevali pojem vzorec, del vzorca in ustvarjali nove oblike plesa. Spoznali so različne oblike vzorcev. Zagotovo so vsi učenci usvojili ljudski ples in povezovali športno vzgojo z drugimi predmetnimi področji. Kar je bil cilj ŠVZ, saj je delo potekalo pri teh urah.

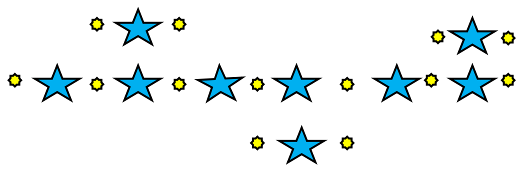
Podrobnejši opis dela v 2. sklopu in predstavitev dosežkov

Pri naslednjih urah so se učenci še večkrat srečali z vzorci. Vzorce so dopolnjevali na delovnih listih. To so bile krajše naloge, ki niso zahtevale veliko časa. Namenila sem jih motivaciji, popestritvi, sprostitvi pouka. Včasih so učenci naloge reševali pred poukom ali

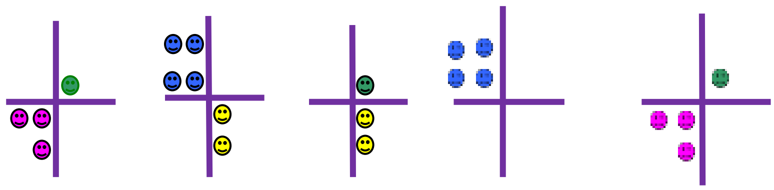
pri dopolnilnem pouku. Reševanje nalog je bilo prilagojeno individualnemu izboru in tempu reševanja. O nalogah smo se pogovorili in učenci so ugotavljali, kaj je vzorec ter ga opisovali. Poimenovali in opisali so posamezne periode – gradnike, ki sestavljajo vzorec. Pri tem so ugotovili, da med njimi obstajajo razlike pri videnju gradnika, ki sestavlja vzorec. Pri opisovanju niso uporabljali matematičnega izrazoslovja (vrtež, zrcaljenje, perioda …), ampak preprost jezik. Pravilno so nadaljevali vzorce. Težave so imeli z reševanjem križnega vzorca (Slika 9).
Navodilo je bilo naslednje: Na listu je vzorec, ki se petkrat ponovi. Dopolni ga. Nekateri so sliko ponovili, drugi so vsak vzorec dopolnili tako, da so na vzporedni strani črte narisali iste krožce. Nekaj učencev je nalogo rešilo pravilno. Ob natančni analizi so vsi učenci ustrezno dopolnili križni vzorec. Hkrati so utemeljili, da jih ta vzorec res spominja na štampiljko. Težave so imeli tudi pri vzorcu, ki se je nadaljeval v poševni smeri navzdol (Slika 13). Nekateri so vzorec risali vzporedno. Ob razgovoru so ugotovili, da je vzorec sestavljen iz dveh gradnikov, ki se nadaljujeta navzdol. Takoj so povzeli, da se vzorci lahko nadaljujejo v različne smeri. (Slike od 7-13 prikazujejo različne vzorce na delovnih listih.)



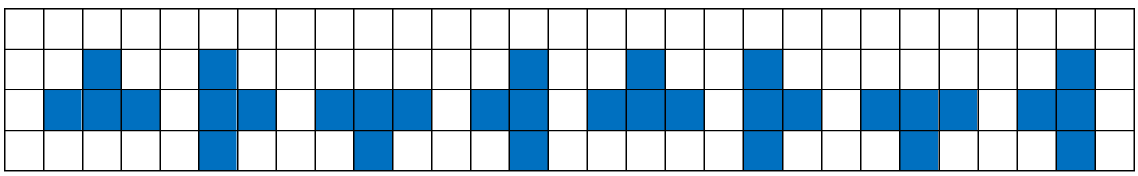
Slika 7: Vzorec s krožci



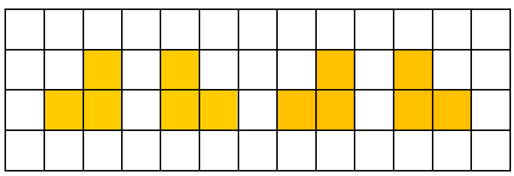
Slika 8: Vzorec z zvezdicami



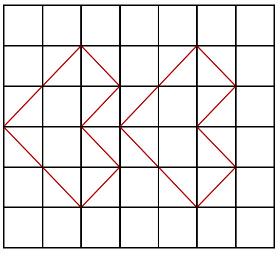
Slika 9: Križni vzorec



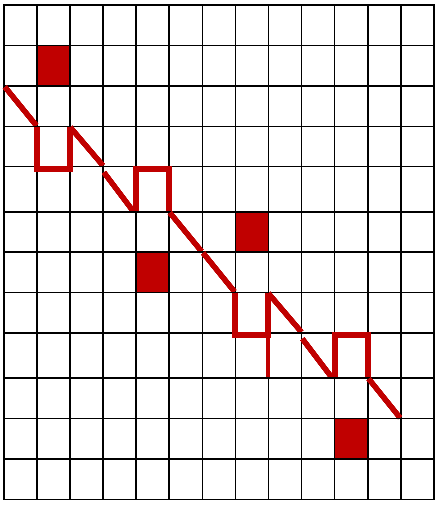
Slika 10: Vzorec na mreži 1



Slika 11: Vzorec na mreži 2



Slika 12: Vzorec na mreži 3



Slika 13: Vzorec na mreži 4

Zanimanje za delo z vzorci je med učenci naraščalo. Tudi sami so pripravili vzorce. Te smo postavili na razstavni prostor v učilnici. Pri tem so se zabavali in se neobremenjeno srečevali z vzorci.

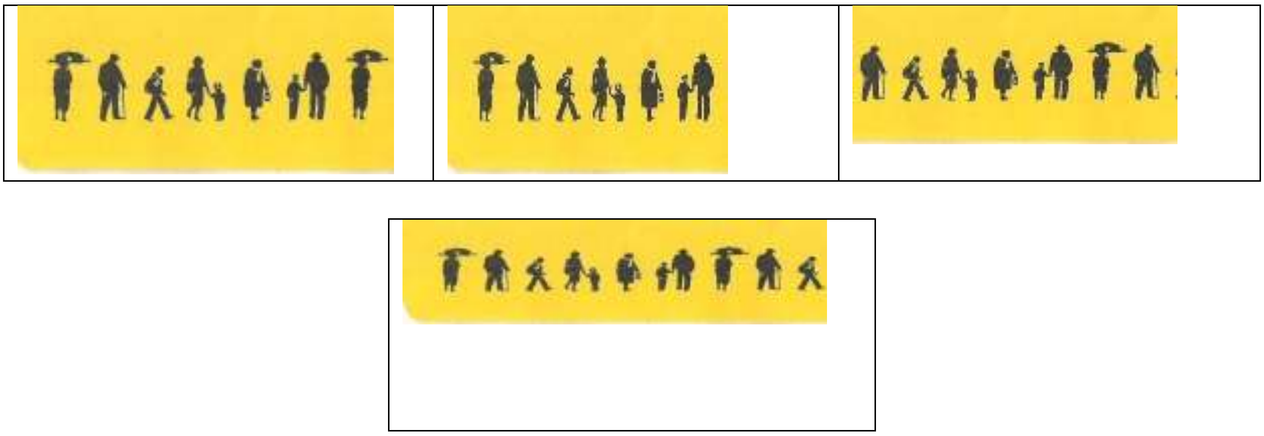
Podrobnejši opis dela v 3. sklopu in predstavitev dosežkov
Nadaljnje delo z vzorci sem izvedla kot sklop določenega števila ur matematike. Naloge so učenci reševali v spletni učilnici.

<u>Delovni list: AKCIJA BODI PREVIDEN</u>
Večinoma so bili pri reševanju nalog učenci samostojni. Pomoč in vodeno delo so potrebovali učenci z učnimi težavami in tisti, ki pri delu z računalnikom niso tako spretni. Predvsem so imeli težave z opisom vzorca, saj pri poimenovanju oseb niso bili natančni. Ostale matematične naloge so uspešno rešili. Nekaj učencev je imelo težave pri računanju (nalogi e in f). Oblikovali so svoj vzorec. Nekateri so pri tem potrebovali več časa, saj so izbirali med ponujenimi slikami. Z delom sem bila zadovoljna. Učenci so dosegli načrtovane cilje.

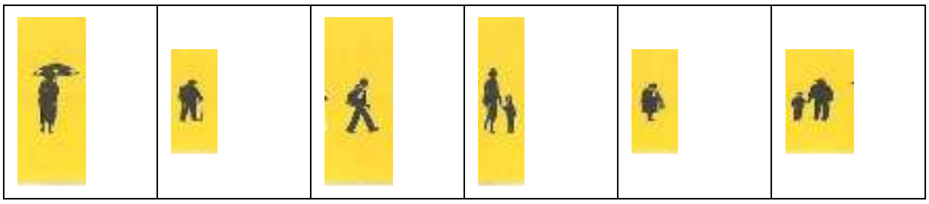
AKCIJA BODI PREVIDEN

V takšno ovojnico smo shranili pismo, ko smo sodelovali v akciji.

Kaj opaziš ob pozornem opazovanju ovojnice?
Priloženih imaš nekaj vzorcev. Izmed ponujenih izbriši tiste, ki ne predstavljajo vzorca v glavi ovojnice.



a) Napiši pravilo vzorca.
b) Kolikokrat se vzorec ponovi na glavi ovojnice?
c) Koliko oseb, mlajših od 15 let, se pojavi v enem vzorcu?
d) Koliko oseb, mlajših od 15 let, se pojavi na eni ovojnici?
e) Koliko je teh oseb na treh ovojnicah?
f) Mogoče veš, koliko je vseh oseb na 10 ovojnicah?
g) Ponujene sličice uredi tako, da boš dobil svoj vzorec.



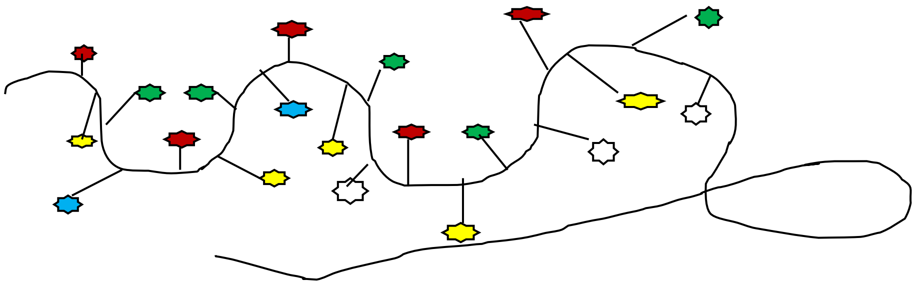
h) Po svoji zamisli oblikuj vzorec, primeren za ovojnico. (Lahko si pomagaš: klikni v vstavljanje, klikni v izrezki, vpiši pošta, izberi sliko. Nadaljuj v takšnem vrstnem redu.)
i) Poišči vzorce, ki jih srečaš v bližnjem okolju, časopisih …

Delovni list: NOVOLETNI OKRASKI

Z učenci smo ponovili, kaj je vzorec, in ga ob sliki natančno opredelili. Prvi del nalog je potekal večinoma tako, da so si učenci pomagali z opazovanjem slike in štetjem. Reševali so večinoma individualno. Reševanje nalog v drugem delu je potekalo vodeno, po korakih, saj se je naloga izkazala kot zahtevna. Učenci so znali zapisati števila in nadaljevati zaporedja. Povedali so pravila v zaporedju števil, vendar pri tem niso uporabljali matematičnega izrazoslovja. Spoznali so razliko med zaporedjem in vzorcem na njim preprost način. Težave so imeli z napovedovanjem naslednjega gradnika (napovedjo barve lučke). Pri napovedi so si pomagali s štetjem, poštevanko števila štiri ter s prištevanjem ali odštevanjem. Operacije deljenja niso uporabljali, saj deljenja dvomestnega in trimestnega števila z enomestnim deliteljem še nismo obravnavali.

NOVOLETNI OKRASKI

V mestnem parku so uredili pravljično mesto. Namenjeno je najmlajšim otrokom. Da bi jim bilo v parku lepo in prijetno, so ga okrasili s stojnicami, pravljičnimi živalmi … Nad najlepšo stojnico visijo lučke, ki so prikazane na sliki. Nekaj lučk je pregorelo, zato je župan naročil nove.



Kakšne barve morajo biti kupljene lučke?
Kakšne barve je 15. lučka?
Kakšen je vrstni red lučk v drugi desetici?
Kakšne barve je 34. lučka?
Dedek Mraz je pri obdarovanju otrok s kučmo zadel 21. lučko. Vrvica se je povesila in na njej je viselo naslednjih 9 lučk.
Nariši vzorec lučk na povešeni vrvici.
Še sam oblikuj nekaj vprašanj za sošolce.

NALOGE
A) Vsaka četrta lučka je modra. Zapiši številko, na kateri se pojavi modra lučka.
Če zapišeš mesto vsake modre lučke, dobiš večkratnike števila 4.
Ali lahko ugotoviš, kakšne barve je 58. lučka?
B) Zapiši mesta, na katerih se pojavi zelena lučka.
Nadaljuj zaporedje števil.
Kakšno je pravilo nadaljevanja zaporedja?
C) Zapiši mesta, na katerih se pojavlja rumena lučka.
Ali bi znal nadaljevati zaporedje števil?
Kakšno je pravilo nadaljevanja zaporedja?
D) Zapiši mesta, na katerih se pojavlja rdeča lučka.
Nadaljuj zaporedje števil.
Kakšno je pravilo nadaljevanja zaporedja?
Kako imenujemo števila v zaporedju rumenih lučk in števila v zaporedju rdečih lučk?

Podrobnejši opis dela v 4. sklopu in predstavitev dosežkov

Z nalogami v zadnjem sklopu sem hotela preveriti kvaliteto usvojenega znanja. Namenjene so bile individualnemu delu. Naloge na listih so reševali z vmesnim enotedenskim premorom pred pričetkom ure matematike in niso bile časovno daljše od 15 minut. Razlikovale so se glede na doseganje minimalnih in temeljnih standardov in glede vsebine. Po opravljenih nalogah je sledil pogovor in analiza dosežkov.

Delovni list: IGRE Z VZORCI

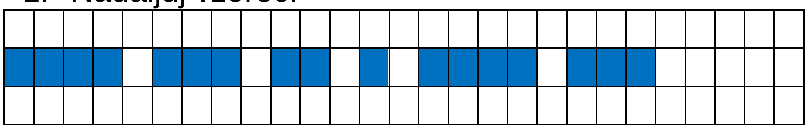
Predstavila bom rezultate nalog na enem izmed delovnih listov. Prvo in drugo nalogo so vsi učenci uspešno rešili. Pri oblikovanju pravila v vzorcu so se zapisi razlikovali (ponavlja se število obarvanih kvadratkov z vmesnim belim kvadratom, število pobarvanih kvadratov se manjša …), vsi pa so bili ustrezni. Večinoma so oblikovali vzorec s štirimi gradniki in ga trikrat ponovili. Štirje učenci so se med ponavljanjem vzorca »izgubili«. Pri četrti nalogi je osem učencev doseglo vse točke, ti so tudi zapisali, da so si pri tem pomagali tako, da so vzorec v prvi nalogi opazovali in šteli. Ostalih pet učencev je doseglo polovico točk. Napako so naredili pri štetju. En učenec naloge ni znal rešiti. Šesto nalogo je uspešno rešilo pet otrok. Ti so zapisali, da so si pomagali z deljenjem. Nekateri so pri risanju ustreznega gradnika še vedno šteli. Pet učencev ni doseglo nobene točke.

Z vsakim naslednjim reševanjem podobnih nalog so bili dosežki boljši. Vsi učenci so dosegli minimalne standardi. Vedo, kaj je vzorec, kaj gradnik in v čem se razlikuje vzorec od zaporedja. Tudi zapisi pravil v vzorcu so bili bolj natančni. Naloge so se jim zdele zanimive in v tem obsegu jim niso predstavljale odvečnega dela. Mislim pa, da je pri vsem tem smiselno ohraniti neko ustrezno število in raznolikost nalog, saj s prenatrpanostjo lahko kaj kmalu zaidemo v rutinsko delo, kar pa verjetno ni namen dela z vzorci.

IGRE Z VZORCI **Ime in priimek: __________ Datum: ____________**

MINIMALNI STANDARDI ZNANJA	NASVET PRI REŠEVANJU	TOČKE	DOSEŽEK	OPOMBA
Nadaljuje vzorec.	Bodi natančen, uporabi barvice.	1		Točka za pravilno nadaljevanje vzorca.
Napiše pravilo v vzorcu.	Uporabi ustrezen pojem za lik.	2		Točka za pravilno uporabo pojma in zapis pravila.
Oblikuje vzorec s štirimi gradniki. Vzorec trikrat ponovi.		1 1		Točka za štiri gradnike. Točka za ustrezno število ponovitev.

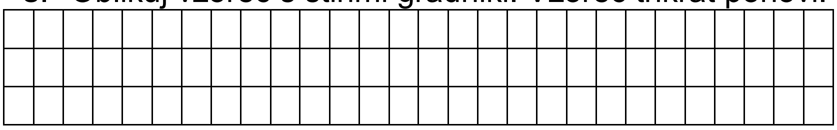
1. Nadaljuj vzorec.



2. Na črto napiši pravilo, ki si ga zasledoval v vzorcu:

____

3. Oblikuj vzorec s štirimi gradniki. Vzorec trikrat ponovi.



TEMELJNI STANDARDI ZNANJA	TOČKE	DOSEŽEK	OPOMBA
Pravilno nariše ustrezen element v okviru poštevanke 10 x 10.	4		Točka za ustrezen gradnik.
Napiše pravilo, ki ga je upošteval pri ugotavljanju ustreznega gradnika.	1		Točka za računski prikaz ali besedni zapis.

4. Opazuj vzorec v prvi nalogi. V prazno mrežo nariši ustrezne elemente – gradnike.

15. gradnik 25. gradnik 39. gradnik 46. gradnik

5. Kako si si pomagal? Napiši ali naredi ustrezne račune.

TEMELJNI STANDARDI ZNANJA	TOČKE	DOSEŽEK	OPOMBA
Pravilno nariše ustrezen element v vzorcu.	3		Točka za ustrezen gradnik.
Napiše pravilo, ki ga je upošteval pri ugotavljanju ustreznega gradnika.	1		Točka za računski prikaz ali besedni zapis.

6. Opazuj vzorec v prvi nalogi. V prazno mrežo nariši ustrezne elemente – gradnike.

615. gradnik 869. gradnik 946. gradnik

7. Kako si si pomagal? Napiši ali naredi ustrezne račune.

Zaključek

Takšen način obravnave mi je omogočil drugačen pogled na delo z vzorci in vesela sem, da sem sprejela izziv. Zavedam se, da so nekatere naloge težke in so od učencev in učitelja zahtevale veliko truda, zbranosti in vztrajnosti. Kljub temu pa smo pri delu vsi napredovali in pridobili nova znanja, kar je bil naš cilj. Obravnava vsebine skozi daljše časovno obdobje je osmislila delo z vzorci glede vsebine in namena. Preko različnih dejavnosti in na nevsiljiv način so učenci dosegli veliko.

- Usvojili so nekatera znanja, tako da uporabljajo matematično izrazoslovje in poznajo pomen natančnega izražanja.
- Prepoznajo vzorec in ga pravilno nadaljujejo.
- Ustno in pisno znajo napisati pravilo vzorca ter pravilno napovedo naslednji gradnik.
- Ugotovijo pravilo v vzorcu, pri tem pa ne uporabljajo simbolov ampak preprost jezik.
- Večinoma znajo napovedati naslednji gradnik v določenem številskem obsegu, tako da si pomagajo s štetjem, opazovanjem in z osnovnimi računskimi operacijami ali izberejo njim logično povezavo.
- Z usmerjenim delom in vodeno po korakih so nekateri učenci sposobni induktivnega sklepanja. Ti na podlagi nadaljnjega vodenega dela lahko oblikujejo dodatna vprašanja, na podlagi katerih preverjajo svojo ugotovitev.

S takšnim načinom dela je smiselno nadaljevati pri vseh predmetih in vsebinah, ki so primerne. Učence tako navajamo na opazovanje dogajanj, doživljanje in pomnjenje izkušenj ter beleženje rezultatov. Na podlagi takega dela lahko oblikujejo splošna pravila, ki jim pomagajo pri pridobivanju novih znanj in vedenju v novih situacijah. Mislim, da bom s takšnim načinom dela nadaljevala in iskala nove izzive v drugačnih nalogah. Učitelji imamo radi izzive in novosti vnašamo v pouk. Pri tem je pomembno, da med seboj sodelujemo in si izmenjujemo izkušnje. Le tako bo naše delo kvalitetno.

Viri

1. Kmetič, S. (2012): Razumevanje vzorca kot didaktičnega principa po vertikali. Interno gradivo.
2. Kmetič, S. (2012): Vzorci v OŠ – podlaga za razvoj matematičnega mišljenja. Interno gradivo.
3. Orton, J. (2001/02): Algebra, vzorci in matematika. Matematika v šoli, 9 (1-2), str. 14–26.
4. Posodobljen učni načrt za matematiko. Ministrstvo RS za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Ljubljana, 2011.

RAZISKOVANJE ODVISNOSTI MED KOLIČINAMI V 8. RAZREDU OSNOVNE ŠOLE

Investigating Relationships between Variables in Grade 8

Dušanka Colnar, OŠ Frana Kocbeka Gornji Grad

dusanka.colnar@gmail.com

Povzetek

Z odnosi med količinami se učenci srečajo že na razredni stopnji osnovne šole, vendar jih obravnavajo le na konkretnih primerih. V 8. razredu vpeljemo nekatere posplošitve. Učenci spoznajo premo in obratno sorazmerje, določajo neodvisno in odvisno spremenljivko, opisujejo odnos med njima z besedami, tabelo, grafom in enačbo. Pri branju in interpretaciji grafov odvisnih količin imajo nekateri učenci težave. Še večje težave pa imajo pri prepoznavanju premo/obratno sorazmernih količin v enačbah, s katerimi se srečajo pri pouku matematike in fizike. V prispevku so opisane aktivnosti učencev, s katerimi smo izboljševali veščine branja in interpretacije grafov ter enačb. Pričeli smo s problemsko zastavljenimi nalogami. Učenci so raziskovali odvisnosti $o(a)$, $a(o)$, $p(a)$, $a(p)$, $p(a^2)$ in $a^2(p)$ v kvadratu in enakostraničnem trikotniku, primerjali dobljene grafe, iskali koeficiente premih sorazmerij in jih primerjali med seboj. Po govornem poročanju o ugotovitvah smo pridobljeno znanje uporabili še na drugih primerih iz matematike in fizike. Pozneje, med obravnavo poglavja o krogu, smo imeli veliko priložnosti za preverjanje usvojenega znanja.

Ključne besede: premo sorazmerje, obratno sorazmerje, enačba, graf, zrcaljenje.

Abstract

Students are first introduced to variables and relationships between them in early grades of their schooling. Abstract thinking and generalisation of the existing knowledge is incorporated later on in grade 8. Students are familiarised with linear and inverse relationships between variables, and determine which of them are dependant or independent. They describe the relationship between these variables with words, tables, graphs and equations. Some students encounter troubles when reading and commenting the graphs correctly, and even greater difficulty when recognising linear and inverse relationships. This article describes the activities we used to improve their graph and equation reading and commenting skills. Students were researching the relationships "$o(a)$, $a(o)$, $p(a)$, $a(p)$, $p(a^2)$, $a^2(p)$" in squares and equilateral triangles, they compared the graphs and calculated the coefficients of linear relationships. Next they made a oral presentation on their findings and later applied, what they had learnt to other problems/examples from mathematics and physics.

Key words: linear relationship, inverse, equation, graph, mirror images.

Uvod

Z odnosi med količinami se učenci srečajo že v nižjih razredih osnovne šole. Naučijo se sklepati iz enote na množino, iz množine na enoto in iz množine na množino. V 7. razredu to znanje nadgradijo. Spoznajo pojma neodvisna in odvisna količina ter njihove vrednosti zapisujejo v tabelo. Odnos med spremenljivkama ponazorijo tudi grafično z različnimi diagrami.

V 8. razredu pa vpeljemo nekatere posplošitve in abstrakcijo. Učenci spoznajo premo in obratno sorazmerje, določajo neodvisno in odvisno spremenljivko, opazujejo in opisujejo odnos med njima z besedami, tabelo, grafom in enačbo. Pri branju in komentiranju grafov odvisnih količin imajo nekateri učenci težave. Še večje težave pa imajo pri prepoznavanju premo/obratno sorazmernih količin v enačbah, s katerimi se pozneje srečajo pri pouku matematike in fizike. Iz pogovorov z učitelji, ki poučujejo matematiko in fiziko v srednjih šolah, se da razbrati, da učenci težav z razumevanjem medsebojne odvisnosti količin v osnovni šoli ne odpravijo, ampak se z njimi spopadajo tudi v nadaljevanju svojega šolanja.

V nadaljevanju prispevka so opisane aktivnosti učencev 3. nivojske skupine 8. razreda, s katerimi smo izboljševali veščine branja in interpretacije grafov, enačb ter govornega sporočanja.

Raziskovanje odvisnosti med količinami

Za boljše razumevanje odvisnosti med količinami vključujemo v pouk različne oblike in metode dela. Učencem ponudimo zadostno število konkretnih in življenjskih nalog, ob katerih lažje osmislijo obravnavano vsebino. Med reševanjem nalog iz premega in obratnega sorazmerja sem pri delu učencev zasledila naslednje težave, dileme oz. slabosti:

- Učenci posvetijo premalo pozornosti opredelitvi neodvisne in odvisne spremenljivke. Kar precejšen del učencev se zadovolji z »najdenima črkama«.
- Nekateri učenci ne najdejo povezave med slovenskim in matematičnim jezikom, v izbranih spremenljivkah ne prepoznajo količin (in obratno).
- Zelo težko se govorno izražajo, postavljajo vprašanja ali utemeljujejo svoje trditve.
- Pri opisovanju odvisnosti vse prepogosto vsaki naraščajoči funkciji pripišejo lastnosti premega sorazmerja.

Odpravljanje naštetih težav je dolgotrajen proces. Učenci morajo imeti za razmišljanje in izražanje lastnih misli zadosti časa ter dovolj priložnosti. Hkrati morajo naloge v njih vzbuditi radovednost, pa tudi zahtevo po natančnosti.

V sklopu obravnave premega in obratnega sorazmerja smo se pri nekaterih urah osredotočili prav na to problematiko. Dve šolski uri smo v celoti posvetili raziskovanju odnosov med količinami, v preostalih učnih urah pa smo temu namenili samo nekaj časa, različno od 5 do 15 minut. Z aktivnostmi smo zasledovali vsebinske in procesne cilje.

Vsebinski cilji:

- učenci opredelijo neodvisno in odvisno spremenljivko,
- vrednosti neodvisne in odvisne spremenljivke zapišejo v tabelo,
- odnos med spremenljivkama opišejo grafično, z besedami in enačbo,
- poznajo in uporabljajo lastnosti premega sorazmerja,
- med odvisnimi količinami prepoznajo tiste, ki so premo sorazmerne.

Procesni cilji:

- navajajo se na sistematično beleženje podatkov,
- berejo podatke iz različnih prikazov in jih interpretirajo,
- razvijajo bralne in komunikacijske zmožnosti, besedni zaklad ter odnos do natančnosti poimenovanja,
- napravijo načrt raziskovanja, izvedejo raziskavo ter jo predstavijo,
- učenci se učijo timskega dela in se učijo drug od drugega.

Potek dela

1. ura (delno): Dogovor o delu v naslednjih urah in opredelitev problemske naloge.

2. ura (v celoti): Raziskovanje odvisnosti med količinami, samostojno delo v dvojicah.
3. ura (delno): Posvetovanja in izmenjava mnenj med dvojicami.
4. ura (delno): Timski pregled ugotovitev, dogovor o delitvi nalog za ustno poročanje.
5. ura (v celoti): Ustno poročanje o ugotovitvah.
6. ura (delno): Preverjanje znanja in pogovor o dobrih in slabih vidikih takih aktivnosti.
7. in naslednje ure: Uporaba osvojenega znanja v novih situacijah.

Aktivnosti učencev

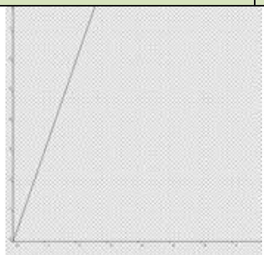
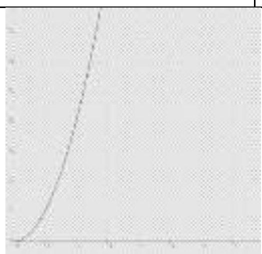
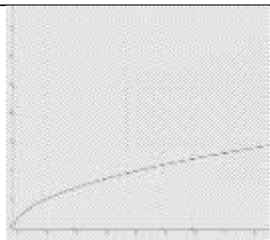
V 1. učni uri smo si zastavili spodaj zapisano problemsko nalogo (Slika 1). Učence sem razdelila v delovne dvojice. Dogovorili smo se, da bodo do naslednje ure preučili besedilo naloge ter izoblikovali idejo, kako bi to nalogo rešili.

> Opiši odnose med količinami, ki jih najdemo v kvadratu (enakostraničnemu trikotniku).

Slika 1: Problemsko zasnovana naloga

V 2. učni uri so se učenci lotili raziskovanja. Na začetku so bili precej nesamostojni in zadržani. Nekateri so pričakovali dodatna pojasnila, najbolj pogosto vprašanje je bilo: »Kako to mislite? Kaj je sploh treba narediti?« Frontalnega in konkretnega odgovora niso dobili, pač pa so morali pojasniti posamezne pojme v zapisanem besedilu (količina, kvadrat …), kar je privedlo do razumevanja celotnega stavka.

Učenci so se osredotočili na odnose med stranico in obsegom ter stranico in ploščino lika. Najprej so za neodvisno spremenljivko izbirali dolžino stranice, šele pozneje so za neodvisno spremenljivko izbrali obseg oz. ploščino. Čeprav dobro poznajo obrazce za računanje obsegov in ploščin, so sprva večino svojega razmišljanja oprli na konkretne vrednosti, zapisane v tabelah. V Tabeli 1 so prikazane odvisnosti med količinami kvadrata, ki so jih izbrali učenci.

<table>
<tr><th>Odvisnost</th><th>Tabela</th><th>Graf</th><th></th><th>Odvisnost</th><th>Tabela</th><th>Graf</th></tr>
<tr>
<td>$o(a)$
$o = 4 \cdot a$</td>
<td><table><tr><th>a</th><th>o</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>8</td></tr><tr><td>3</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>16</td></tr></table></td>
<td></td>
<td></td>
<td>$a(o)$
$a = \frac{1}{4} \cdot o$</td>
<td><table><tr><th>o</th><th>a</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>4</td><td>1</td></tr><tr><td>8</td><td>2</td></tr><tr><td>12</td><td>3</td></tr><tr><td>16</td><td>4</td></tr></table></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>$p(a)$
$p = a^2$</td>
<td><table><tr><th>a</th><th>p</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>9</td></tr><tr><td>4</td><td>16</td></tr></table></td>
<td></td>
<td></td>
<td>$a(p)$
$a = \sqrt{p}$</td>
<td><table><tr><th>p</th><th>a</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>9</td><td>3</td></tr><tr><td>16</td><td>4</td></tr></table></td>
<td></td>
</tr>
</table>

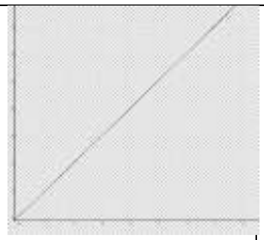
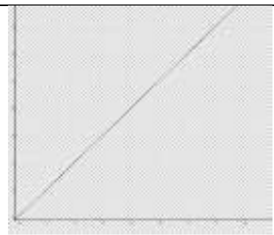
<table>
<tr>
<td>$p(a^2)$
$p = a^2$</td>
<td><table><tr><th>a^2</th><th>p</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>4</td></tr><tr><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>16</td><td>16</td></tr></table></td>
<td></td>
<td>$a^2(p)$
$a^2 = p$</td>
<td><table><tr><th>p</th><th>a^2</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>4</td></tr><tr><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>16</td><td>16</td></tr></table></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Tabela 1: Primeri prikazov medsebojne odvisnosti

Po začetnem nezaupanju v svoje znanje so učenci pridobili samozavest in reševanje naloge je postalo bolj tekoče in ustvarjalno. Ko so natančno določili neodvisno in odvisno spremenljivko, zapisali njune vrednosti v tabelo in s pomočjo točk narisali ustrezen graf, so opazovali in opisovali posamezne medsebojne odvisnosti. Med njimi so iskali tiste, pri katerih sta spremenljivki premo sorazmerni količini. Premo sorazmerje so nato prepoznali v enačbi odvisnosti, v tabeli in v narisanem grafu. Dogovorili smo se, da bodo za domačo nalogo zabeležili še kakšna opažanja, posebno pozornost naj namenijo koeficientu premega sorazmerja ter podobnostim in razlikam med raziskanimi odvisnostmi. Prav tako naj zapišejo vsa morebitna vprašanja in nejasnosti.

V 10 minutah 3. učne ure so učenci med seboj izmenjali do sedaj zbrane ugotovitve. Tako so razširili nabor informacij in dogovorili smo se, da vsak učenec doma uredi in dopolni svoje zapiske. 10 minut naslednje učne ure smo namenili še enemu timskemu sestanku za preverjanje in kroženje informacij, potem pa smo se dogovorili, kako bo naslednjo uro potekal govorni nastop.

5. učno uro smo v celoti namenili poročanju. Učenci so si v prejšnjih urah že izmenjali informacije in si pomagali med seboj. To so opravili večinoma v svojem vrstniškem žargonu. Pri govornem nastopu pa so morali biti pozorni na matematične vsebine, estetski videz izdelka in na pravilno govorno izražanje. Poročanje je potekalo v treh krogih:

- V 1. krogu je vsaka dvojica predstavila po eno od raziskanih odvisnosti in utemeljila, zakaj ta odvisnost je oz. zakaj ta odvisnost ni premo sorazmerje.
- V 2. krogu so predstavniki dvojic med seboj primerjali enačbe in grafe naslednjih odvisnosti: $o(a)$ za kvadrat in enakostranični trikotnik, $a(o)$ za kvadrat in enakostranični trikotnik ter $p(a)$ in $p(a^2)$ za kvadrat.
- V 3. krogu pa so predstavniki dvojic med seboj primerjali enačbe in grafe naslednjih odvisnosti: $o(a)$ in $a(o)$ za kvadrat ter $p(a)$ in $a(p)$ za kvadrat.

Ugotovitve in opažanja

Učenci so na začetku zadržano, potem pa vedno hitreje in spretneje opazovali odnose med izbranimi količinami. Zaradi dela v dvojicah in izmenjave informacij med njimi sta se jim povečevali motivacija in samozavest. Vsak učenec je bil enakovreden član tima, lahko je predstavil svoje mnenje ali pa od sošolcev dobil spodbudo, pomoč in nove ideje. Ker so bile aktivnosti razporejene v daljšem časovnem obdobju, so imeli učenci zadosti časa za premislek o matematični vsebini, o načinu svoje predstavitve in za oblikovanje miselnih vzorcev ter posplošitev. Nekatere njihove ugotovitve in posplošitve, pa tudi izboljšane veščine branja in interpretacije, so bile pričakovane:

- Premo sorazmerni količini so se naučili prepoznati na različne načine – s sklepanjem, na podlagi enačbe odvisnosti, iz tabele vrednosti spremenljivk in iz narisanega grafa.

- Ugotovili so, da koeficient premega sorazmerja vpliva na strmino premice. Koeficient premega sorazmerja so prebrali iz tabele, v enačbi in iz grafa.
- Prepoznali so pomen natančnosti pri izražanju. Prepričali so se, da na podlagi njihove pogoste izjave »*Če se poveča vrednost neodvisne spremenljivke, se poveča tudi vrednost odvisne spremenljivke.«* ne moremo trditi, da sta spremenljivki premo sorazmerni. Pri svojem raziskovanju so lahko izbrali tri odvisnosti (Tabela 2), npr. $o(a)$, $p(a)$ in $a(p)$, za katere ta trditev drži, a je bila samo ena izmed njih tudi premo sorazmerje.

$o(a) = 4 \cdot a$

a	o
0	0
1	4
2	8
3	12
4	16

$p(a) = a^2$

a	p
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

$a(p) = \sqrt{p}$

p	a
0	0
1	1
4	2
9	3
16	4

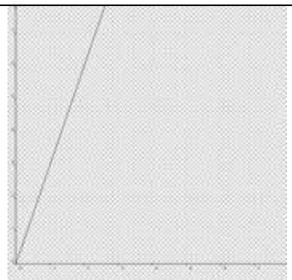
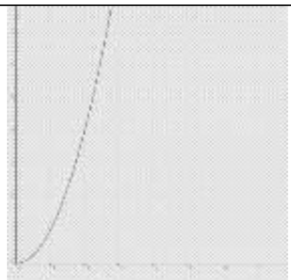
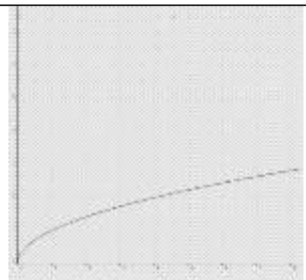




Tabela 2: Pomen natančnosti poimenovanja

Nekatere ugotovitve učencev pa so me pravzaprav presenetile. Ker je naloga od njih zahtevala natančno opazovanje vrednosti spremenljivk v tabelarnem ali grafičnem prikazu, so najbolj spretni učenci opazili še nekatere zanimivosti, o katerih smo se pogovorili pri uri dodatnega pouka:

- Ker je obseg kvadrata 4-krat večji od dolžine stranice in obratno, dolžina stranice predstavlja $^1/_4$ obsega, so v pripadajočih koeficientih premih sorazmerij prepoznali obratna si ulomka. Že prej so opazili, da je graf $o(a)$ bolj strm kot graf $a(o)$. Eden od učencev je opazil še obrnjen vrstni red koordinat pri točkah, skozi katere so narisali ta dva grafa in da sta ta dva grafa »nekako simetrična«. Rekel je: *»Če bi abscisno os »prekucnili« na ordinatno os in ordinatno os na abscisno os, bi tudi grafa »padla« eden na drugega.«* To njegovo razmišljanje smo potem prevedli v zrcaljenje čez premico, pri čemer je premica simetrala prvega in tretjega kvadranta.

- Na podlagi primerjav odvisnosti $o(a)$ in $a(o)$ za kvadrat ter $p(a)$ in $a(p)$ za kvadrat so se še enkrat prepričali, kako zelo pomembna je izbira neodvisne in odvisne spremenljivke. Po zamenjani vlogi spremenljivk so dobili popolnoma drugačno odvisnost. Opazili so tudi, da sta grafa $o(a)$ in $p(a)$ oba strma, po zamenjavi spremenljivk pa sta grafa $a(o)$ in $a(p)$ oba bolj položna. Vsako dvojico grafov smo prerisali v isti koordinatni sistem in opazovali lego grafov ter koordinati pripadajočih točk (Tabela 3).

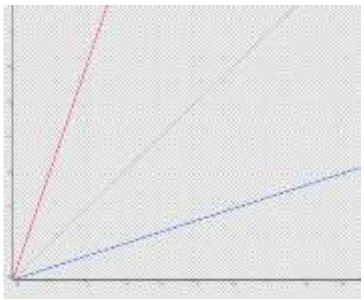
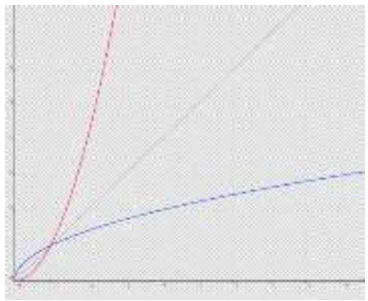
<table>
<tr>
<td>
$o(a)$
$o = 4 \cdot a$
<table>
<tr><th>a</th><th>o</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8</td></tr>
<tr><td>3</td><td>12</td></tr>
<tr><td>4</td><td>16</td></tr>
</table>
</td>
<td>
$a(o)$
$a = \frac{1}{4} \cdot o$
<table>
<tr><th>o</th><th>a</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>4</td><td>1</td></tr>
<tr><td>8</td><td>2</td></tr>
<tr><td>12</td><td>3</td></tr>
<tr><td>16</td><td>4</td></tr>
</table>
</td>
<td></td>
<td>
$p(a)$
$p = a^2$
<table>
<tr><th>a</th><th>p</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>3</td><td>9</td></tr>
<tr><td>4</td><td>16</td></tr>
</table>
</td>
<td>
$a(p)$
$a = \sqrt{p}$
<table>
<tr><th>p</th><th>a</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>2</td></tr>
<tr><td>9</td><td>3</td></tr>
<tr><td>16</td><td>4</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2"></td>
<td></td>
<td colspan="2"></td>
</tr>
</table>

Tabela 3: Pomen izbire neodvisne in odvisne spremenljivke

Utrjevanje in preverjanje

V naslednjih urah smo izkoristili vsako priložnost, da smo v zapisanih obrazcih iskali premo sorazmerni količini ter koeficient tega premega sorazmerja. Priložnosti je bilo veliko. Najprej smo uporabili obrazce, ki jih učenci že poznajo, npr.

$$o = 3a,\ o = 4a,\ o = 6a,\ p = ab,\ p = \frac{ef}{2},\ F = kx,\ k = \frac{F}{x},\ s = vt,\ v = \frac{s}{t},\ V = Sh,\ p = \frac{F}{S}, \ldots$$

Pozneje, pri obravnavi snovi o krogu, so učenci spoznali obrazce

$$o = 2\pi r,\ p = \pi r^2,\ l = \frac{\pi r \alpha}{180°},\ p_i = \frac{\pi r^2 \alpha}{360°}.$$

V vsakem novem obrazcu so poiskali premo sorazmerni količini in koeficient tega premega sorazmerja.

Zaključek

Reševanje opisane problemsko zastavljene naloge je bilo za učence nenavadno zaradi metode dela, še bolj pa zaradi oblike dela. Prepletali so se samostojno delo, delo v dvojicah in timsko delo. Učenci so pridobivali nova znanja in veščine in jih hkrati prenašali ter delili s celotno skupino. Presegli so začetne občutke negotovosti in se v varnem timskem okolju obnašali zelo odgovorno.

Vsi zastavljeni cilji so bili doseženi. Utrdili smo razumevanje matematičnih pojmov, kot so neodvisna in odvisna spremenljivka, vrednost spremenljivke, odvisnost med količinami, premo sorazmerje, obratno sorazmerje, urejeni par, graf. Ob reševanju naloge so učenci ozavestili pomen natančnega besednega izražanja in se zavedli posledic zaradi neustreznega poimenovanja spremenljivk. Odslej posvečajo opredelitvi neodvisne in odvisne spremenljivke veliko večjo pozornost.

Na koncu so učenci izrazili zadovoljstvo z izvedenimi aktivnostmi. Po njihovem mnenju so se veliko naučili. Najzahtevnejše se jim je zdelo zaključno poročanje, toda ne zaradi »matematike«, ampak zaradi tega, ker so težko izbirali ustrezne besede, s katerimi bi izrazili svoje misli. Vsi skupaj smo bili enakega mnenja, da bi takih »treningov govornega izražanja« moralo biti več. Opazili so namreč, da so besede in besedne zveze, ki so jim sprva zvenele zelo tuje, po večkratni glasni ponovitvi že uvrstili v svoje besedišče.

Viri

1. Beznec, B. et. al. (2000): Moja prva fizika. Modrijan, Ljubljana.
2. Strnad, M. et. al. (2004): Presečišče 8. DZS, Ljubljana.
3. Tomšič, G. et. al. (2002): Učni načrt za matematiko. Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport in Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.

SLOVENŠČINA + MATEMATIKA = ?

Slovene + Mathematics = ?

Brigita Sajko, Matejka Tirgušek, VIZ II. OŠ Rogaška Slatina

brigita.sajko@gmail.com, matejka.tirgusek@guest.arnes.si

Povzetek

Prispevek predstavlja izkušnje z večletnim medpredmetnim povezovanjem matematike in slovenščine v II. OŠ Rogaška Slatina, in sicer v sedmem razredu. Želeli smo doseči cilje iz učnega načrta za matematiko, iz sklopa Obdelava podatkov, ter zmožnost tvorjenja in sprejemanja enogovornih neumetnostnih besedil po učnem načrtu za slovenščino. Odločitvi za sodelovanje je botrovala želja po drugačnem didaktičnem pristopu, uporabnosti in trajnosti znanja učencev ter njihovi razbremenitvi. Ob tovrstnem medpredmetnem sodelovanju sta učitelja matematike in slovenščine postavljena pred izziv izdelave konkretnih kriterijev za ocenjevanje učenčevega izdelka.

Vsebina povezave je bila izdelava seminarske naloge, za katero so učenci en teden zbirali podatke, jih uredili, zapisali ter svoje ugotovitve ustno predstavili sošolcem in obema učiteljicama.

Dotedanje izkušnje učiteljice matematike pri izdelavi seminarske naloge – ko so učenci prinašali jezikovno, pravopisno in oblikovno pomanjkljive naloge – so botrovale ideji, da bi se v šolskem letu 2008/2009 pri tem sklopu povezala z učiteljico slovenščine. Analiza tedaj opravljenega dela učencev je pokazala, da je učencem še vedno veliko težav povzročal tako sam postopek raziskovanja, ki zahteva opravljanje točno določenih korakov, kakor tudi njihova ubeseditev v skladenjsko in pravopisno koherentno besedilo ter predstavitev ključnih informacij. Pri učencih, ki so svojo nalogo izdelali s pomočjo računalnika, so se pojavile še napake, povezane s pravili računalniškega zapisovanja.

Dosedanje večletno delo in celovitejša povratna informacija učencem kaže, da »žanjemo uspehe« pri izdelavi seminarske naloge v osmem razredu.

Ključne besede: medpredmetna povezava, matematika, slovenščina, obdelava podatkov.

Abstract

The paper presents the experience with cross-curricular teaching of mathematics and Slovene in grade 7 at II. Rogaška Slatina Primary School.

This way of teaching was chosen in order to achieve a structured manner of data processing in mathematics and the ability of forming and adapting texts in Slovene.

The decision to start teaching in this manner was fostered by a desire to take a different didactic approach, usability, and durability of our students' knowledge, and last but not least, to unburden the students.

Having this kind of interdisciplinary collaboration, the teacher of mathematics and Slovene are challenged to prepare concrete criteria for evaluating student's product.

The aim of our cross-curricular teaching was to prepare a seminar paper for which students collected, organised and wrote down data, and they orally presented their findings to the classmates and to both teachers.

The past not so good experience of the mathematics teacher about students' seminar papers - when students gave their seminar work to the teacher to review, with imperfections in language, grammar and design - in the school year 2008/2009 fostered the idea of a mathematics and Slovene teacher cooperation to overcome the problems and deficiencies.

The analyse showed that most of the problems students encountered were caused by the process of research itself which requires to follow the specific steps of procedure, as well as by the correct wording of syntactical and grammatical coherent text and by oral presentation of the key information.
Students, who prepared their task on the computer, made also mistakes connected with computer literacy.
However, the results of the past work in this area show that our students have become more successful in giving presentations in grade 8.

Keywords: cross-curricular teaching, mathematics, Slovene, data processing.

Uvod
Z željo poudariti učni proces in prispevati k doseganju čim višje kakovosti izobraževanja na II. OŠ Rogaška Slatina že tretje leto izvajamo medpredmetno povezovanje dveh ključnih predmetov – matematike in slovenščine, kar sicer nista običajna predmeta, ki bi se pojavljala v tovrstni povezavi. Po Fogartyjevi (Fogarty, 1991, povzeto po Lake 2002) desetstopenjski lestvici povezovanja med predmeti je mogoče ugotoviti, da sodita matematika in slovenščina v prvo, t. i. fragmetirano stopnjo povezanosti, za katero je značilno, da sta disciplini ločeni, da so meje med njima jasne in da učenci ne vidijo povezave med njima, zato pri učenju ne pride do uporabe transferja.
Toda smiselno načrtovanje izvedbe omogoča učencem pridobivanje različnih spretnosti, ključnih za življenje; tako komunikacijskih, kot so branje, pisanje, iskanje, izražanje mnenja, interpretiranje podatkov, poslušanje, kot raziskovalnih, npr. načrtovanje, opazovanje, merjenja, urejanje in izdelava poročil.
Medpredmetno povezovanje nam omogočajo in nas pravzaprav k njemu zavezujejo prenovljeni učni načrti z zahtevanimi novimi didaktičnimi pristopi. Znanje, ki ga na tak način pridobivajo učenci, je uporabnejše in trajnejše. Učenci so razbremenjeni, s čimer je mogoče pričakovati njihovo večjo učinkovitost. Učitelji pa se po drugi strani kalimo v timskem sodelovanju, brez katerega v sodobnem svetu ne gre. Kot vse v življenju pa ima tudi tovrstni način dela svoje sončne in senčne plati. Med prve gotovo sodijo sodelovanje, novi izzivi pri poučevanju, možnost vpeljave sprememb, doseganje soglasja o učnih ciljih, (npr. na (ne)pravilno rabo maternega jezika mora opozarjati vsak učitelj, ne le slovenist), ter preverjanju in ocenjevanju znanja, ki morata biti zasnovana medpredmetno.
Pasti predstavljajo neizdelani kriteriji za ocenjevanje medpredmetnega znanja, potrebno poznavanje drugih učnih načrtov ter več priprav oziroma dodatnega učiteljevega dela ob popravljanju izdelkov.
Po rezultatih naših učencev v mednarodnih in domačih raziskavah o bralni pismenosti pa ne glede na zgoraj povedano ugotavljamo, da je tovrstni način povezovanja med maternim jezikom in naravoslovnimi predmeti, kot je matematika, nujen, saj pripravlja učence na boljše razumevanje in posledično boljše znanje besedilnih nalog, ki veljajo za trd oreh.

Izdelava seminarske naloge = dve muhi naenkrat
Cilji, ki jim v predstavljeni povezavi sledimo, so naslednji:
1. Pridobivanje veščin opravljanja "procesne" naloge.
2. Izdelovanje seminarske naloge po natančno določenih korakih, v kateri učenec koherentno in pravopisno ustrezno predstavlja dobljene rezultate (tabelarno, grafično, opisno).
3. Tvorjenje enogovornega neumetnostnega besedila – poročanje.
4. Sprejemanje, tj. razčlenjevanje, presojanje sošolčevega govornega nastopa in utemeljevanje lastnega mnenja.

V sedmem razredu pri sklopu Obdelava podatkov učenci dobijo nalogo, pri kateri dvakrat dnevno merijo temperaturo v svojem kraju. Oddati jo morajo v štirinajstih dnevih, pri čemer je en teden namenjen zbiranju podatkov, drugi pa izdelavi naloge, ki jo morajo opraviti po predhodno določenih korakih.
Najprej zapišejo izhodiščno stanje, v katerem na kratko opišejo trenutno stanje temperature in vremena ter razmišljanja o namenu preiskave.
V nadaljevanju si na osnovi izhodiščnega stanja zastavijo vprašanja, na katera bodo dobili odgovore po zbranih podatkih.
Šele nato sledi zbiranje podatkov, tj. konkretno merjenje temperature zjutraj in zvečer ob istem času.
Zbrane podatke uredijo v tabele ter narišejo stolpčne in krožne diagrame za izmerjeno temperaturo.
Urejene podatke analizirajo, pri čemer odgovorijo na prej zastavljena vprašanja.
Na koncu v različnih virih poiščejo zanimivosti o temperaturi, podnebju ipd.

Izdelane seminarske naloge pregledava in točkujeva učiteljici matematike in slovenščine. Učiteljica matematike ocenjuje urejenost in analizo zbranih podatkov, upoštevanje vrstnega reda predpisanih korakov, število, zahtevnost in izvirnost zastavljenih vprašanj ter sklepne ugotovitve oz. interpretacije podatkov. Učiteljica slovenščine se posveti obliki oz. upoštevanju računalniškega zapisa, vsebini ter jezikovni in pravopisni pravilnosti. Sledi priprava učencev na govorni nastop. Tudi govorni nastopi učencev se ocenjujejo skupaj, kar pomeni, da se učiteljici prilagajava obstoječemu urniku in po potrebi ocenjujeva tudi med prosto uro katere od naju.

Po prvem letu
Po nalogah, izdelanih v prvem letu medpredmetnega povezovanja, je bilo očitno, da naši učenci niso vešči tovrstnega raziskovalnega dela. Največje pomanjkljivosti, ki so se pojavljale pri matematiki, so bile neupoštevanje danega vrstnega reda, iz česar je bilo mogoče sklepati, da je učencem najtrši oreh predstavljal opis izhodiščnega stanja ter oblikovanje težjih in zanimivejših vprašanj v zvezi z obravnavano temo. Skozi prizmo materinščine so bile naloge skladenjsko okorne (npr. Zanimala me je zračna temperatura), jezikovno nepravilne (Katera je povprečna jutranja temperatura?) in pravopisno neustrezne (predvsem v rabi ločil in rabi pogovornih besed). Učenci so uporabljali vrednotenjske izraze, bili pri odgovarjanju nenatančni, s čimer so kršili koherentnost besedila, saj ni bilo razvidno, na kaj se njihovi odgovori sploh nanašajo. Pozabljali so na navajanje literature oz. virov. Naloge, ki so bile računalniško izdelane, so bile pomanjkljive tudi zaradi neupoštevanja pravil računalniškega zapisa (npr. (ne)stičnost ločil in drugih znakov, poenotenost pisave oz. njene velikosti).

Po prvi uri – sicer so bili govorni nastopi izpeljani v treh urah (matematike ali slovenščine) – manj uspešnih govornih nastopov je bilo po skupnih analizah posameznega govornega nastopa opaziti napredek pri naslednjih nastopih glede ločevanja bistvenega od nebistvenega, učinkovite uporabe dodatnega slikovnega materiala, dodanih zanimivosti ter jasnosti in natančnosti povedanega. Učenci so radi prisluhnili sošolcem, saj je naš šolski okoliš zelo velik in geografsko raznolik, zato so bile temperature po krajih oz. zaselkih različne in zato zanimive.

Spremenjen pristop
Preden so se v prihodnje učenci lotili samostojnega dela doma, smo se v računalniški učilnici posvečali urjenju pravilnega računalniškega zapisa in uporabi ikon za načrtovanje

diagramov, saj se je izpostavilo, da imajo skoraj vsi učenci doma osebni računalnik. Redke izjeme, ki doma nimajo računalnika, so svojo nalogo lahko napisale na katerem od šolskih računalnikov oziroma nalogo napisali lastnoročno.
Na osnovi pretekle izkušnje sva se učiteljici tudi odločili, da izdelava natančnejša navodila za delo, ki so priložena.

A) UREJENOST IZDELKA
Nalogo pripravi na brezčrtne liste, pri čemer ne pozabi na levi in desni rob (spomni se uradnega pisma). Prav tako se spomni na reklo, da je vsak izdelek, ki ga damo iz rok, odraz naše osebnosti in odgovornega pristopa do danih nalog.

B) VSEBINA
Upoštevaj korake preiskave:

1 UVOD – izhodiščno stanje (Pove, s čim se boš v preiskavi ukvarjal, zato ga napišeš najprej.)

2 POSTAVITEV VPRAŠANJ (Najmanj pet.)

3 ZBIRANJE PODATKOV (Kje, kako si prišel do podatkov, doslednost pri njihovem zapisovanju. Merjenje temperature boš opravil dvakrat na dan, zjutraj in zvečer, ob isti uri in na istem mestu, nekje zunaj.)

4 ANALIZA PODATKOV (Izdelava tabel in grafov, v katere boš vnesel svoje podatke.)

5 UGOTOVITVE (Kaj ti podatki povedo? Ugotovitve nam morajo dati odgovore na vprašanja, ki smo si jih zastavili pred izvedbo preiskave.)

6 ZANIMIVOSTI* (V časopisu, reviji poišči kakšno zanimivost na temo preiskave.)
Pri vsebini bodi izčrpen – ena poved pri vsaki točki je absolutno premalo.

C) PREDSTAVITEV REZULTATOV bo potekala v obliki govornega nastopa.
V nekaj stavkih s svojimi besedami sošolcem ustno predstavi svoje ugotovitve.

Č) JEZIKOVNA PRAVILNOST IN PRAVOPIS
Pri izdelavi bodi pozoren na svoj jezik. Povedi naj bodo razumljive. Svojo razumljivost lahko preveriš tako, da nalogo prebereš nekomu, ki tvoje raziskave ne pozna. Če si delo dobro opravil, mora tvoj poslušalec razumeti vse, kar si počel.
Prav tako pa ne pozabi na pravopisno pravilnost (velike začetnice, končna ločila, vejice, pravilen zapis besed: temperatura, ugotavljati, 19 ºC, kolikšna temperatura).

Tvoja naloga in predstavitev bosta ocenjeni pri dveh predmetih, in sicer pri matematiki in slovenščini.

Verjameva, da bo drugačen pristop k domačemu delu tudi tebe navdušil in te spodbudil k še odgovornejšemu delu.

Preglednica 1: Navodila za izdelavo seminarske naloge pri predmetih matematika in slovenščina

Učenci morajo od šolskega leta 2010/2011 izdelati čistopis popravljenih seminarskih nalog z upoštevanjem popravkov.
Prav tako se je premaknilo težišče govornih nastopov k interpretaciji in odčitavanju diagramov, ne pa na pamet naučenim podatkom.

Kaj pa učenci?
Ker sva želeli pridobiti tudi mnenje učencev o tovrstnem povezovanju med predmeti, sva zanje pripravili anketni vprašalnik. Zanimalo naju je, kaj učenci mislijo, kaj je vzrok za povezovanje matematike in slovenščine. Menili so, da od učencev želiva, da bi se bolj potrudili pri pisanju v knjižni slovenščini, da bova bolje in lažje uskladili mnenji ter ocenili njihove nastope. Pojavil se je tudi odgovor, da lahko učitelji zaradi medpredmetne povezave včasih sodelujejo skupaj. Na vprašanje, kaj so delali drugače, ker so vedeli, da bodo ocenjeni pri dveh predmetih, so nekateri odgovarjali, da so se bolj potrudili pri slovnici, večkrat prebrali napisano in poiskali skrite napake, drugi pa »nič drugače, kot če bi dobili oceno samo pri matematiki, saj je materni jezik pomemben, in ker se na vseh področjih potrudim, kolikor je v moji moči.« Zanimalo naju je tudi, kaj menijo o takšnem načinu ocenjevanja. Med zanimivejšimi odgovori je mogoče izpostaviti.

> »Podpiram takšno ocenjevanje, saj za eno delo dobim dve oceni.«
> »Dober način, ker vidimo napake pri matematiki in slovenščini.«
> »Zahtevnejši način, ker moramo biti pozorni na več stvari.«
> »Učiteljem je lažje, ker ocenjujejo skupaj.«
> »Hitreje se naučim knjižne slovenščine.«
> »Dobro, ker vemo, kako moramo govoriti pri drugih govornih nastopih.«

Učenci so tudi strnili ugotovitve o tem, kaj so pridobili z opisanim načinom. Večinoma so sodelovanje ocenjevali kot pozitivno, saj so se več naučili, spoznali so, kako pravilno izdelati seminarsko nalogo, in bili zadovoljni s tem, da jim je učiteljica slovenščine popravila slovnične napake.

Zaključek
Sklenemo lahko, da je na osnovi izkušnje in spremenjenega pristopa k nalogi medpredmetna povezava v naslednjih letih v večji meri uresničila najina pričakovanja, saj so bili izdelki učencev natančneje in pravilneje izdelani, govorni nastopi pa uspešnejši. Ker je bila najina izkušnja najprej omejena le na en razred sedmošolcev, za katerega se je v naslednjem letu izkazalo, da so imeli pri izdelavi naloge v osmem razredu manj težav in so bile njihove naloge v primerjavi z vrstniki boljše, sva svojo izkušnjo predstavili tudi sodelavcem in primer dobre prakse prenesli na celotna tima učiteljic matematike in slovenščine v sedmem razredu.

Viri

1. Kovač, M., Starc, G., Jurak, G. (2003): Medpredmetno in medpodročno povezovanje pri športni vzgoji. Šport, štev. 51 (2), str. 11–15.
2. Kuščer, K. (1993): Izvedba integriranega pouka. ZRSŠŠ, Ljubljana.
3. Kušar, T. (2011): Medpredmetno povezovanje predmeta družba z ostalimi predmeti v 4. razredu osnovne šole (diplomska naloga). Celje.
4. Lake, K. (2002): Integrated Curriculum. School Improvement Research Series. Northwest Regional Educiational Laboratory. Pridobljeno dne 23. 5. 2012 s spletne strani http://www.curriculumassociates.com/professional-development/topics/Integrated-Curriculum/extras/lesson1/Reading-Lesson1.pdf.
5. Medpredmetne in kurikularne povezave (2010): Priročnik za učitelje. Strokovno uredili Zora Rutar Ilc, Katja Pavlič Škerjanc. ZRSŠ, Ljubljana.

6. Gabrijel Tomšič et al. (2006): Učni načrt: program osnovnošolskega izobraževanja. Matematika. Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
7. Matjaž Kmec et al. (2002): Učni načrt: program osnovnošolskega izobraževanja. Slovenščina. Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.

MATEMATIKA – VEČ KOT UČNI PREDMET

Mathematics – more than a Subject that We Teach in School

Milena Strnad

milena.strnad1@guest.arnes.si

Povzetek

Matematika ima kot šolski predmet poseben pomen. Učenkam in učencem ne da samo znanja, ki ga potrebujejo pri nadaljnjem šolanju in v življenju, ampak jih tudi nauči, kako se učiti, ter prispeva k razvoju različnih vrst mišljenja in k oblikovanju osebnostnih lastnosti. Zato je pomembno, da osnovnošolci in srednješolci matematiko sprejmejo in se je ne bojijo.

Poučevanje matematike je zahtevno in odgovorno delo. Odločitev, kako poučevati, katero učno gradivo izbrati v okviru predpisanega učnega načrta, je na strani učitelja. Učiteljevo delo je odvisno od njegovega logičnega, psihološkega in zlasti sociološkega pogleda na poučevanje. Učitelj naj sledi razvoju poučevanja, preizkusi in premisli predlagane nove strategije in pristope ter privzame tiste, ki jih bo sprejel za svoje. Novi snovi v prenovljenem učnem načrtu naj se ne izogne, ampak naj se ob njej motivira in z njo obogati svoje poučevanje. Kot primer omenimo vzorce. Ti ne prispevajo samo k razvoju risarskih spretnosti in natančnemu opazovanju, ampak so uporabni tudi za učenje transformacij, vpeljavo pojmov ter prek posploševanja in induktivnega sklepanja vodijo k algebri. Učitelj naj učenke in učence navaja na rabo učnih gradiv, samostojno delo in raziskovanje, primerno razvojni stopnji.

Nekateri posamezniki se brez tehtnih razlogov matematike bojijo. Orodje proti temu so matematične klinike, ki jih uvajajo v ZDA. Pri nas pa učitelj lahko le sam s svojim delom prepreči ali vsaj omili strah pred matematiko.

Ključne besede: učenje učenja, matematični jezik, vzorci, strah pred matematiko, matematična klinika.

Abstract

Mathematics as a school subject is of a special importance. It does not only transfer knowledge to elementary and secondary school students but also teaches them how to learn, and contributes to the development of various ways of thinking. Therefore it is important that students accept mathematics and do not develop anxiety for or resistance to it.

Teaching of mathematics is demanding and responsible work. The decision how to teach, which material to choose within the current curriculum, is in the teacher's hands. Teachers' work depends on their logical, psychological and particularly sociological view on teaching. They should follow the development of teaching, they should test and consider the new proposed strategies and approaches and accept those which they can adapt. They should not avoid new material in the renewed curriculum but should be motivated by it to enrich their teaching. As an example patterns should be mentioned. They do not only contribute to drawing skills and precise observation but they are also useful for learning about transformations and introduction of concepts, over generalization and inductive reasoning leading to algebra. The teacher should accustom students to the use of learning materials, autonomous work and research, corresponding to their level of developmnet.

Some students, without proper reasons develop anxiety for mathematics. A remedy against it was the Maths clinic established in the USA. Teacher can prevent students from the anxiety or at least they can moderate it with their way of teaching.

Key words: learning of learning, language of mathematics, pattern, anxiety of mathematics, clinic of mathematics.

Pomen matematike

Matematika kot šolski predmet skupaj z drugimi predmeti učenke in učence usposablja za reševanje številnih vsakdanjih in ne le matematičnih problemov kot so nakupi, načrtovanje izdatkov, varčevanje … Omogoči jim nadaljevanje šolanja v srednji šoli, kjer si pridobijo potrebno znanje za nadaljnji študij matematičnih, naravoslovnih, tehničnih in nekaterih drugih znanosti.

Kaj je posebno značilno za matematiko?
Matematika

- zahteva jasnost, natančnost in sistematičnost izražanja ter zapisovanja;
- uporablja matematični jezik v medsebojnem sporazumevanju v smeri sprejemanja in osebnega izražanja; jezik vključuje matematično terminologijo, matematične simbole in ima svojo sintakso ter se izraža na štiri načine:
    - ✓ z govorjeno besedo (kratko, jasno),
    - ✓ s pisano besedo (vključuje naravni jezik in matematične simbole),
    - ✓ z grafičnimi podobami (s slikami modelov, slikovnimi in dinamičnimi prikazi, z grafi …),
    - ✓ z različnimi aktivnostmi (razlaganjem, demonstriranjem, preizkušanjem, raziskovanjem, opisovanjem …);
- vključuje veliko vsebin (geometrija, vzorci …), ki spodbujajo povezovanje leve in desne polovice možganov;
- je abstraktna in temelji na matematični logiki, zato pri uspešnem učenju matematike ne zadošča zgolj vestno zapisovanje, izpisovanje, ponavljanje, reševanje vaj po receptu ter zapomnitev številnih vsebin (njeno uspešno učenje vključuje samo po sebi rabo številnih uspešnih mentalnih strategij: »vzpostavljanje zvez, odnosov med deli in celoto, med že znanim in novim; strukturiranje in povezovanje prej ločenih informacij v organizirano celoto«, analiziranje celote v sestavne dele, konkretiziranje, s katerim abstraktnim, posplošenim informacijam prikličemo konkretno podobo (Marentič Požarnik, 2003));
- zahteva od učenca proceduralna in problemska znanja, slednja se nanašajo na reševanje problemov različnih vrst: besedilnih nalog, empiričnih in matematičnih problemov, zato velja pri njenem učenju uporabljati tudi metakognitivne strategije, ki nam omogočajo, da znamo proučiti dane probleme in na tej osnovi načrtovati rešitev. Spomnimo se, da si med učenjem in reševanjem matematičnih problemov pogosto zastavljamo vprašanja:

    »Kaj o tem že vem? Kakšen načrt za reševanje bi bil ustrezen? Ali lahko predvidim oz. ocenim rešitev? Ali naj spremenim svoje postopke?
    Kako ugotovim, ali sem na pravi poti ali ne?« (Marentič Požarnik, 2003).

Iz povedanega sledi, da se ob učenju matematike učenke in učenci hkrati učijo tudi učiti se. Razvijajo tudi različne vrste mišljenja: od ustvarjalnega, ko se jim ob reševanju določenega problema porajajo ideje, ki nakazujejo različne poti reševanja, do kritičnega mišljenja, ki jim omogoča primerjanje in vrednotenje idej po uporabnosti, logičnosti, zanesljivosti. Prav tako ob učenju matematike razvijajo analitično mišljenje (razgrajuje celoto) in sistemsko mišljenje (posamezne elemente povezuje v celoto). Ob učenju osnovnošolske in srednješolske matematike lahko učenci in učenke razvijejo tudi nekatere

pomembne osebnostne lastnosti, npr. sistematičnost, natančnost, doslednost, jasnost izražanja …
Zaradi naštetih »stranskih učinkov« je učenje in razumevanje matematike pomembno za vse učenke in učence, tudi za tiste, ki ne bodo na njenih osnovah neposredno gradili dalje. Trditev, da je **matematika v obveznem šolanju več kot le učni predmet**, je upravičena.

Poučevanje matematike
Poučevanje matematike, za katero smo ugotovili, da v osnovnošolskem merilu zavzema posebno mesto, je tudi zelo odgovorno.

Vprašanje "Kako naj poučujem?" je za učitelje tema, ki že od nekdaj vznemirja predvsem učitelje začetnike, v času uvajanja sprememb novih ali prenovljenih učnih načrtov pa vznemiri tudi izkušene učitelje. V času raznovrstnih učbenikov in učnih gradiv se je porodilo še dodatno vprašanje "Kateri učbenik in učna gradiva naj izberem?".

Na postavljena vprašanja, ki postanejo ob večjih in manjših reformah še posebno aktualna, ni enoličnega odgovora. To ne velja za obseg snovi, razporejen po razredih, ki ga predpisujejo veljavni učni načrti.
K odločitvi posameznika, ki naj bi imel pri poučevanju možnost proste izbire tako postopkov in metod kot učnih gradiv, delno pomaga pogled v zgodovino poučevanja. Ta pokaže, da so skozi stoletja (od dela Velika didaktika A. J. Komenskega (1657) dalje) na poučevanje vplivali predvsem pedagogi in psihologi. Najgloblje sledi so pustili Piaget, Labinowicz, Vigotsky, Bruner idr. Pozneje, okoli leta 1920, so se jim z O. Toeplitzem na čelu pridružili tudi matematiki raziskovalci z različnih področij, npr. H. Behnke, H. Freudenthal, H. G. Steiner, A. Kirsch, R. Skemp, J. Kilpatrick, L. Frobisher in drugi didaktiki matematike. Omembe vredna dosežka sta tudi šola pedagoginje in zdravnice M. Montessori ter filozofa R. Steinerja, ustanovitelja Waldorfske šole.

Podrobnejša analiza pokaže, da so s časom v poučevanju nekatere uveljavljene novosti raziskovalcev zamrle. Rodile so se nove, kdaj k prvotnim celo nasprotujoče novosti, včasih so se ponovno pojavile dopolnjene ali modificirane stare ideje. Ta proces se nadaljuje. Spomnimo se časov, ko je bila v poučevanju pomembna predvsem dosega vsebinskih učnih ciljev, pa časa, ko so jih preglasili procesni cilji, ki so potisnili v ospredje učenčevo raziskovanje in mišljenje. Ti so postavili v ospredje učenje postavljanja vprašanj, utemeljevanja, povezovanja idr. Če k težnji po uresničitvi teh ciljev dodamo še rabo žepnih računal in računalnikov, se kaj hitro lahko znajdemo v položaju, v katerem nehote zanemarimo pridobivanje raznih veščin. Njihovo obvladovanje pa je v matematiki tudi potrebno in mora ostati del poučevanja. To izhaja tudi iz priporočil zadnje reforme, ki priporoča uravnotežen pristop k uresničevanju vsebinskih in procesnih učnih ciljev.

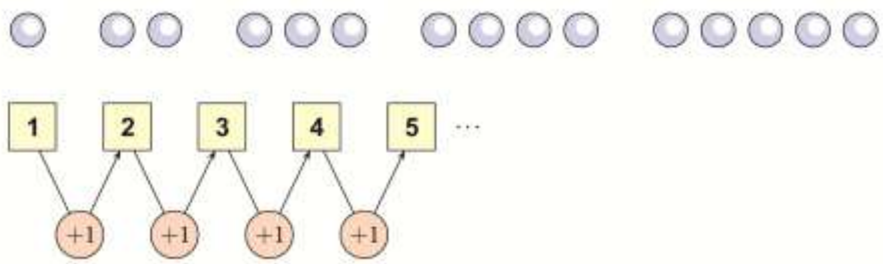
Kako bo učitelj poučeval, je stvar njegove izbire. Pri tej odločitvi mu lahko pomaga mnenje logika in didaktika Ivana Prijatelja. Od dobrega učitelja je pričakoval le tri reči, ki so potrebne (ne pa tudi zadostne) za dobro poučevanje:
- da izvrstno obvlada matematične vsebine, ki jih poučuje,
- da ima rad matematiko,
- da ima rad učenke in učence.

Tem rečem velja dodati še nova priporočila.

Učitelj

- naj se zaveda, da so pri učenju in poučevanju zelo pomembna tudi čustva (pozitivna čustva vplivajo na motivacijo, ta pa na uspešnost poučevanja in učenja, prav tako kot tudi iskren, pošten odnos učitelja do učenk in učencev);
- naj pri poučevanju uporablja uravnotežen matematični jezik, ki v vseh svojih štirih elementih ni več samo domena učitelja pri razlagi, demonstracijah in diskusiji z učenci in učenkami, temveč daje tudi učenki in učencu možnost
  - ✓ postavljanja vprašanj in interpretacije v vseh fazah poučevanja,
  - ✓ opisa svojega razumevanja,
  - ✓ izmenjave svojega spoznanja z vrstniki,
  - ✓ izmenjave svojih spoznanj z učiteljem;
- naj si prizadeva, da bi čim bolj vplival na razvoj sposobnosti učenk in učencev, zato naj spremlja predlagane nove strategije, prijeme didaktikov, psihologov in pedagogov, jih preizkusi in kritično oceni, uporablja pa naj le tiste, ki mu jih je uspelo sprejeti za svoje. To sledi opozorilu, da ne velja slepo slediti vsem predpisanim novitetam v poučevanju, na kar sta že leta 1998 opozorila didaktika A. Sierpinska in J. Kilpatrik, v projektu SLE (Substantional Learning Environments) pa je to podrobno izdelal prof. Wittmann, ki učiteljem priporoča, da se pri poučevanju
  - ✓ »osredotočijo na osrednje učne cilje, vsebino in principe poučevanja na določeni stopnji,
  - ✓ izbrano vsebino povezujejo s postopki in procesi na način, primeren stopnji poučevanja, ter
  - ✓ pri svojem delu upoštevajo matematične, psihološke in sociološke poglede na poučevanje« (Wittmann, 2000).

Od vsebinskih novosti, ki jih prinaša posodobljeni učni načrt iz leta 2011, posebej omenimo obravnavo vzorcev. Ti matematiko povezujejo z umetnostjo. Od prvega razreda dalje vzorci prispevajo, da se učenke in učenci učijo pozornega opazovanja,
in ustvarjalnega risanja. Z raziskovanjem, koliko različnih vzorcev lahko npr. sestavijo iz dveh ali treh elementov ali danih motivov ipd., se spoznajo z osnovami kombinatorike. Kako z vzorcem vpeljujemo nov pojem, kaže primer »Od vzorca do naravnih števil« (Slika 1); kako z vzorci prikazujemo in raziskujemo zaporedja ter ob tem induktivno sklepamo in posplošujemo, pa primer vzorca iz vžigalic (Slika 2). Slika 3 pokaže, kako ob analiziranju vzorcev na traku (te dobimo, če dani motiv, ki je lahko simetričen ali pa tudi ne, po izbranem pravilu neskončnokrat ponovimo), spoznavamo lastnosti transformacij: premik, zrcaljenje in zasuk. Poleg vsega so vzorci odlično motivacijsko sredstvo. Z njimi spodbujamo ustvarjalno mišljenje in lahko konkretiziramo abstraktni pojem spremenljivke, prispevajo pa tudi k izboljšavi motoričnih sposobnosti in spodbujajo povezovanje leve in desne polovice možganov.

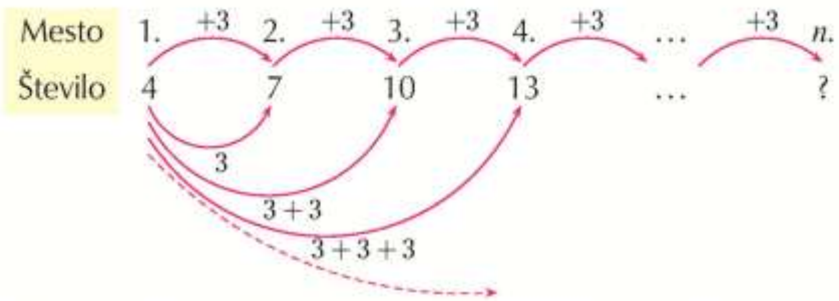


Slika 1: Od vzorca do naravnih števil.

4 Raziščimo zaporedje iz vžigalic. Ugotovimo, koliko vžigalic sestavlja 10. člen, koliko 100. člen in koliko n-ti člen zaporedja.

Rešitev:

Preoblikujemo slike v števila, opazujemo, sklepamo:



Od vzorca do pravila:

1.	člen:	$4 = 3 \cdot 1 + 1$
2.	člen:	$7 = 3 \cdot 2 + 1$
3.	člen:	$10 = 3 \cdot 3 + 1$
4.	člen:	$13 = 3 \cdot 4 + 1$
…		…
n-ti	člen:	$= 3 \cdot n + 1$

Preizkusimo pravilo: Iz $3 \cdot n + 1$, $n \in \mathbb{N}$ sledi:

1. člen: $n = 1 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 1 = 4$
2. člen: $n = 2 \Rightarrow 3 \cdot 2 + 1 = 7$
3. člen: $n = 3 \Rightarrow 3 \cdot 3 + 1 = 10$
4. člen: $n = 4 \Rightarrow 3 \cdot 4 + 1 = 13$

Računamo:

10. člen: $n = 10 \Rightarrow 3 \cdot 10 + 1 = 31$
100. člen: $n = 100 \Rightarrow 3 \cdot 100 + 1 = 301$

Ugotovimo:

Člen v zaporedju vžigalic bo na poljubnem n-tem mestu sestavljen iz $3 \cdot n + 1$ vžigalic. Deseti člen bo sestavljen iz 31 vžigalic, stoti člen pa iz 301 vžigalice.

Slika 2: Ob iskanju splošnega člena zaporedja do spremenljivke

Slika 3: Vzorca na traku

- Učitelj naj v poučevanje vključuje številne učne pripomočke, s katerimi konkretizira obravnavano abstraktno vsebino, npr. kocke pri seštevanju, vžigalice pri tvorjenju zaporedij ipd. Uporablja naj elektronsko tablo, če jo ima na voljo, saj z njo nazorno »oživi« npr. pretvarjanje merskih enot, matematične pojme, operacije, npr. računanje s celimi števili, like, reševanje enačb itd.
- Učitelj naj učenke in učence navaja na rabo učbenika, ki naj ga ne uporabljajo samo zato, da iz njega rešujejo naloge, ampak naj razlago vsaj preberejo, ter na drugo strokovno literaturo. Uporablja naj nove računalniške programe (Geogebra idr.) in naj posega tudi po kvalitetnih e-gradivih. Ta lahko veliko prispevajo h konkretizaciji nekaterih pojmov, pomagajo pri prikazu nekaterih operacij in pri utrjevanju usvojene snovi.

- Učitelj naj učenke in učence spodbuja k pisanju preglednih zapiskov. Temu cilju nasprotuje raba delovnih zvezkov, ki spremljajo večino matematičnih učbenikov od prvega do devetega razreda osnovne šole in se pojavljajo celo v srednji šoli. Škodljivost delovnih zvezkov je v tem, da rušijo sistematični zapis obravnavane snovi, saj jo razpršijo na zapis v učbeniku, delovnem zvezku in v zvezku učenca ali učenke. Z izpisi danih podatkov preprečujejo celovito reševanje naloge, s pripravljenim prostorom, ki ne more biti usklajen s potrebami vseh reševalcev, te lahko zavedejo. Pogosto pri reševalcih vzbudijo iskanje vzorca rešitev, kar samo po sebi ni slabo, ne prispeva pa k utrjevanju določenih računskih spretnosti. Posebno škodijo urjenju motoričnih spretnosti, saj učenke in učenci zaradi delovnih zvezkov, pa tudi uporabe računalnikov, čedalje manj pišejo. Prav tako ne kaže podpreti učbenikov, ki v prvih štirih letih šolanja ne dopuščajo, da bi učenka in učenec vanje pisala in risala.
  Pozitivno stran delovnih zvezkov je mogoče videti pri nalogah, ki zahtevajo dopolnjevanje preglednic, raznih prikazov ter dopolnjevanje geometrijskih risb.
  Zaradi te pozitivne strani delovnih zvezkov je nastalo gradivo z naslovom Slikovno gradivo za preglednejše zapiske**.** Novost, ki dopolnjuje učbenik, je skupina zvezanih listov, na katerih so slike, preglednice in razni prikazi iz učbenika, ne pa tudi besedila nalog, ki bi jih učenke in učenci morali najprej prepisati in nato dopolniti. Te zdaj le izrežejo iz slikovnega gradiva, nalepijo v zvezek na ustrezno mesto in nato nadaljujejo z delom. S tem se učenke in učenci izognejo napakam, ki nastanejo pri prepisovanju ali prerisovanju, prihranijo čas, predvsem pa si pripravijo pregledne zapiske. Učenčevi zapiski v zvezku vključujejo učiteljevo razlago, zglede in naloge iz obravnavane teme.

Slika 4: Obdelava podatkov, list iz slikovnega gradiva Stičišče 6 za šesti razred

Slika 5: Učenje petošolcev z učbenikom in s slikovnim gradivom

- Učitelj naj učenke in učence vseskozi opozarja, da učenje matematike ni samo igra, temveč delo, ki pa naj ne bo duhamorno, ampak zanimivo, pogosto vznemirljivo, prijetno, zabavno, včasih pa tudi naporno. K temu sodijo tudi posamezni trenutni spodrsljaji, neuspehi, ki jim ne uide nihče in jih je treba premagati z močjo svoje pozitivne samopodobe.

Strah pred matematiko

Učitelji pri poučevanju kljub vsem prizadevanjem naletimo na učenke in učence brez kakih posebnih učnih težav, ki so pri usvajanju matematičnih vsebin neuspešni. Večinoma se izkaže, da ti učenke in učenci matematike ne marajo in jo zato odklanjajo. Iz pogovorov z njimi pa bi se dalo ugotoviti, da pri teh učencih matematika že sama po sebi vzbudi odpor ali strah, čeprav za to pogosto nimajo tehtnih razlogov. Kdo izmed nas še ni slišal izjav naključnih sogovorcev, kot npr. »Nimam smisla za matematiko«, »Matematike nisem maral/a nikoli« ipd., ki jih izrečejo, ko beseda nanese na matematiko.

Ta opažanja sovpadajo z ugotovitvijo psihologa Benjamina Blooma, ki je pri izobraževanju odraslih ugotovil, da so ti pogosto opustili študij, ker so v šoli doživeli veliko negativnih čustvenih izkušenj in s tem razvili odpor do učenja nasploh. Da strah kot čustvo v šoli prednjači pred drugimi čustvi, je ugotovila tudi Marentič Požarnikova pri raziskovanju asociacij skupin študentov in učiteljev na temo čustva in šola (Marentič Požarnik, 2003).

Da je strah resen problem pri poučevanju matematike, je Sheila Tobias opozorila že leta 1985. Ugotovila je, da se nekateri učenke in učenci lotevajo učenja matematike s strahom oziroma z negativnimi pričakovanji. Prvo je posledica prenosa slabih izkušenj z matematiko s strani staršev, znancev, vrstnikov, drugo pa pomanjkanje samozaupanja. Zaradi tega se študenti in študentke pri nadaljnjem študiju izognejo matematiki takoj, ko je to mogoče. Ker se je izkazalo, da gre za obsežnejši problem, so v ZDA ustanovili matematično kliniko, kjer usposobljeni strokovnjaki pomagajo prizadetim od učenk in učencem do študentk in študentov. Z njimi se pogovarjajo o matematiki in jim nudijo inštrukcije. Učijo jih samozaupanja, uravnavanja lastnih občutkov in ocenjevanja lastnega dela. Usmerjajo jih, da zapisujejo svoje občutke in svoja nepomembna razmišljanja. Seznanijo jih, kako naj se učijo ter kako naj pridobijo potrebne informacije že na začetku šolanja. Poudarek pri odpravljanju težav je na vajah, samo delo na kliniki pa temelji na pravicah učečega, ki se glasijo:

> »Imam pravico učiti se v svojem tempu in se ne počutiti zapostavljenega ali neumnega, če sem počasnejši od drugih.
> Imam pravico vprašati karkoli.
> Imam pravico do posebne pomoči, če jo potrebujem.
> Imam pravico zaprositi učitelja ali njegovega pomočnika za pomoč.
> Imam pravico reči, da ne razumem.
> Imam pravico, da ne razumem.
> Imam pravico, da se počutim dobro ne glede na svoje zmožnosti pri kakem predmetu.
> Imam pravico, da gradim svoje samospoštovanje na svoji spretnosti pri katerem koli predmetu.
> Imam pravico, da vidim sebe zmožnega za učenje katerega koli predmeta.
> Imam pravico oceniti svojega učitelja in svoje šolske knjige.
> Imam pravico, da si oddahnem.
> Imam pravico, da me smatrajo za odgovornega.
> Imam pravico, da kakšnega predmeta nimam rad.
> Imam pravico, da določim uspeh po svoje« (Thobias, 1985).

Pri nas si pri tovrstnih težavah prizadeti učenke in učenci pomagajo z zasebnimi inštrukcijami, ki jih ponujajo posamezniki. Ti največkrat niso učitelji matematike. Zato ima naš učitelj dodatno nalogo, da pri učenkah in učencih prepoznava strah pred matematiko in jim skupaj s šolskim psihologom pomaga.

Da bi bilo takih primerov manj, je vredno, da učitelj poišče način, s katerim bi učenke in učence prepričal, da je strah pred matematiko odveč. Najbrž bi koristilo, če bi se učitelj zavedal, da na rezultat njegovega dela vplivajo tudi njegove osebnostne lastnosti, njegov

pristop k posamezniku in celoti. Pomembno je, da učenkam in učencem dviguje samozavest zlasti takrat, ko premagujejo učne težave. Zaleže že, če učitelj učenke in učence uči analizirati njihove težave, npr. s postavljanjem vprašanj: »Zakaj imam težave pri reševanju tega problema? Kaj bi lahko naredil/a sam/a, preden preskočim kak problem? Kako si lahko reševanje problema olajšam?«.
Pri pomoči je učitelj uspešnejši, če izhaja iz prepričanja, da za usvojitev minimalnih zahtev osnovnošolske in srednješolske matematike niso potrebne posebne zmožnosti, saj s svojim osebnim nastopom in načinom poučevanja lažje prepriča učenke in učence, da predpisano osnovno znanje matematike lahko doseže vsak zdrav učenec in učenka, če le pristopi k delu resno, odgovorno, s pozitivnimi čustvi. Pomembno je, da se učitelj zaveda, da mora tudi on iz leta v leto vedno znova prilagajati svoje poučevanje glede na opazna spreminjajoča se pričakovanja in navade učenk in učencev (ter njihovih staršev), njihovih motoričnih zmožnosti in ne samo zaradi sprememb, ki jih sproži morebitna sprememba šolske zakonodaje. Koristi tudi, če analizira svoje občutke, saj se tudi v njegovo delo lahko kdaj prikrade poseben strah, če se znajde v situaciji, ko mora učiti nove vsebine, s katerimi se ni soočil med svojim študijem.

Namen prispevka bo dosežen, če se bodo učitelji ob njem zavedli posebnega pomena matematike kot učnega predmeta, se ob neuspehu učenk in učencev pri učenju najprej vprašali, ali ni to morda posledica strahu pred matematiko in ali ne bi z združenimi močmi prej ali slej tudi pri nas ustanovili Matematično kliniko.

Viri

1. Edwards, D., Hamson, M. (1994): Guide to Mathematical Modelling. MacMillan, Houndmills, London.
2. Griffiths, R., Clyne, M. (1994): Language in the Mathematics Classroom. Curtain, Armadale.
3. Marentič Požarnik, B. (2003): Psihologija učenja in pouka. DZS, Ljubljana.
4. Steiner, H. G. (2000): Didactics of mathematics as a scientific discipline: A sketh of its development rom a personal (autobiographic) poin of view. ZDM, Karlsruhe.
5. Strnad, M. (2010): Stičišče 5. JUTRO, Ljubljana.
6. Strnad, M. (2010): Stičišče 6, Slikovno gradivo za preglednejše zapiske. JUTRO, Ljubljana.
7. Strnad, M. (2012): Vodnik po Stičišču 5. JUTRO, Ljubljana.
8. Tobias, S. (1985): Math anxiety and physics: Some thoughts on learninig dificult subjects. PhysicsToday [61–68].
9. Tall, D. (1991): Advanced Mathematical Thinking. KluwerAcademic Publisher, Dordrecht/ Boston/London.
10. Wittmann, E. C. (2000): Developing Mathematics Education in a Systemic Process. predavanje iz ICME 9.

TIMSKO POUČEVANJE PRI EKSPERIMENTALNI VAJI UPOR ČLOVEŠKEGA TELESA

Experimental Practical Work by Means of Team Teaching

Saša Kocijančič, Almira Okršlar, Tehniški šolski center Kranj, Strokovna in poklicna šola

sasa.kocijancic@guest.arnes.si, almira.okrslar@guest.arnes.si

Povzetek

V strokovnem in poklicnem izobraževanju naj bi matematika predstavljala podporo strokovnim modulom. Tega se v Strokovni in poklicni šoli Kranj še posebej zavedamo. Tako je s timskim delom in medpredmetno povezavo med matematiko in modulom odprtega kurikula Elektrotehnika v računalništvu nastala eksperimentalna vaja za dve šolski uri z naslovom Upor človeškega telesa.

Dijaki 1. letnika izobraževalnega programa Tehnik računalništva so preko meritev v dvojicah ugotavljali, kako se spreminja upornost njihovega telesa: če si zmočijo prste, če si jih namilijo ali če se zaščitijo z gumijastimi rokavicami. Meritve so vstavili v program Graph in jih obdelali v UI karakteristiki (grafični prikaz odvisnosti električnega toka od napetosti). Na spletni strani http://www.pef.uni-lj.si/eprolab/comlab/overview/ov-elec-vi-si.htm so primerjali podatke. V ure so bile vključene Integrirane ključne kvalifikacije: zdravje in varstvo pri delu, socialne spretnosti in uporaba IKT. Dijaki so bili zelo aktivni, uri sta jim bili všeč in želijo si še več takega pouka.

Ključne besede: matematika, elektrotehnika v računalništvu, program Graph, medpredmetne povezave, timsko poučevanje.

Abstract

We are aware that mathematics should represent support to technical modules in technical and vocational education at Technical and Vocational school in Kranj. A result of this awareness is a two-lesson-experimental practical work entitled The resistance of the human body, which was carried out by means of team teaching of mathematics and electrotehnics.

Students of class 1 at Computer technical programme did experimental work in pairs trying to find out, how the resistance of the human body changes if: they wet their fingers, if they soap them or if they protect them with rubber gloves. They put their measures in Graph programme and made them in UI characteristics. They compared their findings with the ones on the webside http://www.pef.uni-lj.si/eprolab/comlab/overview/ov-elec-vi-si.htm. The lesson included the following integrated key qualifications: health, work security, social abilities and ICT. The students were very active, they liked the lessons and they would like more team teaching lessons.

Key words: mathematics, electrotechnics in computer technical education, Graph programme, inter subject teaching, team teaching.

Uvod

Namen prispevka je pokazati, da je matematika na strokovnih in poklicnih šolah tudi in predvsem v podporo strokovnim modulom. O tem govori tudi SSI Katalog znanja matematika (2007): »Matematika kot veda, ki je neločljivo povezana z drugimi vedami in vsemi področji življenja, ima pomembno vlogo v splošnem izobraževanju posameznika.

Pouk matematike je pomemben, ker pri njem dijaki spoznavajo in razvijajo zahtevnejše načine razmišljanja (npr. deduktivno razmišljanje) ter hkrati spoznavajo matematične pojme in postopke, ki so nepogrešljivi za vključenost in delovanje v sodobni družbi.«. Seveda se matematiki, ki smo zelo sistematični, le stežka prilagajamo finim kurikulom in ga podrejamo stroki. Matematika je veda, ki se mora poučevati v sosledju, natančno, sistematično, dosledno in urejeno. Ker moramo učitelji matematike stroki večkrat priskočiti na pomoč, ko dijake še nismo sistematično pripravili na snov, imamo tudi učitelji pri tem nemalo težav.

Na Strokovni in poklicni šoli TŠC Kranj smo zato v 1. letniku SSI programov (tehnik mehatronike, tehnik računalništva in elektrotehnik) oblikovali Odprti kurikul Matematika v stroki (MST) s 35 urami oziroma 2 kreditnima točkama. Imamo namreč najnižjo kvoto ur matematike 383 in nujno potrebnega izbirnega tematskega sklopa Kompleksna števila ne uspemo obdelati v tem fondu ur. MST poučujemo modularno, torej strnjeno: v septembru sklop Matematične spretnosti v stroki in v maju Kompleksna števila v stroki.

Timska ura Upornost človeškega telesa

Motivacija »spreminja proces poučevanja v proces učenja« (Razdevšek-Pučko, 1999, 1). Pri tem je zelo pomembna notranja motivacija pri dijakih. Učitelji moramo pri dijakih razvijati radovednost, interes, vzburjenje, zanos, pozitivno samopodobo (Marentič-Požarnik, 2003: 189). Le-to lahko podkrepimo z zunanjo motivacijo kot posledico pohvale, nagrade, preverjanja in ocenjevanja znanja. Torej »Za uspeh pri učenju ni pomembno le, da se znamo učiti, ampak tudi, da smo pripravljeni usmerjati svojo energijo v doseganje zastavljenih, tudi zahtevnejših učnih ciljev in pri tem vztrajati.« (Marentič-Požarnik, 2003: 184).

Pri spodbujanju notranje motivacije nas učitelje omejujejo med drugim tudi predpisan katalog znanj in ocene (Marentič-Požarnik, 2003: 193). Avtorici sva dijakom ponudili »elemente novosti, raznolikosti in presenečenja« v obliki timske ure in s tem povečali zanimivost pouka. Ugotovili sva, da dijaki ne povezujejo znanj med MST in Elektrotehniko v računalništvu (ERA), zato sva se odločili za timsko uro pri eksperimentalni vaji Upornost človeškega telesa. V skupini sva imeli 9 dijakov programa Tehnik računalništva. Pripravili sva blok uri oblike komplementarnega timskega poučevanja tipa A[15](Pavlič Škerjanc, 2008: 29), na koncu pa najino delo in delo dijakov evalvirali. Dijakom sva v praksi poskusili predstaviti japonski pregovor »Nobeden od nas ni tako pameten, kot smo mi vsi skupaj«.

Učna ura se je pričela z nekajminutno predstavitvijo poteka dela in razdelitvijo pol, na katerih je bil natančno opisan potek eksperimentalnega dela. Predhodno dijakov posebej nisva pripravljali na timsko poučevanje, želeli sva doseči efekt presenečenja.
Preden so dijaki začeli z eksperimentalnim delom, sva z njimi obnovili pojem električne upornosti in prevodnosti. V kratkem sva ponovili tudi nevarnosti pri delu z električnim tokom.

Za začetek so dijaki z neposredno metodo izmerili upornost svojega telesa – s pomočjo priklopa na digitalni Ω-meter. Glede na dobljene rezultate so s pomočjo Ohmovega zakona izračunali velikostni razred toka, ki je pri meritvi tekel skozi njihovo telo. Eksperimentalni del vaje je prevzela profesorica za stroko, računski del pa so dijaki opravili s profesorico za

[15] Dva učitelja sočasno, a zaporedno poučujeta tako, da si razdelita učne dejavnosti (npr. eden uvede in razloži novo učno snov, drugi jo z učenci ponavlja in utrjuje itd.).

matematiko - ponovili so desetiške predpone in pretvarjanje merskih enot. Taka delitev dela je v grobem ostala skozi obe uri.

V nadaljevanju so dijaki merili svojo upornost po posredni metodi – preko grafa odvisnost toka od napetosti (U-I karakteristika) so iz smernega koeficienta premice izračunali vrednost upornosti svojega telesa. Sami so morali najprej narisati električno shemo, po njej zvezati električne elemente v tokokrog in nastaviti pravilne merilne dosege uporabljenih instrumentov (A-m, V-m). Meritve so izvedli po koračni metodi z definiranim maksimalnim dosegom napetosti vira. Vse dobljene rezultate so dijaki tabelirali in narisali U-I karakteristiko svojega telesa. Za pomoč pri risanju grafov so dijaki v grobem spoznali prostokodni program Graph.

Dobljene upornosti (neposredno in posredno merjenje upornosti) so v obeh nalogah primerjali in poskušali ugotoviti razloge za odstopanja.

V drugem delu timske ure so dijaki po načinu obeh predhodno omenjenih postopkov merili upornosti svojih teles pod specifičnimi pogoji. Prvič so postopek ponovili z mokrimi rokami, drugič z namiljenimi in tretjič z rokami, ki so jih predhodno zaščitili z gumijastimi rokavicami. Dobljene rezultate so komentirali s strokovne plati glede na pričakovana odstopanja od upornosti (prevodnosti), izmerjene v prvem delu vaje.

Dijaki so izračunali povprečne vrednosti. Pogledali so si spretne strani ComLab (2004) in tako laže razumeli korelacijo z velikostjo upornosti telesa dijaka in njegovo maso. Ogledali so si tudi U-I karakteristiko pri mesu z in brez kože ter pri različno starih ljudeh. Ugotovitve sva navezali na varnost pri delu.

Dijaki so po končanih vajah izvedli še refleksijo ure s pomočjo kratkih vprašanj po metodi: vprašam – odgovoriš.

Ob koncu ure sva jim razložili tudi pomen pisanja tehničnih poročil in njegovo zgradbo. Dali sva jim napotke za sestavo tehničnega poročila, ki so ga morali dijaki po navodilih s pole, dobljene v začetku ure, narediti doma in pri tem uporabiti program Graph.

Učni list je dosegljiv na spletni strani http://url.sio.si/Vq.

Evalvacija
Odgovorili sva na naslednja vprašanja:

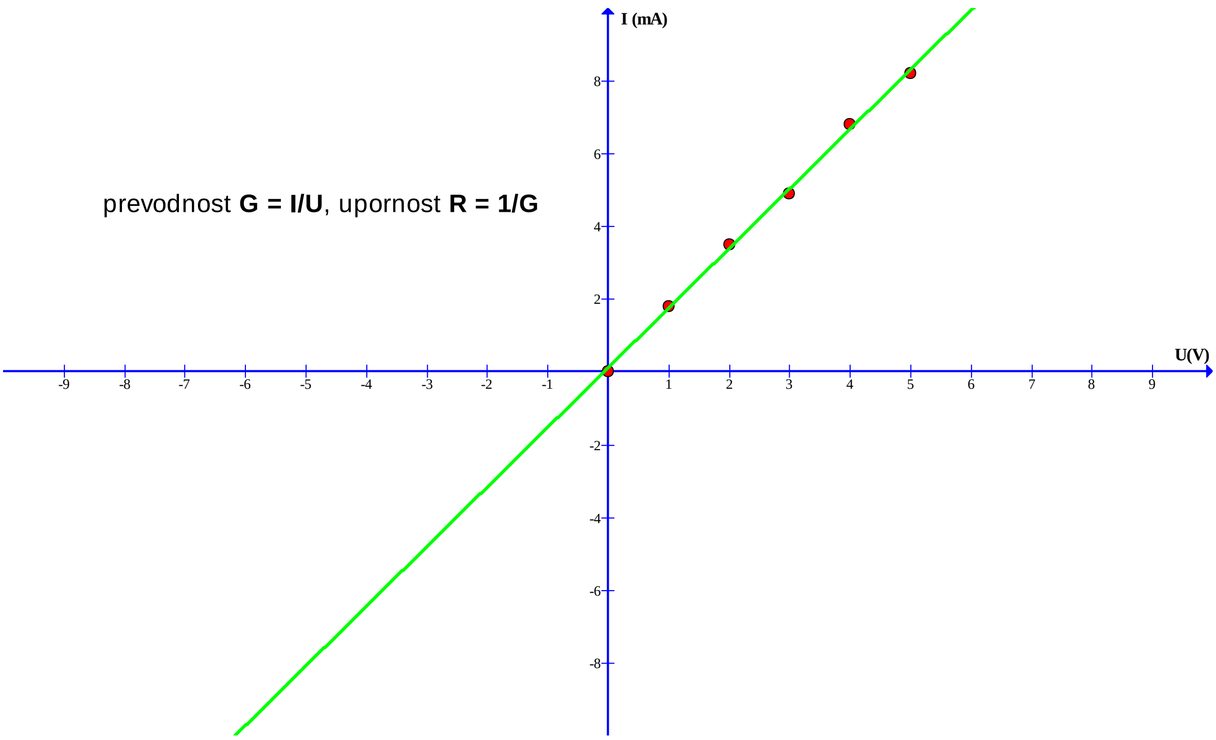
1. So bili cilji učne ure doseženi?
Cilji so bili doseženi v dveh pogledih:
- Dijake je bilo z zelo dinamičnim načinom dela, kjer sta se prepletali teorija in vodeno praktično delo, veliko laže »držati« v maksimalni delovni ustvarjalnosti obe šolski uri. Po krajši refleksiji ob koncu druge ure so dijaki v celoti pravilno odgovorili na vsa zastavljena vprašanja po metodi vprašam - odgovoriš.
- Po drugi strani je neprestano prepletanje in dopolnjevanje razlage matematike in stroke tudi od naju zahtevalo maksimalno angažiranost skozi obe šolski uri. Že sama priprava na timsko uro pa nama je prinesla tudi nova znanja z drugega strokovnega področja, kar sva lahko s pridom uporabili tudi pri nadaljnjih individualnih urah.

Težave sva pričakovali pri računanju upornosti iz U-I karakteristike, saj je upornost $\mathrm{R} = \frac{1}{k}$, smernega koeficienta premice v grafu $y(x)$ pri matematiki oktobra še nismo izračunali, a ni bilo problema. Interpretacija grafa jim tudi ni delala težav. Še posebej bi jih pohvalili pri spretnosti uporabe programa Graph. Za domačo nalogo so v poročilo graf $\mathrm{I}(\mathrm{U})$ iz lastnih meritev naredili brez uporabe IKT.

- Opis postopka: Najprej sem s pomočjo ohmovega zakona izračunal velikostni razred toka, ki je tekel skozi moje telo v 1. točki
  R= 0.6 M Ω, V = 9V (baterija), I = U/R = 15μA
  in na A-m nastavil merilno območje na μA. Nato sem zvezal vezje po merilni shemi, sošolec pa je po predpisanih vrednostih spreminjal napetost izvora od 0-5V. Nazadnje sem še narisla graf upornosti mojega telesa in ga poizkušal linearizirati.

- Komentar: rezultat linearizirane karakteristike je odstopal od izmerjene upornosti z Ω- m. Mislim, da je to posledica mojega zaokroževanja meritve v 1. točki

Poročilo 1: Izsek poročila dijaka pri 2. nalogi (posredna metoda)



Slika 1: U-I karakteristika dijaka, narejena s programom Graph v šoli pri 2. nalogi (posredna metoda)

2. Kako sta učiteljici spremljali cilje?
Po končani izpeljavi timskih ur sva analizirali najine poglede na opravljeno delo. Obe sva se med samo izvedbo ur počutili dobro, zelo uspešna in sproščena je bila tudi komunikacija z in med dijaki. O tem pričajo tudi izjave dijakov.

3. Kako sta učiteljici komunicirali in sodelovali?
Komuniciranje in sodelovanje med nama je potekalo zelo spontano. Večina stvari je bilo dogovorjenih vnaprej, brez problema pa sva v teku obeh ur dopustili druga drugi glede na trenutno situacijo dela in spremljanja razumevanja podane snovi s strani dijakov, da se je izpeljava določenega dela ure izvedla izven dogovora zaradi boljšega didaktičnega pristopa in razumevanja dijakov.

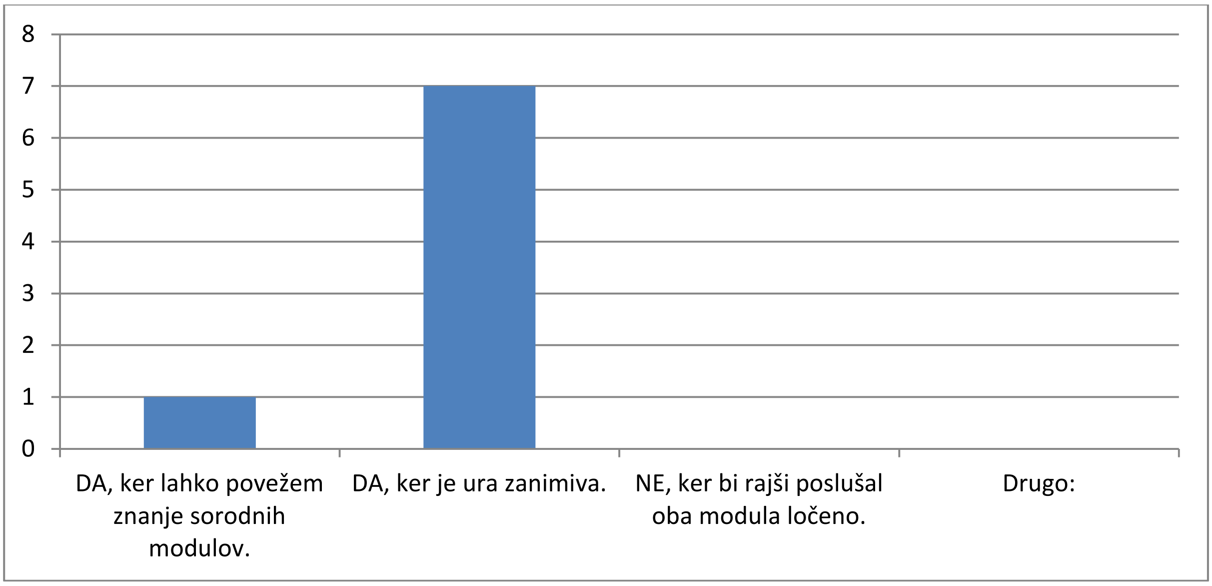
4. Pojasnite, ali je tekla izvedba ur po načrtu?
Izvedba ur je tekla po načrtu. Mogoče sva časovno podcenili prvi del vaje, kjer so dijaki morali najprej okvirno določiti merilno območje A-m. Ker sva zaradi dodatne varnosti dijakov izbrali zelo nizko napetost tokokroga, so dijaki merili v μA področju. Dijaki tako niso mogli uporabljati svojih instrumentov in so imeli z nastavitvijo šolskih nekoliko problemov, kar pri samem načrtovanju ur nisva predvidevali.

Prednosti take izvedbe te eksperimentalne vaje so: povezovanje znanja, dopolnjevanje učiteljev, povezovanje teorije z realnim življenjem, medsebojno povezovanje učiteljic na didaktičnem in strokovnem področju, kritično prijateljevanje, delitev informacij, kvalitetnejše načrtovanje, prepletanje različnih tipov poučevanja, delitev dela, večja možnost individualiziranega dela z dijaki, večja ustvarjalnost itd.

Kako so se odzivali dijaki?
Za dijake sva pripravili spletno anketo, dosegljivo na http://url.sio.si/Nj.

1. Ali se vam je zdela medpredmetna povezava ERA-MST primerna?

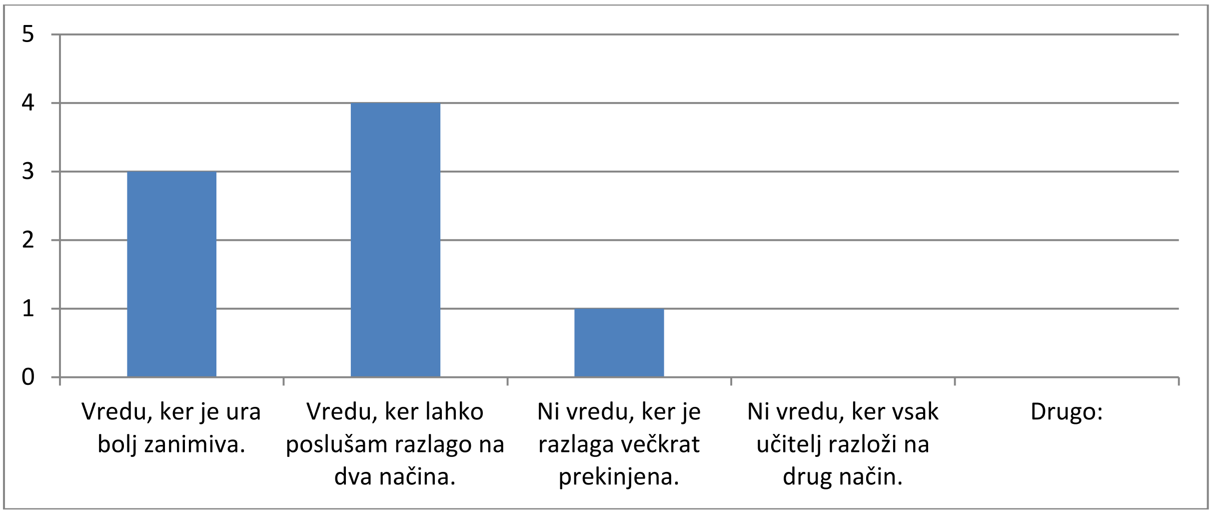
Večini dijakov se je strinjala, saj jim je bila ura zanimiva.



Prikaz 1: Odgovori na vprašanje o primernosti povezave ERA-MST

2. Kaj menite o tem, da v razredu poučujeta dva učitelja hkrati?

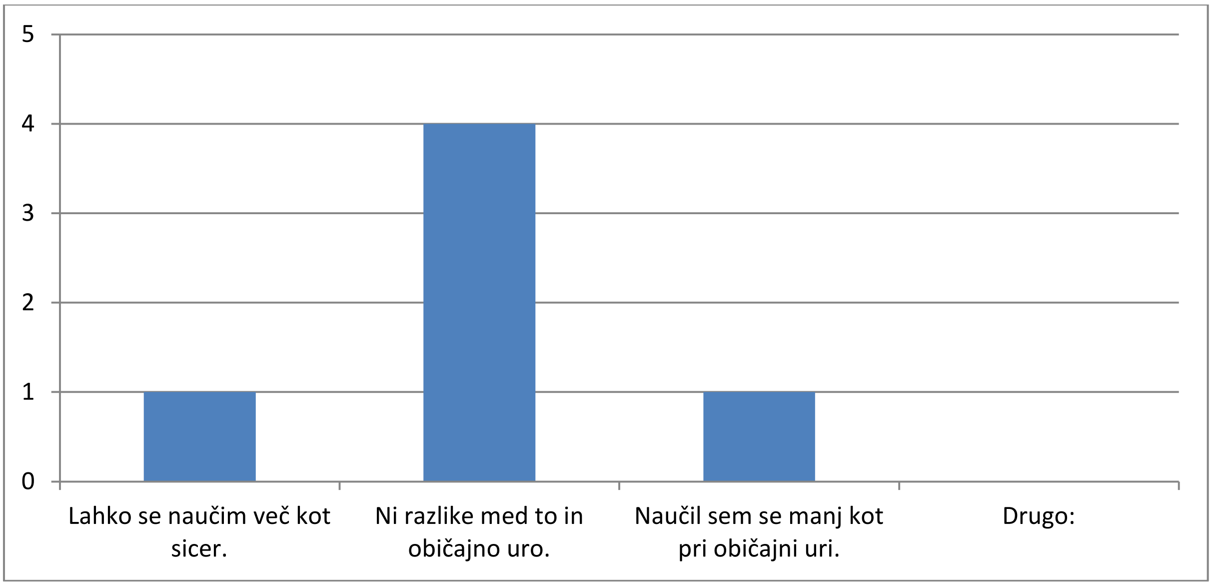
Razen enega dijaka je prisotnost obeh učiteljic hkrati na uri zaželena.



Prikaz 2: Odgovori na vprašanje o poučevanju dveh učiteljev hkrati

3. Kakšen je po vašem mnenju učinek ure, ki jo izvedeta dva učitelja hkrati?

Dijaki niso videli večjega učinka timske ure.



Prikaz 3: Odgovori na vprašanje o učinku pri uri, ki jo poučujeta dva učitelja hkrati

4. Ali vam je bila snov predstavljena primerno vašemu predznanju?

Vsi dijaki so se strinjali.

5. Kaj vam je bilo pri uri najbolj všeč?

Dijakom je bilo najbolj všeč praktično delo.

6. Kaj vam pri uri ni bilo všeč?

Polovica je bila z vsem zadovoljna, polovico pa je motila teorija.

Zaključek

Prav je, da se učitelji zavedajo, da odgovornost za znanje dijakov ni samo na njihovih ramah. Niso edini, ki jih lahko motivirajo, predvsem morajo spodbujati njihovo notranjo motivacijo. Mladi morajo imeti cilje, delati za njihovo uresničitev, raziskovati ... Seveda jim je lažje, če več navdušenih učiteljev problem obdela skupaj ali z več plati, jih »potiska« v

nova znanja in nova znanja naredi privlačna, konkretna. Dijake pa to vodi v vseživljenjsko učenje na konkretnih učnih situacijah.
Izkušnja pri timski uri Elektrotehnika v računalništvu in Matematika v stroki je bila za učiteljici nekaj čudovitega, obe sva uživali z dijaki in temo. Pomanjkljivosti bosta odpravili in z navdušenjem nadaljevali s timskim delom še v naslednjih letih.

Viri

1. Marentič Požarnik, B. (2003): Psihologija učenja in pouka. DZS, Ljubljana.
2. Razdevšek-Pučko, C. (1999), Motivacija in učenje; Teze predavanj. Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta, Ljubljana.
3. http://164.8.8.9/~riko/dokumenti/prenova_grad_tehnik/splosni_predmeti/matematika.pdf SSI Katalog znanja matematika 2007 (20. 5. 2012).
4. http://www.pef.uni-lj.si/eprolab/comlab/overview/ov-elec-vi-si.htm UI Karakteristike, izdelki projekta ComLab 2004 (20. 5. 2012).
5. Pavlič Škerjanc, K.: Sodelovalno in timsko poučevanje (2008). http://url.sio.si/Vr (20. 5. 2012).

REŠEVANJE REALNIH PROBLEMOV – OSMISLIMO MATEMATIČNE VSEBINE

Real Problem Solving – Modern Challenges in Teaching Mathematics

Jolanda Radolli, Prometna šola Maribor

jolanda.radolli@guest.arnes.si

Povzetek

Prenovi programov v šolskem letu 2006/2007 so sledile spremembe v učnem procesu, in sicer pri metodah pridobivanja znanja ter pri pristopih preverjanja in ocenjevanja znanja.
Poudarjen je pomen povezovanja učne snovi s situacijami iz poklicnega in vsakdanjega življenja. Zamudne računske in grafične postopke je zamenjala uporaba tehnologije.
Pouk matematike v srednjem strokovnem izobraževanju upošteva značilnosti posameznih strokovnih področij in potreb dijakov, ki morajo biti pripravljeni na izzive v življenju. S tem se spreminja tudi vloga učitelja, ki vse bolj postaja motivator in usmerjevalec pri pridobivanju znanja in spodbujevalec uporabe znanja matematike v praksi.
Dijaki so pri reševanju realnih problemov samozavestnejši, aktivnejši in pri ocenjevanju znanja dosegajo boljše rezultate.
V članku predstavljam preizkušen primer reševanja realnih problemov, ki pomagajo razvijati matematično pismenost naših dijakov.

Ključne besede: matematično modeliranje, prenova, medpredmetno povezovanje, poklicne situacije, matematična pismenost.

Abstract

Learning processes, didactic methods used, as well as evaluation and assessment, changed after the curriculum reform in the 2006-2007 school year.
Correlations between real life situations in both aspects of life; professional, personal and didactic situations were emphasized. Time consuming arithmetic and graphic procedures were replaced by technology.
Teaching mathematics in the upper-secondary school programmes complies with the specific fields of expertise and the students' needs. It is important that the students are prepared to deal with the challenges life offers. Consequently the role of the teacher changes as well. The teacher becomes a motivator and channels the knowledge; he encourages the use of mathematical knowledge in real life. The students are more confident and more active while solving realistic problems, their academic results are better.
This article presents a few examples of realistic life problems, which were tested in the classroom. The suggested examples can help to develop mathematical literacy of our students.

Key words: mathematical modelling, reform, realistic life situations, correlations, learning material, mathematical literacy.

Uvod

V današnjem svetu je za napredek posameznika in države izjemno pomembno, s katerimi znanji in veščinami posameznik razpolaga. Ekonomija tega stoletja zahteva drugačnega delavca; spremenjene razmere v družbeni skupnosti, ki jih prinašajo sodobna tehnologija, globalizacija in migracije, pa zahtevajo tudi drugačnega državljana. Takega, ki bo znal soustvarjati napredek, v njem uresničeval svoje potrebe in dosegal svoje cilje.

Ugotovljena je močna povezanost med znanjem naravoslovja in razvojem gospodarstva (TIMSS, 2008: 4). Temu so sledile tudi smernice prenove SSI izobraževanja v Sloveniji. Kako učitelji sledimo tem spremembam in kako jih vključujemo v pouk? Učinek sprememb na znanje populacije dijakov, ki zaključuje šolanje, bo bistveni pokazatelj kakovosti in učinkovitosti prenovljenega sistema.

Večletno spremljanje rezultatov našega skupnega dela bo pokazalo, ali smo na pravi poti. Seveda pa bo tudi opozorilo na pomanjkljivosti in napake.

Pri nas

Učitelji matematike krepimo sposobnost uporabe znanja in spretnosti pri srečevanju s situacijami iz resničnega življenja in situacijami s področja stroke, kar vse bolj vpletamo v pouk. Pri tem izhajamo iz širšega pojmovanja koncepta matematične pismenosti. Znano realno situacijo ponudimo dijaku kot motivacijsko sredstvo v uvodu učne ure, pogosto lahko z zanimivimi vprašanji iz stroke ali življenja pridobivamo nova znanja ali utrjujemo že usvojeno znanje. Tudi preverjanje in ocenjevanje znanja temelji na reševanju naloge, ki vsebuje znanja na različnih taksonomskih stopnjah.
Pri tem sta nujna medpredmetno sodelovanje in uporaba sodobne informacijske tehnologije, predvsem računalnika z bogato programsko opremo, e-učilnic in elektronske table.
Za potrebe pouka in spremenjenega ustnega dela poklicne mature dijakom pripravimo situacije, ki so jim dovolj blizu, so aktualne, povezane s specifiko njihove stroke ali z izkušnjami vsakdanjega življenja. Z reševanjem situacije uresničujemo usmerjevalne cilje matematike. Dijake tudi vzgajamo k natančnosti, sistematičnosti, doslednosti, urejenosti in vztrajnosti pri delu.

Primer dobre prakse

Pri pripravi situacij uporabljamo matematično modeliranje, s katerim prevedemo realno življenjsko situacijo v matematični jezik, po drugi strani pa simbolični matematični zapis razložimo s konkretnim problemom iz te situacije.

Matematično modeliranje je ena izmed pomembnih matematičnih kompetenc, ki pripomore k razvoju matematične pismenosti.
Pomembno je zaradi zaznave matematičnih modelov v vsakdanjem okolju in s tem:

- pomaga mladostniku pri razumevanju sveta;
- podpira učenje matematike v smislu motivacije, oblikovanja konceptov in razumevanja pojmov;
- pomaga pri razvoju različnih matematičnih kompetenc in pripadajočih veščin;
- pomaga pri razumevanju matematike kot discipline.

Predstavila bom primer situacije, s katero lahko osmislimo določene vsebine matematike, saj je matematika za veliko dijakov preveč abstraktna in zaradi nerazumevanja tudi nesmiselna. Priložila sem primer vrednotenja dijakovega znanja po priporočilih Državne predmetne komisije za poklicno maturo.

Pri ustnem delu poklicne mature je kandidat seznanjen s situacijo iz stroke ali vsakdanjega življenja in tremi vprašanji, ki izhajajo iz te situacije oziroma se nanjo smiselno navezujejo (Predmetni izpitni katalog 2012). Kandidatu v pomoč je vsakemu izmed teh treh vprašanj dodano tudi teoretično vprašanje. Pri odgovarjanju na vprašanja naj bi dijak tudi pokazal, kako zna uporabljati dovoljeni tehnološki pripomoček.

Predstavljena situacija izhaja iz strokovnega področja tehnika varovanja in ponuja možnosti za nadgradnjo in predelavo za potrebe pouka.

Situacija s področja stroke: OCENA TVEGANJA
V Sloveniji se je v zadnjih petih letih zgodilo 2178 oboroženih ropov. V tem času je bilo oropanih 32 bank, 25 menjalnic ter 43 pošt.

1. Izračunaj delež oropanih pošt med vsemi oboroženimi ropi.

Relativni delež

Slika 1: Ilustrativna slika (foto: arhiv DL)

2. Podatke iz preglednice predstavi grafično (uporabi računalniški program).

Kolikšno je bilo povprečno število ropov v desetih letih v policijski upravi (PU) Maribor?

Leto	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
PU Maribor	93	65	47	49	44	77	90	37	68	56

Preglednica 1: Število obravnavanih kaznivih dejanj ropa v PU Maribor od leta 2001 do 2010

Srednje vrednosti

3. Izračunaj oceno tveganja (verjetnost), da se bo v prihodnjem tednu zgodil rop na območju PU Maribor.

$$v = 1 - e^{-p \cdot t_1}$$

$p -$ gostota dogodkov; $p = \dfrac{N}{t}$

$t_1 -$ časovno obdobje, v katerem računamo tveganje

Kako imenujemo podano funkcijo?

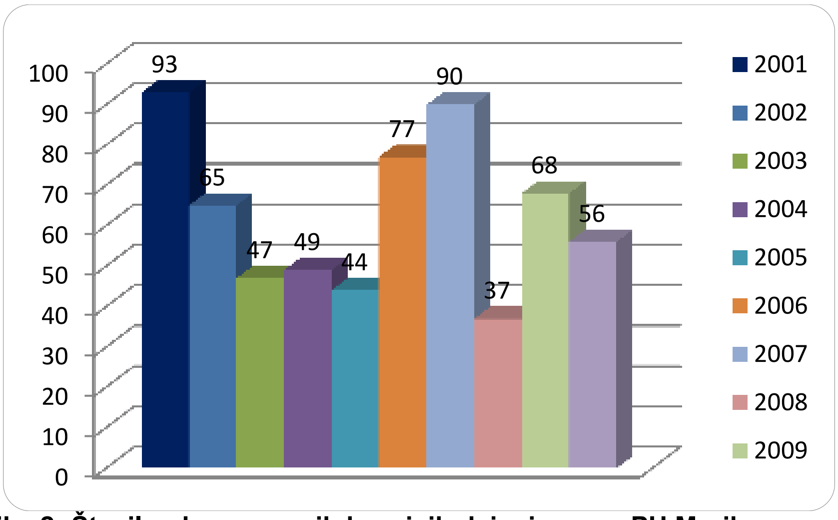
Verjetnost, eksponentna funkcija

Vir primerov: Situacije za poklicno maturo, delovni zvezek (avtorica Jolanda Radolli).

Rešitve
1. Delež oropanih pošt znaša 2 %.

$$\frac{43}{2178} = 0{,}02$$

2. Grafični prikaz števila obravnavanih kaznivih dejanj ropa v PU Maribor v letih od 2001 do 2010:



Slika 2: Število obravnavanih kaznivih dejanj ropa v PU Maribor

3. Računanje ocene tveganja:

$$\vartheta = 1 - e^{-p \cdot t1}$$
$$p = \frac{N}{t} = \frac{626\ ropov}{10\ let} = 62{,}6\ ropov\ na\ leto$$ (povprečno seveda)
$$t_1 = \frac{1}{52}\ leta$$
$$\vartheta = 1 - e^{-1{,}2}$$
$$\vartheta = 69{,}8\ \%$$

Verjetnost, da se bo rop zgodil v naslednjem tednu, je skoraj 70 %.

Primer vrednotenja matematičnega znanja in spretnosti
V preglednici sem v posameznih odgovorih dijakov ovrednotila znanje in spretnosti. Prikazuje hierarhično razvrstitev vedenja – od preprostega do kompleksnega in od konkretnega do abstraktnega.

Merila (kriteriji), ki jih upoštevam pri ocenjevanju.	1. vprašanje	Št. točk	2. vprašanje	Št. točk	3. vprašanje	Št. točk	Skupaj
Uporaba ustreznega matematičnega jezika pri komuniciranju	Ustrezna terminologija za opis razmerja med deležem in celoto	2	Ustrezna terminologija za opis grafične predstavitve	2	Pravilna uporaba terminov tveganje, verjetnost	2	6
Povezovanje situacij z matematičnimi pojmi, s postopki in strategijami	Pravilno sklepanje, kaj je celota in kateri delež uporabimo	1	Pravilno uporabljeni podatki iz preglednice	2	Uporaba povprečja ropov in prevedba na ustrezno časovno enoto	2	5
Izbira in pravilno izvajanje postopkov *Utemeljevanje izbire postopkov, strategij reševanja in*	Pravilno uporabljeno razmerje in izražanje decimalnega zapisa z odstotki; pravilno sklepanje in utemeljevanje	3	Pravilne oznake količin in enot na koord. oseh; nazorna grafična predstavitev podatkov; pravilen izračun povprečja	2	Pravilno utemeljevanje rezultata, uspešna ocena verjetnosti glede na podatke, pozna lastnosti eksponentne funkcije.	3	8

pravilnosti rešitve	izbire postopka						
Raven abstraktnosti in sistematičnosti dijakove obravnave, elementi deduktivnega sklepanja				Utemeljitev postopka izračuna		2	2
Ustrezna uporaba tehnoloških pripomočkov	Uporaba kalkulatorja	1	Pravilna in učinkovita uporaba računalnika (program Word ali Excel)	6	Uporaba kalkulatorja pri računanju	2	9
	Skupaj	7		12		11	30

Preglednica 2: Primer vrednotenja matematičnega znanja in spretnosti

Kako so situacijo reševali dijaki?
Tehniki varovanja oceno tveganja obravnavajo že v prvem letniku pri predmetu tehnično varovanje. Ocena tveganja se izdela z namenom identifikacije nevarnosti, ki se pojavljajo v delovnem procesu za posameznega delavca, ocenitve verjetnosti, resnosti in pogostosti posameznih dogodkov, ki vplivajo na varnost in zdravje zaposlenih.
S strokovnega vidika je dijakom naloga znana, razumljiva in aktualna. Razumejo posamezne segmente podane formule in znajo strokovno interpretirati dobljeni rezultat.
Z vidika matematičnih vsebin, ki jih situacija vsebuje, lahko nalogo razčlenim na tri sklope.

1. Odstotni račun
Vsi dijaki, ki so letos izbrali na poklicni maturi matematiko (72 %), znajo rešiti naloge odstotnega računa, vendar je zanimiv način računanja. Večina dijakov je uporabila zamudnejši sklepni račun in ne relativnega deleža. Podobno izbiro sem zasledila tudi pri pisnem delu. V razgovoru z dijaki sem ugotovila, da pri strokovnih predmetih pri podobnih nalogah uporabljajo zgolj sklepni račun v vseh štirih letih šolanja.

2. Grafična predstavitev podatkov in srednje vrednosti
Dijaki spretno uporabljalo računalnik in poznajo različne matematične računalniške programe. V šoli uporabljamo Graph in Geogebro ter Microsoft Office. Izdelajo nazorne, razumljive in lične grafične predstavitve podatkov, ki uporabniku omogočajo kakovostno razumevanje posredovane informacije. Tudi z računanjem aritmetične sredine dijaki nimajo težav, ker razumejo pojem povprečje. Pri manjšem številu podatkov jo izračunajo s kalkulatorjem, najpogosteje pa uporabijo program Excel, ki lahko sam izračuna aritmetično sredino s pomočjo statistične funkcije Average.

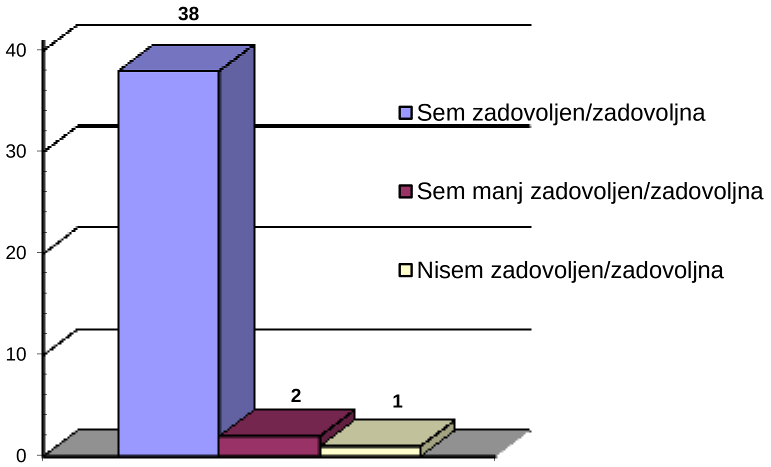
3. Verjetnost
Pri računanju ocene tveganja, ki je v stroki precej kompleksen pojem, se pri matematiki zadovoljimo z izračunano verjetnostjo, da se bo dogodek zgodil v določenem časovnem obdobju. Pomembna je ustrezna interpretacija izračunanega rezultata.
Pri tej nalogi so imeli dijaki precej težav, čeprav formulo računanja ocene tveganja s področja stroke varovanja poznajo že iz 1. letnika. Težave so imeli tudi pri računanju gostote dogodkov, ker niso podatka pravilno prevedli na ustrezno časovno enoto. Petina dijakov je pri tej nalogi izbrala možnost odgovarjanja na teoretično vprašanje.

Mnenje dijakov o spremenjenem modelu ustnega dela poklicne mature pri matematiki

Letos smo člani Šolske maturitetne komisije po opravljenem ustnem delu vsakega od 41 kandidatov prosili za mnenje o novem modelu. Izpolnili so kratek vprašalnik:

1. Kako si zadovoljen/zadovoljna z ocenjevanjem znanja matematike skozi realne situacije? (Obkroži izbran odgovor.) Sem zadovoljen/zadovoljna.   Sem manj zadovoljen/zadovoljna.   Nisem zadovoljen/zadovoljna. Prosim, pojasni svoj odgovor:

Rezultati zbranih odgovorov



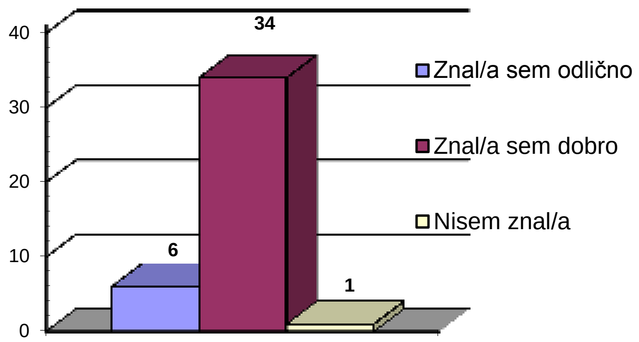
Slika 3: Zadovoljstvo dijakov z novim modelom

Zbrani odgovori dijakov

Večina dijakov je zadovoljna z novim načinom ocenjevanja znanja. Zanimiva so njihova pojasnila o izbranem odgovoru. Najpogosteje so odgovorili, da pri takem ocenjevanju lažje prikažejo znanje, jih je manj strah, se bolje počutijo, je pravično, z učiteljem se pogovarjajo, imajo več časa za razmislek, lahko uporabljajo računalniški program, se lahko bolje pripravijo, imajo občutek, da več znajo.

2. Kako bi ocenil/-a svoje prikazano znanje na ustnem delu poklicne mature? (Obkroži izbran odgovor.) Znal/-a sem odlično.   Znal/-a sem dobro.   Nisem znal/-a. Prosim, pojasni svoj odgovor:

Rezultati zbranih odgovorov



Slika 4: Dijakova samoocena prikazanega znanja

Zbrani odgovori dijakov

Največ dijakov meni, da je bilo prikazano znanje dobro, nekaj jih je samozavestno svoje znanje ocenilo kot odlično, le eden pa meni, da ni znal dovolj.
Pojasnili so, da so v časovnem okviru odgovorili na vsa vprašanja, da se jim je naloga zdela primerno zahtevna, da so podobne situacije že reševali v šoli in doma, jih predstavili v seminarskih nalogah, jih obravnavali pri strokovnih predmetih. Nekaj jih je izkoristilo možnost zamenjave situacije. Ocenjujejo, da so napotki dobri, da je učiteljica dobrohotno pritrjevala, da ni imela dodatnih podvprašanj ali pa so jim ta pomagala, da so imeli možnost razlage reševanja naloge, vzdušje je bilo spodbudno …
(Opomba avtorice: letos so v junijskem roku vsi dijaki na poklicni maturi opravili izpit iz matematike, povprečna ocena je bila višja kot doslej.)

Ugotovitve

Pri reševanju realne situacije lahko dijak poleg standardiziranega znanja prikaže tudi različne spretnosti in sposobnosti ter uporabo pridobljenega znanja v novih, nepričakovanih situacijah. Hkrati z znanjem lahko preverjamo na primer: spretnost izražanja, razumevanje snovi, izbiro postopkov reševanja, komuniciranje, spretnost uporabe računalnika, ki omogoča hitrejše, natančnejše, nazornejše in učinkoviteje reševanje naloge. Prednost je tudi oseben stik med dijakom in učiteljem – ocenjevalcem, ki omogoča tudi poglobljen pogovor ter ohranjanje manj stresnega vzdušja. Ne meri le reproduktivno znanje, temveč v večji meri daje možnost prikazati znanje tudi na višjih taksonomskih stopnjah. Naloge zahtevajo veliko mero samostojnega mišljenja, sklepanja, analizo in interpretacijo rezultatov in grafičnih prikazov ter spretno uporabo računalnika.

Dijakom se zdi tako ocenjevanje primernejše, pravično, situacije so bolj ali manj znane, cenijo razgovor z ocenjevalcem, pomembni so jim oseben stik, povratna informacija, sproščeno vzdušje, uporaba računalniških programov.
Prednost takega modela ocenjevanja je, da se tako preverja tudi doseganje tistih ciljev in standardov v katalogih znanj, ki jih je z internim ustnim ocenjevanjem lažje preverjati kot z eksternimi pisnimi izpiti.
Zavedamo pa se, da lahko le interna ocena v kombinaciji z eksterno uresniči vse cilje preverjanja znanja na poklicni maturi.

Zaključek

Nov pogled na načrtovanje in rezultate izobraževanja usmerja politiko evropskega izobraževanja in posameznih nacionalnih izobraževalnih sistemov.

Kakovostno izobraževanje je eden ključnih dejavnikov gospodarskega razvoja.

Šole in posamezniki v njih se moramo osredotočiti na sodobne izzive moderne družbe. Trajnostni razvoj predstavlja znanje, ki je vseživljenjsko in zahteva medpredmetno povezovanje in soodvisnost vseh vključenih. Pri matematiki vodimo dijaka skozi realne situacije, ki osmišljajo matematično znanje v praksi. Kljub začetnim bojaznim smo novo obliko podajanja, sprejemanja, preverjanja in ocenjevanja znanja pozitivno sprejeli tako dijaki kot učitelji.

Le učitelj, povezan v učinkovit sistem šole kot organizacije, lahko strokovno raste v koraku s časom in pospešenim razvojem novega znanja, ostaja fleksibilen in zadosti zahtevam sveta, ki se hitro spreminja.

Dijakom, ki zaključujejo SSI, naj pridobljeno matematično znanje in kompetence nudijo dobro podlago za opravljanje dejavnosti na lastnem strokovnem področju in v vsakdanjem življenju, seveda pa tudi omogočajo nadaljnje izobraževanje.

Viri

1. Legiša, P., dr. Gorazd Planinšič, G. idr. TIMSS (2008); Izhodišča raziskave Timss za maturante. Pedagoški inštitut, Ljubljana 2007.
2. Matematika na poklicni maturi. Zbirka rešenih situacij za ustni izpit iz matematike na poklicni maturi. (2011), RIC, Ljubljana.
3. Predmetni izpitni katalog za poklicno maturo. Matematika. (2009), Državni izpitni center, Ljubljana.
4. Rojko, C., Marčič, N., Magajna, Z., idr. (2007): Katalog znanja – matematika SSI. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
5. Radolli, J. (2012); Situacije za ustni del poklicne mature, delovni zvezek, Srednja prometna šola Maribor.
6. Zbornik mednarodnega simpozija »Izzivi prihodnosti 2012«. Srednja prometna šola Maribor.

UČENJE MATEMATIKE SKOZI IGRE V DOŽIVLJAJSKI PEDAGOGIKI

Learning Mathematics through Games in Experiential Pedagogy

Iris Kravanja Šorli, OŠ Martina Krpana, Ljubljana

iris.sorli@gmail.com

Povzetek

Kot socialna pedagoginja izvajam dodatno strokovno pomoč za učence s posebnimi potrebami, ki so usmerjeni v vzgojno-izobraževalni program s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo in pri tem uporabljam tudi spoznanja in dognanja doživljajske pedagogike, kajti doživljajska pedagogika ponuja pedagoško polje, ki je zelo blizu realnosti. Tudi kadar gre za učenje matematike.

V nekaterih primerih so doživetja drugega in skupine mnogo intenzivnejša, npr. učenje ob igri, ki prinaša poleg usvajanja novih znanj predvsem razvijanje povezovanja, sodelovanja in zaupanja med učenci.

Igre so možnosti v pedagoških procesih, ki ponujajo odprte interakcijske sisteme in omogočajo sodelujočim mnogovrstne izkušnje s seboj in drugimi. V igrah učenci vključijo svoja čustva in potrebe, lahko so aktivni in lahko izkušajo učinke svojega delovanja brez posledic.

Skozi igro lahko tematiziramo različne vsebine, tudi matematične, pri tem izhajamo večinoma iz podobnih ali različnih izkušenj, ki nam jih prinaša vsakdanje življenje in iz že pridobljenega predznanja. Kljub skupinskim aktivnostim prinaša igra tudi možnost razvoja individualnih sposobnosti; pri tem ponudimo kar se da različne možnosti za celostno učenje.

V prispevku je predstavljen primer vsakodnevne prakse pri delu z učenci s posebnimi potrebami, in sicer kako se da poučevati in se učiti matematiko tudi z doživljajskimi igrami, skozi katere učenci doživijo nove izkušnje, jih poglobijo in tudi reflektirajo.

Ključne besede: doživljajska pedagogika, igre, učenci s posebnimi potrebami, matematika.

Abstract

As a social pedagogue I perform additional professional help for students with special needs, which are directed to the educational program with an adapted implementation and additional professional help. I am using the insights and knowledge of experiential pedagogy, because it offers an educational field, which is very close to reality. The same applies when it comes to learning mathematics.

In some situations the experience of the other and of the group are much more intense. Learning through the game brings the acquisition of new knowledge, especially the development of integration, cooperation and trust among students.

Games are under-utilized possibilities in the teaching process that offer open interactions and different multiple experience of ourselves and other involved in them. In games, students incorporate their feelings and needs, they can be active and they may experience the effects of their activities without consequences.

Throughout the game we can use different themes with variety of contents, including mathematics, in this cases we proceed largely from similar or different experiences, brought to us by the daily life and by already acquired knowledge. Despite group activities, games also bring the possibility of individual skills development, and we try to offer various possibilities for integrated learning.

In his article, I present an example of everyday practices in working with students with special needs; how to teach and learn mathematics with the help of the adventure games, through which students encounter new experience, they deepen it and reflect upon it.

Key words: experintial pedagogy, games, students with special needs, mathematics.

Uvod

Za današnji čas so značilne izjemno velike in hitre spremembe. Govorimo o globalizaciji in pomenu znanja, ki postaja eno največjih vrednot in potreb našega časa. Spreminjajo se dosedanja prepričanja in verovanja in hkrati se spreminjajo tudi odnosi med ljudmi. Človekove pravice so osnova za presojo demokratičnosti družbe.

Musek (2004) pravi, da je prav znanje gonilna sila razvoja in napredka. Barle (2011) pa razmišlja o tem, da je sodobna družba s samo kompleksnostjo družbe ter odvisnostjo od družbenega razvoja in napredka in od vse hitrejše implementacije novega znanja povzdignila pomen znanja na bivanjsko nujo, na nujen pogoj za obstoj in delovanje posameznika in družbe. Znanje naj bi zagotavljalo družbeni razvoj in hkrati pomembno vplivalo na položaj posameznika ter zmožnost njegovega delovanja v kompleksnem svetu.

Bregar Golobič (2008) je zelo kritična do slovenske šole in zapiše, da je v šoli preveč poučevanja in premalo dejanskega učenja, kajti ves naš izobraževalni sistem je naravnan tako, da se osredotoča na poučevanje. Potrebne bi bile spremembe, ki bi prispevale k dejansko bolj aktivni vlogi učencev pri učenju, in s tem posledično k bolj vključujoči šoli.

Bregar Golobič vidi sedanji kurikul kot birokratski, ki je vsebinsko naravnan, organiziran po predmetih, izvaja se po vnaprej pripravljenem urniku ter je usmerjen v poučevanje in učitelja, ki obdela snov, vsebino. V kurikulu, ki je usmerjen k učencu in učenju, je za učitelja in šolo najpomembnejše vprašanje, ali se učenec v šoli uči, oziroma, kako mu pomagati, da se nečesa nauči. Pri tem je pomembno, da ima učenec na razpolago možnost izbiranja, ter da je dostopnost do izbir dovolj široka. Vendar sama izbira še ni dovolj, predvsem je pomembna paradigmatska sprememba šole v smeri večje učenčeve udeleženosti pri pouku. Pri tem so ključni predvsem drugačni odnosi med učenci in učitelji ter nove, drugačne strategije poučevanja in učenja.

Vprašanje učenčeve socialne vključenosti v šolsko skupnost se dejansko tesno povezuje z vključevanjem učenca v kurikul, njegove vključenosti v samem procesu učenja.

Če so na delu predvsem učni primanjkljaji, je individualna učna ali dodatna strokovna pomoč lahko zadostna in primerna pomoč (Kobolt 2010). Če prevladujejo socialni, družinski, kulturni, emocionalni in vrednostni vidiki različnosti, pa zgolj učna podpora in različne didaktične prilagoditve ne obrodijo pričakovanih in želenih sprememb, ker ne ponudijo tistega, kar otroci zares potrebujejo, da bi se čustveno in vedenjsko umirili v skladu s pričakovanji in zahtevami. Zanje je potrebno graditi kulturo skupnosti, ki jih bo vključila in podprla v njihovih potrebah po pripadnosti in participaciji.

Sama sem svetovalna delavka in tudi izvajalka dodatne strokovne pomoči za učence s posebnimi potrebami, ki so usmerjeni v vzgojno-izobraževalni program s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno socialnopedagoško pomočjo. Delam predvsem s skupinami učencev. Pri svojem delu združujem znanja iz različnih predmetih področji (tudi matematike) z dognanji specialnopedagoške stroke in spoznanji doživljajske pedagogike. In o tem govori moj prispevek.

Pojem in teorija doživljajske pedagogike

Doživljajska pedagogika je pedagoška disciplina, ki je v zadnjih dvajsetih letih postala znanstveno utemeljena. Pomeni celosten pedagoški pristop, ki zbudi v otroku vse

receptorje in jih uporabi v vzgojno-izobraževalne namene. Razumemo jo kot alternativno dopolnitev tradicionalnih in uveljavljenih vzgojno-izobraževalnih programov.
Krajnčan (2007) predstavi doživljajsko metodo kot k delovanju usmerjeno metodo, ki želi oblikovati vzgojni proces skozi zgledne učne procese, v katerih mlade ljudi izzovemo fizično, psihično in socialno, z namenom, da bi osebnostno rasli, hkrati pa prispevali k odgovornosti za svoj življenjski svet in okolje. Z izrazom doživljajska pedagogika danes razumemo dejavnosti, ki se največkrat dogajajo na prostem, v naravi, skozi katere lahko kombiniramo različne športne, umetniške, kulturne, glasbene, tehnične, naravoslovne in družboslovne aktivnosti. Vse raznolike kombinacije so zaželjene in usmerjene v dvigovanje osebnih kompetenc in razvijanje realnega samovrednotenja posameznika.
Doživljajska pedagogika želi (Ziegenspeck, 1992: 132):

- dodati vsebine, obogatiti dejavnosti, kjer se pokaže, da je pedagoški humus izžet;
- dopolniti, kjer so očitni primanjkljaji,
- pomagati, kjer popuščajo lastne moči;
- prestriči in vzmetiti, kjer otrok/mladostnik lahko utrpi poškodbe ali jih celo že nosi;
- odgovoriti, kjer se postavljajo vprašanja in problemi, ki se ne morejo osvoboditi s tradicionalno miselno shemo;
- pri poskusu aktivno sodelovati, da najdemo nove rešitve.

Doživljajskopedagoške metode so ciljno usmerjene k dvigovanju občutka lastne vrednosti učencev, predelavi razvajenosti, samoumevnosti, razvijanju občutka pripadnosti in vadbi v samoodgovornosti (Krajnčan, 2007). Je del pedagoškega koncepta in ima posebno mesto v oblikovanju pedagoških polj, prispeva k boljšim medčloveškim odnosom, saj izhaja iz nujnosti osebne bližine, novih vidikov zaznavanja tujega in sebe, hkrati pa se ob tem soočamo z lastnimi utrjenimi stališči in predsodki. Zato je doživljajska pedagogika pravzaprav vzgoja za življenje, izziv mišljenju, učenju in ravnanju. Vsak projekt je enkraten in neponovljiv, vedno znova je potrebno odkrivati in razvijati znanje in sposobnosti posameznikov, kot ključni pojmi štejejo lastnosti, ki ponujajo smisel, senzibilnost, pozornost, skrbnost, budnost, zbranost. K temu lahko dodamo še empatičnost, sočutje in pripravljenost na sodelovanje z drugimi.

Igre v doživljajski pedagogiki

V šoli smo prostorsko in časovno omejeni z različnimi urniki in načrti dela, zato je znotraj pouka težko najti čas za skupinske dejavnosti, pa naj bodo vezane na delo z oddelki ali manjšimi specifičnimi skupinami (učenci s posebnimi potrebami, nadarjeni učenci). Pri delu s skupinami uporabljam predvsem različne skupinske doživljajske igre, skozi katere skušam učencem približati teme, ki so vezane na njihovo življenjsko okolje in se hkrati povezujejo z različnimi predmetnimi področji, tudi z matematiko. Igre lahko uporabimo za (Krajnčan in Krajnčan, 2011):

- učenje socialnih veščin (razumevanje sebe, skupine, krepitev komunikacijskih, odnosnih, sodelovalnih kompetenc, sprejemanje socialnega okolja …),
- višanje samopodobe (spoznavanje z realnimi znanji o lastnih sposobnostih, željah, nadaljnji razvoj samozavesti …),
- gradnja skupine (senzibilizacija, zaupanje, kooperacija in povezanost članov skupine),
- dopolnilna metoda v predelovanju določenih učnih tem z določeno ciljno skupino.

Posamezne doživljajske igre služijo predvsem kot spodbuda k eksperimentiranju, pri tem pa zabava v igrah predstavlja pomemben moment za delo in učenje v skupini.
Mitja Krajnčan in Nataša Krajnčan (2011) poudarita, da tovrstne igre ponujajo odprte interakcijske sisteme, ki omogočajo igrajočim mnogovrstne izkušnje s seboj in drugimi. V igrah udeleženci vključujejo svoja čustva in potrebe, lahko so aktivni in lahko skušajo

učinke svojega delovanja brez posledic. Skozi sproščenost pri igri se zmanjšujejo občutki negotovosti, strahu pred »napačnim« odgovorom ter ogroženostjo. V igri so vsakdanje situacije socialno nadzorovane in strukturirane, zato je zmanjšana njihova kompleksnost. Vstop v različne akcije, reakcije in interakcije je mogoč z omejevanjem vedenjskih možnosti in postavljanjem jasnih pravil.
Igra v skupini daje podlago za obravnavo različnih tem in vsebin, pri čemer izhajajo vsi učenci iz podobnih izkušenj, ker so jih doživeli skupaj.
Reiners (2004: 38) vidi pedagoške prednosti uporabe iger pri učenju predvsem v tem, da:

- ima igra pozitiven značaj, pri čemer ni potrebna dodatna zunanja motivacija,
- igra podpira znotraj določenih pravil samouravnavanje vedenja in s tem prekaša razvoj novih načinov vedenja,
- pravila iger omogočajo možnost, da »pademo« iz svoje vloge in ponujamo možnost za nove izkušnje (v nasprotju s pravili v vsakdanjem življenju),
- karakter iger omogoča distancirano refleksijo sebe in svoje vloge,
- delovanje v igri je lahko objektivno opazovano in tako razgrajuje strah neposrednih posledic,
- igre ponujajo neposredno izkušnjo, ki v nasprotju z abstraktnim posredovanjem predstavlja dostop do resničnosti,
- aktualno dogajanje med udeleženci, ki je načrtovano in ciljno usmerjeno, je osrednja točka delovanja,
- aktivno delovanje razvija spoprijem in razlago z drugimi in ustvarja povezanost,
- učijo se drug z drugim, drug od drugega, pri čemer so interakcijske igre brez zmagovalca in poražence.

Na ta način doživljajska pedagogika ponuja pedagoško polje, ki je zelo blizu realnosti, oziroma je realno polje za socialne igre, kjer so doživetja drugega in skupine toliko intenzivnejša.

Kaj je pomembno, ko se začnemo »igrati«

Igre je potrebno skrbno izbrati glede na populacijo, s katero »se igramo«, in glede na namen oziroma cilje, ki jih zasledujemo. Odločamo se glede na situacijo v skupini in glede na aktualna vprašanja, ki se pojavljajo. Postavimo si metodične cilje, ki izhajajo iz situacije in potreb skupine.
Igro usmerimo s simboli, rekviziti, ki jih imamo na voljo, na tak način, da se jačajo predstave in pridobivajo kompleksne izkušnje. Pomembno je, da so učenci dovolj motivirani za izvedbo igre, da jim igra pomeni izziv in to pred samim začetkom igre še enkrat preverimo.
Potem se začne akcijski del. Glavni motivacijski dejavnik je, da se učenci počutijo dovolj varne. Pred vsako igro zagotovimo možnost, da posameznik lahko odkloni sodelovanje v igri. Uvod mora biti jasen in kratek, po potrebi na velik papir napišemo pravila. Vodja se iger ne udeleži, kar mu omogoča boljšo preglednost nad situacijo in je v vlogi boljšega opazovalca.
Po koncu igre je učencem potrebno dati možnost, da razmišljajo o svojih izkušnjah, lahko tudi s pomočjo podpornih vprašanj. Vodja krepi pozitivne izkušnje in nudi podporo integraciji naučenega. Mitja Krajnčan in Nataša Krajnčan (2011) svetujeta, naj se zadnje vprašanje glasi, kje bodo naučeno konkretno uporabljali v svojem vsakdanjem življenju.
Ob tem je potrebno upoštevati, da so v skupini tudi učenci s posebnimi potrebami, z različnimi motnjami in primanjkljaji, ki se praviloma v skupinsko delo težje vključujejo in pri tem potrebujejo več podpore in vzpodbud. Morda imajo tudi večje težave z razumevanjem navodil ter pri sami organiziranosti pri igri. Prav učenci s posebnimi potrebami, ki imajo primanjkljaj na področju učenja matematike, imajo lahko težave na področju socialne

kognicije in nebesedne komunikacije. Pogosto jih spremlja tudi vrsta težav pri prostorski orientaciji in predvidevanju. Prav zato moramo biti ves čas pozorni na etična merila, ki zagotavljajo osebno integriteto udeležencev in njihovih vodij. Osebno integriteto posameznega učenca je potrebno vzpodbujati, razvijati, varovati in zagotavljati v vsaki fazi »igranja«. Nujna so tudi jasna pravila glede psihičnih in fizičnih nevarnosti.
Predvsem moramo upoštevati, da se z vsako skupino spreminjajo motivacijski in socialno-učni pogoji, v vsaki skupini znova je potrebno najti rešitve za konstruktivno shajanje s konflikti in krizami.

Učenje matematike skozi igre v doživljajski pedagogiki – primeri iz prakse
V osrednjem delu svojega prispevka bom predstavila nekaj iger, ki se jih lahko igramo z učenci različne starosti. Povzete so po knjigi »Igre v doživljajski pedagogiki«, ki sta jo napisala Mitja in Nataša Krajnčan (2011) in po drugih avtorjih, ki spodbujajo učenje in poučevanje matematike skozi uganke in igro (Perške in Klepić 1991, 2008, 2009, Kordemski 1991, VanCleave 2001), Nekatere igre sem priredila za potrebe dela z učenci s posebnimi potrebami za ponavljanje in utrjevanje matematike na zabaven način. Prav tako se podobne igre igramo na taboru z nadarjenimi učenci. Igre se lahko igramo v razredu, v telovadnici, najbolj je željeno, da gremo z učenci ven v naravo. Variacije iger so nam predvsem orientacija, večino iger lahko izvajamo s prilagoditvijo vsebin, navodil in pravil za vse starosti. Pri tem je pomembna vloga učitelja, ki senzibilno opazuje aktualno občutljivost skupine in se prilagaja posebnostim posameznikov.
Obstaja več različic iger, ki so lahko tako in drugače povezane z vsakdanjim življenjem in matematiko, matematika je vtkana v vse pore vsakodnevnega bivanja in našega okolja. Zdi se, da so imena za števila in like ter osnovne ideje o štetju in aritmetičnih operacijah povsod del skupne dediščine človeštva (Berlinghoff in Gouvea 2008). Sprehod v naravo nam pokaže nešteto različnih možnosti za igro in utrjevanje učne snovi (štetje, poštevanka, iskanje podobnosti, različnosti, urejanje po barvi, velikosti, prepoznavanje oblik …). Matematika uporablja poseben jezik števil in simbole za preučevanje povezav med količinami. Janice VanCleave (2001) zapiše, da so temeljna matematična znanja nujna za vsakogar, razumevanje posameznih matematičnih pojmov pa nam omogoča, da najdemo odgovore na nešteta vprašanja, s katerimi se srečujemo vsak dan. Tako reševanje praktičnih problemov utrjuje znanje.
Igre, ki jih bom v prispevku podrobneje predstavila, sem razdelila na več področji in jih tako ali drugače povezala z matematiko: igre spoznavanja, igre lovljenja, gre sodelovanja in strateške igre in avanturne igre. Poleg teh obstajajo še igre zaupanja, razbremenilne igre, umetniško izrazne igre in športno doživljajske igre ter različni igralni projekti. Pri nekaterih igrah gre za razvijanje logičnega mišljenja, temelj logike pa je matematika in na ta način skozi igro matematika izgubi pridih »strašila«.
Moje izkušnje kažejo, da učenci radi sodelujejo v različnih interakcijskih igrah. Vendar je takega igranja v šoli v resnici zelo malo. Igre so premalo uporabljene možnosti v pedagoških procesih, čeprav ponujajo veliko možnosti za učenje. Omogočajo predvsem sodelovanje v skupini in sodelovalno učenje prinaša bogate izkušnje raznolikosti in tudi podobnosti. Učenci so lahko aktivni in preizkušajo učinke svojega delovanja brez posledic, doživijo nove izkušnje ter jih poglobijo in reflektirajo. Po vsaki igri je pomembno, da si zastavimo ključna vprašanja o skupini, načrtovanju, vodenju, počutju v skupini. Včasih je potrebna celo podrobnejša analiza problemskih polj ter komfortnih in učnih con. Ob tem imamo pravzaprav ves čas v mislih vedenje, da šola razvija socialno vzgojo skozi socialno učenje kot elementarno področje socializacije.

Igre spoznavanja

Igre spoznavanja so nekakšen uvod oziroma ogrevanje za delo v skupini, ki pomagajo prebiti led v komunikaciji, vplivajo na bolj sproščeno vzdušje in razbremenijo strahove. Na ta način poteka izmenjava prvih informacij o članih skupine. V našem primeru tvori osrednje jedro, okoli katerega se gradijo prvi vtisi o skupini, prav matematika. Utrjujemo in ponovimo matematične pojme na malo manj »šolski« način.

»Kaj bi bil, če bi bil matematika …«

V krogu se učenci posedejo na tla. Vsak učenec, ko pride na vrsto v krogu, dokonča stavek »Kaj bi bil, če bi bil matematika … «. Uporabljajo pojme, ki jim najprej padejo na misel in so vezani na matematiko (številka, obseg, Pitagorov izrek, znak za deljenje, števec, imenovalec, procent, lahko so pojmi, vezani na snov, ki jo trenutno obravnavamo …). Igra poteka več krogov in pri tem vsak pove različen matematični pojem (dokler znanja in pojmov ne zmanjka, to je odvisno tudi od starostne skupine otrok).

Zastavice

Učence prosimo, da iz papirja naredijo lične zastavice, ki imajo oblike različnih likov (kvadrat, krog, pravokotnik, enakokrak trikotnik, romb …). Na zastavice napišejo svoja imena v lepi pisavi, dodajo svoj življenjski moto, svoje ime lahko vpišejo v obliki uganke ali rebusa … Na zadnjo stran zastavice pa zapišejo lastnosti tega lika, ki ga opišejo z matematičnimi pojmi. Zastavice obesijo, predstavijo sebe in svoj lik.

A75

Na listku, ki ga obesimo nase, se predstavimo s črko in številko, ostali v skupini ugotavljajo, kaj to pomeni. Lahko damo listke tudi v vrečko, jih stresemo na tla in skupaj ugotavljamo, kateri listek pripada komu.
Primer: A75: A – Alenka, 75 – letnica rojstva (masa, velikost, število zob, peg, srčni utrip, dolžina koraka, razpon odprtih rok …).

Življenjska črta

Po velikem listu naredimo vodoravno črto. Nanjo napišemo vse najpomembnejše dogodke v življenju in sicer s črto, ki seka vodoravno črto poševno navzgor (+) in navzdol (-) (slika ima podobno obliko kot nepravilni EKG). Za posamezne dogodke uporabljamo simbole in barve. Učenci izdelajo tudi merilo, ki ga uporabijo pri načrtovanju dogodkov (npr. 1cm je 1 leto, prav tako določijo lestvico/graf za pomembnost dogodkov).

Igre lovljenja

Igre lovljenja so hiter in otrokom na kožo pisan način doseganja kontakta med člani skupine. Gre za gibanje, skupno veselje in zabavo, poleg tega imajo igre ogrevanja emocionalno učinkovanje, učenci se ogrejejo in inicirajo tudi duševno gibanje, prav to pa je željeno v učnih situacijah.

Formula 1

Skupina se razdeli na dva enaka dela. Znotraj skupine se učenci razdelijo v pare. En partner je avto, drugi šofer. Obe skupini se postavita v desni kot druga ob drugi, avto je spredaj, šofer zadaj. Avto zapre oči in vžge motor, ki je zelo glasen. Ko so vsi pripravljeni na startu, vodja označi začetek. Šofer z ukazi (levo, desno, naprej, nazaj) vodi avto na nasprotno stran. V čim krajšem času in brez dotikanja z drugimi avti ali šoferji se mora postaviti na nasprotno stran in potem zdirjati na začetek. Potem se vloge zamenjajo.

Skrivno število

Vsak udeleženec se odloči za število od 1 do 6 in si ga zapomni. Določimo, katera števila formirajo skupino. Skupina A so od 1 do 3, skupina B od 4 do 6. Udeleženci skušajo ugotoviti zahtevano kombinacijo števil, pri tem se ne smejo pogovarjati, ne smejo pisati ali kazati s prsti, morajo najti druga sredstva in poti, da svoje številke sporočijo neverbalno. Igra je končana, ko vsi udeleženci menijo, da so našli svojo skupino in se skupini prostorsko ločita druga od druge.

Igre sodelovanja in strateške igre

Pri igrah sodelovanja gre predvsem za učenje dogovarjanja, organizacije dela, prevzemanje odgovornosti in posameznih vlog, spretnosti sklepanja kompromisov, zmožnosti uveljavljanja, določanja časovne razporeditve ter skupna prizadevanja. Zelo pomembna je komunikacija med učenci. Do izraza pridejo strateške kompetence in vodstvene kvalitete posameznih učencev.

Slepi matematiki

Na 20-metrski vrvi povežemo začetek in konec. Učenci primejo vrv in stojijo v krogu, zavežemo jim oči. Njihova naloga je, da sestavijo kvadrat, enakostranični trikotnik ali kak drug lik. Skupina mora iz celotne dolžine vrvi narediti kolikor je mogoče natančen lik, pri tem morajo učenci vrv ves čas držati v rokah. Skupina se odloči, kdaj je naloga opravljena, takrat jim odvežemo oči.

Vprašanje mase

Naloga skupine je, da ugotovi, koliko tehtajo posamezni kovanci (1 euro, 50 centov).
Rešitev je v tem, da skupina najde predmet, za katerega natančno pozna maso (v poštev pridejo majhni predmeti, recimo servirni sladkor), potem pa zgradijo improvizirano tehtnico iz materialov, ki so jim na razpolago.

Avanturne igre

Avanturne igre se ponavadi izvajajo v naravi, kjer skupina sodeluje pri izdelavi nekega izdelka (gradnja splava, hiše v drevesu, oblikovanje novega logotipa za podjetje …) ali pri organizaciji nekega dogodka (nočno skrivanje, Evrovizija, prevoz sodov …)

Praktična matematika

Skupina dobi nalogo, da v 30 minutah sestavi iz dveh vrvi dva enako velika štirikotnika, ki se prekrivata točno v 25 % (lahko gre za nov logotip za podjetje). Pri tem mora biti zajeta celotna dolžina vrvi. V času načrtovanja se vrvi ne dotikajo. Preden se začne igra, učencem zavežemo oči, vsak učenec se mora ves čas dotikati vrvi vsaj z eno roko.

Sodi

Učenci imajo 7 polnih, 7 na pol polnih in 7 praznih kanglic vode (ki predstavljajo sode). Njihova naloga je, da naložijo kanglice na 3 vozičke tako, da bo na vsakem vozičku po 7 kanglic in enaka količina vode. Možnih je več rešitev.

Točke in daljice

Skupina učencev dobi 5 palic (1 meter dolgih), ki predstavljajo daljice. Razvrstiti morajo 10 točk (kamnov, orehov, jabolk) tako, da bodo na vsaki daljici 4 točke.

Matematične uganke
Gre za logične uganke, ki jim ponavadi rečemo tudi možganski orehi ali matematične zabavne naloge. Pri reševanju nalog učenci poleg logičnega sklepanja uporabijo še znanje osnovnih računskih operacij, geometrijskih pojmov in o odnosih med števili. Naloge, ki so oblikovane v krajše ali daljše zgodbe (Vrag in berač, Prebrisani pobič, Kako je modrijan razdelil kamele …), povzemam po knjigi Matematične uganke (Kordemski 2000) in knjigi Moja zabavna matematika (Perške in Klepić 1991, 2008, 2009).

Matematika skozi perspektivo socialnopedagoške obravnave učencev
Celostnost je ena od temeljnih pravil socialnopedagoškega razumevanja in delovanja, ki je usmerjena v spreminjanje elementov življenjskega prostora, s ciljem aktivirati potenciale v posameznem učencu, pa naj bo to učenec s posebnimi potrebami ali nadarjeni učenec. Poudarek je na razvijanju doživljajskih, vedenjskih in socialnih strategij posameznikov pri vstopanju v nove interakcije in nova doživetja. Del tega spreminjanja, lahko bi celo rekli preokvirjanja starega, je tudi novo, drugačno doživetje matematike skozi igro in zabavo.
Skozi doživljajske igre se gradijo odnosi med učenci ter med učenci in učiteljem oz. svetovalnim delavcem, ki jih z igrišča lahko prenesemo nazaj v razred tudi takrat, kadar je pred nami bolj resno delo. V vzgoji in izobraževanju je dialog zelo pomemben, pedagogika je v resnici bolj dialoška kot kurikularna.
Sama izvajam doživljajske igre v oddelkih, v katere so vključeni učenci s posebnimi potrebami, ki imajo v odločbi o usmeritvi v program vzgoje in izobraževanja s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo zapisano, da potrebujejo socialnopedagoško pomoč za premagovanje motenj in primanjkljajev, ker imajo težave v socialni integraciji. Izkazalo se je, da jih delo v skupini, ki je vodeno z jasnimi pravili in pričakovanji, motivira za šolsko delo, sodelovanje v doživljajskih igrah jih razbremeni frustracij in sprosti. Izvajanja socialnopedagoških intervencij skozi doživljajske igre ugodno vpliva tudi na razredno klimo.
Prav tako uporabljam metode doživljajske pedagogike pri delu z nadarjenimi učenci. V tem šolskem letu (maj 2012) je bil organiziran tabor za nadarjene učence od 5. do 9. razreda. Udeležilo se ga je 24 učencev in učenk.
Celoten program tabora sem pripravila v duhu doživljajske pedagogike v Rakovem Škocjanu, kjer so zavzemale posebno mesto doživljajske igre (igrali smo se vse igre, ki so naštete v tem prispevku, in še mnoge druge), ki smo se jih igrali večkrat na dan: med pohodom v naravi in ogledom naravnih znamenitosti, med počitkom na poti, na jasah, v gozdu, ob reki, popoldne v domu, zvečer med večerno animacijo … Ko smo ob koncu delali skupinsko in individualno evalvacijo, so bili vtisi učencev zelo podobni. Če jih na kratko povzamem, bi se glasili: super, kul, zabavno, lepo, nekaj najlepšega, kar se mi je zgodilo … In seveda – tudi matematika je lahko zabavna.

Zaključek
Za uspešno učenje in optimalni osebnostni razvoj so pomembni medosebni odnosi, ki se razvijajo v okviru razredne in šolske klime. Za ustvarjanje dobrih medosebnih odnosov je potrebno ozračje, v katerem je zaželeno in pričakovano, da učenci (in učitelji) izrazijo svoje kreativne sposobnosti in potenciale, da spoznajo in razvijejo svoja močna področja in na ta način razvijajo čim bolj realistično samovrednotenje. Ob tem jim dovolimo, da delajo tudi napake.
Igra je idealna možnost za ustvarjanje takega sproščenega vzdušja, v katerem se vse to lahko zgodi. Tudi pri uri matematike.
Matematika je lahko v vsem, kar nas obdaja, stvari preštevamo, ocenjujemo, razvrščamo, primerjamo, rešujemo vsakodnevne probleme in prihajamo do raznolikih rešitev, ob tem pa

ponujamo različne možnosti za celostno učenje. In v tem se skriva vsa pestrost našega bivanja in delovanja.
Zanimive ideje, kratkočasne uganke, logični izzivi, merjenje, računanje, primerjanje, ustvarjanje, opisovanje, razlikovanje, reševanje »življenjskih« primerov in problemov – vse to je matematika, čeprav se nam pogosto zdi, da je prava matematika samo tista v učilnici, s strogim učiteljem pred tablo, mučno tišino med sklonjenimi glavami učencev, ki strmijo v svoje zvezke, v katerih so zapisane (ali pa tudi niso zapisane) tiste »kar neki in brezvezne« naloge. Vladimir Davide (1984) to lepo povzame v stavku: »… da so prava matematika, prava poezija in pravo življenje eno.«
To misel lahko nadaljujemo z razmišljanjem Janice VanCleave (2001), da je matematika živa, razvijajoča znanost, nikoli končano iskanje, ampak stalno pridobivanje novih znanj, kajti že merjenje prve ujete ribe ali uspešna peka kolača je nagrada, ki jo prinaša prav znanje matematičnih veščin. In o tej vsakdanji uporabnosti matematike bi morali učence bolj ozaveščati in načrtno seznanjati. Jih navdušiti nad natančnim opazovanjem, primerjanjem, opisovanjem, reševanjem različnih ugank in vsakdanjih problemov, ki so hkrati tudi logične in matematične naloge, kajti matematika je v vsakdanjem življenju sodobnega človeka vedno bolj navzoča.
Učencem je potrebno dati možnosti, da se izkažejo na področjih, kjer so lahko uspešni, oziroma poiskati način, da so lahko uspešni tudi na področjih, kjer navadno niso ali pa se jim načrtno izogibajo. Doživljanje ponavljajočih neuspehov brez možnosti za doživljanje uspeha vodi k vedno manjši motivaciji za delo, slabi samopodobi in vedno večjim občutkom manjvrednosti. Šole bi morale več pozornosti namenjati dejavnostim, projektom in programom, skozi katere bi učence opremile z znanji in veščinami na kognitivnem, socialnem in čustvenem področju ter jih motivirale za participacijo na različnih področjih šolskega življenja.

Viri

1. Barle, A. (2011): Šola – čarobna paličica za reševanje družbene neenakosti? Vzgoja in izobraževanje, XLII, No. 1-2, str. 4-9.
2. Berlinghoff, W. P. in Gouvea, F. Q. (2008): Matematika skozi stoletja. Modrijan, Ljubljana.
3. Bregar Golobič, K. (2008): Učne težave z vidika prikritega kurikula. V Učne težave v osnovni šoli: problemi, perspektive, priporočila. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
4. Devide, V. (1984): Matematika skozi kulture in epohe. Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, Ljubljana.
5. Kobolt, A. (2010): Izstopajoče vedenje, šola, družbeni kontekst. V Izstopajoče vedenje in pedagoški odzivi. Pedagoška fakulteta, Ljubljana.
6. Kordemski, A. B. (2000): Matematične uganke. Državna založba Slovenije, Ljubljana.
7. Krajnčan, M. (2007): Osnove doživljajske pedagogike. Pedagoška fakulteta, Ljubljana.
8. Krajnčan, M. in Krajnčan, N. (2011): Igre v doživljajski pedagogiki. Društvo za doživljajsko pedagogiko, Ljubljana.
9. Musek, J. (2004): Znanje kot vrednota. V Kakšna bo šola prihodnosti? Didakta, Ljubljana.
10. Perške, J. P. in Klepić, D. (1991): Moja zabavna matematika. Založba Mladinska knjiga, Ljubljana.
11. Perške, J. P. in Klepić, D. (2008): Matematika = zabava. Kratkočasne matematične uganke in logični izzivi za vse starosti. Založba Mladinska knjiga, Ljubljana.
12. Perške, J. P. in Klepić, D. (2009): Matematika = zabava2. Kratkočasne matematične uganke in logični izzivi za vse starosti, Založba mladinska knjiga, Ljubljana.
13. Reiners, A. (2004): Praktische Erlebnispadagogik. Zentrum fur interdisciplinares erfahrungsorientiertes Lernen GmbH, Augsburg ZIEL.
14. VanCleave, J. (2001): Matematika za vsakega otroka. Učila, Tržič.
15. Ziegenspeck, J. (1992): Erlebnispadagogik. Ruckblick – Bestandsaufnahme – Ausblick. Edition Erlebnispedagogik, Luneburg.

ANALIZA IN REFLEKSIJA DOSEŽKOV DIJAKOV PRI ŠPORTNI VZGOJI Z UPORABO MATEMATIČNIH ZNANJ

The Analysis and Reflection of Student's Achievements in Sports Activities by the Use of the Mathematical Knowledge

Mirjam Bon Klanjšček, Rado Gorjup, Gimnazija Nova Gorica

mirjam.bon@guest.arnes.si, radogorjup@hotmail.com

Povzetek

Sodobni didaktični trendi pouka matematike priporočajo uporabo matematike v povezavi z vsakdanjim življenjem. Učitelji športne vzgoje opažajo, da se dijaki izogibajo pripravam na testiranje teka na daljše proge. Zato se v športnih in splošnih oddelkih gimnazije ponuja priložnost analize dosežkov dijakov v teku na daljše proge v času štiriletnega gimnazijskega izobraževanja ter primerjava rezultatov med dijaki športnih in splošnih oddelkov. Dijaki pri pouku matematike uporabijo osnovno statistiko, ki jo nadgradijo v prvem razredu gimnazije, na konkretnih situacijah: določanje statističnih sredin ter mer razpršenosti, kar prikažejo tudi grafično. Statistična analiza obdelanih podatkov hkrati omogoča refleksijo njihovih lastnih dosežkov.
Z rezultati raziskave se seznanijo tudi učitelji športne vzgoje, ki jih tolmačijo v povezavi z motivacijskimi dejavniki in telesno pripravljenostjo dijakov.

Ključne besede: statistična analiza, športni dosežki, refleksija.

Abstract

The contemporary trends in teaching mathematics recommend its application in connection with the real life situation. Teachers of physical education are being aware of the obvious students' avoidance when testing aerobic endurance by the long distance running. For that reason it seems to be the right moment to analyze and evaluate properly their aerobic capacities in both, sports and general classes of Gymnasium during their four-year educational process. During the mathematics classes students apply descriptive statistics, which they have already been familiar with since their first school year of Gymnasium, in the real life situations: by calculating the statistical mean values of the results, dispersion of the results, and graphical presentation of them. The statistical analysis of the data, at the same time, enables the self-reflection of their own achievements. After being informed about the final conclusions of the research, the physical education teachers interpret the results through the motivational factors and physical preparation of the students.

Key words: statistical analyses, sports achievements, self-reflection.

Uvod

Sodobni didaktični trendi priporočajo v pouk matematike uvajati čim več avtentičnih situacij, torej situacij iz vsakdanjega življenja. In ker se v srednji šoli učitelji športne vzgoje iz leta v leto srečujejo z dejstvom, da se dijaki namenoma izogibajo pripravam na testiranje teka na daljše proge (Gorjup, 2009), se je popolnoma naravno porodila skupna ideja o medpredmetni povezavi med matematiko in športno vzgojo, saj lahko uspešno povežemo uporabo matematičnih znanj s športnmi dosežki dijakov. Medpredmetna povezava pa ponuja še več: na eni strani možnost atraktivnejšega posredovanja novih informacij pri pouku matematike z uporabo statistične analize dosežkov dijakov v teku na 600 m, na drugi strani pa takšna analiza daje dijakom koristno povratno informacijo o njihovi telesni pripravljenosti ter odpira možnosti za samorefleksijo.

V pričujočem članku se osredotočamo na analizo dosežkov v teku na 600 m pri dijakih in dijakinjah v splošnih in športnih oddelkih gimnazije. Dijaki v sklopu statistične analize podatke športnih dosežkov obdelajo tako, da izračunajo osnovne statistične parametre brez težnje, da bi dobljene rezultate posploševali. Iz tabel podatkov dijaki izračunajo statistične sredine (aritmetično sredino, modus, mediano) in mere razpršenosti. Rezultate prikažejo s stolpci ali s črtnimi prikazi in si podrobneje ogledajo normalno frekvenčno porazdelitev, na podlagi katere opazujejo razpršenost rezultatov teka na 600 m glede na spol v splošnih in športnih oddelkih štiriletnega gimnazijskega obdobja. Dobljeni rezultati jim pomagajo, da lažje prepoznajo lasten napredek tako, da spremljajo svoje rezultate skozi vsa štiri leta, hkrati pa se lahko primerjajo s svojimi vrstniki glede na spol. Rezultate tudi skupno interpretirajo, kar je pomemben učno-aplikativni pedagoški dosežek.

V drugem delu medpredmetnega sodelovanja dijaki pri pouku športne vzgoje izpolnijo samoocenitveni anketni vprašalnik o gibalnih aktivnostih in odnosu do teka pri športni vzgoji in v prostem času. Odgovarjajo na vprašanja, ki zadevajo njihovo motivacijo za tek od otroštva pa vse do danes, dobijo vpogled v športne aktivnosti, ki jih imajo radi, in tiste, ki jih ne marajo. Ozavestijo, kaj jim pomeni tek kot preventiva za zdravje, in odgovarjajo, zakaj ne marajo teka pri športni vzgoji in se mu skušajo izogniti oziroma kaj je razlog, da se premalo posvečajo gibanju. Pri pouku matematike nato izračunajo pogostost odgovorov v športnih in splošnih oddelkih in ugotavljajo morebitne razlike.

Zbrane odgovore anketnega vprašalnika in predhodno statistično analizo rezultatov teka na 600 m povežejo in preverijo skladnost dobljenih odgovorov z numeričnimi podatki doseženih rezultatov. Sledijo voden razgovor z interpretacijo rezultatov in sklepne ugotovitve.

Statistična analiza in rezultati anketnega vprašalnika

Dijaki 4. letnika gimnazije so pri pouku matematike obravnavali dosežke dijakov v teku na 600 m v vseh splošnih in športnih oddelkih gimnazije ločeno po spolu. Podatke za statistično analizo so pridobili iz športnovzgojnih kartonov. Pri obdelavi podatkov so uporabili pridobljeno znanje statistične analize iz 1. letnika gimnazije in ga nato sedaj v 4. letniku nadgradili s poznavanjem normalne porazdelitve na primeru iz svojega življenja. Pri računanju so si pomagali z informacijsko-komunikacijsko tehnologijo. Uporabljali so računalniška programa GeoGebra in Excel za izračunavanje statističnih sredin in mer razpršenosti in jih tudi grafično prikazali.
Zaradi boljše razumljivosti in preglednosti so označili fante in dekleta v splošnih oddelkih s »fantje - splošni« in »dekleta - splošni«, fante in dekleta v športnih oddelkih pa s »fantje - športni« in »dekleta - športni«.

Primerjava dosežkov dijakov in dijakinj splošnih oddelkov z dijaki in dijakinjami športnih oddelkov

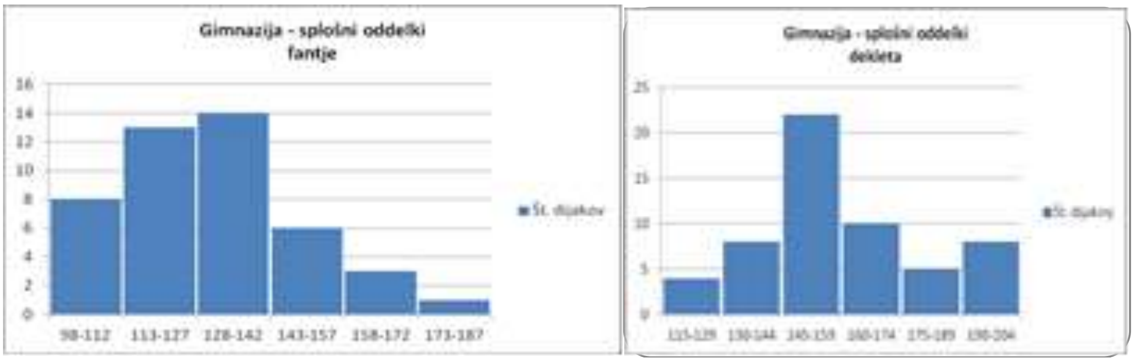
V raziskavo je bilo vključenih 45 fantov in 57 deklet iz splošnih oddelkov ter 50 fantov in 46 deklet iz športnih oddelkov vseh letnikov gimnazije.

Dijaki so podatke zbrali v Preglednici 1 in Preglednici 2, in sicer urejene v statistične razrede glede na dosežen čas v teku na 600 m, zapisali so frekvence, relativne frekvence in kumulativne frekvence. Pri tem niso imeli nobenih težav. Frekvenca označuje število dijakov v posameznem statističnem razredu, relativna frekvenca pa delež dijakov posameznega statističnega razreda glede na število vseh izmerjenih dosežkov. Kumulativna frekvenca označuje število dijakov z dosežki, ki niso višji od tistih iz posameznega statističnega razreda (Bon Klanjšček, Dvoržak, Felda, 2009; Kožuh, 2003).

Splošni oddelki - fantje				Splošni oddelki - dekleta			
Statistični razred rezultatov teka (s)	Frekvenca	Relativna frekvenca	Kumulativna frekvenca	Statistični razred rezultatov teka (s)	Frekvenca	Relativna frekvenca	Kumulativna frekvenca
98 - 112	8	0,18	8	115 - 129	4	0,07	4
113 - 127	13	0,29	21	130 - 144	8	0,14	12
128 - 142	14	0,31	35	145 - 159	22	0,39	34
143 - 157	6	0,13	41	160 - 174	10	0,18	44
158 - 172	3	0,07	44	175 - 189	5	0,09	49
173 - 187	1	0,02	45	190 - 204	8	0,14	57

Preglednica 1: Fantje - splošni in dekleta - splošni

Frekvence so ponazorili s stolpci (Slika 1).



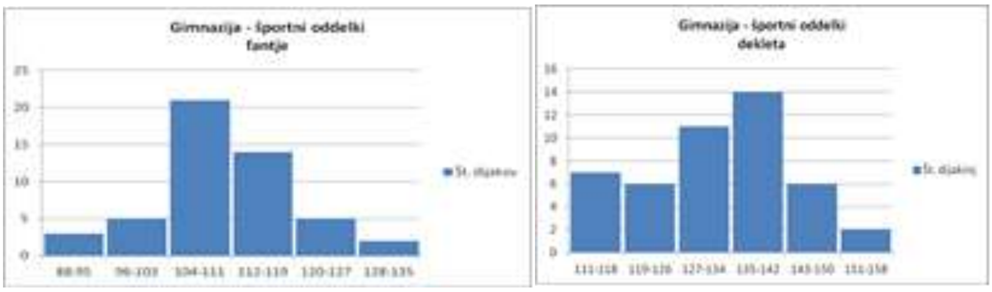
Slika 1: Fantje - splošni in dekleta - splošni

Dijaki so takoj opazili, da je bilo največ fantov in deklet iz splošnih oddelkov zajetih v 3. statističnem razredu, in sicer fantje v razponu med 128 in 142 sekundami, dekleta pa med 145 in 159 sekundami. Na vprašanje, koliko dijakov je doseglo čas do vključno 142 s, so dijaki dali pravilen odgovor, to je 35 dijakov. Na vprašanje, koliko odstotkov deklet je doseglo čas do vključno 174 s, je večina dijakov odgovorilo pravilno, to je 78 %.

Športni oddelki - fantje				Športni oddelki - dekleta			
Statistični razred rezultatov teka	Frekvenca	Relativna frekvenca	Kumulativna frekvenca	Statistični razred rezultatov teka	Frekvenca	Relativna frekvenca	Kumulativna frekvenca
88 - 95	3	0,06	3	111 - 118	7	0,15	7
96 - 103	5	0,1	8	119 - 126	6	0,13	13
104 - 111	21	0,42	29	127 - 134	11	0,24	24
112 - 119	14	0,28	43	135 - 142	14	0,30	38
120 - 127	5	0,1	48	143 - 150	6	0,13	44
128 - 135	2	0,04	50	151 - 158	2	0,04	46

Preglednica 2: Fantje - športni in dekleta - športni

Frekvence so ponazorili s stolpci (Slika 2).



Slika 2: Fantje - športni in dekleta - športni

Ob pogledu na preglednice športnih oddelkov pa so ugotovili, da je največ fantov doseglo čas v tretjem statističnem razredu, to je čas med 104 in 111 sekundami, največ deklet pa v četrtem statističnem razredu, to je čas med 135 in 142 sekundami. Ugotovili so tudi, da so rezultati dijakov športnih oddelkov bistveno boljši od rezultatov v splošnih oddelkih.

Dijaki so izračunali tudi osnovne statistične parametre, da so lahko primerjali rezultate splošnih in športnih oddelkov ločeno po spolu. Podatke so zapisali v Preglednico 3.

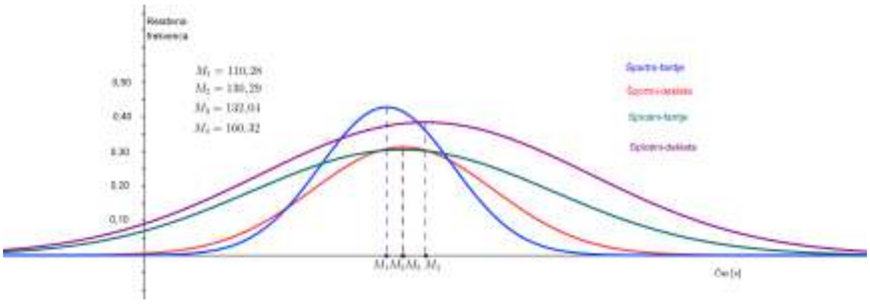
	Splošni oddelki			**Športni oddelki**	
	Fantje	**Dekleta**		**Fantje**	**Dekleta**
Povprečje	130,29	160,32		110,28	132,04
Modus	135	159		107	135
Mediana	129	159		110	134
Standardni odklon	19,31	21,23		8,47	11,34

Preglednica 3: Osnovni statistični parametri za splošne in športne oddelke

Dijaki so izračunali dosežen povprečni čas v teku na 600 m in ugotovili, da je v splošnih oddelkih pri fantih enak 130,29 s, pri dekletih pa 160,32 s, v športnih oddelkih pa pri fantih in dekletih bistveno nižji, in sicer 110,28 s oziroma 132,04 s. Ugotovili so, da je modus (gostiščnica) v splošnih oddelkih pri fantih enak 135 s, saj je največ dijakov teklo 135 s, pri dekletih pa 159 s, v športnih oddelkih pa znatno nižji 107 s oz. 135 s. Mediana (središčnica) je v splošnih oddelkih pri fantih enaka 129 s. Namreč, če bi uredili rezultate tekov po velikosti, bi bil osrednji podatek ravno 129 s. Pri dekletih pa je mediana enaka 159 s. V športnih oddelkih je pri fantih mediana enaka 110 s, pri dekletih pa 134 s.

Nato so dijaki izračunali standardni odklon. Kar nekaj jih je imelo pri tem težave. Zato smo ponovili definicijo standardnega odklona, da so osvežili svoje znanje. Izračunali so, da je v splošnih oddelkih standardni odklon pri fantih enak 19,3 s, pri dekletih 21,23 s, v športnih oddelkih pa pri fantih 8,47 s in pri dekletih 11,34 s. Ugotovili so, da so rezultati bistveno bolj razpršeni pri splošnih oddelkih kot pri športnih oddelkih.

Za lažje razumevanje pojma razpršenosti so dijaki podatke predstavili z grafom normalne porazdelitve, to je Gaussove krivulje (Slika 3), pri čemer so upoštevali izračunane povprečne vrednosti in standardne odklone (Bon Klanjšček, Felda, 2012).



Slika 3: Gaussove krivulje

Ker so se dijaki pri matematiki že srečali z Gaussovo krivuljo, so vedeli, da je standardna deviacija eden izmed pokazateljev razpršenosti podatkov in da že sama oblika krivulje nakazuje razpršenost. Takoj so opazili, da sta zvonasti krivulji zaradi manjše razpršenosti rezultatov športnikov in športnic bistveno bolj koničasti kot krivulji fantov in deklet iz splošnih oddelkov. Po drugi strani pa so večjo razpršenost rezultatov fantov in deklet splošnih oddelkov povezali z opazno bolj sploščenima krivuljama. Na vprašanje, kaj bi lahko vplivalo na večjo razpršenost pri splošnih oddelkih, so takoj odgovorili, da bi to lahko bila ali telesna masa ali pa zdravstveni status, saj vedo, da v športnih oddelkih praviloma ni dijakov s prekomerno telesno težo, medtem ko v splošnih oddelkih opravljajo testiranje tudi dijaki s prekomerno telesno težo, kar bi lahko posredno vplivalo na večjo razpršenost rezultatov teka na 600 m.

Dijaki so opazili, da so Gaussove krivulje, ki predstavljajo rezultate z višjo povprečno vrednostjo, pomaknjene desno v smeri abscisne osi.

Ob zavzetem delu dijakov se je tako ponovno potrdilo dejstvo, da so tovrstne avtentične naloge zelo primerne za prenos abstraktnih pojmov, kot so npr. standardni odklon in normalna porazdelitev, v konkretne situacije. Dijaki so spoznali, da bodo lahko v prihodnje s pridom uporabljali pridobljeno znanje in prepoznavali lastnosti normalne porazdelitve tudi v drugih okoliščinah vsakdanjega življenja npr. pri branju časopisov, revij, strokovne literature …

Primerjava dosežkov dijakov in dijakinj splošnih oddelkov z dijaki in dijakinjami športnih oddelkov od 1. do 4. letnika gimnazije

Dijaki so analizirali tudi rezultate, ki so jih dosegli v posameznih letnikih. Izračunali so povprečne vrednosti dosežkov v splošnih in športnih oddelkih.

	1. letnik	2. letnik	3. letnik	4. letnik
Fantje – splošni	132,90	137,90	134,67	134,63
Dekleta – splošni	157,18	175,56	173,05	173,15
Fantje – športni	109,60	109,36	106,29	104,30
Dekleta – športni	140,00	136,71	149,17	140,83

Preglednica 4: Povprečni časi teka na 600 m

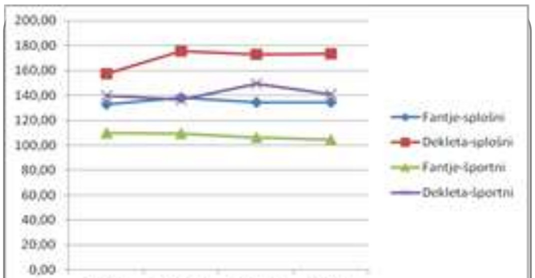
Ugotovili so, da so fantje splošnih oddelkov dosegli povprečni najboljši rezultat v prvem letniku, sledi 5 s slabši rezultat v drugem letniku, nakar se fantje izboljšajo in dosežejo v tretjem in četrtem letniku nekoliko boljši rezultat, ki pa še vedno ne dosega povprečnega rezultata iz 1. letnika. Dekleta so za pretečeno razdaljo potrebovala več časa kot fantje. Dosegla so bistveno boljši rezultat v prvem letniku, v drugem letniku v povprečju za skoraj dvajset sekund poslabšala rezultat iz prvega letnika, v tretjem in četrtem letniku se je v povprečju rezultat izboljšal za dobri dve sekundi.

Dijaki so hitro opazili, da se pri fantih-športnikih povprečni rezultat teka na 600 m iz leta v leto izboljšuje. Bili so mnenja, da so rezultati pričakovani in so posledica redne vadbe, večje storilnostne motivacije in hitrejšega biološkega razvoja (Gorjup, 2010). Čeprav so zagotovo motivacijsko storilnostno naravnani tudi fantje v splošnih oddelkih, pa seveda skoraj pol minute boljši rezultat v povprečju priča o tem, da so v športni oddelek bili izbrani dijaki, ki se že vrsto let načrtno ukvarjajo s športom in so bistveno bolj aerobno vzdržljivi od svojih kolegov iz splošne usmeritve (Ušaj, 1997).

Dijaki so zaznali tudi izboljšanje rezultatov v 2. letniku pri dekletih iz športnih oddelkov za dobre tri sekunde, nato pa v tretjem letniku v povprečju opazno poslabšanje rezultata, in sicer za več kot 12 sekund. V četrtem letniku se je rezultat v teku na 600 m v povprečju sicer izboljšal, vendar dijakinje v četrtem letniku v povprečju niso dosegle nič boljši rezultat kot v prvem letniku. Ko so dekleta iz splošnih oddelkov primerjali z njihovimi sošolci, so opazili, da v povprečju dosegajo za 30 s slabše rezultate od fantov, kar je povsem normalno zaradi razlik v morfološki strukturi telesa. Zanimivo pa je, da dijakinje iz športnih oddelkov v povprečju dosegajo le nekoliko slabši rezultat v teku na 600 m od njihovih vrstnikov iz splošnih oddelkov, kar je lahko svojevrsten izziv dijakom splošnih oddelkov kot tudi dekletom športnih oddelkov z vidika motivacije (fantje želijo biti vedno boljši od deklet, da ne bi bili zasmehovani, dekleta pa si želijo vsaj dohiteti, če že ne prehiteti fantov).

Dijaki so opazili, da se rezultati v štirih letih bistveno ne spreminjajo. Na vprašanje, kaj je po njihovem mnenju razlog za to, so nekateri dijaki pripomnili, da so norme skozi vsa štiri leta nespremenjene in da lahko z enakim doseženim rezultatom pridobijo enako visoko oceno. Iz povprečnih vrednosti rezultatov deklet športnih oddelkov v tretjem letniku so opazili občutno poslabšanje rezultatov. Zanimivo je, da so kot možen vzrok navedli večjo preobremenjenost s poukom in posledično vpad motivacije za tek, slabše rezultate pa so pripisali tudi morfološkim spremembam telesa.

Dijaki so podatke prikazali s črtnim prikazom (Slika 4).



Slika 4: Prikaz povprečnih časov teka na 600 m

Rezultati anketnega vprašalnika

Rezultati anketnega vprašalnika so dali dijakom dodaten nabor informacij o tem, koliko so rezultati v teku na 600 m tudi odraz njihovega odnosa do teka, športne vzgoje in športa nasploh. Zato so jim te informacije lahko pomagale analizirati rezultate, jih razumeti in smiselno interpretirati. Statistično analizo rezultatov so povezali z mehanizmi motivacije za vadbo in ozavestili vsebino proučevanega problema z vpogledom v razloge, zakaj radi oz. neradi tečejo in zakaj se izogibajo teku za razvoj aerobne vzdržljivosti, čeprav se še kako dobro zavedajo pozitivnih učinkov teka na njihovo zdravje. Ker med spoloma ni bilo razlik v odgovorih tako za splošne kot športne oddelke, so dijaki svoje odgovore združili ter primerjali odgovore fantov in deklet iz splošnih oddelkov skupaj (te so imenovali kar »fantje in dekleta«) ter odgovore fantov in deklet iz športnih oddelkov skupaj (te so imenovali kar »športniki in športnice«) pri analizi odgovorov iz anketnega vprašalnika.

Dijaki so ugotovili, da za razliko od fantov in deklet, ki izjemno malo tečejo v prostem času, športniki in športnice trenirajo vsaj trikrat na teden in se vsi ukvarjajo s tekmovalnim športom. Iz odgovorov so razbrali, da več kot polovica fantov in deklet ne teče niti enkrat na teden, medtem ko 90 % športnikov in športnic teče vsak dan.

Skoraj vsi dijaki so v svojem otroštvu doživljali športne aktivnosti kot obliko izražanja, svobodo in užitek ter so imeli najraje igre z žogo.

Glede na to, da so dijaki raziskovali tek na 600 m, je kar 85 % fantov in deklet izpostavilo ugotovitev, da fantje in dekleta v osnovni šoli pri pouku športne vzgoje niso marali te discipline, še manj pa testiranja za športnovzgojni karton. Ugotovili so tudi, da se 90 % športnikov in športnic vzdržljivostnih tekov niso izogibali in niso imeli občutka, da jih je učitelj silil v testiranje.

Dijaki priznavajo, da tudi kot srednješolci neradi opravljajo testiranje za športnovzgojni karton in da se dobri dve tretjini dijakov in dijakinj poskuša izogniti testiranju pri teku, 87 % športnikov in športnic pa testiranje jemlje kot obveznost.

Dijaki so komentirali tudi izsledke vprašalnika glede tesnobnosti, ki jo občutijo pri športnem testiranju. Posebej se je izkazalo, da fantje in dekleta priznavajo občutek slabosti ob testiranju in ugotavljajo, da športniki in športnice tega skoraj ne izpostavljajo. Športniki in športnice so bili presenečeni nad dejstvom, da 79 % fantov in deklet občuti različne psihosomatske simptome. Nasploh pa vsi dijaki ob testiranju občutijo napetost, takoj pomislijo na napor, obremenitev, strah in slabo počutje, nekatere dijakinje občutijo sovraštvo do športne vzgoje, še več, nekateri celo sovraštvo do profesorja, le redki športniki in športnice pomislijo pri tem na izziv ali na navdušenje, možnost preizkušanja lastnih zmogljivosti in novo izkušnjo. Nekateri so prepričani, da bi raje tekli, če ne bi bilo ocen, drugi ne vidijo razlike. Prav vsi dijaki in dijakinje pa se dobro zavedajo pozitivnih učinkov teka na zdravje (Ušaj, 1997). Večina dijakov in dijakinj (splošni in športni) menijo, da bi z večjim veseljem tekli pri športni vzgoji, če bi Cooperjev test in test teka na 600 m zamenjal tek za zdravje in dobro počutje.

Očitno so torej dijaki zbrane odgovore anketnega vprašalnika povezali s statistično analizo rezultatov teka na 600 m. Odgovori športnikov in športnic nakazujejo, da lažje premagujejo subjektivni občutek utrujenosti, zato se takšnih preizkusov vzdržljivosti ne izogibajo. V pogovoru so povedali, da se za trening odločajo sami in so zato psihično pripravljeni na napor. Poleg njihove boljše telesne pripravljenosti jim to pomaga pri doseganju boljših rezultatov. Odgovori fantov in deklet splošnih oddelkov nakazujejo, da imajo le-ti nižjo stopnjo športne motivacije, tekmovalnosti in nižjega praga premagovanja občutka utrujenosti, kar vpliva na to, da so njihovi rezultati slabši od rezultatov športnikov in športnic.

Zaključek

Rezultati, ki so jih dijaki statistično analizirali, niso zgolj surovi numerični podatki, abstraktni številčni parametri. So namreč veliko več kot to – so konkretni rezultati neke spremenljivke, v našem primeru teka na 600 m. Dijaki in dijakinje športnih in splošnih oddelkov gimnazije so vrednosti te spremenljivke občutili na lastni koži, torej skozi osebno izkušnjo, ki jim je veliko bolj življenjsko omogočila statistično analizirati podatke. Te številčne rezultate so tokrat analizirali skozi napor, motivacijo za tek, preverjanje sposobnosti, občutek lastne vrednosti, ozaveščanje zdravja …

Pokazali smo, kako lahko abstraktni pojmi in simboli statistične analize pri matematiki v trenutku »oživijo«, dobijo drug pomen, kako se s subjektivno izkušnjo pretvorijo v občutke, čustva, stališča in prepričanja. Želeli smo pokazati, da medpredmetna povezava matematike in športne vzgoje ni bila zgolj klasično združevanje dveh predmetnih področij,temveč veliko več. Nastala je sinergija učenja zaradi vključevanja energetske komponente osebnosti dijakov v obliki njihove radovednosti in želje, da bi razumeli.

Izkazalo se je, da je rezultat takšnega učenja statistične analize prepleten z lastnim spoznanjem, ki zato omogoča usvajanje predmetnih vsebin na asociativno bogatejši ravni in zato ponuja trajnejše znanje. Hkrati odpira možnosti samorefleksije skozi doživeto izkušnjo analiziranega rezultata, kar je pravzaprav presežek učnega procesa in je tisto, česar ni moč predvideti v učnem načrtu in kar se ne da vnaprej načrtovati. Zgodi se kot dodana vrednost učnega procesa.

Zaradi neposredne vpletenosti dijakov v analizirane podatke skozi lastne subjektivne izkušnje je bila njihova motivacija za učenje neprimerno večja in nekako nezavedna, saj so se nevede poistovetili s svojimi dosežki. Lastna izkušnja je v njih porodila radovednost in željo po tem, da na podlagi numeričnih podatkov, grafov in tabel svoj rezultat primerjajo z rezultati svojih sovrstnikov.

Viri

1. Bon Klanjšček, M., Dvoržak, B., Felda, D. (2009): Matematika 1: učbenik za gimnazije. DZS, Ljubljana.
2. Bon Klanjšček, B., Felda, D. (2012): Matematika 4: učbenik za gimnazije . DZS, Ljubljana.
3. Gorjup, R. (2009): Spremljanje nekaterih biodinamičnih paramterov kot kriterij preverjanja zgodnjih učinkov enomesečnega vadbenega procesa splošne vzdržljivosti z metodo ponovljenih tekov. Neobjavljeno delo, Fakulteta za šport, Ljubljana.
4. Gorjup, R. (2010): Psihične lastnosti in psihične veščine mladih teniških igralcev v visoko storilnostnih okoljih: magistrsko delo. Fakulteta za šport, Ljubljana.
5. Kožuh, B. (2003): Statistične metode v pedagoškem raziskovanju. Filozofska fakulteta, Ljubljana.
6. Ušaj, A. (1997): Kratek pregled osnov športnega treniranja. Fakulteta za šport, Inštitut za šport, Ljubljana.

MATEMATIKA IN NARAVOSLOVNI PREDMETI

Jerneja Bone, Zavod RS za šolstvo, OE Nova Gorica

jerneja.bone@zrss.si

»Povezovati ali ne povezovati matematiko z naravoslovnimi predmeti?« To vprašanje si velikokrat zastavljamo učitelji. Iz ust naših učencev pa slišimo vprašanje: »Kje bom potreboval znanje matematike?« ali »Zakaj se moram učiti matematiko?« Dogaja se, da učimo predmet v enem razredu, drugega v drugem razredu – ločeno. Učitelji menijo, da bodo učenci samostojno povezali znanje različnih predmetov. Če učitelj smiselno povezuje matematiko z naravoslovnimi predmeti, dobijo učenci priložnost, da obogatijo in osmislijo svoje znanje pri več predmetih hkrati.
Ali je povezovanje matematike z naravoslovnimi predmeti posebnost, ki je drugačna od običajnih? V osnovni in srednji šoli učni načrti in katalogi znanj v posebnih poglavjih (Medpredmetne povezave, Povezava s stroko in drugimi predmeti) usmerjajo učitelje k povezovanju znanj z naravoslovnimi in drugimi predmeti ter s stroko. Ob upoštevanju matematike pri drugih predmetih učenci začnejo razmišljati o realnem svetu, o vzrokih in posledicah, ki se dogajajo, spoznavajo uporabnost in pomen matematike tudi pri razvoju drugih ved. Vse to učencem pomaga, da lahko razvijajo nove spretnosti in poglabljajo razumevanje pojavov, dogodkov.
Učenci, ki imajo priložnost povezovati znanje matematike z različnimi nalogami in dejavnostmi pri drugih naravoslovnih predmetih, so bolj motivirani, kar posledično gotovo pripomore k boljšim dosežkom učencev, tako pri mednarodnih (TIMSS in PISA) kot nacionalnih raziskavah.
Kako začeti s povezovanjem matematike z drugimi predmeti? Učitelji, ki so to že storili, so se seznanili in pregledali učne načrte oz. kataloge znanj predmetov, ki jih ne poučujejo. To pa pomeni sodelovanje z drugimi učitelji, spoznavanje učnih načrtov drugih predmetov. Tako postane povezovanje matematike z drugimi naravoslovnimi predmeti izziv za mnoge učitelje.
Cilj učitelja matematike naj bo vzgojiti matematično pismenega mladostnika, ki bo pri reševanju problemov v resničnem življenju uporabljal tudi matematično znanje.
Učitelji na to temo v svojih prispevkih opisujejo povezovanje matematike z drugimi predmeti v 1. triletju, primere tehniških in naravoslovnih dni v 2. in 3. triletju osnovne šole, povezovanje praktičnih znanj z usvajanjem znanja pri matematiki, pa tudi primere modeliranja v gimnaziji in srednjih poklicnih šolah.
Na vprašanje, zastavljeno v naslovu, si boste morali odgovoriti sami. Naj vam pri odgovoru pomagajo prispevki, ki so umeščeni v tematski sklop Matematika in naravoslovni predmeti.

MATEMATIKA + ŠPORTNA VZGOJA = X; X > IGRA

Math + Physical Education = X; X > Game

Leonida Novak, Nives Markun Puhan, Zavod RS za šolstvo

leonida.novak@zrss.si; nives.markunpuhan@zrss.si

Povzetek

Pomembno načelo posodobitev učnih načrtov v letu 2012 je tudi povezovanje in prepletenost znanja. Celostno učenje in s tem celostno znanje lahko dosežemo, če že v procesu poučevanja povežemo cilje in vsebine različnih predmetov. V prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju (VIO) metoda igre omogoča in spodbuja medpredmetni in celostni pristop k učenju in poučevanju. Tudi učni načrt za matematiko priporoča v 1. VIO poglavitne metode pouka, ki naj bodo igra in izkušenjsko učenje. Opazovanje naj bo ena izmed ključnih dejavnosti. Igre so zanimive, ker njihova pravila lahko spreminjamo, dopolnjujemo, prilagajamo glede na to, katere cilje želimo doseči z določeno igro ter glede na predznanje in sposobnosti sodelujočih. Spremenimo lahko tudi način izvedbe. Učenci z igro izboljšujejo temeljne gibalne sposobnosti, še posebej orientacijo v prostoru, situacijsko mišljenje in ustvarjalnost ter zadovoljujejo potrebo po gibanju. Če vse to povežemo z matematiko, ugotovimo, da lahko operativne cilje športne vzgoje dosegamo tudi z matematičnimi dejavnostmi.

V prispevku bomo predstavili nekaj primerov didaktičnih iger in drugih dejavnosti, ki jih lahko izvajamo pri športni vzgoji ali matematiki in ob tem uresničujemo cilje obeh predmetov. Tako bomo obravnavali področja kombinatorike, prostorske predstavljivosti, računskih operacij, orientacije, logike. Oblikovana bo tudi klasifikacija iger v treh sklopih: povezava na osnovi ciljev, vsebin in pripomočkov.

Ključne besede: medpredmetnost, športna vzgoja, matematika, celostno učenje, didaktična igra.

Abstract

One of the important principles of the curriculum renovation in 2012 is also cooperation and the interweaving knowledge. The integral teaching and thus the integral knowledge could be attained on condition that both, the objectives of various subjects as well as the contents are connected in the phase of the instruction. In the first cycle of primary school it is the method of playing, which provides encouraging environment for cross curricular and integral approach to learning and teaching. The Maths curriculum for the first cycle advises playing, observing and experiential learning as crucial teaching methods. Owing to the fact that one could alter rules according to the objectives, the prior knowledge and experience, as well as the learning ability of the participants, the games are interesting. One could also alter the way a certain game is played. While playing, the pupils ameliorate their locomotor skills, especially the orientation in space, situational thinking, and at the same time they fulfil their need for movement. If one connects all the previously mentioned facts with mathematics, it is clear that P.E. objectives could be reached in mathematics as well.

The article presents some didactic games and other activities which meet the objectives of both P.E. and Mathematics. It is about the theory of combinations, notion of space, calculation, orientation, logic. The article classifies the games into three categories: according to the objectives, according to the contents and according to the instruments used.

Key words: cross curricular, P.E., Mathematics, integral learning, didactic game.

Uvod

<u>Teorija</u> je, ko se vse ve, a nič ne funkcionira. <u>Praksa</u> je, ko vse funkcionira, a nihče ne ve zakaj. (Albert Einstein)

Učni načrt za športno vzgojo (2011) pravi, da z redno in kakovostno športno vadbo prispevamo k skladnemu biopsihosocialnemu razvoju mladega človeka, sprostitvi, nevtralizaciji negativnih učinkov večurnega sedenja in drugih nezdravih navad /…/. Z zdravim življenjskim slogom bo tako lahko skrbel za dobro počutje, zdravje, vitalnost in življenjski optimizem. Gotovo lahko tej opredelitvi sledimo pri drugih predmetih, kot je npr. matematika. Povezava med enim in drugim predmetom je lahko igra, ki jo v prispevku opredeljujemo kot nekaj, kar počnemo v šoli namerno, usmerjeno v predmete, spontano, z notranjo motivacijo in kot avtentično nadomestilo stvarnosti. Kombinatorika, številske predstave, orientacija, osnovne računske operacije v kombinaciji z naravnimi oblikami gibanja so lahko idealna priložnost za celostno učenje in razvoj spretnosti, sposobnosti ter hkrati znanja.

Narava dela v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju narekuje povezanost predmetov, ciljev in vsebin. Tako lahko z medpredmetnim in celostnim učenjem preko didaktične igre prispevamo k trajnejšemu in kompleksnejšemu znanju ter dosežkom. Učitelj si mora zastaviti dva pomembna cilja. Prvi je, da ustvari stanje motiviranosti za učenje, da učence produktivno vključi v delo v razredu. Drugi cilj pa je, da pri učencih razvije vrlino motiviranosti za učenje, da bi se bili sposobni samostojno učiti vse življenje (Woolfolk, 2002). In igra, ki povezuje več predmetov, je lahko pot k uresničevanju obeh ciljev. Zato bova v prispevku poskušali povezati prakso in teorijo matematike in športne vzgoje tako, da bomo predstavili igre, s katerimi lahko uresničujemo cilje obeh predmetov.

Celostno učenje

Marentič Požarnikova (2000) opredeli štiri različna pojmovanja učenja in pouka:
a) učenje kot sprejemanje, shranjevanje in reprodukcija znanja, ki ga učenec sprejema in kopiči; b) učenje kot pridobivanje oz. trening različnih spretnosti, pri čemer je poudarek na proceduralnem znanju; c) učenje kot aktivna konstrukcija pomena, kjer učenec spreminja svoja pojmovanja, učitelj pa ustvarja situacije, v katerih se učenec zave svojih nepravilnih pojmovanj. Učenec izhaja iz lastnih izkušenj, znanje pa je osebna konstrukcija pomena; d) učenje kot celovita osebnostna rast, kjer je pouk razvijanje potencialov.

Celostno učenje pomeni samostojno odkrivanje, tako da učenec sam vidi oz. doživi smisel celote in se uči z več vidikov hkrati. Tako je mogoče različno znanje posredovati učencem na različnih kognitivnih ravneh: razumevanje, sklepanje, analiziranje, utemeljevanje (UN ŠVZ, 2011). Napake so sestavni del učenja in jih je treba dopustiti. Pomembno je ustvarjanje sproščenega vzdušja, humor, motivacija, dobri odnosi v skupini, razvoj osebnega odnosa do spretnosti.

Celostno učenje je pojem vključevanja šolarjev v lasten življenjski ritem in ritem okolja, v katerem živi. Bolj kot znanje potrebuje šolar delovne navade, ročne spretnosti, domiselnost, samostojno razmišljanje in osebnostno trdnost, šele potem potrebuje družboslovne, naravoslovne in umetniške vsebine. Celostno učenje poleg miselnega vključuje tudi čutila, čustva, gibanje in okolje. Učenje tako poteka ob glasbi, ritmu, slikah, občutjih (Ščuka, 2007).

Metoda celostnega poučevanja je aktualna tudi na vseh nivojih obravnave matematičnih pojmov. Ustvarjalno gibalne dejavnosti sodijo predvsem na konkretni nivo in so eden od temeljev celostnega poučevanja (povzeto po Cotič in Felda v Videmšek in Pišot, 2007).

Pri povezovanju vsebin športne vzgoje in matematike z metodo celostnega pristopa želimo učence nekaj naučiti tako, da si bodo vsebine in pojme lažje zapomnili in da bo njihovo znanje trajno in uporabno.

Medpredmetnost – kdaj, zakaj?
K načrtovanju medpredmetnih oz. »kurikularnih« povezav pristopamo na načrten in sistematičen način, ki vključuje premišljene organizacijsko izvedbene rešitve vključno z ustreznim načrtovanjem oz. prilagajanjem urnika. Izhodišče so pomembni pedagoški cilji, ki si jih zastavljajo šole (nenazadnje pa jih od nas terja sam razvoj), npr. iz kroskurikularnih kompetenc in znanj tako, da s temi povezavami »prežme« vso šolo in vanje vključi vse učence (Rutar Ilc, 2010). Medpredmetni pristop omogoča, da učenec pogleda na določen problem z različnih gledišč, pri učenju pa uporablja izkušnje vsakdanjega življenja. Interdisciplinarno naravnan in načrtovan učni proces lahko vpliva na kakovost učenja, kar še posebno velja za učence, ki imajo povprečne ali podpovprečne sposobnosti učenja (Humpbery, 1990 v Planinšec 2004).
Gibanje ni le stvar športne vzgoje, podobno kot funkcionalna pismenost ni le stvar pouka maternega ali tujega jezika. Lahko je del vsakega predmeta, če je dejavnost ustrezno osmišljena.

Didaktična igra
Otroška igra je kompleksna dejavnost, katere osnovne značilnosti so: namernost, usmerjenost na predmete, odsotnost posledic, notranja motivacija in alternative stvarnosti (Marjanovič, Zupančič 2001). Igra predstavlja najstarejši način vzgoje otrok in njihove priprave na življenje (Pistotnik, 1995). Otroci si skozi igro mimogrede zapomnijo dejstva, ki bi si jih s suhoparnim ponavljanjem precej težje vtisnili v spomin. Že Komensky poudarja pomen igre pri vzgoji otrok, saj je igra za otroke privlačna in vir veselja, zato pravi, da jo je treba vplesti v pouk. Kadar je igra uporabljena pri pouku, govorimo o didaktični igri, katere značilnost je, da z njo dosegamo vzgojno-izobraževalne cilje (Marjanovič Umek, 2001). Bognar (1987) razdeli didaktične igre v tri skupine: igre vlog, igre s pravili in konstruktorske igre. V skupino iger s pravili lahko umestimo vse igre iz delitve Kamenova (1981), kot so domine, loto, igre posploševanja, igre strategije in zavajanja, labirinti in igre za bistre glave, igre tipa »Človek, ne jezi se«, igre s programiranimi igračami, zloženke, igre konstruiranja in uvrščanja, igre z barvami in oblikami, logično matematične igre, igre opazovanja in razpoznavanja, vidne igre, primerjalne in ocenjevalne igre, spominske igre, besedne igre, pantomimične igre, spretnostne igre, igre, v katerih postavljajo pravila otroci.
Gibanje oz. telesna dejavnost daje procesu učenja nove razsežnosti. Spoznanja nekaterih raziskav kažejo, da je proces učenja praktičnih in teoretičnih vsebin učinkovitejši, kadar se kot didaktični medij uporablja gibanje (Planinšec 2004). S tem, ko otroku zagotovimo potrebo po gibanju, mu omogočimo tudi »telovadbo« njegovih celotnih možganov: leve in desne polovice, višjih in nižjih centrov, kot tudi sprednjega in zadnjega možganskega režnja. Učenje je hitrejše in učinkovitejše, znanje pa trajnejše. Redna telesna vadba je za možgane neprecenljiva vrednost – kratkoročno poveča dotok kisika, dolgoročno pa pomaga, da dovodnice ostanejo čiste (Russel v Žnidarič, 1993).
V rokah dobrega učitelja je gibanje lahko eden od načinov poučevanja. S tem, ko otrok znanje »doživi«, ga na svoj način ponotranji. To predstavlja temelj za nadgradnjo novega, kompleksnejšega znanja. Pri matematiki je to še posebej pomembno, saj imajo lahko otroci, ki znanja ne ponotranjijo, v višjih razredih velike težave pri razumevanju novih matematičnih pojmov (Žagar, Geršak in Cotič 2006 v Videmšek in Pišot 2007). Šele ob dovolj dolgi konkretni ravni preidemo na slikovno in nato simbolno raven (Cotič, Felda in Hodnik 2000 v Videmšek in Pišot, 2007).

Umestitev pojmov v posodobljena učna načrta za športno vzgojo in matematiko
Spodnja tabela (Tabela 1) prikazuje umeščenost ključnih pojmov prispevka v učna načrta za matematiko in športno vzgojo. Ne glede na specifiko posameznih področij lahko sledimo skupnim zakonitostim na področju celotnega učenja, medpredmetnosti in didaktične igre.

	ŠPORTNA VZGOJA	MATEMATIKA
CELOSTNO UČENJE	*Opredelitev predmeta:* … Z redno in kakovostno športno vadbo prispevamo k skladnemu biopsihosocialnemu razvoju mladega človeka … *V splošnih izhodiščih UN je opredeljeno, da naj učitelj sledi naslednjim izhodiščem:* … športna vzgoja je sredstvo celostnega razvoja otroka in mladostnika …	*Didaktična priporočila:* … Začetni pouk matematike naj izhaja iz izkustvene ravni učencev, ... Holistični pristop učenja in poučevanja uresničujemo z raziskovalno dejavnostjo, reševanjem problemov iz vsakdanjega življenja, vključevanjem aktualnih vsebin in sodobnih tehnologij.
MEDPRED-METNOST	Splošna izhodišča narekujejo učitelju, da povezuje športno dejavnost z drugimi predmetnimi področji. Eno od pomembnih načel posodabljanja učnih načrtov je tudi povezanost in prepletenost znanj. K celostnemu razumevanju športa in njegovih učinkov pripomore povezovanje športne vzgoje z vsebinami drugih predmetov (…, matematika, …). S takim didaktičnim pristopom skušajo učitelji izbrano vsebino obravnavati čim bolj celostno oziroma na isti problem pogledati z različnih vidikov. Tako je mogoče različno znanje posredovati učencem tudi na višjih kognitivnih ravneh (razumevanje, sklepanje, analiziranje, utemeljevanje). Tak način dela zahteva skupno načrtovanje učiteljev različnih predmetov.	Didaktična priporočila opredeljujejo namen medpredmetnega povezovanja: usposobiti učence uporabljati in povezovati znanja ter razvijati ustvarjalnost. Zmožnost prenosljivosti znanja oblikuje suverenejšo osebnost, ki se lahko sooča z različnimi izzivi, hkrati pa zmožnost povezovanja različnih znanj in spretnosti prispeva k večji kulturni in etični zavesti posameznika.
IGRA	V prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju je poudarjen osnovni športni program, ki ga učenci spoznajo z igro. Igra jim omogoča zelo naraven način izražanja. Neposrednost, ki jo ponuja, bogati otrokovo raziskovanje in dojemanje okolice ter samega sebe in ga spodbuja k dejavnejšemu gibalnemu izražanju ter doživljanju. Učenci z igro izboljšujejo gibalne sposobnosti, posebno še orientacijo v prostoru, situacijsko mišljenje in ustvarjalnost ter zadovoljujejo potrebo po gibanju. Pomembna je za njihovo socializacijo, saj omogoča skupno sodelovanje in jih tako postopno navaja na delovanje v skupini.	Didaktična priporočila za delo v 1. VIO narekujejo učitelju, da kot poglavitno metodo vključuje didaktično igro, ki omogoča učencu razvoj predstav. Pojme lahko začnemo vpeljevati, še preden jih formalno poimenujemo.

Tabela 1: Umeščenost pojmov v učna načrta

Opis dejavnosti, ki omogočajo medpredmetno povezanost športne vzgoje in matematike v 1. vzgojno-izobraževalnem obdobju (VIO)

Igra je zabava, je pa tudi nadvse resno delo. (Abbot in Rodgers)

V nadaljevanju so predstavljene konkretne dejavnosti (igre), ki omogočajo uresničevanje medpredmetnih povezav med matematiko in športno vzgojo oz. športno vzgojo in matematiko v 1. VIO. Opredeljeni so cilji nosilnega predmeta in cilje podpornega predmeta. Predstavljene dejavnosti lahko prenesemo tudi v druge vzgojno-izobraževalne situacije, kar je nakazano v sklopu Priložnosti.

1. dejavnost: ŠPORTNI COPATI (igra, primerna za zaključni del ure)
Cilji MAT:
TEMA: Aritmetika in algebra, SKLOP: Računske operacije in njihove lastnosti
Učenci znajo uporabiti računsko operacijo deljenja s pomočjo konkretnih materialov pri reševanju problemov.
Cilji ŠVZ:
Učenci poznajo pomen varne športne obutve, krepijo mišice stopalnega loka.
Potek: Pred učenca postavimo večje število športnih copatov (Slika 1). Učenec mora ugotoviti, koliko športnikov bi lahko obul v razpoložljive copate. Priložimo lahko tudi kartončke s števili, ki so učencu lahko v pomoč pri urejanju in reševanju. Ob tem se pogovorimo o varni športni obutvi - zakaj morajo biti športni copati zavezani in nedrseč podplat. Medtem ko so bosi, učenci izvajajo vaje za krepitev stopalnega loka: hoja po prstih, hoja po vrvi, pobiranje predmetov s prsti nog, risanje z nogo.
Priložnosti: Situacijo lahko izkoristimo za uvajanje poštevanke števila 2, za oblikovanje prikazov s stolpci.

Slika 1: Športni copati (vir: arhiv fotografij OŠ Miklavž pri Ormožu)

2. dejavnost: NAJDI PRAVO POT
Cilji MAT:
TEMA: Geometrija in merjenje, SKLOP: Orientacija
Učenci znajo opredeliti položaj predmeta glede na sebe oziroma glede na druge predmete in znajo pri opisu položajev pravilno izražati (nad/pod, zgoraj/spodaj, desno/levo ipd.), razvijajo strategije branja in prepoznavanja poti.
Cilji ŠVZ:
Učenci uporabljajo pojme za orientiranje v prostoru, razvijajo ravnotežje, natančnost zadevanja z nogo, krepijo mišice stopalnega loka. Prepoznajo nogometno žogo in zadevajo gol z nogo.
Potek: Od opazovalnega mesta naprej namestimo kolebnice različnih debelin in dolžin (Slika 2). Učencu podamo navodilo, naj z opazovanjem ugotovi, katera vrv vodi do žoge. Ko izbere kolebnico, s hojo po njej poskuša priti do žoge. Ko opravi nalogo, med ponujenimi izbere nogometno žogo in zadeva na gol z nogo.

Slika 2: Prava pot (vir: arhiv fotografij OŠ Miklavž pri Ormožu)

3. dejavnost: ŽOGE V VEDRO

Cilji ŠVZ:

Učenci razvijajo natančnost, taktično mišljenje, tehniko metanja z eno roko, skladnost gibanja oko-roka, znajo upoštevati pravila elementarnih iger.

Cilji MAT:

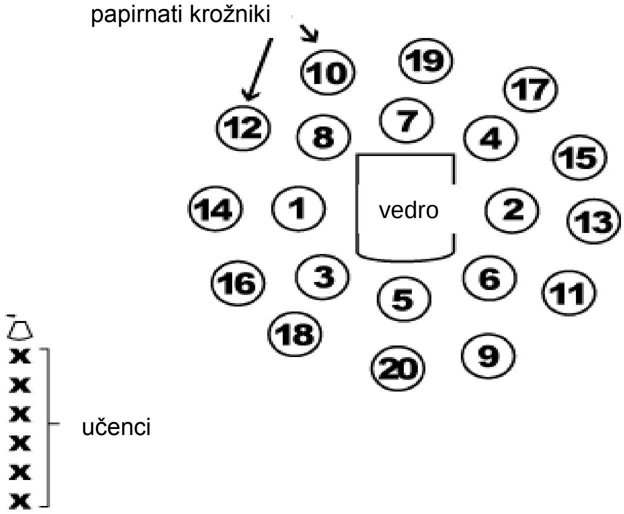
TEMA: Aritmetika in algebra, SKLOP: Računske operacije in njihove lastnosti

Učenci znajo seštevati in odštevati v množici naravnih števil do 20 (do 100).

Potek: Potrebujemo: 1–30 s številkami označenih papirnatih krožnikov, 1 večje vedro, 4 žoge (blazinice z rižem), 4 stožce ali talne oznake za označevanje startne črte. Igra lahko več ekip, najmanj dve. Na sredini prostora, približno enako oddaljeno od vseh ekip, stoji vedro (pribl. 6 m). Okrog vedra razporedimo papirnate krožnike tako, da so manjše vrednosti bliže vedru, večje pa so od vedra bolj oddaljene (Slika 3). Prvi v ekipi na znak stopi na kateri koli krožnik in od tam vrže blazinico v vedro. Če zadene, vzame krožnik in ga nese v svojo ekipo, če ne zadene, se vrne samo z blazinico, ki jo poda naslednjemu učencu. Igra se konča, ko zmanjka krožnikov. Ekipa sešteje točke – številke na krožnikih.

Priložnosti:

- opredelimo način gibanja do krožnikov (plazenja, poskoki, tek zadenjsko, vodenje žoge, čep …),
- učenci zbirajo večkratnike nekega števila,
- spremenimo pravilo tako, da je pomembno, da skupine zberejo čim manj točk,
- na krožnikih so zapisani številski izrazi, katerih rezultate je potrebno sešteti za rezultat ekipe,
- igro lahko časovno omejimo,
- krožnike s številkami uporabimo pri poučevanju v razredu.



Slika 3: Prikaz razporeditve krožnikov okrog vedra

4. dejavnost: 'TEŽKA' BESEDA
Cilji ŠVZ:
Učenci pozorno poslušajo in upoštevajo navodila, znajo hitro reagirati, širijo besedišče, uporabljajo nove izraze (prožna ponjava, koza, skrinja, gred, bradlja …), razvijajo orientacijo v prostoru.
Cilji MAT:
TEMA: Geometrija in merjenje, SKLOP: Geometrijske oblike in uporaba geometrijskega orodja
Učenci znajo prepoznati in poimenovati geometrijska telesa in like ter pri opisu lastnosti uporabljajo matematične izraze (ploskev, rob, oglišče, stranica).
Potek: En igralec (srednji igralec) ima odročeni roki in razpre prste na rokah. Ostali igralci se razporedijo okrog njega tako, da se dotikajo srednjega igralca za prst ali hrbtišče dlani. Dogovorimo se za ključno besedo: npr. oglišče. Srednji igralec postavlja vprašanja: npr. ali je ta beseda premica, ali je ta beseda stranica, ali je ta beseda ploskev, ali je ta beseda ognjišče, ali je ta beseda vozišče … ali je ta beseda – oglišče. Učenci vsakič odgovorijo NE. Ko izreče pravo besedo, vsi stečejo v zapik (npr. na blazino …). Kogar srednji igralec ujame, prevzame vlogo 'spraševalca'.
Priložnosti: Namesto za prste se lahko držijo učenci za obroč, ki ga srednji igralec drži v odročeni roki.

5. dejavnost: RIBOLOV
Cilji MAT:
TEMA: Aritmetika in algebra, SKLOP: Računske operacije in njihove lastnosti
Učenci znajo seštevati in odštevati v množici naravnih števil do 20 (do 100).
Cilji ŠVZ:
Učenci razvijajo natančnost gibanja, znajo oceniti situacijo po opravljenem gibanju: znajo se umiriti in sprejeti ustrezno odločitev v čim krajšem času.
Potek: Za izvedbo dejavnosti potrebujemo obroče, palico, na kateri je obešena vrvica z magnetom, kartončke s številskimi izrazi (na vsakem kartončku je magnetna ploščica (Slika 4). Učenec vzame palico in iz obroča lovi številske izraze (ribe). Navodilo, ki ga damo učencu, je lahko: polovi iz ribnika tiste račune, katerih vsota je manj kot 10, ulovi račune, katerih razlika je več kot deset, ulovi račune, katerih vsota je sodo število … Igro izvajamo v štafetni obliki ali kot zaključek vadbene ure.
Priložnosti:
- namesto seštevanja in odštevanja lahko uporabimo množenje in deljenje in navodilo, ki bi ga v tem primeru dali učencu, bi bilo: ulovi tiste račune, katerih rezultat so večkratniki števila 2;
- kartončke lahko izkoristimo tudi za oblikovanje besedilnih nalog. Učenec ulovi račun in potem oblikuje nalogo, ki bi ustrezala zapisu.

Slika 4: Ribniki (vir: arhiv fotografij OŠ Miklavž pri Ormožu)

6.Dejavnost: RAZVRŠČANJE

Cilji MAT:

TEMA: Druge vsebine, SKLOP: Logika in jezik

Učenci znajo razporediti predmete glede na eno izbrano lastnost in s tem oblikovati množice, znajo ubesediti lastnost, po kateri so bili predmeti razporejeni in ponazoriti razporeditev predmetov z različnimi prikazi.

Cilji ŠVZ:

Učenci razlikujejo različne vrste žog, razvijajo skladnost gibanja z žogo, znajo izbrati ustrezno rešitev naloge.

Potek: Za izvedbo dejavnosti potrebujemo več različnih žog. Slika 5 kaže prikaz dejavnosti, v kateri bo uporabljenih 9 različnih žog. Igro organiziramo kot štafeto. Učenci se razdelijo v skupine. Vsaka skupina ima pred seboj žoge. Na znak učenec izbere žogo in steče po določeni poti, med tekom žogo kotali, vodi z roko, nogo, s palico. Na koncu poti mora svojo žogo razvrstiti v prikaz na tleh. Upoštevati mora dva kriterija: barvo žoge in vrsto žoge. Ko odloži žogo, steče nazaj do svoje skupine in nato nadaljuje drugi član skupine. Skupina nadaljuje, dokler ne uporabi vseh žog. Sledi razgovor o pravilnosti prikaza.

Priložnosti:

- namesto žog lahko uporabimo tudi druge pripomočke – rutice, stožce, kije …
- štafetno obliko izvedbe lahko zamenjamo s sodelovanjem celotnega razreda pri razvrščanju žog, pripomočkov.
- Spremenimo vrsto in smer gibanja: nazaj, bočno, čepe, po štirih … Tako dosežemo več orientacije v prostoru in krepitev mišic rok, nog, trupa.

Slika 5: Prikaz (vir: arhiv fotografij OŠ Miklavž pri Ormožu)

7. Dejavnost: Štafetno računanje

Cilji MAT:

TEMA: Aritmetika in algebra, SKLOP: Računske operacije in njihove lastnosti

Učenci znajo seštevati in odštevati v množici naravnih števil do 20 (do 100).

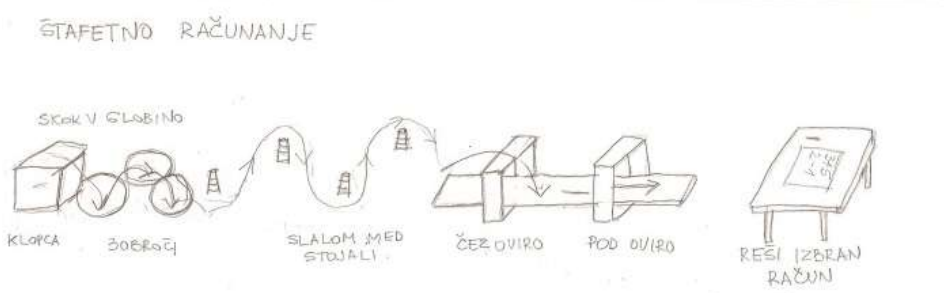
Cilji ŠVZ:

Učenci razvijajo moč, orientacijo v prostoru, natančnost, ravnotežje, skladnost gibanja, znajo upoštevati dogovorjena pravila, se znajo zbrati po izvedenem gibanju in sprejeti ustrezno odločitev v čim krajšem času.

Potek: Učence razdelimo v enakovredne skupine. Postavimo štafetni poligon z nalogami, kot je narisano na skici (Slika 6). Vsak učenec premaga naloge poligona čim hitreje in na koncu reši preprost matematični problem. Ko zaključi, steče v svojo kolono in z dotikom naslednjega učenca omogoči njegov start. Učenci naj ne tečejo s svinčnikom v roki. Pisalo naj jih čaka pri nalogi. Na koncu preverimo, koliko računov je katera ekipa pravilno rešila.

Priložnosti: Naloge v poligonu so lahko različne, odvisno od ciljev športne vzgoje, ki jih želi učitelj doseči.

Iste naloge poligona lahko otežimo tako, da učenci gibanje izvajajo zadenjsko, po štirih, bočno, s poskoki, v parih …



Slika 6: Štafetni poligon

8. Dejavnost: Vsi domov (skupinski teki z izmeno mest)
Cilji MAT:
TEMA: Geometrija in merjenje, SKLOP: Geometrijske oblike in uporaba geometrijskega orodja
Učenci znajo prepoznati, opisati in poimenovati geometrijska telesa in geometrijske like.
Cilji ŠVZ:
Učenci razvijajo orientacijo v prostoru, skladnost gibanja, razvijajo moč rok in hrbtnih mišic, znajo pravilno dvigniti breme, sodelujejo s člani ekipe, oblikujejo ustrezne vedenjske vzorce, prepoznavajo slišna in vidna znakovna navodila.
Potek: Učenci so razdeljeni v 4 ekipe. Vsaka ima svojo blazino v svojem delu telovadnice. Učenci imajo nalepljene oznake: □, O, △ ali ▭ različnih barv: rumene, rdeče, zelene, ali modre
- Na učiteljev znak 'vsi domov', vsak steče na svojo blazino: □, O, △, ▭.
- Učitelj nato **reče** npr.: zamenjajo se rumeni □ in rdeči △.
- Nato učitelj **pokaže** dve lastnosti na kartonu. Učenci, ki imajo ti dve lastnosti, se zamenjajo. Npr. vsi rdeči in vsi zeleni zamenjajo mesta. Vsi O in ▭ zamenjajo mesta. Ali: vsi rdeči △ in rumeni O zamenjajo mesta. Ko želi, da se vzpostavi prvotno stanje, zakliče »vsi domov«.
Priložnosti: Naloge v poligonu so lahko različne, odvisno od cilja, ki ga želi učitelj doseči. Na klic: npr. menjava O in ▭ s hišami vred se skupini zamenjata tako, da s seboj preneseta tudi svoji blazini. Naloga je primerna za ogrevanje ali zaključni del ure.

9. Dejavnost: Ekipno plezanje po vrvi
Cilji MAT:
TEMA: Aritmetika in algebra, SKLOP: Naravna števila in število 0
Učenci znajo šteti in brati števila do 20 (100), vključno s številom 0.
Cilji ŠVZ:
Učenci usvojijo varno tehniko plezanja po vrvi gor in dol, razvijajo moč rok in ramenskega obroča, vztrajnost, premagujejo strah pred višino, doživijo občutek pripadnosti ekipi.
Potek: Učenci eden za drugim plezajo po vrvi. Vsak pove, do katere številke je splezal. Seštejemo, koliko točk je zbral ves razred septembra in koliko novembra. Primerjamo vrednosti in ugotavljamo razloge za razlike. Ne pozabimo zagotoviti varovanja z blazinami. Opozorimo učence na plezanje po vrvi tudi navzdol (ne spuščanje po vrvi). Nekateri učenci ne bodo zmogli preplezati niti do prve števke. Njim izmerimo čas, kolikor vztrajajo v položaju visenja na vrvi, in zabeležimo sekunde. Bodimo pozorni na dovolj velik razmik med posameznimi vrednostmi (pribl 30 cm).

Priložnosti: Pri mlajših učencih določimo najvišjo točko, do kamor lahko splezajo. Na enak način lahko izmerimo tudi ekipni skok z mesta, ekipni met riževe blazinice, ekipni rezultat v teku ali štafetnem teku na določeno razdaljo. Plezajo lahko tudi po žrdi, lestvi, letveniku.

Zaključek

Pri vključevanju gibanja oz. elementov športne vzgoje v učenje drugih predmetov obstaja več vidikov gibanja:

a) Gibanje kot sredstvo za učenje, kar pomeni, da z gibanjem usvajamo znanja različnih učnih predmetov, vendar je pogosto tako gibanje premalo intenzivno in traja premalo časa, da bi lahko uresničevali tudi cilje šolske športne vzgoje. Za učinkovito izpeljavo je dovolj že manjši prostor – npr. razred.

b) Gibanje kot sredstvo učenja novega gibalnega znanja; pri tem gre za povezovanje preprostih ali že znanih gibanj v novo, kompleksnejše znanje. Novo kakovost gibalnega znanja lahko dosežemo tudi z uporabo že znanega v drugačnih, nevsakdanjih okoliščinah. Z dovolj intenzivnim gibanjem učenci razvijajo temeljne gibalne in funkcionalne sposobnosti.

c) Ko prej omenjeni obliki ustrezno povežemo, lahko uresničujemo cilje dveh ali več učnih predmetov hkrati, vendar ob pogoju, da ne vključujemo na obeh/vseh področjih istočasno podajanja novih informacij. Izberimo raje npr. že znano gibanje v obliki elementarnih ali štafetnih iger, poligona, obhodne vadbe ali vadbe po postajah. Tako dosegamo tudi cilje ŠVZ, vendar na nivoju ponavljanja, utrjevanja, za razvoj temeljnih gibalnih in funkcionalnih sposobnosti.

Na osnovi zapisanega lahko dejavnosti/igre razdelimo v tri sklope. Didaktične igre, ki nam omogočajo medpredmetno povezavo športne vzgoje in matematike, smo razdelili v tri sklope. Prvi sklop predstavljajo igre, ki imajo najbolj močno povezavo na osnovi ciljev, ki jih dosegamo. V to skupino sodijo: hoja čez potok, žoge v vedro, štafetno računanje, plezanje. Drugo skupino iger lahko oblikujemo na osnovi pripomočkov, ki so bili izhodišče medpredmetne povezave: najdi pravo pot, športni copati, razvrščanje, sestavi grad, kombinacija stožcev, izberi predmet, vsi domov. Tretjo skupino iger pa predstavljajo dejavnosti, kjer smo medpredmetno povezavo ustvarili zaradi vsebin, ki se pojavljajo: dama, mlin, izberi predmet, težka beseda.

Viri

1. Kovač in drugi (2011): Učni načrt, športna vzgoja, Program osnovna šola. Dostopno na http://url.sio.si/PG
2. Marentič Požarnik, B. (2003): Psihologija učenja in pouka. DZS, Ljubljana.
3. Marentič Požarnik, B. (2000): Psihologija učenja in pouka. DZS, Ljubljana.
4. Marjanovič, L., Zupančič, M. (2001): Psihologija otroške igre. FF, Ljubljana.
5. Gagne, R. M. (1985): The conditions of learning and theory of instruction. New York: Holt,
6. Rinehart & Winston. Pistotnik, B. (1995): Vedno z igro. Fakulteta za šport, Ljubljana.
7. Planinšec, J. (2004): Celostna športna vzgoja. V Zbornik 3. Mednarodnega simpozija Otrok v gibanju (184-190).
8. Ščuka, V. (2007): Šolar na poti do sebe. Didakta, d. o. o., Radovljica.
9. Rutar Ilc, Z. (2010): Medpredmetne in kurikularne povezave v kontekstu učnociljnega in procesnega načrtovanja in izvajanja pouka. V: Medpredmetne in kurikularne povezave. Zavod republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
10. Woolfolk, A. (2002): Pedagoška psihologija. Educy, Ljubljana.

11. Videmšek, M., Tomazini, P., Grojzdek, M. (2007): Gibalne igre z improviziranimi pripomočki. Fakulteta za šport, Institut za šport, Ljubljana.
12. Videmšek, M., Pišot, R. (2007): Šport za najmlajše. Fakulteta za šport, Institut za šport. Ljubljana.
13. Žnidarič, D. (1993): Otrokov govor. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.

UPORABA MATEMATIČNEGA ZNANJA V SKLOPU TEHNIŠKEGA DNEVA

The Application of Mathematical Knowledge in the Framework Of Technical-Science Day Activities

Darja Sever, OŠ I Murska Sobota

darjasever@gmail.com

Povzetek

Matematiko srečujemo na večini področij človekovega življenja in ustvarjanja. Pomembno je, da učencem uporabnost matematike prikažemo na praktičnem primeru. To nam omogočajo tehniški dnevi, ki so novost v devetletni osnovni šoli. V ciljih dni dejavnosti je zapisano, da z dnevi dejavnosti učencem omogočimo: utrjevanje in povezovanje znanja, uporabo znanja in nadgradnjo s praktičnim delom, medsebojno sodelovanje ter odzivanje na aktualne dogodke v okolju. Z izbrano temo lahko povežemo več učnih ciljev. Za novoletno okrasitev šole sem izbrala izdelavo okraska, katerega osnova je platonsko telo: ikozaeder ali dvajseterec. Vključila sem še konstruiranje enakostraničnega trikotnika in očrtane krožnice. S tehniškim dnem smo spodbujali tudi globalne cilje, kot so: uporaba geometrijskega orodja, razvijanje geometrijske predstave, opisovanje postopka geometrijske konstrukcije, prepoznavanje in oblikovanje simetrične oblike ter razvijanje natančnosti. Zaradi zadovoljstva učencev s tehniškim dnevom sem se odločila, da ga predstavim kolegom matematikom.

Ključne besede: tehniški dan, medpredmetno povezovanje, platonska telesa, ikozaeder, enakostranični trikotnik.

Abstract

Mathematics is the subject that is widely presented in many areas of human life and creativity. Therefore it is important to show the students, the use of mathsematics on practical examples. Technical-Science days, which are a novelty in grade 9 of primary school, are a great opportunity to do this. It is written in the aims of curricular activities that these activity days enable students to revise and integrate, use their knowledge and upgrade it with practical work, make possible mutual cooperation and give opinion on current events in their social environment. Quite a few educational aims can be connected with the chosen topic. For example, for the New Year's decoration of the school I chose the making of the ornament the basis of which is the platonic solid: icosahedron or regular polyhedron. I included the construction of equilateral triangle and circumscribed circle. With the activities of Technical-Science day we also tried to encourage global aims, such as geometric tools, development of geometric perception, description of the procedure of geometric construction, identifying and describing symmetrical shapes, as well as developing the accuracy. Due to the satisfaction of the students with the entire Technical-Science day and its curricular activities, I have decided to present the described activities to my colleagues mathematics teachers.

Key words: technical Science Day, cross-curricular integration, platonic solids, icosahedron, equilateral triangle.

Uvod

Pomembna vloga matematike je podpora drugim naravoslovno-tehniškim in družboslovno-humanističnim znanostim, zato matematiko srečujemo na večini področij človekovega življenja in ustvarjanja. Za upravljanje določenih dejavnosti je zato manj pomembno zgolj rutinsko obvladovanje računskih postopkov, vedno pomembnejši pa so razumevanje, medpredmetno povezovanje in uporaba matematičnega znanja ter zmožnost reševanja problemov (Učni načrt, Matematika, str. 4).

Kot učiteljica matematike ter tehnike in tehnologije na šoli organiziram tehniške dneve. Vsak tehniški dan je zame izziv. Pri načrtovanju tehniških dni upoštevam več kriterijev: primernost razvojni stopnji učencev, povezanost s cilji iz učnih načrtov, omogočanje meddisciplinarnosti, razvijanje elementov raziskovalnega učenja, materialno zahtevnost in možnosti, časovno opredelitev in organizacijske možnosti. Trudim se, da bi bili učenci motivirani za delo, hkrati pa bi poglobili svoje znanje. Že nekaj let je tradicija na šoli, da 6. 12. izvedemo tehniški dan na temo novoletni okraski in voščilnice. Moja naloga je, da izberem primeren okrasek in učencem pripravim navodila.

V letošnjem šolskem letu sem se odločila za dvajseterec oz. ikozaeder. Ikozaeder je konveksni polieder, ki je omejen z dvajsetimi enakostraničnimi trikotniki. Okrasek sem načrtovala na ta način, da izrežemo dvajset krogov, vrišemo enakostranične trikotnike, prepognemo po stranicah trikotnika in jih zlepimo. Poleg prostorske geometrije se mi je pri načrtovanju tehniškega dne zdela pomembna tudi ravninska konstrukcija. Glede na to, da se je tehniški dan izvajal od 6. do 9. Razreda, je bila ta konstrukcija v posameznem razredu drugačna.

Izdelala sem ista navodila za vse učence od 6. do 9. razreda. Pri prvi točki so morali učenci samostojno izdelati šablone. Dan prej smo učitelji z učenci (pri pouku matematike) ponovili o geometrijskih telesih, navedli smo pet platonskih teles in narisali krožnico ter vrisali enakostranični trikotnik oz. trikotniku očrtali krožnico.

Za prispevek sem se odločila predvsem zaradi zadovoljstva učencev s tehniškim dnem. Na začetku se je učencem izdelek zdel zahteven. Dela so se lotili s spoštovanjem. Zavedali so se, da morajo biti natančni. Ko so prvi izdelek izdelali, pa so se lotili naslednjega večjega. Svoje izdelke so z veseljem občudovali na hodnikih.

Slika 1: Okraševanje šole

Cilji tehniškega dne
V ciljih dni dejavnosti je zapisano, da z dnevi dejavnosti učencem omogočimo: utrjevanje in povezovanje znanja, uporabo znanja in nadgradnjo s praktičnim delom, medsebojno sodelovanje ter odzivanje na aktualne dogodke v okolju. Za uresničevanje ciljev vsebine niso določene. Nasprotno, cilji nas usmerjajo v njihovo izbiro po lastni presoji. Te naj povezujejo različna predmetna področja in medpredmetna področja z dogodki in možnostmi okolja (Florjančič, str. 9,10).

Cilji, ki smo si jih zadali s tem tehniškim dnevom:
Učenci:

- povezujejo teorijo s prakso in ob delu razširjajo znanje o matematiki, tehniki, tehnologiji in ekonomiki dela ter odnosih med ljudmi;
- preučujejo uporabo matematike ter tehnike in tehnologije v vsakdanjem življenju in njene vplive na okolje in kakovost življenja;
- razvijajo kulturo dela in pravilen odnos do dela;
- razvijajo svoje inventivne sposobnosti (razmišljajo o svojem delu in se vprašajo, kaj bi storili bolje);
- se navajajo na gospodarno izrabo energije, časa in gradiv;
- razvijajo geometrijske predstave in natančnost.

Učenci so bili na tehniškem dnevu razporejenih po razredih. Iz vsakega razreda je nekaj učencev izdelovalo voščilnice. Ti učenci so bili razporejeni v treh skupinah izven razreda. Za učence sem pripravila delovne liste in material. Material je bil odpadni karton, ki smo ga dobili od bližnjih tiskarn.

Učna ura matematike pred izvedbo tehniškega dne
Tehniški dan se je izvajal od 6. do 9. razreda, in sicer v 11 oddelkih. V petih razredih in devetih heterogenih skupinah poučujemo trije učitelji matematiki. Uro matematike pred tehniškim dnem smo namenili ponovitvi geometrijski teles in načrtovanju enakostraničnega trikotnika ter krožnice.

V uvodu smo učencem prikazali animacije petih platonskih teles. Uporabili smo animacije s spletne strani http://si.wikipedia.org/wiki/platonskao_telo. Platonsko telo ali pravilno telo je konveksni polieder, katerega ploskve so med seboj skladni mnogokotniki z lastnostjo, da se v vsakem oglišču stika isto število ploskev. Obstaja pet platonskih teles: tetraeder, kocka, oktaeder, dodekaeder in ikozaeder. Podrobneje smo si ogledali ikozaeder. Ikozaeder (zelo redko tudi dvajseterec) je konveksni polieder, ki je omejen z dvajsetimi enakostraničnimi trikotniki. Ikozaeder ima 20 ploskev (od tod tudi ime: grško εικοση [ikozi] = dvajset), 30 robov in 12 oglišč. V vsakem oglišču se stika pet robov in pet ploskev.

Pokazali smo jim model našega okraska. Po pregledu izdelka so ugotovili, da je ta izdelek izdelan iz krogov. Ti krogi so prepognjeni po stranicah enakostraničnega trikotnika. Pouk se je nadaljeval glede na razred in predznanje učencev. Pri načrtovanju smo si pomagali z globalnimi cilji posameznega vzgojno-izobraževalnega obdobja.

6. in 7. razred
Pri načrtovanju ure smo težili h globalnim ciljem drugega vzgojno-izobraževalnega obdobja. Vključili smo tudi učence 7. razreda, saj v sedmem razredu še nismo obravnavali učne teme geometrija in merjenje.

Učenci:
- uporabljajo geometrijsko orodje;
- razvijajo geometrijske predstave;
- prepoznavajo in oblikujejo simetrične oblike;
- razvijajo natančnost.

Za osnovo načrtovanja je bila krožnica poljubnega polmera. Polmer krožnice smo nanesli šestkrat na krožnico. Dobili smo šest točk. Razdalja med sosednjima točkama je enaka. Če povežemo vsako drugo točko, dobimo trikotnik. Ugotovimo, da je razdalja med točkami enaka. Ugotovili smo, da smo narisali enakostranični trikotnik.

8. in 9. razred
Ker imajo učenci 8. in 9. razreda več predznanja, smo njihovo znanje le ponovili. Ponovili smo naslednje učne cilje 7. razreda:
- opišejo trikotnik (označijo oglišča, stranice, kote), razvrščajo trikotnike glede na kote in stranice;
- poznajo odnose med notranjimi koti trikotnika in stranicami trikotnika ter to uporabljajo pri načrtovalnih nalogah;
- trikotniku očrtajo in včrtajo krog;
- prepoznajo in načrtajo osno-simetrične trikotnike.

V 9. razredu smo ponovili učne cilje 8. razreda:
- poznajo vsoto notranjih in zunanjih kotov večkotnika;
- poznajo pojem pravilni večkotnik;
- poznajo in uporabljajo strategije načrtovanja večkotnikov.

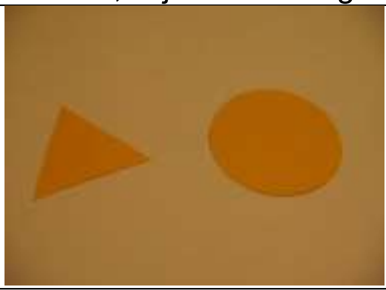
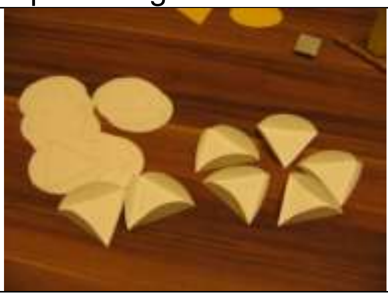
Razvijali smo tudi globalne cilje tretjega vzgojno izobraževalnega obdobja, in sicer:
Učenci:
- razvijajo geometrijske predstave v ravnini in prostoru;
- razvijajo uporabo geometrijskega orodja pri načrtovalnih geometrijskih nalogah;
- razvijajo strategije geometrijskih konstrukcij z uporabo geometrijskega orodja;
- opisujejo postopek geometrijske konstrukcije;
- razvijajo natančnost.

Narisali smo skico in ponovili znanje sedmega oz. osmega razreda. Nato so učenci individualno načrtovali konstrukcije. Eni so najprej narisali krožnico in nato včrtali trikotnik. Drugi so najprej narisali trikotnik in nato očrtali krožnico.

Navodila za izdelavo izdelka
Na A4 list sem učencem pripravila naslednja navodila za izdelavo izdelka. Dodala sem fotografije. Določeni učenci si niso izdelali šablon, ampak so raje vsak krog in včrtan enakostranični trikotnik posebej narisali. To se mi ni zdelo slabo, saj so bili na ta način bolj natančni.

<table>
<tr>
<td>OKRASEK

Potrebujemo: škarje, lepilo, tapetniški nožek, ravnilo, šestilo, beli sukanec, iglo

Material: beli karton</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>1. Izdelamo šabloni.
Krog poljubnega polmera (priporočamo 3 cm).
Druga šablona je enakostranični trikotnik, ki je včrtan krogu.</td>
<td>2. S pomočjo šablone narišemo dvajset krogov na beli karton.
3. V kroge vrišemo enakostranične trikotnike.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>4. Izrežemo kroge in jih prepognemo po stranicah enakostraničnega trikotnika. Pomagamo si z zarezami tapetniškega noža.</td>
<td>5. Pet delov zlepimo skupaj kot kaže slika (dvakrat).</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>6. Deset delov zlepimo skupaj v trak, kot kaže slika spodaj. V nadaljevanju zlepimo še konca traku.</td>
<td>7. Dobili smo tri dele. Te dele zlepimo skupaj in dobimo okrasek. ☺</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Izvedba
V tem delu bi rada opisala izvedbo tehniškega dne in priložila nekaj fotografij.
Poleg okraskov smo na tehniškem dnevu izdelovali tudi voščilnice za namen šolskega bazarja. Glede na to, da je namen voščilnic prodaja, smo v k izdelavi voščilnic privabili natančnejše učence. Okraske so izdelovali ostali učenci, vključeni so bili tudi vzgojno problematični učenci. Učenci, ki so pri pouku nemirni, so bili pri tehniškem dnevi zelo vztrajni. Poglobili so se v izdelavo, med sabo so tekmovali, kdo bo izdelal večji okrasek.
Prve štiri šolske ure smo namenili izdelavi. Zadnjo šolsko uro pa smo okrasili šolo. Okraske smo obesili na veje, le te pa na hodnike šole.

Nekaj utrinkov:

Slika 2: Načrtovanje enakostraničnega trikotnika

Slika 3: Sestavljanje okraska

Slika 4: Velikanka

Zaključek

Kot učiteljica matematike se večkrat srečam z vprašanjem: »Ge mo ge tau nüco?«, prevod: »Kje bom jaz to potreboval?« Učitelji se zavedamo, da je vloga matematike široko zastavljena, a se mi zdi, da to premalokrat dokažemo učencem. Pomembno je, da se medpredmetno povezujemo in učencem omogočimo zmožnost reševanja problemov ter uporabo matematičnega znanja.

V učnem načrtu poudarjamo natančnost. Sem mnenja, da je natančnost zelo pomembna. Učenci so navajeni na računalniške igrice. Pri računalniških igricah napako hitro popravimo, če ne gre, pa izbrišemo in igramo ponovno. V vsakdanjem življenju napako lahko delno popravimo, a je ne moremo izbrisati. Napako moramo sprejeti in se iz nje nekaj naučiti. Da bi bilo napak čim manj, pa moramo biti dosledni in natančni. Učenci morajo to ugotoviti na lastnih izkušnjah. Ta izdelek se mi zdi zelo primeren. Ob majhnih napakah v milimetrih, stopinjah se nenatančnost opazi na izdelku. Kljub tem napakam smo okrasek lahko obesili na hodnikih. Učenci pa so svoje napake opazili kot luknje v izdelku. Zavedali so se, da morajo biti bolj natančni pri načrtovanju in sestavljanju. Kot dokaz mojih trditev navajam fotografijo, na kateri učenec navihano in hkrati sramežljivo kaže svojo luknjo.

Slika 5: Nenatančnost

Dodana vrednost matematike tehniškemu dnevu je velika. Hkrati pa nam tehniški dan lahko pomaga razvijati tiste spretnosti, ki jih pri matematiki ne moremo. Učenci so si pridobili ročne spretnosti, natančnost in prostorsko predstavo.

Viri

1. http://si.wikipedia.org/wiki/platonskao_telo (8. 3. 2012)
2. Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika [Elektronski vir] / Predmetna komisija (Žakelj, A. [et al.]). El. knjiga. Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana: 2011.
3. Florjančič, F. in drugi (2005): Tehniški dnevi od 6. do 9. razreda v devetletni osnovni šoli. Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.

FOTOGRAFIJA KOT UČNI PRIPOMOČEK PRI TEMAH RAZMERJE, SORAZMERJE IN PODOBNOST

Photography as a Teaching Tool at Ratio, Proportion and Similarity Themes

Miha Kukec Mezek, OŠ Stranje

miha.kukec.fotografija@gmail.com

Povzetek

V svetu, kjer informacijska tehnologija obkroža vsakega posameznika, je pametno izbrati učne pripomočke, ki so blizu učencem. Digitalna fotografija je eden takih, saj ima že vsak učenec svoj fotoaparat ali mobilni telefon z vgrajenim fotoaparatom. V članku prikažem uporabo fotoaparata za vpeljavo pojmov razmerje, sorazmerje in podobnost. Za različne pojme uporabim same naprave in njihove karakteristike, primere pa podkrepim z iskanjem motivov, ki predstavljajo razmerja in sorazmerja. Pri tem gre tudi za medpredmetno povezovanje, saj poleg matematike uporabim prvine likovne umetnosti in fizike.

Ključne besede: fotografija, razmerje, sorazmerje, podobnost, fizika.

Abstract

In world today, where a person is surrounded with information technology, it is wise to pick teaching tools that are close to pupils. Digital photography is one of such examples, owing to the fact that almost everyone has its own digital camera or cellular phone with a camera. The use of photographic equipment in introducing concepts like ratio, similarity and proportion, is shown in this article. The camera itself - along its characteristics – is used as a tool for presenting those concepts; the examples are illustrated with themes (pictures of objects) that demonstrate ratio and proportion. Interdisciplinary connection is highly visible, due to the presence of art and physics in photography.

Key words: photography, mathematics, proportion, similarity, physics.

Uvod

V prispevku se opremo na fotografijo in z njo povezane količine kot pripomoček pri poučevanju matematike v 9. razredu osnovne šole. Najprej si ogledamo fotoaparat kot napravo, nato ugotovimo, katere ključne lastnosti lahko uporabimo za predstavitev razmerja, sorazmerij in podobnosti. S pomočjo fotografij, ki jih učenci posnamejo sami, spoznamo povezanost fotografije z matematiko, fiziko in naravoslovjem.

Fotoaparat

Fotoaparat je tehnična priprava, ki omogoča zajemanje slike. Digitalni fotoaparati so že na prvi pogled drugačni od analognih, saj njihova ohišja pogosto krasijo različne številke. Pomen teh številk pa nam je pogosto nejasen, zato bomo najprej poskrbeli, da bodo vse številke dobile svojo vrednost in pomen.

Najbolj opevana številka je število svetlobnih pik (angl. pixels), ki pove, koliko različnih odtenkov barv lahko zajame svetlobno tipalo v fotoaparatu. Vrednosti segajo od 2 milijonov na fotoaparatih mobilnih telefonov do 24 milijonov na profesionalnih fotoaparatih. Pomemben del fotoaparata sta tudi zaslonka in zaklop, s katerima reguliramo količino svetlobe, ki jo spustimo v fotoaparat. Zaslonka se nahaja v objektivu in je nastavljiva odprtina, kar pomeni, da s spreminjanjem velikosti te odprtine reguliramo količino svetlobe, ki bo prišla skozi objektiv. Vrednosti zaslonke so običajno označene na objektivu, npr.: 1 : 1,4 ali 1 : 3,5–5,6 (večji razpon vrednosti zaslonk, ki ga najdemo pri fotoaparatih z zoom objektivom). Na objektivu je zapisana tudi goriščna razdalja objektiva (f = 28 – 80 mm) [Slika 1]. Ko fotoaparat prvič uporabimo, nam ponudi izbiro razmerja med stranicama datotek oziroma formata (3 : 2 ali 4 : 3) in velikosti datoteke (4608 x 3456, 640 x 480 svetlobnih pik). Poleg vsega naštetega najdemo še ISO vrednost (ISO 100 do ISO 1600), svetlobno korekcijo (WB ± 2 v korakih po 1/3) in čas zaklopa (1/30 s, 1/500 s).

Slika 1: Oznake in številke na fotoaparatu

Razmerje in sorazmerje

V učnem načrtu za matematiko v osnovni šoli so zapisani naslednji cilji, ki se nanašajo na razmerje in sorazmerje v 9. razredu (Žakelj, 2011):

1. opredelijo in zapišejo razmerje dveh količin,
2. poenostavijo razmerje,
3. opredelijo in zapišejo sorazmerje,
4. izračunajo neznani člen sorazmerja,
5. rešijo naloge premega in obratnega sorazmerja s pomočjo sorazmerij,
6. opredelijo in uporabljajo razmerje dolžin daljic pri računanju neznane dolžine,
7. razdelijo daljico v danem razmerju.

Večino teh ciljev lahko uresničimo s pomočjo uporabe številk, ki so prisotne pri fotoaparatu.

Pri izbiri formata podane možnosti predstavljajo razmerja [Slika 2]; 3 : 2, 4 : 3, 16 : 9, itn.

Slika 2: Izbira formata

To je razmerje med dolžino in širino fotografije (format), ki jo zajame tipalo. Vrednost razmerja je količnik razmerja:

3 : 2 = 1,5
4 : 3 = 1,33
16 : 9 = 1,77
Za razmerja veljajo podobna pravila kot za ulomke (krajšanje ulomkov in poenostavljanje razmerij).
Takoj, ko imamo neko razmerje, lahko poiščemo neko drugo razmerje, ki je prvemu enako. Temu rečemo sorazmerje. Pri fotoaparatu se pojavi pri velikosti datotek.
Izbrali smo format fotografije 3 : 2. Posneti želimo fotografijo, ki ima po daljši stranici 4608 svetlobnih pik. Koliko svetlobnih pik ima datoteka po krajši stranici?
Če izenačimo razmerji 3 : 2 in 4608 : *a* (kjer *a* predstavlja iskano krajšo stranico), dobimo enačbo:

$$\frac{3}{2} = \frac{4608}{a}$$

$$\frac{3a}{2} = 4608$$

$$3a = 9216$$

$$a = 3072$$

Datoteka bo velikosti 4608 x 3072 pik.

Premo sorazmerje je možno najti pri zaslonih in njihovi velikosti. Velikost diagonale zaslona je zapisana v anglosaksonski meri in znaša npr. 2,7˝ (inč, angl. inch) [Slika 3]. Da bi ugotovili, koliko cm je to, uporabimo pretvorbo med inčami in centimetri: 1 inča = 2,54 cm.

$$1 : 2{,}54 = 2{,}7 : x$$

$$x = 6{,}9\,\text{cm}$$

Slika 3: Zaslon fotoaparata

Primer obratnega sorazmerja poiščemo v zaslonki. Zapis 1 : 1,4 nam pove naslednje:
1 ustreza goriščni razdalji – npr. 50 mm, 1,4 ustreza velikosti odprtine zaslonke – v tem primeru 35,7 mm.
Če bi imeli zaslonko 1 : 2,8, bi bila odprtina zaslonke pri isti goriščni razdalji manjša:

$$1 : 2{,}8 = 50 : x$$

$$x = \frac{50}{2{,}8}$$

$$x = 17{,}9\,\text{mm}$$

Podobnost

V učnem načrtu so zapisanini naslednji cilji, ki se nanašajo na podobnost v ravnini v 9. razredu (Žakelj, 2011):

1. opredelijo in uporabljajo razmerje dolžin daljic pri računanju neznane dolžine,
2. razdelijo daljico v danem razmerju,

3. prepoznajo podobne trikotnike in s tem povezane pojme: istoležne stranice, istoležni koti,
4. opredelijo in uporabljajo pojem podobna trikotnika.

Pri podobnosti povemo najprej nekaj o velikosti in primerjavi objektov med seboj. V vsakdanjem življenju izraz podobnost uporabljamo na vsakem koraku, npr. otrok je podoben svojim staršem, pri matematiki pa je podobnost treba posebej določiti [Slika 4].

Slika 4: Podobnost v naravi

Pri tem si pomagamo s slikami različnih formatov, npr. 15 x 10 cm, 18 x 13 cm, 30 x 20 cm, 40 x 30 cm, 45 x 30 cm, itd. Katere izmed fotografij, ki so narejene v teh formatih, so si podobne?

Vsi so pravokotniki, le da njihove stranice niso v enakih razmerjih, npr. 15 : 10, 18 : 13, 30 : 20, itd. Da bi jih lahko primerjali, je treba ugotoviti, v kakšnem razmerju so – razmerja poenostavimo:

15 : 10 = 3 : 2
18 : 13
30 : 20 = 3 : 2
40 : 30 = 4 : 3
45 : 30 = 3 : 2

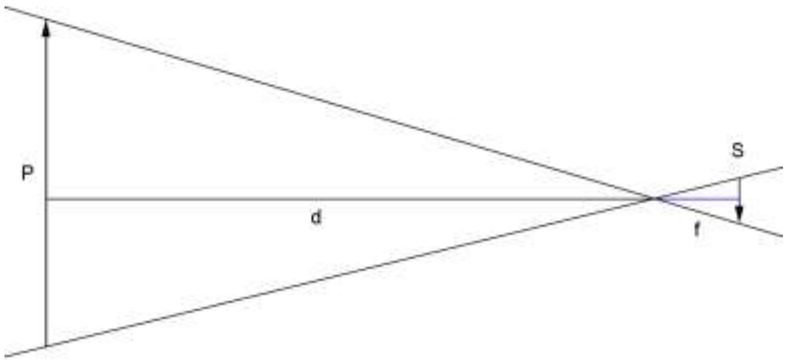
S tem ugotovimo, da so podobni naslednji formati: 15 x 10 cm, 30 x 20 cm in 45 x 30 cm. Če ugotovitev posplošimo: podobni liki imajo enake kote in enako razmerje istoležnih stranic.

Sedaj lahko povemo, kdaj sta dva lika podobna.

Ali sta trikotnika $\triangle ABC$ in $\triangle AB'C'$ na Sliki 5 podobna?

Slika 5: Podobni trikotniki na otroškem igrišču

Pojasnimo: Trikotnika imata en skupen kot (pri oglišču A) in en pravi kot (pri oglišču B in B'. Ker je vsota kotov trikotnika enaka 180° (ne glede na vrsto trikotnika), je tretji kot (pri oglišču C oz. C') enak. Ker so istoležne stranice (AB in AB', BC in B'C' ter AC in AC') vzporedne, sta trikotnika podobna.
Podobnost pa lahko uporabimo tudi pri iskanju velikosti slike predmeta na tipalu [Slika 6]. Pri tem je *P* velikost predmeta, *S* velikost slike, *d* oddaljenost predmeta od leče fotoaparata in *f* goriščna razdalja fotoaparata.



Slika 6: Podobni trikotniki pri nastanku fotografije

Kako daleč od 4 m visokega drevesa moramo postaviti fotoaparat, da bo njegova slika v celoti na tipalu dimenzije 3,6 x 2,4 cm? Uporabljamo 50 mm objektiv.

P = 4 m = 4000 mm

f = 50 mm

<u>S = 3,6 cm = 36 mm</u>

d = ?

$$d : f = P : S$$

$$d = \frac{P \cdot f}{S}$$

$$d = 5{,}6\,\mathrm{m}$$

Naloga vsebuje znanje optike (fizike) in nam pomaga razumeti, zakaj se je treba pri fiksni goriščni razdalji kdaj oddaljiti od objekta, da ga celega dobimo na tipalo (in posledično na fotografijo).

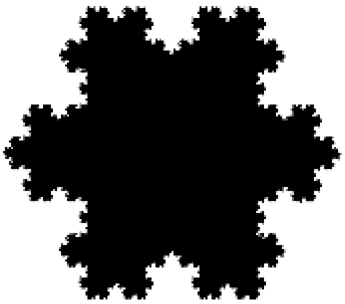
Uporaba fotoaparata pri iskanju primerov

Pogosto določeni pojmi iz matematike ostanejo le v razredu. Z uporabo fotoaparata lahko poiščemo motive, ki prikazujejo razmerje, sorazmerje, podobnost in sorodne pojme [Slika 7]. Da pa se ne bi omejili le na dobesedno iskanje (torej na iskanje fotografij, plakatov, itd.), učencem prej omenimo zelo zanimivo področje matematike, ki obravnava samopodobnost in fraktale.

Slika 7: Kamnita stena

Samopodobnost je izraz, ki ga pogosto zasledimo pri opisovanju narave. Matematike že dolgo časa navdihuje zmožnost narave, da ustvari objekte, ki so v podrobnostih enaki kot celota. Krasen primer za samopodobnost je praprot [Slika 8]. Praprot spada med višje rastline, zanimive pa so predvsem zato, ker njihov nastanek postavljajo v karbon (geološka doba v paleozoiku, začela se je pred 340 milijoni let, končala pred 280 milijoni let). Ko si ogledamo njihove liste, lahko z malo primerjave ugotovimo, da so deli listov podobni celotnemu listu. Vsak del lista ima podobno strukturo kot celota, kar je navdahnilo tudi Helga von Kocha, ki je na začetku 20. stoletja izdelal Kochovo snežinko [Slika 9]. Razvoj likov, katerih posamezni deli so podobni celoti, je razvilo še večje zanimanje za fraktale, ki se poleg pojavljanja v živi naravi najde tudi pri kristalnih strukturah.

Slika 8: List praproti, ki prikazuje samopodobnost



Slika 9: Fraktal, imenovan Kochova snežinka

Učencem poleg uporabe znanja za nastavitev fotoaparata (izbira formata, izbira velikosti datoteke, znanje o velikosti slike predmeta) predstavimo tudi iskanje vzorcev, ki ga lahko izvajajo doma. Določene vrste zelenjave in sadja imajo samopodobno strukturo, na učencih pa je, da to strukturo čim bolj jasno in s svežim pogledom predstavijo na fotografijah [Slika 10].

Slika 10: Cvetača in samopodobnost

Odziv učencev na uporabo fotoaparata kot učnega pripomočka

V letošnjem šolskem letu sem prvič pri obravnavi tem o razmerju in sorazmerju uporabil pojme, povezane s fotografijo. Na začetku se jim je dejstvo, da lahko toliko matematike najdemo pri elektronski napravi, zdela čudna, nato so (nekateri) ugotovili, da je vse skupaj zelo priročno, saj imajo vsaj en fotoaparat prav vsi učenci. Kljub trudu, da bi naredili tudi kakšno fotografijo, je bilo letos le malo odziva, tako da konkretnih primerov še ne morem prikazati, vendar bom po pozitivnem odzivu učencev enak postopek uporabil tudi v prihodnje.

Edina težava, na katero sem naletel, je ta, da s tako obravnavo ne moremo zaobjeti vseh zapisanih ciljev. Delitev daljic na enake dele namreč ni predstavljiva s fotoaparatom, kar je povzročilo nekaj zapletov pri doseganju teh ciljev, saj se jih niso mogli naučiti po prejšnjem vzorcu.

Zaključek

Čeprav sta fotografija in matematika na prvi pogled precej nepovezana pojma, lahko z malo truda fotoaparat vključimo v obravnavanje pojmov in iskanje primerov za posamezne pojme. Pri celotnem poteku dela je treba vedno opozarjati, da so teme povezane tudi z likovno umetnostjo in fiziko ter naravoslovjem in da jih je mogoče obravnavati tudi pri teh predmetih.

Viri

1. Tomšič, G. et al. (2006): Učni načrt: program osnovnošolskega izobraževanja. Matematika. Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Zavod za šolstvo RS, Ljubljana.
2. Žakelj, A. et al. (2011): Učni načrt: program osnovnošolskega izobraževanja. Matematika. Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Zavod za šolstvo RS, Ljubljana.
3. http://www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2003/ura/krevs/html/KOCHOVA%20SNEZINKA.HTML (23. 5. 2012).
4. http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Koch.html (21. 5. 2012).

DO PREDPISA KVADRATNE FUNKCIJE KOT MATEMATIK ALI FIZIK
To General Form of Quadratic Function as Mathematician or as Physicist

Marko Rožič, Srednja šola Črnomelj

rozicmarko@gmail.com

Povzetek
Pri obravnavi kvadratne funkcije rešujemo naloge, kjer skušamo iz narisanega grafa kvadratne funkcije določiti njen predpis. Za določitev splošnega predpisa kvadratne funkcije potrebujemo vsaj tri točke, skozi katere funkcija poteka. Koordinate teh točk odčitamo z grafa. Da bi določili predpis kvadratne funkcije, je potrebno rešiti sistem linearnih enačb, kjer kot neznanke nastopajo koeficienti kvadratne funkcije. Namen prispevka je predstaviti način, kako bi predpis iste kvadratne funkcije določil fizik. Fizik graf kvadratne funkcije zlahka eksperimentalno skonstruira. Parabola je tir gibanja telesa pri poševnem metu. Fizik oceni začetno višino, s katere je bil poševni met izveden, smer, v kateri je bil met izveden, in kako daleč leti telo, preden pade na tla. Te podatke uporabi za izračun predpisa kvadratne funkcije. Pri iskanju vrednosti koeficientov si pomagamo tudi z odvodom. Oba načina iskanja predpisa kvadratne funkcije sta združena na primeru obdelave posnetka gibanja točkastega telesa pri poševnem metu. Analiza posnetka je opravljena s programom Logger Pro.

Ključne besede: predpis kvadratne funkcije, odvod, poševni met, video analiza, Logger Pro.

Abstract
When solving problems related to a quadratic function, we try to determine its general form from the graph. In order to determine it, we need at least three points the function passes through. The coordinates of these points are determined from the graph and solve a system of three linear equations, where the unknown is represented by the three coefficients of the quadratic function. The purpose of the article is to represent a way a physicist would determine the general form of the same quadratic function. A physicist can easily experimentally construct the parabola. The parabola represents a curve that a body draws at an oblique throw. A physicist determines its starting height, direction and the throw distance. The data is used for calculating the general form. Also a derivative is used to determine the value of the three coefficients. For both ways of determining the general form of the quadratic function the video of the oblique throw is used. The video analysis of the throw was made by Logger Pro programme.

Key words: quadratic function, derivative, oblique throw, video analysis, Logger Pro.

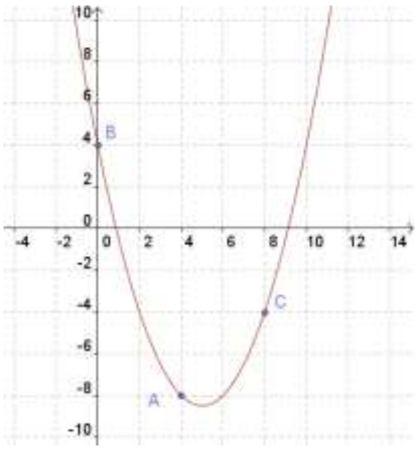
Uvod
V pouk matematike vključujemo tudi aktivnosti, s katerimi modeliramo realne pojave. Pri obravnavi trigonometrijskih funkcij lahko za primer sinusne funkcije obravnavamo nihalo, polnjenje kondenzatorja modeliramo z eksponentno funkcijo in podobno. V prispevku predstavim primer modeliranja poševnega meta in način iskanja predpisa parabole, po kateri se giblje telo pri poševnem metu. Izhajam iz predznanja dijakov in sicer, da že dobro poznajo kvadratno funkcijo in znajo poiskati njen predpis vsaj z uporabo treh točk, ki ležijo na paraboli. To znanje lahko nadgradimo, če poiščemo predpis iste kvadratne funkcije na način, kot bi to storil fizik pri gibanju izstrelka pri poševnem metu. Za to ocenimo začetno

višino meta, smer glede na vodoravnico, v kateri je met izveden, in dolžino meta. Oba načina med seboj povezuje praktična uporaba odvoda. Seveda je tema preobsežna za eno samo šolsko uro, še posebej, če dijaki opravljajo video analizo meta samostojno z uporabo programa Logger Pro (5). Tema ponuja praktično povezavo matematičnih znanj, katera naj bi bil dijak v zaključnem letniku srednje šole sposoben združevati.

Do predpisa kvadratne funkcije kot bi ga določil matematik

V drugem letniku srednje šole z dijaki vadimo modeliranje. Zbranim meritvam pri nekem pojavu z modeliranjem določajo prilagoditveno krivuljo. Če je prilagoditvena krivulja meritvam pri upoštevanju vseh izmerjenih točk izbrana ustrezno, lahko z uporabo funkcijskega predpisa prilagoditvene krivulje meritvam opravimo tudi napoved nekega dogodka, kateri v meritve ni bil zajet. Zanesljivost napovedi je odvisna od natančnosti zbranih meritev in posledično od izbire prilagoditvene krivulje. Meritvam najlažje poiščemo ustrezno prilagoditveno krivuljo z uporabo računalniških orodij, kot sta na primer Excel ali Graph, jaz pa sem za ta primer uporabil Logger Pro. Računalniško orodje hitro prilagodi krivuljo meritvam tako, da se meritvam najbolje prilega. Prvi dve orodji omogočata modeliranje krivulj skozi izmerjene točke, a je potrebno točke v program ročno vnesti. Graph omogoča, da lahko predpis krivulje sami določimo s parametri, in potem program sam določi najbolj ustrezne vrednosti parametrov. Program Logger Pro ima to prednost, da točk, katere kasneje modeliramo, ni potrebno ročno vnašati, ampak lahko meritve dobimo neposredno z videoposnetka. Najlažje modeliramo tiste dogodke, za katere približno vemo, kakšna zakonitost velja (na primer sinusnega nihanja ne bomo modelirali z linearno funkcijo). Pri modeliranju je potrebno biti pazljiv. Predpis prilagojene krivulje je potrebno glede na izmerjene meritve smiselno ovrednotiti. Pri izvedbi predstavljene učne teme smo tudi z dijaki kot eno od možnosti iskanja predpisa prilagoditvene krivulje uporabili modeliranje. Ker fizikalni zakoni trdijo, da se telo pri poševnem metu v gravitacijskem polju giblje po paraboli, je bil izbran model funkcije za modeliranje kvadratna funkcija. Kot končni rezultat modeliranja pridelamo predpis kvadratne funkcije, katere graf se z meritvami najbolj ujema. Če vemo, da je prilagoditvena krivulja izmerjenim meritvam kvadratna funkcija, potem lahko njen predpis določimo tudi z izbiro treh točk, skozi katere parabola poteka (Slika 1). Koordinate treh izbranih točk vstavimo v splošen predpis kvadratne funkcije (Pavlovič, 2004: 179):

$$y = ax^2 + bx + c. \tag{1}$$



Slika 1: Iskanje funkcijskega predpisa kvadratne funkcije s koordinatami treh izbranih točk

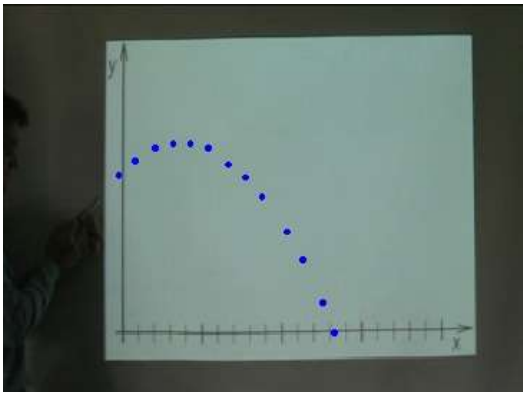
Dobimo sistem treh linearnih enačb:

$$\begin{aligned} y_A &= ax_A^2 + bx_A + c, \\ y_B &= ax_B^2 + bx_B + c, \\ y_C &= ax_C^2 + bx_C + c. \end{aligned} \tag{2}$$

Rešitve sistema enačb so koeficienti kvadratne funkcije, kateri so izraženi s koordinatami treh izbranih točk:

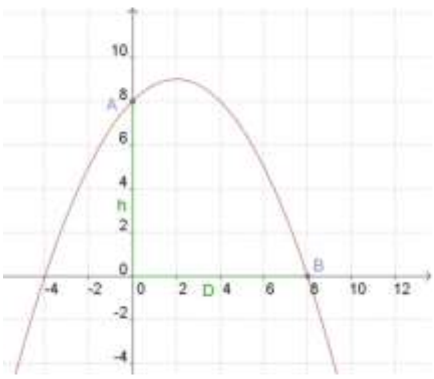
$$\begin{aligned} a &= \frac{(y_C - y_B)(x_B - x_A) - (y_B - y_A)(x_C - x_B)}{(x_B - x_A)\left[(x_C^2 - x_B^2) - (x_B + x_A)(x_C - x_B)\right]}, \\ b &= \frac{(y_B - y_A) - a(x_B^2 - x_A^2)}{x_B - x_A}, \\ c &= y_A - ax_A^2 - bx_A. \end{aligned} \tag{3}$$

Do predpisa kvadratne funkcije kot bi ga določil fizik
Fizik zna graf kvadratne funkcije (parabolo) eksperimentalno skonstruirati. Katerokoli telo se v gravitacijskem polju pri poševnem metu giblje po paraboli (Slika 2).



Slika 2: Tir gibanja telesa pri poševnem metu je parabola

Predpis kvadratne funkcije je odvisen od višine nad tlemi h, s katere poševni met izvedemo, od začetne hitrosti v_0, s katero telo izstrelimo, in smeri glede na vodoravna tla, v kateri met izvedemo. Tudi s temi podatki znamo opisati tir gibanja telesa pri poševnem metu. Da bi lažje sledili izpeljavi vrednosti koeficientov kvadratne funkcije, nam bo v pomoč Slika 3, kjer je prikazan paraboličen tir telesa pri poševnem metu in označeni ključni točki: točka *A* označuje začetno točko meta in točka *B* označuje mesto, kamor pade telo na tla. Slika ponazarja še začetno višino meta h in domet D, kolikor znaša vodoravna razdalja, katero telo prepotuje pri poševnem metu.



Slika 3: Ključni točki meta *A* in *B*, višina police h in domet D

Velja, da je nosilka vektorja hitrosti pri poševnem metu vedno tangenta na parabolo v točki, kjer se telo trenutno nahaja (Kladnik, 2004: 58), smerni koeficient tangente na krivuljo v dani točki pa določimo z odvodom (Šparovec, 2003: 136). Odvajajmo izraz (1) v točki *A*:

$$y'(x_A) = 2ax_A + b = k.$$

Iz tega rezultata lahko izpeljemo koeficient b:

$$b = k - 2ax_A. \qquad (4)$$

Za izračun koeficienta a vstavimo v izraz (1) koordinate točke *A*:

$$y_A = ax_A^2 + bx_A + c.$$

Uporabimo rezultat (4) in ga vstavimo v zgornji rezultat:

$$y_A = ax_A^2 + (k - 2ax_A)x_A + c.$$

Ko uredimo zgornji izraz, dobimo enačbo oblike:

$$y_A = -ax_A^2 + kx_A + c. \qquad (5)$$

Sedaj vstavimo še v izraz (1) koordinate točke *B*:

$$y_B = ax_B^2 + bx_B + c.$$

Ponovno uporabimo rezultat (4) in ga vstavimo v zgornji rezultat. Ko izraz uredimo, dobimo končni rezultat:

$$y_B = a(x_B - x_A)^2 - ax_A^2 + kx_B + c. \qquad (6)$$

Sedaj združimo rezultata (5) in (6) in rešimo sistem enačb, katerega rešitev je koeficient kvadratne funkcije a:

$$\begin{aligned} y_A &= -ax_A^2 + kx_A + c, \\ y_B &= a(x_B - x_A)^2 - ax_A^2 + kx_B + c. \end{aligned}$$

Od zgornje enačbe odštejemo spodnjo:

$$y_A - y_B = -ax_A^2 + kx_A + c - a(x_B - x_A)^2 + ax_A^2 - kx_B - c.$$

Desno stran enačbe lahko skrčimo v obliko:

$$y_A - y_B = -a(x_B - x_A)^2 - k(x_B - x_A).$$

Iz slike 3 vidimo, da je $h = y_A - y_B$ in $D = x_B - x_A$, zato se zgornji izraz poenostavi:

$$h = -aD^2 - kD.$$

Izrazimo samo še koeficient a:

$$a = -\frac{h+kD}{D^2}, \tag{7}$$

kjer je h višina police, s katere izvedemo poševni met, k smerni koeficient tangente na parabolo v točki izvedbe meta in D domet, kolikor je telo letelo daleč stran od police, ko pade na tla. Rezultat (7) je neodvisen od izbire koordinatnega sistema; pomemben je samo relativen položaj začetne točke meta glede na točko, kamor pade telo na tla. Da bi izračunali še končni rezultat za koeficient b, rezultat (7) vstavimo v rezultat (4):

$$b = k + \frac{2h+2kD}{D^2} x_A. \tag{8}$$

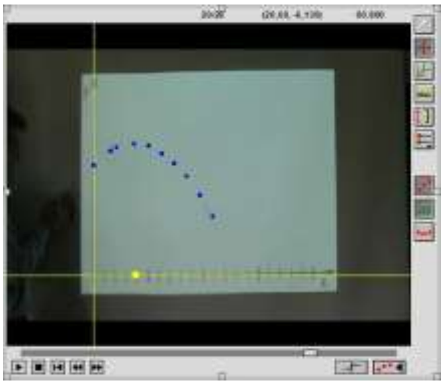
Nazadnje še za izračun koeficienta c zopet uporabimo zapis (1), v katerega vstavimo koordinate točke *A* in izrazimo koeficient c:

$$c = y_A - a x_A^2 - b x_A. \tag{9}$$

Da bi kot fiziki določili predpis kvadratne funkcije pri poševnem metu, moramo izbrati dve točki na paraboli, določiti parametra h kot višino police in D kot domet pri poševnem metu ter oceniti smerni koeficient k tangente na parabolo v začetni točki meta. Mogoče je ta način iskanja predpisa celo lažji kot pa reševati sistem linearnih enačb (2).

Primer iz učne ure

Predstavljen primer določanja predpisa kvadratne funkcije sem izvedel v srednji poklicni in strokovni šoli in sicer v četrtem letniku programov strojni in ekonomski tehnik pri pouku matematike. Učni uri sem izvedel s pomočjo laboranta za fiziko po tem, ko smo po učnem načrtu pri matematiki obdelali odvod. S predstavljenim primerom sem dijakom hotel pokazati primer uporabe odvoda z združevanjem že usvojenih znanj o kvadratni funkciji. Pred izvedbo teme sem pripravil videoposnetek poševnega meta – posnet let izstrelka pri poševnem metu. Dejavnost bi lahko uporabili za primer timskega pouka matematike in fizike, kjer bi matematične in fizikalne vsebine izmenično vodila vsak profesor enega od predmetov. Ker sam na šoli poučujem oba predmeta, ni bilo potrebno timsko načrtovanje izvedbe ur. Zaporedje aktivnosti sva dogovorila z laborantom za fiziko in pripravila potrebno število računalnikov s programom Logger Pro za samostojno zbiranje meritev dijakov. Na začetku sem dijakom pojasnil namen aktivnosti: določitev predpisov parabole na tri različne načine, pri čemer uporabimo tudi odvod. Nato sem dijakom razložil teorijsko ozadje določanja enačbe parabole s poševnim metom (prišli smo do rezultatov (7), (8) in (9), kot je opisano v zgornjem poglavju). Za tem smo v računalniški učilnici z uporabo programa Logger Pro opravili analizo video posnetka telesa, izstreljenega iz topa pri poševnem metu (Slika 4). Ko uvozimo video posnetek, se nam odpre naslednje prikazano okno.



Slika 4: Zajemanje meritev z video posnetka za obdelavo podatkov s programom Logger Pro

Določiti moramo postavitev koordinatnega sistema in enoto na abscisni osi. Posnetek prevrtimo na pravo mesto, ko je izstrelek nad koordinatnim izhodiščem. Nato s klikanjem na izstrelek med letom zbiramo meritve. Film se z vsakim klikom na izstrelek prevrti za sličico naprej. Na Sliki 4 so meritve predstavljene kot modre pike. Ko zaključimo z zbiranjem meritev, so te že narisane v koordinatnem sistemu in pripravljene za modeliranje (Slika 5). Modeliranje smo izvedli na koncu, da ne bi dijaki prilagajali rezultatov.

Poševni met

	Time (s)	X (e)	Y (e)
1	0,44	0,00	10,00
2	0,48	1,55	11,28
3	0,52	2,09	11,60
4	0,56	3,69	11,92
5	0,60	5,03	11,76
6	0,64	6,20	11,07
7	0,68	7,38	10,16
8	0,72	8,50	8,98
9	0,76	9,68	7,27
10	0,80	10,85	5,35
11	0,84	12,08	2,78
12	0,88	13,31	0,00
13			
14			
15			
16			
17			

Slika 5: Zajete meritve pri video analizi poševnega meta

Najprej so dijaki vsak za svoje meritve določili predpis kvadratne funkcije z uporabo treh točk, ki ležijo na paraboli. Za primer na Sliki 5 sem izbral točke:

A (2.09, 11.60),
B (7.38, 10.16),
C (12.08, 2.78).

Koordinate izbranih točk so dijaki vstavili v rešitev (3); izračunamo vrednosti koeficientov za ta primer:

$a \cong -0.13$, $b \cong 0.96$ in $c \cong 10.16$.

Enačba kvadratne funkcije je v tem primeru:

$$y = -0.13x^2 + 0.96x + 10.16. \qquad (10)$$

Dijaki so v nadaljevanju določili vrednosti koeficientov kvadratne funkcije z uporabo rezultatov (7), (8) in (9). Iz tabele meritev za naš primer razberemo, da je višina police h, s katere smo izvedli poševni met, 10 enot, domet D znaša 13.31 enot, smerni koeficient tangente na parabolo k v začetni točki meta pa ocenimo kot vrednost smernega koeficienta premice, ki poteka skozi prvi dve točki meritev (Kavka, 2003: 163):

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11.28 - 10.00}{1.55 - 0.00} \cong 0.83.$$

V tem primeru izračunamo vrednosti koeficientov parabole:

$a \cong -0.12$, $b \cong 0.83$ in $c \cong 10$.

Sedaj ima kvadratna funkcija predpis:

$$y = -0.12x^2 + 0.83x + 10.00. \tag{11}$$

Rešitev (11) nekoliko odstopa od rešitve (10), ker je ocenjena vrednost smernega koeficienta tangente premajhna. Kot tretji način določanja predpisa kvadratne funkcije so dijaki uporabili modeliranje, pri čemer zajamemo vse meritve. Podobno kot v Excelu ali Graphu določimo prilagoditveno krivuljo - kvadratno funkcijo in še izpišemo njen predpis kot rezultat modeliranja (Slika 6).

Slika 6: Predpis kvadratne funkcije, pridobljen z modeliranjem programa Logger Pro

Kvadratna funkcija ima z modeliranjem prepis:

$$y = -0.13x^2 + 0.99x + 10.05.$$

Rezultata (10) in (11) se ne razlikujeta bistveno. Ne pozabimo, da lahko pri zajemanju podatkov pride do več napak: zaradi hitrega gibanja telesa je slika telesa zamegljena in je težko oceniti točen položaj izstrelka, paziti je potrebno, kam postavimo koordinatni sistem in kako definiramo merilo na sliki, rezultat (10) je odvisen od izbire točk (če bi izbrali katerekoli druge tri točke, bi bil rezultat verjetno nekoliko drugačen), smerni koeficient tangente je za rezultata (7) in (8) težko pravilno oceniti (za natančnejši rezultat bi bilo potrebno pogosteje zajemati meritve) in podobno. Kljub vsemu sta rezultata zelo blizu rezultatu, pridobljenim z modeliranjem (Slika 6). V naslednji uri sem dijakom razdelil učne liste z nekaj grafi kvadratnih funkcij. Za utrjevanje so iz grafov določevali predpise kvadratnih funkcij z uporabo treh točk in rezultatov (7), (8) in (9). Modeliranja nismo več izvajali.

Za vajo določimo še predpisa parabol na Sliki 1 in Sliki 3 z uporabo rezultatov (7), (8) in (9). Na Sliki 1 izberimo za začetno točko meta točko *A*, saj v tej točki zlahka ocenimo smerni koeficient tangente na narisano parabolo. Ker se točka *A* nahaja nižje od točke *C*, katero izberemo za končno točko meta, bo višina police h, s katere izvedemo met, negativna. Za to parabolo ocenimo:

$x_A = 4$,
$y_A = -8$,
$D = 4$,
$h = -4$ in
$k = -1$.

Z uporabo teh podatkov dobimo predpis kvadratne funkcije na Sliki 1:

$$y = 0.5x^2 - 5x + 4.$$

Določimo predpis parabole na Sliki 3. Zopet ocenimo iz slike podatke:

$x_A = 0$,
$y_A = 8$,
$D = 8$,
$h = 8$ in
$k = 1$.

Izračunamo prepis kvadratne funkcije:

$$y = -0.25x^2 + x + 8.$$

Za primerjavo bi lahko na obeh slikah izbrali tri točke in koordinate vstavili v rezultat (3). Predpisa obeh kvadratnih funkcij bi bila enaka, kot smo to izračunali zgoraj.

Dijaki so razlagi v prvi uri sicer težje sledili, ker je bilo veliko formalnih premislekov in izpeljav, a kar je bilo bistveno, so si zapomnili, kako izračunamo koeficiente kvadratne funkcije z rezultati (7), (8) in (9). Prihodnjo uro, ko smo vadili določevanje predpisov kvadratnih funkcij, je bil začetek reševanja počasen. Po nekaj rešenih primerih so dijaki samostojno hitro določevali predpise funkcij. Sklepal sem, da so snov uspeli razumeti. Dijaki so ugotovili, da je najtežje določiti smerni koeficient tangente na parabolo v začetni točki, a po nekaj rešenih primerih so bili tudi tega vešči. V pogovoru, ki sem ga opravil z dijaki po obeh izvedenih urah, so izrazili zadovoljstvo. Rekli so, da so šele ob primerih bolje razumeli, za kaj pravzaprav gre. Ker so prvič delali s programom Logger Pro, jim je bil pri samostojnem delu zbiranja meritev v veliko pomoč tudi laborant za fiziko. Takšen način dela so pohvalili. Čeprav je bil posnetek meta za vse dijake isti, so bili končni predpisi nekoliko drugačni, kar je bila dobra priložnost za komentiranje nastanka možnih napak. Vseeno so bili predpisi kvadratnih funkcij, dobljeni na vse tri načine, med seboj pri posameznem dijaku primerljivi. Zaradi pozitivne izkušnje nad izvedbo vsebine bom za prihodnje generacije učni uri ponovil.

Zaključek

Pri obravnavani temi v šoli ponovno osvežimo precej znanja o kvadratni funkciji. Ko dijaki zaključnega letnika srednje šole že poznajo odvod in ga znajo tudi uporabljati, se mi zdi zelo primerno izvesti v prispevku predstavljeno učno snov. Dijaki pri tem nadgradijo svoje znanje. Predstavljen je primer praktične uporabe odvoda in možnost iskanja predpisa kvadratne funkcije na njim do sedaj še neznan način - na način, kot bi to storil fizik. Končni rezultat lahko dijaki primerjajo z rezultatom, kjer so uporabili tri točke za izračun iskanega predpisa. Z video analizo dijaki konkretno modelirajo realen primer in zanj poiščejo matematičen model (skušajo določiti predpis kvadratne funkcije, ki se meritvam najbolje prilega). Gre namreč predvsem za obdelavo posnetka iz vsakdanjega življenja in apliciranje matematične vsebine na različne načine ter s tem povezovanje matematičnih znanj.

Viri

1. Kavka, D. in drugi (2003): Od rovaša do enačb. Modrijan, Ljubljana.
2. Kladnik, R. (2004): Gibanje, sila snov (Fizika za srednješolce). DZS, Ljubljana.
3. Pavlovič, G. in drugi (2004): Od piramid do kaosa. Modrijan, Ljubljana.
4. Šparovec, J. in drugi (2003): Od ključavnice do integrala. Modrijan, Ljubljana.
5. http://www.vernier.com/downloads/logger-pro-demo/ (24. 5. 2012).

STEKLENA PRIZMA – PRILOŽNOST ZA MATEMATIČNO RAZMIŠLJANJE

The Glass Prism – An Opportunity for Mathematical Thinking

Irena Rauter Repija, Gimnazija Ljutomer

irena.rauter@guest.arnes.si

Povzetek

Kadar razmišljamo, kako bi pouk matematike povezali z drugimi naravoslovnimi predmeti, kot so fizika, kemija ali biologija, največkrat pomislimo na to, da bodo pri omenjenih predmetih dijaki izvedli meritve, matematiki pa bomo pomagali pri računanju.
Vendar lahko matematika k obdelavi podatkov prispeva veliko več.
V okviru naravoslovnega projektnega tedna, ki smo ga izvedli v tretjih letnikih gimnazijskega programa in katerega osnovna tema je bila svetloba, smo izvedli medpredmetno povezavo matematike s fiziko.
Ogledali smo si lom svetlobe na stekleni prizmi. Meritve so dijaki vnesli v koordinatni sistem in narisali prilagoditveno krivuljo. To krivuljo smo si ogledali iz matematičnega zornega kota. Pri raziskovanju krivulje smo si pomagali s tehnologijo (Excel, Graph). Ta odpira dijakom nove možnosti. Dijaki lahko vidijo, kaj dejansko pomeni začetna vrednost funkcije in teme, saj je pri nalogi mogoče tem vrednostim dati fizikalni pomen. Šolska matematika obravnava realne funkcije vedno na največji možni množici realnih števil, zato se zaključuje, da je to predpisano definicijsko območje realne funkcije, v praksi pa vidimo, da je definicijsko območje opredeljeno z danim problemom.
Pri tej medpredmetni povezavi se je izkazalo, da morata biti v razredu za uspešno izpeljano uro dva učitelja, tako matematik kot fizik. Med seboj se ves čas dopolnjujeta in usmerjata razlage rezultatov dijakov, vsak z vidika svojega predmetnega področja.

Ključne besede: svetloba, steklena prizma, prilagoditvena krivulja, kvadratna funkcija.

Abstract

When we think about connecting mathematics lessons with other Science subjects, like Physics, Chemistry or Biology, we usually picture students taking measurements at these subjects, and then mathematics teachers helping them with calculations.
However, mathematics can contribute much more than that to the evaluation of the data.
During the Project Week, aimed at third-year students, the topic of which was »Light«, a cross-curricular activity linking mathematics and physics was carried out.
We examined the glass prism and the students presented the data in the coordinate system and drew the regression line. The regression line was then studied from the mathematical perspective. We used the help of technology (Excel, Graph), which opened new possibilites to the students. They could now better understand the meaning of the initial value and the peak of a function, because the activity gave the values a physical meaning. For school mathematics the domain of a function is the maximum set of values, therefore this set ment to be the domain of real function, but in real life problems it shows that the sense of the domain should be put into question.
This cross-curricular link has shown that successful lessons require two teachers in the classroom, both, mathematics and physics teachers. They complement each other and explain the result from the perspective of their own subjects.

Key words: light, glass prism, regression line, square function.

Uvod

V prispevku predstavljamo učno uro, ki smo jo v okviru naravoslovnega projektnega tedna izvedli v tretjih letnikih gimnazijskega programa. Uro smo zasnovali kot medpredmetno povezavo matematike s fiziko.

»Namen medpredmetnega povezovanja je večja povezanost in prenosljivost znanja. Medpredmetno povezovanje pomeni iskanje povezav svojega predmeta z drugimi predmetnimi področji, sodelovanje učiteljev različnih predmetnih področij, skupno načrtovanje obravnave sorodnih vsebin, izmenjava primerov in nalog, oblikovanje projektnega tedna in podobno.« (UN-GIM-26. 11. 07 – 2008: 40)
Osnovna tema medpredmetne povezave, ki jo predstavljamo v prispevku, je svetloba. Ogledali smo si stekleno prizmo in modeliranje s kvadratno funkcijo.

»Matematično modeliranje je ena od oblik dejavnega učenja pri uporabi ali izgrajevanju znanja. Matematično modeliranje pomeni najti matematično predstavitev za nematematični objekt. To pomeni sestaviti matematični opis, ki vključuje lastnosti objekta. Matematični model predstavlja fizično ali abstraktno situacijo, ki jo dijaki/dijakinje spoznajo pri pouku matematike.« (UN-GIM-26. 11 .07 – 2008: 40)

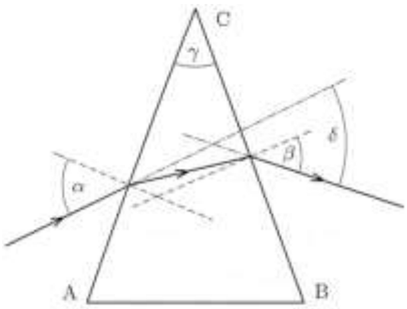
Naloga, ki je osnovna nit učne ure, se nahaja v zbirki maturitetnih nalog FIZIKA 1 (1995–2003). Ura je potekala v računalniški učilnici. Učitelja, matematik in fizik, sta se pri izvedbi ure neprestano dopolnjevala in pojasnjevala snov vsak z vidika svojega predmetnega področja. Učitelj fizike razlaga pojave, ki pri tem nastanejo, ter meje, do kod je mogoče izvesti poskus v realni situaciji. Učitelj matematike pomaga pri reševanju enačb in sistemov ter interpretaciji krivulje, ki nastane ob reševanju naloge.

Nalogo smo najprej rešili brez tehnologije, tako kot jo učenci rešujejo pri pouku fizike. Nato smo jim pokazali, kako si pri reševanju lahko pomagajo s tehnologijo in ustrezno programsko opremo (numerično računalo, program Excel, program Graph). Dijakom smo hoteli tudi pokazati, da ni vseeno, kateri pripomoček uporabijo. Za obdelavo podatkov in analizo rezultatov je včasih primernejše eno, drugič drugo programsko orodje.
V nadaljevanju so opisani naloga, rešitev in potek učne ure.

Reševanje naloge brez uporabe programske opreme

Naloga

Svetlobni curek se pri prehodu skozi stekleno prizmo dvakrat lomi, zato spremeni smer.
Oznake na sliki pomenijo:
α – vpadni kot,
β – izstopni kot,
γ – lomeči kot prizme
δ – odklonski kot

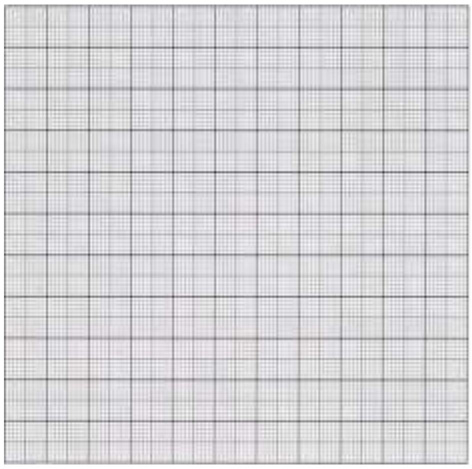


Odklonski kot δ curka je odvisen od vpadnega kota α, od lomečega kota prizme γ in od lomnega kvocienta n snovi, iz katere je prizma. Če poznamo α, β in γ, lahko odklonski kot δ izračunamo iz enačbe $\delta = \alpha + \beta - \gamma$.

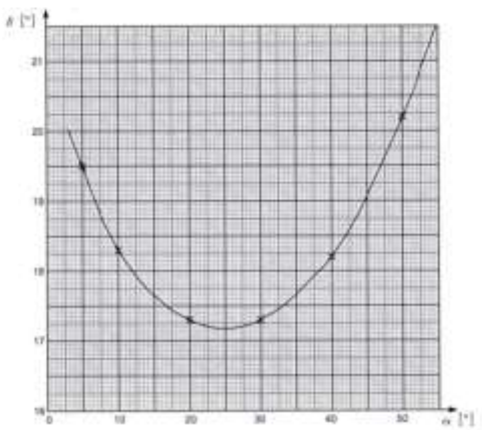
Z natančnim merilnikom merimo vpadni kot, izstopni kot in odklon svetlobnega curka na stekleni prizmi pri različnih vpadnih kotih. Rezultate merjenj zapišemo v tabelo.

α°	β°	δ°	γ°
5,0	47,0	19,5	
10,0	40,8	18,3	
20,0	29,8	17,3	
30,0	19,8	17,3	
40,0	10,7	18,2	
50,0	2,7	20,2	

Navodilo: Uporabite vrednosti za kota α in δ, ki so zapisane v tabeli, in v dano mrežo narišite graf funkcije $\delta = \delta(\alpha)$.
Izberite primerno merilo za količino na ordinatni osi in ustrezno začetno vrednost zanjo, na primer $16°$. Tako boste čim bolje izkoristili risalno površino.



Rešitev in potek učne ure:
Z učiteljem fizike so dijaki določili primerno enoto, označili osi, vnesli točke v pripravljeno mrežo in jih povezali med seboj, kot prikazuje Slika1.



Slika 1: Graf funkcije $\boldsymbol{\delta = \delta(\alpha)}$.

Navodilo

a) Zapišite enačbo krivulje, ki pripada grafu funkcije $\delta = \delta(\alpha)$. Pri reševanju sistema si lahko pomagate z računalom (numeričnim ali grafičnim).

Enačba krivulje $\delta = \delta(\alpha)$: ________________________________

b) Ali lahko iz dobljene enačbe izračunamo oziroma sklepamo, kolikšen bo kot δ, če je vpadni kot $\alpha = 0°,\ 80°,\ 90°,\ 100°$? Vrednosti tudi izračunajte.

c) Določite približno vrednost za vpadni kot α, če je odklonski kot $\delta = 17{,}5°$.

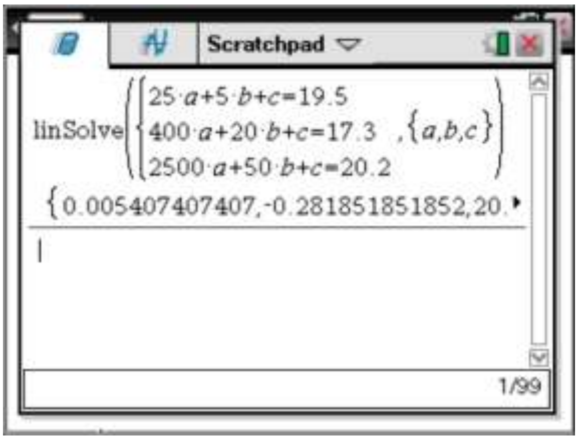
Rešitev in potek učne ure

a) Iz narisanega grafa smo sklepali, da je krivulja, ki se najbolj prilega danim točkam, kvadratna parabola $y = ax^2 + bx + c$ oziroma $\delta = a\alpha^2 + b\alpha + c$.
Izbrali smo tri točke $A(5{,}19{\cdot}5\ ),\ B(20, 17{\cdot}3)$ in $C(50, 20{\cdot}2)$ in zapisali sistem enačb:

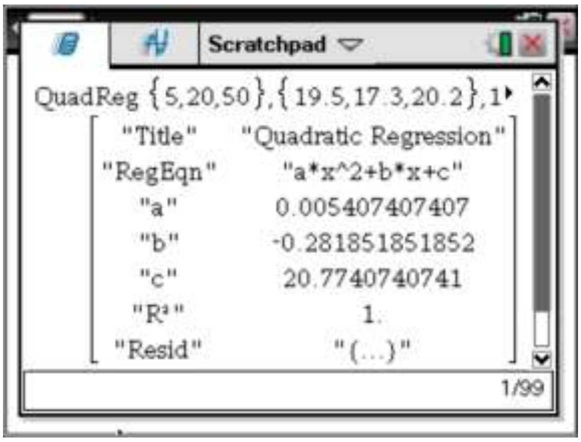
$$\begin{gathered} 25a + 5b + c = 19{\cdot}5 \\ 400a + 20b + c = 17{\cdot}3 \\ 2500a + 50b + c = 20{\cdot}2 \end{gathered}$$

Reševanje sistema enačb je pri matematiki rutinska naloga in bi ga lahko rešili brez uporabe programske opreme. Vendar sem se odločila, da bodo dijaki spoznali, kako si pri iskanju rešitev pomagamo z računalom. Pričakovala sem, da dijaki v tretjem letniku že poznajo zmogljivost svojega numeričnega računala. Kljub temu jih je bilo kar nekaj, ki so prvič reševali sisteme enačb z njegovo pomočjo. Nekaj dijakov se je spomnilo, da so se v prejšnjem projektnem tednu učili modelirati s kvadratno funkcijo in da lahko tudi z računalom poiščejo enačbo krivulje, ki se točkam najbolj prilega.

Sliki 2 in 3 prikazujeta reševanje sistema in iskanje prilagoditvene krivulje z grafičnim računalom, seveda pa lahko vse izračunamo tudi z navadnim numeričnim računalom.



Slika 2: Reševanje sistema treh enačb s tremi neznankami

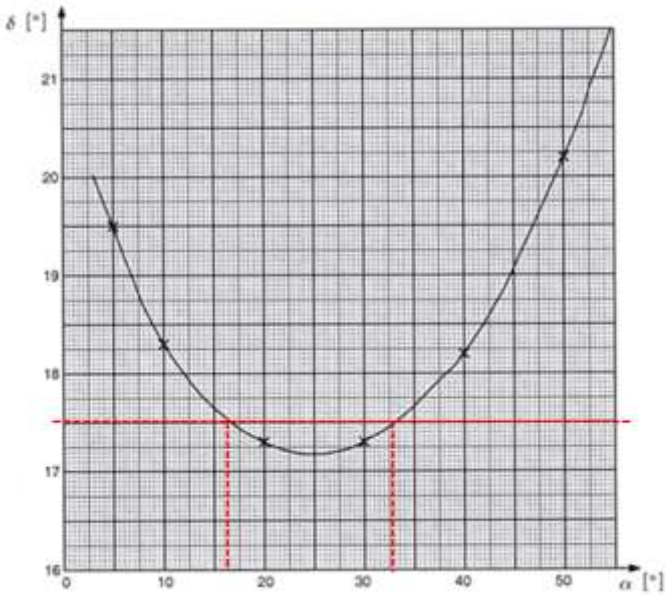


Slika 3: Enačba prilagoditvene krivulje skozi dane točke

Enačba krivulje je torej: $\delta(\alpha) = 0{,}0054\alpha^2 - 0{,}282\alpha + 20{,}774$

b) Iz narisanega grafa funkcije $\delta = \delta(\alpha)$ (Slika 1) ne moremo prebrati vrednosti za odklonski kot δ, če je $\alpha = 0°,\ 80°,\ 90°,\ 100°$. Zato smo te vrednosti izračunali s pomočjo dobljene enačbe. Matematikom to ne predstavlja problema, pri fizikih pa se pojavi težava že pri kotu $\alpha = 90°$, ko vpadni žarek poteka pravokotno na vpadno pravokotnico in nastane popolni odboj. Ravno tako odklonski kot δ ne obstaja za vpadni kot $\alpha = 100°$, saj mora biti vpadni kot manjši od $90°$.
V tem koraku lahko dijaki vidijo, da v realni situaciji ni možno izračunati vsega, kar matematika omogoča, ampak se je potrebno vprašati o smiselnem definicijskem območju. Odgovor na to vprašanje pa seveda vedo fiziki.

c) Vrednost za vpadni kot α, ko je odklonski kot $\delta = 17{,}5°$, so dijaki določili iz narisanega grafa (Slika 4).



Slika 4: Določanje vpadnega kota α

Nekaj dijakov je predlagalo, da bi kot α lahko izračunali tako, da bi rešili kvadratno enačbo $0{,}0054\alpha^2 - 0{,}282\alpha + 20{,}774 = 17{,}5$. Tudi tu smo se pogovarjali o tem, kaj je v tem primeru bolj smiselno, računanje rešitev s pomočjo obrazca $\alpha_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, kot smo se učili pri pouku, ali pa iskanje rešitev z uporabo grafičnega oziroma numeričnega računala. Računalo vsebuje programsko orodje za reševanje kvadratne enačbe, ki nam delo bistveno poenostavi.

Približna rešitev te naloge je : $\alpha_1 = 17°, \alpha_2 = 34°$.

Obdelava podatkov v programu Excel

Navodilo: Podatke, ki so navedeni v tabeli, prepišite v tabelo programa Excel.

a) S pomočjo programa Excel (vnos formule) določite lomeči kot γ. Vrednosti zapišite v zadnji stolpec. (Glej navodila za delo s programom Excel.)

b) Uporabite vrednosti za kota α in δ, ki so zapisane v tabeli in v programu Excel narišite množico točk $\mathrm{T}(\alpha, \delta(\alpha))$ v obliki razsevnega (raztresenega) diagrama. Določite še krivuljo (trendno črto), ki se najbolj prilega danim točkam. Preberite njeno enačbo.

Enačba krivulje: ____

Ali se enačba zelo razlikuje od enačbe, ki ste jo izračunali pri prejšnji nalogi?

c) Določite približno vrednost za odklonski kot δ, če je vpadni kot $\alpha = 60°$.

Rešitev in potek učne ure

V nadaljevanju smo si ogledali, kako nam pri obdelavi podatkov lahko pomaga programsko orodje Excel.

a) Dijaki so dane podatke vnesli v tabelo (Slika 5) in izračunali lomeči kot prizme. Tu smo si ogledali, kako program Excel omogoča uporabo formul, ki nam poenostavijo delo in zamudno računanje.

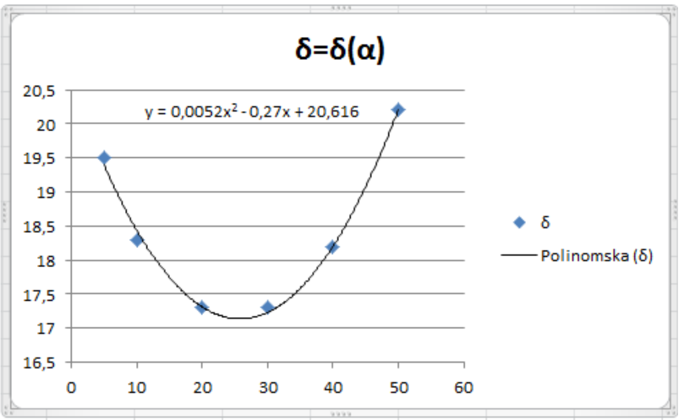
D2 f_x =A2+B2-C2

	A	B	C	D	E
1	α	β	δ	γ	
2	5	47	19,5	32,5	
3	10	40,8	18,3	32,5	
4	20	29,8	17,3	32,5	
5	30	19,8	17,3	32,5	
6	40	10,7	18,2	32,5	
7	50	2,7	20,2	32,5	

Slika 5: Tabela s podatki v programu Excel

Videli smo, da je lomeči kot povsod enak, kar je razumljivo, saj je ta kot odvisen samo od prizme in se v danem poskusu ne more spreminjati.

b) S pomočjo programa Excel smo narisali razsevni diagram in določili krivuljo, ki se točkam najbolj prilega, kot prikazuje Slika 6. Videli smo, da se enačba krivulje le malo razlikuje od enačbe, ki smo jo prej izračunali.



Slika 6: Razsevni diagram in prilagoditvena krivulja

c) Iz grafa, ki ga ponuja program Excel, nismo mogli določiti vrednost odklonskega kota δ, ko je vpadni kot $\alpha = 60°$ ali več, saj program nariše krivuljo le med začetno in končno točko razsevnega diagrama. Vrednost pri kotu $\alpha = 60°$ bi lahko izračunali tako kot prej, ko bi vrednost kota vstavili v enačbo krivulje, vendar smo raje preizkusili še eno programsko orodje, t. j. Graph, ki pri analizi funkcij ponuja veliko več kot Excel.

Obdelava podatkov s programom Graph

Navodilo: Vrednosti za kota α in δ, ki so zapisne v dani tabeli, skopirajte v tabelo programa Graph.

a) S pomočjo programa Graph narišite krivuljo, ki se najbolje prilega zaporedju točk, in zapišite njeno enačbo.
Enačba krivulje: ____

b) Enak odklon dobimo pri dveh vpadnih kotih α_1 in α_2. Določite ju za odklonski kot $\delta = 18{,}0°$. Pomagajte si s programom Graph.
α_1 = ____________
α_2 = ____________

c) Ugotovite, kolikšen je vpadni kot α, ko je odklon $\delta_{\min}$ svetlobnega curka najmanjši.
α = __________

d) V primeru, ko je vpadni kot α enak izstopnemu kotu β, pravimo, da je prehod svetlobe skozi optično prizmo simetričen. Odklonski kot je takrat najmanjši ($\delta_{\min}$). Za prizmo, ki je narejena iz stekla z lomnim količnikom n, sledi v tem primeru iz lomnega zakona zveza:

$$n = \frac{\sin\frac{\gamma + \delta_{min}}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

Uporabite podatke, ki ste jih prebrali iz grafa, in izračunajte lomni količnik n stekla, iz katerega je prizma. (Pri računanju si pomagajte z računalom.)
n = ____________

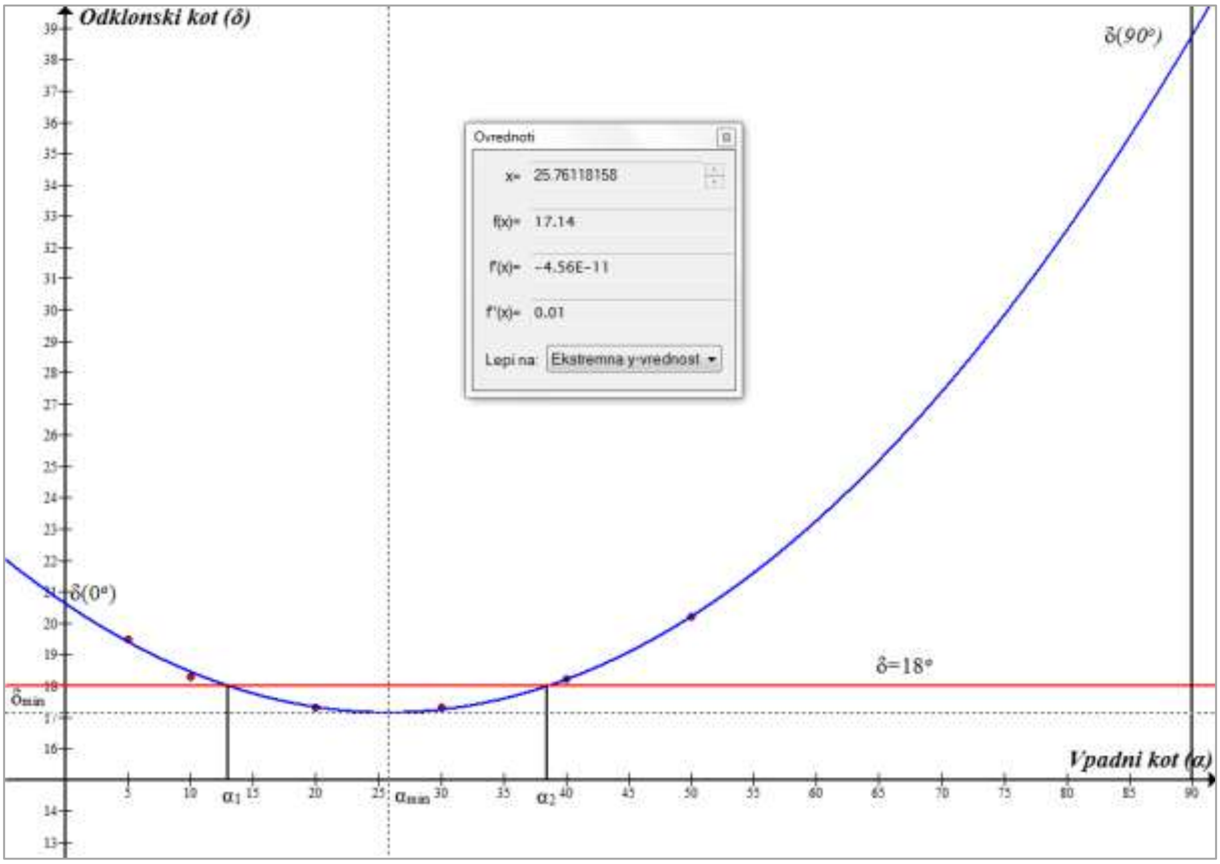
e) Kolikšen je odklon δ, ko je vpadni kot $\alpha = 0°$?
δ = ____________

f) Kolikšen je odklon δ, ko je vpadni kot $\alpha = 90°$? Utemelji odgovor.

g) Kaj je smiselno definicijsko območje funkcije, katere graf je krivulja z enačbo $\delta = \delta(\alpha)$?
Smiselno definicijsko območje: $\alpha \in$ ____________.

Rešitev in potek učne ure

Vrednosti za kota α in δ smo vnesli v tabelo programa Graph, narisali zaporedje točk in določili krivuljo, ki se točkam najbolj prilega. Orodje Ovrednoti nam pomaga določiti abscise točk ter funkcijske vrednosti v točkah, v katerih se sekata krivulji. Hitro lahko določimo točko ekstrema, začetno vrednost ter vrednost pri izbranem kotu α. Del tega je prikazan na Sliki 7.



Slika 7: Zaslonska slika programa Graph

Iz podatkov, ki nam jih ponuja program, in podatkov na sliki smo lahko prebrali naslednje rešitve:

a) Enačba krivulje: $\delta(\alpha) = 0{,}01\alpha^2 - 0{,}27\alpha + 20{,}62$

b) Ko je odklonski kot $\delta = 18°$, sta vpadna kota dva, in sicer$\alpha_1 = 12{,}9°$ ter $\alpha_2 = 38{,}6°$.

c) Ko je odklon $\delta_{\min}$ svetlobnega curka najmanjši, je vpadni kot $\alpha = 17{,}4°$.

d) S pomočjo orodja Ovrednoti smo določili najmanjši kot $\delta_{\min}$, ki smo ga potem uporabili pri računanju lomnega količnika stekla, iz katerega je prizma. Tukaj dijaki dejansko spoznajo uporabno vrednost temena, ki nastopa pri kvadratni funkciji.

e) Ko je $\alpha = 0°$, je vrednost za $\delta = 20{,}6°$, kar lahko preberemo iz grafa ali pa iz enačbe pripadajoče krivulje $\delta(\alpha)$.

f) Iz grafa lahko preberemo, da bi bil za $\alpha = 90°$odklonski kot $\delta = 38{,}76°$, vendar, kot so rekli fiziki, do njega ne pride zaradi popolnega odboja.

g) Na koncu smo z dijaki določili še smiselno definicijsko območje, ki je $[0, 90°)$.

Zaključek

Da smo predelali vse zastavljene naloge, smo potrebovali dve šolski uri. Dijaki so delali v parih. Pri delu s programom Excel in Graph niso potrebovali pomoči, saj so dela s tema dvema programoma že vajeni. Več pomoči so potrebovali pri delu z numeričnim računalom. Rešitve, do katerih so prišli, smo sproti preverili in dopolnili.

Dijaki so z zanimanjem sodelovali. Ugotovili so, da marsikaj, kar so se naučili, lahko uporabijo pri pouku. Ugotovili so tudi, da je smotrno, če na začetku premislimo, katero programsko orodje bi uporabili pri reševanju danega problema.
Na koncu sva se oba učitelja strinjala, da morata biti v razredu za uspešno izpeljano uro prisotna oba, tako matematik kot fizik. Med seboj se ves čas dopolnjujeta in razlagata rezultate z vidika svojega predmetnega področja. Z reševanjem tovrstnih nalog se dijaki učijo povezovati matematiko z realnimi situacijami in vidijo njeno uporabno vrednost tudi pri drugih predmetih.

Viri

1. Babič, V. [et al.] (2004): FIZIKA 1. Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2003. Državni izpitni center, Ljubljana.
2. UN-GIM-26.11-07-2008.

CALCULATING AREAS BY COUNTING NAILS
Računanje ploščine s preštevanjem žebljičkov

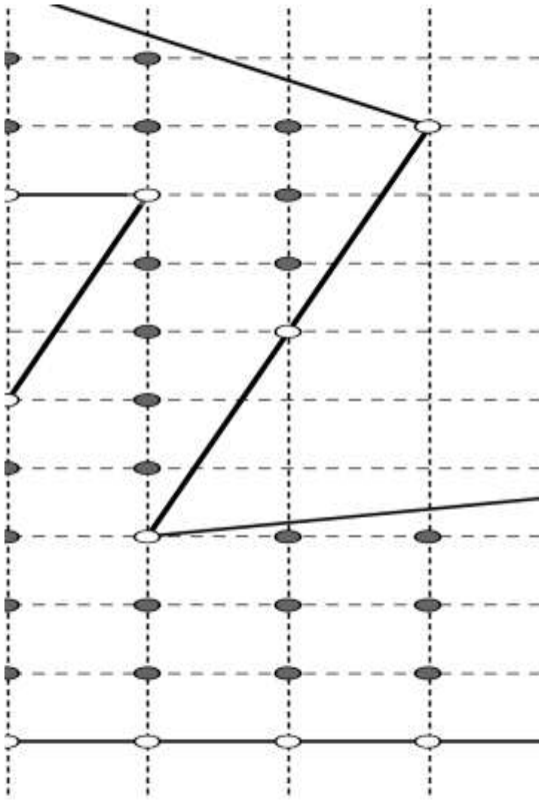
Adriaan Herremans, University of Antwerp

adriaan.herremans@ua.ac.be

Abstract
Pick's theorem gives a simple, but usually unknown formula for the surface of polygons with all their vertices on a lattice. We describe in small different steps how to teach pupils to discover this formula themselves with the only required knowledge, being the formulas for the surface of a rectangle and a triangle. We provide examples of differentiation, how teachers can work with the same material but on a different level of depth. We sketch the idea how this self-discovering approach can lead to insight at the pupils level of what a mathematical reasoning (or proof) is about.

Key words: area of lattice polygons, self-discovery teaching, differentiation, mathematical thinking and proofs.

Introduction
A very simple and elegant formula for calculating the area of a lattice polygon is given by the formula of Pick[16]. All one has to do is count the lattice points inside the figure and on the border of the figure. With a simple calculation, this gives you enough information to calculate the precise area.



More precisely, Pick's number associated to a polygon is the sum of the number of lattice points completely inside the polygon and half of the number of the lattice points on the border of the polygon. Pick's theorem states that the area of such a polygon is one less than Pick's number associated to this polygon, times the area of the basic lattice square. This is true for all non-self-intersecting polygons with no holes and with all the vertices on the lattice.

Example. The figure shows a swan-like lattice polygon. There are 26 lattice points inside this figure (grey dots) and 20 lattice points on the border (white dots). Pick's number associated to this polygon is therefore 26 + 20/2 = 36. Pick's theorem states that the area is equal to 35 times the area of a basic lattice square. A basic square is the area of the (smallest) lattice square. So if you have a lattice point every cm, the area of the basic lattice square is 1 cm^2 and in that case the swan has an area of exactly 35 cm^2.

In this article, we describe an example how this formula can be used to give a good lesson in self-discovery math. Main objectives are the activity of pupils, and their (beginning of) understanding of mathematical processes. In that

[16] **George Alexander Pick** (Vienna 1859 – Theresienstadt concentration camp 1942) was an Austrian mathematician and is the author of the theorem, published in (Pick, 1899).

way, pupils will experience that mathematics is not about “the knowledge of formulas” but about “precise (but general) description of experiences”. The relations described in formulas should become natural or evident, at least in simple situations.
Pupils or teachers who took this lesson, remembered even after several years this workshop. Especially the fact that they recalled the activity (working on a nail board or geoboard) and the fact they still related counting nails to calculate areas, convinces me of the effectiveness of this lesson.
Normally in this lesson, I let pupils work in groups of four and let them work independently under supervision. In § 5 you find an example of the written output each pupil received during this lesson.
If not mentioned otherwise, we will always assume the basic lattice square has area 1 cm^2.

Analysis of the self-discovery lesson with nail boards on Pick’s theorem
In this section we describe some points of attention while performing this kind of lesson with the working sheets of § 5.

Working in groups
As a teacher you can divide your class into groups. I advise in this lesson to make homogeneous groups of pupils. That makes it easier to differentiate on the content: although everybody is working with the same material on the same subject, there are different levels of depth possible (e.g. step 3 or 7 of § 5, or § 3 to get further ideas).
Pupils in one group have to cooperate: they have to make different figures, put all conclusions on a sheet,… so they will (or have to) help each other.
As a teacher you just assist. This means in this case: look that they are really working on the assignment, help them when a group does not understand one or more steps in the process and look for counting errors especially during steps 1-4 of § 5. Since as a teacher, you already know Pick’s theorem, you can easily see when they made an error in counting nails or in calculating areas.

Self-discovery
The purpose of this lesson is to get the pupils aware of the fact that mathematical formulas come in a natural way. Therefore, the emphasis lies not on the elegant formula but on the activity. Pupils should discover the formula more or less themselves as an ‘obvious relation’ they can read of their table of conclusions. The intellectual guidance as a teacher, mainly consists of the different steps you prepared for them in the text.
After doing this kind of lesson, one should have a discussion with the pupils talking about their experiences. I mostly recall another example of generalization of obvious thoughts: calculation rules for adding, subtracting…. since generalization is a basic idea in doing mathematics. Of course, while doing this kind of activity, you also train their ability of fulfilling different steps with great accuracy.
Thus it is important that pupils put their thoughts into concrete and exact words while working. So you ask not only for the intermediate results but they have to describe in words what and why they are working the way they do (steps 2, 5, 6, 7 of § 5).

Words are more important than the formula
Even the main result, Pick’s theorem, is stated in words (step 5 of § 5), although we try to be precise. I do not think that pupils gain a better insight of this formula by introducing formulas or symbols. Therefore I do not see extra value in introducing N_i (or N_b) as the number of nails inside (or on the border of) the polygon when working with pupils. Nevertheless it is a good and difficult exercise to formulate with accuracy what the right

conclusions are. This gives pupils the insight that its takes time to come to a statement that is 'mature'. Make sure you make them aware of this mathematical process, since most of the time a formula (in Belgium) is given as a fact, without experiencing the difficulties in order to get to such a statement.

Working sheets in Slovene (see § 5)

Some comments on the working sheets. In order to use for younger children, you have to use a little less text and more figures and symbols. It makes it also easier when every step starts at a new page.

Make sure that you give enough little steps to come to the conclusion but keeps every step non-trivial. This is a difficult balance when performing this kind of lesson. Don't be afraid of adapt the working sheets to the level of your pupils. It possibly takes some time as a teacher to have good balanced working sheets for the pupils you are working with.

As pointed out in § 2.2, make sure you leave some (more) space (than in the example) to let pupils reflect on their actions and put these into words. When pupils are not used to put their way of thinking into words, this may take some help. Draw their attention to the accuracy of their writings.

Working with the geoboard creates the possibility of a personal touch to this mathematical lesson. In this basic lesson, you see this in step 6d. You should really insist that they make a personal figure, not a boring triangle. The nail board gives them the opportunity to make something beautiful: a flower, a hockey stick… something in their daily interest. They will remember for a long time that they did this.

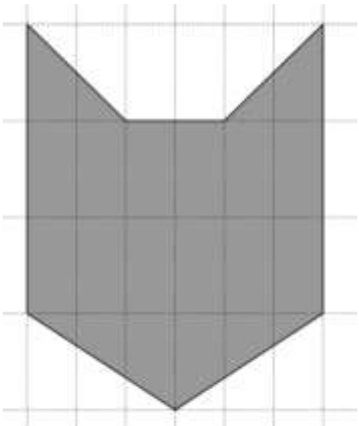
Beyond the standard formula

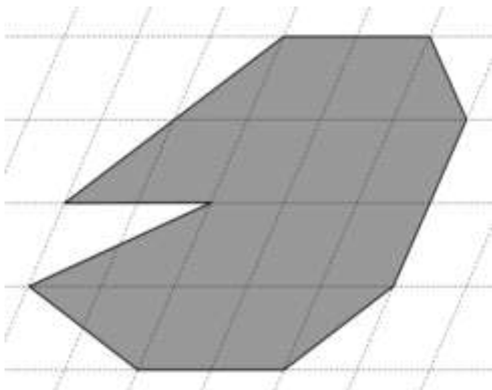
If you use this lesson at a latter age, it is possible to get your pupils acquainted with mathematical thinking and even with the ingredients of a proof.

Non-square lattices

You normally work with a standard lattice: this means perpendicular axis and 1 cm between nails, so the basic lattice quadrilateral is a square of 1 cm^2. In step 7a-b of § 5, we suggest some questions concerning ratios. What happens if the distance between nails is multiplied by two? Then the area is multiplied by four. So in fact the Pick's theorem shows that the area of the lattice polygon is the area of the basic lattice square, multiplied by Pick's number minus one.

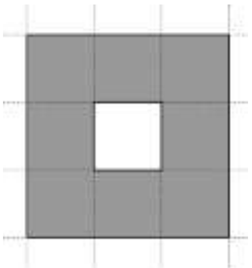
You can also change your lattice by making the basic lattice quadrilateral a rectangle (left figure) or even a parallelogram (right figure). The conclusion remains the same.





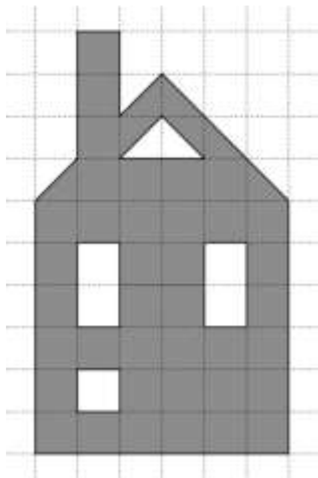
Figures with holes

In the same self-discovery way of working, you can give pupils to examine the following figure with a hole in it (step 7e of § 5).



Basically Pick's formula concerns a topological invariant. So let your students fill the table of conclusions (see § 5) for this figure, and notice that the original statement of Pick's theorem no longer holds. For the younger pupils, you can describe it as a figure with an inside and an outside border, so you need two non-intersecting elastic bands to create it.

They should detect by looking at the last two columns in the sheet "Table of conclusions" that they can easily adapt the formula for the area of figures with one hole. The conclusion should be that "minus 1" in the original formula seems to disappear. In other words, Pick's number associated to the polygon is equal to its area. So the number of nails inside the figure plus half of the number of nails on the border is now exactly the area of such figures.



A step further for the fast students will contain the situation of multiple holes in a lattice polygon. It is always a surprise for pupils that the number of holes, or in their language, the number of elastic bands you need to build your figure, determines the formula you should use for calculating the area.

In words, one can conclude that "*the area of a polygon with vertices on the nails of a nail board is equal to the sum of all nails completely inside the figure and half the number of nails on its border, minus 2 plus the number of elastic bands you need to make the figure on the board*." With the terminology of holes, this sounds like *"the area of a polygon with vertices on the nails of a nail board is equal to the sum of all nails completely inside the figure and half the number of nails on its border minus 1 plus the number of holes inside your figure."*

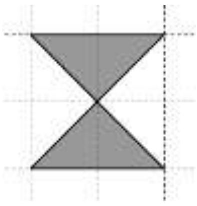
The latter formulation is closer to the original statement of Pick and therefore pupils prefer that one.

The formula is simple and beautiful. Nevertheless one should emphasize the mathematical way of thinking, which comes in a natural way. It consists of three steps:
1° one has a nice formula that seems to work properly;
2° one encounters a figure, where the formula does not work anymore;
3° one looks for adaptations of the original formula in order to state a more general/precise conclusion.

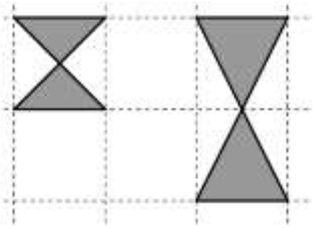
Next to that, pupils can get an idea of a real proof in this setting. Considering the figure with holes as a difference between lattice polygons, one gets the immediate result. Indeed, the polygon with outside border minus all polygons which form the holes, are all lattice polygons and therefore the original Pick formula holds for all these lattice polygons. This provides a waterproof argument (or proof) of the conclusion you already discovered by looking at the relationship between area and counting nails.

Self-intersecting figures

Other figures where the original formula does not hold any more, and which are makeable on the nail board with just one elastic band, are self-intersecting figures.

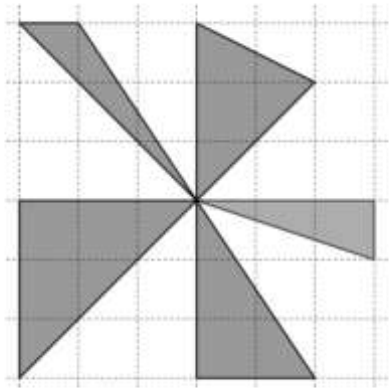


This intersection may happen exactly on a lattice point/nail (left figure), or not (two right figures).



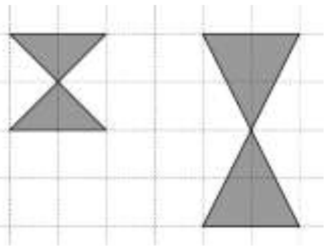
For the left figure, one gets that the area equals Pick's number minus 3/2. For the right figures, there is no hope for a simple formula: both figures have the same Pick number since they both have 4 nails on the border. Nevertheless they have a different area.

So pupils have to be very careful here. The easiest way to formulate the conclusion is the following one: the original formula of Pick's theorem has to be adjusted by subtracting half of the multiplicity of the intersection nail. The multiplicity equals the number of times that the nail is crossed when following the whole border when you start (and also end) in the intersection nail. Start and finish are not counted, so a non-intersection mail gets multiplicity zero! For the above figures, the multiplicity of the intersection nail equals one. For the figure on the right this multiplicity is equal to four.

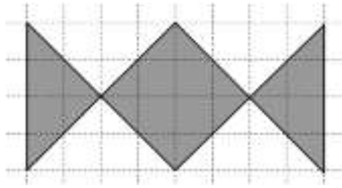


The upper left figure gives you 7 points on the border. This gives you a Pick number of 7/2. There is one intersection point of multiplicity one, so you should subtract 1 (from original Pick's formula) and a half (from the intersection point with multiplicity 1) from it. This gives you the correct area of 2 cm^2.

Notice that when intersection points are on the nails, you can see the figure as a sum of different lattice polygons where the original Pick's theorem holds. In this way, one understands that the intersection nails are counted more than once. For the example figure on the right side, the intersection point is counted five times when you see this as a sum of five lattice triangles, but also the "minus 1" occurs five times.



What do you have to do when intersection points are not on the lattice? At first sight no easy formula can be possible (see remark above). But when you think of § 3.1 the answer is relatively easy: just choose another lattice that is suited for your figure. 'Suited' here means that every intersection point lies on a lattice point. For the upper right figures, one can choose a lattice where the distance between nails is half the distance of the original one. Using the formula for self-intersecting polygons and using that the new basic lattice square is ¼ of the old one, you can again calculate the area by counting nails. Remark that it is always possible to choose a suitable lattice.

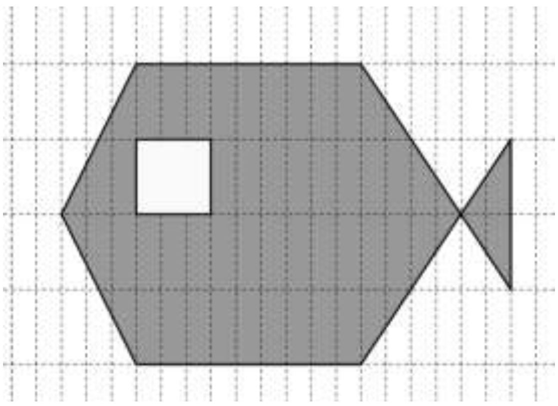


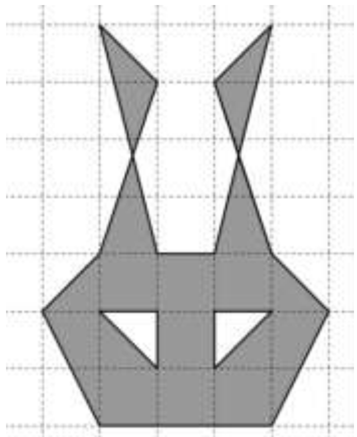
I usually leave the part of intersection points on the lattice for the gifted children. The part of intersection points outside the lattice is only used as a challenge for the very gifted.

Again one can get to the more general case where there is more than one intersection point. Pick's theorem can be adapted by subtracting half of the multiplicity of every intersection nail.

Combining the previous

Once you treated more than one situation of § 3.1 - 3.3 seperatly, you can combine them. This gives pupils to calculate areas of following figures just by counting nails and adjust Pick's theorem in the right way.





Conclusion: the area of a polygon made by elastic bands on a nail board with only intersection points on nails, equals the area of the basic lattice quadrilateral times

Pick's number (which is the sum of nails completely inside the figure and half of the nails on the border)

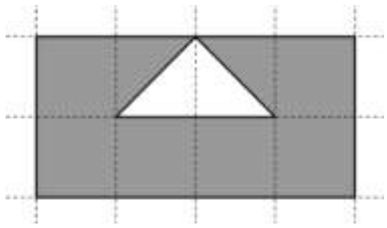
PLUS the number of holes

MINUS half the number of intersection nails (times their multiplicity)

MINUS one.

Almost equivalent and a little bit easier is: when a polygon has intersection nails, divide the figure into different subfigures each without intersection nails. The area of each subfigure can be calculated by Pick's number PLUS the number of holes MINUS one.

Remark that the second formulation cannot deal with the figure aside. The intersection nail cannot be removed by splitting the figure into two subfigures.

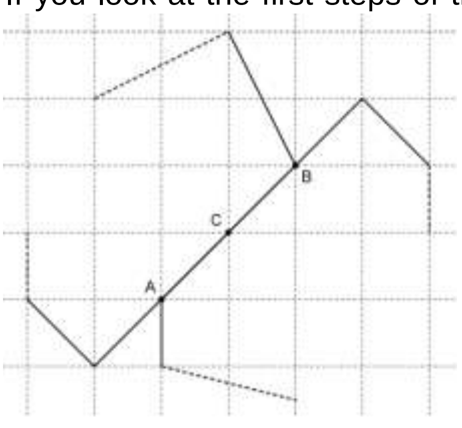


What is a proof all about?

The original theorem of Pick has been taken for granted, based on evidence. Nevertheless, once pupils have seen some of the simple counterexamples in the previous sections, you can ask them for a proof of the theorem. The right question to ask is: how should you build arguments in order to be absolutely sure that Pick's original theorem is true for non-intersecting polygons with no holes.

If you look in the literature, one finds a lot of different and elegant proofs (Dubeau and Labb, 2007), (Grünbaum and Shephard, 1993), (Pullman, 1979), (Tant, 2006), (Varberg, 1985). Nevertheless none of them is evident; most of the time it involves additivity of a certain function.

If you look at the first steps of the lesson (steps 1-3 of § 5) they may have an idea. First take the easiest polygons: rectangles with sides parallel to the lattice and rectangular triangles where both sides that form the right angle are again parallel to the lattice. The formula of Pick can be checked for the rectangles, since it is both easy to calculate the area as well as to count the number of nails. Remark the triangles are just half of such rectangle and therefore Pick's theorem follows easily.



The main step is proving additivity. More precise: if two lattice polynomials share a (part of a) side, and Pick's theorem holds for both polygons, then it holds also for the polygon which is the union of both.

In the example both polygons share segment AB. You can see that every inside nail remains inside; nails on the border, remain on the border except for the nails on the segment AB (point C in the figure). These nails become inside nails in the great polygon. But this type of nails are no problem for Pick's formula since they are counted twice as half a nail when looking at the two smaller polygons separately and once as an inside nail when looking at the big polygon.
Points A and B play the key role. They are counted twice as a border nail when looking at the two small polygons separately, while they only should be counted once as a border nail of the greater polygon. Nonetheless this makes up for the fact that when adding Pick's theorem for the two polygons separately, you get twice the term "minus 1". Therefore one concludes that Pick's theorem still holds for the union of two polygons that share a segment.
Once you know the sum, you can also conclude that Pick's theorem still stands for the difference of two polygons sharing (part of) a side, where the smaller one completely lies in the bigger one.
The last step consists in the fact that every lattice polygon can be written as sum and difference of different basic rectangles and rectangular triangles as described in the first step (see step 3 of § 5 to get an idea). This goes in fact about tiling a lattice polygon, and remains at an intuitive level.
This kind of proof exercise is only useful for pupils with good math skills. Nevertheless, it contains a lot of exemplary information of how a mathematical proof works. They at least experience that, although the evidence of the formula is overwhelming, it still takes several non-trivial steps to actually be completely sure that it always holds. It this we can recognize three major steps:
1° check the statement in easy conditions;
2° move from there to more difficult situations;
3° try to proof that you can consider every situation when step 1 and 2 are known.

Conclusion
Pick's theorem can be used in class in a self-discovery way. Some teachers already use this theorem in class, most of the time emphasizing on calculating the areas of strange figures and creativity in building figures.
But the easiness and unfamiliarity of the formula creates the opportunity for discovering mathematical thinking. Pupils are often surprised they can discover formulas themselves and gain mathematical confidence out of it. Going beyond the standard formula, you can give pupils a glimpse of what is mathematical activity is all about: searching for more general statements when you encounter counterexamples by investigating several examples and trying to find an argument why it always works.
The nail board gives pupils the chance to do this investigation themselves and leaves some space for creativity (e.g. steps 6d or 7e in § 5). There are applets on the internet, but they might do all counting for you and are not capable of dealing with figures with holes or self-intersections (see [6]). Nevertheless other people developed similar material, e.g. [7] where you can find a geoboard applet that allows figures with holes.
Since there are a variety of figures where one has to adapt Pick's theorem, it is perfectly doable to differentiate in a lesson both in depth and in steps, while working with the same material. Motivate your pupils to make personal figures whenever they get the chance. This will enlarge their appreciation for math and give them more confidence.

I would just encourage teachers to incorporate lessons that focus on math thinking. Therefore I include an example of working sheets one can use in such a lesson. I hope you'll enjoy it, and just feel free to contact me for advice or to share your feedback.

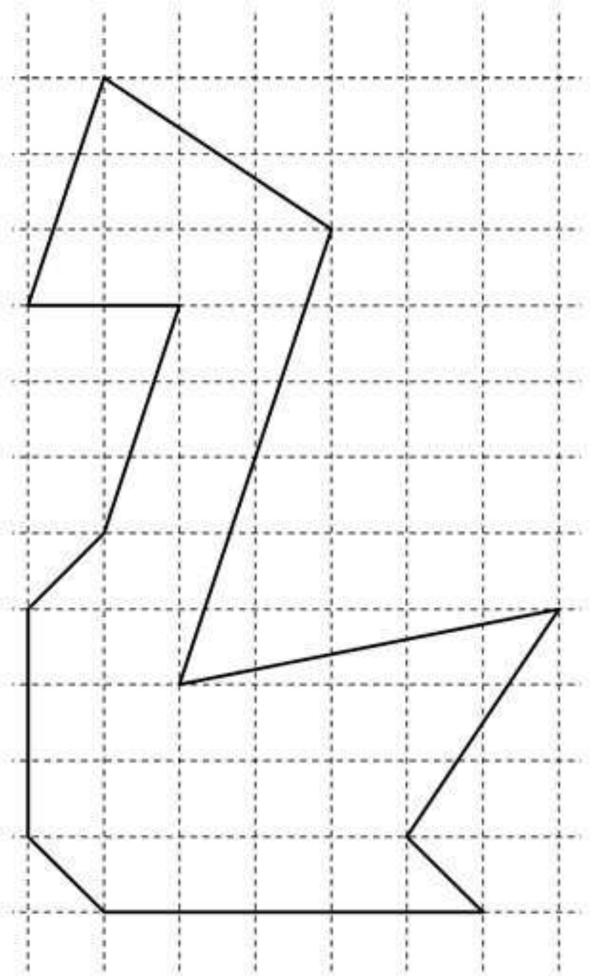
Appendix: an example of working sheets to use in class (in Slovene)
Next page

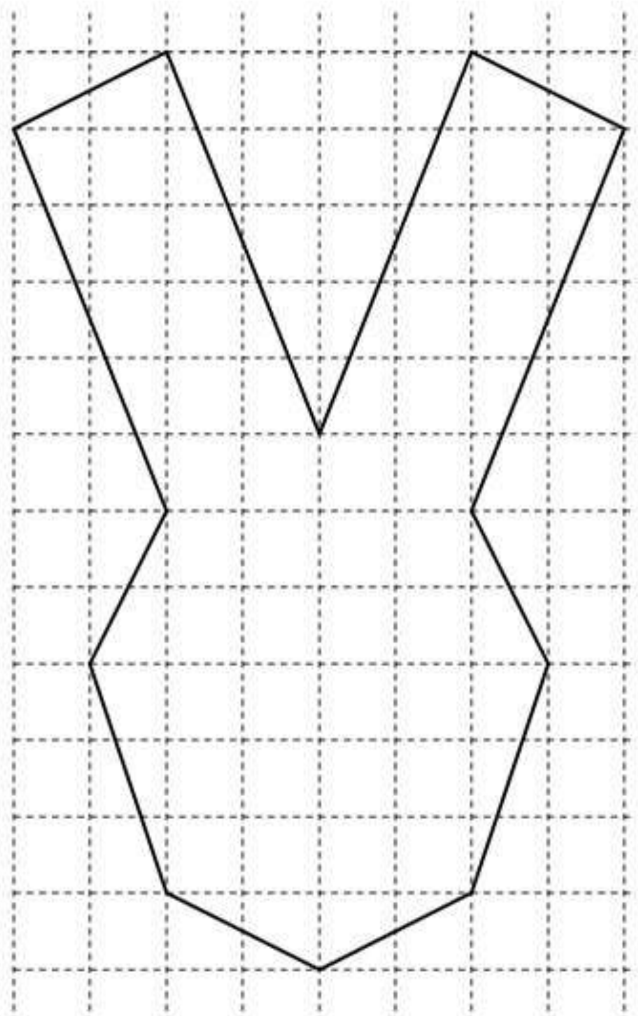
References

1. Dubeau F. and Labb S. (2007): Euler's Characteristic and Pick's theorem. *Int. J.* Contemp. Math. Sciences, Vol. 2, no. 19, p. 909–928.
2. Grünbaum B. and Shephard G.C. (1993): Pick's theorem. Amer. Math. Monthly, 100, p. 150-161.
3. Pick G.A. (1899): Geometrisches zur Zahlentheorie. Sitzungber. Lotos, Naturwissen Zeitschrift Prague, 19, p. 311-319.
4. Pullman H.W. (1979): An Elementary Proof of Pick's Theorem, School Science and Mathematics, p. 7-12.
5. Tant D. (2006): De stelling van Pick. Wiskunde & Onderwijs 125, p. 39-44.
6. Varberg D.E. (1985): Pick's Theorem Revisited. Amer. Math. Monthly 92, p. 584–587.
7. http://www.cut-the-knot.org/ctk/Pick.shtml (20. 07. 2011).
8. http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?ID=L623 (20. 07. 2011).

Name: .... Class:.........

Calculating areas by counting nails



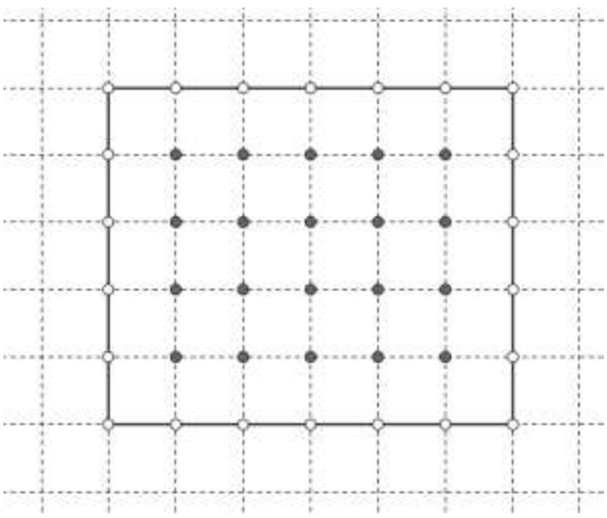


Everybody gets a nail board and an elastic band to work with. You may assume that the distance between two neighbour nails is exactly 1 cm, so you do not have to use your ruler. We are going to create figures on this nail board.

Assign two secretaries in your group. These two take a sheet titled “Table of conclusions”. Every figure build by one the group members, will come into this table. You will need this to discover relationships between the numbers you write down. So fill this table with great accuracy.

Next to the sheets with tables of conclusions, you will find working sheets. Here you can draw the figures you made. Enjoy your nail expedition!

(Step 1) Everyone makes a rectangle on his nail board. Take care that everyone in the group has a different rectangle. The picture gives an example of a rectangle with length 6 cm and height 5 cm. Make another one yourself.



Count the number of nails that lie completely inside your rectangle, i.e. like the 20 grey dots on the picture: ……..

Count the number of nails that lie on the border of your rectangle, i.e. like the 22 white dots on the picture; ……...

Remember that the distance between nails was 1 cm, so every little square in the picture has an area of exactly 1 cm^2. Now write down the area of your rectangle: ………….. (don’t forget the right unit).

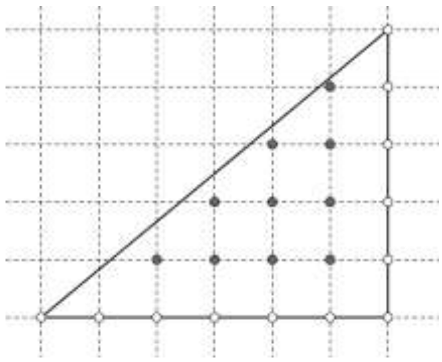
Secretaries put all results of all rectangles on the sheet “Table of conclusions” (last column stays open for this moment). The example of the picture above, is already filled in with the correct numbers.

(Step 2) Now we examine triangles. Divide the group into two subgroups. In one subgroup everyone makes a rectangular triangle on his nail board (take one horizontal and one vertical side).

In the second subgroup everyone makes a non-rectangular triangle with one horizontal side. Again make sure every one has a different triangle.

First, look at the following example. In the picture below you see a rectangular triangle with sides 6 cm and 5 cm. The area of this triangle is ………… Explain how you came to this conclusion.

……………………………………………………………………………………………..



Count the number of nails that lie completely inside this triangle (grey): ……..
Count the number of nails that lie on the border of this triangle (white): ……...

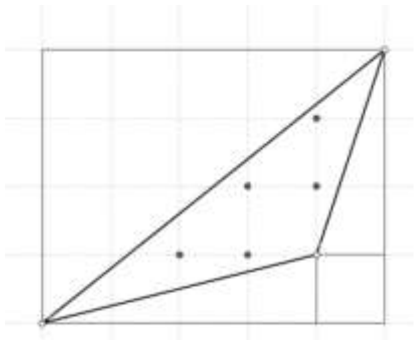
Now return to your own triangle and count again the nails.
If you hesitate whether a nail lies completely inside or just on the border of the figure, use a working sheet to draw the figure in detail.
How many nails lie inside your figure: ....
How many mails lie on the border of your figure: ....

What is the area of your triangle? (Give a short explanation how you can see this).

……………………………………………………………………………………………..

Secretaries put all results of all rectangles on the sheet "Table of conclusions". The fast workers can find a more challenging triangle in step 3.

WHEN EVERYBODY OF THE GROUP IS READY WITH STEP 2, THE WHOLE GROUP CAN PROCEED WITH STEP 4.



(Step 3) Look at the triangle in the picture aside. Counting the number of nails should be doable. The more difficult part is to calculate the area of this arbitrary triangle.

This can be done by the following reasoning: the area of this triangle is the area of the great rectangle minus the very small rectangle and the three rectangular triangles (look at the thin black lines in the picture).
Calculate the area on the back of this paper and write down the conclusion.

(Step 4) We do a little calculation with the number of nails and complete the right column of the sheet "Table of conclusions".

In the second column, the secretaries wrote down the number of nails that lie completely inside the figure. This nails are counted completely.

In the third column of the sheet, the secretaries wrote down for each figure the number of nails that lie on the border. Remark that a nail on the border, can be considered to be *half inside, half outside* the figure. For this reason, we only count this nails as 'half a nail'.

This gives us the way to calculate a number. This calculated number will be put in the right column "calculations step 4". Let's take the example rectangle in step 1. This figure had 20 nails inside and 22 nails on the border. So the calculated number will be: 20 (of the nails inside) + 11 (half of the nails of the border) equals 31. This is the calculated number for the right column.

Divide the group into two subgroups. Every subgroup completes the right column of the sheet “Table of conclusions” for every figure. The two subgroups then compare their results.

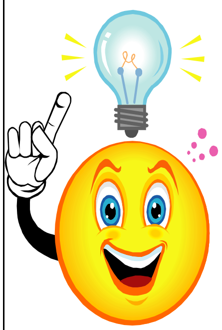
(Step 5) We look for a relationship between the area of the figures and the calculated numbers in step 4. So look closely to the two columns on the right of the sheet “Table of conclusions”. What relationship can you detect? Put this as precise as possible in words below:

....

This seems to work for every figure you can build on a nail board. We therefore conclude that it is possible for these figures to calculate areas just by counting nails. Complete the conclusions in the box:

Conclusion (discovered by G.A. Pick in 1899):

On a nail board where nails are lying ...... cm from each other, the



area (in cm^2) of a polygon made by an elastic band equals:

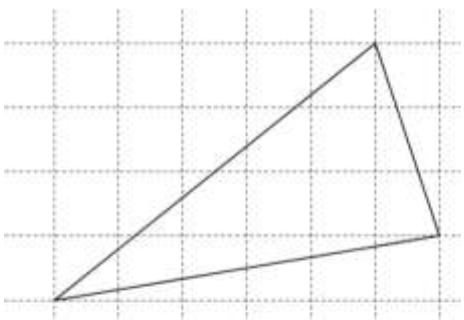
the number of nails ....

PLUS HALF the number of nails ....,

MINUS ....

(Step 6) This formula can be used to calculate areas of all kinds of figures, including more difficult ones. Calculate the area of the following figures, using the formula above.

a)



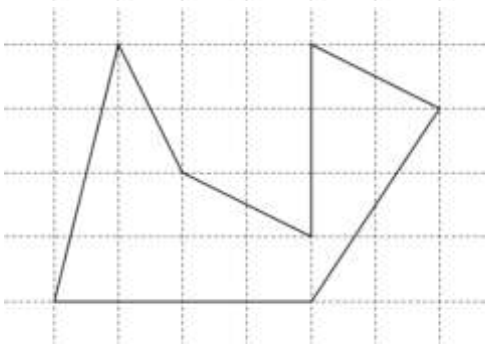
You can also try to make figure a-b on your nail board.

Number of nails inside figure: ....

Number of nails on the border: ....

Area: ....

b)



Number of nails inside figure: ....

Number of nails on the border: ....

Area: ....

c) On the first page, you have a figure of a swan and a rabbit. Calculate the area of these figures.

The swan:

The rabbit:

d) Create yourself a figure. Make it on your nail board and then draw it on a working sheet. Put the caption (6d) inside it, and calculate its area. Be creative!

Congratulations. You now have the ability to calculate areas by counting nails. If you have some time left, or if you are faster than the rest of your group, make the exercises on the next sheet.

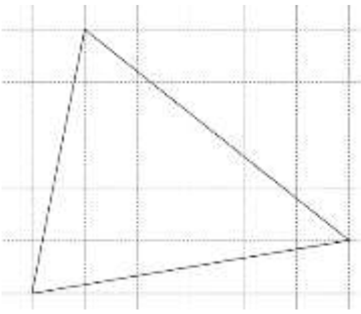
(Step 7) *Questions to think about (you can write your explanations on the back of this paper).*

a) What happens if the distance between the nails is not 1 cm. Consider for example a nail board where the distance between nails is exactly 2 cm. Explain by using the triangle of step 6a how you can now calculate the area by counting nails.

b) Same question as a), but now the distance between the nails is 1,5 cm. What is the area of the triangle in step 6a now?

c) Knowing the formula of the nails, it can be used to make figures of a given area. Try to make a quadrilateral with an area of exactly 8,5 cm^2. Explain your way of thinking. Use your nail board to experiment on and draw your quadrilateral on a working sheet with caption (7c) inside it.

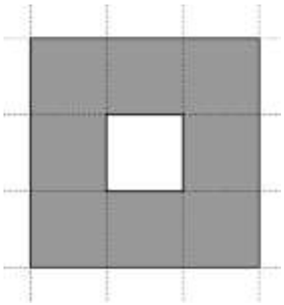
Tip if you do not have any idea how to start with this question.
Suppose you want to make a triangle of exact area 14,5 cm^2. Using the formula of the nails, you can try to create a triangle with only three points on the border; this will be the three vertices of your triangle. All you have to do now, is to make sure there lie exactly 14 nails inside your triangle. Can you see why?
A little experimenting on your nail board can lead to the triangle below, which has an area of exactly 14,5 cm^2.



d) Using the formula of the nails, you can detect new statements. Try to complete the following statement. "Every triangle on a nail board with an area of 1,5 cm^2 ………… ……………………………………………………………………………………"

e) Calculate the real area of the grey figure (with a hole inside) by counting unit squares. What should be the area according to the conclusion on page 4. What do you notice?

…………………………………………………………………………



…………………………………………………………………………

Each member of the group creates another figure with one hole (you'll need two elastic bands). Make sure the two elastic bands are non-intersecting and be creative! Try to formulate an alternative for the formula on page 4 for figures with one hole in it by comparing area and counting nails.

f) Challenge. Try to make a figure on the nail board with one elastic band and where the conclusion on page 4 does not hold.

Table of conclusions

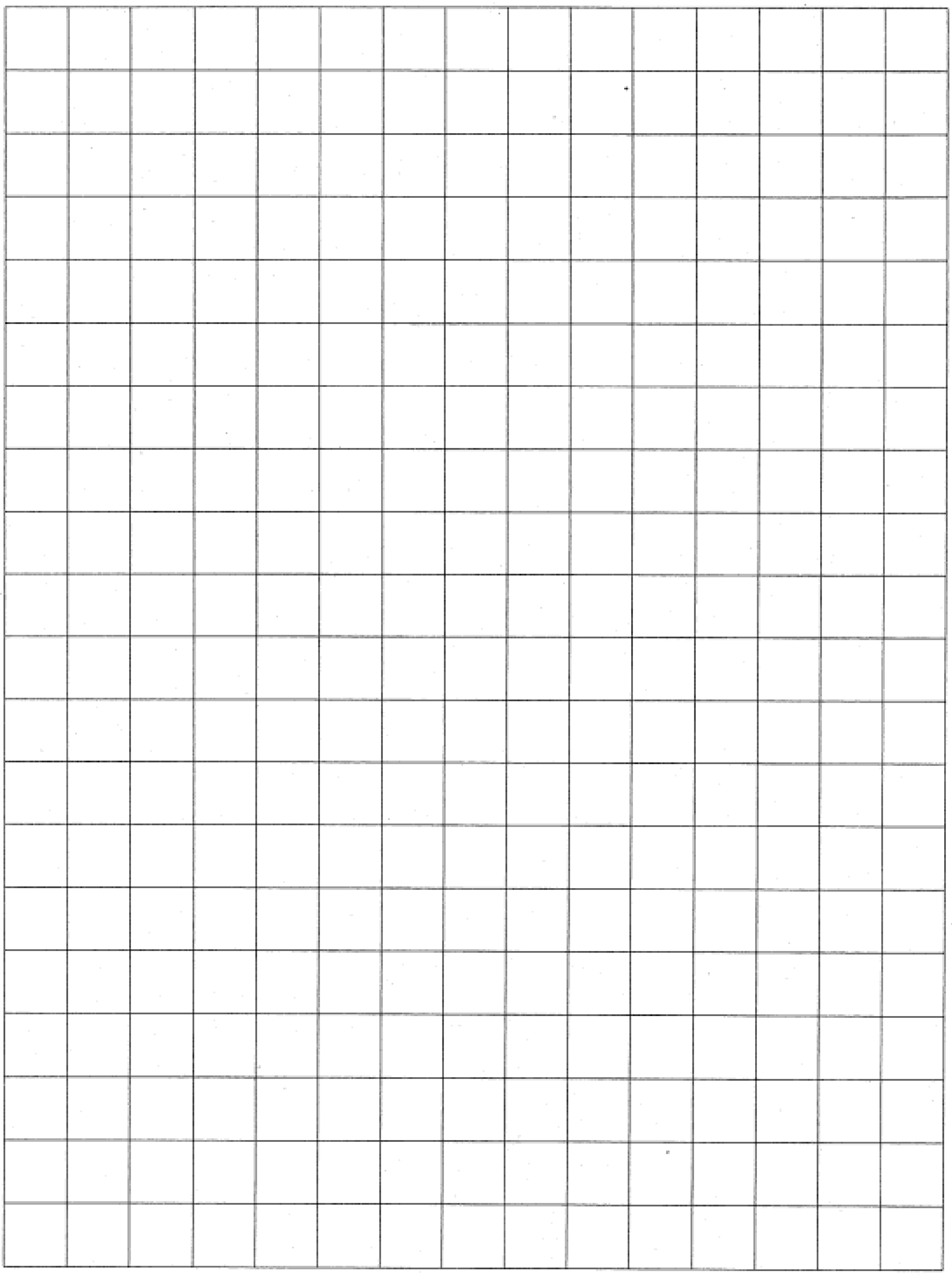
Secretaries put in the first column a short description of the figure, e.g. “rectangular triangle with base 6cm, height 5cm”. In steps (1)-(3) they fill in the numbers in the next three columns.

In step (4) your group will help you to calculate the number. Until this step, the last column remains empty.

Description figure	number of nails compl. inside	number of nails on border	area fig (in cm^2)	calculation step (4)
Rectangle: length 6 cm, height 5 cm	20	22	30 cm^2	

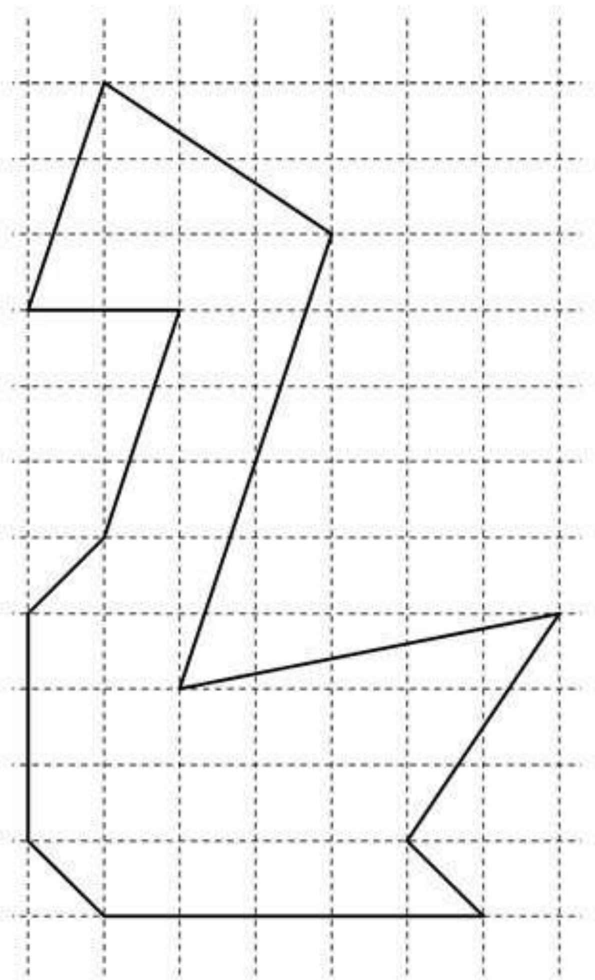
Working sheet (representing the nail board)

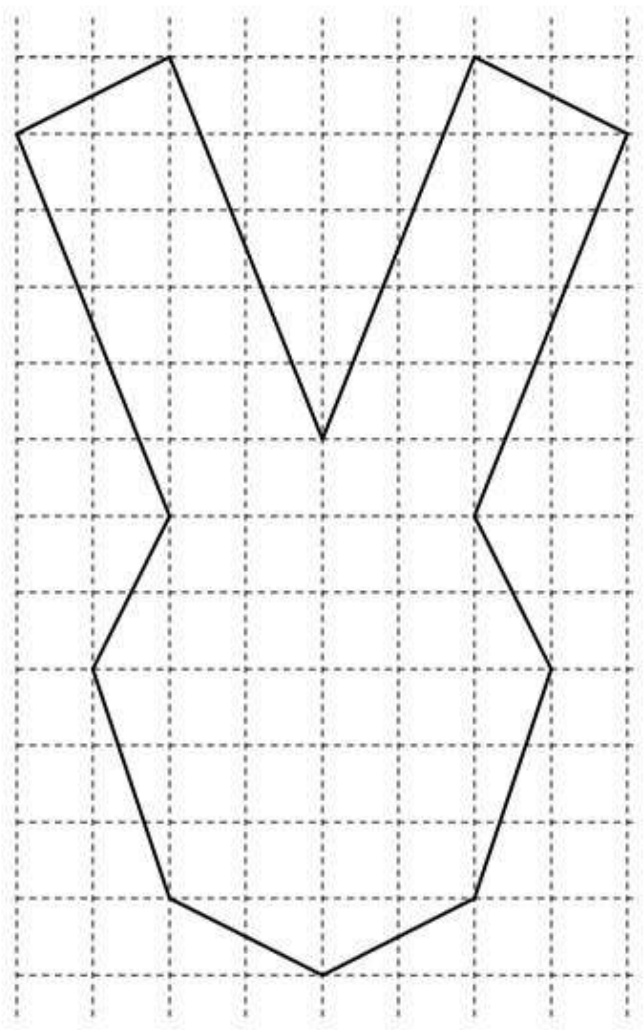
Name: ....



Ime: .... Razred:.........

Računanje ploščine s preštevanjem žebljičkov





Vsak udeleženec dobi geoploščo in elastični trak. Predpostavimo, da je razdalja med dvema sosednjima žebljičkoma natanko 1 cm, zato je ni potrebno posebej meriti. Na geoplošči bomo ustvarjali različne like.

V svoji skupini določite dva zapisničarja, ki bosta vpisovala rezultate v preglednico. Vnesla bosta podatke za vsak lik, ki ga boste naredili v skupini, vi pa boste skušali ugotoviti, kakšna je zveza med zapisanimi števili. Priporočamo, da preglednico izpolnite zelo natančno.

Ob preglednici za vnos podatkov se nahaja tudi mreža, ki jo lahko uporabite za risanje izdelanih likov na geoplošči.

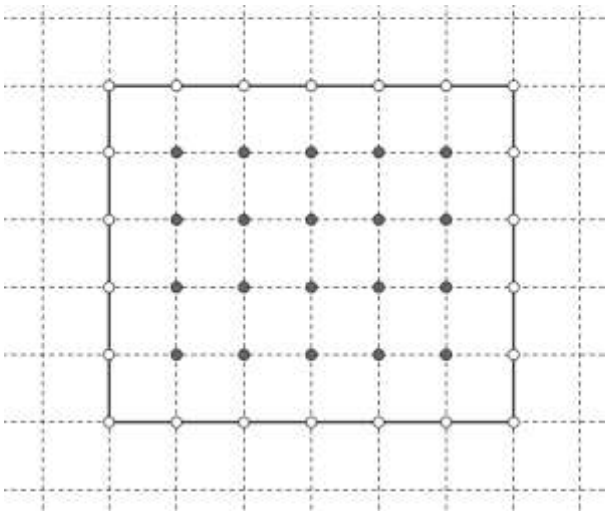
Želimo vam veliko uspeha pri delu z žebljički.

(Korak 1) Vsak udeleženec na geoplošči oblikuje pravokotnik. Pravokotniki v skupini naj bodo različni. Na sliki je primer pravokotnika z dolžino 6 cm in širino 5 cm. Oblikujte še svojega.

Preštejte število žebljičkov, ki v celoti ležijo znotraj pravokotnika, npr. kot 20 sivih točk na sliki: ……..

Preštejte število žebljičkov, ki ležijo na robu pravokotnika, npr. kot 22 belih točk na sliki; ……...

Ne pozabimo, da je razdalja med žebljički 1 cm in je ploščina vsakega kvadratka natanko 1 cm^2. Zapišite ploščino svojega pravokotnika: ……..…….. (Ne pozabite na ustrezno enoto).



Zapisničarja vnašata rezultate za vse pravokotnike v preglednico (zadnji stolpec ostaja zaenkrat prazen). V primeru pravokotnika na sliki so že vnešena ustrezna števila.

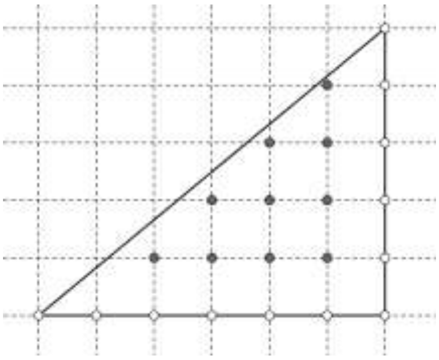
(Korak 2) Opazujmo sedaj trikotnike. Skupino razdelite v dve podskupini. V prvi skupini vsak na svoji geoplošči oblikuje pravokotni trikotnik (ena stranica naj leži vodoravno, druga pa navpično).

V drugi skupini vsak oblikuje trikotnik, ki ni pravokoten, ena stranica naj leži vodoravno. Trikotniki naj bodo različni.

Najprej si oglejte naslednji primer. Na spodnji sliki je pravokotni trikotnik s katetama 6 cm in 5 cm. Ploščina tega trikotnika je ………… Pojasnite, kako ste prišli do tega rezultata.

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..



Preštejete, koliko žebljičkov leži znotraj trikotnika (sive točke): ……..

Preštejte žebljičke, ki ležijo na robu trikotnika (bele točke): ……...

Vrnite se sedaj k svojem trikotniku in preštejte žebljičke.
Če ste v dvomih, ali žebljiček leži znotraj trikotnika ali na njegovem robu, narišite natančno sliko.
Koliko žebljičkov leži znotraj vašega trikotnika: ....
Koliko žebljičov leži na robu trikotnika: ....

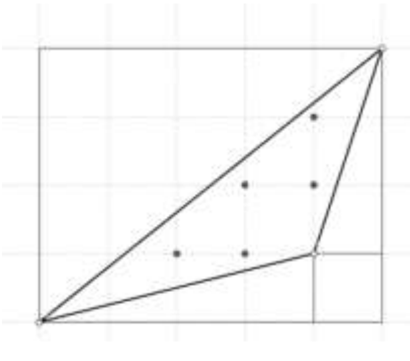
Kolikšna je ploščina trikotnika? (Kratko opišite, zakaj.).

……………………………………………………………………………………..

Zapisničarja vneseta rezultate za vse trikotnika v preglednico. Hitrejši člani se lahko spoprimejo z bolj zapletenim trikotnikom v koraku 3.

KO SO VSI V SKUPINI ZAKLJUČILI S KORAKOM 2, CELOTNA SKUPINA NADALJUJE S KORAKOM 4.

(Korak 3) Oglejte si trikotnik na sosednji sliki. Pri preštevanju žebljičkov ne bi smelo biti težav. Težje bo izračunati ploščino takega poljubnega trikotnika.
To lahko naredimo po naslednjem premisleku: ploščino tega trikotnika dobimo tako, da od ploščine velikega pravokotnika odštejemo ploščino majhnega pravokotnika ter ploščine treh pravokotnih trikotnikov (v pomoč so tanke črte na sliki).
Izračunajte ploščino in zapišite rezultat.



(Korak 4) V preglednici sedaj izpolnite še desni stolpec. Potreben bo kakšen manjši izračun.

V drug stolpec sta zapisničarja zapisala število žebljičkov, ki so ležali znotraj lika. Ti žebljički so bili prešteti v celoti.

V tretji stolpec sta zapisničarja vnesla število žebljičkov na robu lika. Upoštevajmo, da bi za žebljiček na robu lika lahko rekli, da ga je polovica zunaj, polovica pa znotraj lika. Zato žebljičke na robu štejemo za polovico žebljička.

S to predspostvko lahko izračunamo število. Zapisali ga bomo v desni stolpec pod 'izračuni' v koraku 4. Vzemimo za primer pravokotnik iz koraka 1. Imel je 20 žebljičkov znotraj in 22 žebljičkov na robu. Torej je izračunana vrednost: 20 (število notranjih žebljičkov) + 11 (polovica števila žebljičkov na robu), kar znese 31. To je izračunana vrednost, ki jo vnesemo v četrti stolpec.

Skupino razdelimo v dve podskupini. Vsaka podskipina izpolni desni stolpec v preglednici sklepov za vsakega od likov. Podskupini nato rezultate primerjata.

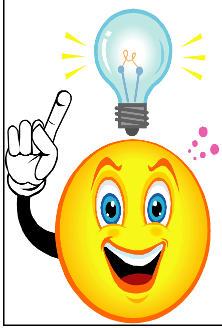
(Korak 5) Sedaj iščemo zvezo med ploščino lika in izračunano vrednostjo iz četrtega stolpca. Pozorno si oglejmo desna stolpca v preglednici. Katero zvezo opazite? Čim bolj natančno jo zapišite:

....

To velja za poljuben lik na geoplošči. Sklepamo, da je lahko za te like do njihove ploščine pridemo le s preštevanjem žebljičkov. Dopolnite ugotovitev v okvirčku:

Sklep (zapisal ga je G.A. Pick leta 1899):

Na geoplošči, kjer so žebljički drug od drugega oddaljeni...... cm,



je ploščina (v cm^2) lika, ki ga oblikujemo z elastiko:

število žebljičkov ……………………………………

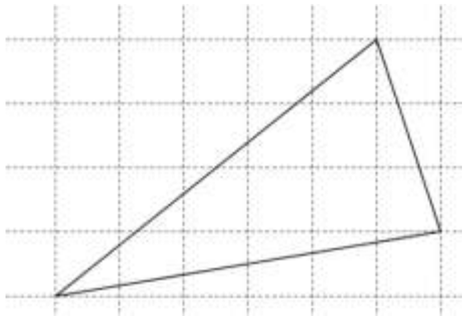
PLUS polovica števila žebljičkov

……………………………………………………….,

MINUS ....

(Korak 6) S pomočje tega obrazca lahko izračunamo ploščine poljubnih likov, tudi zelo zapletenih. Uporabite obrazec pri izračunu ploščin naslednjih likov. Poskusite oblikovati lika a in b na geoplošči.

a)

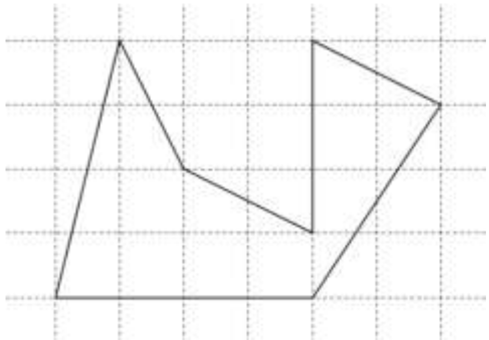


Število žebljičkov znotraj lika: ....

Število žebljičkov na robu lika: ....

Ploščina: ....

b)



Število žebljičkov znotraj lika: ....

Število žebljičkov na robu lika: ....

Ploščina: ....

c) Na prvi strani gradiva sta sliki laboda in zajca. Izračunajte njuno ploščino.

Labod:

Zajec:

d) Oblikujte svoj lik na geoplošči in ga prerišite na papir. Znotraj lika zapišite oznako 6d) in izračunajte njegovo ploščino. Naj vam ne zmanjka domišljije!

ČESTITAMO. NAUČILI STE SE IZRAČUNATI PLOŠČINO S PREŠTEVANJEM ŽEBLJIČKOV. ČE VAM JE OSTALO ŠE KAJ ČASA, NAREDITE ŠE NALOGO NA NASLEDNJI STRANI.

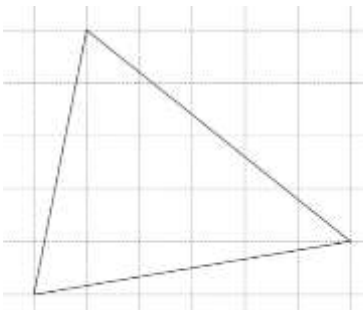
(Korak 7) *Premislite o naslednjih vprašanjih (zapišite odgovore na list).*

a) Kaj se zgodi v primeru, ko razdalja med žebljičkoma ni 1 cm? Za primer vzemite npr. razdaljo med žebljičkoma 2 cm. Pri razlagi, kako izračunate ploščino s preštevanjem žebljičkov, uporabite trikotnik iz koraka 6a).

b) Enako vprašanje kot v a) s tem, da je razlika med žebljički 1,5 cm. Kolikšna je ploščina trikotnika 6a) v tem primeru?

c) Ko poznamo obrazec s številom žebljičkov, ga lahko uporabimo za izdelavo lika z dano ploščino. Poskusite oblikovati štirikotnik s ploščino natanko 8,5 cm^2. Opišite svoje razmišljanje. Uporabite geoploščo za preizkušanje in štirikotnik tudi narišite. Vanj vpišite oznako (7c).

Nasvet.
Recimo, da želimo oblikovati trikotnik s ploščino 14,5 cm^2. S pomočjo obrazca lahko poskusite oblikovati trikotnik s tremi žebljički na robu; to bodo tri oglišča trikotnika. Kar moramo storiti sedaj je le to, da znotraj trikotnika leži 14 žebljičkov. Ali lahko ugotovite zakaj?
S preizkušanjem na geoplošči boste prišli do trikotnika na sliki, ki ima ploščino 14,5 cm^2.



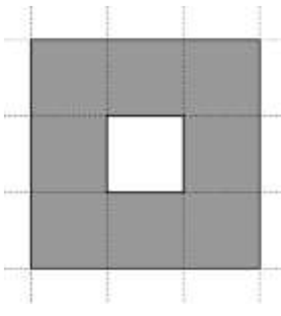
d) Z uporabo obrazca o številu žebljičkov lahko pridemo do novih ugotovitev. Dopolnite naslednjo poved. "Vsak trikotnik na geoplošči s ploščino 1,5 cm^2

……………………………………………………………………………………………"

e) Izračunajte 'pravo' ploščino pobarvanega lika (z luknjo) s preštevanjem kvadratkov. Kakšna bi morala biti ploščina glede na ugotovitve na strain 4? Kaj opazite?

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………



Vsak član oblikuje lik z luknjo (potrebovali boste dve elastični vrvici). Vrvici naj se ne sekata! Uporabite domišljijo. Oblikujte obrazec, podobno kot na strani 4 za like z luknjo s primerjanjem ploščin in štetjem žebljičkov.

f) Izziv: na geoplošči oblikujte lik, za katerega obrazec na strani 4 ne drži.

Preglednica za beleženje rezultatov

Zapisničarja v prvi stolpec vpišeta kratek opis lika, npr. : pravokotni trikotnik z osnovnico 6 cm in višino 5 cm. V korakih 1-3 ustrezno izpolnita naslednje tri stolpce.

Zadnji stolpec skupina izpolni šele v koraku 4.

Opis lik	število žebljičkov znotraj lika	število žebljičkov na robu lika	ploščina lika (v cm^2)	Izračun korak (4)
Trikotnik: dolžina 6 cm, širina 5 cm	20	22	30 cm^2	

Mreža (geoplošča)

Ime: ....

WHAT SCIENTIFIC CALCULATORS ARE CAPABLE OF?

Kaj zmorejo znanstvena računala?

Jan Dobrindt, Educational Technology Consultant Texas Instruments

j-dobrindt@ti.com

Abstract
TI’s latest and most advanced scientific calculator features a high-quality MultiView™ display and MathPrint™ capability. Enhanced math functionality makes it ideal for computer science and engineering courses and topics in which graphing technology may not be permitted.
The TI-30X Pro MultiviewTM has been designed in collaboration with practitioners around the world.
During the presentation and hands-on workshop the attendees are to expect some high level curriculum-relevant examples for primary school.

Keywords: lecture, hands-on workshop, technology in classroom.

PRACTICING BASIC SKILLS IN A PRODUCTIVE WAY[17]

Utrjevanje osnovnih veščin na učinkovit način

Erich Ch. Wittmann, Technical University of Dortmund, Project "mathe 2000"

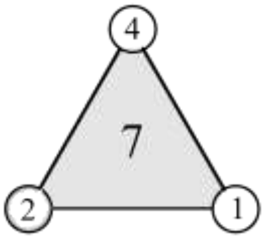
wittmann@math.tu-dortmund.de

Abstract
In this workshop some learning environments will be offered for active investigation, in which practice of basic skills and general competences are integrated in a natural way (productive practice).

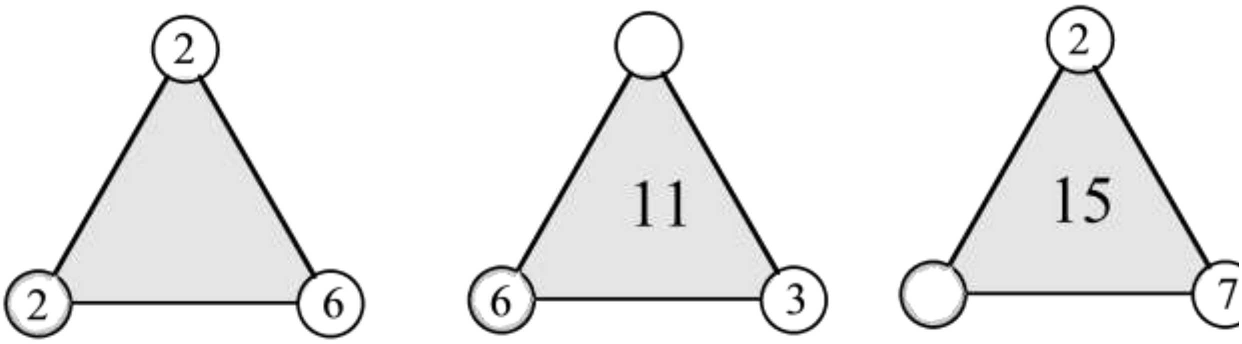
Key words: practicing skills, mathematical patterns, learning environments.

Worksheet 1: Hedgehog-triangles[18]

Rule: In a hedgehog triangle the three numbers in the circles have to be added, the resulting hedgehog number is written in the middle of the triangle. The number 0 is **not** admitted.



Exercise 1: Fill in the missing numbers.

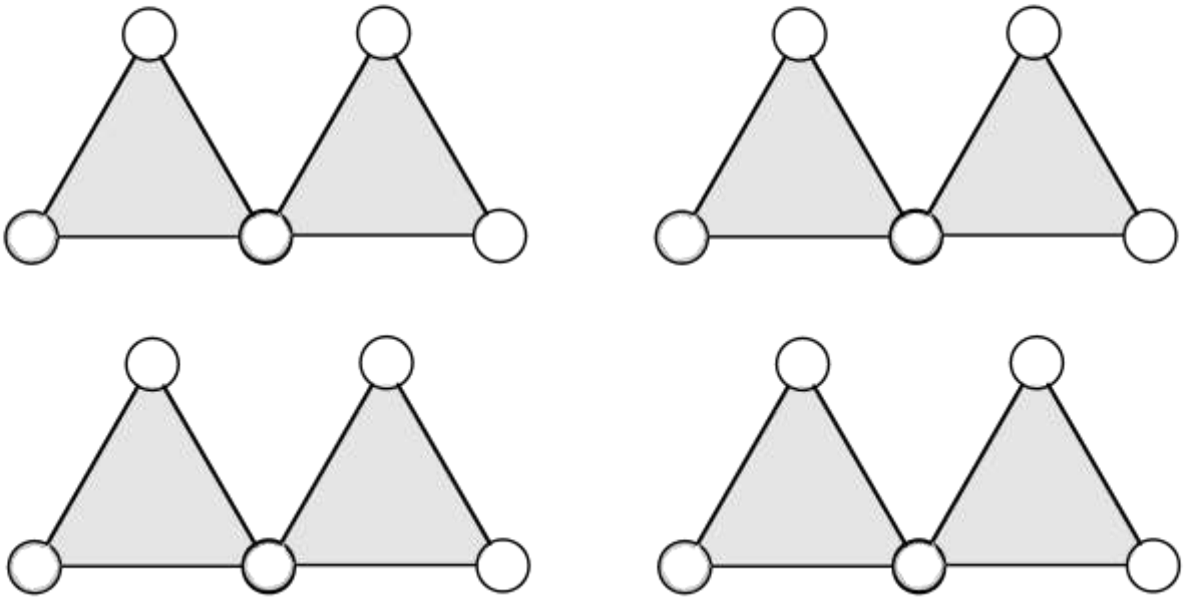


Exercise 2: Coupled hedgehog triangles

Write the numbers 1, 2, 3, 4 and 5 in the five circles such that the hedgehog numbers in **both** triangles are **equal.**
Note: The number in the middle circle has to be used twice.

[17] Workshop at KUPM 2012, Maribor August 23 – 24, 2012
[18] Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N., Probieren und Kombinieren. Igelaufgaben zum Zahlenbuch 1 – 4. Stuttgart: Klett

There are several solutions. Try to find them.



Worksheet 2: A dynamic system[19]

Rule: Choose a number within the domain 1 – 100. If it is even, then halve it, if it is odd, then add 9. Repeat this process until you get into a loop.

Examples: 44, 22, 11, 20, 10, 5, 14, 7, 16, 8, 4, 2, 1 (10, ….) (Loop 1)
51, 60, 30, 15, 24, 12, 6, 3 (12, …) (Loop 2)

Start with other numbers and discover a third loop (Loop 3).

Any sequence will end in one of the three loops. Mark numbers which lead to loops 1, 2, 3 in the hundred chart in different ways (for example with different colors or different symbols).

[19] Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. , Das Zahlenbuch. Vol. 3. Stuttgart: Klett

Which patterns do you notice?

Hundertertafel

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Worksheet 3: Always three tasks[20]

Start with an arbitrary **subtraction task** of three-digit numbers.
Calculate the **complement** of the second number (the subtrahend) to 1000.
Add this complement to the first number (the minuend).

Example:

Subtract: 563 – 287 =

Calculate the complement: 287 + ____= 1000

Add: 563 + ____ =

[20] Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. , Das Zahlenbuch. Vol. 3 Stuttgart: Klett

Results of this example:

Subtract:	563 – 287 = 276
Calculate the complement :	287 + **713** = 1000
Add:	563 + **713** = _____

Calculate several examples.

What do you observe? Try to explain it.

Worksheet 4: Multiplication top-down and criss-cross[21]

Exercise 1:
Choose two pairs of subsequent numbers and arrange them in a square.
Then perform two multiplications, one top-down and a second one criss-cross. Add the products in both cases and compare the results.

Examples:

$$\begin{array}{ccc} 4 & & 5 \\ | & \times & | \\ 8 & & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 4 \cdot 8 + 5 \cdot 9 = 32 + 45 = 77 \\ 4 \cdot 9 + 5 \cdot 8 = 36 + 40 = \end{array}$$

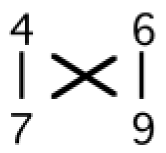
$$\begin{array}{ccc} 12 & & 13 \\ | & \times & | \\ 7 & & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 12 \cdot 7 + 13 \cdot 8 = \\ 12 \cdot 8 + 13 \cdot 7 = \end{array}$$

Calculate several examples.
What do you notice? Try to explain it.

Exercise 2:
Choose now pairs of numbers which differ by 2 (or by 3, …) and execute the same calculations.

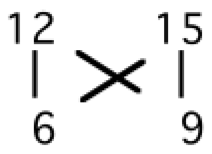
[21] Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. , Das Zahlenbuch. Vols. 2 – 4. Stuttgart: Klett

Examples:



$$4 \cdot 7 + 6 \cdot 9 = 28 + 54 = 82$$

$$4 \cdot 9 + 6 \cdot 7 = 36 + 42 =$$



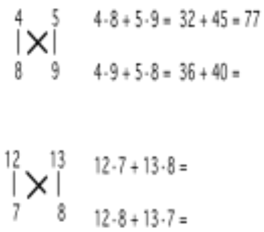
$$12 \cdot 6 + 15 \cdot 9 =$$

$$12 \cdot 9 + 15 \cdot 6 =$$

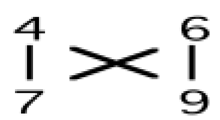
UTRJEVANJE OSNOVNIH VEŠČIN NA UČINKOVIT NAČIN[22]

Erich Ch. Wittmann, Tehnična univerza v Dortmundu, projekt "mathe 2000"

DELOVNI LIST 1: TRIKOTNIKI[23]



Navodilo: Seštejte števila zapisana v krogih. Vsoto treh števil zapišite v sredino trikotnika. Število 0 ni dovoljeno.



$$4 \cdot 7 + 6 \cdot 9 = 28 + 54 = 82$$

$$4 \cdot 9 + 6 \cdot 7 = 36 + 42 =$$

$$12 \cdot 6 + 15 \cdot 9 =$$

$$12 \cdot 9 + 15 \cdot 6 =$$

VAJA 1: Dopolni manjkajoča števila.

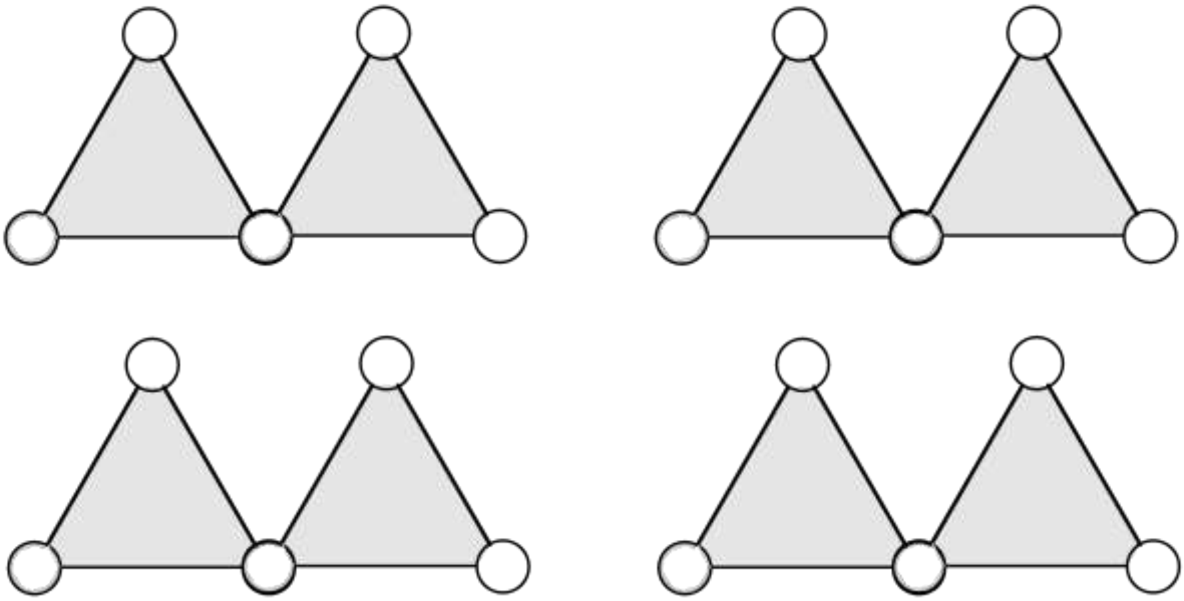
[22] Workshop at KUPM 2012, Maribor August 23 – 24, 2012

[23] Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N., Probieren und Kombinieren. Igelaufgaben zum Zahlenbuch 1 – 4. Stuttgart: Klett

Prevod: mag. Leonida Novak in mag. Jana Kruh Ipavec

VAJA 2: Povezana trikotnika

Zapišite števila 1, 2, 3, 4 in 5 v pet krogov dveh trikotnikov, tako da bo vsota števil v povezanih trikotnikih enaka.
Opomba: Število iz skupnega kroga uporabimo pri seštevanju dvakrat.
Obstaja več rešitev. Poskusite jih najti.



DELOVNI LIST 2: DINAMIČNI SISTEM[24]

Pravilo: Izberite število v obsegu od 1 do 100. Če ste izbrali sodo število, ga delite z 2, če ste izbrali liho število, mu prištejte 9. Postopek ponavljajte, dokler ne pridete do ponavljajočega cikla števila.
Primer : 44, 22, 11, 20, 10, 5, 14, 7, 16, 8, 4, 2, 1 (10, ….) (cikel 1)
51, 60, 30, 15, 24, 12, 6, 3 (12, …) (cikel 2)

Začnite z drugimi števili in odkrijte še tretjo možnost (cikel 3).

Vsak niz se bo končal z eno od treh možnosti. Preizkusite sistem z vsemi števili na stotičnem kvadratu. Na različne načine (na primer z različnimi barvami ali različnimi simboli) označite števila, ki vodijo do možnosti 1, 2 ali 3.

[24] Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. , Das Zahlenbuch. Vol. 3. Stuttgart: Klett

Katere vzorce opazite?

Hundertertafel

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

STOTIČNI KVADRAT

DELOVNI LIST 3: VEDNO TRI NALOGE[25]

Začnite z odštevanjem dveh poljubnih 3-mestnih števil.
Izračunajte drugi seštevanec k manjšemu številu do 1000.
Prištejte to število prvemu izbranemu številu.

Primer:

Odštejte: 563 – 287 =

[25] Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. , Das Zahlenbuch. Vol. 3 Stuttgart: Klett

Izračunajte drugi seštevanec: 287 + ____= 1000

Seštejte: 563 + ____ =

Rešitev primera:

Odštejte; 563 – 287 = 276

Izračunajte drugi seštevanec: 287 + **713** = 1000

Seštejte: 563 + **713** = _____

Izračunajte nekaj primerov po opisanem postopku.

Kaj opazite? Poskusite pojasniti.

DELOVNI LIST 4: MNOŽENJE OD ZGORAJ NAVZDOL IN NAVZKRIŽNO[26]

Vaja 1:
Izberite dve dvojici zaporednih števil in ju uredite v kvadrat.
Števili pomnožite, eno od zgoraj navzdol in drugo navzkriž. Seštejte oba zmnožka in primerjate vsoti.
Primeri:

$$\begin{array}{ccc} 4 & & 5 \\ | & \times & | \\ 8 & & 9 \end{array}$$

$$4 \cdot 8 + 5 \cdot 9 = 32 + 45 = 77$$

$$4 \cdot 9 + 5 \cdot 8 = 36 + 40 =$$

$$\begin{array}{ccc} 12 & & 13 \\ | & \times & | \\ 7 & & 8 \end{array}$$

$$12 \cdot 7 + 13 \cdot 8 =$$

$$12 \cdot 8 + 13 \cdot 7 =$$

Izračunajte nekaj primerov.
Kaj ste opazili? Poskusite razložiti.

VAJA 2:
Izberite dve dvojici števil, tako da je drugo število za 2 oziroma za 3 (in več) večje od prvega števila in izvedite enak postopek.

[26] Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. , Das Zahlenbuch. Vols. 2 – 4. Stuttgart: Klett

$$\begin{array}{ccc} 4 & & 6 \\ | & \times & | \\ 7 & & 9 \end{array}$$

$$4 \cdot 7 + 6 \cdot 9 = 28 + 54 = 82$$

$$4 \cdot 9 + 6 \cdot 7 = 36 + 42 =$$

$$\begin{array}{ccc} 12 & & 15 \\ | & \times & | \\ 6 & & 9 \end{array}$$

$$12 \cdot 6 + 15 \cdot 9 =$$

$$12 \cdot 9 + 15 \cdot 6 =$$

ANIMIRANA VIZUALIZACIJA BESEDILNIH NALOG
Animated Visualisation of Textual Tasks

Andreja Novak, OŠ Hajdina

andreja.novak3@guest.arnes.si

Povzetek

Uspešnost reševanja besedilnih nalog in matematičnih problemov je odvisna od razumevanja v nalogi zastavljene učne situacije. Ena od možnih poti do razumevanja je vizualizacija prebranega besedila. Kadar pa besedilo opremimo z ustrezno sliko ali, še bolje, ga nadomestimo s stripom ali animacijo, pa lahko pritegnemo pozornost tudi tistih učencev, ki se takšnim nalogam najraje izognejo. Na spletu obstaja veliko prostodostopnih spletnih aplikacij, ki nam pri ustvarjanju takšnih gradiv zelo olajšajo delo. Izdelujemo lahko stripe, animacije, risanke in video montaže. Uporabljati jih je mogoče na različne načine – od tiskanega materiala (učni listi, plakati, učenje, preverjanje …) do rabe v elektronski obliki v spletni učilnici ali na spletni strani šole.
Enostavna raba teh spletnih orodij omogoča, da gradiva izdelujejo tudi učenci. Lahko jim ponudimo nedokončan izdelek z nekaj praznimi oblački, ki jih morajo sami opremiti z vsebino in ob tem razmišljati o potrebnih in skritih podatkih. Ko učenec besedilno nalogo pretvarja v sliko, strip ali animacijo, lahko učitelj uvidi, kako učenec razmišlja in kje je prišlo do napačnih predstav prebranega.
Predstavili bomo nekaj matematičnih stripov in animacij ter podali ideje in možne načine uporabe le-teh pri pouku.

Ključne besede: animacije, stripi, besedilne naloge, matematični problemi, vizualizacija.

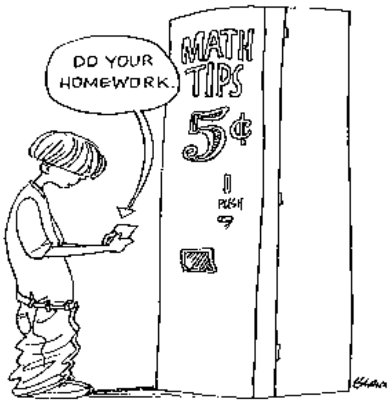
Abstract

Solving mathematical problems in textual tasks depends on the understanding of the learning situations introduced in tasks. One of the possible ways to understanding is visualization of the text. But when a text is equipped with an appropriate picture or even better, if we replace it with a comic or animation it results in better motivation of students who usually avoid solving textual tasks. There are a lot of free web applications which make our preparation of tasks much easier. We can create comics animations, cartoons and video clips. They can be used in different ways – from worksheets, posters, learning, checking to the use of e-materials in virtual learning environment, or in school homepage.
Due to easy use of web applications also students can be creators of such materials.
We can give them unfinished work with empty speech bubbles which they have to fill in with the content and think about needed and hidden data. When a student transfers a textual task into a picture, comic or animation, a teacher can figure out how the student thinks and where the incorrect conceptions occur.
Some math comics and animations will be presented and ideas and possible ways of their classroom use will be discussed.

Key words: animations, comics, solving mathematical problems, visualization.

Uvod

Stripi, animacije in risanke niso samo zabavni, ampak so lahko tudi pedagoško orodje (Slika 1). Združujejo dve zelo bogati izrazni obliki - literarno in upodabljajočo umetnost. Stripi se že več kot 100 let uporabljajo kot uspešen instrument za širjenje idej in prenos sporočil, čeprav večina ob njih pomisli le na zabavo. Raba stripov pri matematiki ni



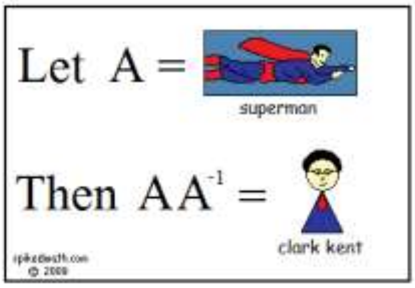
Slika 1: Poučno in zabavno [3]

posebna novost, saj jih že dalj časa uporabljamo v nekaterih učbenikih in delovnih zvezkih. Raziskave kažejo, da imajo slike in besede zelo veliko pripovedno moč (McCloud, 2003).

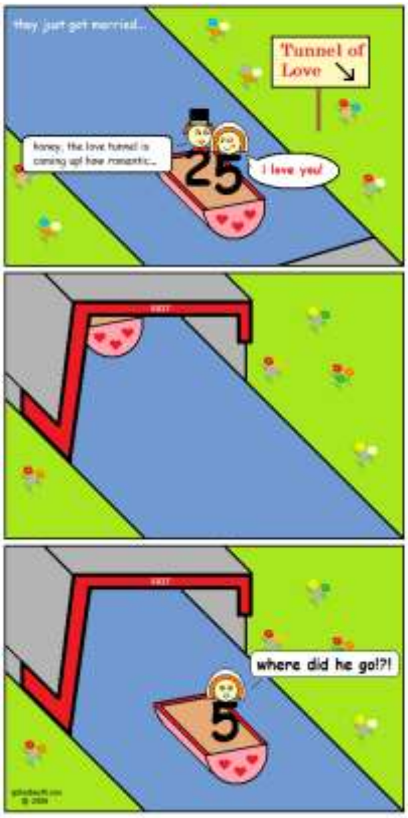
Slika 2: Statistika [4]

S stripi in animacijami lahko včasih lažje razložimo snov, popestrimo učno uro, podamo besedilno nalogo na zanimivejši in preglednejši način. Omogočajo nam reševanje matematičnih problemov skozi »avanturistični kanal«. Z malo domišljije lahko dolgočasna in težko berljiva informacija postane barvita, slikovita, dinamična, lahko predstavljiva, miselni izziv in vznemirljiva za učenca. Nekateri učenci slikovno sporočilo lažje razumejo kot isto sporočilo, podano v obliki besedila. Učenec lahko s pogledom zajame več delov slike ali celo več slik hkrati, jih v mislih poveže in združi v smiselno celoto.
Četudi nismo likovno nadarjeni, lahko ustvarjamo zanimive stripe in animacije, saj obstaja v spletu veliko prostodostopnih spletnih orodij in pripomočkov, ki se jih lahko naučimo uporabljati že v nekaj minutah. Če pa se želimo popolnoma izogniti rabi spletnih aplikacij in risanju, pa lahko uporabimo digitalni fotoaparat in izdelamo foto-strip: v urejevalniku besedil vstavimo fotografije in dodamo besedilne oblačke ali pa jih izrežemo in prilepimo na fotografijo. Ni nujno, da je ustvarjalec takšnih gradiv vedno učitelj. Zaradi preprostosti rabe spletnih orodij jih lahko izdelujejo tudi učenci.

Raba stripov, animacij in videov pri pouku
Poglejmo si nekaj primerov in idej kdaj, kje in kako uporabiti strip ali animacijo pri pouku matematike.

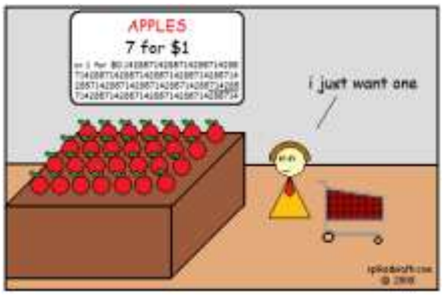


Slika 3: Primer rabe linearne algebre za iskanje identitete Supermana [6]



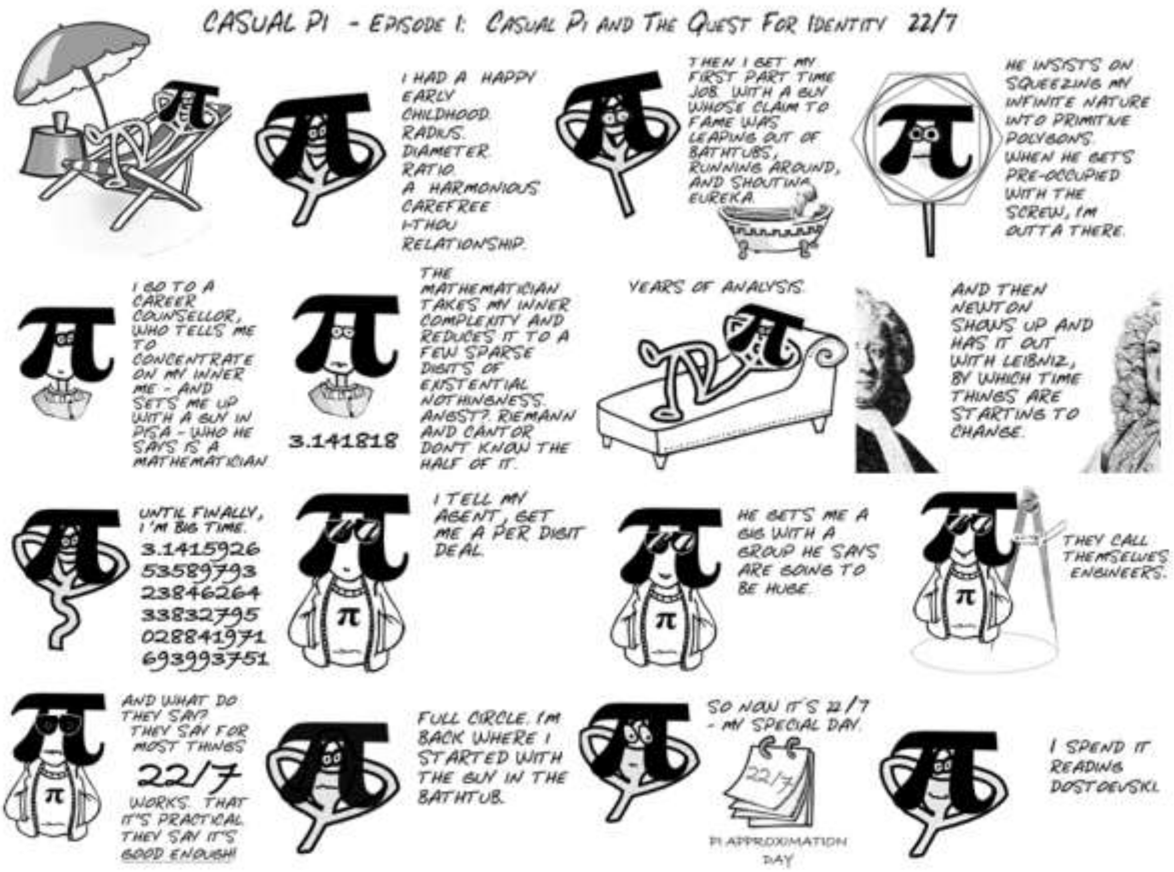
Slika 4: Primer rabe stripa za ponazoritev korenjenja [6]

Strip, animacijo ali matematični video lahko uporabimo v poljubnem delu učne ure, kot motivacijo ali za popestritev panoja, plakata, v spletni učilnici, na spletni strani šole ipd. Na Slikah 3 in 4 je primer rabe stripa pri razlagi novega matematičnega pojma.



Slika 5: Primer rabe stripa kot vira podatkov [6]

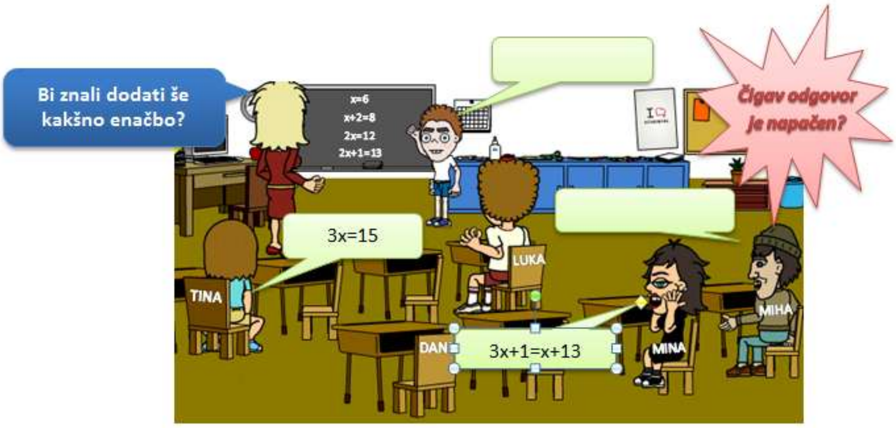
Na Sliki 5 vidimo primer rabe stripa, kjer mora učenec še pred reševanjem ubesediti nalogo in šele nato razmišljati o možnih poteh reševanja. V spletu lahko najdemo veliko komičnih stripov iz zgodovine matematike, kjer imajo glavno vlogo slavni starogrški matematiki in filozofi.



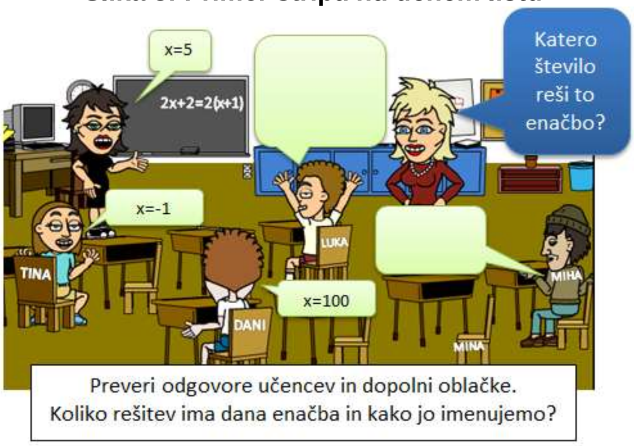
Slika 6: Kratek zgodovinski pregled iskanja aproksimacij števila π [5]

Matematične stripe znajo v tujini celo tržiti. Obstaja zanimiva razlaga nastanka aproksimacij števila π s stripom (Slika 6), ki jo lahko kupimo natisnjeno na »matematični« majici ali skodelici. Ideja za delo v razredu: učenci lahko izdelajo majice, kjer imajo na eni strani v stripu zastavljeno matematično nalogo, na drugi strani pa rešitev. Zabavno poučne matematične stripe znamo narediti tudi Slovenci; primer Slika 2. Kdo ve, morda bi se celo priljubljenost matematike rahlo povečala, če bi občasno oblekli takšno majico. Moje prepričanje je, da z zmanjševanjem odpora do matematike obratno sorazmerno raste nivo znanja matematike.

Slika 7: Primer stripa na učnem listu



Slika 8: Primer stripa na učnem listu



Slika 9: Primer stripa na učnem listu

Stripe lahko uporabimo na učnih listih (primer slike 3, 7, 8, 9), kjer morajo učenci na podlagi slike ubesediti zgodbo, dopolniti prazne oblačke, razmišljati o potrebnih, zadostnih in odvečnih podatkih. Ko se učenec prvič sreča z nalogo v obliki stripa, ga ta običajno sicer pritegne, vendar hkrati tudi malo zmede. Dodano vrednost vidim v tem, da učence zgodba oz. naloga začne zanimati. Začnejo postavljati vprašanja sošolcem, učitelju, zahtevajo dodatna pojasnila, želijo izvedeti, ali razmišljajo pravilno.

Slika 10: Primer stripa na učnem listu

Stripi, animacije in videi nam omogočajo lažji prikaz življenjske problemske situacije, ki jo lahko z matematičnim znanjem rešimo na različne načine. Slika 9 predstavlja problemsko situacijo, kjer morajo učenci razmišljati o možnih rešitvah, jih predstaviti, primerjati in komentirati, katera bi po njihovem mnenju bila najpravičnejša.

Slika 11: Primer stripa na učnem listu

Zelo priročno je, da si pripravimo situacijske slike brez oblačkov, ki jih nato dodamo v urejevalniku besedil. V tem primeru lahko isto postavitev »igralcev« uporabimo tudi v kateri drugi nalogi. Zamenjati je potrebno le besedilo v oblačkih. Če delamo z oblački v urejevalniku besedil, se izognemo tudi morebitnim težavam s šumniki, posebnimi matematičnimi simboli in zapisi (npr. ulomki, koreni ipd.). Izdelamo lahko naloge, ki jih lahko uporabimo pri različnih matematičnih vsebinah. Primer: nalogo iz Slike 11 lahko učencem zastavimo, ko obravnavamo odstotke ali razmerja.
Izdelamo lahko tudi stripe, kjer so v oblačkih že zapisani odgovori, učenec pa mora zastaviti ustrezno vprašanje. S tem spodbudimo učenčevo ustvarjalnost, saj si mora sam izmisliti nalogo in pri tem paziti na potrebne in smiselne podatke v besedilu, ter da bodo le ti zadostili želeni rešitvi.
Naslednja možnost je, da učencem razdelimo stripe s praznimi besedilnimi oblački, ki jih morajo dopolniti z matematično vsebino na izbrano temo. Ker je raba spletnih orodij za izdelavo stripov in animacij preprosta in hitro usvojljiva, lahko učenci izdelajo celotno gradivo tudi samostojno ali v skupini. V kolikor vsak svoj izdelek objavi v spletni učilnici ali natisnjenega na panoju v matematični učilnici, lahko učenci med seboj primerjajo in vrednotijo izdelke, zapišejo komentarje, predlagajo izboljšave, drug drugemu v obliki stripa zastavljajo naloge … Izdelava takšnih gradiv lahko poteka v šoli ali doma. Lahko pa medpredmetno izdelujemo izobraževalne stripe, animacije in video montaže v okviru kakšnega tehniškega dneva ali pri delu z nadarjenimi. Kot vidimo, je možnosti rabe veliko.

Primeri rabe matematičnih stripov v spletu

- Factoring with mr. Yang http://www.humblecomics.com/factoring/index.html
- Mathguide project http://www.mathguide.com/projects/
- Operation Comics http://www.wku.edu/operationcomics/
- http://works.bepress.com/bruce_kessler/

Delavnica 1: Izdelava matematičnega stripa s spletnim generatorjem stripa

V spletu imamo vsak dan več spletnih orodij, ki jih lahko uporabimo za izdelavo stripov ali predlog z oblački. Naj jih nekaj omenimo – zagotovo pa to niso vsa, ki obstajajo:

- http://www.makebeliefscomix.com/Comix/
- http://stripgenerator.com/strip/create
- http://www.stripcreator.com/make.php
- http://city.lego.com/en-US/ComicBuilder/FramePage.aspx
- http://www.bitstrips.com/create/comic/
- http://www.pixton.com/
- http://www.toondoo.com/

Takšna spletne orodja nam omogočajo široko izbiro različnih figur, oseb, predmetov in kreiranje življenjskih ali popolnoma domišljijskih situacij, ki jih lahko na poljuben način uporabimo v razredu. Vsa lahko uporabljamo na podoben način, tako da, ko se naučimo uporabljati enega, bomo znali uporabljati tudi vsa ostala.

V večini primerov se je potrebno registrirati in ustvariti uporabniško ime in geslo, nekatere pa lahko uporabljamo brez prijave (Slika 12). Ponekod deluje tudi prijava preko Facebook, YouTube ali Google računa. Nekatere omogočajo zahtevnejšo rabo, ki pa je plačljiva. Vendar za naše poterbe zadostuje vse kar je brezplačno dostopno.

Na delavnici se bomo naučili uporabljati izbrano spletno orodje in izdelali nekaj matematičnih stripov, ki jih bomo nato preizkusili in uporabili v razredu.

Slika 12: Primer generatorja stripov, kjer registracija ni potrebna

Delavnica 2: Izdelava animacije s spletnim generatorjem animacij

Prav tako obstaja veliko spletnih generatorjev za izdelavo animacij. Večino uporabljamo zelo podobno kot spletne generatorje stripov. Razlika je le v tem, da lahko tukaj dodajamo še gibanje in zvok oz. govor, ki je lahko posnet z mikrofonom ali pa ga vtipkamo in aplikacija pretvori tekst v brano besedilo.

Nekaj spletnih generatorjev animacij:

- http://goanimate.com/
- http://www.xtranormal.com/
- http://www.youtube.com/create Opomba: GoAnimate ali XtraNormal animacijo lahko kreiramo direktno iz YouTube-a. Prednost je dvojna: če smo že registrirani na

YouTube, ne potrebujemo nove registracije in tudi objava izdelka na YouTube je preprostejša.
- http://www.kerpoof.com/
- http://www.miivies.com/classics/index.php
- http://digitalfilms.com/index.php
- http://gifninja.com/ je preprosto spletno orodje, ki nam pripravljene in urejene sličice spremeni v gif animacijo.
- http://www.voki.com/ je orodje za izdelavo spletnega avatarja. Omogoča vnos besedila, ki ga izbrani animirani lik prebere. Lahko pa posnamemo svoj govor.

Na delavnici si bomo ogledali nekaj primerov in izdelali preprosto animacijo z matematično vsebino.

Snemanje matematičnih videov

Na šolah je vedno več digitalnih kamer, digitalnih fotoaparatov; naši učenci so opremljeni z vedno boljšimi (pametnimi) telefoni, s katerimi lahko fotografirajo ali posnamejo krajši video.

Posnamejo lahko na primer demonstracijo poteka reševanja izbrane matematične naloge. Lahko pa problemsko situacijo iz besedilne naloge prikažejo z igro vlog, ki ji dodajo še razlago ali namig za potek reševanja. Možnosti uporabe je veliko.

Ogledi video posnetkov so zelo priljubljeni, še posebej pri učencih, ki besedilno razlago matematičnega postopka ali geometrijsko konstrukcijo zaradi bralnih in drugih težav težko preberejo in razumejo. Po enkratnem ali večkratnem ogledu posnetka, so tudi takšni učenci zmožni rešiti podobno nalogo. Posnetke lahko objavimo v spletni učilnici, na spletni strani šole ali na kateri drugi javno dostopni spletni zbirki videov in animacij, kot je npr. YouTube ali TeacherTube. Učenci tako niso več odvisni samo od enkratne demonstracije učitelja v šoli, temveč jim je demonstracija poljubnokrat dostopna tudi doma.

Res je, da takšne aktivnosti potrebujejo več časa kot zahteva običajno delo v razredu. Lahko pa gradiva nastanejo pri delu z nadarjenimi ali pa pri medpredmetnem povezovanju, tehniškem dnevu, počitniški delavnici, krožku ipd.

Nekaj primerov kratkih matematičnih videov:
- http://studentmathmovies.wikispaces.com/ Student Made Math Movies
- http://www.youtube.com/watch?v=MnyCJUzqZn0 (kratki slovenski dijaški video o zgodovini števil)
- http://www.youtube.com/watch?v=LgdSKjEvJFQ (prikaz razporejanja 3 elementov v vrsto)
- http://www.youtube.com/watch?v=d-or_sXYQsY (prikaz razporejanja 4 elementov v vrsto)
- http://www.youtube.com/watch?v=zG55iXD_XVk (prikaz razporejanja 4 elementov)

Zaključek

Večina staršev in učiteljev se pritožuje, da dandanes učenci pretirano uporabljajo računalnik v nekoristne namene. Skoraj vsakodnevno se zgražamo in smo razočarani ob pogledih na njihove copy-paste plakate in druge izdelke. V prispevku in na delavnicah predstavljena orodja omogočajo in spodbujajo izvirnost, kreativnost in ustvarjalnost učencev in učiteljev. Učenci jih radi uporabljajo in so s takšno popestritvijo svojih izročkov tudi sami bolj zadovoljni.

Pouk matematike in tudi drugih predmetov lahko popestrimo z uporabo stripov, animacij in videov, s čimer lahko ob ustrezni rabi dosežemo večjo pozornost, motiviranost in predvsem aktivnost učencev. Uporaba spletnih generatorjev stripov in animacij je brezplačna, lahko dostopna in enostavna za uporabo. Gradivo lahko izdelujemo učitelji bodisi kot kratko animacijo, video ali strip, ki ga uporabimo v različnih fazah pouka v različnih oblikah (tiskano ali elektronsko) in na različne načine. Še bolje pa je, če gradiva izdelujejo učenci sami ali v skupinah. Čeprav bo verjetno tak način dela na prvi pogled časovno nekoliko potratnejši, saj se bodo v eni ali dveh učnih urah ukvarjali le z eno matematično nalogo, pa ne smemo spregledati dejstva, da si bodo nastale izdelke, objavljene v spletni učilnici, z veseljem ogledali in komentirali tudi sošolci med seboj, in dolgoročno gledano, tudi učenci prihodnjih generacij. Ker je velikokrat potrebno nekoliko prilagoditi vsebino naloge, da jo lahko prikažejo s stripom ali animacijo, morajo učenci ob takšnih aktivnostih biti kreativni, ustvarjalni, kritično razmišljati o odvečnih in zadostnih podatkih, se ukvarjati s čim bolj razumljivim matematično doslednim sporočanjem. Tudi delo učitelja je aktivnejše in večplastno, saj mora hkrati pomagati pri tehnični izvedbi kakor tudi pri korekciji vsebinskih in slovničnih napak, ki jih pri običajnem reševanju besedilnih in problemskih nalog morda niti opazil ne bi. Velik poudarek je torej tudi na sporočanju in bralni pismenosti, ki, kot vemo, nista domena samo slavistov, temveč tudi matematikov in drugih učiteljev.

Viri

1. McCloud, S. (2006): Kako nastane strip.
2. McCloud, S. (2003): Understanding comics.
3. http://algebratutors.org/help/fun/cartoons-on-algebra/ (1. 6. 2012).
4. http://www.fmfrevija.com/?cat=6 (23. 8. 2011).
5. http://www.mathematicianspictures.com/PI/CASUAL_PI.htm (1. 6. 2012).
6. http://spikedmath.com (1. 6. 2012).
7. http://www.teachingdegree.org/2009/07/05/comics-in-the-classroom-100-tips-tools-and-resources-for-teachers/ (1. 6. 2012).

CLASS ACTIVITIES FOR DESCRIBING REAL WORLD PHENOMENA WITH MATHEMATICAL MODELS USING TI- NSPIRE™

Dejavnosti za opisovanje realističnih pojavov z matematičnimi modeli s TI-Nspire™

mag. Gertrud Aumayr, University College of Teacher Education Vienna/Krems

gertrud.aumayr@kphvie.at

Abstract

TI-Nspire™ CAS is a suite of learning tools, available on mobile devices and as a PC software. TI-Nspire™ CAS enables you to perform symbolic and numeric calculations, represent graphs, equations and data, and link them dynamically. Therefore it is ideally suited for modelling curriculum – relevant problems. By using different experimental methods to determine the volume of an egg it will be demonstrated how students gain a deeper understanding of Riemann sums and integration. In this example TI - Nspire is used for handling the experimental data, for modelling an egg and doing the calculations.

Some ideas for additional projects for students are shared, such as: Does the toy in a surprise egg fit in a choke test cylinder? How many daily requirements in calories do you find in a huge chocolate egg?

Key words: TI-Nspire™ CAS, Classroom - Activities, Modelling, Hands-on Workshop.

MATEMATIČNO MODELIRANJE Z NUMERIČNIM ŽEPNIM RAČUNALOM

Mathematical Modelling with a Numeric Calculator

Mateja Škrlec, Gimnazija Ljutomer

mateja.skrlec@guest.arnes.si

Povzetek

Matematično modeliranje je tema, katere pomen in razvoj sta v porastu. Matematično modeliranje se med drugim ukvarja tudi z iskanjem prilagoditvene funkcije. Prilagoditveno funkcijo lahko določimo z računalniškimi programi, kot sta Geogebra, Graph in drugi programi ali z grafičnimi računali. Pri pouku velikokrat ni na razpolago računalniške učilnice in tudi od dijakov ni moč pričakovati, da vsi kupijo grafično računalo. Prilagoditveno funkcijo lahko poiščemo tudi s čisto običajnim numeričnim žepnim računalom, ki ga uporablja večina dijakov.

Najprej na kratko predstavljamo sklop treh ur matematičnega modeliranja z numeričnim žepnim računalom za dijake tretjega letnika. V sklopu se dotaknemo vprašanja izbire ustrezne prilagoditvene funkcije, poudarek pa je na tehničnih napotkih za uporabo žepnega računala pri iskanju prilagoditvene funkcije.

V nadaljevanju razložimo, kako poiskati prilagoditveno funkcijo z numeričnim žepnim računalom (vse možne izvedenke SHARP in CASIO).

Ključne besede: matematično modeliranje, prilagoditvena funkcija.

Abstract

The importance and development of mathematical modelling is on the increase. One of the topics of mathematical modelling is also the search for a trend line. A trend line can be found by computer programmes such as Geogebra, Graph and other software or graphical calculators. In schools, when having lessons, it's often the case, that the teacher does not have a possibility to use a computer classroom, and it also cannot be expected from students to buy a graphic calculator. The trend line can also be found by using a regular non-graphic calculator, which is being used by most of the students.

In the beginning of the workshop, it will be presented a lesson about mathematical modelling with a non-graphic calculator, for students attending the third year of Grammar School. The question about choosing the appropriate trend line is discussed there, but the main point is to give technical instructions how to find a trend line with a calculator.

The workshop will proceed with the participants learning, how to find a trend line with a non-graphing calculator (all possible versions of SHARP and CASIO). It is recommended, that the participants bring their calculators along.

Key words: mathematical modelling, regression line.

Uvod

Namen prispevka je predstaviti sklop treh ur matematičnega modeliranja z negrafičnim žepnim računalom za dijake tretjega letnika.

V okviru projektnega tedna smo na Gimnaziji Franca Miklošiča Ljutomer v šolskem letu 2011/2012 izvedli sklop treh šolskih ur matematičnega modeliranja z negrafičnim žepnim računalom. Sklop smo izvedli za dijake tretjega letnika in sicer v vseh štirih oddelkih. Pouk je bil izveden timsko. V razredu sta bila hkrati prisotna dva učitelja matematike.

Do izvedbe sklopa so bili vsi dijaki seznanjeni s pojmom modeliranja. Nekateri dijaki so se že naučili, kako poiskati prilagoditveno funkcijo z raznimi računalniškimi programi. S sodelavkami smo se odločile, da v tretjem letniku izvedemo modeliranje za vse dijake. V sklopu je bilo najprej poudarjeno bistvo modeliranja in ponovljeni so bili osnovni pojmi. V nadaljevanju je bil poudarek na tem, kako poiskati prilagoditveno funkcijo z običajnim negrafičnim računalom. Na koncu je bil izpostavljen še problem izbire ustrezne prilagoditvene funkcije, saj dijaki tretjega letnika že poznajo funkcije različnih vrst in lahko med njimi izbirajo. Pri izbiri ustrezne prilagoditvene funkcije smo se naslonili tudi na fizikalne zakonitosti.

Matematično modeliranje z negrafičnim žepnim računalom
V uvodu omenjen sklop treh ur modeliranja je bil izveden v času projektnega tedna, ki poteka na naši šoli. V projektnem tednu je urnik fleksibilen. Tako je bilo možno izvesti tri zaporedne ure matematike in sicer tako, da sta bila v razredu hkrati prisotna dva učitelja matematike.
Pouk je bil razdeljen na tri dele, ki so opisani v nadaljevanju.

Uvodno razmišljanje ob prosojnicah
Uvodnih 25 minut je potekalo razmišljanje ob prosojnicah. Eden izmed učiteljev je predstavil matematično modeliranje. Dijaki so se spomnili pomena modeliranja in obnovili osnovne pojme. Nato so ponovili vrste vseh funkcij in njihovih predpisov, ki so jih do tedaj spoznali. Za uvajanje so poiskali linearno prilagoditveno krivuljo skozi dane točke s pomočjo risanja. Na koncu je bilo predstavljenih nekaj problemskih nalog, pri katerih smo skupaj z dijaki analizirali podatke in ugotavljali, katera prilagoditvena funkcija bi bila primerna in katera ne bi bila primerna za modeliranje. Pri izbiri prilagoditvene funkcije smo upoštevali tudi fizikalne zakonitosti in enakosti.

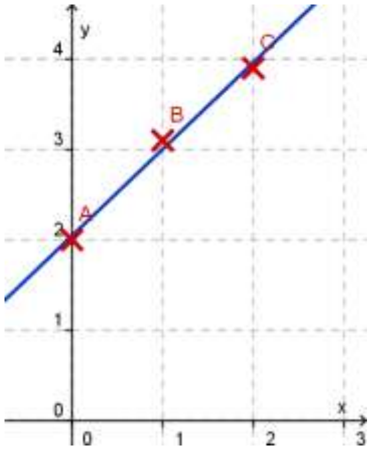
Iskanje prilagoditvene funkcije – tehnična navodila za računala
Po uvodnih prosojnicah je vsak dijak dobil list, na katerem je bilo zapisano zaporedje ukazov za iskanje prilagoditvene krivulje skozi dane točke za njegovo računalo. Dijaki so sledili navodilom in samostojno poiskali prilagoditveno krivuljo. Medtem sta bila v razredu prisotna dva učitelja, ki sta bila dijakom na razpolago ob morebitnih vprašanjih.
Navodila za iskanje prilagoditvene funkcije so bila pripravljena za računala:
- CASIO fx-991ES, CASIO fx-991ES,
- CASIO fx-350MS, CASIO fx-82-TL,
- SHARP EL-W531G, SHARP EL-531WH.

Dijaki, ki so imeli računala drugih vrst, so skupaj z učiteljema na spletu poiskali navodila za določanje prilagoditvene krivulje za njihovo računalo. V kolikor z njihovim računalom ni bilo mogoče poiskati prilagoditvene krivulje, so si izposodili šolsko računalo.

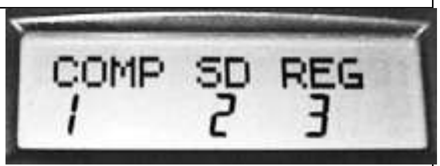
Zgled: Navodila za računalo CASIO fx-350MS

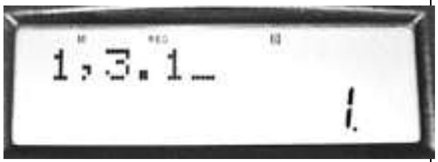
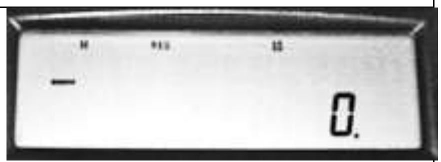
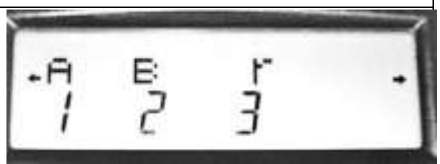
Z žepnim računalom poišči linearno funkcijo, katere graf se najbolje prilega točkam $A(0,2)$, $B(1,3\dot{}1)$ in $C(2,3\dot{}9)$. Pomagaj si s spodnjo tabelo, ki prikazuje zaporedje ukazov in tipk, ki jih je potrebno uporabiti.

Slika 1:
Računalo CASIO fx-350MS



Slika 2:
Prilagoditvena krivulja skozi dane točke

OPIS UKAZOV	ZAPOREDJE TIPK	ZASLON
		
Odpremo meni »MODE«.	MODE	
Izberemo regresijsko (prilagoditveno) funkcijo »REG«.	3	
Izberemo linearno prilagoditveno funkcijo »Lin«. (S pritiskom tipke »→« dobimo na razpolago še druge tri prilagoditvene funkcije.)	1	
Vpišemo: • absciso prve točke, • vejico, • ordinato prve točke.	0 , 2	

Točko potrdimo z ukazom »DT«. (Glej tipko »M+«.)	DT	
Vpišemo: • absciso druge točke, • vejico, • ordinato druge točke.	1 , 3.1	
Točko potrdimo z ukazom »DT«.	DT	
Vpišemo: • absciso tretje točke, • vejico, • ordinato tretje točke.	2 , 3.9	
Točko potrdimo z ukazom »DT«.	DT	
*Pobrišemo zaslon.	AC	
*Odpremo meni »S-VAR«.	SHIFT 2	
*Pomaknemo se desno.	→ →	

Odčitamo vrednost konstante A.	1 =	
Ponovimo korake z oznako *. Odčitamo vrednost konstante B.	2 =	
Linearna prilagoditvena funkcija (glej navodila za računalo) ima splošni predpis $f(x) = A + Bx.$		
Linearna prilagoditvena funkcija (upoštevaj dobljeni vrednosti konstant A in B) ima predpis $f(x) = 2{,}05 + 0{,}95x.$		

Tabela 1: Zaporedje ukazov za določanje prilagoditvene funkcije z računalom CASIO fx-350MS

Naslednja tabela prikazuje predpise vseh funkcij, ki jih lahko izberemo za prilagoditveno funkcijo z računalom CASIO fx-350MS. Tabelo najdemo na pokrovčku računala, v navodilih za računalo ali na spletu.

LINEARNA FUNKCIJA	LOGARITEMSKA FUNKCIJA	EKSPONENTNA FUNKCIJA
$f(x) = A + Bx$	$f(x) = A + B \cdot \ln x$	$f(x) = A \cdot e^{B \cdot x}$
POTENČNA FUNKCIJA	**FUNKCIJA OBLIKE 1/x**	**KVADRATNA FUNKCIJA**
$f(x) = A \cdot x^B$	$f(x) = A + B \cdot \frac{1}{x}$	$f(x) = A + Bx + Cx^2$

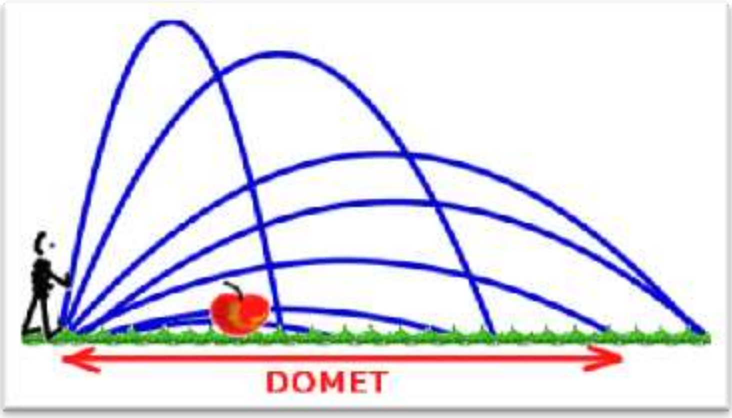
Tabela 2: Vrste prilagoditvenih funkcij za računalo CASIO fx-350MS

Delovni list – naloge iz modeliranja

Drugo in tretjo šolsko uro so dijaki samostojno reševali naloge na delovnem listu. Naloge so si sledile od lažjih proti težjim. Pri začetnih nalogah je bilo zapisano, katero prilagoditveno funkcijo naj dijak uporabi. Cilj je bil, da dijak usvoji zaporedje ukazov na njegovem računalu ter da zna razbrati prilagoditveno funkcijo. Nadaljnje naloge so od dijaka zahtevale, da samostojno izbere vrsto funkcije, s katero bo modeliral. Tukaj so bili cilji višjih taksonomskih stopenj.

Zgled: Naloga z delovnega lista

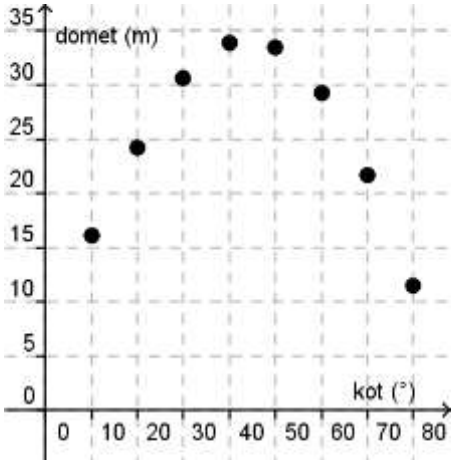
Isaac bi rad ugotovil, pod kolikšnim kotom, merjeno od vodoravnice, mora vreči kamen, da bo letel čim dlje. Kamen je poskušal vreči z enako močjo pod različnimi koti. Meritve so zapisane v tabeli in predstavljene v koordinatnem sistemu.



Slika 3: Metanje kamna

KOT (°)	DOMET (m)
10	16,1
20	24,2
30	30,6
40	33,9
50	33,5
60	29,3
70	21,7
80	11,5

Tabela 3:
Domet kamna v odvisnosti od kota pri metu



Slika 4:
Domet kamna v odvisnosti od kota pri metu

Odgovori na vprašanja.
a) Isaac vrže kamen pod kotom 55°. Ali bo kamen padel na tla v okolici Isaaca s polmerom 30 m?
b) Pod kolikšnim kotom naj Isaac vrže kamen, da bo zadel jabolko, ki je od njega oddaljeno 15 m? Zapiši obe možnosti.
c) Pod kolikšnim kotom naj Isaac vrže kamen, da bo imel kamen največji domet?
d) Kolikšen je največji domet kamna?

Delavnica

Udeležencem bo predstavljen zgoraj opisan sklop treh ur modeliranja, torej bodo predstavljeni:

- uvodna motivacija v obliki prosojnic,
- navodila za iskanje prilagoditvene funkcije z negrafičnim računalom,
- delovni list z nalogami.

Za tem se bodo udeleženci naučili, kako določiti prilagoditveno funkcijo z računalom znamke CASIO ali SHARP.

Zaključek

Ker sta bila pri pouku prisotna dva učitelja, sta lahko spremljala delo vseh dijakov v razredu. Dijakom sta pomagala, ko so imeli vprašanja. Ocenjevanje izdelkov, to je rešitev problemskih nalog, se nam pri tem ni zdelo potrebno, saj sta učitelja nenehno zasledovala napredek posameznega dijaka.

V sklopu je bilo mnogo povezovanja snovi na različnih ravneh. Dijaki so posredno pridobivali pregled nad funkcijami raznih vrst in njihovimi grafi ter utrjevali lastnosti funkcij. Več problemskih nalog smo osmislili s fizikalnega vidika in jih interpretirali matematično. Ključnega pomena se mi zdi tudi kritična presoja dijakov pri izbiri ustrezne prilagoditvene funkcije ter analiza podatkov po določenem modelu.

Ker so se dijaki naučili modelirati s svojim računalom, je bila v naslednje pisno ocenjevanje znanja vključena naloga iz modeliranja. Pri tem ni bilo nobenih težav glede izvedbe; računalniška učilnica ni bila potrebna, draga grafična računala niso bila nujna in dijaki so predhodno dodobra spoznali svoja računala.

IMENSKO KAZALO AVTORJEV

Zavod
Republike
Slovenije
za šolstvo