2. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike

Zbornik prispevkov

2nd International Conference on Learning and Teaching Mathematics

Conference Proceedings

KUPM 2014

Čatež, 21. in 22. avgust 2014

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

2. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike
KUPM 2014
Zbornik prispevkov
Čatež, 21. in 22. avgust 2014

2nd International Conference on Learning and Teaching Mathematics
KUPM 2014
Conference Proceedings
Čatež, August 21 and 22, 2014

Organizator / Organizer:
Zavod RS za šolstvo / National Education Institute Slovenia

Organizacijski in programski odbor/ Organizing and programme committee: Mojca Suban, Silva Kmetič, Andreja Bačnik, Tadej Blatnik, Jerneja Bone, Mojca Dolinar, Marjan Jerman, Marija Lesjak Reichenberg, Alenka Lipovec, Zlatan Magajna, Nadja Malovrh, Željka Milin Šipuš, Sandra Mršnik, Primož Plevnik, Simona Pustavrh, Sonja Rajh, Amela Sambolić Beganović, Vesna Vršič, Amalija Žakelj

Uredniški odbor zbornika / Editorial team: Silva Kmetič, Jerneja Bone, Sonja Rajh, Amela Sambolić Beganović, Mateja Sirnik, Mojca Suban

Strokovni pregled / Reviewing: Prispevki so bili strokovno pregledani.

Jezikovni pregled prispevkov / Proofreading: Tine Logar, Mirjam Podsedenšek

Izdal in založil / Publisher:
Zavod RS za šolstvo/National Education Institute Slovenia

Predstavnik / Represented by: dr. Vinko Logaj

Objava na spletnem naslovu: http://www.zrss.si/pdf/zbornik-prispevkov-kupm2014.pdf

Prva izdaja
Ljubljana, 2015

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

37.091.3:51(082)

MEDNARODNA konferenca o učenju in poučevanju matematike (2 ; 2014 ; Čatež)
KUPM 2014 [Elektronski vir] : zbornik prispevkov = conference proceedings / 2. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike, Čatež, 21. in 22. avgust 2014 = 2nd International Conference on Learning and Teaching Mathematics, [Čatež, August 21 and 22, 2014] ; [organizator Zavod RS za šolstvo ; uredniški odbor Silva Kmetič ... et al.]. - 1. izd. - El. knjiga. - Ljubljana : Zavod RS za šolstvo, 2015

Način dostopa (URL): http://www.zrss.si/pdf/zbornik-prispevkov-kupm2014.pdf

ISBN 978-961-03-0330-5 (pdf)
1. Gl. stv. nasl. 2. Kmetič, Silva 3. Zavod Republike Slovenije za šolstvo
283320832

Kazalo

PREDGOVOR H KONFERENCI KUPM 2014 IN NJENIM VSEBINAM

Avgusta 2012 smo 1. mednarodno Konferenco o učenju in poučevanju matematike KUPM 2012 zaključili z željo, da bi »konferenca postala stalni strokovni dogodek, ki bo družil učitelje po vsej vertikali in strokovnjake s področja didaktike matematike ter prispeval k bogatitivi in razvoju pouka matematike«. Veseli smo, da nas na KUPM 2014 spet združujeta ideja in prizadevanje za čim bolj kakovosten ter sodoben pouk matematike.

Letošnje konferenčne vsebine so bile v razpisu razdeljene v tri tematske sklope:

- **Poučevanje za učenje** s prispevki o strokovnih rešitvah učiteljev, ki so vezane na raznolikost učencev.
- **Razvijanje digitalne pismenosti** s kritično prikazano aktivno uporabo tehnologije.
- **Sodelovanje med predmeti** s prispevki o medpredmetnem sodelovanju za dvig kakovosti znanja tako po vertikali kot povezovanje matematike z družboslovjem, naravoslovjem, umetnostjo, strokovnimi predmeti…

Poučevanje matematike je pomembno tako za razvoj otroka, kot za reševanje problemov v matematiki, v vsakdanjem življenju in v drugih strokah. Učiti se matematiko pomeni razvijati način mišljenja, sposobnost reševanja matematičnih in drugih problemov, razvijati jezik matematike, pa tudi ustvarjati pogoje za razvoj kritičnega mišljenj in spodbujanje ustvarjalnosti, fleksibilnosti …
V tem zborniku so zbrani prispevki, ki ilustrirajo ta pomen učenja in poučevanja predmeta, kažejo izkušnje učiteljev in razkrivajo odprta vprašanja ter dileme.
V začetnem delu zbornika so prispevki vabljenih predavateljev. Plenarno smo pričeli z motivacijo za učenje matematike (dr. Nina Pavlin-Bernardić), pomenom razumevanja pri poučevanju matematike (dr. Damjan Kobal), nato je izpostavljen pomen povratne informacije učencu in učitelju o učenju in o naučenem (Norman Emerson). Pomen reprezenacij in najnovejša dognanja o njihovi vlogi nam predstavi dr. Tatjana Hodnik Čadež, v kontekst fizike v povezavi z matematiko pa nas popelje dr. Željka Milin Šipuš. Plenarna predavanja zaokroži prispevek dr. Zlatana Magajne o spremembi didaktične pogodbe pri pouku matematike s tehnologijo.
Prispevki pokrivajo problematiko douniverzitetne matematične vertikale in različna matematična področja (geometrija, števila, merjenje, funkcije, obdelava podatkov …) ter različne didaktične vidike (uporaba različnih učnih in tehnoloških pripomočkov, formativno spremljanje, diferenciacija, premagovanje učnih težav, domače naloge, medpredmetno povezovanje, delo z nadarjenimi učenci …).

Poleg strokovnega programa bi radi opozorili tudi na pester spremljevalni program konference, ki tokrat žaromet usmerja v tri smeri:

- obeležitev 20. letnika revije **Matematika v šoli** z okroglo mizo in razstavo
- razstavo **Matematika skozi oči umetnika** in razstavo **Didaktični pripomočki**
- Projekt **Scientix**

Konferenca KUPM 2014 je podprta s spletno stranjo http://www.zrss.si/kupm2014/, kjer so objavljene predstavitve sodelujočih, e-zbornik povzetkov, e-zbornik prispevkov in posnetki tematskih predavanj.

V zborniku zbrane izkušnje in nakazani izzivi so skupni prispevek vseh avtorjev ter podpora nadaljnjemu delu na področju učenja in poučevanja matematike.
Konferenca poteka pod častnim pokroviteljstvom predsednika Republike Slovenije Boruta Pahorja.

Za programski in organizacijski odbor:
Silva Kmetič in Mojca Suban

MOTIVACIJA ZA UČENJE MATEMATIKE: KAKO POKAZATI UČENICIMA DA JE MATEMATIKA ZANIMLJIVA, KORISNA I VAŽNA?

Motivation for learning mathematics: How to show students that mathematics is interesting, useful and important?

dr. Nina Pavlin-Bernardić

nbernardi@ffzg.hr

Odsjek za psihologiju, Filozofski fakultet u Zagrebu

Sažetak

Brojni teorijski okviri nastoje objasniti ulogu koju motivacija ima u procesu učenja, a jedan od najvažnijih suvremenih pristupa predstavlja Teorija očekivanja i vrijednosti, koji su formulirali Eccles, Wigfield i njihovi suradnici (Eccles i sur., 1983; Eccles, 2005; Eccles i Wigfield, 2002; Wigfield i Eccles, 2000). Glavna pretpostavka ovog modela je da na ponašanje pri učenju najviše utječu motivacijska uvjerenja: očekivanja uspjeha i vrijednost zadatka, koja ima četiri komponente: interes, važnost, korisnost i cijenu truda.

Ovaj model vrlo je primjenjiv u području matematike, te je više istraživanja provjeravalo njegove postavke u tom području. U predavanju će stoga biti riječi o suvremenim spoznajama o motivaciji u učenju matematike i njenom utjecaju na obrazovne ishode dobivenim na temelju međunarodnih istraživanja, kao i na temelju istraživanja u Hrvatskoj u kojima je autorica sudjelovala. Također, pokazat ćemo kako se ovi nalazi mogu iskoristiti u nastavi matematike kako bi se povećala motivacija učenika i kako bi im se pokazalo da je matematika zanimljiv, koristan i važan predmet.

Ključne riječi: motivacija za učenje, motivacijska uvjerenja, obrazovni ishodi u matematici

Abstract

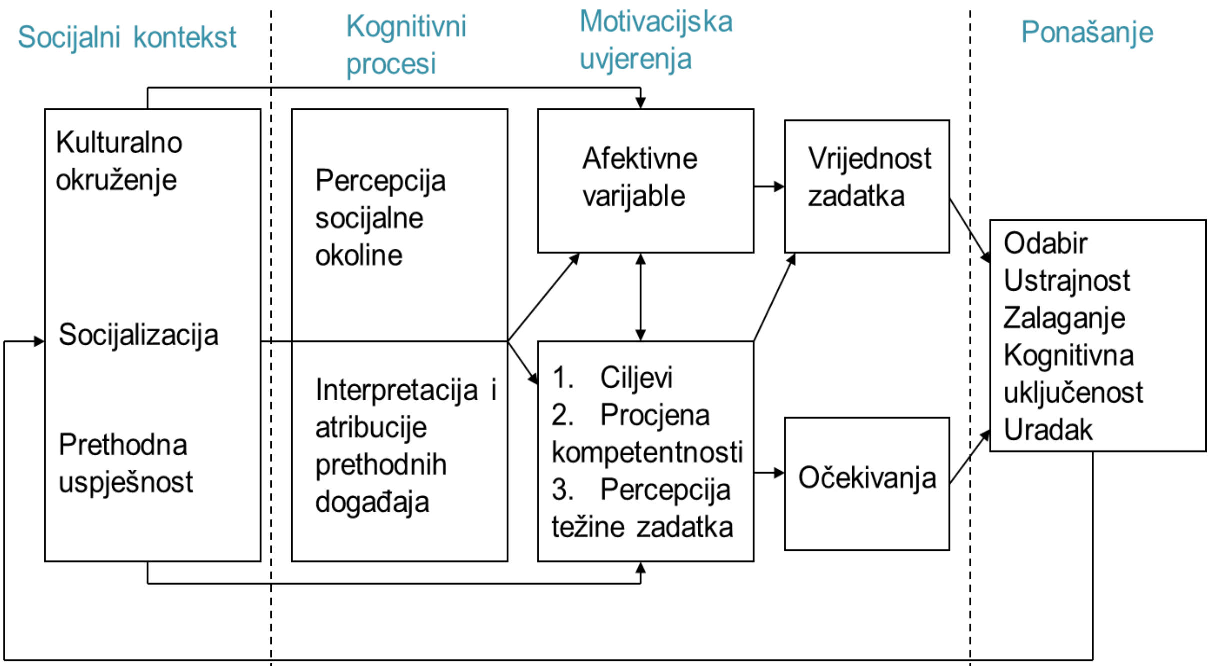
Numerous theoretical frameworks try to explain the role which motivation has in the process of learning, and one of the most important modern approaches is Expectancy-value theory, which was formulated by Eccles, Wigfield and their associates (Eccles et al, 1983; Eccles, 2005; Eccles & Wigfield, 2002; Wigfield & Eccles, 2000). The main assumption of this model is that learning behavior is mostly influenced by motivational beliefs: expectation of success and subjective task value, which has four components: interest, importance, usefulness and cost.

This model is very applicable in the area of mathematics and many studies have tested its assumptions in this area. Thus, this lecture will focus on current knowledge on motivation in learning mathematics and its influence on educational outcomes, obtained in international studies, as well as in studies conducted in Croatia in which the author has participated. We will also show how these findings can be used in mathematics teaching to increase students' motivation and to show them that mathematics is interesting, useful and important subject.

Key words: motivation for learning, motivational beliefs, educational outcomes in mathematics

Brojni teorijski okviri nastoje objasniti ulogu koju motivacija ima u procesu učenja. Jedan od najvažnijih suvremenih pristupa predstavlja Teorija očekivanja i vrijednosti, koju su formulirali Eccles, Wigfield i njihovi suradnici (Eccles i sur., 1983; Eccles, 2005; Eccles i Wigfield, 2002; Wigfield i Eccles, 2000). Ova je teorija vrlo primjenjiva u području matematike, te je više istraživanja provjeravalo njezine postavke upravo u tom području.

Model, prikazan na na Slici 1, pokušava objasniti kako pojedinac odabire aktivnosti kojima se bavi i kakav uspjeh u njima postiže. Obrazovni, strukovni i drugi izbori povezani s postignućem direktno su povezani sa očekivanjem uspjeha i važnosti, odnosno, poticajnoj vrijednosti koje pojedinac pridaje zadatku. Model objašnjava povezanost ovih konstrukata sa kulturalnim normama, osobnim iskustvom, sposobnostima te setom osobnih uvjerenja i sposobnosti koji su uključeni u aktivnosti usmjerene prema postignuću. Pretpostavka modela je da na učenička očekivanja, vrijednosti i ponašanja usmjerena prema postignuću ne utječe izravno prethodno iskustvo, već učeničke interpretacije tog iskustva. Na primjeru odabira predmeta u školi, pretpostavlja se da će učenici birati one predmete za koje smatraju da ih mogu uspješno položiti i koje procjenjuju vrijednima.



Slika 1. Prikaz modela očekivanja i vrijednosti (adaptirano prema Eccles, 2005)

Dakle, prema modelu, na ponašanje u akademskim situacijama najviše utječu očekivanja i vrijednost zadatka. Očekivanja predstavljaju uvjerenja o vlastitim sposobnostima da se izvrši zadatak, u neposrednoj ili daljoj budućnosti. Očekivanje uspjeha ovisi o povjerenju u vlastite intelektualne sposobnosti te o procjeni težine predmeta (Eccles, 2005). Ova uvjerenja oblikuju se tijekom vremena na temelju pojedinčevog iskustva sa sadržajem predmeta i njegovih subjektivnih interpretacija tih iskustava. Neka od pitanja u instrumentima kojima se ispituju očekivanja učenika o uspjehu u matematici, primjerice, mogu glasiti: „Što misliš, kakav ćeš uspjeh imati na sljedećem testu iz matematike?“ ili „Možeš li riješiti sustav jednadžbi s dvije nepoznanice?“.

Vrijednosti, s druge strane, predstavljaju uvjerenja o razlozima zbog kojih se učenik uključuje u neku aktivnost i obuhvaćaju nekoliko komponenti: interes, važnost, korisnost i cijenu truda.

Interes ili intrinzična vrijednost predstavlja užitak i zadovoljstvo koje pojedinac osjeća ili očekuje da će osjećati prilikom bavljenja nekom aktivnosti. U istraživanjima se često ispituje pitanjima i tvrdnjama poput: „Koliko ti se sviđa učenje matematike?“ ili „Rješavanje matematičkih zadataka mi je u pravilu vrlo interesantno“.

Važnost predstavlja osobnu važnost koju zadatak ili aktivnost ima za pojedinca. Ona je, prema modelu, usko povezana s identitetom pojedinca te će pojedinac aktivnost smatrati važnom ako sudjelovanje u njoj procjenjuje važnim za sliku o sebi, za svoj socijalni i osobni identitet (Eccles, 2005). Drugim riječima, učenici radije odabiru zadatke koji su u skladu s njihovom slikom o sebi i konzistentni s budućim ciljevima (primjerice: „Za mene je vrlo važno biti dobar u predmetima koji uključuju matematičko rezoniranje“).

Korisnost ili utilitarna vrijednost odnosi se na sukladnost aktivnosti s pojedinčevim budućim planovima (primjerice, odabir više razine matematike na državnoj maturi kako bi se ispunio uvjet za upis na fakultet prirodoslovnog usmjerenja). Korisnost se može dijelom usporediti s ekstrinzičnom motivacijom, jer kada se pojedinac bavi nekom aktivnošću iz koristi, onda je ta aktivnost sredstvo za neki cilj, a nije ona cilj sama po sebi. No, takve aktivnosti mogu biti povezane i s važnim osobnim ciljevima, poput stjecanja zvanja u nekom području, stoga je korisnost povezana sa slikom o sebi.

Cijena truda ili percipirani trošak odnosi se na različite negativne aspekte angažiranja u neku aktivnost, poput očekivanih emocionalnih stanja anksioznosti, straha od neuspjeha te količine truda kojeg je neophodno uložiti kako bi se postigao uspjeh (Wigfield i Eccles, 1992). Također se definira i kao gubitak vremena i energije za druge aktivnosti zbog one odabrane (Eccles, 2005). Dok prve tri navedene komponente odražavaju pozitivnu povezanost sa zadatkom, cijena truda odražava negativnu povezanost (Eccles i Wigfield, 1995).

Obrazovni ishodi su u modelu očekivanja i vrijednosti definirani kao ponašanja vezana uz postignuće – postignuća, obrazovni odabiri, ustrajnost i zalaganje. Postignuća su u istraživanjima koje koriste ovaj teorijski okvir najčešće operacionalizirana kao školske ocjene ili rezultati na standardiziranim testovima znanja, dok su obrazovni odabiri najčešće operacionalizirani na sljedeće načine: kao namjera učenika da pohađaju matematiku u srednjoj školi, odabir više razine matematike na maturi, namjera upisivanja studija na kojem je matematika važan predmet ili namjera odabira profesije vezane uz matematiku (npr. Pavlin-Bernardić, Jurjević i Rovan, 2014; Simpkins, Davis-Kean i Eccles, 2006).

Naravno, istraživače je zanimao i razvojni aspekt ovih konstrukata, dakle koliko ih djeca različitih dobi diferenciraju. Eccles i Wigfield (1995) te Eccles, Wigfield, Harold i Blumenfeld (1993) pokazali su da unutar različitih područja (matematika, čitanje i sport) očekivanja uspjeha i vrijednost zadatka jasno čine dva zasebna faktora, koji se mogu razlikovati već kod djece od 6 godina. Eccles i Wigfield (1995) utvrdili su da, unutar pojedinog područja, učenička uvjerenja o sposobnosti i očekivanja uspjeha kao i percepcija izvedbe čine jedinstveni konstrukt u razdoblju od šeste do osamnaeste godine. No, navedene se komponente razlikuju među područjima i to već od početka osnovne škole. Za konstrukt vrijednosti, pokazalo se da već djeca od 6 godina različito vrednuju školske predmete, odnosno, daju veću važnost nekim predmetima u odnosu na druge. Kod mlađih učenika komponente vrijednosti čine jedan faktor, a kod srednjoškolaca se jasno razlikuju komponente vrijednosti – važnost, interes i korisnost.

Wigfield, Tonks i Klauda (2009) također izvještavaju o padu učeničkih uvjerenja o sposobnosti tijekom školovanja. Naime, mnoga djeca su u početku vrlo optimistična o svojim kompetencijama u različitim područjima, no kasnije postaju realističnija, do čega najvjerojatnije dovode socijalna usporedba s drugim učenicima i realističnija samoevaluacija.

Jacobs i sur. (2002) su tako ispitali promjene u uvjerenjima o sposobnostima tijekom osnovne i srednje škole u jezicima, sportu i matematici. Na početku osnovne škole ta su uvjerenja kod učenika bila vrlo pozitivna, no nakon toga je dolazilo do pada, čiji je tempo bio drugačiji ovisno o području. U jezicima se najveći pad dogodio tijekom osnovne škole, u sportu tijekom srednje škole, a za matematiku je primijećeno stalno opadanje u uvjerenjima o sposobnostima i tijekom osnovne i tijekom srednje škole.

Postavlja se i pitanje kako se s vremenom mijenja povezanost između varijabli očekivanja uspjeha i subjektivnih vrijednosti. Pokazalo se da ona s vremenom raste, primjerice u istraživanju Wigfielda i sur. (1997) prosječna je korelacija ovih varijabli u matematici u 1. razredu osnovne škole bila 0.23, a u 6. razredu 0.53, što pokazuje da djeca vrednuju predmete u kojima su dobra i u kojima očekuju uspjeh. Naravno, tu se postavlja i pitanje uzročno-posljedičnog slijeda: vrednuju li djeca visoko aktivnosti u kojima su kompetentna, ili postaju kompetentna u aktivnostima koje visoko vrednuju? Longitudinalna istraživanja potvrđuju prvu pretpostavku (npr. Jacobs i sur., 2002): djeca s vremenom sve više vrednuju aktivnosti u kojima su kompetentna.

Jedno od istraživanja u ovom području provedeno u Hrvatskoj (Rovan, Pavlin-Bernardić i Vlahović-Štetić, 2013) imalo je za cilj ispitati motivacijska uvjerenja vezana uz učenje matematike kod učenika viših razreda osnovne škole, u skladu s postavkama teorije očekivanja i vrijednosti. Autorice su pritom željele utvrditi kakva je struktura motivacijskih uvjerenja u matematici te ispitati u kolikoj su mjeri motivacijska uvjerenja povezana s obrazovnim ishodima: postignućem, spremnošću za daljnje bavljenje matematikom te strahom od matematike. Sudionici su bili 387 učenika petog, šestog, sedmog i osmog razreda dviju zagrebačkih osnovnih škola. Oni su ispunili skale za mjerenje očekivanja i vrijednosti učenika, ciljeva postignuća i straha od matematike. Prikupljeni su i osnovni demografski podaci o sudionicima te podaci o prethodnom i aktualnom postignuću u matematici, kao i procjena spremnosti učenika da se dalje bave matematikom. Rezultati konfirmatorne faktorske analize jasno su podržali strukturu motivacijskih uvjerenja kakvu pretpostavlja teorija očekivanja i vrijednosti. Kao značajna motivacijska uvjerenja izdvojila su se očekivanja uspjeha te tri komponente procjene vrijednosti (interes, korisnost, važnost). Hijerarhijske regresijske analize pokazale su da su, uz ciljeve postignuća, očekivanja i vrijednosti iz matematike važni prediktori postignuća u matematici, spremnosti na učenje matematike te straha od matematike, čak i kad se kontrolira prethodno postignuće. Najvažniji prediktori uspjeha u matematici bili su prethodna uspješnost i uvjerenje o kompetentnosti. Prediktori spremnosti na učenje matematike bili su interes i važnost, a zanimljivo je da su se statistički značajnim prediktorima straha od matematike pokazali spol (djevojčice su iskazale viši strah od matematike), očekivanje uspjeha (koje je negativno povezano sa strahom od matematike) i interes za matematiku (također negativno povezan sa strahom od matematike).

Pavlin-Bernardić, Jurjević i Rovan (2014) provele su istraživanje na srednjoškolcima, učenicima matematičkih i jezičnih gimnazija. Cilj istraživanja bio je ispitati postoje li razlike u atribucijama uspjeha u matematici, očekivanju uspjeha te u komponentama subjektivne vrijednosti matematike između učenika gimnazija matematičkog i jezičnog usmjerenja, te kako one predviđaju neke obrazovne ishode. U ispitivanju je sudjelovalo 337 učenika 3. razreda gimnazija matematičkog i jezičnog usmjerenja iz Zadra i Zagreba. Primijenjeni su upitnici koji su mjerili atribucije specifičnih razloga uspjeha u matematici, očekivanja uspjeha u matematici, percipiranu važnost, interes i korisnost učenja matematike. Mjere obrazovnih ishoda bile su namjera odabira više razine matematike na državnoj maturi i namjera upisa prirodoslovnog, biokemijskog ili tehničkog fakulteta. Rezultati su pokazali da se učenici matematičkog i jezičnog usmjerenja razlikuju u atribucijama uspjeha u matematici, pri čemu učenici matematičkog usmjerenja uspjeh više pripisuju faktorima vezanim uz aktivnost i motivaciju te sposobnost i ličnost od učenika jezičnih gimnazija. Također, učenici matematičkog usmjerenja imaju viša očekivanja uspjeha u matematici te višu percipiranu važnost, interes i korisnost učenja matematike od učenika jezičnog usmjerenja. U predikciji namjere odabira više razine matematike na državnoj maturi i na uzorku učenika matematičkog usmjerenja i na uzorku učenika jezičnog usmjerenja statistički značajnim prediktorom se pokazalo jedino očekivanje uspjeha u matematici. U predikciji namjere upisa prirodoslovnog, biokemijskog ili tehničkog fakulteta na oba uzorka su se značajnim prediktorima pokazali očekivanje uspjeha u matematici i percipirana korisnost matematike.

Navedene motivacijske varijable predviđaju i druga ponašanja koja su prisutna u školi, poput akademskog odlaganja ili varanja na nastavi. Lacković (2014) je proveo istraživanje u kojem je ispitao povezanost motivacijskih uvjerenja s akademskim odlaganjem i bihevioralnom uključenosti u području matematike. Sudionici su bili 267 učenika 3. razreda gimnazije. Rezultati su, između ostalog, pokazali da je akademsko odlaganje negativno povezano sa subjektivnom vrijednosti matematike, a pozitivno s procjenom cijene truda. Za bihevioralnu uključenost pokazao se, očekivano, suprotan obrazac: pozitivno je povezana sa subjektivnom vrijednosti matematike, a negativno s procjenom cijene truda. Štulić (2014) se, pak, bavila varanjem na nastavi matematike i u svom istraživanju ispitala 544 učenika 2. i 3. razreda gimnazije. Pokazalo se kako varanje nije unitaran konstrukt, već se može razdvojiti na aktivno varanje (s ciljem poboljšanja vlastitog uspjeha) i pasivno varanje (s namjerom pomaganja drugima). Između ostalog, rezultati ovog istraživanja pokazali su da je subjektivna vrijednost matematike negativno povezana s aktivnim varanjem.

Brojni faktori utječu na formiranje učeničkih očekivanja i vrijednosti. Ako razmatramo neke iskustvene i okolinske faktore koje utječu na očekivanje uspjeha, kod djece se najprije ističu iskustva tijekom predškolskog razdoblja, tijekom kojeg osjećaj kompetencije raste kada djeca uče ovladavati novim sadržajima (Wigfield, Tonks i

Klauda, 2009). Tu su bitne i povratne informacije od roditelja, pri čemu je poželjno poticati djecu da isprobavaju različite vještine i davati im jasne i konkretne povratne informacije koje će dovesti do napretka, a koje se ponajprije odnose na zalaganje, a ne na sposobnosti. U školi povratne informacije koje djeca dobivaju postaju formalnije, sistematičnije i češće, a tijekom vremena postaju sve važnije u procjeni vlastite kompetentnosti u nekom području. Stoga, Wigfield, Tonks i Klauda (2009) navode da je potrebno pomoći učenicima da formiraju visoka, ali i točna očekivanja i procjene kompetentnosti, te da je važno učenicima dati kvalitetnu povratnu informaciju, ali im i omogućiti uspjeh u izvršavanju zadataka. Potrebno je utjecati i na učeničke atribucije uspjeha, pri čemu treba poticati uvjerenja o mogućnosti razvoja sposobnosti i važnost ulaganja truda (Pavlin-Bernardić, Jurjević i Rovan, 2014).

Nalazi istraživanja, koje sumiraju Wigfield, Tonks i Klauda (2009), pokazuju da je motivacija učenika za učenje matematike viša u sljedećim slučajevima:

- Kada je fokus na učenju i ulaganju truda, a ne samo na uspjehu i ocjenama;
- Kada učitelji imaju visoka, ali realna očekivanja od učenika;
- Kada učenici imaju više prilika za donošenje odluka o tome što će učiti ili raditi u školi;
- Kada su odnosi između nastavnika i učenika i međusobni odnosi učenika suradnički, pozitivni i emocionalno topli;
- Kada informacije o postignuću učenika nisu javne, ili je to svedeno na najmanju moguću mjeru;
- Kada je sadržaj gradiva za svu djecu izazovan, zanimljiv i usmjeren na mišljenje višeg reda;
- Kada je u nastavni proces uključena rasprava o važnosti i korisnosti nastavnih sadržaja;
- Kada nastavnici ukazuju na mogućnost primjene stečenih znanja.

U novije vrijeme provode se intervencijske studije kojima je cilj utvrditi kojim se postupcima kod učenika može povećati motivacija za učenje matematike i prirodnih znanosti. Ove intervencije najčešće su usmjerene na povećanje subjektivne vrijednosti ovih predmeta kod učenika različitim metodama koje se uvode u nastavu. Tako su Hulleman i Harackiewicz (2009) u svom istraživanju krenuli od pretpostavke da učenici koji imaju niža očekivanja uspjeha percipiraju manjom važnost i korisnost gradiva prirodoslovnih predmeta koje obrađuju u školi, te im je potrebna veća podrška nastavnika i aktivnosti koje naglašavaju ove komponente gradiva kako bi bili uključeni u rad. Učenike koji su bili sudionici istraživanja po slučaju su podijelili na eksperimentalnu i kontrolnu skupinu. Učenici iz eksperimentalne skupine tijekom jednog polugodišta su nakon obrađenih nastavnih cjelina trebali pisati eseje o korisnosti i važnosti obrađenog gradiva u njihovom vlastitom životu, dok su učenici iz kontrolne skupine pisali eseje u kojima su samo sažimali obrađeno gradivo. Nastavnici koji su im predavali nisu znali koji učenici su u eksperimentalnoj, a koji u kontrolnoj skupini. U skladu s pretpostavkama autora, na kraju polugodišta učenici iz eksperimentalne skupine koji su imali niža očekivanja uspjeha povisili su svoj interes za gradivo i imali bolje ocjene od usporedne skupine učenika u kontrolnoj grupi. Kod učenika koji su imali viša očekivanja uspjeha nije bilo statistički značajne razlike: kako su autori i pretpostavili, intervencija na njih nije djelovala jer su i ovako imali visok interes za gradivo.

U Hrvatskoj su Rukavina, Žuvić-Butorac, Ledić, Milotić i Jurdana-Sepić (2012) provele istraživanje u kojem su ispitali učeničke stavove nakon provedenih radionica u kojima su aktivno učili o različitim temama iz matematike i prirodoslovlja. S učenicima od 4. do 8. razreda osnovnih škola u Rijeci provođene su radionice u trajanju jednog školskog sata, te je njima obuhvaćeno ukupno 1240 učenika. U radionicama su korišteni principi aktivnog i suradničkog učenja, a neke od tema bile su „Matematika i sudoku", „Zlatni rez", „Eksperimentalno određivanje broja π", „Matematički origami" i „Zaokružimo igru". U anketama koje su autorice provele nakon radionica pokazalo se da je 76% učenika procijenilo da su na radionici naučili više nego na običnom satu, a 64% je označilo da želi da se većina nastave tako odvija.
Rovan, Šikić, Pavlin-Bernardić i Vlahović (2014; obrada rezultata istraživanja je u tijeku) u svome su istraživanju pokušali utjecati na motivaciju srednjoškolaca za učenje gradiva eksponencijalnih i logaritamskih funkcija. Učenici iz eksperimentalne skupine na uvodnom satu iz ovog gradiva imali su prezentaciju sa zanimljivim primjerima te su rješavali domaće zadaće koje su uključivale primjerice, analizu promjena u broju stanovništva nekog naselja ili „kriminalistički slučaj" u kojem se treba utvrditi tko je ubojica na temelju analize promjena temperature tijela, u kojem se treba primijeniti znanje iz ovog gradiva. Obrada rezultata istraživanja je u tijeku, no prvi rezultati pokazuju da je ova intervencija, iako nije djelovala na rezultate učenika na testovima, povisila interes učenika iz eksperimentalne skupine za gradivo.
Primjerice, kriminalistički slučaj koji je trebalo riješiti glasio je ovako:

CSI LONDON: Tko je ubojica?

Bila je to mračna i kišovita večer. Holmes i Watson dobili su poziv policijskog inspektora Lestrade-a koji ih je obavijestio o najnovijem ubojstvu. Žrtva je bogat, ali okrutan čovjek, koji je za života imao mnogo neprijatelja.
Najvjerojatniji sumnjivci su žena, poslovni partner i batler. Svo troje imali su jednako dobar motiv, no također i alibi. Žena tvrdi da je večer provela u kazalištu. Viđena je kako napušta kazalište u 22:20, te se vratila u 23:00 i zaputila pravo u spavaću sobu. Njezin dolazak potvrdila je kućna spremačica. Poslovni partner je objasnio kako je večer proveo sam u uredu pregledavajući stare ugovore. Njegova žena i njihova posluga potvrdili su kako se vratio u 22:30. Batler je imao slobodnu večer. Tvrdi kako je bio u lokalnom pub-u do 22:00, a zatim se, oko 22:05, vratio u prostorije posluge i legao, što su ostali potvrdili.
Tijelo ubijenog pronađeno je u njegovom radnom uredu. Holmes je stigao na mjesto zločina u 04:30. U sobi je bilo neobično toplo i zagušljivo. Jedan od policajaca je krenuo otvoriti prozor, no Holmes ga je brzo prekinuo u naumu. Zatražio je da se soba ne provjetrava za vrijeme dok on i Watson ne pregledaju mjesto zločina. Nakon toga je zamolio Watsona da izmjeri temperaturu mrtvog tijela. Temperatura tijela bila je 31^{o}C. Nakon toga odlučio je popričati sa poslugom, te je doznao kako je ubijeni volio da mu za vrijeme rada u uredu bude toplo. Termostat je postavljen na 24^{o}C i nitko ga nije dirao od kada je ubijeni ušao u ured. Za kraj, Holmes je tražio Watsona da ponovo izmjeri temperaturu mrtvog tijela u točno 6:30, tj. dva sata nakon prvog mjerenja temperature. Drugo mjerenje pokazalo je da je nova temperatura tijela 29,8 ^{o}C ...

Ovo je početak neobjavljene priče.

Vaš zadatak je riješiti misterij i napisati ostatak priče. Priča, rješenje problema, mora sadržavati i svu potrebnu matematiku. Sve trebate zapisati u obliku priče, te ugraditi matematiku unutar dijaloga ili ostalih oblika proze, koje ćete koristiti, glatko i prirodno što je više moguće. Budite kreativni, ali nemojte uhititi krivu osobu!

$$T(t) = T_{okoline} + (T_{poč} - T_{okoline}) \cdot e^{-kt}$$

Pomoć: Otkrijte parametar k na osnovu podataka koje je prikupio Dr. Watson u 4:30 i 6:30. Pazite, nećete se izvući bez prirodnog logaritma!

Zanimljivu intervenciju usmerenu na percepciju korisnosti gradiva kod učenika proveli su Harackiewicz, Rozek, Hulleman i Hyde (2012) u Sjedinjenim Američkim Državama. Roditeljima srednjoškolaca podijeljene su brošure u kojima im je objašnjeno na koji način da svojoj djeci istaknu korisnost gradiva iz matematike i prirodoslovnih znanosti u njihovom životu, kao i važnost ovih predmeta za različita zanimanja kojima bi se nakon školovanja mogli baviti. Djeca roditelja kojima su podijeljene ove brošure birala su u kasnijim semestrima škole značajno veći broj predmeta vezanih uz matematiku i prirodoslovne znanosti od učenika iz kontrolne skupine.

Zaključno

Opisana istraživanja pokazuju da su motivacijske varijable kao što su očekivanja, interes, važnost i korisnost vrlo važne i za uspjeh učenika u matematici i za njihove obrazovne odabire. Provedene intervencijske studije pokazuju da se i na djecu koja imaju nižu motivaciju također može djelovati – pažljivim odabirom nastavnih metoda i ukazivanjem na važnost i korisnost gradiva koje se na nastavi obrađuje.

Literatura

1. Eccles, J. S. (2005). Subjective task values and the Eccles et al. model of achievement related choices. U: A. J. Elliott i C. S. Dweck (Ur.), *Handbook of competence and motivation* (str. 105–121). New York: Guilford.
2. Eccles, J. S., Adler, T. F., Futterman, R., Goff, S. B., Kaczala, C. M., Meece, J. i Midgley,

1. C. (1983). Expectancies, values and academic behaviors. U: Spence, J. T. (Ur.), Achievement and Achievement Motives. San Francisco: W. H. Freeman.
2. Eccles, J. S., i Wigfield, A. (1995). In the mind of the achiever: The structure of adolescents' academic achievement related-beliefs and self-perceptions. *Personality* and Social Psychology Bulletin, 21, 215–225.
3. Eccles, J. S., i Wigfield, A. (2002). Motivational beliefs, values, and goals. Annual Review of Psychology*, 53*, 109 –132.
4. Eccles, J. S., Wigfield, A., Harold, R., i Blumenfeld, P. B. (1993). Age and gender differences in children's self- and task perceptions during elementary school. Child Development, *64*, 830–847.
5. Harackiewicz, J. M., Rozek, C. S., Hulleman, C. S. i Hyde, J. S. (2012). Helping parents to motivate adolescents in mathematics and science: An experimental test of a utility-value intervention. Psychological Science, 23(8), 899-906.
6. Hulleman, C. S. i Harackiewicz, J. M. (2009). Promoting interest and performance in high school science classes. Science, 326, 1410-1412.

7. Jacobs, J., Lanza, S., Osgood, D. W., Eccles, J. S., i Wigfield, A. (2002). Ontogeny of children's self-beliefs: Gender and domain differences across grades one through 12. Child Development, 73, 509–527.
8. Lacković, E. (2014). Povezanost motivacijskih uvjerenja s akademskim odlaganjem i bihevioralnom uključenosti. Neobjavljeni diplomski rad. Zagreb: Odsjek za psihologiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu.
9. Pavlin-Bernardić, N., Jurjević, A. i Rovan, D. (2014). Motivacija za učenje matematike kod učenika prirodoslovno-matematičke i jezične gimnazije. U: A. Slišković (Ur.), XIX. Dani psihologije u Zadru: Sažetci priopćenja, 140.
10. Rovan, D., Pavlin-Bernardić, N. i Vlahović-Štetić, V. (2013). Struktura motivacijskih uvjerenja u matematici i njihova povezanost s obrazovnim ishodima. Društvena istraživanja: časopis za opća društvena pitanja, 22(3), 475-495.
11. Rukavina, S., Žuvić-Butorac, M., Ledić, J., Milotić, B. i Jurdana-Sepić, R. (2012). Developing positive attitude towards science and mathematics through motivational classroom experiences. Science Education International, 23(1), 6-19.
12. Simpkins, D. S., Davis-Kean, P. E. i Eccles, J. (2006). Math and science motivation: A longitudinal examination of the links between choices and beliefs. Developmental Psychology, Vol. 42, No. 1, 70–83.
13. Štulić, J. (2014). Varanje na nastavi matematike: uloga motivacije za učenje i neutralizirajućih stavova. Neobjavljeni diplomski rad. Zagreb: Odsjek za psihologiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu.
14. Wigfield, A., i Eccles, J. S. (1992). The development of achievement task values: A theoretical analysis. Developmental Review, 12, 265–310.
15. Wigfield, A., i Eccles, J. S. (2000). Expectancy-value theory of achievement motivation. Contemporary Educational Psychology*, 25*, 68–81.
16. Wigfield, A., Eccles, J. S., Yoon, K. S., Harold, R. D., Arbreton, A., Freedman-Doan, C. i Blumenfeld, P. C. (1997). Changes in children’s competence beliefs and subjective task values across the elementary school years: A three-year study. Journal of Educational Psychology, 89, 451–469.
17. Wigfield, A., Tonks, S. i Klauda, L. S. (2009). Expectancy-Value Theory. U: Wentzel, K. R., Wigfield, A. (Ur.), Handbook of Motivation at School (str. 55-75). New York: Routledge.

MATEMATIKA MED VEDENJEM IN RAZUMEVANJEM

Mathematics between knowing and understanding

dr. Damjan Kobal

damjan.kobal@fmf.uni-lj.si

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

Povzetek

Matematika je v svojem bistvu veda o razumevanju. Kot v humanizmu, kjer vednost in znanje šele ob razumevanju in modrosti postaneta vrednota, tako ali še bolj pri

matematiki vedenje šele z razumevanjem pridobi vrednost in zanimivost. Razumevanje je tudi težko meriti v 'preprosti binarni logiki' na način, ki ocenjuje, da razumevanja ni, ali da je ..., saj je razumevanje 'presežna kategorija'. Razumevanje je namreč mogoče poglabljati v neskončnost in povezovati v vse kompleksnejši zemljevid dojemanja.
Preko posameznih primerov in idej bomo poskušali provocirati našo prepogosto mentalno lenobo in intelektualno nepoštenje, ki se zaradi udobja in na škodo pozitivnih vrednot intelektualnega razvoja globoko zajeda v izobraževanje ter v preveliki meri tudi pri pouku matematike razumevanje zamenjuje s formalnim vedenjem brez vrednosti in vsebine.
Poskušali bomo pokazati veliko intelektualno in motivacijsko vrednost razumevanja, ki naj jo razvija pouk matematike.

Ključne besede: matematika, vedenje, razumevanje, motivacija

Abstract

The essence of mathematics is understanding. Also in humanities, the knowledge becomes a true value only through understanding and wisdom. It is even more true for mathematics, that knowledge becomes truly valuable and interesting only through understanding. Understanding can hardly be measured within a 'simplified binary logic' of denial or confirmation of one's understanding. Namely, understanding is transcendent..., as it can always be deepened and intertwined into the global map of human comprehension.
Through particular ideas and examples our too common mental laziness and intelectual dishonesty will be provoked. These intelectual practices are driven by comfort and selfishness and cause a lot of damege to education... In mathematics teaching understanding is too often neglected to the benefit of 'knowledge' with little content and no value.
We shall try to promote the great intelectual and motivational value that understanding and mathematics teaching could and should have.

Keywords: Mathematics, knowing, understanding, motivation.

Uvod

Kje je mesto matematiki med vedenjem in razumevanjem? Je vprašanje sploh smiselno? Če imamo v mislih moderno in 'eksaktno' terminologijo, bi morali, da bi na to vprašanje sploh lahko začeli iskati verodostojne odgovore, najprej opredeliti pomen 'vedenja' in 'razumevanja'. In zelo verjetno bi zašli v terminološke in etimološke razprave, podobne tistim, ki so skušale odgovoriti, koliko angelov lahko stoji na konici igle.
Zakaj si ljudje sploh zastavljamo vprašanja, kot je naš naslov? Ali morebiti želimo enostavnejša vprašanja s težjimi odgovori poenostaviti in poiskati delne odgovore? Nam ti odgovori sploh lahko povedo kaj resnega o dejanskih dilemah, ali so sami sebi namen? Moderna nevrološka znanost nas uči, da človeški možgani ne delujejo kot 'zaporedni računalnik', ampak preko 'vzporednih med seboj odvisnih povezav', pri katerih imajo posamezna sporočila pomen le v kompleksnih soodnosih z drugimi (Spitzer, 1999).

S to simboliko si upamo trditi, da je naše vprašanje in še tisoče podobnih, ki se obravnavajo z veliko zavzetosti in (po merilih naravoslovnih znanosti neresne) strokovne ali celo znanstvene avtoritete, precej nepomembno. Namreč, najpogosteje so odgovori na takšna (običajno zelo partikularno in politično korektno zastavljena) vprašanja zgolj težko razumljive razprave.
Če naše vprašanje zapišemo še drugače in kot se nam zdi, da bi ga razumela večina učiteljev matematike, bi lahko zvenelo zelo drugače. Najbrž jasneje in bolj razumljivo. V besedni zvezi, kot je zapisani naslov, imata očitno besedi 'vedenje' in 'razumevanje' specifičen in že predznačen pomen. Ob pozitivno predznačeni besedi 'razumevanje' se sicer bogat in skorajda transcendenten pomen besede 'vedenje' razblini in postane sinonim za 'piflanje'. Naš naslov bi se torej (manj politično korektno, a bolj razumljivo) lahko glasil 'Matematika med piflarijo in razumevanjem'. Ali, z upoštevanjem odvisnih čustveno duhovnih počutij, bi lahko rekli 'Matematika med dolgočasjem in zanimivostjo'.
V nadaljevanju bomo poskušali s preprostim razmišljanjem, brez kakršnih koli predsodkov o dopustnem in nedopustnem, z radovednostjo in dvomom, iskati besede in pomene (logos – beseda s pomenom), ki naj poskusijo odgovoriti na najpreprostejše vprašanje. Namreč, kako ločiti slabo od dobrega. In ker smo učitelji matematike, bomo pri tem imeli v mislih predvsem poučevanje (matematike).

Matematika med tistim, kar je možno, in tistim, kar je razumno

Naš naslov bi glede na vsebino lahko opisali kot (ambiciozno, a skromno) iskanje odgovora o tem, kje med tistim najboljšim možnim in onim drugim, najslabšim je (moj) pouk matematike. Torej, kje je naša matematika, med razumevanjem, ki motivira in navdihuje, ter "*k' r neki piflarijo, ko niti ne veš, kaj naj se napiflaš, saj stari bluzi neke nebuloze, k' ih še sam n' šteka*".

Beseda *matematika* izvira iz grške besede *μάθημα – máthema*, ki pomeni *kar se naučiš, učenje, znanost*. Grški *μανθάνω (mantháno)* pomeni *učim se*. Beseda izvira iz indoevropskega korena *mendh*, ki pomeni *vzbuditi razumsko zanimanje*. Ima številne izpeljanke v mnogih jezikih. V angleščini *mind* pomeni *razum, mišljenje*, v nemščini *munter* pomeni *buden, živahen, vesel, natančen, ognjevit*, v staroslovanščini *modru* pomeni *moder*, v sanskrtu *man* pomeni *misliti*, v latinščini *mens* pomeni *razum, mišljenje,* v grščini *μάυτις* (*mántis)* pomeni *jasnovidec, prerok*. Verjetno imajo isti izvor tudi grške *muze* in *Prometej*. Grške muze (grško *Moῦσα – moũsa*, latinsko *musa*) so sestre boginje (najpogosteje omenjene kot devet Zevsovih hčera), ki imajo v grški mitologiji skrivnostno vlogo. So predvsem zavetnice pesnikov in umetnosti. Od tod izvira tudi beseda *muzej* (*μουσεῖον, mouseĩon* – hiša muz). Beseda *moũsa* je v angleščini dala na primer izraz *muse*, ki pomeni *abstraktno zamaknjenost, premišljevanje*. Grški bog ognja Prometej je znan po izjemnih intelektualnih sposobnostih. Prelisičil je samega Zevsa, mu ukradel ogenj ter ga prinesel na zemljo. V drami *Uklenjeni Prometej* grški dramatik Ajshil opisuje Prometeja ne le kot boga, ki je človeku preskrbel ogenj in civilizacijo, ampak kot nekoga, ki s svojo inteligenco zagotavlja tudi njuno ohranjanje. Prometej je človeku posredoval vse umetnosti ter znanosti in tako tudi možnost preživetja. Dobesedni prevod imena Prometej bi pomenil ‘Prvi mislec’ (Kobal, 2012).

Matematika je v svojem bistvu veda o razumevanju. Matematika je torej težka, ker je človeško razumevanje (zelo) omejeno, in obenem nujna, ker je človeški duh (že iz bibličnih časov) zaznamovan z željo po razumevanju. V teološkem smislu bi lahko rekli, da je matematika težka, ker želimo tisto, česar ne moremo imeti. Želimo razumeti, razumeti (vsega) pa ni mogoče. A kot rečeno, je razumevanje tudi najprimarnejši motiv našega duha, ki motivira, navdihuje in razveseljuje. Z razumevanjem in razumnimi odločitvami človek postane stvarnik in pri tem doživlja najgloblje izpolnitve svoje biti. Željo po razumevanju bi lahko uvrstili med strasti (duha). Na drugi strani imamo npr. primitivno strast po posedovanju (lahko tudi znanja). Na strasti po posedovanju temelji sodobni potrošniški svet in njeni glavni značilnosti sta egoizem in nezadovoljstvo s tistim, česar (še) nimamo. Strast (duha) po vedenju/razumevanju je precej drugačna. V primerjavi s (primitivno) strastjo posedovanja gre za civilizirano strast, ki jo poganja primarna, iskrena in altruistična želja duha po razumevanju. Razliko najlaže razumemo pri otroku. Strast po posedovanju že pri majhnih otrocih ob prepiru zaradi drobne igračke povzroči pretep in jok, strast po razumevanju pa sproža številne zakaje in v trenutku, ko otrok dojame 'novo spoznanje', ga že hoče deliti in razložiti drugim.

Matematika in njen pouk naj bosta preprosta. Skromna in jasna. Polna premislekov. Z malo besed in z jasnimi pomeni. S preverbami, če smo se razumeli, če smo na isti (miselni) poti. Z jasno postavljenimi izzivi, vprašanji. Z vprašanji, ki jih je nujno razumeti, preden raziskujemo ali podajamo odgovore. Miselni izzivi naj dražijo in provocirajo duha. Hitro odkrite ali skrbno pripravljene in podtaknjene rešitve naj zadovoljujejo in spodbujajo. Minimizirana pravila in skrbno ter skromno izbrana (nova) terminologija naj nove zanimivosti in objekte spoznanja le poimenujejo. Kolikor je pač le mogoče. Skozi razumevanje se tako izgradi vedenje. Vedenje se utrdi z vajo, z veliko rutine, s trdim delom. Domačnost s pojmi, ki jih prinese vaja, omogoča poglobljeno razumevanje in cikel se ponovi na višji stopnji razumevanja s težjimi vajami in globljimi uvidi.
Kje je torej matematika med vedenjem (piflanjem) in razumevanjem? Odvisno od namena vprašanja! Temelj matematike je razumevanje. Ko pouk ali posamezni koncepti temeljijo na 'piflariji' z odsotnostjo razumevanja, smo zagotovo definirali neuspeh. Nismo pa mnogo na boljšem, če verjamemo, da bodo brihtni otroci z razumevanjem in 'kaj vem kakšnimi new-age konstruktivističnimi metodami' ter prirojeno genialnostjo, ki so jo podedovali po nas, brez vaje in trdega dela' (tudi temu nekateri rečejo 'piflarija') prišli do koristnega znanja.

Ni naključje, da so azijske države (Kitajska, Japonska, Koreja, Singapur) pri uspešnosti pouka matematike precej pred zahodnimi državami. Skrivnost njihovega uspeha je v kulturno-socialnih razlikah, ki (za zdaj še) spoštujejo ta elementarna načela (usvajanja matematičnih vsebin). V tabeli 1 navajamo nekatere primerjave med poudarki pri pouku matematike v zahodnih državah in omenjenih azijskih državah (Leung, 2012).

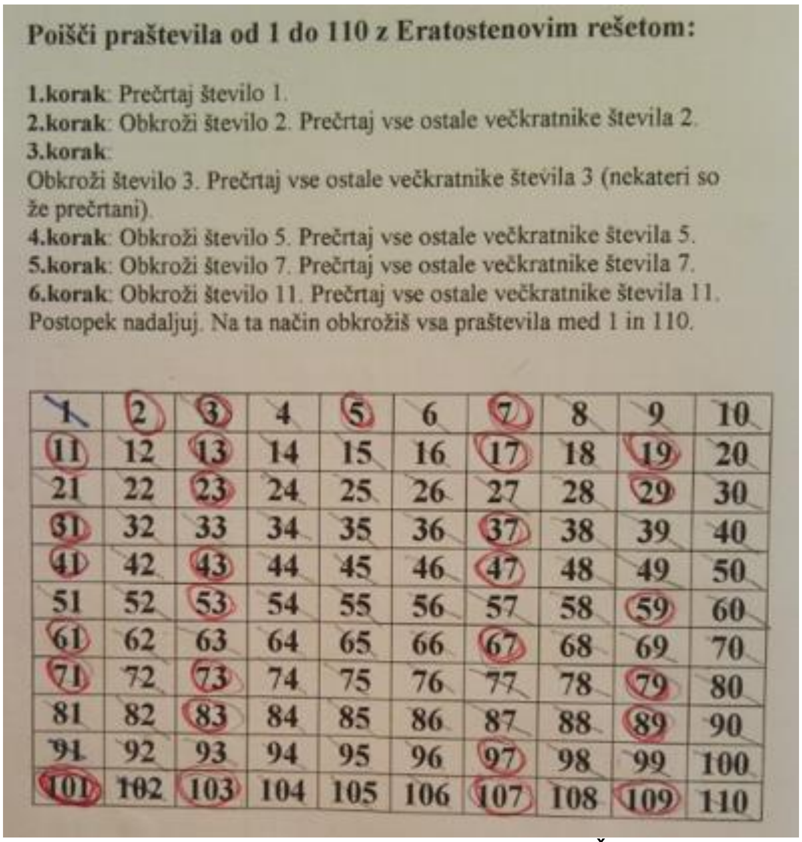
Zahodne države	Azijske države
poudarek na procesu	poudarek na vsebini
raziskovanje	razumevanje, pomnjenje, vadba
moderni načini poučevanja	klasični načini poučevanja
skupnost se prilagodi posamezniku	posameznik se prilagodi skupnosti
individualne vrednote	socialne vrednote

Tabela 1: Primerjava poudarkov pri pouku matematike med zahodnimi in azijskimi državami

Številne raziskave (npr. Leung, 2012) dokazujejo, da je pouk matematike v azijskih državah močneje zasidran na dobri razlagi in globokem razumevanju, medtem ko je na Zahodu prepogosto pouk podoben navidezno prijazni in slabo vodeni razpravi, iz katere je težko izluščiti, za kakšno vsebino sploh gre.

Pravo razmerje med razumevanjem in nujno vadbo pri pouku matematike je mogoče povzeti v navodilo, naj študenti uživajo v učenju skozi razumevanje, a naj se naučijo tudi užitka spoznanja, ki pride po trdem delu.
Razumevanje je težko meriti v 'preprosti binarni logiki' na način, ki ocenjuje, da razumevanja ni , ali da je ..., saj je razumevanje 'presežna kategorija'. Razumevanje je namreč mogoče poglabljati v neskončnost in povezovati v vse kompleksnejši zemljevid dojemanja. Po drugi strani smo ljudje zelo nebogljeni. Če ne razumemo, težko sodimo tisto, česar ne razumemo. Šele razumevanje prinaša uvid v lastno (bivše) nerazumevanje ali v nerazumevanje drugih. Kako naj torej kot učitelj sploh prepoznam morebitno lastno nerazumevanje?
Matematična zgodba, koncept, kakršna koli zaključena nova 'vrstica' matematične vsebine, če naj ima rep in glavo, če naj bo smiselna, mora imeti tiste lepe vsebinske prebliske, ko se v možganih ustvarijo nove povezave. Ti prebliski so kot nekakšna 'logična ločila', ki osmislijo tisto prej in omogočajo, da se v dojemanju dvignemo na višji nivo. To so tisti duhovni in včasih tudi verbalni vzkliki 'aha', ki sami po sebi prinašajo zadovoljstvo in motivacijo.
Če jih ni, če jih dolgo ni, če ni teh 'logičnih ločil' zadovoljstva in potrditve, če je 'matematična zgodba' ena sama dolga štrena, ki ni čisto jasno ne od kod ne kam gre ..., potem ne razumemo, ali preprosto nimamo radi matematike, ali imamo zelo slab dan. Kar koli od tega je dovoljšen razlog, da se ustavimo in zamislimo. Najprej sami pri sebi. Če sami ob pripravi matematičnih vsebin jasno ne čutimo teh 'logičnih ločil', gotovo ne bomo zmogli subtilno zaznavati (ne)razumevanja naših učencev in ne bomo sposobni ponuditi ustreznih in nujno povsem improviziranih spodbud ter logičnih usmerjevalcev, ki naj v razumevanju učenca pripeljejo do zanj pomembnih 'logičnih ločil' in potrditev. To so tisti pomembni oporniki in spodbude (razumevanja), ki so postavljeni na pravih mestih in s pomočjo katerih, kot pravi Komenský (v več kot tristo let stari Veliki didaktiki), lahko dosežemo (razumemo) skorajda kar koli (Komenský, 1995).

Poglejmo konkreten primer razmišljanja pri pouku matematike in opazujmo (ne)prisotnost 'logičnih ločil'. Na sliki 1 je kopija delovnega lista, ki so ga prejeli učenci v 7. razredu neke slovenske osnovne šole.



Poišči praštevila od 1 do 110 z Eratostenovim rešetom:

1.korak: Prečrtaj število 1.
2.korak: Obkroži število 2. Prečrtaj vse ostale večkratnike števila 2.
3.korak:
Obkroži število 3. Prečrtaj vse ostale večkratnike števila 3 (nekateri so že prečrtani).
4.korak: Obkroži število 5. Prečrtaj vse ostale večkratnike števila 5.
5.korak: Obkroži število 7. Prečrtaj vse ostale večkratnike števila 7.
6.korak: Obkroži število 11. Prečrtaj vse ostale večkratnike števila 11.
Postopek nadaljuj. Na ta način obkrožiš vsa praštevila med 1 in 110.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110

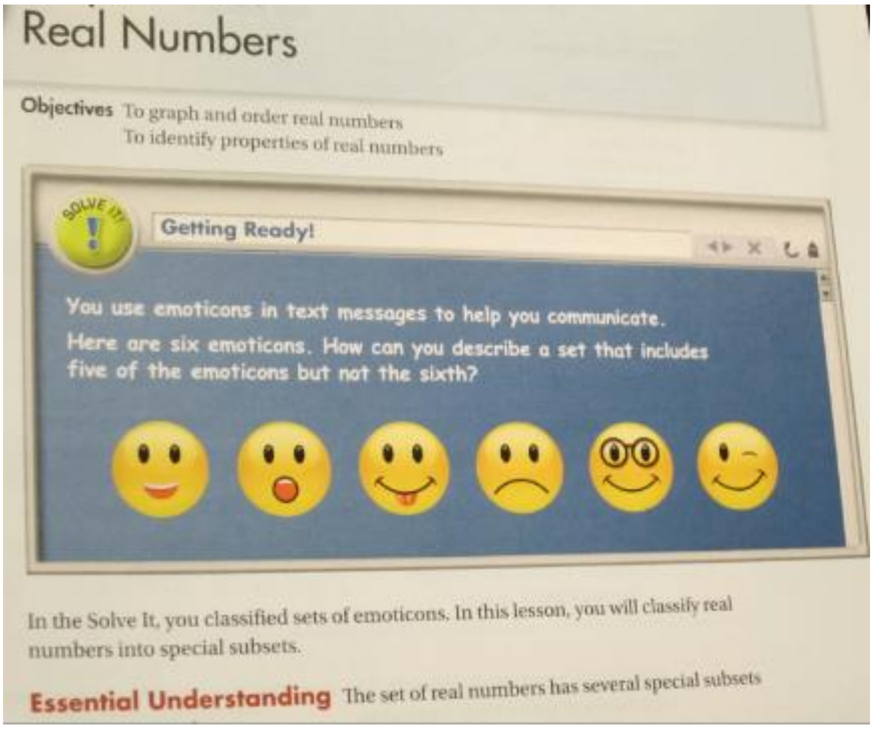
Slika 1: Delovni list v 7. razredu OŠ

Pri nekoliko natančnejšem pregledu se je izkazalo, da delovnega lista tudi boljši učenci niso razumeli, čeprav so z nekakšnim negotovim ugibanjem postopek znali nadaljevati. Niso vedeli, kaj se pravzaprav dogaja. Precej slepo in nevznemirjeno so sledili receptu. Ob provokaciji, ki jo je pomenil prilagojeni delovni list, kjer smo 5. korak zamenjali z navodilom, naj se prečrta število 6 (namesto 7), so brez zadrege sledili navodilu. Šele pozneje po številnih podvprašanjih so boljši učenci prišli do spoznanja, da je to narobe, ker tako niso obkrožena praštevila, saj 6 ni praštevilo (kar vedo že od prej). Seveda tudi ta provokacija in zaključki učencev jasno kažejo, da v zasnovi (oz. pomembneje, v razlagi) delovnega lista niso nakazani ključni miselni koraki, da ni 'logičnih ločil'. Po našem zgornjem nasvetu za prepoznavanje (ne)razumevanja bi najbrž odkrili, da je zgodba precej monoton recept, skupek navodil, da manjkajo tisti ključni logični prebliski, ki osmislijo minule korake in motivirajo nove. Manjka najbolj ključen sklep, 'logično ločilo', ki je v bistvu po vsebini eno samo: "...aha, prvo neprečrtano število ni večkratnik nobenega manjšega števila, torej ..." Zgled je lahko zelo lepa ponazoritev, kako naj matematično poučevanje (ne) poteka. Namreč, kot rečeno, imamo po vsebini eno samo 'logično ločilo'. Prvič ga srečamo že v koraku 2, le da je tu še tako neznano in tuje, da ga je bolje zamolčati in raje povedati, da je število 2 najmanjše praštevilo in ga zato obkrožimo. Za vse večkratnike števila 2 zagotovo velja, da niso praštevila, **zato** jih prečrtamo. Kaj pa števila, ki so ostala neprečrtana? So morebiti praštevila? Hmmm ...? Število 3 je najmanjše neprečrtano število. Sicer tudi za število 3 že vemo, da je praštevilo, a to lahko sklepamo tudi iz tega, da smo že prečrtali vsa manjša števila, ki so večkratniki. Zato obkrožimo število 3 (z razmislekom, da je praštevilo) in prečrtamo vse njegove večkratnike. Isti sklep, isto 'logično ločilo', ponovimo še nekajkrat in s ponovitvami se razumevanje krepi. Po potrebi in glede na možnosti lahko razumevanje postopka utrdimo in preverimo na mnoge načine. Lahko z isto provokacijo kot zgoraj, torej z vprašanjem, kaj bi pomenilo, če bi obkrožili število 6 in prečrtali vse večkratnike števila 6. Nadaljujemo lahko z vprašanjem, ali bi tako prečrtali katero izmed še neprečrtanih števil. Učenec, ki je postopek dobro razumel, bo v idealnih pogojih znal povedati, da je to 'brez veze', saj je število 6 že prečrtano, torej ne more biti praštevilo. S prečrtavanjem večkratnikov števila 6 pa ni nič narobe, a seveda ne bomo dobili nič novega in bomo vselej prečrtali že prečrtano število, ker je vsak večkratnik števila 6 tudi že večkratnik števila 2 in števila 3.

Da bi tisti, ki smo odgovorni za poučevanje matematike, znali prepoznavati dobro razumevanje in ga ločevati od slabega razumevanja ali celo od 'nakladanja brez repa in glave', si moramo izostriti občutek razumevanja, okrepiti pogum za drzna, a povsem naravna (samo)vprašanja in obenem krepiti ponižnost, ki naj prizna našo pogosto nemoč v razumevanju. Imeti moramo tudi pogum, da si znamo postaviti prioritete, da znamo ločevati bistveno od nebistvenega. Ta pogum je pogosto tesno povezan z digniteto, ki naj, ko je potrebno, jasno pove in prizna, da ne zmore nemogočega.
Razumevanje pri pouku se namreč pogosto podredi obsegu učnega načrta in površnim ambicijam, ki so vezane na samopodobo in uspeh. Rezultat je pri takem obnašanju vedno isti. Zaradi želje po nemogočem se odrečemo tistemu, kar je možno. Priznajmo, pogosto pa gre za izgovor in neiskrenost z namenom, da bi se, kolikor je le mogoče, izognili lastni odgovornosti za neuspeh.
Kako izostrimo razumevanje? S spoštovanjem logike in besede. Logos – beseda s pomenom – naj bo poziv, da morajo besede imeti pomen (in ne le zven). Vprašalni stavki naj bodo enostavni. Če vprašanje ni bilo razumljeno, sploh še ni bilo postavljeno. Ob izjavi naj bo poslušalcu (iz konteksta) jasno, kaj izjava sporoča. Gre za izjavo, kjer pričakujemo razumevanje? Ali za izjavo, kjer pričakujemo zaupanje (poslušalec izjavo razume, ne razume pa, zakaj naj bi izjava bila pravilna). Večina izjav in trditev pri pouku matematike v osnovni in srednji šoli naj bi bila takih, kjer pričakujemo razumevanje. Izjave, kjer pričakujemo zaupanje in ne razumevanja, so težje, abstraktnejše, saj dejansko gre za nekakšne predpostavke v smislu: Sicer ne vem, zakaj naj bi to bilo res, a če predpostavim, da je to res, znam sklepati naprej.

Primerov, ki kažejo na pomanjkanje želje po razumevanju in na preveliko strpnost do 'nakladanja' ali celo dokazujejo spoštovanje navidezno všečnega in strokovnega jezika, ki pa je dejansko nepotreben in z malo vsebine, je v izobraževalni praksi preveč. Vsaka beseda, ki je odveč in ki nima pomena, namreč povzroča inflacijo (celo v umetnosti in literaturi je tako) in je še posebej škodljiva pri poučevanju matematike. Škodljivost besed brez pomena lepo zaobjame misel Alonija: "*Banalnost mišljenja je podobna inflaciji v ekonomiji: hudourniki besed, ki nič ne pomenijo, in kupi denarja, ki nič ne veljajo.*" (Aloni, 2002) Najbolje se borimo proti besedam brez pomena s tem, da spoštujemo in vsaj pri pouku matematike vzgajamo razumevanje in zavračamo piflanje. Piflanje že po svoji naravi krepi neobčutljivost za razumevanje. Nikar pa ne zamenjujmo piflanja z vajo in vztrajnostjo. Pri vaji naj gre za ponavljanje miselnih procesov razumevanja do stopnje domačnosti in rutine.

Učbeniki pri nas in po svetu so polni navideznih vsebin, ki jih še profesionalni matematiki ne znajo razložiti. Po eni strani avtorji in založniki poskušajo z navidezno privlačno obliko narediti učbenike zanimive, po drugi pa se v učbenike tlači preveč razdrobljenih vsebin, da bi jih učenci lahko razumeli. Na hitro in brez predolgih komentarjev poglejmo le dva primera. Na sliki 2 je izsek iz 'tržno uspešnega učbenika' v angleškem jeziku, ki po našem mnenju kaže na veliko inflacijo pomena tako s stališča vsebine kot oblike.



Real Numbers

Objectives To graph and order real numbers
To identify properties of real numbers

Getting Ready!

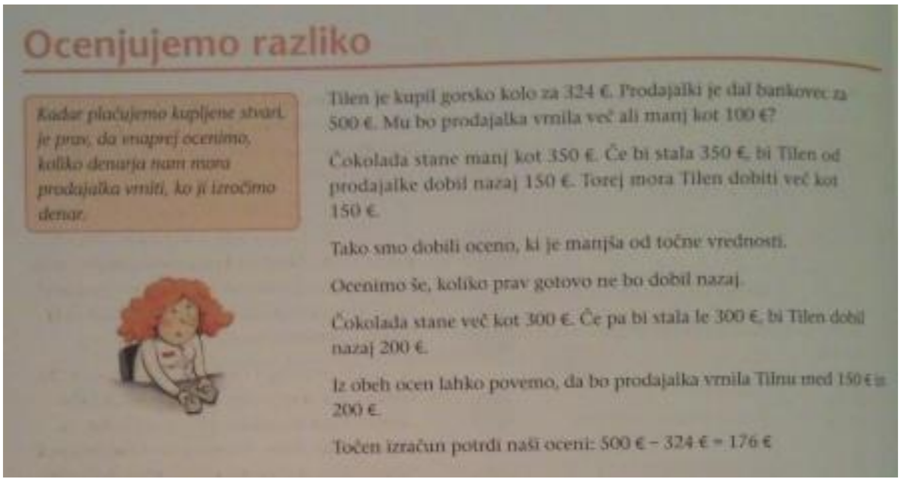
You use emoticons in text messages to help you communicate.
Here are six emoticons. How can you describe a set that includes five of the emoticons but not the sixth?

In the Solve It, you classified sets of emoticons. In this lesson, you will classify real numbers into special subsets.

Essential Understanding The set of real numbers has several special subsets

Slika 2: Izsek iz učbenika za matematiko v angleškem jeziku

Poglejmo si nadalje izsek (slika 3) iz slovenskega učbenika za petošolce. Težko je razumeti, kaj želi povedati. Če je začetno vprašanje jasno, se razlaga izgubi v nepreglednosti povedanega v nadaljevanju.



Ocenjujemo razliko

Kadar plačujemo kupljene stvari, je prav, da vnaprej ocenimo, koliko denarja nam mora prodajalka vrniti, ko ji izročimo denar.

Tilen je kupil gorsko kolo za 324 €. Prodajalki je dal bankovec za 500 €. Mu bo prodajalka vrnila več ali manj kot 100 €?

Čokolada stane manj kot 350 €. Če bi stala 350 €, bi Tilen od prodajalke dobil nazaj 150 €. Torej mora Tilen dobiti več kot 150 €.

Tako smo dobili oceno, ki je manjša od točne vrednosti.

Ocenimo še, koliko prav gotovo ne bo dobil nazaj.

Čokolada stane več kot 300 €. Če pa bi stala le 300 €, bi Tilen dobil nazaj 200 €.

Iz obeh ocen lahko povemo, da bo prodajalka vrnila Tilnu med 150 € in 200 €.

Točen izračun potrdi naši oceni: 500 € − 324 € = 176 €

Slika 3: Izsek iz slovenskega učbenika za petošolce

V slovenskih (srednješolskih) učbenikih je zanimiva na primer definicija vektorja, ki se je nekako neopazno prikradla v novejše učbenike. V nekaterih učbenikih je vektor jasno definiran kot 'nekaj, kar ima smer, usmerjenost in dolžino'. V drugih je definicija vektorja nekoliko bolj sramežljiva in govori le o enakosti vektorjev, ki se ujemata v smeri, usmerjenosti in dolžini. V starih časih je bil vektor določen z dolžino in smerjo. Zakaj v modernem edukacijskem novoreku namesto smeri potrebujemo smer in usmerjenost? Je bila stara definicija napačna? Nepopolna? Preveč enostavna? Nič

od tega. Nova definicija je manj enostavna in celo nekoliko sporna, saj je 'smer' le navidezno širši pojem od usmerjenosti. Smiselnost nove definicije vektorja bi lahko ponazorili z navodili, kako iz Čateža pridete do Ljubljane: "Pojdite do avtocestnega križišča, zapeljite na avtocesto s smerjo proti Zagrebu in pri tem izberite usmerjenost proti Ljubljani ter nadaljujte vožnjo 100 kilometrov daleč."
Kako naj učitelji ravnamo, da bo pouk matematike temeljil na razumevanju, ko pa nas pogosto begajo celo avtoritete, kot so učbeniki, učni načrti, zahteve in pričakovanja nadrejenih? Česar ne razumemo, česar ne moremo vzeti za svoje, tudi če prihaja od (mogoče le navidezne) avtoritete, zavrnimo. Če se bomo pri tem odgovorno naslanjali na argumente razumevanja, se nam ob tem ni treba bati prevzemanja učiteljske odgovornosti.

Razumevanje naj bo cilj in zavedajmo se, da je razumevanje tudi najboljša motivacija za učenje. Učitelji matematike smo priviligirani. Sicer pa je pri vseh predmetih poučevanje lažje in boljše, če gradimo na razumevanju. Če je pri pouku zgodovine vprašanje: "Kdaj je v Italiji prišel na oblast Benito Mussolini?" ali "Kdaj je v Nemčiji prišel na oblast Adolf Hitler?" povsem primerno, je najbrž zanimivejše na primer vprašanje: "Kdo je prišel (in koliko) prej na oblast Benito Mussolini v Italiji ali Adolf Hitler v Nemčiji?" Verjetno bi kdo oporekal, ker da gre za neprimerno zavajanje, a za večjo stopnjo 'kognitivne aktivnosti' in s tem boljše pomnjenje ter za večjo zanimivost predlagamo, da se včasih vprašanje glasi celo takole: "Koliko let za Adolfom Hitlerjem v Nemčiji je prišel na oblast Benito Mussolini v Italiji?"

Prepričani smo, da je zmožnost in želja po razumevanju največji potencial in največji dar človeškega duha. Govoriti o znanstvenih dokazih za take trditve, bi bilo nečimrno. Ni pa narobe govoriti o zgledih, ki poglabljajo vero v pravilnost takih izobraževalnih stališč. Če se je dijakom in celo študentom geografije težko naučiti države in njihova glavna mesta, se lahko predšolski otrok iz začetnega skromnega poznavanja (evropskih) držav in nekaj glavnih mest preko vprašanj tipa: "A poznaš kako državo, ki se začne z isto črko kot glavno mesto Avstrije?" tako motivira, da želi vsako minuto skupne vožnje v avtomobilu izkoristiti za 'ono igrico z glavnimi mesti' in že pred vstopom v šolo pozna svetovne države in njihova glavna mesta bolje od študenta geografije. Z malo vzpodbude in idej odraslega otrok celo sam pride do raznolikih 'zagonetk', kot so država z glavnim mestom, ki ima največ črk, država, ki ima skupaj z glavnim mestom največ črk ... pa največ enakih črk in tako naprej brez konca. Koliko uvida in motivacije ob tem razvije otrok za geografijo, za matematiko, za materni jezik (črkovanje) ..., je težko in tudi nepotrebno ugotavljati.

O bogastvu in lepoti razumevanja govori tudi primer sicer dolgočasnega in 'piflarskega' pravila o komutativnosti množenja (zakon o zamenjavi faktorjev). Zdi se, da tukaj ni kaj razumeti. Pravilo smo preko računanja tako ponotranjili, da se nam ob njem zdi smešno govoriti o 'lepoti razumevanja'. Naša podzavest (ob komutativnosti množenja) pravi, da ni kaj razumeti, ker drugače pač ne more biti. Za šestletnika, ki je spreten s števili, je lahko ugotovitev, da bo oče, ki s svojo veliko roko vzame trikrat po pet bonbonov, dobil isto kot on, ki z manjšo roko vzame petkrat po tri bonbone, izjemna. Ugotovitev povzroča radovednost, dvom in raziskovanje. Na tej stopnji se dogaja dojemanje netrivialnega, na tej stopnji otrok doživlja lepoto in čudenje, ki prehaja v razumevanje.

Zaključek

Človeško razumevanje je najplemenitejši cilj in najboljši motivator učenja ter tudi najzaneslivejši navigator življenja. Na svojem nivoju ga zmore vsakdo. Glede na vse, česar ne zmoremo razumeti, se manj sposobnim in nerazumevanju posmehujejo samo posmeha vredni. Nerazumevanje naj bo izziv tistih, ki razumejo. Razumevanje je cilj in vrednota sama po sebi. Nikakor ne potrebuje (potrošniških) opravičil o uporabnosti. Razumevanje plemeniti, osrečuje in ustvarja.

Pred približno 2200 leti in približno 1800 let pred slavnimi dogodki o astronomskih teorijah in herezijah (ter okroglosti Zemlje), povezanimi z Galilejem, je Eratosten (276–194 pred Kr.) s preprostimi sklepi iz opazovanj sence v vodnjaku znal izračunati radij (okrogle) Zemlje. Izjemno, neverjetno, lepo in navdihujoče. Kakšna je moč človeškega razuma! In izzivov za človeško razumevanje nikoli ne zmanjka. 13. 7. 2014 je bila v Riu de Janeiru finalna tekma svetovnega nogometnega prvenstva med Argentino in Nemčijo. V enainpetdeseti minuti srečanja je režiser prenosa v svet spustil spodnjo sliko (slika 4).

Slika 4: TV-izsek med finalom svetovnega prvenstva, Rio de Janeiro, 13. 7. 2014

Slovenski učitelj (sicer učitelj fizike, a s povsem matematičnimi sredstvi) je iz naslanjača v Ljubljani iz te slike (z veliko gotovostjo) znal ugotoviti, da je bil posnetek narejen iz visoke stolpnice na križišču med ulicama Grandeza in Barreto v centru Ria de Janeira, in sicer s (približno) 1300-milimetrskim teleobjektivom (Golež, 2014). Nič uporabnega! A kako presenetljivo in lepo. Kaj vse zmore človeški um! In med zmožnosti uma štejmo tudi radovednost, ki zna zastavljati prava vprašanja. Naj bo pouk matematike tak, da bo spodbujal duha mladih k postavljanju pravih vprašanj in k razumevanju in iskanju posledic vsega, kar opazimo, ter tudi vseh naših besed in dejanj.

Predavanje se sklene s preprosto miselno provokacijo o 'razliki med celoto in dvema polovicama'.

Viri

1. Aloni, N. (2002): Enhancing Humanity: The Philosophical Foundations of Humanistic Education, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht / Boston / London.

2. Golež, T. (2014): Kako fizik spremlja nogometno tekmo, osebna korespondenca, 14. 7. 2014.
3. Kobal, D. (2012): Máthema, Fakulteta za matematiko in fiziko, Ljubljana.
4. Komenský, A. (1995): Velika didaktika, Pedagoška obzorja, Novo mesto.
5. Spitzer, M. (1999): The Mind within the Net, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
6. Leung, F. (2012): Math Education in East Asia, International Congress on Mathematics Education 12. Seul: ICME 12.

USING ASSESSMENT FOR LEARNING STRATEGIES IN THE MATHEMATICS CLASSROOM

Preverjanje za učenje matematike

Norman Emerson

norman.emerson@nnca.ie

National Council for Curriculum and Assessment, Ireland

Abstract
Assessment for Learning is an important tool for increasing pupil achievement in mathematics. The presentation will reflect on research in this area and provide some practical examples of how assessment for learning approaches are being implemented by teachers in Scottish classrooms.
This presentation will outline how teachers of mathematics can agree learning intentions with their students and how this can help children to achieve a deep understanding of their learning in mathematics and allow them to apply their learning to challenging problems.
Learning objectives and success criteria that are shared and discussed with children begin to give them language to discuss their learning. It allows them to understand where they have completed the work well and where they are having difficulty. This allows children to begin to take charge of their learning journeys, to understand what they can do and to plan an appropriate course forward.
The session will also look at how teachers can ask students questions or set challenging activities that allow for extended thinking. Examples will be provided of how teachers of mathematics ask questions that encourage children to explore and make connections with their previous learning, give time for answers to be reflected on, and allow students the opportunity to try out their answers in pairs or small groups before presenting them to the rest of the class.
The session will also highlight the importance of feedback to students in letting children know what they have done well as well as giving them clear information about how they can improve their learning in mathematics.

Keywords: assessment for learning, mathematics, feedback

Povzetek
Preverjanje za učenje je pomembna metoda za izboljšanje učnih dosežkov pri matematiki. V prispevku bodo predstavljeni rezultati raziskav na tem področju in izkušnje škotskih učiteljev, ki so metodo preverjanja za učenje vključili v učni proces.
Prispevek oriše, kako učitelji usklajujejo svoje učne cilje s cilji svojih učencev in kako lahko to vodi učence h globljemu razumevanju lastnega učenja matematike in jim omogoča učenje matematike skozi matematične izzive.
Učitelji in učenci imajo iste učne cilje in kriterije uspešnosti ter o njih med seboj razpravljajo. S tem učenci razvijajo jezik za opisovanje svojega učenja. Omogočeno jim je, da spoznajo, kako dobro so opravili nalogo in kje imajo težave. Posledično lahko učenci prevzamejo odgovornost za svoje učenje, razumejo, česa so sposobni in v skladu s svojim znanjem načrtujejo nadaljnje učenje.
Pogledamo tudi, s kakšnimi vprašanji in aktivnostmi lahko pri učencih sprožimo poglobljeno razmišljanje. S primeri je prikazano, kako lahko učitelji opogumljajo učence, da raziskujejo, se navezujejo na svoje predznanje, kako počakati na odgovor učenca, kako učencem omogočiti, da preizkusijo odgovore med seboj v parih ali v majhnih skupinah, preden jih predstavijo celemu razredu.
Obravnavan je tudi pomen povratne informacije učencem, kaj znajo, kaj so opravili dobro in pomen jasnih napotkov, kako lahko izboljšajo svoje učenje matematike.

Ključne besede: preverjanje za učenje, matematika, povratna informacija

The use of assessment for learning in mathematics

The National Council of Teachers of Mathematics in the USA, with over 80,000 members, is the largest organisation in the world devoted to supporting mathematics and helping teachers develop their practice.

The organisation has produced a position paper which strongly recommends the use of assessment for learning strategies by teachers. It argues that assessment for learning strategies 'embedded in instruction provide opportunities for students to make conjectures, incorporate multiple representations in their problem solving, and discuss their mathematical thinking with their peers' (NCTM 2013)

The NCTM paper highlights how the effective use of assessment for learning has a positive impact on student achievement and how it 'supports students in developing the reasoning and sense-making skills that they need to reach specific learning targets and move toward mastery of mathematical practices' (NCTM 2013)

Feedback

Children really appreciate written and oral feedback on their work. They appreciate an explanation of where and how they have completed their work to a high standard but they also need to know where to go next in their learning. This can be problematic to some teachers as their children often complete their work so well it is hard to know where to go next. This is where planning comes in. Planning means that teachers know the next steps or that they have planned a route that will extend, broaden or deepen current learning. This is not a route that provides more of the same, but something different. Sometimes teachers may ask the children to explore where they could go next and encourage their children to negotiate a route for themselves.

Providing feedback that moves learning forward

The research on feedback shows that much of the feedback that students receive has little impact on learning. This is particularly true when the feedback focused attention on the person rather than on the quality of the work - for example, by giving scores or marks that encouraged comparison with others. The studies where feedback was most effective were those in which the feedback told participants not just what to do to improve but also how to go about it.

What would this feedback look like in a mathematics classroom?

In the mathematics classroom, such feedback could be given orally, as in this example from Saphier (2005, p. 92):

Figure 1: two items from the Third International Mathematics and Science Study

Item 1 (success rate 88 %)

Which fraction is the smallest?

a) 1/6 b) 2/3 c) 1/3 d) 1/2

Item 2 (success rate 46 %)

Which fraction is the largest?

a) 4/5 b) 3/4 c) 5/8 d) 7/10

Teacher: What part don't you understand?
Student: I just don't get it.
Teacher: Well, the first part is just like the last problem you did. Then we add one more variable. See if you can find out what it is, and I'll come back in a few minutes.

Other approaches (Hodgen and Wiliam 2006) include encouraging pupils to reflect:

- You used two different methods to solve these problems. What are the advantages and disadvantages of each?
- You have understood that problem well. Can you make up your own more difficult problems?

The important point in all this is that the teacher is shifting the responsibility for the learning to the student. In this process, the teacher also needs to set aside time for students to respond to, and act on feedback.

Effective use of questions

Some questions like the one above provide teachers with assessment opportunities. Asking students why they chose a particular wrong answer can provide an insight into the student's thinking and allow the teacher to address some of their misconceptions.

Addressing misconceptions

A review of research in mathematics education (Ofsted, 1998) discussed the effectiveness of addressing, exposing and discussing misconceptions in student learning. All pupils acquire a range of ideas during their learning of mathematics, which can lead them to misunderstandings. A common example would be the 'rule' that to multiply by 10 that you add a zero. If a pupil does not understand the features of place value they can discover their 'rule' does not work when they apply it to decimals. This misconception then needs to be uncovered and discussed in order for pupils to understand why their previous understanding is no longer adequate. This implies that the learning goals for this part of mathematics should be explicit and openly addressed.

Similarly, changing the way a question is phrased can make a significant difference to the thought processes pupils need to go through and the extent to which pupils reveal their understanding,

Involving students in the process of learning

The more children are involved in the whole process of learning the more motivated, engaged and self-efficacious they become.

It is not enough to expect a pupil, even a highly able one, to be able to self-assess and set themselves routes for improvement. Initially the peer and self-assessment process will need to be taught and led by the teacher, step by step, looking for evidence of each success criterion one at a time, allowing more independence and therefore involvement over time. Children will come to be able to determine appropriate areas for their own development and thus feel able to take appropriate control of their own learning.

One approach many teachers have used as part of assessment for learning in mathematics has been the use of 'traffic-lighting' to develop self-assessment skills. The teacher identifies a number of objectives for the lesson, which are made as clear as possible to the students at the beginning of the lesson. At the end of the lesson, students are asked to indicate their understanding of each objective by a traffic light colour. This provides useful feedback to the teacher at two levels. She/he can see if there are any aspects of the lesson that it would be worth revising with the whole class, but also she/he will get feedback about which students need extra individual support. However, the real benefit of such a system is that it forces the student to reflect on what she or he has been learning

Conclusion

This presentation will provide some examples of how teachers of mathematics in Scotland are developing assessment for learning strategies within their classroom. The examples will demonstrate how teachers work with pupils to set learning intentions and success criteria, provide effective feedback, and develop students' skills in self and peer assessment.

The success of the assessment for learning approaches by teachers in Scotland was highlighted by an independent evaluation carried out by the University of London.

Resources

1. Black, P. & Wiliam, D. (1998): Inside the Black Box. Raising standards through classroom assessment. London: School of Education, King's College Press.
2. Hallam, S., Kirton, A., Peffers, J., Robertson, P. & Stobart, G. (2004): *Evaluation of Project 1 of the Assessment is for Learning Development Programme: Support for*

Professional Practice in Formative Assessment - Final Report. The Scottish Government.
3. Hattie, J. (2009): Visible Learning. Routledge.
4. National Council Of Teachers of Mathematics (2013): Position Paper on Formative Assesment, http://www.nctm.org/formative/
5. Ofsted, *Teacher assessment in core subjects at key stage 2*,(1998) HMSO
6. Saphier, Jonathon. “Masters of Motivation.” In On Common Ground: The Power of Professional Learning Communities, edited by Richard DuFour, Robert Eaker, and Rebecca DuFour, pp. 85–113. Bloomington, Ill.: National Education Service, 2005.

POUČEVANJE MATEMATIKE NA RAZREDNI STOPNJI V LUČI SODOBNIH RAZISKAV

Teaching mathematics in primary school in the light of the contemporary research

dr. Tatjana Hodnik Čadež

tatjana.hodnik-cadez@pef.uni-lj.si

Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani

Povzetek
V prispevku bomo predstavili aktualne raziskave na področju poučevanja matematike na razredni stopnji. Zanimalo nas bo, kateri so ključni dejavniki, ki spodbujajo razumevanje matematičnih pojmov pri učencih, predstavili bomo nekatere nove pristope za poučevanje izbranih vsebin. Poseben poudarek bomo namenili reševanju matematičnih problemov v povezavi s poučevanjem in učenjem posploševanja v algebri. Predstavili bomo nekaj idej, kako izsledke novejših raziskav vključiti v pouk matematike, in skušali spodbuditi učitelje, da z akcijskim raziskovanjem preverijo učinkovitost teh izsledkov pri svojem poučevanju in posledično soustvarjajo smernice kakovostnega poučevanja in učenja matematike.

Ključne besede: reprezentacija: konkretna, grafična, simbolna, matematični pojem, prehajanje med reprezentacijami, učitelj raziskovalec

Abstract
In the paper we are going to discuss some relevant research in the area of teaching and learning mathematics in primary school. Our interest will be focused on the key factors which favour children's understanding of mathematical concepts and we are going to present some new teaching approaches for learning some mathematical ideas. Our special attention will be devoted to solving mathematical problems in relation to teaching and learning of generalisation in algebra. We'll present some ideas how to incorporate some of the research findings into the existing teaching mathematics and try to encourage teachers to perform action research themselves in order to assess the effectiveness of these findings and to therefore take an active

role in creating guidelines for improving quality in teaching and learning mathematics.

Keywords: representation: concrete, pictorial, graphical, symbolic, mathematical concept, transfer among reprentations, teacher researcher

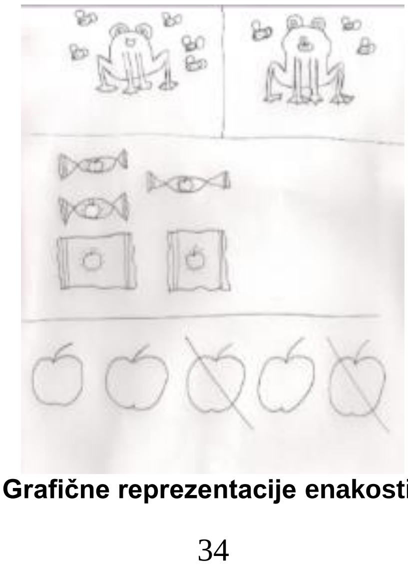
1. Uvod

V prispevku se bomo osredotočili na izbrane vsebine s področja poučevanja didaktike matematike, in sicer bomo opredelili razumevanje matematike v povezavi s prehajanjem med reprezentacijami matematičnih pojmov, izpostavili različne vloge reprezentiranja in poudarili vlogo učitelja kot raziskovalca in nosilca sprememb pri poučevanju in učenju matematike. Bralcu želimo sporočiti, da se zavedamo, da je izbor sodobnih raziskav subjektiven, zagotovo ne pokriva vseh, in da nam je bila vodilo pri izbiri le-teh aktualnost njihovih izsledkov za poučevanje matematike v našem prostoru.

Pri pouku matematike je dejavnost reprezentiranja abstraktnih matematičnih pojmov najpomembnejša. Razlikujemo med notranjimi (miselne predstave) in zunanjimi reprezentacijami (okolje). Zunanje reprezentacije so sestavljene iz strukturiranih simbolnih elementov, katerih vloga je 'zunanja' predstavitev določene matematične 'realnosti'. Pri pouku matematike v glavnem uporabljamo konkretne in grafične reprezentacije ter reprezentacije z matematičnimi simboli ter druge, v zadnjem času predvsem IKT-reprezentacije. Učenčevo razumevanje matematičnega pojma razumemo kot njegovo sposobnost prehajanja med različnimi zunanjimi reprezentacijami. V prispevku izpostavimo še, da je bolj kot sledenje poti pri poučevanju 'od konkretnega do abstraktnega' pomembno spodbujanje vzpostavljanja povezav med posameznimi reprezentacijami matematičnih idej. Na koncu prispevka ponudimo učitelju razmislek o njegovi vlogi pri vnašanju sprememb v pouk matematike.

2. O reprezentacijah pri matematiki

Reprezentacija je v prvi vrsti nekaj, kar stoji namesto nečesa drugega. Pri vsaki reprezentaciji moramo opredeliti: 1) reprezentirajoči svet, 2) svet, ki ga reprezentirajoči svet reprezentira, 3) kateri vidiki so reprezentirani, 4) kateri vidiki reprezentirajočega sveta reprezentirajo ter 5) **povezavo med svetom, ki ga reprezentira, in reprezentirajočim svetom** (Palmer, 1978).



Slika 1: Grafične reprezentacije enakosti 5 – 2 = 3

Zgornje reprezentacije odštevanja (slika 1) prikazujejo enakost 5 – 2 = 3 (mogoče so tudi druge interpretacije, kljub temu da smo vzeli primere najpogostejših reprezentacij odštevanja do 10 na začetku šolanja). Situacijo odštevanja lahko predstavimo na vsaj tri različne načine: predstavimo začetno in končno stanje – dve reprezentaciji (prikaz z žabo na zgornji sliki), končno stanje – ena reprezentacija (prikaz z bomboni), začetna in končna situacija – ena reprezentacija (prikaz z jabolki). Za učenca, ki je v vlogi interpreta te grafične ponazoritve, pa je zelo pomembno, da zna vzpostaviti povezave znotraj same grafične reprezentacije in morebitno konkretno reprezentacijo, ki jo grafična prikazuje. Spodnja reprezentacija na sliki 1 (operacija odštevanja je prikazana s prečrtavanjem objektov) se najpogosteje uporablja pri matematiki. Za učenca je kompleksna, dostikrat ne vzpostavi povezave med prečrtavanjem objektov in odvzemanjem. Pogosto napačno zapisan številski izraz za to situacijo je 3 – 2, saj učenec konkretne in grafične reprezentacije ne poveže in se ne zaveda, da mu mora grafična reprezentacija ponuditi tudi rezultat računa. Kako bi se glasil npr. številski izraz za situacijo, kjer so od petih jabolk prečrtana 4 jabolka, če otrok ne osmisli reprezentacije na matematični način?

Pouk matematike, **ki temelji na raziskovanju različnih reprezentacij določenega matematičnega pojma** in spodbuja učence, da tekoče in fleksibilno prehajajo med temi različnimi reprezentacijami, je učinkovitejši in omogoča učencem boljše razumevanje matematičnih pojmov kot pouk, ki tega ne omogoča (Duval, 2002; Griffin Case, 1997; Kaput, 1989; Bieda, Nathan, 2009; Heinze idr., 2009). Novejše raziskave kažejo, da so bolj kot zaporedje reprezentacij (Bruner (1966): najprej enaktivna, nato ikonična in nazadnje simbolična) pomembne relacije med reprezentacijami določenega matematičnega pojma (Chapman, 2010). V procesu prehajanja med reprezentacijami je konkretna reprezentacija 'baza', abstraktna reprezentacija pa cilj. V procesu ustvarjanja relacij med njima se od učenca pričakuje, da zazna podobnost strukture obeh reprezentacij. Relacija med njima pa je največkrat skrita (Ding, Li, 2014). Odkriti relacijo, je ključno pri učenju matematike z razumevanjem.

Izpostavimo le dva ključna kriterija za vzpostavitev relacije med reprezentacijami:

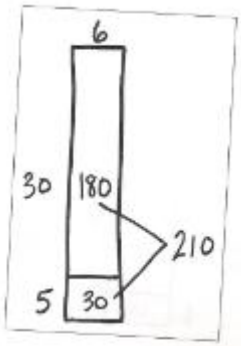
1. reprezentacije izbranega pojma morajo temeljiti na 'strukturni podobnosti';
2. pri poučevanju je treba zagotoviti ustrezen (postopen) proces vzpostavljanja povezav med temi reprezentacijami (postopno zmanjševanje 'konkretnega').

Prvi kriterij pomeni, da moramo izbirati take reprezentacije za pridobivanje izbranega pojma, med katerimi obstajajo povezave oz. jih je mogoče vzpostaviti, drugi pa poudarja vlogo učitelja, ki mora učence spodbujati k osmišljevanju teh povezav. Precej velik izziv na tem področju v našem prostoru predstavlja računanje: od učencev pričakujemo spretno delo s simbolnim, s konkretnim, tudi na grafičnem nivoju, a povezave med reprezentacijami niso očitne oz. se ne podpirajo. Postopek s konkretnim v večini primerov ne podpira postopka s simbolnim računanjem, čeprav oba nastopata npr. pri razlagi učitelja (predvsem zaradi didaktičnega napotka od 'konkretnega proti abstraktnemu' in ne na temelju premisleka o povezovanju reprezentacij). O tem bomo nekoliko več zapisali v nadaljevanju.

Izbira reprezentacije ni odvisna le od matematičnega konteksta, ampak tudi od posameznika, ki rešuje določeno matematično nalogo ali problem (Nistal idr., 2009).

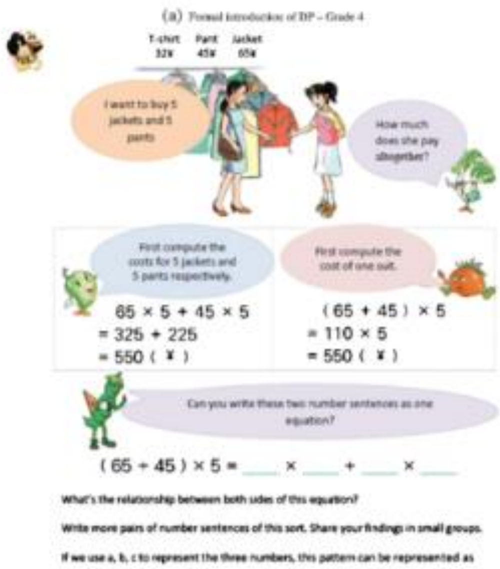
V raziskavi Biede in Nathana (2009) se je izkazalo, da je fluentna uporaba reprezentacij – spretno delo s posamezno reprezentacijo in prehajanje med reprezentacijami, ko je to potrebno – bolj učinkovita kot osredotočanje na reprezentacijo, ki ni utemeljena na relaciji z matematičnim pojmom.

Oglejmo si primere povezovanja reprezentacij distributivnostnega zakona, kot so to nakazale nekatere raziskave. V okviru realistične matematike (RME), specifičnega didaktičnega pristopa, ki temelji na učenčevem aktivnem povezovanju matematičnih idej in ki so ga razvili na Nizozemskem, je bilo predstavljenih že veliko idej za poučevanje matematike, ki bolj kot način reprezentiranja upošteva kriterij vzpostavljanja povezav med reprezentacijami. Fosnot in Dolk (2001) na primer sta predstavila vpeljavo distributivnostnega zakona s tako imenovanimi 'mini enotami' ('mini lessons'), kjer učitelj s pravim zaporedjem nalog spodbudi želeno razmišljanje pri učencih. Eden od primerov za vpeljavo distributivnostnega zakona lahko predstavlja zaporedje zmnožkov: 5 x 6, 30 x 6, 35 x 6; 2 x 7, 40 x 7, 42 x 7 …, kjer učitelj spodbuja učence k iskanju povezav med rezultati. Naslednja možnost vpeljave tega zakona je razmišljanje ob ploščini pravokotnika, ki je lahko vsota ploščin dveh manjših pravokotnikov (slika 2). Omenjena avtorja namreč ne predlagata konkretne ponazoritve zakona, saj izhajata iz dejstva, da imajo učenci razvite številske predstave in da je konkretna ponazoritev izbranih računskih zakonov lahko zelo zapletena in ni v pomoč učencem pri razumevanju samega pojma.



Slika 2: Ponazoritev razčlenitvenega zakona 35 x 6 = 30 x 6 + 5 x 6

Izpostavimo še eno obsežno raziskavo o povezovanju reprezentacij distributivnostnega zakona, ki sta jo izvedla Ding in Li (2014). Njun vzorec je predstavlja 319 različnih reprezentacij distributivnostnega zakona (vključila sta besedilne naloge, grafične in simbolne reprezentacije), ki jih uporabljajo v različnih učbeniških gradivih na Kitajskem. Osnovno raziskovalno vprašanje je bilo: Katere reprezentacije spodbujajo prehod od konkretnih (pojem konkretna reprezentacija sta avtorja opredelila kot reprezentacija, ki ni simbolna) na abstraktne? Slika 3 prikazuje enega od primerov, kjer se vzpostavlja povezava med grafično reprezentacijo (ki je povezana z neko situacijo, ki se po navadi ne zgodi v vsakdanjem življenju) in simbolno reprezentacijo (simbolni zapis zakona).



Slika 3: Prikaz vpeljevanja distributivnostnega zakona (Ding, Li, 2014)

Ugotovitve raziskave Ding, Li (2014) so:

- Ugotovili so, da je potreben ponoven razmislek o pomenu besedilnih nalog oz. njihovi vlogi pri učenju. Te, če so smiselne, učencem pomagajo, da osmislijo abstraktne matematične ideje (Gerofsky, 2009; Palm, 2008, v Ding, Li, 2014). Učenci namreč situacijo, zapisano v besedilni nalogi, pretvorijo v ustrezno reprezentacijo, iz katere lahko izpeljejo določeno zakonitost.
- Posebno vlogo pri razumevanju idej imajo tiste besedilne naloge, ki neposredno ciljajo na matematično idejo, brez nepotrebnih oz. odvečnih zahtev v nalogi, ki bi učencem povzročale tako imenovane kognitivne težave.
- Avtorja raziskave še skleneta, da je pri vpeljavi računskih zakonov pomembno primerjanje rezultatov, ki jih za dani primer dobimo po različnih poteh, saj to primerjanje predstavlja pomoč pri 'reprezentacijski tranziciji'. V zgornjem primeru (slika 3) bi pomenilo izpeljevanje enakosti rezultata pri dveh različnih načinih računanja za enako situacijo (po obeh poteh smo namreč dobili rezultat 550, kar nam v tem primeru pomeni, da lahko izenačimo postopka računanja za ta primer in tako demonstriramo računski zakon).

3. Vloge reprezentiranja pri pouku matematike

Reprezentacije matematičnih pojmov igrajo ključno vlogo v matematičnem izobraževanju.
Chapman (2010) je te vloge opredelil:

- kot način mišljenja (interpretiranje reprezentiranega),
- kot način zapisovanja, predstavljanja idej (reprezentiranje razmišljanja) in
- kot sredstvo komunikacije (npr. razlagalna vloga).

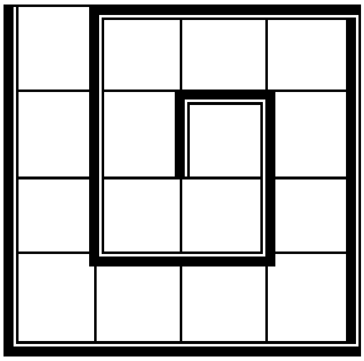
Ilustrirajmo vsako od vlog z nekaterimi primeri.

1. <u>Reprezentiranje kot način mišljenja</u>

Reprezentiranje kot način mišljenja oz. interpretiranje reprezentiranega opredelimo kot notranje reprezentacije, notranji svet izkušenj. Notranje reprezentacije, poznamo jih tudi pod izrazom kognitivne reprezentacije (Palmer, 1978), razumemo kot miselne predstave, ki so po navadi osnovane na zunanjih reprezentacijah. Kognitivni razvoj temelji na dinamičnem procesu prepletanja miselnih predstav in okolja (Karmiloff-Smith, 1992). O učinkovitosti (z vidika razumevanja matematičnih pojmov) učenčevih notranjih reprezenatcij lahko sklepamo na temelju njegove uporabe zunanjih reprezentacij, s katerim demonstrira nepredovanje v razumevanju matematičnih pojmov.

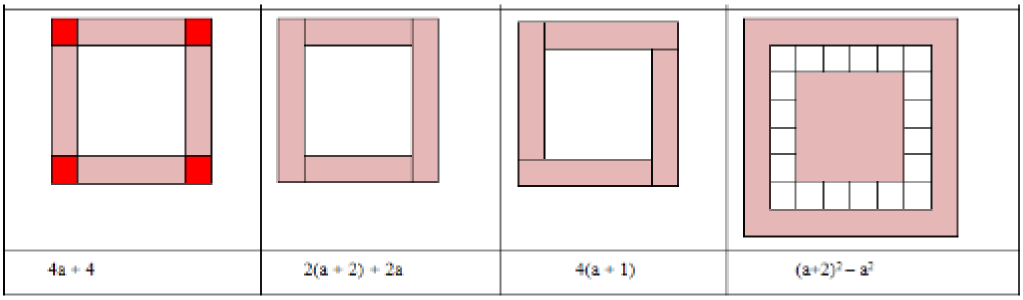
2. Reprezentiranje kot način predstavljanja idej

Reprezentiranje kot način predstavljanja idej bomo prikazali na primeru reševanja problemov 'Spirala' in 'Tlakovanje okrog bazena' (Hodnik Čadež, Manfreda Kolar, 2013). Pri problemu 'Spirala' smo študente vprašali, kako dolga je lomljena črta, ki oblikuje 'spiralo' v določeni kvadratni mreži, na sliki 4 npr. v mreži dimenzije 4 x 4.



Slika 4: Problem 'Spirala'

Nato smo jim ponudili izziv, da so poskušali s spreminjanjem velikosti kvadratne mreže in risanjem 'spiral' v njej posplošiti dolžino lomljene črte v mreži dimenzije n x n. Podrobni rezultati in primeri reprezentiranja njihovih idej so predstavljeni v prispevku Hodnik Čadež, Manfreda Kolar (2013), mi pa bomo na tem mestu zapisali le nekaj posplošitev, ki so jih študenti razrednega pouka izrazili s simboli: $(n+1)^2 – 1$; $n(n + 2)$; $n^2 + 2n$; $3n + 2(n – 1) – 2(n – 2) …+ 2 x 2 + 2 x 1$; $4n + n(n – 2)$. Iz teh zapisov je mogoče ugotoviti, da so nekateri razmišljali o spirali in dolžino le-te posplošili na temelju opazovanja dolžin spiral v posameznem kvadratu (npr. zapis $3n + 2(n – 1) – 2(n – 2) …+ 2 x 2 + 2 x 1$), nekateri pa so dolžine posameznih 'spiral' prevedli v števila in iskali zakonitosti med njimi (npr. zapis $n(n + 2)$, saj je dolžina 'spirale' v mreži 3 x 3 15, v mreži 4 x 4 24 ..., kar je 3 x 5 oz. 4 x 6 ..., kar vodi k zapisani posplošitvi). Drug primer reprezentiranja razmišljanja lahko pokažemo tudi na primeru 'Tlakovanje okrog bazena', kjer so študenti določili, kako bi okrog poljubnega pravokotnika dimenzije n x m tlakovali s ploščicami tako, da bi bazen popolnoma 'obrobili'. Spet bomo pokazali le nekaj primerov razmišljanja študentov ob reševanju problema, več o strategijah in razširitvi problema pa v zgoraj omenjenem prispevku. Na sliki 5 vidimo le nekatere primere strategij pri tlakovanju okrog bazena kvadratne oblike.



Slika 5: Različni načini 'tlakovanja' okrog bazena (Hodnik Čadež, Manfreda Kolar, 2013)

Vidimo, da so študenti izbrali različne strategije oz. so na situacijo očitno pogledali z različnih zornih kotov. Pri zadnjem primeru v tabeli je posplošitev povezana s ploščino, čeprav je na prvi pogled to problem o obsegu. Zanimive rešitve se pojavijo takrat, ko je bazen sicer oglat, ni pa več pravokotne oblike. Rešitve tako razširjenega problema so predstavljene v Hodnik Čadež, Manfreda Kolar (2013) in v diplomskem delu Mojce Berus (2013), ki je reševanje problema izvedla s petošolci.
Seveda pa učenci pri pouku matematike reprezentirajo svoje razmišljanje na različne načine: pri delu s konkretnim materialom, pri grafičnem ponazarjanju idej (npr. delov celot, ostrega kota, premice …), pri pojasnjevanju in razlaganju, pri simbolnem predstavljanju idej.
Zgornje primere smo izbrali tudi zato, da bi učitelje spodbudili, da pri učencih raziščejo načine razmišljanja ob reševanju matematičnih problemov. Reševanje problemov je posebej zanimivo za nadarjene učence (Wieczerkowski, Cropley, Prado, 2002; Zimmerman, 1992), po drugi strani pa izziv tudi za vse preostale. Učenec ob reševanju problemov izkaže sposobnosti povezovanja števil, iskanja zakonitosti, posploševanja, povezovanje različnih matematičnih pojmov … Predvsem pa mu lahko pomeni tudi razvedrilno matematično dejavnost, kjer ni obremenjen s 'prav, narobe' in ima možnost kreativnega izražanja, pojasnjevanja, razpravljanja o problemu in rešitvah. Miselni proces postane bolj transparenten, ko je dejavnost podkrepljena z verbaliziranjem, saj je s tem aktivnost transformirana v miselni proces in tako ponotranjena, s čimer je okrepljeno učenčevo razmišljanje (če mora učenec svoje delo z zunanjo reprezentacijo glasno pojasnjevati, njegovo delo s to reprezentacijo postane bolj osredotočeno na matematični pojem) (Markovac, 1990).

3. Razlagalna vloga reprezentacij

Področje razlagalne vloge reprezentacij je zelo obsežno, saj pokriva tako rekoč celotno področje didaktike matematike. Na tem mestu bomo izpostavili le tiste razlagalne vloge, na katere želimo opozoriti z vidika izvajanja pouka matematike pri nas in spodbuditi razmislek o primernosti posameznih razlag. Najprej nekaj o konkretnem gradivu.

3.1 Konkreten material pri pouku

Konkreten material pri pouku matematike je lahko strukturiran ali nestrukturiran. Kot najbolj uveljavljen strukturiran material pri pouku matematike pri nas veljajo Dienesove plošče oz. modeli desetiških enot. Z njihovo pomočjo oz. ob njih se učenci učijo o desetiškem sistemu (seveda na tem mestu upoštevamo tudi vse mogoče izpeljanke Dienesovih plošč, npr. povezovanje po 10 slamic v snopke, nizanje po 10 perlic na vrvice …) in računskih operacij. Raziskave o uporabi tega materiala pri učenju aritmetičnih vsebin pa si niso enotne. Temeljile so na ugotavljanju, koliko matematičnega znanja mora imeti učenec, da si z modeli desetiških enot pri računanju sploh pomaga (Labinowicz, 1985; Fuson, Briars 1990; Thompson, 1992; Resnick, Omanson, 1987; Gravemeijer, 1991 …). Na neki način so želeli ugotoviti, ali je morda uporaba določenih pripomočkov ali ponazoril v matematiki bolj kompleksna kot pojem sam (če situacijo nekoliko karikiramo). Ob tem še poudarimo, da so bile tovrstne raziskave prevladujoče v zadnjih 20 letih prejšnjega stoletja, danes pa se vloga Dienesov plošč pri pouku matematike ne preiskuje prav pogosto. Resnick in Omanson (1987) sta na primer ugotovila, da so bili učenci, ki so uspešno delali z Dienesovimi ploščami, neuspešni pri pisnem seštevanju. Prav tako so učenci, ki so pokazali najboljše rezultate pri odštevanju z Dienesovimi ploščami, najslabše reševali naloge pisnega odštevanja. To bi lahko utemeljili s tem, da med pisnim algoritmom za odštevanje in delom z desetiškimi enotami pri odštevanju s prehodom ni tako rekoč nobene povezave. Pisni algoritem, kjer računamo s prehodom, namreč temelji na pravilu razlike, delo z modeli desetiških enot pa na razdruževanju večjih desetiških enot v manjše, da je odštevanje sploh mogoče prikazati (mogoči so seveda tudi drugi načini – dopolnjevanje odštevanca do zmanjševanca, če z modeli prikažemo obe števili, kar pa ni prav pogosta strategija dela s tem materialom oz. se pri pouku ne spodbuja).

Na problematiko uporabe modelov desetiških enot so se na Nizozemskem, na podlagi didaktičnih načel že prej omenjene realistične matematike (RME), odzvali tako, da so se odločili, da na začetku šolanja (vsaj prva tri leta), števila obravnavajo celostno, jih ne delijo na desetiške enote. Novejše raziskave (Anghileri, 2001) pokažejo učinkovitost tako imenovanega celostnega pristopa k številom pri učenju o računskih algoritmih. Raziskovalka namreč ugotavlja, da je za učence bolj ustrezno, da obravnavajo število v celoti in ne ločeno po posameznih desetiških enotah. To bi pri operaciji deljenja predstavljalo pristop, ki ga prikazujemo na primeru deljenja 165 : 12. Učenec najprej zapiše nekatere večkratnike števila 12: 5 x 12 = 60, 10 x 12 = 120, 2 x 12 = 24 …) in nato te večkratnike odšteva od deljenca. Zapis takega računanja je:

```
 165 : 12 = 13
–120         10
   45
 – 24          2
   21
  –12          1
     9 ost
```

To deljenje praktično ponazarja primer deljenja, pri katerem se sprašujemo po številu enako močnih množic. Lahko pa povezavo med konkretno in simbolno reprezentacijo napravimo tudi pri primerih deljenja, ko iščemo število elementov v enako močnih množicah:

72 : 3 = 24
20 + 20 + 20 = 60
4 + 4 + 4 = 12
(60 + 12 = 72)

3.2 Reprezentacije in miselni napor

Delo z materialom naj bi se odražalo v miselni aktivnosti, ki je potrebna za razumevanje abstraktnega matematičnega pojma. Če zunanje reprezentacije ne zagotavljajo določenega miselnega napora, so didaktično neustrezne; učenci naj uporabljajo didaktičen material toliko časa, dokler ga potrebujejo, oz. toliko časa, dokler ne znajo rešiti naloge brez uporabe tega materiala (Markovac, 1990). Ko to dosežejo, določen material za učence ni več potreben. Učenci se po navadi sami ne odločijo za opustitev določenega materiala, zato je vloga učitelja, da spodbuja k reševanju nalog brez uporabe didaktičnega materiala in s tem preverja učenčevo zrelost za njegovo opustitev. Ni pa prav, da mora učenec material opustiti, če za to opustitev ni zrel oz. mu uporaba materiala omogoča rokovanje z izbranim matematičnim pojmom, s proceduro, z algoritmom. Didaktičen material ima vlogo mediatorja med učnimi cilji in učenci, ki naj bi te cilje dosegli. Ali se učenci zavedajo didaktične vrednosti materiala ali ga uporabljajo na način, ki se od njih pričakuje oz. ali material resnično vodi k uresničevanju izbranih matematičnih ciljev?', so ključna vprašanja, ki si jih mora zastaviti učitelj pri odločitvi za uporabo materiala. Še bolj pomembno vprašanje pa je, na temelju česa določeno odločitev sprejme. Ker je tako zapisano v učbeniških gradivih, ker pozna študije na izbranem področju, ker sam raziskuje v razredu, na podlagi reflektiranja lastne prakse, dela z učenci …? Prvi zgoraj zapisani razlog je najbolj problematičen in žal tudi prepogost pri tovrstnih odločitvah.

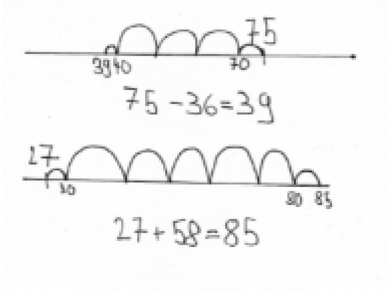
3.3 Didaktična vrednost razlagalnih reprezentacij

Kako presodimo o didaktični vrednosti posameznega materiala? Uporabljamo izbrane materiale tako, da prilagodimo njihovo uporabo našemu poučevanju, ali prilagodimo poučevanje materialu oz. kombiniramo oboje. Raziskava Hodnik Čadež, Manfreda Kolar (2010), ki je obravnavala prav to vprašanje, je pokazala sledeče: večina učiteljev (56,58 %, vzorec 170 učiteljev) se strinja s trditvijo, da konkreten material ne vpliva na njihov način poučevanja. Izsledki te raziskave se ujemajo tudi z izsledki raziskave Gellert (2004), ki povzame, da učitelji prilagodijo material svojemu načinu poučevanja in ne izkoristijo potenciala materiala, npr. za reševanje problemov. Geoplošča je že takšen pripomoček, ki sam po sebi ponuja oblikovanje različnih likov, mogoče pa ga je uporabiti še na bistveno več različnih načinov. Zaradi uporabnosti tega prispevka za učitelje bomo našteli le nekatere mogoče problemske situacije na geoplošči: iskanje neskladnih trikotnikov na geoplošči 3 x 3, iskanje vseh kvadratov na geoplošči 3 x 3, 4 x 4 …, oblikovanje simetričnih oblik (simetrala, ki jo na geoplošči označimo z elastiko, je lahko vodoravnica, navpičnica, poševnica), deli celote (učenec z elastiko določi četrtino, sošolec celoto in obratno …), iskanje odnosa ploščina, število čepkov na stranicah lika in v notranjosti lika (tako imenovani Pickov izrek) za nadarjene petošolce in učence višjih razredov. Podobno lahko razmišljamo o link kockah, modelih geometrijskih oblik in vseh drugih didaktičnih pripomočkih – namreč z vidika ponudbe dejavnosti, tudi problemskih in ne le z vidika njihovega vključevanja v obstoječe poučevanje, pri čemer se spremeni le oblika prikazovanja izbranega matematičnega pojma (npr. števila prikazujemo z link kockami namesto s kamenčki) oz. z drugimi besedami, se ne izkoristi potenciala materiala.

3.4 Ali razlagalna aktivnost z zunanjo reprezentacijo podpira miselno aktivnost?

Ključno vprašanje, ki si ga je zastavil Gravemeijer (1991) pri svojem raziskovanju, je bilo: Ali je fizična aktivnost z materialom izomorfna z miselno aktivnostjo? Oglejmo si primer računanja na številski osi, ki učencem povzroča precej težav. Po eni strani je število predstavljeno kot položaj na osi, po drugi strani pa število predstavlja število premikov po številski osi – 'ena' na številski osi ustreza razdalji med posameznima

zaporednima npr. naravnima številoma oz. pomeni en premik in nima nobene povezave s številom 1, ki je zapisano ob številski osi.
Učenec pri računanju npr. 5 + 3 ob uporabi številske osi, začne s številom 5 in šteje ‘ena, dve, tri’ od števila 5 naprej in konča pri številu 8, kar je iskana vsota. Ta postopek računanja pa se razlikuje od računanja v mislih, saj po navadi učenec računa tako, da šteje od 5 naprej, ‘šest, sedem, osem’. Učenec, ki lahko računa na slednji način, prav gotovo ne potrebuje številske osi za izračun npr. vsot v obsegu do 10. Seveda pa je mogoče številsko os uporabiti tudi tako, da podpira miselni proces pri računanju. To je ‘prazna številska os’, ki omogoča preslikovanje miselnega procesa računanja na prazno številsko os, ki v tem primeru služi kot prava podpora učenčevemu računanju – ponazoritev in miselni proces se dopolnjujeta.
'Prazno številsko os' so na Nizozemskem razvili kot odgovor na izkušnje učiteljev, ki so pokazale, da učenci predolgo uporabljajo konkreten material kot so link kocke in Dienesove plošče ter reprezentacije na številski osi, oz. da so pri računanju na neki način pasivni; zgolj berejo rezultate, ki jih ponujajo ponazorila. 'Prazna številska os' omogoča učencem, da se poljubno premikajo po osi, si predstavljajo števila na svoj način in razvijajo lastne strategije računanja (Anghileri, 2001).



Slika 6: 'Prazna številska os' (primeri računanja osnovnošolca Jaroša)

Pri računanju v obsegu do 100 s pomočjo stotičnega kvadrata nastopi podobna situacija: pripomoček ne podpira procesa računanja, ki naj bi ga učenec izvajal brez uporabe tega pripomočka. Učenec se nauči delati s stotičnim kvadratom tako, da se pri seštevanju in odštevanju ustrezno premika po njem. Stotični kvadrat je ustrezno ponazorilo za ponazoritev števil do 100, njihovih položajev v izbranem stolpcu, vrstici, kot pomoč pri štetju, prav gotovo pa ne za računanje v obsegu do 100. Poleg konkretnih ponazoril je pri računanju uporabna predvsem številska os, kjer seštevanje pomeni pomikanje v desno, odštevanje pa v levo.

3.5 Ali reprezentacija prikazuje tisto, kar vidim?

Kaj grafična reprezentacija sploh prikazuje? Ali prikazuje tisto, kar vidim (npr. pravi kot v trikotniku), ali je to lahko kateri koli kot. V katerem primeru reprezentaciji lahko popolnoma verjamem, v katerem primeru mi le-ta služi le kot podpora za nekaj, česar na sliki neposredno ni mogoče razbrati? Pomembno je sprejeti oz. določiti pravila grafičnega ponazarjanja matematičnih idej glede na matematično vsebino in pri učencih spodbujati razpravo, ko pride do različnih interpretacij. Npr. ploskev mize, ki ima obliko pravokotnika, grafično predstavimo kot pravokotnik in ne kot paralelogram, kot bi mizo narisali v poševni projekciji. Določeni dogovori pri interpretacijah grafičnih reprezentacij pa so pri pouku nesmiselni. V prvem razredu je popolnoma nepomembno, kako učenec interpretira sliko, kjer so od leve proti desni narisana 3 rdeča jabolka in 2 zeleni jabolki: vseeno je, ali je zapis 3 + 2 = 5 ali 2 + 3 = 5. Vztrajanje pri enem zapisu, ki 'ustreza' sliki, je nesmiselno. Nesmiselno dvakrat: naprej zato, ker interpretacija narisanih jabolk ne poteka nujno od leve proti desni, drugič pa zato, ker v prvem razredu učimo tudi zakon o zamenjavi seštevancev. Pomemben je razmislek o tem, kje lahko dopustimo fleksibilnost in ostanemo v polju matematično korektnega in kdaj temu več ne zadostimo, če interpretiramo situacije poljubno.

3.6 Grafične reprezentacije kot most med konkretnimi reprezentacijami in simboli

Že prej smo omenili, da so prehodi med reprezentacijami potreben pogoj za učenje z razumevanjem. Heedens (1986) deli grafične reprezentacije na semikonkretne in semiabstraktne. Pomembno se je zavedati, da so nekatere grafične reprezentacije bliže izkušenjskemu svetu učenca, druge pa so bliže simbolnemu. Učencu je bistveno laže povezati konkretno reprezentacijo z grafično, če dela z modeli, ki so pozneje tudi narisani, in izbrano operacijo prenese še na grafični nivo. Na tem mestu opozorimo, da je v množici raznovrstnih učbeniških gradiv, kjer prevladujejo grafične reprezentacije matematičnih pojmov, veliko nestrokovnosti oz. napak, ki jih bomo izpostavili na drugem mestu. Prepričani pa smo, da učitelj strokovnjak zna presoditi o didaktični in strokovni ustreznosti ponujenih grafičnih predstavitev matematičnih idej.

3.7 Matematični simboli

Učenci v prvih letih šolanja spoznajo števke od 0 do 9, znake za operacije (–, +, :, x) ter simbole za relacije (<, >, =). Število znakov je majhno, a obstaja neskončno število kombinacij teh simbolov in pravil, ki povzročajo učenem nemalo težav pri delu z matematičnimi simboli. V procesu zgodnjega učenja matematike je delo s simboli tesno povezano s konkretnimi in grafičnimi reprezentacijami. Hiebert (1988) definira matematične simbole kot reprezentacijski sistem, opredeljen s petimi stopnjami, ki jih mora usvojiti učenec, da s simboli lahko uspešno dela. Omenili bomo samo prvo stopnjo, 'zagotavljanje relacij med simboli in referencami za simbole', kar pomeni, da moramo v procesu učenja in poučevanja omogočiti učencem delo s konkretnim in grafičnim materialom in vzpostavljati relacije med temi reprezentacijami in simboli (simbol + se tako poveže z operacijo združevanja objektov, tako konkretnih kot grafično prikazanih). Vzpostavljanje relacij pa ni preprosto, saj za posamezni simbol v matematiki ne obstaja le ena relacija 'simbol – referenca za simbol'. Vzemimo za primer matematični simbol enačaj. Težave z razumevanjem enakosti na različnih stopnjah izobraževanja so izpostavljene v različnih raziskavah (npr. Knuth idr., 2006; McNeil, Alibali, 2005), ki potrjujejo, da so težave pri razumevanju enakosti povezane z izkušnjami učencev na začetku šolanja. Simbol za enakost se učencem na začetku šolanja prikazuje kot relacijski simbol (npr. že v prvem razredu, ko primerjajo števila po velikosti), a ga učenci pri obravnavanju računskih operacij, ki sledi obravnavi enačaja kot relacijskega znaka, razumejo kot operacijski simbol, ki jim pomeni 'je rezultat' (Cross idr., 2009). To je po eni strani povsem logično, saj pri demonstriranju npr. seštevanja učenci združijo dve skupini elementov in dobijo novo, večjo skupino, kar neposredno implicira, da izvedba procesa združevanja rezultira v združeni množici oz. da združevanje enačimo s simbolom '+', rezultiranje pa z znakom '=' (tudi jezik, ki ga ob tem uporabljamo, neposredno vodi v tovrstno razumevanje simbolov). Težava napačnega oz. neustreznega razumevanja enakosti se največkrat pokaže pri situacijah, ko učenci iščejo npr. vsoto, ki je kot neznani člen zapisana na levi strani enačaja. Po drugi strani pa je ideja enakosti v matematiki tako kompleksna, da je tako rekoč nemogoče od prvošolcev pričakovati, da bi enakost razumeli kot ujemanje leve in desne strani enačaja. Ko rešujemo enačbe, pa dobi enakost za učence drugačen pomen. Razumevanje enakosti smo v našem prostoru preverili pri predšolskih otrocih, kjer je bilo v raziskavo vključenih 172 otrok, 85 deklic in 87 dečkov, starih od 5 do 6 let (Hodnik Čadež, Mastnak, Manfreda Kolar, 2014). Otrokom so vzgojiteljice dale problem s tehtnico tako, da so jih vprašale (na za njih primeren način in z dovolj predhodnimi izkušnjami z delom s tehtnico), kaj morajo storiti, da bo tehtnica v ravnovesju, če je na eni strani 6, na drugi pa so 4 frnikule (vse so enako težke). Rešitve otrok so nas presenetile, saj so otroci, ki so problem uspešno rešili, uporabili strategijo prenašanja ene frnikule iz posode s šestimi frnikulami v posodo s štirimi. To strategijo smo imenovali 'vpogled, + in –', sledilo je dodajanje dveh v posodo v štirimi frnikulami ('vpogled, +'), nato odvzemanje dveh iz posode s šestimi frnikulami ('vpogled, –') (tabela 1). Med drugim se je izkazalo, da tehtnica otrokom omogoča, da z dodajanjem in odvzemanjem frnikul (dinamična operacija) oblikujejo situacijo enakosti med števili – na neki način otroci tako lahko povežejo operacijski pomen enakosti z relacijskim pomenom. Tehtnica jim daje takojšnjo povratno informacijo o enakosti oz. jih spodbuja, da pri iskanju enakosti vztrajajo (Hodnik Čadež, Mastnak, Manfreda Kolar, 2014).

Strategija	Frekvenca [f]	Odstotek [f%]
Vpogled, + in –	42	24
Vpogled, +	29	17
Vpogled, –	24	14
Koraki, + in –	34	20
Koraki, +	27	16
Koraki, –	11	6
Drugo	4	2
Ni odgovora	1	1
Skupaj	172	100,0

Tabela 1: Strategije iskanja enakosti predšolskih otrok s pomočjo tehtnice (Hodnik Čadež, Mastnak, Manfreda Kolar, 2014).

Posebno mesto imajo simboli tudi v geometriji. Z njimi se učenci prav tako srečajo v prvih dveh triletjih osnovne šole. Nekateri simboli so v tesni povezavi z matematično idejo, ki jo predstavljajo (so podobnega videza), npr. simbol za vzporednost, pravokotnost, kot …, nekateri drugi pa te neposredne povezave z referenco oz. grafičnim prikazom pojma nimajo. Mednje sodijo oznake za presečišča, oglišča, poimenovanje daljic, poltrakov … Pri opazovanju ene od situacij v razredu je bilo mogoče ugotoviti, kako učenci lahko razumejo povezavo med enakimi simboli v različnih vlogah: črke abecede in črke za označevanje oglišč. Nekateri učenci so namreč prišli do sklepa, da je presečišč premic lahko največ 25, toliko, kot je črk abecede (učiteljica je namreč poudarila, da če je na sliki več presečišč, to označimo z različnimi črkami abecede). Lahko ugotovimo, da je učencem zahtevno uporabljati iste simbole za različne ideje (referenčni svet za veliko črko v matematiki je nekaj čisto drugega kot pri jeziku).

4. Sklepne misli

Osnovni namen tega prispevka je spodbuditi učitelja k ponovnemu razmisleku o predstavljanju matematičnih idej in vlogi učenca pri tem. Kot so pokazale nekatere

raziskave, učitelji pri poučevanju matematike večkrat izhajajo iz učbenikov in drugih materialov kot iz lastnega poznavanja matematike in didaktike matematike (Brown, Borko, 1992). Zato se nam zdi zelo pomembno problematizirati šolsko matematiko na način, da pomagamo učiteljem ponovno premisliti o lastnem matematičnodidaktičnem znanju in o temeljih, na katerih temelji njihovo poučevanje (Llinares, Krainer 2006; Herbel-Eisenmann, Phillips 2008; Feiman-Nemser, Buchman, 1985). V tem prispevku smo nanizali nekatere ključne vidike pouka matematike, o katerih je vredno ponovno razmisliti in kritično ovrednotiti svoje odločitve pri organiziranju in izpeljavi pouka matematike. Učiteljeva refleksija dela v razredu je nujna komponenta učenja in poučevanja, ki vodi do kakovostnih sprememb stališč in znanja o poučevanju in učenju (Llinares, Krainer, 2006).
Refleksija našega dela pa je, kot vemo, po kakovosti zelo različna. Razsežnost pojma kakovost je ogromna: od razmišljanja o vtisih izvajanja pouka (čemur praktično ne moremo reči refleksija) pa do reflektiranja na temelju učiteljevega raziskovanja. Vloga učitelja kot raziskovalca se v nekaterih sistemih izobraževanja zelo poudarja (npr. na Finskem, Jakku Sihvonen, Niemi, 2006), saj z raziskovanjem učitelj pridobiva vpogled v svoje poučevanje in učenčevo razumevanje na temelju empiričnih podatkov, kar mu omogoča, da suvereno zastopa svoja stališča glede poučevanja in učenja, kompetentno sodeluje v različnih strokovnih razpravah in je sooblikovalec premikov k višji kakovosti na področju poučevanja (matematike). V tovrstno vlogo učitelja je usmerjen tudi magistrski študijski program na Pedagoški fakulteti Univerze v Ljubljani (ki je v slovenskem prostoru nastal kot posledica reform – ena od njih je gotovo bolonjska prenova programov) za izobraževanje učiteljev, ki med kompetencami jasno opredeli tudi vlogo učitelja kot raziskovalca. Nadejamo se sprememb in nenehnega iskanja boljših poti za poučevanje v šoli, ki bodo temeljile predvsem na učitelju, razmišljujočem praktiku, človeku, ki bo usmerjal pouk tako, da bodo učenci kar največ pridobili, tako na področju osebnega razvoja in rasti kot na področju znanja.

Literatura

1. Anghileri, J. (2001): Contrasting Approaches that Challenge Tradition. V: Anghileri, J. (ur.) *Principles and Practices in Arithmetic Teaching.* Buckingham: Open University Press.
2. Berus, M. (2013): *Posploševanje pri reševanju problema iz obsega*. Diplomsko delo. Lubljana: PeF UL.
3. Bieda, K. N., Nathan, M. J. (2009): Representational Disfluency in Algebra: Evidence from Student Gestures and Speech. *ZDM – The International Journal of Mathematics Education 41.*
4. Brown, C. A., Borko, H. (1992): Becoming a Mathematics Teacher. V: Grouws, D. A. (ur.) *Handbook on Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan Publishing Company. Str. 209–239.
5. Bruner, J. S. (1966): *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge, MA: Belkapp Press.
6. Chapman, J. O. (2001): Teachers' Self-representations in Teaching Mathematics. *Mathematics Teacher Education 13*. Str. 289–294
7. Cross, C. T., Woods, T. A., Schweingruber, H. (2009): *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths toward Excellence and Equity*. National academic press: Washington. Str. 162–187.
8. Ding, M., Li, X. (2014): Transition from concrete to abstract representations: the distributive property in a Chinese textbook series. *Educational Studies in Mathematics*, 87. Str. 103–121.

9. Duval, R. (2002): The Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in the Learning of Mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education 1(2)*. Str. 1–16.
10. Feiman-Nemser, S., Buchman, M. (1985): Pitfalls of Experience in Teacher Preparation. *Teachers College Record 87(1)*. Str. 53–65.
11. Fosnot, C. T., Dolk, M. (2001): *Young mathematicians at work. Constructing multiplication and division*. Portsmouth: Heinemann.
12. Fuson, K. C., Briars, D. J. (1990): Using a Base-Ten Blocks Learning/Teaching Approach for First and Second Grade Place Value and Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education 21*. Str. 180–206.
13. Gellert, U. (2004): Didactic Material Confronted with the Concept of Mathematical Literacy. *Educational Studies in mathematics 55*. Str. 163–179.
14. Gravemeijer, K. P. E. (1991): An Instruction – Theoretical Reflection on the Use of Manipulatives. V: Streefland, L., (ur.) *Realistic Mathematics Education in Primary School*, On the occasion of the opening of the Freudenthal Institute.
15. Griffin, S., Case, R. (1997): Re-thinking the Primary School Math Curriculum: An Approach Based on Cognitive Science. *Issues in Education 3*. Str. 1–49.
16. Heddens, J. W. (1986): Bridging the Gap between the Concrete and the Abstract. *Arithmetic Teacher 33(6)*. Str. 14–17.
17. Heinze, A., Star, J. R., Verschaffel, L. (2009): Flexible and Adaptive Use of Strategies and Representations in Mathematics Education. *ZDM Mathematics Education 41*. Str. 535–540.
18. Herbel-Eisenmann, B., Phillips, E. D. (2008): Analyzing Students' Work: A context for Connecting and Extending Algebraic Knowledge for Teaching. V: Greenes, C. E., Rubenstein, R. (ur.) *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics: Seventieth yearbook*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. Str. 295–311
19. Hiebert, J. (1988): A Theory od Developing Competence with Written Mathematical Symbols. *Educational Studies in Mathematics 19*. Str. 333–355.
20. Hodnik Čadež, T., Mastnak, A., Manfreda Kolar, V. (2014): Assessing preschool children's understanding of mathematical equivalence through problem solving. V: Pytlak, M. (ur.) *Communication in the mathematics classroom*. Rzeszov: Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego.
21. Jakku Sihvonen, R., Niemi, H. (2006): *Research-based teacher education in Finland – Reflections by Finnish teacher educators*. Turku: Finnish Educational Research Association.
22. Kaput, J. J. (1989): Linking Representations in the Symbol Systems of Algebra. V. Wagner, S., Kieran, C. (ur.) *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra*. Hillsdale, NY: Erlbaum. Str. 167–194.
23. Karmiloff-Smith, A. (1992): *Beyond Modularity: A Developmental Perspective on Cognitive Science*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.
24. Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M. and Alibali, M. (2006): Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations, *Journal for Research in Mathematics Education*, 37, 297–312.
25. Manfreda Kolar, V., Hodnik Čadež, T. (2010): Didactic material as a mediator between physical manipulation and thought processes in learning mathematics. V: MAJ, Božena (ur.), SWOBODA, Ewa (ur.), TATSIS, Konstantinos (ur.). *Motivation via natural differentiation in mathematics*. Rzseszów: Wydawnicteo Uniwersytetu, cop. Str. 342–353.
26. Labinowicz, E. (1985): *Learning from Children: New Biginnings for Teaching Numerical Thinking*. California: Addison-Wesley Publishing Co.
27. Llinares, S., Krainer, K. (2006): Mathematics (student) Teachers and Teacher Educators as Learners. V: Gutiérrez, A., Boero, P. (ur.) *Handbook of Research on*

the Psychology of Mathematics Education: Past, Present, and Future. Rotterdam: Sense Publishers. Str. 429–459.
28. Manfreda Kolar, V., Hodnik Čadež, T. (2013): Dependence of the problem solving strategies on the problem context, V: M. Pavleković, M. Kolar-Boegović, R. Kolar-Šuper (ur.) *Mathematics Teaching for the future* (str. 162–172). Zagreb: Element.
29. Markovac, J. (1990): *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
30. McNeil, N. M. and Alibali, M. (2005): Why won't you change your mind? Knowledge of operational patterns hinders learning and performance on equations, *Child Development*, 6, 883–899.
31. Nistal, A. A., Van Dooren, W., Clarebout, G., Elen, J., Verschaffel, L. (2009): Conceptualising, Investigating, and Stimulating Representational Flexibility in Mathematical Problem-solving and Learning: A Critical Review. *ZDM – The International Journal of Mathematics Education 41*.
32. Palmer, S. E. (1978): Fundamental Aspects of Cognitive Representation. V: Rosch, E., Lloyd, B. B. (ur.) *Cognition and categorization*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates. Str. 259–303.
33. Resnick, L., Omanson, S. (1987): Learning to Undrestand Arithmetic. V: Glaser, R. (ur.) *Advances in Instructional Psychology 3*. Hillsdale, N.Y.: Lawrence Erlbaum Assocciates. Str. 41–95.
34. Thompson, P. W. (1992): Notations, Conventions, and Constraints: Contributions to Effective Uses of Concrete Materials in Elementary Schools. *Journal for Research in Mathematics Education* 25. Str. 297–303.
35. Wieczerkowski, W., Cropley, A. J., Prado, T. M. (2002): Nurturing talents/gifts in mathematics. V: K. A. Heller, F. J. Monks, R. J. Sternberg, R. F. Subotnik (ur.) *International handbook of giftedness and talent*. Oxford: Elsevier Science Ltd.
36. Zimmerman, B. (1992): Profile mathematischer Begabung. Fallstudien aus einem Projekt für mathematisch talentierte Schüler sowie aus der Geschichte der Mathematik. (Types of mathematical Giftedness. Case Studies from a Project with talented Pupils and from History of Mathematics.). *Der Mathematikunterricht* 1, 19 – 41.

KAKO UČENICI RAZUMIJU I PRIMJENJUJU GRAFOVE LINEARNIH FUNKCIJA U MATEMATICI I FIZICI?

How do pupils understand and apply line graphs in mathematics and physics?

dr. Željka Milin Šipuš

zeljka.milin-sipus@math.hr

Matematički odsjek, Prirodoslovno-matematički fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Hrvatska

Sažetak

Veze između matematike i fizike jake su u svim njihovim segmentima i povijesno prisutne u oba smjera. U obrazovanju, od velikog je značenja uspostaviti i njegovati te veze. Tradicionalna granica između školskih predmeta matematike i fizike često ne odražava izražene potrebe suvremenog obrazovanja kao što su rješavanje

(interdisciplinarnih) problema i snalaženje u situacijama iz stvarnog života. Štoviše, i među nastavnicima postavlja se pitanje adekvatnog korištenja matematike u fizici.
Cilj ovog rada je prikazati jednu važnu temu za matematiku i fiziku, a to je grafički prikaz linearne funkcije primijenjen u jednostavnim modelima gibanja. Za razumijevanje gibanja, u grafičkom je potrebno očitati nagib pravca i površinu ispod grafa (pravca). Ti su pojmovi temeljni koncepti infinitezimalnog računa, te kao takvi čine jednu obrazovnu vertikalu od osnovnoškolske do visokoškolske matematike i fizike. U ovom ćemo radu također prikazati i rezultate istraživanja provedenih u Hrvatskoj o razumijevanju grafičkog prikaza linearne funkcije u matematici i fizici, te ćemo kratko diskutirati uočene učeničke poteškoće.

Ključne riječi: graf linearne funkcije, nagib pravca, površina ispod grafa, međupredmetno povezivanje između matematike i fizike

Abstract

Connections between mathematics and physics are strong at all levels and historically evident in both directions. In education, it is of great importance to establish and to appreciate those links. Traditional boundaries between school subjects often do not reflect the expressed needs of modern education, which include (interdisciplinary) problem solving and coping with real life situations. Often, even among teachers, the question is raised of appropriate use of mathematics in physics.
In this paper we present an important theme for mathematics and physics education – the line graphs. The theme includes notions such as the slope of a line and the area under a graph (curve). These concepts are the fundamental concepts in calculus and therefore they form a learning line from primary school to higher education mathematics and physics. We also present the results of a study on understanding of graphical presentations in mathematics and physics, which was administered in Croatia, and we shortly discuss the observed students' difficulties.

Key words: Line graph, slope of a line, area under a graph, interdisciplinary connections between mathematics and physics

Uvod

U svakodnevnom životu, kao i u znanosti, podaci se često prikazuju grafički. Grafički prikaz omogućuje brzo i jednostavno očitavanje značajnih karakteristika veličina koje su prikazane grafom. Pri tome je često potrebno očitati i karakteristike grafa koje nisu direktno prikazane kao vrijednosti varijabli na grafu, kao što su, primjerice, brzina rasta/pada neke veličine ili njezin ukupni rast/pad. Prema članku (Leinhardt, 1990), upravo interpretiranje pojmova koji proizlaze iz veličina koje nisu direktno prikazane na grafu uzrokuje studentima poteškoće.

U fizici, posebno u početnoj kinematici, linearna fukcija je funkcijski model za jednostavna gibanja - jednoliko i jednoliko ubrzano gibanje po pravcu. U tom konteksu se uvode fizikalni pojmovi (trenutne) brzine, akceleracije, prijeđenog puta i pomaka. Kako se ta gibanja često prikazuju grafički u s-t, v-t ili a-t grafovima, potrebno je spomenute fizikalne veličine prikazati i očitati, odnosno, interpretirati iz grafova. S matematičke strane, to zahtjeva razumijevanje i interpretaciju nagiba (koeficijenta smjera) pravca koji je graf te linearne veze te razumijevanje i interpretaciju „površine ispod grafa" linearne funkcije.

U svijetu su provedena mnoga istraživanja o razumijevanju grafičkog prikaza. U fizici, primjerice, grafičkim prikazom bave se radovi (McDermott, 1987), (Beichner, 1994), (Woolnough, 2000). U matematici, u članku (Leinhardt, 1990) dan je sveobuhvatan prikaz učeničkih poteškoća u vezi koncepta funkcije i njezinog grafičkog prikaza, s posebnim naglaskom na primjenu tih pojmova u fizici i zadacima iz stvarnog života. Utvrđene učeničke poteškoće najčešće se grupiraju kao zamjena točke i intervala, nerazlikovanje visine grafa i nagiba te tretiranje grafa kao slike neke situacije.

Razumijevanje grafičkog prikaza linearne funkcije u matematici i fizici

Sa stanovišta visokoškolske matematike, za zadane veličine s i t, brzina (stopa) promjene (eng. rate of change) veličine s u odnosu na t definira se kao derivacija funkcije $s = s(t)$

$$\frac{ds}{dt} =: v(t).$$

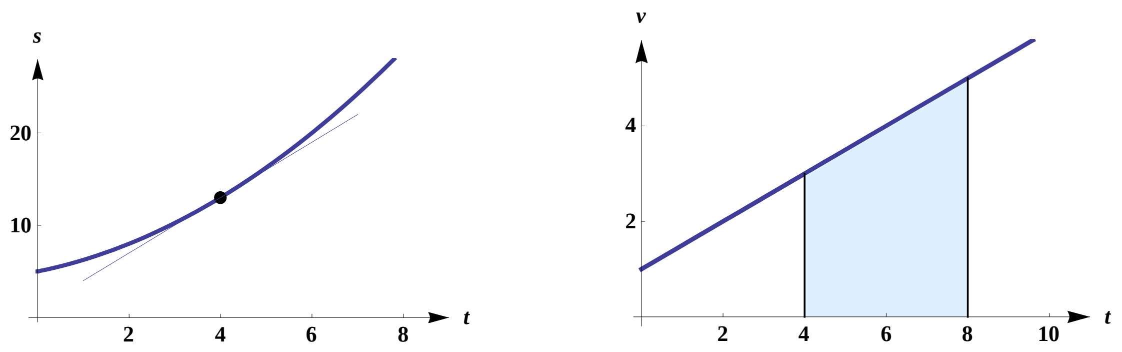
Brzina promjene veličine s u odnosu na t u točki t_0 je upravo derivacija u t_0

$$\frac{ds}{dt}(t_0) = v(t_0).$$

Obratno, pojam ukupne promjene (eng. total change, amout) veličine s od $t = a$ do $t = b$ definira se kao

$$\Delta s = s(b) - s(a) = \int_a^b v(t)dt$$

Prisjetimo se kako se navedeni pojmovi interpetiraju u grafičkom prikazu. U s-t grafu brzina promjene veličine s u odnosu na t u trenutku t_0 jednaka je nagibu (koeficijentu smjera) tangente na graf funkcije $s = s(t)$. S druge strane, u v-t grafu ukupna promjena veličine s od $t = a$ do $t = b$ jednaka je površini ispod grafa funkcije $v = v(t)$.



Slika 1: Geometrijska interpretacija brzine promjene i ukupne promjene

Uočimo da je grafička interpretacija ukupne promjene utemeljena je na Osnovnom teoremu infinitezimalnog računa koji povezuje pojam određenog integrala s primitivnom funkcijom (antiderivacijom), odnosno neodređenim integralom zadane funkcije. Jedan mogući izričaj Osnovnog teorema infinitezimalnog računa je putem Newton-Leibnizove formule

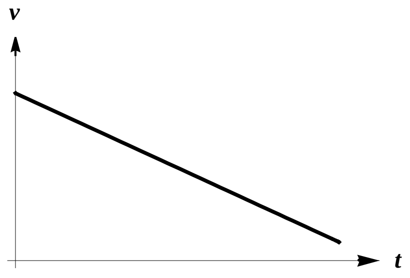
$$\int_a^b F'(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

gdje je F diferencijabilna funkcija na $[a,b]$, a njezina derivacija F' je integrabilna na $[a,b]$. Funkciju F nazivamo primitivnom funkcijom ili antiderivacijom funkcije $f := F'$. Zaista, veza među veličinama s, t i v dana je derivacijom, odnosno antiderivacijom. S druge strane, određeni integral ograničene funkcije na segmentu definiran je pomoću Riemannovih suma, te se geometrijski interpretira kao „površine ispod grafa funkcije". Dakako, određena pažnja je potrebna u situacijama kada su funkcijske vrijednosti negativne, jer je tada „visina" opisanog, odnosno, upisanog pravokutnika negativna, pa je i tražena površina između grafa i x-osi negativna.

Navedene veličine prepoznajemo u jednostavnim kinematičkim modelima – u jednolikom i jednoliko ubrzanom gibanju po pravcu, dakle, modelima koji imaju konstantnu brzinu, odnosno, konstantnu akceleraciju gibanja. Tada su odgovarajuće veze linearne, odnosno, odgovarajući grafovi pravci (ili razlomljeni pravci u općenitijem slučaju gibanja složenog od navedenih gibanja). Primjerice, u v-t grafu koji prikazuje jednoliko ubrzano gibanje, nagib pravca $v = v(t)$ jednak je akceleraciji gibanja. Slično, u a-t grafu ukupna promjena brzine $v(t)$ u zadanom vremenu jednaka je površini ispod grafa funkcije $a = a(t)$. Sljedeća dva primjera su prilagođena prema zadacima iz testa *Test of Understanding Graphs in Kinematics* TUG-K (Beichner, 1994):

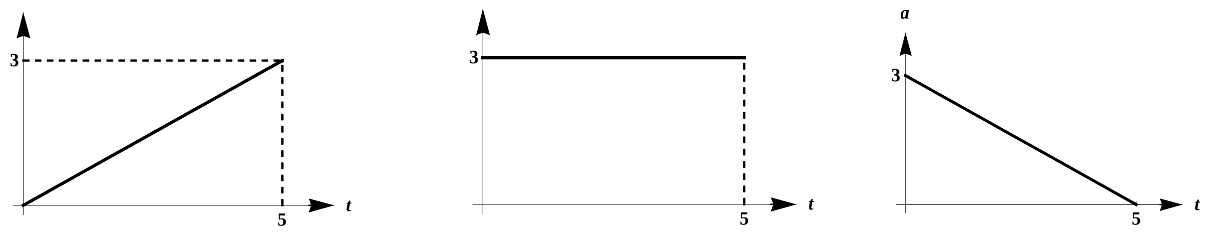
Zadatak 1. Gibanje tijela prikazano je v-t grafom kao na slici. Koja tvrdnja najbolje opisuje prikazano gibanje?

A. Tijelo se giba konstantnom rastućom akceleracijom.
B. Tijelo se giba konstantnom padajućom akceleracijom.
C. Tijelo se giba konstantnom pozitivnom akceleracijom.
D. Tijelo se giba konstantnom negativnom akceleracijom.



Slika 2: Akceleracija *a* u v-*t* grafu je nagib pravca

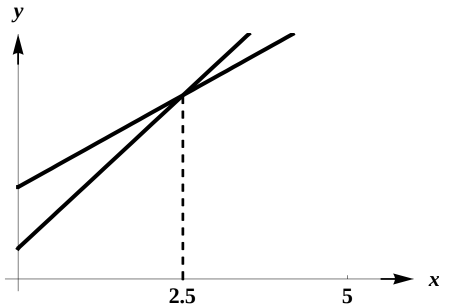
Zadatak 2. Prikazani su a-t grafovi za četiri različita tijela koja se gibaju. Koje tijelo ima najveću promjenu brzine tijekom prikazanih 5 sekundi gibanja?



Slika 3: (Ukupna) promjena brzine *v* u *a*-*t* grafu je površina ispod grafa

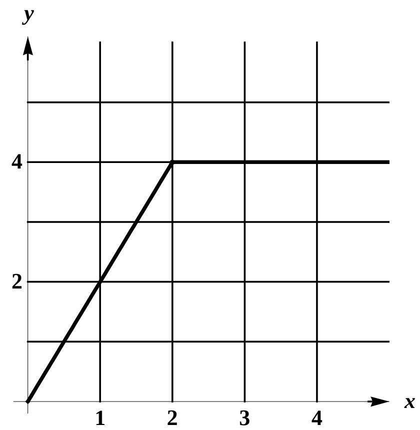
Sljedeći zadatak (Zadatak 3) je također čest zadatak u kontekstu fizike – usporedba brzina dvaju tijela koji se jednoliko gibaju, pri čemu je gibanje predočeno s-t grafom. S matematičkog stanovišta, zadaci takvog tipa (zadaci 3 i 4) provjeravaju zna li učenik izračunati, interpretirati i usporediti nagibe, odnosno, s druge strane, zna li učenik izračunati, procijeniti i usporediti površine ispod grafa.

Zadatak 3. Usporedite nagibe pravaca prikazanih na slici 4 u $x=1$.



Slika 4: Uspoređivanje nagiba pravaca

Zadatak 4. Izračunajte površinu lika omeđenog sa x-osi i prikazanim grafom od $x=0$ do $x=4$.



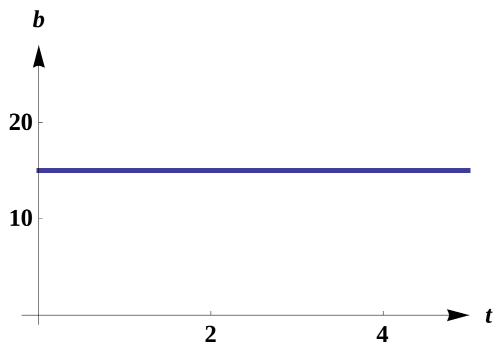
Slika 5: Lik omeđen sa x-osi i prikazanim grafom od $x=0$ do $x=4$ je trapez

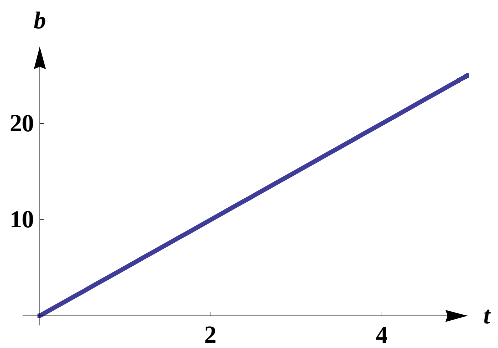
U vezi se pojmom ukupne promjene, važno je spomenuti da u njezinoj srži leži ideja akumulacije. Ukoliko se neka veličina mijenja, onda se ona i akumulira, tj. (kumulativno) skuplja (ili smanjuje). Ukoliko kiša pada određenim intenzitetom, voda se u jezerima i rijekama akumulira. Ako cijena dionica raste u određenom vremenskom razdoblju, količina novaca koje one donose se također akumulira. Ako automobil vozi određenom brzinom, prijeđeni put se akumulira, itd. Pri korištenju ideje akumulacije potrebno je poznavati „djeliće" veličine koja se akumulira (duljina luka, površina, volumen, put, brzina, rad, količina vode, količina novaca, visina biljke,...) i brzinu kojom se akumulira (brzina/stopa promjene). Ponekad su veličine koje se akumuliraju intuitivno razumljive, a ponekad su i apstrakne (ukupna promjena brzine pri gibanju s akceleracijom, promjena sile na putu ostvaruje rad, itd). Kako je ideja akumulacije intuitivno jasna, važno je iskoristiti njezin potencijal u obrazovanju za razmijevanje pojma ukupne promjene i uspostavljanje veze između brzine promjene i ukupne promjene.

Zadatak 5. Bazen se puni vodom iz cijevi. Brzina punjena b bazena izražena je u litrama po minuti, a vrijeme t u minutama. Brzina punjenja bazena vodom je

a. jednolika,
b. takva da u trenutku t prolazi $5t$ litara u minuti,

kako je prikazano na grafovima.
Kolika je količina vode kojom se bazen napuni između druge i četvrte minute punjenja?





Rezultati istraživanja

U Hrvatskoj su provedena dva istraživanja kojima je bio cilj istovremeno utvrditi razumijevanje i interpretaciju grafova linearnih funkcija u matematici i fizici. Rezultati istraživanja dosad su opisani u (Planinić, 2012), (Planinić, 2013). U prvom istraživanju je sudjelovalo 114 učenika srednjih škola različitih profila, dok je u drugom sudjelovalo 385 studenata matematike i fizike prve godine studija i to na početku njihovog studija. Cilj prvog istraživanja bio je utvrditi je li nedovoljno znanje iz matematike glavni razlog što se javljaju poteškoće kod interpretiranja grafova iz kinematike, te odrediti poteškoće u kontekstu matematike i fizike u interpretaciji nagiba pravca i površine ispod grafa. Cilj drugog istraživanja bio je utvrditi je li veća težina zadataka iz fizike posljedica nedostatka relevantnog znanja fizike ili bi isti efekt bio uočen i u nekom drugom kontektstu, različitom of fizike, a koji ne zahtjeva neko specifično dodatno znanje (zadaci iz „stvarnog života”).

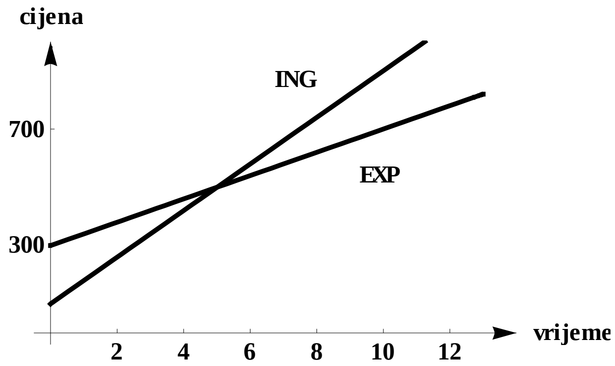
U prvom istraživanju učenici su rješavali 16 zadataka višestrukog izbora, i to 8 iz matematike i 8 iz fizike. Zadaci su bili zamišljeni kao „paralelni", tj. svaki zadatak iz fizike je imao svoj par među zadacima iz matematike na način da su zadaci iz matematike ispitivali vladanje istim matematičkim pojmom kao odgovarajući zadaci iz fizike, samo bez fizikalnog konteksta. Uz odgovor, učenici su trebali napisati i obrazloženje. U sklopu tog istraživanja provedeno je i istraživanje među nastavnicima fizike (među kojima ima nastavnika matematike). Nastavnici fizike bili su zamoljeni rangirati zadatke u skladu s očekivanom riješenošću tih zadataka. Dobiveni odgovori su pokazali da većina nastavnika fizike smatra da su zadaci iz matematike učenicima teži nego odgovarajući zadaci iz fizike. Međutim, suprotno tim stavovima nastavnika fizike, učenici su bili uspješniji na zadacima iz matematike nego iz fizike, a fizikalna interpretacija nagiba i površine ispod grafa predstavljala je učenicima najveće poteškoće. Dakle, znanje iz matematike se nije pokazalo kao glavna prepreka za rješavanje zadataka iz fizike.

Spomenimo još da su u matematici također utvrđene poteškoće s interpretacijom nagiba, posebno poteškoća zamjena „visine grafa" (funkcijske vrijedosti) i nagiba pravca (iako dva puta rjeđe nego u fizici). Takva poteškoća najviše dolazi do izražaja u zadacima kao što je Zadatak 3, odnosno, njihovim ekvivalentima u kontekstu iz fizike. Nije nevažno spomenuti i da su utvrđene poteškoće u računanju „površine ispod grafa", primjerice površine kao u Zadatku 4.

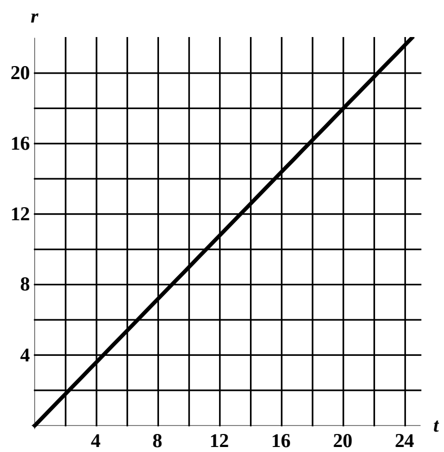
U drugom istraživanju studenti su rješavali 24 zadatka višestrukog izbora koji su opet bili zamišljeni kao „paralelni", i to 8 iz matematike, 8 iz fizike i 8 koji uključuju situacije iz stvarnog života. Zadaci iz stvarnog života uključivali su zadatke kao:

Zadatak 6. Na slici je prikazana promjena cijena dionica ING i EXP u vremenu. Usporedite njihove brzine rasta u t = 3 mjeseca. Cijena dionica izražena je u kunama, a vrijeme u mjesecima.

A. Brzina rasta cijena dionica ING je manja od brzine rasta cijena dionica EXP.
B. Brzina rasta cijena dionica ING i EXP su jednake.
C. Brzina rasta cijena dionica ING je veća od brzine rasta cijena dionica EXP.



Zadatak 7. Graf prikazuje brzinu promjene razine vode r u rijeci tokom jednog dana. Brzina promjene razine vode r izražena je u cm/h, a vrijeme t tokom jednog dana u satima (h). Kolika je ukupna promjena razine vode u prvih 20 sati?



Glavni rezultat ovog istraživanja prvenstveno pokazuje da kontekst općenito povećava težinu zadataka, odnosno da znanje matematike nije glavna prepreka uspješnom rješavanju zadataka. Suprotno očekivanjima, učenicima poznat kontekst fizike nije se pokazao lakšim od konteksta stvarnog života. Nadalje, utvrđeno je da strategije rješavanja zadataka ovise o kontekstu (matematika, fizika, zadaci iz stvarnog života). Tako je u zadacima u kojima se određuje ukupna promjena, preferirana strategija u fizici bila korištenje (fizikalnih) formula, dok je preferirana strategija u zadacima iz stvarnog života bila ideja akumulacije. Također, mnogi su studenti, u nedostatku neke druge strategije, koristili dimenzijsku analizu za rješavanje zadataka, i to tri puta češće u zadacima iz stvarnog života nego u fizici. Nadalje, općenito govoreći, pokazalo se da se pojam brzine promjene (nagib pravca) bolje interpretira iz grafa nego pojam ukupne promjene (površine ispod grafa), iako se također pokazalo da je studentima matematički lakše računati površinu nego nagib. I zadnje, iako ne i najmanje važno, zamijećen je i (donekle skroman) transfer znanja iz druga dva konteksta u matematiku. Dakle, matematika može (i trebala bi) profitirati u interdisciplinarnom okruženju. Naravno, taj rezultat potkrepljuje i poznato stajalište da susret s konceptima u različitim situacijama, obično vodi njihovom boljem razumijevanju.

Zaključak

U radu smo razmotrili razumijevanje i primjenu grafičkog prikaza ovisnosti među veličinama, kad je ta ovisnost linearna, unutar matematike i fizike. U svrhu razumijevanja i interpretiranja jednostavnih gibanja u fizici, iz grafičkog prikaza očitava se nagib pravca odnosno površina ispod grafa (po dijelovima) linearne funkcije. Matematički pojmovi koji se tu javljaju zapravo su temeljni koncepti infinitezimalnog računa. To su pojmovi brzine promjene i ukupne promjene, a oni oba imaju svoju interpretaciju u grafičkom prikazu. U radu je dan osvrt na učeničke poteškoće u grafičkoj interpretaciji navedenih pojmova, koje su potvrđene i u istraživanjima provedenim u Hrvatskoj. Posebno je važno napomenuti da je utvrđeno da su strategije kojima učenici rješavaju probleme ovisne o kontekstu, što upućuje na postojanje tradicionalnih granica među predmetima matematike i fizike. Stoga je međupredmetno povezivanje izrazito važno za učenikov uspjeh u obrazovanju.

Literatura

1. Beichner, R. J. (1994). Testing student interpretation of kinematics graphs, Am. J. Phys. 62, 750-762.
2. Leinhardt, G., Zaslavsky, O., Stein, M., (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching, Review of Educational Research, 60, 37-42.
3. McDermott, L. C., Rosenquist, M. L and van Zee, E. H., (1987). Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics, Am. J. Phys. 55 (6).
4. Woolnough, J. (2000). How do students learn to apply their mathematical knowledge to interpret graphs in physics?, Research in Science Education 30 (3).
5. Planinić, M., Milin Šipuš, Ž., Katić, H., Ivanjek, L. and Sušac, A. (2012): Comparison of student understanding of line graph slope in physics and mathematics, International Journal of Science and Mathematics Education, 1393-1414.
6. Planinić, M., Sušac, A., Ivanjek, L. and Milin Šipuš, Ž. (2013): Comparison of university students' understanding of graphs in different contexts, Physical review special topics - Physics education research 9.

POUK MATEMATIKE MED PREPROSTO IN ZAHTEVNEJŠO TEHNOLOGIJO

Technology and the learning of mathematics

dr. Zlatan Magajna

zlatan.magajna@guest.arnes.si

Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani

Povzetek

Pri učenju in poučevanju matematike, pa tudi pri matematičnem razmišljanju nasploh, si od nekdaj pomagamo s pripomočki. Čeprav so se ti skozi zgodovino spreminjali in izpopolnjevali, je bil do nastopa računalniške tehnologije njihov namen in način uporabe razmeroma ustaljen in usklajen s potekom dejavnosti. Z nastopom računalniške tehnologije je na tem področju prišlo do bliskovitega razvoja. Ponekod se pri danem pripomočku izkaže, da njegova uporaba vodi k boljšemu znanju, pri drugem, da se znanje ne izboljša ali se celo poslabša. Sploh pa ugotovitve raziskav na tem področju ne vodijo nujno v dejanske spremembe v šolski praksi. Uporaba danega tehnološkega pripomočka ne pomeni le 'hitrejše računaje', hitrejše risanje grafov funkcij ali drugačno ponazarjanje pojmov, temveč posega tudi v interakcije v razredu, v vlogo udeležencev v učnem procesu, v sam učni proces. Vključevanje pripomočka v pouk matematike ne smemo obravnavati zgolj ali predvsem z vidika tehničnih zmožnosti pripomočkov in izkazanega matematičnega znanja učencev. V prispevku predstavljamo nekaj sodobnih pogledov in konceptualizacij, s katerimi skuša sodobna teorija obravnavati in interpretirati pojave pri vključevanju tehnoloških pripomočkov v pouk matematike, in sicer problematiko učenja proceptov, pomen didaktične pogodbe in proces instrumentacije.

Ključne besede: tehnologija, matematična orodja, procepti, instrumentacija, didaktična pogodba

Abstract

From always technology accompanies the learning of mathematics and mathematical thinking. Until the computer era specific technological aids had a rather well defined purpose and role in mathematics classes. With the advent of computer technology the teachers, students, and others face at an increasing rate new and advanced mathematical aids. The effect of usage of various technologies and models of teaching with technology was the object of several researches. Some of them show an improvement in students' achievements, and some not. In any case, the results of these studies do not influence significantly the school practice itself. In fact, many researchers claim that technological aids should not be considered only from the point of view of their functionality and the resulting students' mathematical knowledge. Technological aids do not just enable faster computing, faster drawing of graphs or nice representations. Immanent to them are changes in interactions between participants, changes in roles of the participants, changes in the very learning process. In the article we present some current theories and conceptualisations that try to explain and interpret the phenomena in mathematics classes when technological aids are introduced, in particular we consider the learning of precepts, didactic contract, and instrumental genesis.

Key words: technology, mathematical tools, procepts, instrumental genesis, didactic contract

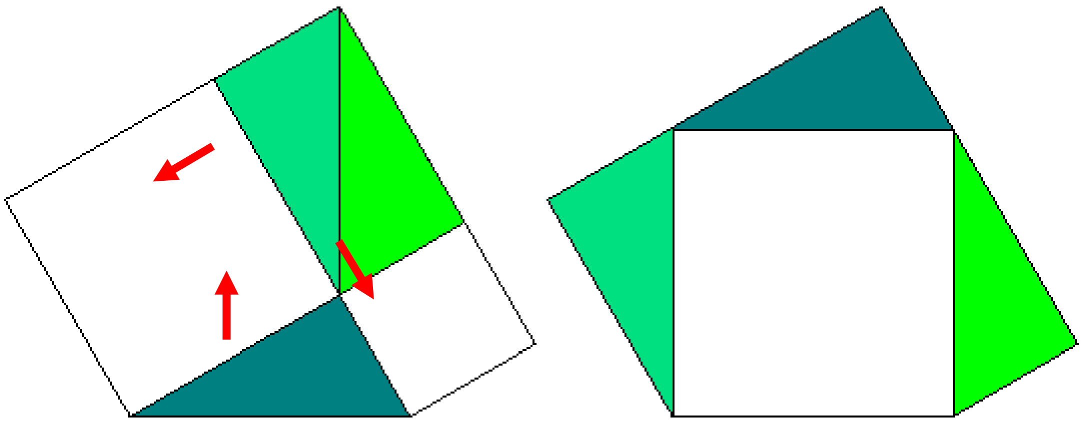
Uvod

Tehnologija od nekdaj spremlja matematiko in prav tako učenje matematike. Razni računski pripomočki, kot sta npr. abak ali računske tablice, in načrtovalni pripomočki, npr. šestila in ravnila, so bili v raznih obdobjih običajen del matematičnega pouka. Uporaba posameznih pripomočkov je bila v določenih obdobjih problematizirana, denimo ob vpeljavi geotrikotnika na mesto para konstrukcijskih trikotnikov, vendar pa do pred nekaj deset leti ni bilo večjih nesoglasij o uporabi konstrukcijskih in računskih pripomočkov pri pouku, saj ti, če izvzamemo manjše vsebinske prilagoditve, niso bistveno posegali v sam pouk matematike. Pred okoli 30–40 leti, ko so postala dostopna (preprosta) elektronska žepna računala, pa se je stanje v tem pogledu spremenilo (Bartolini Bussi, Borba, 2010). Uporaba povsem preprostih računal je v šolski praksi še danes, kljub številnim raziskavam in kljub takim ali drugačnim zapisom v šolskih predpisih, še vedno nedorečena tako na osnovnošolski kot na srednješolski stopnji. Pri zahtevnejših pripomočkih (grafičnih računalih, računalniških programih na raznih napravah) je vključitev teh v šolsko prakso še manj dorečena, tako da se stopnja in način vključevanja močno razlikuje od šole do šole, od učitelja do učitelja.
V prispevku bomo najprej opredelili pojem matematičnega pripomočka (v šolskem kontekstu) in opredelili razliko med preprostim in zahtevnejšim matematičnim pripomočkom. Nato bomo predstavili nekaj pomembnih učinkov uporabe zahtevnejših pripomočkov pri pouku matematike. V zadnjem delu prispevka pa se bomo osredotočili na to, kako skuša sodobna didaktika matematike obravnavati pojave, ki spremljajo uporabo zahtevnejših pripomočkov pri učenju matematike.

Preprosta tehnologija

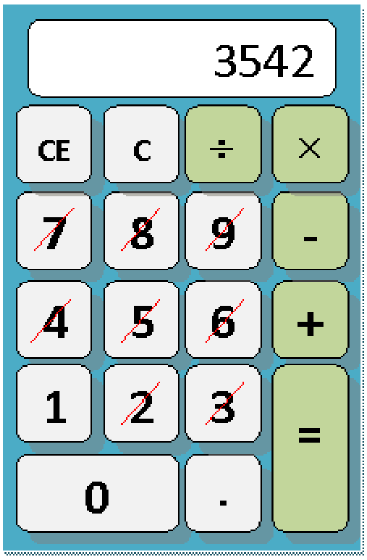
V didaktiki uporabljajo pojme, kot so pripomoček, orodje in tehnologija, različni avtorji v različnih pomenih in strukturnih vzorcih, povezanimi s ciljem usvajanja znanja. V prispevku bomo navedene izraze uporabljali v dokaj izvornem pomenu teh besed: bolj kot na učenje bomo osredotočeni na doseganje matematičnih ciljev, seveda predvsem v okviru pouka. Matematični pripomoček nam bo pomenil sredstvo, ki nam pomaga pri matematičnem razmišljanju in pri izvajanju različnih matematičnih postopkov, da bi dosegli želeni matematični cilj. Pripomoček je lahko psihološki (npr. tabela, algoritem, način predstavitve pojma) ali pa materialen (npr. karirast papir, računalnik z računalniškim programom). Kadar pripomoček povezujemo z njegovim namenom uporabe in pomenom, govorimo o orodju. Pripomočki so povezani tudi s pojmom instrument, ki ga bomo opredelili v enem od kasnejših razdelkov. Izraz tehnologija pa bomo uporabljali v pomenu sistema znanj o tem, kako orodje ali nabor orodij uporabljati v neki dejavnosti. Povedano preprosto: matematične pripomočke uporabljamo za doseganje matematičnih ciljev; matematična orodja so pripomočki, ki so vključeni v neko okolje zato, da bi udeleženci lahko ali lažje dosegali matematične cilje; matematična tehnologija pa je način uporabe orodij, ki je bil razvit v nekem

okolju. Včasih je težko razlikovati med pripomočkom in orodjem, zato izraza uporabljamo kot sinonima.
V nadaljnji obravnavi bomo razlikovali med preprosto in napredno tehnologijo. V vsakdanjem življenju in prav tako v okviru poučevanja matematike pogosto povezujemo napredno tehnologijo s prisotnostjo elektronskih oz. računalniških komponent v uporabljenih materialnih pripomočkih. Vendar to ni ključen kriterij, saj pogosto lahko isti pripomoček obravnavamo z vidika preproste ali napredne uporabe (tehnologije) – res pa je, da so danes napredne matematične tehnologije nasploh računalniško podprte.
Preprosta tehnologija temelji na klasičnem pojmovanju orodja, pri katerem razlikujemo med materialno komponento (npr. računalnik z računalniškim programom) in tehniko dela (Lynch, 2006). Izdelovalec orodja izdela orodje za točno določen namen, ki se pojavi v neki dejavnosti (npr. učenju matematike). Torej namen obstaja pred orodjem. Uporabnik pri svojem delu namen zazna in orodje uporablja za ta namen. Uporaba orodja, ki ni skladna z njegovim namenom, se smatra kot neobičajna ali celo neprimerna.
Tehnologijo, ki je preprosta v opisanem pomenu, je razmeroma enostavno vključiti v učni proces, saj so uporabljena orodja načrtovana za določeno učno vsebino in metodo dela v določeni fazi učnega procesa. Uporabniku, naj bo to učitelj, učenec ali kdo drug, je namen uporabljenega orodja vnaprej poznan, usvojiti mora kvečjemu tehniko dela. Skratka, uporabljeni pripomoček omogoča, da učinkoviteje izvedemo nekaj, kar smo že izvajali na drugačen način ali pa smo si le želeli izvajati. Razumljivo je, da tako koncipirano orodje bistveno ne spreminja učnega procesa in ga je torej razmeroma enostavno vključiti vanj.
Lep primer preproste tehnologije so apleti, t. j. dinamične in/ali interaktivne računalniške ponazoritve pojmov ali postopkov. Slika 1 je primer apleta, ki prikazuje utemeljitev Pitagorovega izreka (puščice na sliki nakazujejo dinamične pomike likov). Običajno učitelj uporabi aplet pri usvajanju novega pojma, bodisi frontalno kot del razlage bodisi z apletom rokujejo učenci individualno. V vsakem primeru gre za prikaz pojmov ali postopkov, ki bi jih pri pouku tudi sicer na nek način predstavili. Aplet torej uporabimo v določeni fazi pouka in ne posega v zgradbo ure oz. v samo strukturo učnega procesa. Vključitev uporabe apletov v pouk je torej v vseh pogledih neproblematična.



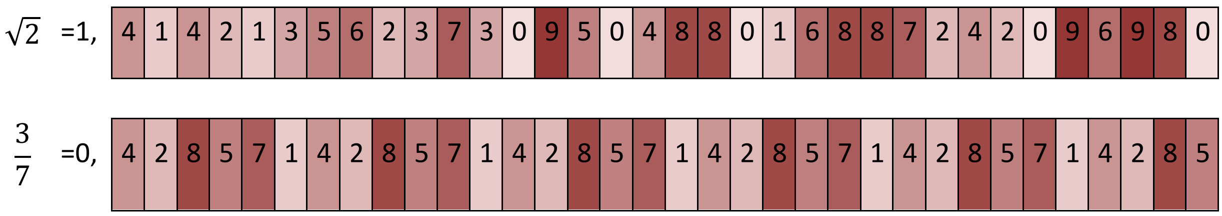
Slika 1

Žepno računalo lahko v določenih primerih obravnavamo kot preprosto orodje. Slika 2 prikazuje primer 'pokvarjenega računala', na katerem so blokirane tipke za vse števke med 2 in 9 (Schwartz, 1999). Želimo, da se na zaslonu izpiše 3542. Naloga je očitno povezana z učenjem mestnih vrednosti na razredni stopnji. Prav lahko bi dejavnost izvedli brez pripomočka ali pa z drugačnim pripomočkom, npr. z več listki, na katerih bi pisalo 1, 10, 100, 1000, … . S tako uporabljenim računalom samo izvajamo namen, ki je sicer prisoten pri učenju mestnega zapisa števil. Povsem druga zgodba pa je, če želimo uporabljati računalo za izvajanje računskih operacij, ki bi jih sicer izvajali pisno ali pa ustno. V takem primeru je možno, da dejavnost z računalom spremeni namen obravnave (npr. učenje ali urjenje pisnega algoritma) ali pa da zaradi velike učinkovitosti pri izvajanju operacij uvedba računala močno poseže v strukturo učnega procesa.



Slika 2

Kot tretji primer preproste tehnologije navedimo barvno računalo (Olive, 2013): to je računalo, ki prikazuje poljubno veliko decimalnih mest, prikazane števke so na barvnem ozadju ali celo zgolj kot barvni kartončki, enake števke z enako barvo. Računalo je z nekaj znanja o preglednicah enostavno izdelati, del zapisa z računalom prikazuje Slika 3. Namen računala je očiten: gre za ponazoritev periodičnih decimalnih števil. Če je število periodično, je mogoče zaznati vzorec ponavljanja že na osnovi barv, pri iracionalnih številih pa ponavljanja ne zaznamo.

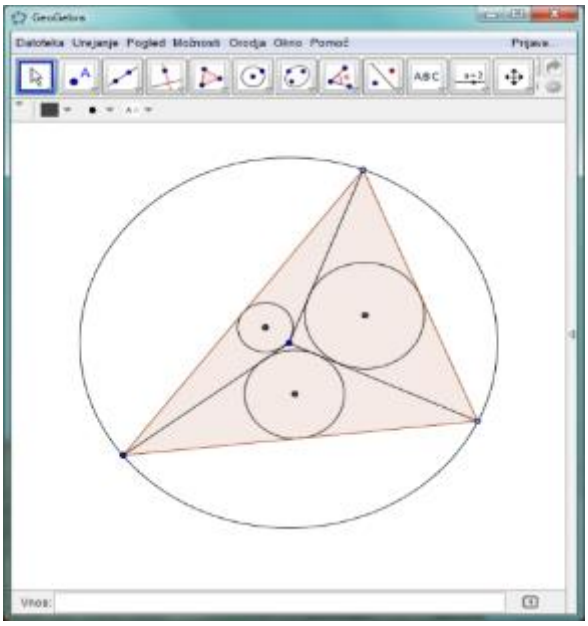


Slika 3

Napredne tehnologije

Naprednost matematične tehnologije je povezana z zahtevnostjo njene uporabe, ta pa zajema zahtevnost posluževanja, relativno zahtevnost matematične vsebine, ob kateri uporabljamo pripomoček, in zahtevnost vključitve pripomočka v učni proces. Po naši opredelitvi se torej naprednost ne nanaša na materialne značilnosti pripomočka. K napredni tehnologiji, ki jo danes srečamo pri pouku matematike, sodijo orodja, kot so programi dinamične geometrije, računalniške preglednice, programi za prikaz in analizo funkcij, programi za zbiranje in obdelavo podatkov, programi za algebrske (simbolne) izračune. Običajno ti programi omogočajo raznolike

predstavitve in fleksibilno prehajanje med različnimi predstavitvami. Tovrstni programi so danes implementirani na računalnikih, na grafičnih računalih, tablicah, pametnih telefonih, pa tudi kot neodvisne spletne aplikacije (
Slika 4). S tovrstnimi orodji običajno ne izvajamo preprostih postopkov (npr. odčitavanje položaja ali razdalje na GPS napravi), pač pa kompleksnejše postopke, npr. analiziranje funkcije, kar vključuje vnos funkcije, tabeliranje, ugotavljanje ničel, ekstremov, prevojev, polov, asimptot, morebitno interpretacijo ugotovitev itd.



Slika 4

Vključevanje zahtevnejše tehnologije v pouk predstavlja že na organizacijski ravni večji poseg v učni proces.

Prvič. Uporaba naprednih orodij zahteva poseben trening, torej učne ure, namenjene zgolj učenju posluževanja pripomočka. Res je določene pripomočke možno uporabiti v zelo okrnjeni obliki (npr. programe za risanje in analiziranje funkcij) in brez posebnega učenja posluževanja, vendar pa večina naprednih orodij vsebuje veliko ukazov, tudi zelo specifičnih, kombinacij ukazov in specifičnih predstavitev. Če se uporabnik ne nauči primerno uporabljati pripomočka oz. če učitelj ne posveti dovolj pozornosti uvajanju pripomočka, lahko postane pripomoček vir nepotrebnih težav: pripomoček se obnaša na učencu nerazumljiv način, prihaja do napak, ki se jih učenec niti ne zaveda, učenec s pripomočkom enostavno ne zmore opraviti naloge kljub ustreznemu matematičnemu znanju.

Drugič. Zahtevnejša orodja praviloma niso namenjena obravnavi kake specifične matematične vsebine. V programih dinamične geometrije je na primer praviloma vsebovana vsa osnovnošolska in srednješolska geometrija (in še kaj več). Nekatera orodja sicer omogočajo 'skrivanje' ukazov, ki bi lahko bili moteči za učenca, vendar se učitelji oz. učenci tega tako rekoč ne uporabljajo, saj bi to pomenilo neprestano poseganje v pripomoček. Učenec torej običajno dela z orodjem, katerega funkcijo razume le deloma oziroma v okrnjeni obliki. Nerazumljene funkcije orodja lahko za nekoga predstavljajo motnjo, torej nepotrebno komplikacijo pri posluževanju ali celo distrakcijo pri delu, po drugi strani pa zvedavi učenci lahko sami raziskujejo še 'neosvojeni' del orodja. V najboljšem primeru se sami dokopljejo do novega matematičnega znanja, v najslabšem pa se njihovo 'raziskovanje' sprevrže v prazno igračkanje ali pa celo v rojevanje napačnih idej.

Tretjič. Skoraj praviloma so orodja implementirana na naprave, ki niso namenjene zgolj učenju matematike in ne zgolj ali celo predvsem učenju. Računalniki, tablice in še posebej pametni telefoni, na primer, so namenjeni tudi komuniciranju, povezovanju s spletom. To samo po sebi ne povzroča nujno težav pri pouku (če je le-ta ustrezno voden). Vsekakor pa terja učiteljev premislek in ukrepe pri obravnavi domačih nalog (učenci dobijo marsikaj na spletu) in še bolj pri izvajanju preizkusov znanja. Če učitelj dovoli uporabo zahtevnejših orodij pri preverjanju znanja, mora poskrbeti za preprečitev komuniciranja z uporabljenimi napravami. Hkrati mora tudi poskrbeti za ustreznost nalog, saj so mnoge naloge, ki so običajne za klasična preverjanja, trivialno rešljive s pomočjo zahtevnejših pripomočkov. Skratka, opisane probleme je mogoče urediti, a to terja spremembe in ukrepe. Če pa po drugi strani učitelj prepove uporabo zahtevnejših pripomočkov pri preverjanju, to postavlja pod vprašaj uporabo pripomočkov v učnem procesu.

V vsakem primeru pomeni vključitev zahtevnejše tehnologije v pouk velik poseg v učni proces. Učitelj mora poiskati nove poti in nove strategije pri organizaciji dela, pri učenju novih matematičnih znanj in pri preverjanju znanja. Zato ni nenavadno, če učitelji napredna orodja uporabljajo v duhu preproste tehnologije, torej v okrnjeni obliki in kot nadomestilo za kak standardni učni pripomoček. Pogosto tudi širše učno okolje in struktura dejavnosti (npr. način zunanjega preverjanja znanja, razpoložljivo učno gradivo) ne spodbujajo uvajanja napredne tehnologije v učni proces. Kot bomo prikazali v nadaljevanju, pa segajo učinki vključevanja napredne tehnologije še globlje. Napredna tehnologija ne pomeni le spremembe učnega procesa, temveč tudi spremembo v razumevanju matematičnih vsebin in tudi spremembo v matematičnem razmišljanju učencev. Ne nazadnje to terja tudi nove paradigme v razumevanju učenja matematike. V tem smislu bomo v nadaljevanju opisali potrebo po zavedanju pomena proceptov, didaktične pogodbe in instrumentacije.

Pasti pri učenju konceptualnega znanja

Omenili smo že vprašanje primernosti proste uporabe žepnih računal kot računskega pripomočka, še posebej v začetnem šolanju. Številne raziskave in metaraziskave o vplivu uvedbe računal na pridobljeno matematično znanje niso dale enotnega odgovora. Po svetu in pri nas se je med učitelji, kljub določenim izkazanim pozitivnim vplivom, ki so ga pokazale raziskave, utrdilo stališče 'back to basics' (nazaj k osnovi), ki poudarja pomembnost učenja in utrjevanja osnovnih računskih postopkov brez uporabe računala kot računskega pripomočka.
Jasnejši vpogled v ozadje tega problema ali vsaj v pomembne vidike tega problema so v 90-tih letih prejšnjega stoletja prinesle raziskave ob uvajanju računalniških orodij za algebrske (simbolne) izračune v srednje šole. Ti programi so že takoj kazali na izjemno velik didaktični potencial, posebej pri uvajanju infinitezimalnega računa, saj npr. omogočajo učinkovito izdelavo grafov funkcij, izračune limit zaporedij in funkcij, simbolno odvajanje in integriranje. Vzemimo na primer obravnavo odvoda: Namesto, da bi pri odvajanju dijaki posvečali memoriranju odvodov raznih funkcij in

mehanskemu treniranju postopkov odvajanja funkcij, bi s pomočjo tovrstnih programov lahko ob računalniško izdelanih grafih funkcij bolje razumeli pomen odvoda; odvode osnovnih funkcij bi lahko na osnovi definicije odvoda s pomočjo programa sami izračunali kot limito, torej z razumevanjem in uporabo definicije odvoda. Čas, ki bi ga prej porabili za učenje tehnik odvajanja, bi lahko uporabili tudi za bolj poglobljeno uporabo odvoda.

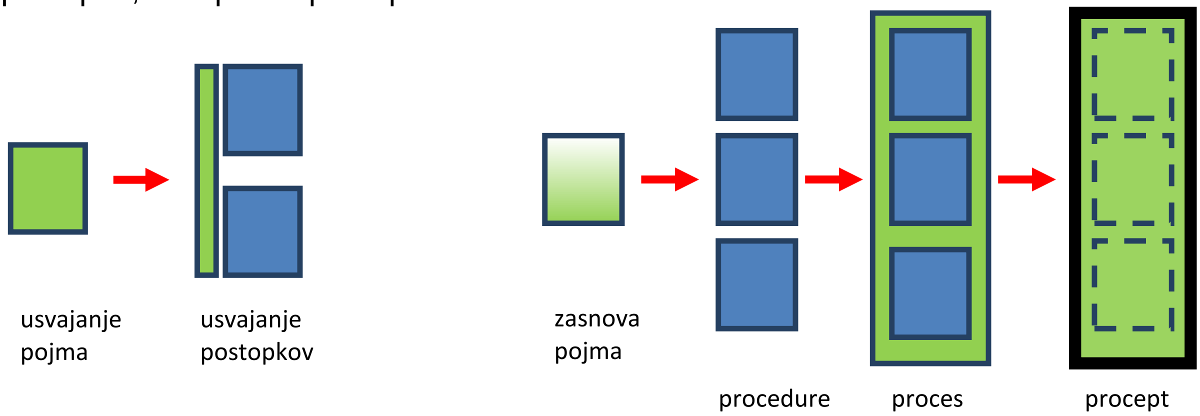
Medtem ko so grafična (nesimbolna) računala v mnogih zahodnih državah kmalu postala standardno matematično orodje v srednjih šolah, pa je uporaba programov za simbolne izračune (oz. simbolni računal) na preduniverzitetnem izobraževanju še vedno zelo omejena. Učitelji matematike so glede njihove uporabe zadržani, pa tudi raziskave so ugotovile težave, ki jih sprva niso pričakovali. Povzemimo izsledke enega najpomembnejših raziskovalcev na tem področju (Tall, 2000), ki je povzel več raziskav, v katerih so primerjali znanje dijakov, ki so se učili o limitah in odvodih ob uporabi programov za simbolne izračune, in dijakov, ki so te vsebine spoznavali na 'običajen' način. Tako enim kot drugim dijakom so predstavili definicijo in pomen limite oz. odvoda (npr. interpretacijo odvoda funkcije kot smerni koeficient tangente na graf funkcije), osnovne primere limit oz. odvodov funkcij in najosnovnejše postopke (npr. postopek izračuna limite kvocienta dveh linearnih funkcij v neskončnosti, kakršnega prikazuje Slika 5). V eksperimentalni skupini so pri raznih izvajanjih uporabljali program za simbolno računanje, pri svojem delu pa so dijaki lahko prosto uporabljali program za simbolne izračune. Dijaki kontrolne skupine pa so vsa vodena in samostojna izvajanja opravljali na 'običajen' način, torej brez orodja za simbolne izračune.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a\cdot x+b}{c\cdot x+d}=\lim_{x\to\infty}\frac{a+b/x}{c+d/x}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}(a+b/x)}{\lim\limits_{x\to\infty}(c+d/x)}=\frac{a}{c}$$

Slika 5

In rezultat? V primerjavi z dijaki kontrolne skupine so dijaki, ki so pri obravnavi prosto uporabljali orodje za simbolne izračune, na koncu zmogli z uporabo orodja bolje računati in uporabljati limite oz. odvode, brez uporabe orodja za simbolne izračune pa so bili povsem nebogljeni, saj so povsem pozabili osnovne postopke, ki so jih sicer obravnavali. Še bolj presenetljivo je, da je bilo razumevanje odvodov oz. limit pri dijakih kontrolne skupine bistveno boljše kot pri dijakih eksperimentalne skupine. Kot ugotavlja Tall, je bolj kot to, kar povemo in delamo, pomembno, kako dijaki interpretirajo to, kar delamo. Tall ugotavlja, da so dijaki limitiranje oz. odvajanje dojeli kot neke vrste delovni postopek na računalniku, pozornost so (ne glede na učiteljeve besede) usmerili predvsem v postopek zapisovanja in izvajanja ukazov na računalniku, ostalo so enostavno pozabili.

Omenjena interpretacija je le vidni del globljega razloga, na katerega je (med drugimi) opozoril Gray (1994). Pojmi, kot so limita in odvod, so posebne vrste koncepti, ki jih je imenoval procepti – to so pojmi, ki jih usvajamo preko usvajanja postopkov. Ponazorimo to posebnost s primerom pojma, ki ni procept (slika 6 levo). Zrcaljenje preko premice je pojem, ki ga lahko usvojimo neodvisno od postopka zrcaljenja npr. s ponazoritvijo s polprosojnim zrcalom ali pa prepogibanjem papirja preko osi zrcaljenja. Običajno učenci ob tovrstnih predstavitvah najprej spoznajo pomen zrcaljenja preko premice in lastnosti zrcaljenja, šele nato spoznavajo konstrukcijski postopek zrcaljenja, pri čemer je seveda zaželeno, da slednjega povežejo z razumevanje pojma zrcaljenja. Po drugi strani pa, denimo, pojma limite zaporedja dijak ne more usvojiti ločeno od postopkov limitiranja (slika 6 desno). Začnemo z neko izhodiščno idejo limite zaporedja, ki ji nujno sledi postopek izračunavanja številnih zaporedij in opazovanja njihovega obnašanja pri naraščajočem indeksu, nato postopek ugotavljanja morebitne limitne vrednosti, reduciranje limitne vrednosti zaporedja na limite drugih zaporedij, izračun preprostih limit. Navedene procedure dijak povezuje v proces – poveže torej vse postopke, od obnašanja zaporedja pri naraščajočem indeksu do izračuna (morebitne) limitne vrednosti zaporedja. Na koncu naj bi bil sposoben dojeti celoten proces kot nekaj enovitega, kot eno celoto, ki vključuje zaporedje skupaj z limitno vrednostjo. Kako zahteven je ta proces, kaže preprost test, ki zmede malodane vsakega srednješolca: ali je 0.9999… enako kot 1? Velika večina jih vidi število 0.9999… kot zaporedje 0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, … ki nikoli ne dože 1 in zato ne more biti enako 1. To kaže, da postopka približevanja in proces limitiranja niso zaprli v nekaj enovitega, v limito. Limita je zanje postopek nadaljevanja zaporedja in približevanja neki vrednosti, postopek, ki ni postal procept.



Slika 6: Levo: Obravnava konceptov, desno: Obravnava proceptov

Nedvomno lahko napredna tehnologija veliko pripomore pri gradnji pojmov in pri predstavitvi pojmov, tudi pri učenju infinitizemalnega računa, predvsem z zmožnostjo hkratnih raznolikih predstavitev. Pri gradnji pojmov, ki temeljijo na postopkih (proceptih), pa je potrebna previdnost, saj dijaki ne morejo ustrezno zgraditi pojma, če so pri izvajanju postopkov pozorni na upravljanje s pripomočkom in ne v matematične vidike postopka.

Tehnologija in didaktična pogodba

Pojem didaktične pogodbe so vpeljali v 90-tih letih prejšnjega stoletja in je osnovan na nekoliko starejši Brousseaujevi teoriji didaktičnih situacij. Nanaša se na razred kot učno skupnost, v kateri vlada, tako kot v vsaki skupnosti, določen sistem odnosov, ki so lahko eksplicitno izraženi ali pa so implicitni in se o njih niti ne govori. V okviru tega prispevka nas pri didaktični pogodbi zanimajo predvsem odnosi, ki so neposredno povezani z učenjem matematike.
Didaktična pogodba je nikjer zapisan tih (privzet) dogovor, ki ga ne gre zamenjevati z vzgojnimi načrti ali pravili obnašanja v šoli. Didaktična pogodba opredeljuje tri elemente (Hersant, Perrin-Glorian, 2005, po Pierce, Stacey, Wander, 2010), ki jih bomo za lažje razumevanje ilustrirali na preprostem primeru konstrukcije trikotniku včrtane krožnice.

Učna vsebina in didaktični status vsebine. Tu je mišljeno znanje, ki naj bi ga pridobili učenci pri pouku, in pomembnost (nujnost) usvojitve posameznih znanj. V primeru trikotniku včrtane krožnice se učna vsebina seveda nanaša na pojem trikotniku včrtane krožnice ter na postopek konstrukcije s simetralami notranjih kotov trikotnika, morda tudi utemeljitev pravilnosti konstrukcije. Didaktični status posameznih vsebinskih enot se od razreda do razreda lahko razlikuje. Kak učitelj bo zahteval utemeljitev pravilnosti od vsakega učenca, drugi morda od nobenega, tretji le od učencev, ki želijo pridobiti dobro oceno.

Obveznosti udeležencev. Tako kot nasploh vsaka pogodba tudi didaktična pogodba določa obveznosti partnerjev – v našem primeru učitelja in učencev. V didaktični pogodbi namreč učitelji in učenci sprejmejo obveznosti z namenom, da se doseže cilj, to je da učenci usvojijo predvideno znanje. Tipične obveznosti učitelja so: da z razlago ali kako drugače omogoči, da učenci razumejo obravnavano vsebino; da poskrbi za primerne zglede, vaje, dejavnosti in učno okolje, tako da učenci obravnavano snov primerno utrdijo; nadalje, da ugotavlja, v kolikšni meri so učenci usvojili obravnavano snov in ustrezno ukrepa, če je potrebno. Po drugi strani se v pogodbi učence obvezuje, da pri pouku sledijo in sodelujejo; da upoštevajo učiteljeve nasvete in navodila; da opravljajo domače naloge; da vprašajo, če česa ne razumejo ipd. Pogodba se od razreda do razreda razlikuje: kar je v enem razredu pri enem učitelju zaželeno (npr. da učenec zastavi vprašanje, ne da bi poprej dvignil roko), je pri drugem učitelju in razredu lahko celo nesprejemljivo. Didaktična pogodba se nanaša na obveznosti udeležencev tako v okviru celotnega šolskega leta kot v okviru obravnave posameznih učnih tem, pa tudi na posamezne učne ure ali dele učnih ur. Pri določenih temah ali učnih urah je na primer lahko zaželeno, da učenec improvizira ali pa uganjuje, v drugih okoliščinah pa lahko to ni zaželeno. Pri običajnih pogodbah je običajno cilj dosežen, če se partnerji držijo dogovorjenega. Pri didaktični pogodbi pa pogosto ni tako: običajno je v vsakem razredu vsaj kak učenec, ki je izpolnjeval obveznosti, pa ni pridobil predvidenega znanja. Kadar je takih učencev več, se med udeleženci zastavlja vprašanje, kdo še ni izpolnil obveznosti …

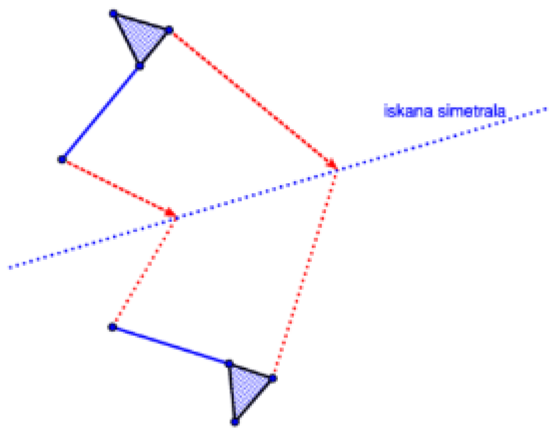
Narava didaktične situacije. Tu so mišljene okoliščine, v katerih naj bi učenec obravnaval in tudi izkazoval matematično znanje. V primeru trikotniku včrtane krožnice lahko didaktična pogodba predvideva, da se izvaja konstrukcija v okviru 'običajnih' konstrukcij s šestilom in ravnilom po običajnem scenariju (skica, načrt, konstrukcija, morda še zapis korakov konstrukcije ali 'analiza'), pri čemer smo pozorni na natančnost konstrukcije na risbi, pravilnost označevanja ipd.

Pri običajnem pouku matematike so vloge udeležencev kolikor toliko ustaljene in udeležencem poznane. Ko pa se v pouk matematike vključi napredna tehnologija, je potrebno didaktično pogodbo v nekem delu postaviti na novo. Ponazorimo to na že omenjenem primeru uvedbe programa dinamične geometrije in načrtovanja trikotniku včrtane krožnice.
Pri načrtovanju trikotniku včrtane krožnice s programom dinamične geometrije izvajamo načeloma enak postopek kot pri načrtovanju z ravnilom in šestilom, torej iskanje skupnega presečišča simetral notranjih kotov trikotnika. En in drug način izvedbe postopka pa vključuje več sekundarnih elementov (Pierce, Kavs, Wanders, 2010): pri ravnilu in šestilu so to ostrenje konice risala, odmera dane dolžine ipd., pri programu dinamične geometrije (ki se lahko izvaja le na ustrezni računalniški opremi)

pa pripravo opreme (npr. menjava baterij, nastavitev osvetljenosti zaslona), posluževanje programske opreme (npr. poznavanje ukazov in tehnike dela) in interpretacije matematičnih elementov (npr. interpretiranje pojavov ob vlečenju). Kaj od vsega tega sodi k učni vsebini in kakšen naj bo didaktični status posameznih elementov? Kot je pokazal Monaghan (2004), učitelji ta vidik didaktične pogodbe spreminjajo različno. Nekateri učitelji npr. menijo, da posluževanje pripomočka ne sodi v didaktično pogodbo, zato pri delu skušajo čim bolj pomagati učencem, ki bi imeli pri posluževanju težave, same zmožnosti uporabe pripomočka tudi ne ocenjujejo. Drugi učitelji pa posvetijo sami uporabi pripomočka določeno pozornost in od učencev pričakujejo usposobljenost v tem smislu, in to tudi ocenjujejo. A še bolj kot te razlike med učitelji so zanimive razlike med učitelji in učenci znotraj posamezne učne skupnosti. Pierce, Kays in Wander (2010) poročajo o obširnejši raziskavi, kjer so 12 razredov daljši čas poučevali matematiko po enotnih predlogah (pripravah). Pri eni od dejavnosti so na praktičnem primeru in s pomočjo tehnologije (dijakom poznanih grafičnih računal) obravnavali minimum kvadratne funkcije. Približno 4/5 učiteljev je kot glavni cilj dejavnosti navedlo učenje konceptualnega znanja (prepoznavanje kvadratne funkcije in njenega ekstrema), po drugi strani pa je približno 3/4 dijakov kot glavni cilj dejavnosti navedlo učenje postopkov dela z grafičnim računalom (vnos podatkov, klicanje določenih ukazov).
Uvedbo zahtevnejše tehnologije spremlja tudi sprememba v obveznostih udeležencev v didaktični pogodbi. Ali je učiteljeva dolžnost naučiti učence uporabljati dani zahtevnejši pripomoček? Naj bo to prepuščeno učencem? Naj obvelja kakšna tretja pot? Enotnega odgovora seveda ni, dogovori se razlikujejo od učitelja do učitelja, od orodja do orodja. Kak učitelj bo morda sprejel nase dolžnost naučiti učence uporabljati računalniški program na šolskih računalnikih, ne pa kak drug matematičen program na pametnih telefonih. Kot zanimivost naj navedemo, da avtor pri učenju uporabe računalniških programov pri bodočih učiteljih pogosto uporablja ti. metodo 'šerpe'. Šerpa je študent, ki samostojno uporablja računalnik, ki je povezan s projektorjem. Učitelj vodi obravnavo, pomaga posameznim študentom, pojasnjuje, kako kaj izvesti. Študent – šerpa pa ima zelo pomembno vlogo, da vse frontalno demonstrira, pri čemer mora biti pozoren na primeren tempo dela (tako da mu lahko sledijo ostali), marsikaj mora na željo ostalih udeležencev večkrat nazorno ponoviti. Študent – šerpa torej prevzame nase pomembno obveznost v učnem procesu, zato se mu predavatelj na koncu vedno zahvali.
Vsak učitelj se ob uvedbi zahtevnejše tehnologije sreča tudi z vprašanjem, katere didaktične situacije naj bodo predmet pogodbe in kakšna naj bo njihova narava. Denimo, da uvedemo v pouk matematike kot pripomoček program dinamične geometrije. Ali naj učenci še vedno izvajajo konstruirajo tudi s šestilom in ravnilom? Kako naj učenci dokumentirajo konstrukcije, ki jih izvedejo s programom dinamične geometrije? Naj jih 'prerišejo' v zvezek, naj v zvezek nalepijo natiskano sliko, naj na nek medij shranijo e-izdelek? Vsa ta vprašanje so seveda rešljiva, pomembno pa je, da učitelj dobro premisli številne podrobnosti in jih na ustrezen način vnese v didaktično pogodbo, da se torej dogovori z učenci, kdaj in kako naj zahtevnejši pripomoček uporabljajo pri učenju matematike. A do spremembe v naravi didaktičnih situacij pride na še globljem nivoju, na kar bomo opozorili v naslednjem razdelku. Skratka, uvedba napredne tehnologije terja spremembe v didaktični pogodbi. Te spremembe morajo biti zelo skrbno premišljene, hkrati pa se je potrebno zavedati možnosti, da učitelj in učenci oz. dijaki elemente pogodbe različno razumejo.

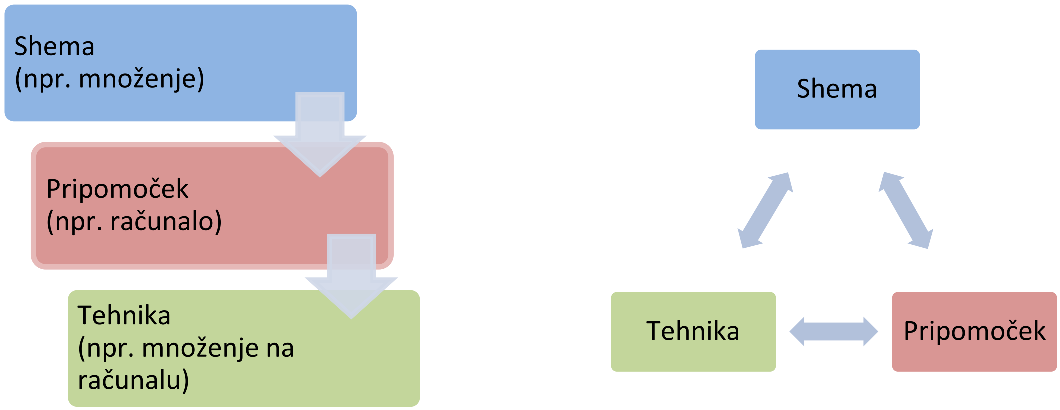
Instrumentacija

Noss in Hoyles (1996) sta zelo slikovito ilustrirala, kako napredno orodje vpliva na samo matematično razmišljanje. Opisala sta, kako sta učenki, ki sta bili navajeni delati s programom dinamične geometrije, reševali naslednjo nalogo (Slika 7): Podana je zastavica in zrcalna slika zastavice preko neke premice (premice ni bilo na zaslonu). Ugotoviti sta morali, preko katere premice je bila zastavica zrcaljena. V svojem razmišljanju nista posegli po eni od 'običajnih' rešitev (npr. simetrali daljice, ki povezuje kako točko in njeno zrcalno točko), pač pa sta eno in nato še eno točko zastavice vlekli, dokler se ni ujemala s svojo sliko. Reševanje naloge (ki sicer ne ustreza zahtevam geometrijske konstrukcije) lepo prikazuje, kako sta učenki 'vgradili' dinamično geometrijo v svoje razmišljanje. O zrcaljenju sta razmišljali kot o pomikajoči se točki in njeni ustrezno pomikajoči se sliki, nalogo sta reševali tako, da sta z vlečenjem iskali premico, ki vsebuje negibne točke zrcaljenja. Dinamična geometrija zanju ni bilo le orodje za izražanje idej, temveč sta jo vgradili v svoje razmišljanje, razumevanje, v izražanje svojih idej. Tovrstne pojave je kasneje Artigue poimenovala instrumentacija in jih je tudi poglobljeno raziskala (Drijvers idr., 2010).



Slika 7

Kot smo že omenili, gre pri preprostem orodju za to, da si uporabnik zamisli neko operacijo (shemo) neodvisno od pripomočka, nato pa z orodjem, ki je bilo načrtovano in izdelano za dano operacijo, le-to izvrši (Slika 8 levo). Sčasoma postane uporabnik vedno bolj vešč v izvajanju te sheme. Če želim, na primer, v nekem tekstu podčrtati nekaj besed, si podčrtanje lahko zamislim neodvisno od pripomočka, s katerim podčrtam del besedila, nato pa podčrtanje izvedem s svinčnikom na papirju, z ustreznim ukazom urejevalnika ali kako drugače. Tudi žepno računalo običajno uporabljamo kot preprosto orodje, saj se praviloma najprej naučimo, kaj je množenje (shema), šele nato pa uporabim računalo za izvedbo množenja. Namen, smisel in pomen množenja nam je bil torej poznan, preden smo segli po računalu. Orodja, ki sodijo k napredni tehnologiji, Artigue obravnava kot instrumente (izraz je prevzet po analogiji z glasbenim instrumentom). Nemogoče je najprej 'razumeti' igranje klavirja (sheme), nato pa to razumljeno igranje 'izvesti' na klavirju in zgolj izpopolniti tehniko igranja. Instrumenti se od orodij razlikujejo po tem, da vzporedno in prepletajoče spoznavamo pripomoček, izpopolnjujemo tehniko dela (uporabe) in usvajamo nove sheme, ki bi jih brez dela z instrumentom ne mogli oblikovati. Temu prepletajočemu procesu spoznavanje in uporabe pripomočka, izpopolnjevanja tehnike dela in usvajanju novih shem pravi Artigue instrumentalna geneza (Slika 8 desno). V tem procesu postane instrument (pravzaprav sheme, povezane z instrumentom) neločljivi del matematičnega razmišljanja. Z instrumenti rešujemo probleme z uporabo specifičnih shem, ki jih usvajamo skozi daljši čas v procesu instrumentalne geneze. Kdor uporablja program dinamične geometrije kot instrument, bo v proces reševanja problemov vključil sheme, ki bi pri reševanju s klasičnim orodjem lahko sploh ne bile smiselne, npr. vlečenje točk, uporaba sledi objektiv, makro ukazi, uporaba plasti.



Slika 8

Obravnava naprednih orodij kot instrumentov poudarja tesno povezanost matematičnega mišljenja z orodji, ob katerih razmišljamo. Posledično je težko primerjati učno učinkovitost različnih tehnologij, še posebej naprednih, pri katerih matematiziramo ob instrumentih (Lynch, 2006). Gre za različne tehnike dela, različne sheme, različno izražanje matematičnih idej.

Zaključek

V pričujočem prispevku smo opredelili preproste in zahtevne tehnologije v kontekstu pouka matematike. Glavni kriterij pri razlikovanju med njima je, v kolikšni meri je namen uporabe uporabljenih orodij v tehnologiji neodvisen od uporabe orodja. Pri preprostih tehnologijah je uporabniku (učitelju ali učencu) namen uporabe orodij vnaprej znan. Preprosta orodja tako uporabniku omogočajo doseganje namena, ki bi sicer bil dosežen na kak drugačen način. Uvedba preproste tehnologije nasploh poteka brez zapletov, saj ne posega bistveno v obstoječi način izvajanja učnega procesa.

Pri naprednih tehnologijah učencem in učiteljem mnogi pomembni nameni uporabljenih orodij niso vnaprej znani, spoznavajo jih ob uporabi orodij. V prispevku smo predstavili pojave, ki spremljajo uvajanje zahtevnejših pripomočkov v pouk matematike in občutno posegajo v učni proces. Poudarili smo velik didaktični potencial naprednih orodij, ki so primerna za učenje matematike, še posebej pri usvajanju konceptualnega znanja. Hkrati pa smo opozorili, da je neprimerna uporaba naprednih orodij lahko ovira pri razumevanju pojmov, ki jim usvajamo preko postopkov. Nadalje smo poudarili, da uvajanje napredne tehnologije nujno vodi v spremembo didaktične pogodbe. Pri ustaljenem načinu poučevanja je didaktična pogodba učiteljem in učencem razmeroma dobro poznana in jo udeleženci podobno interpretirajo. Ko pa pride do sprememb v tej (nenapisani) pogodbi, pa različne interpretacije le-te lahko vodijo v nedoseženost učnih ciljev in posledično tudi do konfliktnih situacij. Kot tretji pojav smo predstavili instrumentacijo, s katero smo razložili povezanost naprednih tehnologij z matematičnim mišljenjem ter smo opozorili na težave pri primerjanju matematičnega znanja, ki je pridobljeno ob naprednih orodjih, in znanja, ki je pridobljeno ob preprostih orodjih.

Reference

1. Bartolini Bussi, M. G., Borba, M. C. (2010). The role of resources and technology in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*. Vol. 42. str. 1–4.
2. Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics.* Vol. 75. str. 213–234.
3. Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, M. A. (2010). Integrating Technology into Mathematics Education: Theoretical Perspectives. V: C. Hoyles, J. B. Lagrange (eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain.* Springer: The Netherlands. str. 89-132.
4. Gray, E. M., Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education,* 26, 115-141.
5. Lynch, J. (2006). Assessing Effects of Technology Usage on Mathematics Learning. *Mathematics Education Research Journal*. 2006, Vol. 18 (3). str. 29-43.
6. Monaghan, J. (2004). Teachers' activities in technology-based mathematics lessons. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. Vol. 9. 327–357.
7. Noss, R., Hoyles, C. (1996). Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers. Dordrecht: Kluwer.
8. Olive, J. (2013). Dynamic and Interactive Mathematics Learning Environments: Opportunities and Challenges for Future Research. *Mevlana International Journal of Education*. Vol. 3(3). str. 8-24.
9. Pierce, R., Stacey, K., Wander, R. (2010). Examining the didactic contract when handheld technology is permitted in the mathematics classroom. *ZDM Mathematics Education*. Vol. 42. str. 683–695.
10. Tall, D. (2000). Cognitive Development In Advanced Mathematics Using Technology. *Mathematics Education Research Journal.* Vol. 12(3). str. 196-218.
11. Udah I. Schwartz, U. I. (1999). Can Technology Help Us Make the Mathematics Curriculum Intellectually Stimulating and Socially Responsible? *International Journal of Computers for Mathematical Learning.* Vol. 4. str. 99–119.

GEOMETRIJSKI KONCEPTI SO KONCEPTI S PODOBO

Geometric concepts are figural concepts

mag. Helena Bezgovšek Vodušek

helena.bezgovsek@gmail.com

Povzetek

Ob besedi matematika nas večina najprej pomisli na števila, številke ali računanje, redkeje prve asociacije zajamejo pojme zunaj aritmetike. Tudi geometrija je pomembno področje matematike, čeprav ji je v učnih načrtih glede na njeno pomembnost in široko uporabnost namenjen majhen delež. Nekateri učenci in tudi učitelji se ji želijo izogniti v največji možni meri. V prispevku želimo osvetliti enega izmed možnih vzrokov za takšno ravnanje. Ta izhaja iz posebnosti geometrijskih konceptov samih. Sestavni del geometrijskih konceptov je namreč poleg definicije (konceptualna komponenta) nujno tudi podoba (upodobitvena komponenta). Rečemo, da gre za koncepte s podobo. Idealen koncept s podobo temelji na medsebojni zlitosti obeh komponent. Ker po navadi tega zlitja ni, ob zaključku predstavimo dve metodi, ki vodita k višji stopnji zlitosti obeh komponent.

Ključne besede: geometrija, koncepti s podobo, metoda analitičnega opominjevalca, metoda grafičnega organizatorja, prečiščenje definicij

Abstract

When hearing the word mathematics most of us think first about numbers and calculation. Our first associations go seldom beyond the field of arithmetic. Geometry is also an important field of mathematics. In spite of its importance and broad applicability, it is granted a relatively small share in the curriculum. Some students and even teachers try to avoid it as much as possible. In our paper, we wish to highlight one of the possible reasons for such behaviour which derives from the specifics of geometric concepts themselves. In addition to the definition (conceptual component), the image (figural component) is also an integral part of geometric concepts named a figural concept. Idealy, the figural concept is based on mutual fusion of both components. Since such fusion is usually not present; we conclude by presenting two methods which lead to a higher level of fusion of both components.

Keywords: geometry, figural concepts, method of analytical reminder, method of graphical organiser, refining definitions

Uvod

Matematika kot znanost vključuje mnogo različnih področji. Eno izmed njenih pomembnih področij z dolgo tradicijo je tudi geometrija. Šolska geometrija, predvsem naravnoaksiomatska paradigma (Kuzniak in Rauscher, 2011) Evklidske geometrije, obravnava prostor, njegove značilnosti in odnose med objekti v njem. Kot takšna lahko ponudi mnogo zanimivih izzivov, je vir nalog raziskovanja in s tem priložnosti za krepitev problemskih znanj ter logičnega sklepanja. Pogosto je opora tudi drugim področjem matematike. V slovenski osnovni šoli ji je namenjena približno četrtina vseh ur matematike (Program osnovna šola: MATEMATIKA. Učni načrt, 2011). Delež je primerljiv tudi s povprečjem evropskih držav in preostalih sodelujočih v raziskavi TIMSS 2011 (TIMSS 2011 Fourth Grade Almanacs, 2012; TIMSS 2011 Eight Grade Almanacs, 2012). Vendar je po navedbah učiteljev v TIMSS 2011 vključenih slovenskih osmošolcev delež ur, namenjenih geometriji, le 19 %. To je kar za tretjino manj od predpisanega z učnim načrtom in za 7 % oziroma 8 % pod evropskim oziroma mednarodnim povprečjem. V pričujočem prispevku bomo osvetlili enega izmed možnih vzrokov za to in predstavili, kako stanje izboljšati.

Posebnost geometrijskih konceptov

Koncepti, ki so predmet obravnave v geometriji, se v svoji strukturi razlikujejo od konceptov na področju aritmetike in algebre. Za geometrijo so značilni tako imenovani koncepti s podobo (angl. figural concepts), koncepti, katerih bistveni in neločljivi del je podoba. A vendarle so tudi geometrijski koncepti na drugi strani splošni, pridobljeni z abstrakcijo, idealizacijo, torej vključujejo tudi konceptualne lastnosti: splošnost, abstraktnost, idealnost (Fischbein, 1993: 143). Zanje je značilno, da se njihova konceptualna komponenta, izražena v definiciji, neprestano dopolnjuje z upodobitveno komponento, podobo, in obratno. Pri formalnologičnem operiranju z geometrijskimi koncepti je pogosto v pomoč njihova upodobitev, a vendar so sklepi, izpeljani zgolj na temelju v upodobitvi čutno zaznanih lastnosti, nesprejemljivi, če niso podprti in kontrolirani z definicijo. Sestavni del vsakega geometrijskega koncepta sta torej tako upodobitvena kot tudi konceptualna komponenta, ki sta neločljivi in druga drugo dopolnjujoči.

Zaradi omejitev grafičnih in fizičnih predstavitev mnogo (idealnih in abstraktnih) geometrijskih konceptov ni mogoče natančno predstaviti. Tipičen takšen primer je koncept premice, ki je brez širine in debeline, popolnoma ravna ter se neskončno razteza v dolžino. Grafično in s fizičnimi predmeti ni mogoče predstaviti niti njene abstraktne »širine« in »debeline« niti »dolžine« kakor tudi ne idealne »ravnosti«. Za to je nujno potrebno grafičnim ali fizičnim upodobitvam za mentalno reprezentacijo koncepta premice dodati konceptualno komponento. Torej vedenje, da je še tako tanka črta preširoka oziroma predebela in še tako dolga nit prekratka ter premalo ravna. Iz pravkar zapisnega lahko hitro sklepamo na pogosto razhajanje med (običajnimi oziroma najbolj pogostimi) upodobitvami geometrijskih konceptov, upodobitveno komponento, in njihovo opredelitvijo, konceptualno komponento.

Če je prepletanje konceptualne in upodobitvene komponente neprestano, gre za idealen koncept s podobo (Fischbein, 1993). Vendar je v praksi drugače. Tall in Vinner (1981) poudarjata, da je definicija koncepta (angl. concept definition) lahko le en del posameznikove konceptne predstave (angl. concept image), ki ni nujno povezan ali koherenten z drugimi deli njegove konceptne predstave istega koncepta. V trenuten proces razmišljanja je zaradi običajno zelo obsežne konceptne predstave vključen le en njen del, imenovan obujeni del konceptne predstave (angl. evoked image). Raziskave kažejo (npr. Bezgovšek Vodušek in Lipovec, 2014; Cohen, 2008; Cunningham in Roberts, 2010; Dvora in Dreyfus, 2004; Gutiérrez in Jaime, 1999; Ward, 2004), da ima kljub nujnemu medsebojnemu dopolnjevanju obeh komponent pri reševanju geometrijskih nalog vodilno vlogo upodobitvena komponenta. To je skladno z van Hielejevo teorijo razvoja geometrijskega mišljenja (van Hiele, 1984) in njenimi dopolnitvami (Gutiérrez, Jaime in Fortuny, 1991). Namreč, za geometrijsko mišljenje, značilno za začetne stopnje (stopnja vizualizacije in stopnja analize, seveda tudi stopnja predprepoznavanja), zadošča tudi upoštevanje zgolj upodobitvene komponente. Vključevanje konceptualne komponente postane značilno in neizogibno šele na stopnji neformalne dedukcije (in seveda na stopnjah geometrijskega razmišljanja nad njo). Ne le da je doseganje nižjih van Hielejevih stopenj prvi pogoj za prehod na višje, ampak nižje stopnje ostanejo pomemben del posameznikovega razmišljanja. Hkrati je stopnja dosežnosti nižje izmed zaporednih stopenj vedno popolnejša. Ko doseženost višje izmed zaporednih stopenj, še ni dovoljšna, zahtevnejše naloge posameznik reši na predhodni stopnji (Gutiérrez, Jaime in Fortuny, 1991). Vendar pa menimo, da osciliranje med zaporednimi van Hielejevimi stopnjami ni edini vzrok za prioriteto upodobitvene komponente in neupoštevanje konceptualne komponente.

Teorija konceptov s podobo in poučevanje

Poznavanje teorije konceptov s podobo (Fischbein, 1993) je pomemben del znanja matematike za poučevanje. Če učitelj ne pozna nujnosti prepletenosti upodobitve in definicije (geometrijskih) konceptov s podobo, lahko čuti nepotrebno nelagodnost ob poučevanju geometrije.

Tudi na področju aritmetike in algebre v fazah vpeljevanja konceptov vključujemo ponazoritve s konkretnim ali slikovnim gradivom. Vključujemo torej tudi čutno zaznavne lastnosti. Vendar za razliko od področja geometrije te v kasnejših fazah niso nujno potrebne. Na primer racionalna števila lahko uspešno seštevamo zgolj ob upoštevanju dogovorjenih pravil, kognitivne komponente. Če težimo k istemu, torej opuščanju vključevanja upodobitve, pri geometrijskih nalogah, bomo pogosto v zadregi ali celo neuspešni. Učitelj, ki ni seznanjen s teorijo konceptov s podobo, si bo z upodobitvami pomagal morda le v začetku reševanja geometrijske naloge, kasneje pa ne ali pa v upodobitvi čutno zaznanih lastnosti ne bo (neprestano) prepletal s konceptualno komponento (definicijami, izreki). Zaradi tega bo teže poiskal pravilen odgovor in morda bo dvomil o njegovi pravilnosti.

To pri učiteljih v razredu sproži občutek nelagodja in zaradi tega se nekateri učitelji želijo poučevanju geometrije v čim večji meri izogniti. Swafford, Jones in Thornton (1997) so ugotovili, da poznavanje van Hielejeve teorije pripomore k temu, da se učitelji ne le ne izogibajo poučevanju geometrije, ampak da pri poučevanju vključujejo tudi naloge, ki zahtevajo geometrijsko mišljenje, značilno za višje van Hielejeve stopnje ter bolj odprte pristope. To pomeni, da ne le širijo znanje geometrije pri učencih, ampak ga tudi poglabljajo (Clements in Sarama, 2000). Poznavanje van Hielejeve teorije torej pripomore k izboljšanju znanj več kategorij v modelu matematičnega znanja za poučevanje po Ball, Thames in Phelps (2008). Izhajajoč iz tega in na osnovi ugotovitev teorije kognitivno vodenega pouka (angl.: Cogenitively Guided Instruction – CGI) (Carpenter, Fennema, Franke, Levi in Empson, 2000) smo prepričani, da lahko k izboljšanju znanja geometrije in njenega poučevanja pripomore tudi poznavanje teorije konceptov s podobo (Fischbein, 1993).

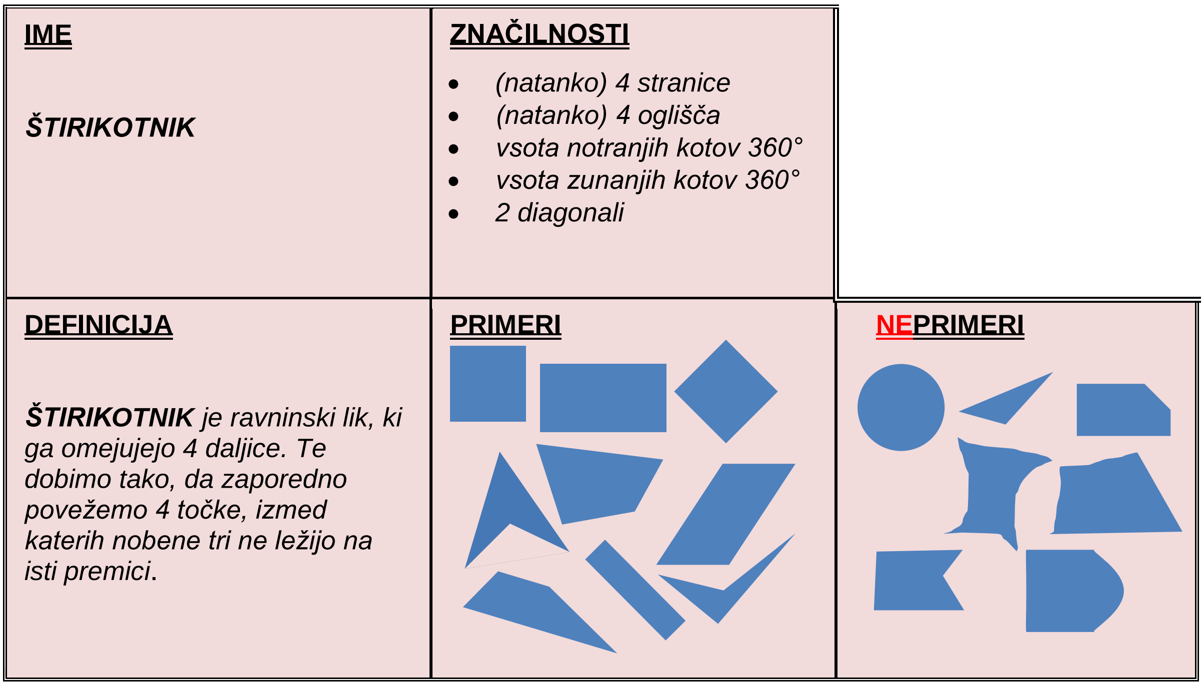
Metoda analitičnega opominjevalca in metoda grafičnega organizatorja

Rezultati raziskav, ki so ugotavljale znanje geometrije pri osnovnošolcih, srednješolcih kakor tudi bodočih učiteljih in učiteljih, kažejo na ločenost konceptualne in vizualne komponente geometrijskih konceptov in na naravno prioriteto vizualne komponente. Ker zahtevana prepletenost obeh komponent torej ni spontana, ampak priučena, je za izboljšanje znanja geometrije potrebno v poučevanje vključevati metode, ki vodijo k večji zlitosti obeh komponent. Metode, ki učence postavijo v situacije, ko so prisiljeni vključevati obe komponenti.

Ena izmed takšnih metod je *metoda analitičnega opominjevalca*, ki je v raziskavi o dojemanju koncepta ravnine izkazala pozitivne rezultate (Cohen, 2008). Bistvo metode je v tem, da posameznika, ki svoj odgovor oziroma rešitev opira zgolj na lastnosti, zaznane v (največkrat prototipski) upodobitvi koncepta, opomnimo na analitično opredelitev, torej na konceptualno komponento, in izzovemo kognitivni konflikt. Bolj konkretno to pomeni, da takega posameznika na neki način opomnimo na definicije vključenih konceptov. Na primer, če posameznik trdi, da imata trikotnik in njemu včrtana krožnica natanko tri skupne točke, se ga opomni, da je trikotnik lik.

Kaj ali kdo lahko ima vlogo analitičnega opominjevalca? Če gre za delo v paru ali razredno razpravo, lahko vlogo analitičnega opominjevalca prevzame kateri izmed učencev, ki ni upošteval zgolj upodobitvene komponente koncepta. Kadar takega učenca ni, mora vlogo analitičnega opominjevalca opraviti učitelj. Pri pisnih oblikah ima lahko vlogo analitičnega opominjevalca tudi dodatno vprašanje ali dodatna naloga. Na primer, prej omenjeni nalogi, ki zahteva identifikacijo skupnih točk trikotnika in njemu včrtane krožnice, lahko dodamo nalogo, ki sprašuje, ali sta trikotnik in krog lika, ter zahteva predstavitev razlike med krogom in krožnico. Očitno je, da je metoda analitičnega opominjevalca primernejša za oblike, ki vključujejo (ustno) razpravo, kot za pisne oblike. Metoda je pomembna predvsem zato, ker z njo opozarjamo na nujnost medsebojnega dopolnjevanja upodobitvene in konceptualne komponente ter spodbuja fleksibilno prehajanje med njima.

Druga metoda, ki lahko pripomore k pogostejšemu vključevanju konceptualne komponente oziroma k hkratnemu vključevanju obeh komponent konceptov s podobo, je kombinacija tako imenovanega *grafičnega organizatorja* in *prečiščenja definicije*. Cunningham in Roberts (2010) sta jo preizkusila v raziskavi o dojemanju konceptov višine trikotnika in diagonale večkotnika. Originalno je grafični organizator preglednica s polji: ime, značilnosti, definicija in primeri. Glede na značilnost geometrijskih konceptov, so primeri dejansko vizualne predstavitve pripadnikov koncepta. Ker so za ustrezen razvoj geometrijskih konceptov pomembni tudi neprimeri (Clements in Sarama, 2009; van de Walle, Karp, Karp in Bay Williams, 2010) predlagamo dodati še to polje. Neprimer je primer(ek), ki ne zadošča vsaj kakšni izmed značilnih lastnosti obravnavanega koncepta in torej sodi zunaj množice objektov, ki jo predstavlja ta koncept. Tako je enakostranični trikotnik neprimer za koncept štirikotnika, ker na primer nima štirih stranic. Slika 1 predstavlja primer za koncept štirikotnika (delno) izpolnjeni grafični organizator.

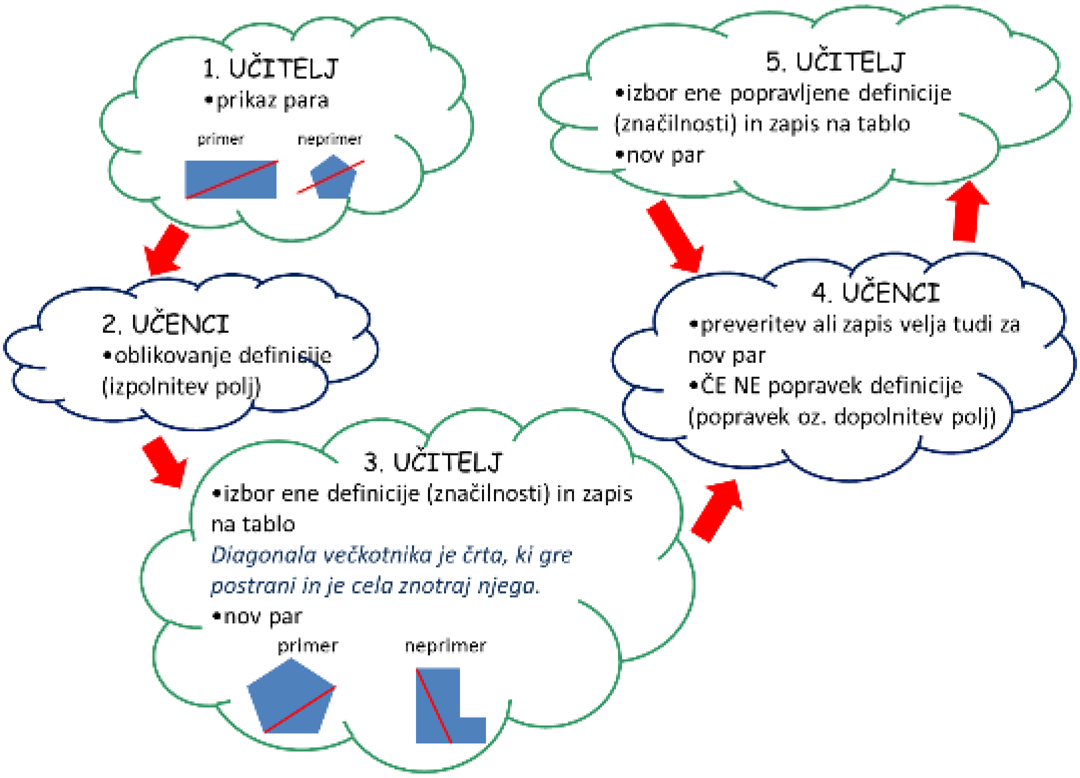


Slika 1: Grafični organizator za koncept štirikotnika

S primerjanjem polj lahko dosežemo, da učenci spoznajo, kakšne vloge imajo ime, značilnosti, definicija in upodobitve. Učencem lahko ponudimo izpolnjen grafični organizator ali pa ga sami dopolnjujejo v okviru aktivnosti prečiščenja definicije. Z mlajšimi učenci lahko uporabljamo oziroma izpolnjujemo le izbrana polja. Na primer le polja ime, primer in neprimer.

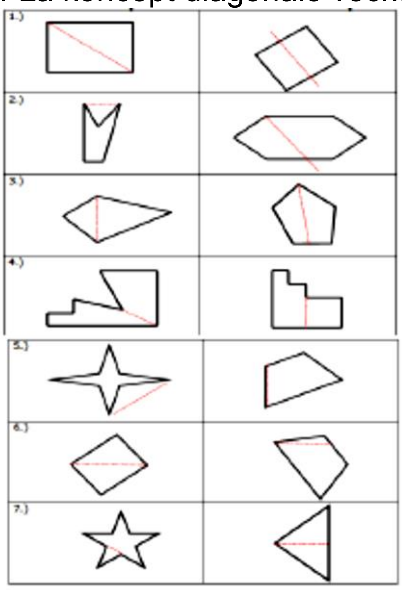
Prečiščenje definicije je namenjeno v prvi vrsti razvijanju sposobnosti samostojnega oblikovanja definicij. V ta namen učitelj učencem pokaže vizualno predstavitev enega pripadnika koncepta, primera, ter enega nepripadnika koncepta, neprimera. Učenci nato oblikujejo definicijo, ki temu paru ustreza. Učitelj njihovo definicijo zapiše na tablo (če jih je več, najprej eno izbere) ter pokaže nov par (primer in neprimer). Če na tabli zapisana definicija ne ustreza novemu paru, jo morajo učenci popraviti. Aktivnost se izvaja, vse dokler učenci ne oblikujejo ustrezne definicije za (s strani učitelja) izbrani koncept. Slika 2 shematsko prikazuje potek prečiščenja definicije za koncept diagonale večkotnika.

Ne le da z aktivnostjo prečiščenja definicij učenci vadijo samostojno oblikovanje opredelitev konceptov oziroma na začetku oblikujejo 'neekonomične' definicije, ampak ob tem spoznavajo tudi postopek, trajajoč več stoletij, v katerem so se izoblikovale zdaj razširjene (formalne) definicije obravnavanih konceptov. S tem se krepi tudi razumevanje vloge definicije, torej razumevanje konceptualne komponente.



Slika 2: Shema aktivnosti za prečiščenje definicije

Slika 3 prikazuje nabor parov za koncept diagonale večkotnika.



[Vir: Cunningham in Roberts, 2010: 8.]

Slika 3: Primer parov za aktivnost prečiščenja definicije koncepta diagonale večkotnika

Zaključek

V prispevku smo kratko predstavili najpomembnejše ugotovitve teorije konceptov s podobo, kar so tudi geometrijski koncepti. Posebnost geometrijskih konceptov, nujno prepletanje podobe in definicije, je eden izmed vzrokov za zapostavljenost geometrije v pouku matematike. Prepričani smo, da lahko poznavanje te teorije in njenih ugotovitev pri učiteljih odstrani ali vsaj zmanjša nekatere izmed ovir, ki jih odvračajo od kakovostnega poučevanja geometrije. V prispevku predstavljeni metodi za povečanje zlitosti obeh komponent konceptov s podobo sta uporabni neposredno v pouku z namenom izboljšanja znanja geometrije in tudi razumevanja vloge, zdaj pogosto neupoštevane, konceptualne komponente. Hkrati njuno razumevanje lahko vodi tudi v izboljšanje učiteljevega znanja geometrije za poučevanje, vključno s splošnim znanjem geometrije. Upamo, da bo naš prispevek pripomogel k razumevanju zadreg, ki jih čutijo nekateri učitelji ob poučevanju geometrije, ter jih spodbudil k »tveganemu« raziskovanju le-te.

Viri

1. Ball, D. L., Thames, M. H., Phelps, G. (2008): Content knowledge for teaching: What makes it special?, Journal of Teacher Education, letn. 59 , št. 5, str. 389–407.
2. Bezgovšek Vodušek, H., Lipovec, A. (2014): The Square as a Figural Concept, Bolema, letn. 28, št. 48, str. 430–448.
3. Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M., Levi, L., Empson, S. B. (2000): Cognitively Guided Instruction: A Research-Based Teacher Professional Development Program for Mathematics. Research Report 03, Wisconsin Center for Education Research, Madison, WI.
4. Clements, D. H., Sarama, J. (2000): Young Children's Ideas about Geometric Shapes, Teaching children mathematics, letn. 6, št. 8, str. 482–488.
5. Clements, D. H., Sarama, J. (2009): Learning and teaching early math: the learning trajectories approach, Routledge, New York.
6. Cohen, N. (2008): How do a plane and a straight line look like? Inconsistencies between formal knowledge and mental images. V: Proceedings of the Common Meeting of PME 32 and PME-NA XXX, št. 1. México: Cinvestav-UMSNH.
7. Cunningham, R. F., Roberts, A. (september, 2010): Reducing the mismatch of geometry concept definitions and concept images held by pre-service teachers, IUMPS The Journal, letn.1, št. 1-7. (Pridobljeno 1. 3. 2014 s http://www.k-12prep.math.ttu.edu/journal/contentknowledge/volume.shtml.) ()
8. Dvora, T., Dreyfus, T. (2004): Unjustified assumptions based on diagrams in geometry. V: Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, št. 2. Bergen: Bergen University College.
9. Fischbein, E. (1993): The theory of figural concepts, Educational Studies in Mathematics, letn. 24, št. 3, str. 139–162.
10. Gutiérrez, A., Jaime, A. (1999): Preservice Primary Teachers' Understanding of the Concept of Altitude of a Triangle, Journal of Mathematics Teacher Education, letn. 2, št. 3, str. 253–275.
11. Gutiérrez, A., Jaime, A., Fortuny J. M. (1991): An Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition of the van Hiele Levels, Journal for Research in Mathematics Education, letn. 22, št. 3, str. 237–251.
12. Kuzniak, A., Rauscher, J. C. (2011). How do teachers' approaches to geometric work relate to geometry students' learning difficulties?, Educational Studies in Mathematics, 77(1), 129–147.
13. Program osnovna šola: MATEMATIKA. Učni načrt (2011): Ministrstvo RS za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana. (Pridobljeno 20. 7. 2013 s http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf.)
14. Swafford, J. O., Jones, G. A., Thornton, C. A. (1997): Increased knowledge in geometry and instructional practice, Journal for Research in Mathematics Education, letn. 28, št. 4, str. 467–483.

15. Tall, D., Vinner, S. (1981): Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity, Educational Studies in Mathematics, letn. 12, št. 2, str. 151–169.
16. TIMSS 2011 Fourth Grade Almanacs (16. 11. 2012): TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, Chestnut Hill, MA in International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), IEA Secretariat, Amsterdam. (Pridobljeno 28. 2. 2014 s http://timss.bc.edu/timss2011/international-database.html.)
17. TIMSS 2011 Eighth Grade Almanacs (16. 11. 2012): TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, Chestnut Hill, MA in International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), IEA Secretariat, Amsterdam. (Pridobljeno 28. 2. 2014 s http://timss.bc.edu/timss2011/international-database.html.)
18. van de Walle, J. A., Karp, K. , Karp, K. S., Bay Williams, J. M. (2010): Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally – 8th edition. Pearson, Boston:
19. van Hiele, P. M. (1984): Summary of Pierre van Hiele's dissertation entitled: The problem of insight in connection with school children's insight into the subject-matter of geometry. V: English translation of selected Writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele. Brooklyn: City University of New York, Brooklyn College.
20. Ward, R. A. (2004): An Investigation of K-8 Preservice Teachers' Concept Images and Mathematical Definitions of Polygons, Issues in Teacher Education, letn. 13, št. 2, 39–56.

UČENJE TEMELJENO NA ČITANJU S RAZUMIJEVANJEM

Learning based on reading comprehension

Nives Baranović

nives.jozic@ffst.hr

Filozofski fakultet u Splitu, Sveučilište u Splitu

Sažetak

Nastavna praksa pokazuje da mnogi učenici rado posežu za konačnim formulama i gotovim algoritmima koje najčešće uče napamet i bez razumijevanja. Provođenje procedura bez jasnog razumijevanja značenja često dovodi do pogrešnih rezultata, a sve češći neuspjeh u učenju istih sadržaja stvara emocionalno nezadovoljstvo, manjak samopouzdanja u vlastite matematičke sposobnosti te u konačnici odustajanje od učenja matematike.

Iako matematički sadržaji jesu apstraktni te pri učenju zahtijevaju određeni umni napor, svi učenici prosječnih sposobnosti mogu postati matematički pismeni: služiti se osnovnim matematičkim jezikom u govoru, simboličkom zapisu ili zornom prikazu. Kako bi učenici razumjeli ono što uče, trebaju uspostavljati veze između poznatih i novih matematičkih sadržaja te o istom pojmu promišljati na različite načine.

S tim ciljem se u ovom radu daju primjeri iz različitih područja, a pozornost usmjerava na one sadržaje koje učenici ne čitaju s razumijevanjem, uz neke prijedloge različitih interpretacija kao i mogućih načina uspostavljanja veza.

Ključne riječi: Matematički jezik, matematička pismenost, različite interpretacije jednog pojma, veze među pojmovima, zorni prikaz.

Abstract

Teaching practice shows that a large number of students prefer to use the formulas devised beforehand and ready-made algorithms that are most commonly learned by heart, without understanding the concepts. Implementing procedures without the clear understanding of meaning often leads to incorrect results, and repeated failure in learning the same content creates emotional dissatisfaction in students and lack of confidence in their mathematical abilities, finally resulting in giving up on learning mathematics.
Although the subject matter of mathematics is abstract and learning requires certain mental effort, all students with average abilities can acquire mathematical literacy: ability to use the basic mathematical language in speech, and by using symbols or visual representations. In order to effectively understand what they learn, students need to establish connections between the acquired and the new mathematical knowledge, and to consider one concept from various aspects.
With this aim, this paper presents examples from different areas, focusing on the content that student fail to read with comprehension, including suggestions for different interpretations and possible solutions for establishing connections.

Key words: Mathematical language, mathematical literacy, different interpretations of one concept, connections between concepts, visual representation.

Razumijevanje je za učenje
važnije od pamćenja.

Uvod

Na jednom ispitu iz matematike, student koji je predavao svoj rad komentirao je: *profesore, da ste ovaj ispit napisali kineskim pismom za mene bi bilo isto.* U čemu je bio problem tog studenta pokušat ću približiti jednim primjerom.

Dio zapisa odigranih poteza u jednoj partiji šaha između Kotova (bijele figure) i Botvinika (crne figure) glasi:

….59. Le7-c5?, g6-g5!!; 60. f4:g5, d5-d4+; ….

Možete li pročitati i objasniti što je time zapisano? Ako ne znate ništa o šahu, onda vam ovaj zapis sigurno ne znači ništa. Ako ste od onih koji igrate šah, ali ne poznajete šahovske znakove niti način zapisivanja, onda ni vi ovaj zapis ne bi mogli u potpunosti objasniti iako bi ga mogli korektno pročitati i donekle naslutiti o čemu se radi. Međutim, ako ste od onih koji poznaju šahovsku igru i šahovske znakove te način zapisivanja odigranih poteza, ovaj tekst bi pročitali na sljedeći način: u 59. potezu igrač s bijelim figurama je Lovca s polja e7 stavio na polje c5, iako to baš i nije bio dobar potez (znak?), a igrač sa crnim figurama je pješaka sa polja g6 stavio na polje g5, što je jako dobar potez (znak !!). U 60. potezu igrač bijelih je pješakom s polja f4 pojeo (znak :) crnog pješaka na polju g5, a zatim je igrač crnih pomakao svog pješaka s polja d5 na polje d4 i time dao šah (znak +) igraču bijelih.

Nakon ovog kratkog objašnjenja i malo vježbe vjerujem da bi sada svi bili u mogućnosti pročitati cjeloviti zapis. No, samo čitanje i objašnjavanje nema smisla. I najbolji igrači, kada proučavaju odigrane partije, ovaj tekst neće samo čitati već će uzeti šahovsku ploču, postaviti figure i pomicati ih prema opisanom tekstu. Jedino na taj način, osim vještine čitanja, razvijaju vještinu igranja te primjenu pročitanog, a tek nakon mnogo odigranih partija i razvijenih strategija postaju šahovski (vele)majstori.

Slično je i sa učenjem matematike. Učenici postupno upoznaju razne vrste znakova i simbola (+, -, <, >, =…) i njima izgrađenih simboličkih zapisa, postupno upoznaju razne pojmove (geometrijske, algebarske, aritmetičke…), pravila i veze među njima. No, da bi ih mogli koristiti pri rješavanju zadataka, simbole i simboličke zapise trebaju znati čitati i zapisivati te pravilno interpretirati njihovo značenje. Slično kao i u igri šaha, da bi se umanjila razina apstrakcije potrebno je matematičke pojmove i njihove veze znati zorno prikazati, a zorne prezentacije znati tumačiti. I konačno, da bi razvili vještine i strategije *igranja* matematike potrebo je i *zaigrati*: rješavati različite vrste zadataka na različite načine.

Nastavna praksa pokazuje da mnogi učenici ne znaju pravilno interpretirati pravila i formule koje koriste u rješavanju zadataka zbog čega često dolaze do pogrešnih rezultata. Učenici uglavnom nauče grafički prikazati elementarne funkcije zadane formulom, ali se u čitanju grafičkog prikaza i njegovoj interpretaciji ne snalaze baš najbolje. Usmeno će objasniti geometrijske pojmove, ali te iste pojmove i njihove veze u vizualnim prikazima neće uvijek na pravilan način interpretirati.

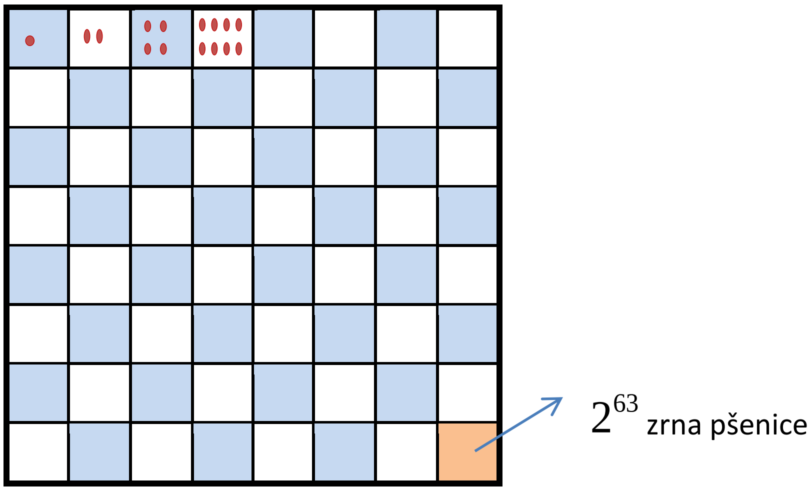
Ako učenicima omogućimo da o istom pojmu promišljaju na različite načine te među različitim pojmovima uspostavljaju različite vrste veza, veće su šanse da će učiti s razumijevanjem (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2012). Primjenom različitih vrsta reprezentacija (modeli, slikovni prikaz, simbolički zapis) primjerenih uzrastu učenika, postavljaju se dobri temelji spoznavanju apstraktnih matematičkih pojmova, a stvaranje veza je nužno za pravilno provođenje matematičkih aktivnosti (Freudenthal, 2002).

Šah i matematika

Vjerujem da je mnogima poznata priča o indijskom caru Šeramu koji je bio oduševljen kada je podanik Set osmislio igru šaha za njegovu zabavu te mu je za uzvrat ponudio nagradu po njegovoj želji. Nakon što je Set od cara zatražio toliko zrna pšenice koliko bi se dobilo da se na svako sljedeće polje stavi dvostruko više zrna od prethodnog, prekrivajući sva polja, car je ubrzo shvatio da mu želju ipak ne može ispuniti….

Šahovsku ploču u ovom primjeru možemo iskoristiti kao zorni prikaz koji pomaže razvijanju osjećaja za količinu (Jozić, 2011) te razumijevanje geometrijskih nizova i redova. Ako je pravilo da na svako sljedeće polje stavljamo dvostruko više od onog što smo stavili na prethodno polje, onda broj zrna po svakom polju (počevši od prvog) možemo prikazati na sljedeći način (slika 1):

1 zrno, 2 zrna, 4 zrna, 8 zrna, 16 zrna, …



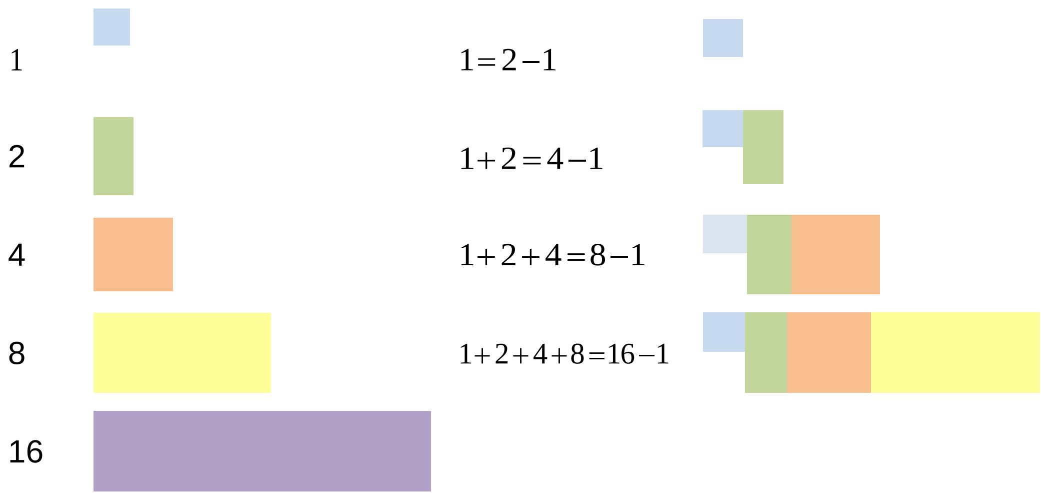
Slika 1. Zrna na šahovskoj ploči

Ako broj zrna računamo kalkulatorom, kada pređemo polovicu šahovske ploče klasični kalkulator više ne možemo koristiti jer broj znamenki premašuje mogućnosti ekrana kalkulatora da ispiše sve znamenke. Da bi saznali koliko će zrna biti na zadnjem polju, moramo uočiti pravilo: svi dobiveni brojevi se mogu zapisati kao potencije broja 2: na 1. polju imamo $1=2^0$ zrna, na 2. polju imamo $2=2^1$ zrna, na 3. polju imamo $4=2^2$ zrna, na 4. polju imamo $8=2^3$ zrna, ... Kako je eksponent u svim zapisanim potencijama za jedan manji od broja polja, zaključujemo da će na 64. polju eksponent biti 63 (64 – 1), tj. na zadnjem polju će biti 2^{63} zrna.

Na ovaj način smo postupno gradili jedan niz brojeva, koji ima karakteristike geometrijskog niza. Da bi odredili koliko bi ukupno zrna pšenice stalo na cijelu ploču, još sve te brojeve trebamo zbrojiti:

$$1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{63}=$$

Umjesto primjene gotove formule, poslužimo se zornim prikazom kako bi odredili traženi zbroj. U tu svrhu neka nam jedno polje predstavlja jedno zrno. Zbrajanjem svih zrna dobivenih na prethodno opisani način, dobiva se broj koji je za jedan manji od ukupnog broja zrna koliko bi ih stalo na sljedeće polje:



Na temelju prethodnog prikaza i opisa zaključujemo da je ukupan broj zrna na cijeloj ploči:

$$1+2+4+8+...+2^{63}=2^{64}-1$$

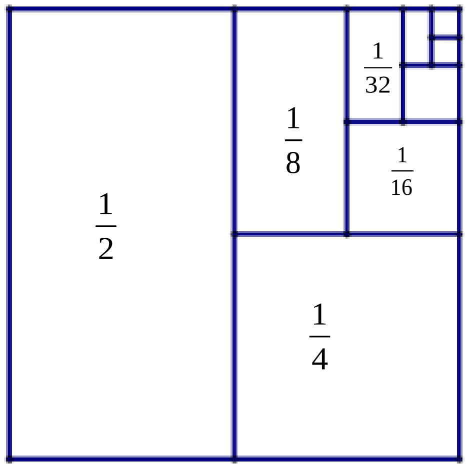
Ako bi proces nastavili, vidimo da bi ukupan zbroj zrna stalno rastao, što znači da je $\sum_{n=0}^{+\infty} 2^n = +\infty$, odnosno geometrijski red prethodno opisanog niza brojeva divergira.

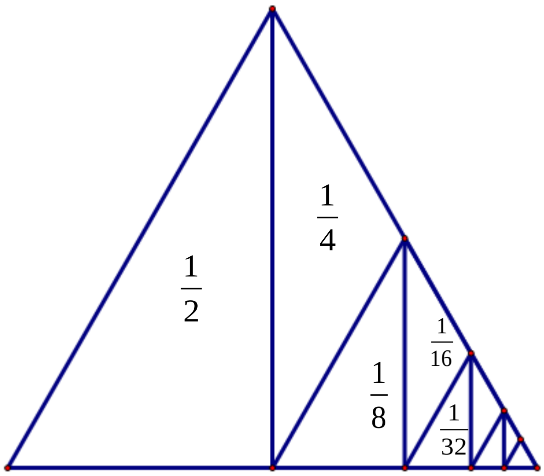
Slično se može odrediti suma nekog geometrijskog reda koji konvergira. Naime, u radu sa geometrijskim redovima, učenici teško shvaćaju kako zbroj beskonačno mnogo članova nekog niza može biti konačan broj.

Primjer 1. Ako za niz brojeva $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, ..., \frac{1}{2^n}, ...$ treba odrediti sumu pripadnog reda učenici će vjerojatno uočiti da je prvi član niza $a_1 = \frac{1}{2}$, da je svaki sljedeći član duplo manji od prethodnog pa je $q = \frac{1}{2}$. I budući se radi o geometrijskom nizu s pozitivnim članovima, za koji je q < 1, pripadni red konvergira te se njegova suma određuje po formuli: $S = \frac{a_1}{1-q}$, što u ovom slučaju iznosi $S = 1$.

Međutim, iako neki učenici uspješno provode taj postupak, mnogi od njih ne razumiju kako zbroj beskonačno članova nekog niza može biti 1. Geometrijski zor bi u ovom slučaju mogao biti koristan alat za učenje s razumijevanjem.

Broj 1 se može prikazati kao npr. kvadrat (cjelina). Broj $\frac{1}{2}$ u tom slučaju predstavlja polovicu kvadrata, broj $\frac{1}{4}$ predstavlja polovicu polovice, broj $\frac{1}{8}$ polovicu prethodnog, itd. Svaki sljedeći broj je duplo manji od prethodnog pa na slici on predstavlja duplo manji lik od prethodnog. Daljnjim raspolavljanjem, nakon beskonačno mnogo koraka, doći ćemo do točke u vrhu kvadrata (slika 2, lijevo). Svi dobiveni dijelovi zajedno čine kvadrat, odnosno zbroj svih članova niza daje 1:



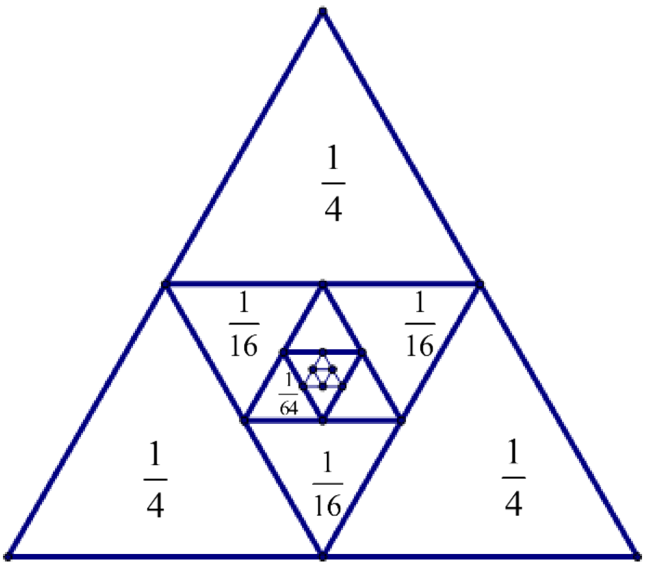


Slika 2. Zorni prikaz sume geometrijskog reda u kvadratu i trokutu

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+...+\frac{1}{2^n}+...=1$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{2^n}=1$$

Za zorni prikaz broja 1 ne mora se nužno uzeti kvadrat ili pravokutnik. Ako bi za 1uzeli npr. trokut, onda bi podjelu mogli napraviti kao na slici 2, desno. Međutim, ako bi trokut dijelili malo drugačije, mogli bi uočiti drugi geometrijski niz brojeva i sumu pripadnog reda (slika 3).



Slika 3. Zorni prikaz sume geometrijskog reda u trokutu

$$\frac{3}{4}+\frac{3}{4^2}+...+\frac{3}{4^n}+...=1$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3}{4^n}=1$$

U mnogim računskim zadacima, sličan zorni prikaz pomaže čitanju s razumijevanjem te jednostavnijem i jasnijem provođenju algoritamskih postupaka.

Primjer 2: U zadacima tipa: *Ivica je na izlet ponio određenu količinu novca. Za ulazak u muzej potrošio je* $\frac{3}{7}$ *cjelokupne svote, za sok je dao* $\frac{3}{5}$ *ostatka, a zatim je za kupnju suvenira potrošio* $\frac{3}{8}$ *od onog što mu je preostalo. Nakon svega mu je ostalo 8 Kn. Koliko je imao na početku izleta?,* učenici vrlo brzo pogriješe kada računaju ostatak. Primjerenim vizualnim prikazom se to može izbjeći.

Količina novca koju je Ivica ponio možemo označiti s x i prikazati jednim pravokutnikom kao cjelinom.

Račun:

Za muzej je potrošio $\frac{3}{7}x$

i nakon toga mu je ostalo $\frac{4}{7}x$.

Za sok je potrošio $\frac{3}{5}$ ostatka, što je $\frac{3}{5}\left(\frac{4}{7}x\right)=\frac{12}{35}x$

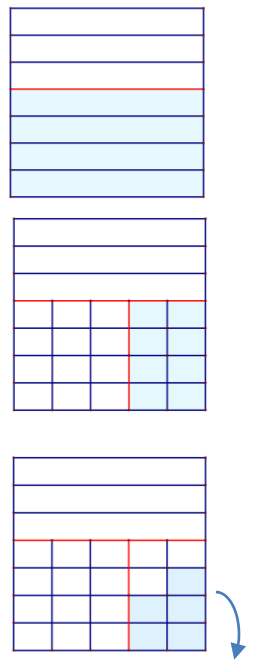
i nakon toga mu je ostalo $\frac{2}{5}\left(\frac{4}{7}x\right)=\frac{8}{35}x$.

Za suvenir je potrošio $\frac{3}{8}$ ostatka, tj. $\frac{3}{8}\left(\frac{8}{35}x\right)=\frac{3}{35}x$

i nakon toga mu je ostalo $\frac{5}{8}\left(\frac{8}{35}x\right)=\frac{1}{7}x$.

Ostatak iznosi 8 kn pa imamo: $\frac{1}{7}x=8\Rightarrow x=56$.

Zorni prikaz:



$\frac{5}{35}x=8\Rightarrow x=56$

Grešku u proceduri učenici čine već u drugom koraka jer za ostatak uzimaju $\frac{23}{35}x$ umjesto $\frac{8}{35}x$. To je pokazatelj da ne znaju *pročitati* što im koji broj znači te da proceduru provode automatizmom, bez razumijevanja.

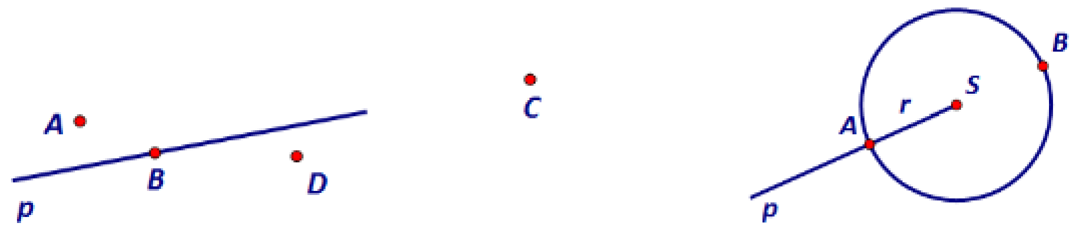
Zor je nužan, ali ne i dovoljan

Proučavajući prethodno, brzopletim zaključivanjem moglo bi se konstatirati da će učenici od svih matematičkih pojmova najbolje spoznati i razumjeti geometrijske pojmove jer se oni mogu vizualno prikazati. Međutim, u nastavi matematike događa se upravo suprotno, učenici od svih matematičkih pojmova najslabije savladavaju i razumiju upravo geometrijske pojmove. Mnogi učenici čak ne vole geometriju jer nisu u mogućnosti čitati sa slika, posebno u prostoru, a nerijetko se događa i da pojedini nastavnici geometriju (ne)svjesno potiskuju u drugi plan. Da bi se to promijenilo, potrebno je birati takve primjere i zadatke u kojima učenici razvijaju vještinu čitanja slika s razumijevanjem tako da misaonim procesima vide i ono što na slici nije prikazano.

Iako znamo da se osnovni pojmovi ne definiraju već se na određeni način opisuju i prikazuju, u nekim udžbenicima nailazimo na definiciju tih pojmova. Tako npr. nalazimo da je pravac ravna neomeđena linija, a potom se od učenika traži da nacrtaju pravac iako to nije moguće. Pravac je osnovni geometrijski pojam pa se on ne definira već kažemo da pravac zamišljamo kao napetu nit ili kao ravnu neomeđenu crtu, a crtanjem vizualno prikazujemo samo dio pravca.

Ako osnovni pojam učenicima nije jasan, onda se nejasnoće povećavaju kada taj pojam povezujemo s ostalim geometrijskim pojmovima, a još više kada definiramo novi pojam koji se veže uz pojam pravca.

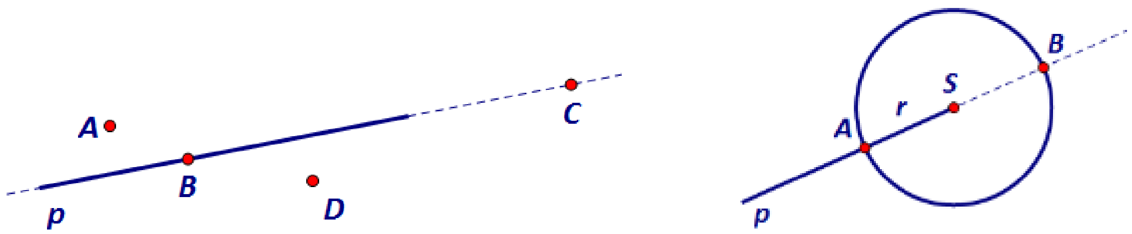
Primjer 3. Što učenici vide u prikazu na slici 4? Znaju li pravilno opisati odnos pravca i preostalih elemenata na slici. Znaju li taj odnos zapisati simbolički?



Slika 4. Točke pravca i kružnice

Dio mojih studenata bi za sliku 4 lijevo odgovorilo da točke A, C i D ne pripadaju, a točka B pripada pravcu p. Za sliku 4 desno, dio njih bi odgovorilo da je točka A zajednička (presjek) pravcu p i kružnici k(S, r), a dio njih smatra da je i točka S zajednička točka pravca i kružnice.

Iako studenti usmeno opisuju pravac kao ravnu neomeđenu crtu, misaono pravac tako ne vide. Tek kad produžimo prikazani dio pravca vide da i točka C pripada pravcu p (slika 5, lijevo) te da pravac i kružnica imaju dvije točke (A i B) zajedničke (slika 5, desno). Da točka S ne pripada kružnici zahtjeva dodatnu raspravu.

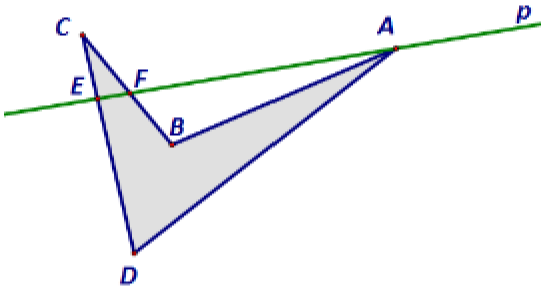


Slika 5. Točke pravca i kružnice

U simboličkom zapisivanju prikazanog odnosa, uglavnom ispravno koriste simbol $\in$ sa značenjem pripadnosti pojedine točke pravcu kao skupu točaka. Tako bi za odnos prikazan na slici 5, lijevo zapisali: $B,C \in p, A,D \notin p$. Međutim, problem nastupa u simboličkom zapisivanju operacija među skupovima. Iako će točno usmeno iskazati da je presjek dvaju skupova skup koji sadrži sve one elemente koji pripadaju i jednom i drugom skupu, u ovom slučaju gotovo svi studenti zapišu: $p \cap k = A$, odnosno $p \cap k = A,B$. Tek uz dodatnu raspravu shvate da je presjek dvaju skupova točaka skup točaka, a u ovom slučaju to je skup kojemu pripadaju točke A i B (slika 5, desno) što zapisujemo: $p \cap k = \{A,B\}$.

Misaono gledanje i simboličko zapisivanje treba stalno uvježbavati te u zadacima izmjenjivati različite geometrijske pojmove i njihove međusobne odnose kako bi učenici razvili vještinu čitanja slika i njima odgovarajućih simboličkih zapisa.

Ako za sliku 5 desno postavimo pitanje *što je presjek pravca p i kruga k sa slike*, opet dobivamo raznovrsne odgovore: $p \cap k = \{A,B\}, p \cap k = \{A,B,S\}, p \cap k = \{\overline{AB}\}$. Na temelju danih odgovora, vidljivo je da naslućuju da krug podrazumijeva i točke unutar kružnice, ali tek uz dodatnu raspravu ispravno simbolički zapisuju: $p \cap k = \overline{AB}$. Ako umjesto kruga uzmemo nekonveksni četverokut, opet se javlja problem i u simboličkom zapisivanju skupa koji nastaje kao rezultat operacije presjeka. Ako se četverokutu ne oboji nutrina, onda dio njih kao presjek vidi samo točke E, F i A, umjesto dužinu $\overline{EF}$ i točku A (slika 6).

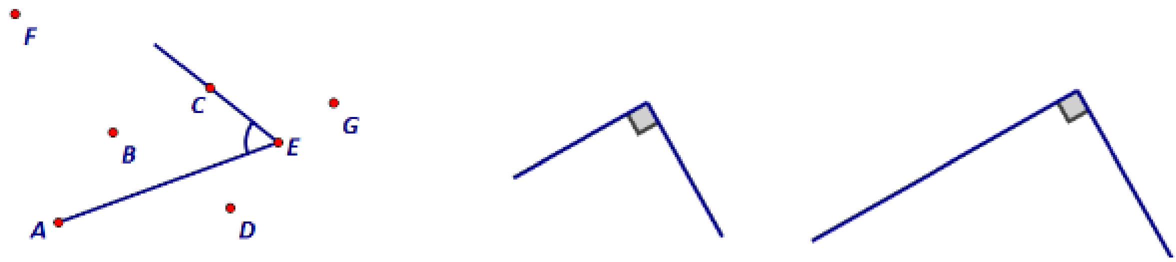


Slika 6. Točke pravca i nekonveksnog četverokuta

Za dodatno razvijanje vještine čitanja i simboličkog zapisivanja, zadatak se može postaviti i tako da sami vizualno prikažu i opišu prikazane situacije. Na primjer: *Što sve može biti presjek pravca i nekonveksnog četverokuta. Svoj odgovor prikažite grafički, opisno i simbolički.*

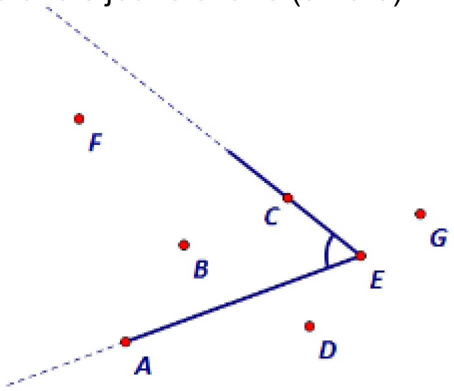
Geometrijski pojam *kut* je dosta složen pojam i zahtjeva dosta metodičkog oblikovanja da se uvede na pravi način, kako u nižim tako i u višim razredima. Međutim, pored složenosti same definicije, u nekim udžbenicima se potkrade i nekorektna definicija da je *kut* omeđeni dio ravnine te se pored opisanih problema s pravcem javljaju i dodatni problemi.

Primjer 4. Što učenici vide u prikazu na slici 7?



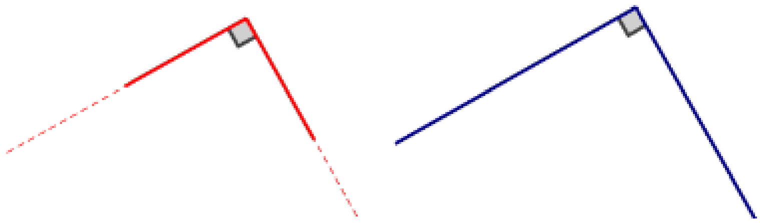
Slika 7. Točke kuta i odnos među kutovima

Na pitanje *Koje točke pripadaju, a koje ne pripadaju kutu* (slika 7, lijevo) dio mojih studenata će za točku F reći da ne pripada kutu. To pokazuje da na kut gledaju kao na konačni dio ravnine, a polupravce koji određuju (a ne omeđuju) kut misaono ne vide kao neomeđene ravne crte s jedne strane (slika 8).



Slika 8. Točke i krakovi kuta

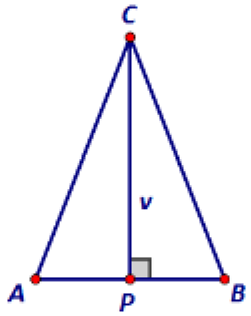
Na pitanje *Koji od dvaju prikazanih kutova je veći* (slika 7, desno) dio studenata odgovora da je kut sa desne strane veći. To ukazuje na nerazumijevanje pojma veličine kuta koja ne ovisi o tome kolike ćemo krakove nacrtati već koliki je *otvor* među krakovima. Osim toga, trebali bi znati da su svaka dva prava kuta sukladna pa time i jednake veličine (slika 9).



Slika 9. Odnos među kutovima

Iz prethodnih primjera je vidljivo, koliko god je s jedne strane vizualni prikaz koristan i potreban pri uvođenju matematičkih, posebno, geometrijskih pojmova, s druge strane učenike treba usmjeravati da gledaju mislima, a ne samo očima. Na slikama trebaju uočavati bitna svojstva određenog pojma kako bi zorni prikaz imao smisla.

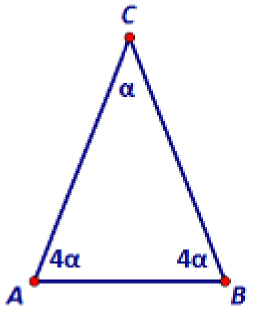
Često i sami nastavnici (ne)svjesno ne smatraju neke stvari dovoljno važnima pa im ne predaju dovoljno pozornosti. Tako na primjer, većina nastavnika pri uvođenju pojma jednakokračnog trokuta i visine trokuta, najčešće koristi vizualni prikaz dan na slici 10:



Slika 10. Jednakokračni trokut

Zbog takvih vizualnih prikaza jednakokračnih trokuta javljaju se problemi u rješavanju brojnih zadataka.

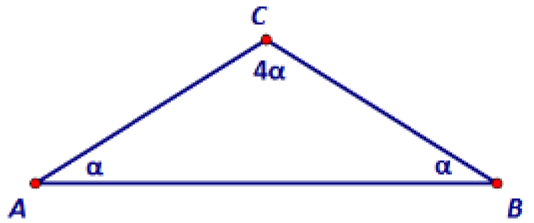
Primjer 5. Na vježbama iz geometrije nitko od studenata nije u potpunosti riješio sljedeći zadatak: *Jedan kut jednakokračnog trokuta jednak je četverostrukom kutu jednog od preostala dva. Odredite veličine kutova tog trokuta.* Problem je bio upravo u crtanju skice poput prethodne. Naime, veličinu jednog kuta su označili sa α, a veličinu drugog sa 4α i kako su kutovi na skici uz osnovicu vizualno veći, njihova dopunjena slika i račun je bio kao na slici 11.



$$4\alpha + 4\alpha + \alpha = 180°$$
$$9\alpha = 180°$$
$$\alpha = 20° \quad 4\alpha = 80°$$

Slika 11. Jednakokračni trokut 1 uz uvjete zadatka

Nakon uspostavljene jednakosti i računa odgovorili su: veličine kutova trokuta su 80°, 80° i 20°. Tek nakon rasprave, jedan dio studenata je zaključio da jednakokračni trokut može biti i takav da su krakovi kraći od osnovice, što ih je onda dovelo do drugog rješenja, tj. da veličine kutova u trokutu mogu biti 30°, 30° i 120° (slika 12).



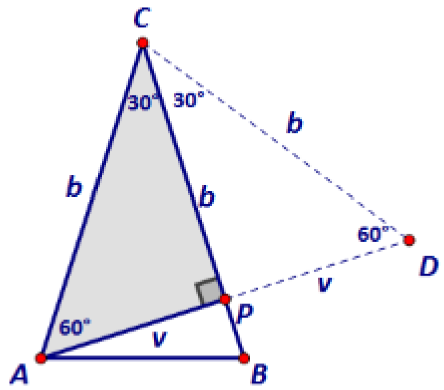
$$\alpha + \alpha + 4\alpha = 180°$$
$$6\alpha = 180°$$
$$\alpha = 30° \quad 4\alpha = 120°$$

Slika 12. Jednakokračni trokut 2 uz uvjete zadatka

U rješavanju zadataka ovog tipa, uočen je još jedan problem: iako je matematički zadatak glavni alat u nastavi matematike, a na rješavanje zadataka se odnosi veći dio nastave, studenti zapravo ne znaju što znači riješiti matematički zadatak. Naime, studenti su pri rješavanju ovog zadatka bili iznenađeni što zadatak ima dva rješenja te su u čudu pitali je li oni moraju odrediti oba rješenja i kako će oni znati kad zadatak ima dva ili (ne daj Bože) više rješenja?

Primjer 6: Na jednom županijskom natjecanju iz matematike za učenike šestih razreda osnovne škole RH-e bio je zadan sljedeći zadatak: *Zadan je jednakokračni trokut duljinom kraka 7.5 cm i kutom uz osnovicu od 75°. Kolika je površina tog trokuta?* Na tom natjecanju sudjelovalo je 124 učenika iz Dalmacije i poražavajuće je to da nitko od učenika nije riješio taj zadatak u potpunosti, a 14 učenika taj zadatak uopće nije rješavalo jer nisu imali ideju od kuda bi krenuli.

Naime, u zadatku su dvije ključne činjenice: nakon određivanja veličine kuta među krakovima, potrebno je bilo spustiti visinu na krak poznate duljine i prepoznati tako dobiveni pravokutni ΔAPC kao polovicu jednakostraničnog ΔADC (slika 13).

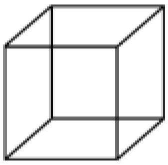


Slika 13. Jednakokračni i nadopunjeni jednakostranični trokut

Nakon toga račun je jednostavan jer je duljina visine v na krak b polaznog trokuta jednaka polovici duljine kraka b, što uvršteno u formulu za izračunavanje ploštine $P = \frac{b \cdot v}{2}$ daje traženi rezultat. Međutim, učenici su naviknuti da se visina najčešće povlači iz vrha C na osnovicu jednakokračnog trokuta te visinu na krak gotovo kao da ne vide.

Mala zrnca o prostornom zoru

Ako učenici imaju problema sa čitanjem slika u ravnini, što zapravo vide kada proučavaju geometriju prostora budući se trodimenzionalne slike prikazuju u ravnini? Iako znamo da su sve strane kocke sukladni kvadrati, na slici 14. vidimo da su nacrtana samo dva kvadrata, a ostalo su paralelogrami, koji su dobiveni projekcijom kvadrata za određeni kut (gledanja).

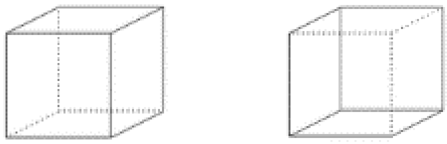


Slika 14. Slika kocke

Zbog *gubitka* jedne dimenzije pri prikazivanju geometrijskog tijela u ravnini i zbog posljedica projiciranja (mijenjanje oblika određenog geometrijskog lika) javljaju se problemi u zamišljanju tog lika na temelju slike. Tako na temelju prethodne slike kocku možemo percipirati (zamišljati) na dva načina: kao tijelo na koje gledamo od gore (slika 15, lijevo), ali i kao tijelo na koje gledamo od dolje (slika 15, desno):

Slika 15. Slike kocke iz dva kuta gledanja

Opisani problem se u psihologiji naziva fenomen Neckerove kocke i objašnjava time da mozak sam popunjava praznine kada prima nepotpunu informaciju (Beaver, 2004). Naime, na slici 14. svi bridovi su jednake važnosti pa naš mozak 'odlučuje' koja će ploha biti prednja. Kako bi izbjegli mogućnost dvostruke percepcije trodimenzionalnih slika prikazanih u ravnini, korisno je ono što vidimo iz perspektive gledanja crtati punom linijom, a ono što nije moguće vidjeti, crtati isprekidanom linijom. Tako bi slike kocki, koje su bile prikazane na slici 15., mogli nacrtati kao na slici 16:

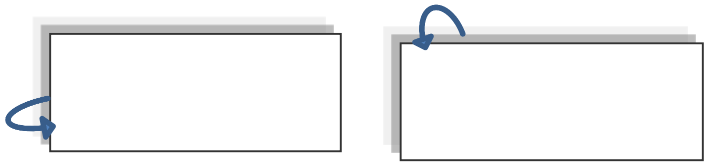


Slika 16. Slike kocke pomoću punih i isprekidanih linija

Upravo prikazivanje trodimenzionalnih slika u ravnini potvrđuje nesavršenost zora te jasno pokazuje koliko je vizualna percepcija važna, ali nije dovoljna za razumijevanje pojma. Kako bi dodatno razvijali vještinu percipiranja tijela na temelju dvodimenzionalnih prikaza, korisno je služiti se vizualnim prikazivanjem geometrijskih likova i tijela iz različitih perspektiva i različitih oblika. Međutim, učenici trebaju razvijati vještinu gledanja i čitanja slika ne samo očima već, što je daleko važnije, i mislima.

U geometriji prostora obrađuju se i rotacijska tijela koja nastaju rotiranjem nekog ravninskog lika oko odabrane osi (pravca) u prostoru za određeni kut. Mnogim učenicima to predstavlja problem jer, kako smo vidjeli, vizualni prikaz nije dovoljan, a misaono to ne vide.

Primjer 7: Uzmimo dva lista papira jednakih dimenzija 40cm x 20cm te od njih oblikujmo šuplji valjak tako da jednom visina bude kraća stranica lista, a drugom da visina bude dulja stranica lista (slika 17). Hoće li dva valjka tih dimenzija zauzimati jednaki prostor ili ne? Argumentirajte svoj odgovor.

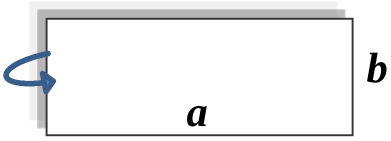


Slika 17. Savijanje papira

Učenici pa i studenti, na postavljena pitanja brzopleto odgovaraju da su njihovi volumeni jednaki jer su nastali od istog lista papira. Nakon jednostavnog računa ipak saznaju da je u prvom slučaju $r_1 = 6.4\ cm,\ v_1 = 20\ cm$ i $V_1 = 2.6\ dm^3$, a u drugom slučaju je $r_2 = 2.3\ cm,\ v_2 = 40\ cm$ i $V_2 = 1.3\ dm^3$ te zaključuju da će valjak zauzimati duplo manje prostora ako mu je visina kraća stranica lista, $V_1 = 2V_2$. No, hoće li omjeri njihovih volumena uvijek biti $V_1 : V_2 = 2:1$?

Ako usporedimo duljinu i širinu papira, uočavamo da su i one u omjeru $2:1$ pa bi mogli zaključiti da je ta činjenica rezultirala isti omjer volumena. Ipak, dopustimo algebarskom znanju da to potvrdi (slika 18). Kako je duljina stranice po kojoj savijamo papir zapravo duljina opsega baze nastalog valjka, a druga stranica visina, imamo:

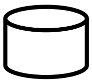
Slučaj 1)



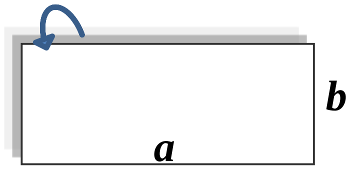
$$2r\pi = a \Rightarrow r_1 = \frac{a}{2\pi}$$

$$v_1 = b$$

$$V_1 = \frac{a^2 b}{4\pi}$$



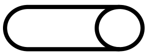
Slučaj 2)



$$2r\pi = b \Rightarrow r_2 = \frac{b}{2\pi}$$

$$v_2 = a$$

$$V_2 = \frac{ab^2}{4\pi}$$

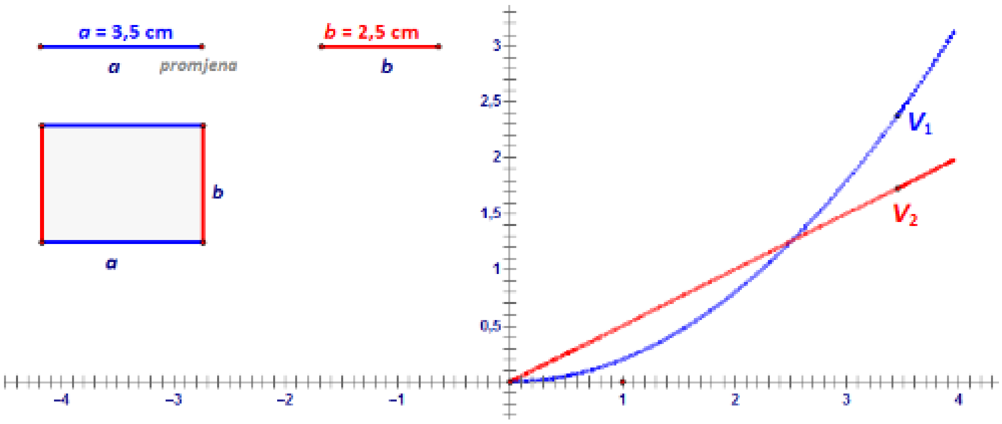


Slika 18. Savijanje papira uz istaknute mjere i račun

Konačno, omjer njihovih volumena jednak je omjeru duljina stranica papira jer vrijedi:

$$V_1 : V_2 = \frac{a^2 b}{4\pi} : \frac{ab^2}{4\pi} = a : b$$

Nadalje, iz omjera se lako zaključuje da će volumeni biti jednaki kada je $a = b$, odnosno, kada je polazni list oblika kvadrata, tj. $2r\pi = v$. No, vide li učenici da je volumen V_2 do tog trenutka veći od volumena V_1, a da nakon toga volumen V_1 postaje veći od volumena V_2 i raste brže od volumena V_1? Mogu li to zaključiti na temelju grafičkog prikaza promatrane situacije (slika 19)? Vide li zašto je to tako?



Slika 19. Grafički prikaz odnosa veličina dvaju volumena

Određivanje maksimalne ili minimalne vrijednosti neke funkcije proučava se u četvrtom razredu srednje škole. No, jesu li učenici razvili vještinu da volumen nekog tijela vide kao funkciju ovisnu o veličinama koje definiraju to tijelo ili da ploštinu nekog tijela vide kao funkciju ovisnu o veličinama koje određuju taj lik?

Primjer 8. Ako bi trebali odrediti valjak maksimalnog volumena kojemu je zbroj duljina radijusa i visine konstanta i iznosi 6, onda bi prema formuli za određivanje volumena i na temelju danog uvjeta imali: $r + v = 6 \quad \Rightarrow v = 6 - r$; $V = B \cdot v$, $V = r^2\pi \cdot (6 - r)$. U posljednjoj formuli, desnu stranu možemo čitati kao (kubnu) funkciju s argumentom r pa možemo pisati: $V(r) = r^2\pi \cdot (6 - r)$. Nadalje znamo da će ta funkcija imati maksimalnu vrijednost, ako postoji stacionarna točka i ako je vrijednost funkcije druge derivacije za tu točku negativna. Odredimo derivacije:

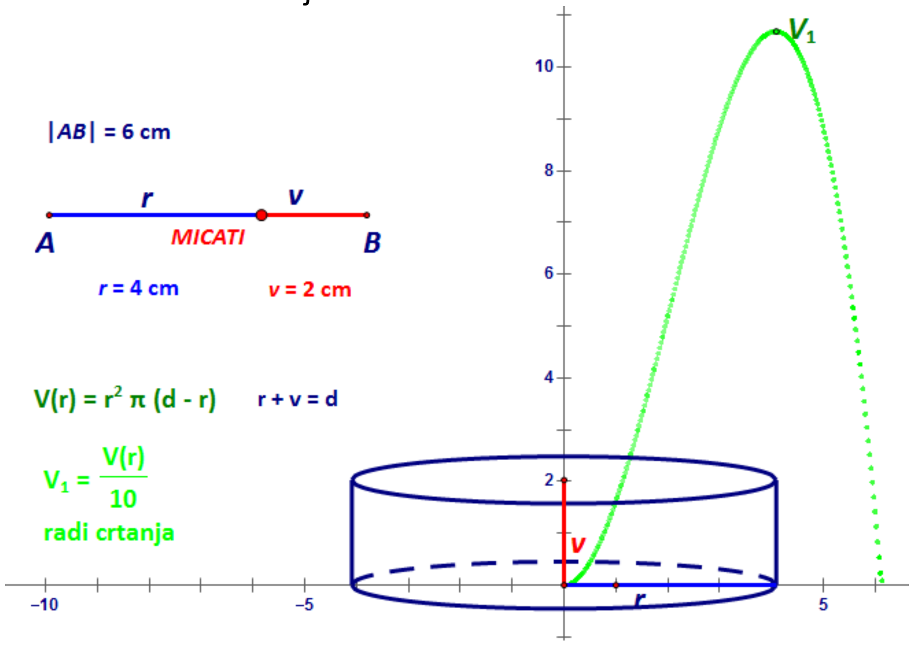
$$V(r) = \pi \cdot (6r^2 - r^3)$$

$$V'(r) = \pi \cdot (12r - 3r^2)$$

$$V''(r) = \pi \cdot (12 - 6r)$$

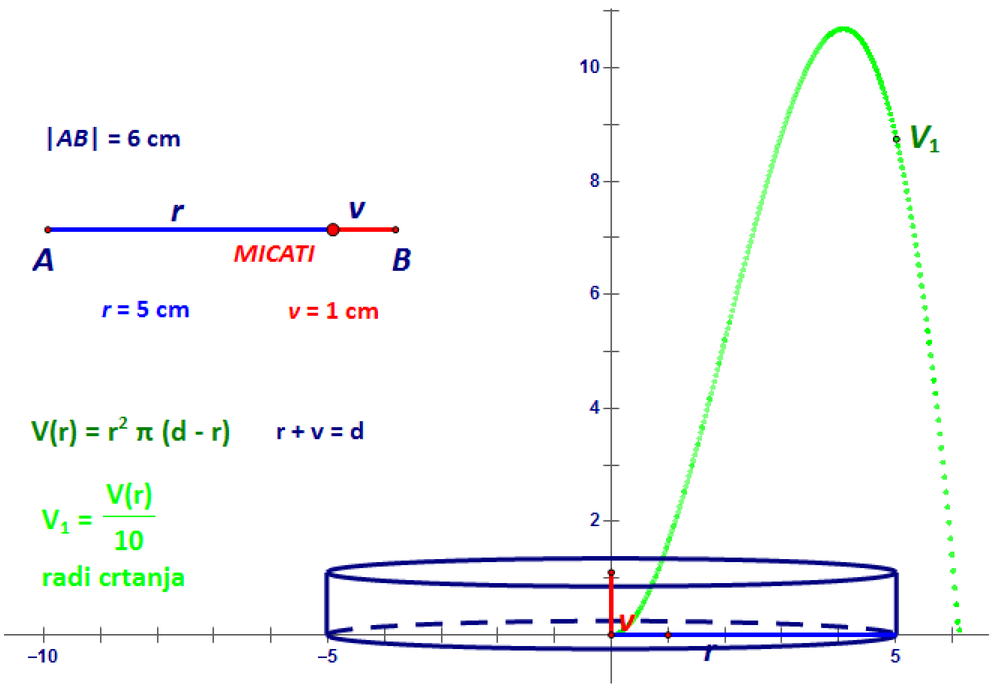
Stacionarne točke su $r_1 = 0,\ r_2 = 4$, a vrijednosti funkcije druge derivacije su $V''(0) = 12\pi > 0,\ V''(4) = -24\pi < 0$ pa zaključujemo da funkcija ima maksimalnu vrijednost za $r = 4$. Pri tome je visina $v = 2$, a volumen iznosi $V = 32\pi \approx 100.48$.

Međutim, što učenici nauče suhoparnim nizanjem određenih procedura? Vide li da se mijenjanjem radijusa r (argumenta funkcije), mijenja volumen (vrijednost funkcije)? te da u određenom trenutku volumen poprima maksimalnu vrijednost? Primjenom programa dinamičke geometrije te animiranjem funkcije volumena pomažemo razvoju vještina učenika da u prethodno opisanim izrazima učenici zaista vide funkciju i njezin maksimum te valjak maksimalnog volumena (slika 20). Tabličnim izračunavanjem određenih vrijednosti vidljive su konkretne promjene vrijednosti volumena kao i odnos među duljinama r i v.



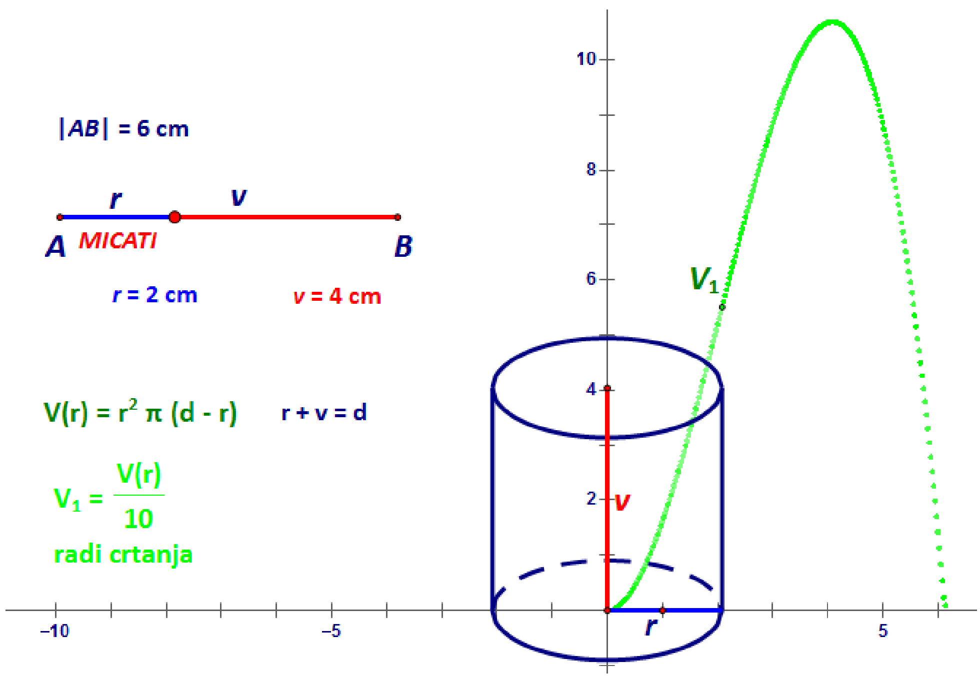
Slika 20. Grafički prikaz maksimalnog volumena valjka i vrijednosti funkcije

Budući je volumen valjka maksimalan kada je $v = 2$, u ostalim slučajevima vrijednost volumena opada. Sa slike 21.a možemo čitati da se za v < 2 vrijednost volumena valjka smanjuje, ali je r > v:



Slika 21.a Grafički prikaz manjeg volumena valjka i vrijednosti funkcije

Na sličan način, sa slike 21.b možemo čitati da se i za v > 2 vrijednost volumena valjka smanjuje, dok se odnos između r i v mijenja: prvo je r > v, pa je r = v i konačno je r < v.

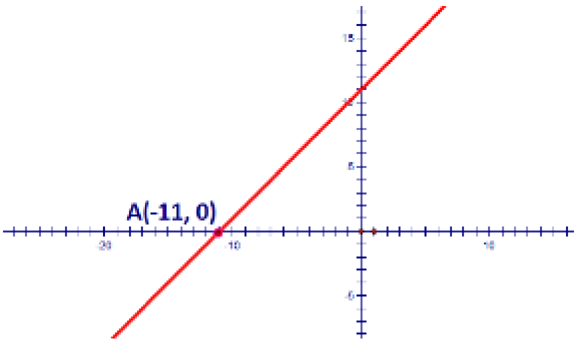


Slika 21.b Grafički prikaz manjeg volumena valjka i vrijednosti funkcije

Nekoliko veza između (ne)jednadžbi i funkcija

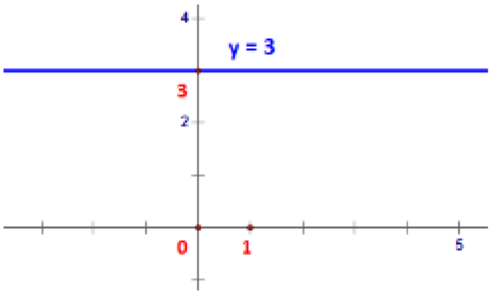
Učenici u završnim razredima osnovne škole i u cijeloj srednjoj školi rješavaju brojne jednadžbe i nejednadžbe te proučavaju razna svojstva elementarnih funkcija: linearne, kvadratne, trigonometrijske, eksponencijalne, logaritamske... Međutim, kada je funkcija zadana formulom ponekad i vide jednadžbu, ali u zapisu jednadžbe vrlo rijetko *vide* funkciju.

Primjer 9: Većina učenika će vrlo vjerojatno bez većih teškoća riješiti sljedeću jednadžbu: $3(x+4)=2(x+1)-1$ i dobiti rješenje $x=-11$. Osim toga, mnogi će naučiti da je broj -11 rješenje te jednadžbe jer uvršten u polaznu jednadžbu ispunjava jednakost. Međutim, ako bi tu jednadžbu zapisali kao $x+11=0$, vide li učenici u tom zapisu linearnu funkciju $f(x)=x+11$ i činjenicu da treba odrediti onu vrijednost argumenta funkcije za koji je vrijednost funkcije 0? Ako bi nacrtali graf te funkcije (slika 22), jasno bi vidjeli da je rješenje polazne jednadžbe upravo apscisa nultočke te funkcije.



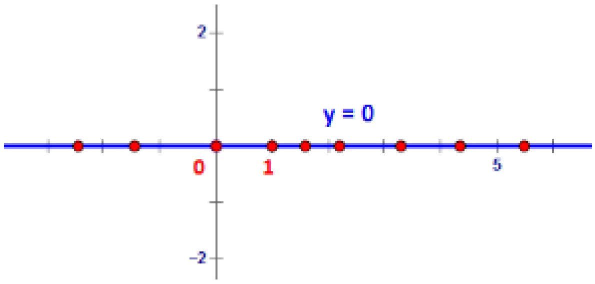
Slika 22. Grafički prikaz rješenja jednadžbe

Osim toga, kažemo da linearna jednadžba oblika $ax=b, a\neq 0$ ima jedinstveno rješenje $x_0=\frac{b}{a}$. No, ako dopustimo da broj *a* bude 0, pri čemu je $b\neq 0$, onda jednadžba nema niti jedno rješenje jer je $0\cdot x\neq b$, odnosno tijekom rješavanja jednadžbe dolazimo do izraza npr. 3 = 0. U tom slučaju, graf funkcije $f(x)=3$ je pravac $y=3$ paralelan s x osi i ta funkcija nema niti jednu nul-točku, odnosno ona ne poprima vrijednost nula ni za koju vrijednost argumenta x (slika 23).



Slika 23. Grafički prikaz jednadžbe koja nema rješenje

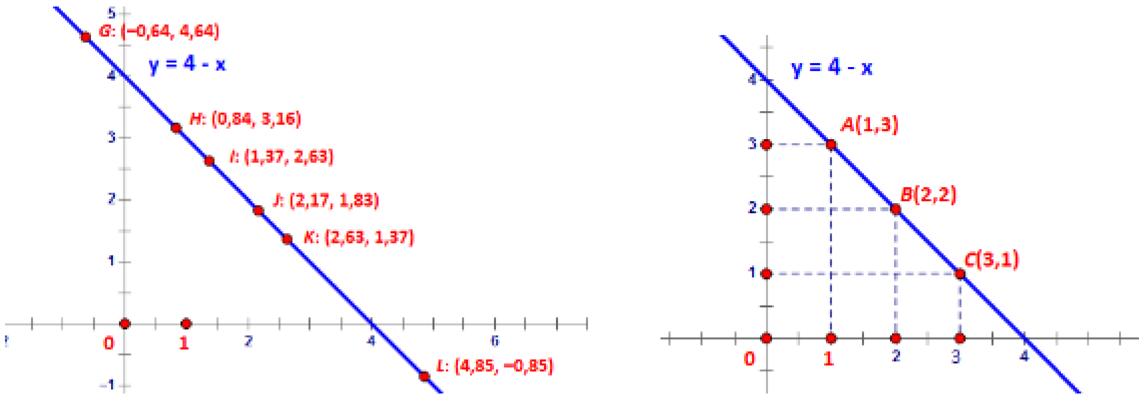
Ako su oba parametra nula, $a=0$ i $b=0$, onda jednadžba ima beskonačno mnogo rješenja jer je $0 \cdot x=0$, a tijekom rješavanja jednadžbe sve se poništi te se dobiva $0=0$ U tom slučaju, graf funkcije $f(x)=0$ je pravac $y=0$ koji je upravo x-os pa je svaka točka tog pravca ujedno i nul-točka pripadne funkcije, odnosno za bilo koju vrijednost argumenta x funkcija poprima vrijednost nula (slika 24).



Slika 24. Grafički prikaz jednadžbe koja ima beskonačno rješenja

Primjer 10: Većina učenika se snalazi i u rješavanju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama u zadanom skupu. Tako će za jednadžbu $x+y+2=6$ nakon svođenja na oblik $y=4-x$ lako zaključiti da u skupu prirodnih brojeva jednadžba ima tri rješenja (1, 3), (2, 2) i (3, 1), u skupu cijelih brojeva ima beskonačno (prebrojivo) mnogo rješenja, zapravo onoliko koliko je i cijelih brojeva, dok je u skupu realnih brojeva beskonačno ali neprebrojivo mnogo rješenja. I u ovom slučaju je korisno jednadžbu $y=4-x$ čitati kao jednadžbu pravca i na taj je način povezati sa grafom linearne funkcije.

Ako rješenje tražimo u skupu R, onda je svaka točka tog pravca rješenje polazne jednadžbe (slika 25, lijevo), dok u skupu N samo tri točke tog pravca ispunjavaju zadanu jednadžbu (slika 25, desno).



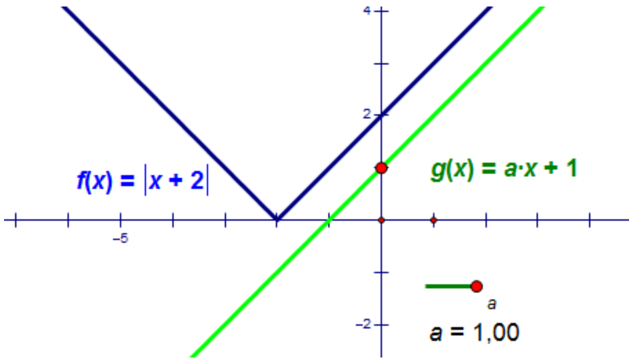
Slika 25. Grafički prikaz rješenja jednadžbe

Jednadžbe s apsolutnim vrijednostima ili jednadžbe s parametrima u kojima se rješenje dobiva ovisno o vrijednostima parametara učenici teže savladavaju. Čitanje odgovarajućih funkcija može pomoći razumijevanju onoga što se rješava proceduralno, čemu doprinosi i animiranje grafova funkcija primjenom programa dinamičke geometrije.

Primjer 11. Ako zadatak *odredite rješenja jednadžbe* $|x+2| = x+1$ preoblikujemo u zadatak: *za koje vrijednosti realnog broja a jednadžba* $|x+2| = ax+1$ *ima jedinstveno rješenje* mnogi učenici dožive neku vrstu blokade i ne znaju od kuda bi krenuli. Jedan mali dio njih će ipak proceduralnim rješavanjem u razmatranju dvaju slučajeva, za $x \geq -2$ te za $x < -2$, u konačnici doći do rješenja. U prvom slučaju broj *a* će biti iz intervala (-∞, 0.5] ∪ (1, +∞), a u drugom slučaju će *a* biti iz intervala (-1, 0.5). Na kraju će izvesti konačan zaključak da se jedinstveno rješenje javlja kada je |*a*| > 1, *a* = -1 i *a* = 0.5.

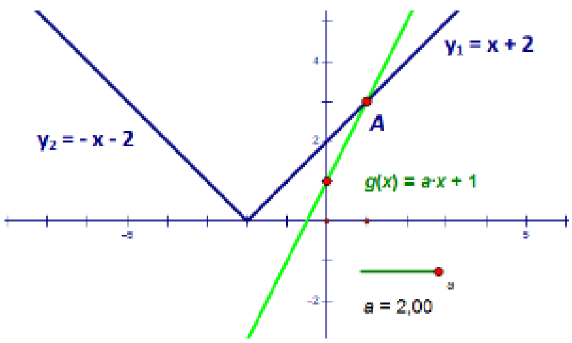
Međutim, prepoznaju li učenici u zapisu jednadžbe $|x+2| = ax+1$ dvije funkcije $f(x) = |x+2|$ i $g(x) = ax+1$. Graf funkcije *f* sastoji se od dijelova dvaju pravaca: $y_1 = x+2, x \geq -2$ i $y_2 = -x-2, x < -2$. Graf funkcije *g* je pravac $y = ax+1$, kojemu je parametar *a* zapravo koeficijent smjera. Jednakost tih dviju funkcija znači da treba odrediti one argumente x za koje će funkcije imati jednake vrijednosti $f(x) = g(x)$, odnosno treba odrediti točke presjeka grafova tih dviju funkcija.

Ako je *a* = 1, pravac y će biti paralelan s pravcem y_1 i ova dva grafa neće imati niti jednu točku presjeka (slika 26). Nadalje, svi pravci $y = ax+1$ će prolaziti točkom (0, 1), ali će se mijenjanjem parametra *a* mijenjati i njihov nagib.



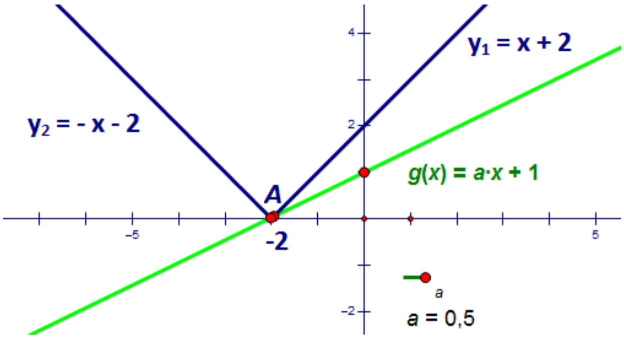
Slika 26. Grafovi nemaju zajedničkih točaka

Ako je *a* pozitivan broj veći od 1, onda se nagib pravca $y = ax+1$ povećava te on siječe pravac $y_1 = x+2, x \geq -2$ u jednoj točki (slika 27). Zaključujemo da će polazna jednadžba imati jedinstveno rješenje za svaki *a* > 1.



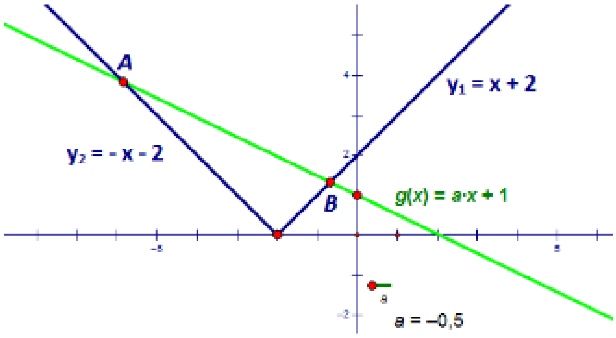
Slika 27. Grafovi imaju jednu zajedničku točku

Ako je *a* pozitivan broj manji od 1, onda se nagib pravca $y = ax + 1$ smanjuje te on siječe pravac $y_1 = x + 2, x \geq -2$ u jednoj točki samo kada prolazi točkom (-2, 0), tj. kada je koeficijent smjera *a* = 0.5 (slika 28). Dakle, polazna jednadžba ima jedinstveno rješenje i za a = 0.5.



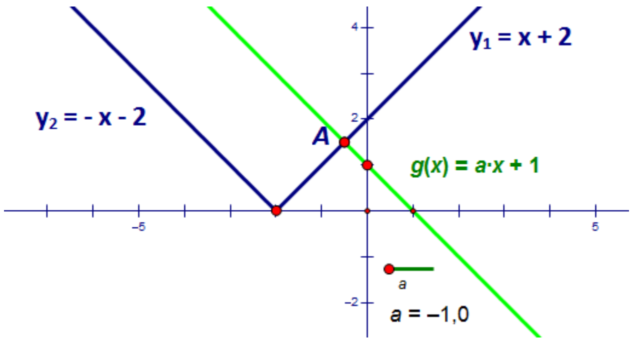
Slika 28. Grafovi imaju jednu zajedničku točku

Nakon toga, koeficijent *a* pada do 0 i postaje negativan broj te pravac $y = ax + 1$ sa pravcem $y = |x + 2|$ ima dvije zajedničke točke (jednu s pravcem $y_1 = x + 2, x \geq -2$, drugu s pravcem $y_2 = -x - 2, x < -2$) sve dok ne postane paralelan sa pravcem $y_2 = -x - 2, x < -2$ (slika 29).



Slika 29. Grafovi imaju dvije zajedničke točke

U trenutku kada pravac $y = ax + 1$ postane paralelan sa pravcem $y_2 = -x - 2, x < -2$, opet imamo jednu zajedničku točku i to za *a* = -1. Dakle, polazna jednadžba ima jedinstveno rješenje i za a = 1 (slika 30).

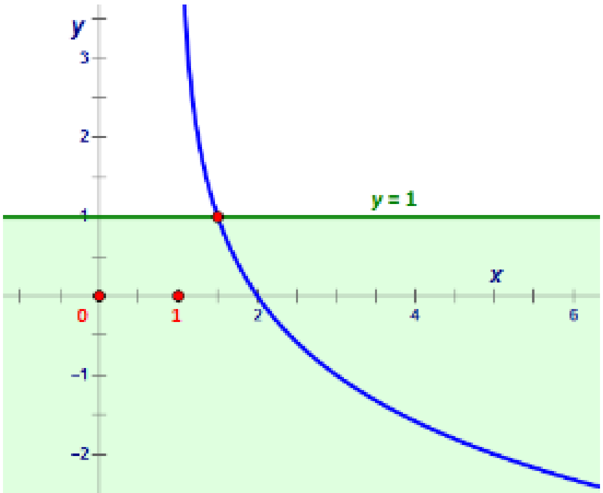


Slika 30. Grafovi imaju jednu zajedničku točku

Daljnjim smanjivanjem koeficijenta *a*, tj. za *a* < -1, pravac $y = ax + 1$ opet siječe pravac $y_1 = x + 2, x \geq -2$ u jednoj točki te zaključujemo da će polazna jednadžba imati jedinstveno rješenje za svaki *a* > 1.

Sve zajedno daje konačno rješenje: funkcije *f* i *g* će imati jednake vrijednosti, odnosno jednadžba će imati jedinstveno rješenje za *a* = -1, *a* = 0.5 i |*a*| > 1.

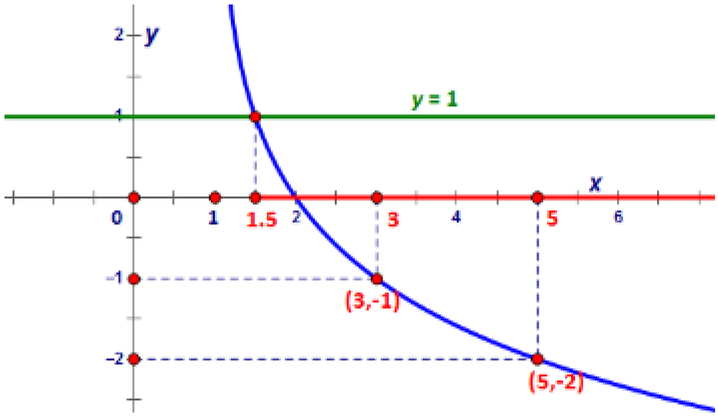
Primjer 12. Učenici često taksativno nauče što znači da su funkcije rastuće ili padajuće i nauče rješavati nejednadžbe, ali rijetko to međusobno povezuju, što je nužno da bi se razumjela provedena procedura. Tako će učenici pri rješavanju logaritamske nejednadžbe $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \leq 1$ reći da je baza logaritma broj manji od jedan pa se znak nejednakosti mijenja i pisati: $x - 1 \geq \left(\frac{1}{2}\right)^1$, $x - 1 \geq \frac{1}{2}$, $x \geq \frac{3}{2}$, što uz uvjet $x - 1 > 0$, odnosno $x > 1$ daje konačno rješenje $x \geq 1.5$. Drugim riječima, nejednadžbu će zadovoljavati svaki x iz intervala $[1.5, +\infty)$. No, vide li učenici da se u nejednadžbi s lijeve strane nalazi padajuća funkcija $f(x) = log_{\frac{1}{2}}(x-1)$ za koju treba odrediti sve vrijednosti argumenta x za koje funkcija poprima vrijednosti manje ili jednake 1, odnosno da treba odrediti one točke grafa koje se nalaze ispod pravca $y = 1$ (slika 31).



Slika 31. Grafički prikaz rješenja nejednadžbe

Nadalje, vrijednost logaritamske funkcije će biti 1 kada je vrijednost argumenta jednaka broju u bazi, u ovom slučaju $log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$, pa zadana nejednadžba prelazi u oblik: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \leq \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$, a budući se radi o padajućoj funkciji, za njezine argumente mora vrijediti: $x - 1 \geq \frac{1}{2}$, tj. $x \geq \frac{3}{2}$. Uz polazni uvjet $x > 1$, može se zaključiti da će za svaki $x \geq 1.5$, funkcija imati vrijednost manju ili jednaku 1. Vrijednost 1 je upravo za *f*(1.5).

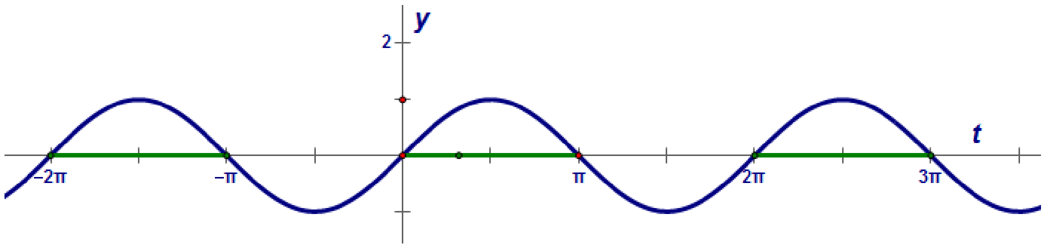
Sa slike 32. se sada jasno može vidjeti da za padajuću funkciju vrijedi $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$, na primjer: $3 < 5 \Rightarrow f(3) = -1 > -2 = f(5)$, zbog čega se za relaciju između argumenata pri rješavanju jednadžbe uzima suprotna nejednakosti od one koja stoji među vrijednostima padajuće funkcije.



Slika 32. Grafički prikaz padajuće funkcije i njezinih vrijednosti

Povezivanje proceduralnog rješavanja (ne)jednadžbi sa pripadnim funkcijama i njihovim grafovima jako je važno pri određivanju domena složenih funkcija, ali i pri rješavanju složenih (ne)jednadžbi. Iako se u nastavi matematike srednje škole obrađuje pojam kompozicije funkcija, najčešće to učenici savladaju na proceduralnoj razini te ne vide da se do rješenja složenih (ne)jednadžbi može doći dekomponiranjem složene funkcije na osnovne funkcije.

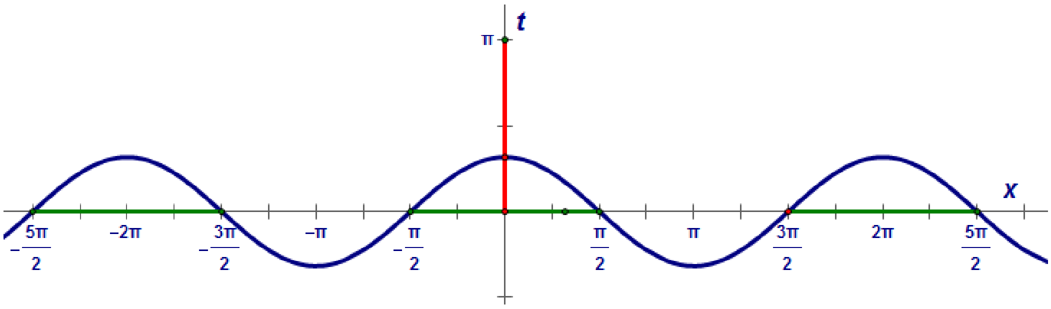
Primjer 13. Riješimo nejednadžbu $\sin(\cos x) > 0$ dekomponiranjem složene funkcije na osnovne funkcije sinus i kosinus. Kako se traži da vrijednosti funkcije sinus trebaju biti pozitivne, prvo nacrtamo graf $f(t) = \sin t$ (slika 33). Zatim sa grafa funkcije sinus očitavamo intervale sa x-osi nad kojima je vrijednost funkcije sinus pozitivna, tj. određujemo argumente *t* za koje je $\sin t > 0$.



Slika 33. Grafički prikaz funkcije sinus

Sa slike 33. se vidi da je $\sin t > 0$ za svaki t iz intervala $\ldots(-2\pi,-\pi),(0,\pi),(2\pi,3\pi),\ldots$ što simbolički možemo zapisati: $\forall t \in \bigcup_{k \in Z} \langle 2k\pi, \pi + 2k\pi \rangle$. Nadalje, *t* koji smo odredili je vrijednost funkcije kosinus, tj. $\cos x = t$. Kako je vrijednost funkcije kosinus između -1 i

1, od svih intervala $\langle 2k\pi, \pi + 2k\pi \rangle, k \in Z$ kojima pripada vrijednost *t*, u obzir dolazi samo interval $\langle 0, \pi \rangle$ (slika 34).



Slika 34. Grafički prikaz funkcije kosinus

Dalje, sa grafa očitavamo intervale na x-osi nad kojima će funkcija kosinus poprimiti vrijednosti iz intervala $\langle 0, \pi \rangle$. To je interval $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ i svaki interval koji je od njega pomaknut za period 2π, ulijevo ili udesno (slika 34). Za konačno rješenje se dobiva:

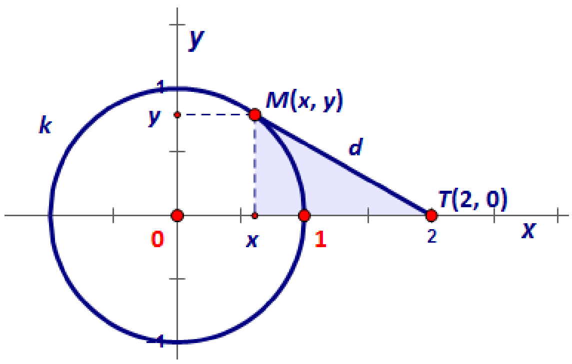
$$\forall x \in \bigcup_{k \in Z} \left\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\rangle$$

odnosno $$\forall x \in \bigcup_{k \in Z} \left\langle \frac{(4k-1)\pi}{2}, \frac{(4k+1)\pi}{2} \right\rangle$$

Nakon što su učenici dobro uvježbali čitanje simboličkih zapisa, grafova funkcija, vizualnih prikaza geometrijskih likova i tijela, možemo im dati riješeni primjer da provjerimo koliko su pročitano zaista i razumjeli. U prikazanom rješenju je učinjena jedna greška. Otkrijte koja.

Primjer 14. Koja je točka kružnice $x^2 + y^2 = 1$ najbliža točki $T(2,0)$?

Rješenje: Na kružnici ne postoji točka koja je najbliža točki T. Objašnjenje: Neka je $M(x,y)$ proizvoljna točka kružnice k. Udaljenost između točaka M i T označimo sa d (slika 35).

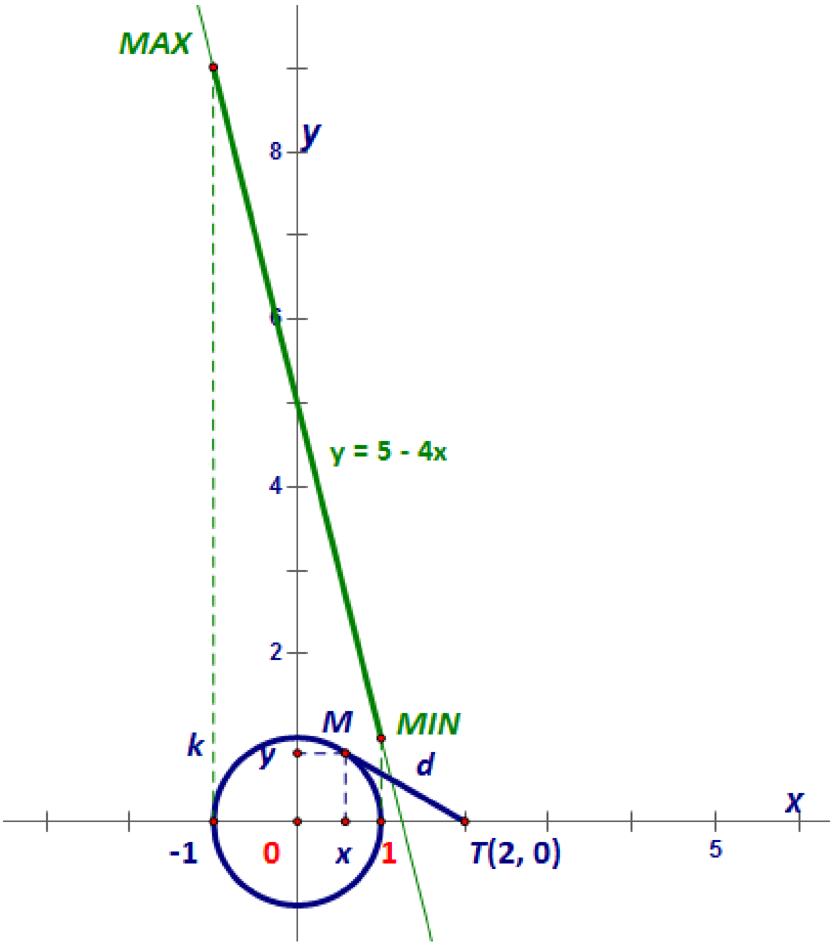


Slika 35. Udaljenost točke T od kružnice k

Prema Pitagorinu poučku, kvadrat te udaljenosti je:

$$d^2=(2-x)^2+y^2,\quad d^2=(2-x)^2+(1-x^2)$$
$$d^2=5-4x$$

Udaljenost d koju tražimo biti će minimalna kada je d^2 minimalan. Iz dobivenog izraza za d^2 čitamo da se radi o linearnoj funkciji, a kako linearna funkcija nema ni minimalnu ni maksimalnu vrijednost, zaključujemo da ne postoji minimalna vrijednost d, tj. na kružnici ne postoji točka M koja je od točke T minimalno udaljena.
U procesu rješavanje je ipak učinjena greška. Činjenica jest da linearna funkcija nema ekstrema, ali ovu linearnu funkciju gledamo za $-1\le x\le 1$ te nad tim segmentom ova funkcija ima minimalnu vrijednost $d^2=1$, odnosno $d=1$ za $x=1$ i maksimalnu vrijednost $d^2=9$, odnosno $d=3$ za $x=-1$ (slika 36).



Slika 36. Pravac nad segmentom [-1, 1]

I za kraj…

Kažu da je dobro kada svaka priča ima svoj rasplet. Ako se vratimo na priču o caru i igri šaha s početka, da je Car bio spretan ipak se mogao izvući da je tražio od Seta da sam sebi odbroji zrna koja zaslužuje. Jer, kada bi u svakoj sekundi odbrojio jedno zrno tada bi mu za 86 400 zrna trebao jedan cijeli dan i noć. U 80 godina bi na takav način odbrojio 6 912 000 zrna što stane na manje od pola šahovske ploče. To znači da za života ne bi mogao sve odbrojiti.

Jeste li kad pitali svoje učenike koliko je to 2^{64} zrna pšenice? Kojih dimenzija bi trebao biti silos da bi u njega mogli staviti svu tu pšenicu? Imaju li vaši učenici osjećaj za količinu koja se predstavlja brojem 1 milijun. Mnogi moji studenti nemaju.

Primjer 15: Naime, na početku semestra, na predmetu matematika 1, studentima je postavljen sljedeći izazov: *Ako netko želi odmah ocjenu dovaljan u indeks neka na ovom satu pred svima broji do milijun.* Iako začuđeni ponudom, i smatrajući da postoji neka *caka*, ipak se našla grupica zainteresiranih. No, ubrzo su shvatili da to ipak nije moguće jer u jednom školskom satu ima 45 minuta, odnosno 2 700 sekundi. Ako bi u prosjeku u svakoj sekundi izgovorili 5 brojeva to bi ukupno bilo 13 500 brojeva. Za milijun brojeva trebalo bi oko 74 školska sata, a kako su tjedno 4 sata, za milijun brojeva trebalo bi oko 18 tjedana što su 3 tjedna više od jednog semestra. Na kraju rasprave, sami su zaključili da je ipak bolje učiti tijekom semestra i zasluženo dobiti ocjenu barem dovoljan nego više od cijelog semestra (ako bi im i bilo dozvoljeno) brojiti do milijun.

Zaključak

Jedan od glavnih ciljeva nastave matematike je da učenici budu matematički pismeni: da se korektno služe matematičkim jezikom u govoru i zapisu te da se u interpretiranju i povezivanju matematičkih pojmova i veza pravilno služe zornim prikazom.

Učenici koji nisu razvili vještinu čitanja, zapisivanja i uspostavljanja veza među matematičkim pojmovima koristeći različite interpretacije, matematičke sadržaje ne uče s razumijevanjem već pribjegavaju učenju napamet. U tom slučaju imaju problema ne samo pri rješavanju problemskih zadataka već i u razumijevanju i provođenju samih procedura.

Da bi nastava matematike ostvarila svoj cilj, nastavnici matematike bi trebali što bolje poznavati svoje učenike i situacije koje treba premostiti te primjenom različitih strategija poučavanja, primjenom različitih interpretacija i prikaza omogućiti učenicima da uspostavljaju kvalitetnije i brojnije veze među pojmovima i na taj način uče s razumijevanjem.

Učenjem matematike neće svi učenici postati vrsni matematičari, ali bi svi nakon 12 godina matematičkog obrazovanja trebali biti barem matematički pismeni. No, jesu li?

Literatura

1. Freudenthal, H. (2002): Didactical phenomenology of mathematical structures, Kluwer Academic Publisher, New York.
2. Jozić, N. (2011): Računalo u nastavi matematike: zašto, kada i kako?, U zborniku radova Drugi simpozijum *Matematika i primene* (2), uredio Protić, Ljubomir, 17. – 27. Beograd: Razvojno-istraživački centar grafičkog inženjerstv
3. Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams, J. M. (2012.): Elementary and Middle School Mathematics, Teaching Developmentally, Eighth edition, Pearson,
4. Beaver, D. (2004): Neurolingvističko programiranje za opušteno učenje: kako učiti brže i učinkovitije, Veble Commerce

GEOMETRIJSKI POJEM KOT V DOMAČI IN TUJI LITERATURI

Geometry concept of angle in Slovenian and foreign Literature

mag. Mojca Suban, mag. Mateja Sirnik

mojca.suban@zrss.si, mateja.sirnik@zrss.si

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Povzetek

V okviru osnovnošolskega izobraževanja je po učnem načrtu za matematiko na predmetni stopnji predvidenih približno tretjina ur temi Geometrija in merjenje. Precejšen delež teh ur je namenjen poznavanju in razumevanju geometrijskih pojmov ter iskanju in ugotavljanju lastnosti in povezav med njimi. Odgovornost učiteljev je razumljivo, enostavno ter razvojni stopnji učencev ustrezno vpeljevati matematične pojme z različnimi reprezentacijami. V prispevku predstavljamo, kako je v različni domači in tuji literaturi definiran in označen geometrijski pojem *kot*. Pregledali bomo učbenike v slovenskem jeziku – od prvih do današnjih – in druga gradiva, kot so različni programi dinamične geometrije, ki se danes uporabljajo pri poučevanju in učenju geometrijskih vsebin.

Ključne besede: geometrijski pojmi, kot

Abstract

In the Mathematics Syllabus at the primary level of education about a third of lesson time is intended to focus on Measurement and Geometry. A significant amount of lesson time is devoted to developing knowledge and understanding of geometric concepts as well as the ability to make mathematical and real-life connections. Teachers are expected to introduce clear and easy to understand mathematical concepts, appropriate for the level of pupils' development, and provide a variety of learning experiences. The paper presents definitions of the geometry concept of 'angle' by different authors. We will look at samples of Slovenian textbooks and other materials, such as various programs of dynamic geometry, that have been used so far in the teaching and learning of Geometry.

Keywords: geometric concepts, angle

Uvod

Učni načrt za matematiko v osnovni šoli je razdeljen na tri tematska področja: geometrija in merjenje, aritmetika in algebra ter druge vsebine. Pri geometriji precejšen delež ur namenimo poznavanju in razumevanju geometrijskih pojmov ter iskanju in ugotavljanju lastnosti in povezav med njimi. V prispevku bomo pogledali, kako je skozi cilje načrtovano poučevanje geometrijskega pojma *kot* skozi učni načrt in didaktična priporočila v njem, kako je pojem *ko*t definiran v posameznih domačih in tujih učbenikih ter kako se riše *kot* v različnih programih dinamične geometrije.

Geometrijski pojem *kot* v učnem načrtu za matematiko

S sestavljanjem učnega načrta je povezano vprašanje, kdaj je najprimernejša starost za vpeljevanje določenih pojmov. Z najpomembnejšimi (Marentič Požarnik, 200: 57) se mora učenec na različnih razvojnih stopnjah srečati večkrat, pojmi pa postajajo vse bogatejši, ustreznejši (z vidika znanstvenih razlag) in abstraktnejši. Pojmi se razvijajo postopno in skozi daljše obdobje. To dejstvo podpira spiralna razporeditev učne snovi in ciklično nadgrajevanje pomembnih pojmov v učnem načrtu.

Poglejmo, kaj je zapisano o geometrijskem pojmu *kot* v učnem načrtu za matematiko: V učnem načrtu za matematiko se geometrijski pojem *kot* prvič omeni v 5. razredu, kjer sta zapisana cilja:

- opazujejo in primerjajo kote v večkotniku;
- opazujejo in primerjajo kote, ki nastanejo pri sekanju premic;

ki se v 6. razredu nadgradita s cilji:

- usvojijo pojem kot;
- usvojijo pojme in simboliko: vrh *kota V*, kraka *k*, *h* ..., meja, notranjost *kota*, zunanjost *kota*, oznaka kota ($< AVC, \alpha, \beta, \gamma$);
- razlikujejo vrste kotov: udrti/izbočeni, polni kot, kot nič, iztegnjeni kot, ostri kot, topi kot, pravi kot;
- narišejo kote in opišejo velikost posameznih vrst kotov;
- *grafično (koti le v stopinjah) in računsko določijo vsoto in razliko kotov.*

V didaktičnih priporočilih učnega načrta v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju je zapisano:
Učenci naj pojem kot spoznajo najprej v likih, nato skozi pojem lomljene črte (npr. položaj kolena pri športni vaji ali položaj vrvi pri plezanju po steni). Pri obravnavi kotov ocenimo velikosti kotov pred merjenjem. Vsoto in razliko kotov lahko učenci rišejo s šestilom, s kotomerom ali ju določijo s polaganjem modelov kotov.

V tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju se pojem *kot* povezuje s preostalimi geometrijskimi pojmi, kot so simetrala kota, trikotnik, štirikotnik, večkotnik, vsota velikosti notranjih-zunanjih kotov … Navedimo nekaj ciljev iz učnega načrta, kjer se pojem *kot* nadgrajuje:
7. razred:

- uporabljajo različne strategije načrtovanja kotov s šestilom in ravnilom;
- prepoznajo kota s paroma vzporednih krakov (izmenični koti) in ugotovijo odnos med njunima velikostma;
- danemu kotu poiščejo sovršni kot, sokot;
- oblikujejo vzorce z vrteži;
- opišejo trikotnik, razvrščajo trikotnike glede na kote in stranice;
- razlikujejo pojma notranji in zunanji kot trikotnika;
- poznajo in uporabljajo vsoto notranjih in zunanjih kotov trikotnika pri računskih in načrtovalnih nalogah;
- poznajo odnose med notranjimi koti trikotnika in stranicami trikotnika ter to uporabljajo pri načrtovalnih nalogah;

- poznajo in uporabljajo potrebne in zadostne podatke za skladnost trikotnikov pri načrtovalnih nalogah;
- poznajo in uporabljajo vsoto velikosti notranjih kotov štirikotnikov;
- poznajo lastnosti štirikotnika in ga načrtajo glede na dane podatke;

8. razred:

- opišejo in označijo večkotnik (stranice, kote …);
- poznajo vsoto velikosti notranjih in zunanjih kotov večkotnika;
- izračunajo dolžino krožnega loka in ploščino krožnega izseka;

9. razred:

- prepoznajo podobne trikotnike in s tem povezane pojme: istoležne stranice, istoležni koti.

Rečemo lahko, da je znotraj učnega načrta za matematiko poskrbljeno za spiralno nadgrajevanje geometrijskega pojma *kot*. Iz ciljev vidimo, da je pojem kot najpogosteje povezan s pojmom notranji kot lika.

Van Hielejeva teorija razvoja geometrijskih pojmov

Na področju poučevanja geometrije zgoraj omenjeno spiralno nadgrajevanje ciljev podpira Van Hielejeva teorija (9), ki opisuje, kako se učenci učijo geometrijo. Po Van Hielejevi teoriji (9) o geometrijskem razmišljanju je izhodiščna stopnja razmišljanja pri učencih ***opazovanje**.* Na tej stopnji razmišljanja učenci pojme prepoznajo na podlagi izkušenj. Učenci na tej stopnji identificirajo obliko, vendar pa ne prepoznajo specifičnih lastnosti samih geometrijskih objektov. Prepoznajo kote kot obrate in zasuke s konkretnimi pripomočki: strmina ceste, strmina stopnic, striženje škarij, dvigovanje kesona pri tovornjaku, odpiranje vrat …
Naslednja stopnja razmišljanja je ***opisovanje**.* Za opisovanje oblik in lastnosti je pomembno izražanje. Učenci lik prepoznajo in opišejo njegove značilnosti, vendar še niso sposobni povezovati lastnosti med seboj. Na tej stopnji velikost kota pogosto povezujejo z dolžino krakov.
Na stopnji ***povezovanja*** (neformalni nivo dedukcije) učenci razumejo, da so lastnosti tudi povezane med seboj. Zmožni so opisati pojme ter razumeti ekvivalentne lastnosti in razumejo pomen potrebnih in zadostnih pogojev pri definiciji pojmov. Niso še dosegli nivoja formalnega geometrijskega dokazovanja, medtem ko z ustreznimi reprezentacijami lahko pridejo npr. do vsote notranjih kotov.
Pri definiciji geometrijskih pojmov gre običajno za besedni opis, ki ga dopolnjuje slikovna upodobitev skupaj z označevanjem samega objekta. Za samo označevanje pojmov lahko rečemo, da spada v dogovorni del definicije.

Naslednji sta stopnji ***abstrahiranja*** in ***dokazovanja***, ki večinoma v osnovni šoli nista dosegljivi. Npr. učenci znajo posplošiti, kolikšna je vsota velikosti notranjih kotov v poljubnem večkotniku, in deduktivno dokazati, zakaj je vsota velikosti kotov v trikotniku 180°.

Geometrijski pojem *kot* v učbenikih

Dr. Franca Močnika štejemo med naše uspešne pisce matematičnih učbenikov.
Poglejmo njegovo definicijo kota (slika 1) v učbeniku Geometrija za nižje gimnazije, Prvi del na str. 13–15.

II. O kotih.

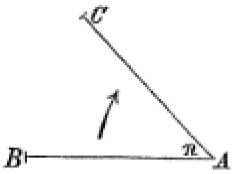
1. Kakó koti postajajo in kakó jih zaznamenujemo.

§ **26.** Ako potegnemo od točke *A* (slika 11.) dva traka *AB* in *AC*, različita se le-ta gledé meri drug od druzega. Veličino razlike med merima teh dveh trakov, stikajočih se v skupni točki, imenujemo kot *(Winkel).* Znamenje za kot je $\sphericalangle$.

Misliti si moremo, da je kot na ta način postal, da se je vrtel trak *AB* v ravnini okoli svojega mejišča *A*, dokler ni prišel v drugo ležo *AC;* veličina tega vrteža določuje kot.

S šestilom lahko pokažemo, da koti res takó postajajo.

Slika 11.



Traka *AB* in *AC*, katera tvorita kot, imenujemo njega kraka *(Schenkel),* točko *A* pa, v kateri se stikata, njega vrh *(Scheitel).*

Kot zaznamenujemo ali s črko pri vrhu, ali z majhno črko, katero zapišemo blizo vrha med kraka, ali s tremi črkami, izmed katerih izgovarjamo in pišemo najprej črko pri jednem kraku, potem črko pri vrhu in na zadnje črko pri druzem kraku. Kot v sliki 11. imenujemo ali kot *A*, ali kot *n*, ali kot *BAC* ali *CAB*.

Slika 1: Definicija kota v učbeniku Geometrija za nižje gimnazije, Prvi del

Kot dr. Močnik definira kot del ravnine med dvema poltrakoma s skupnim izhodiščem, ki jo opiše eden od poltrakov, ko ga vrtimo proti drugemu poltraku. Kot označuje na tri različne načine:

- s točko v vrhu kota *A* (poimenovanje: kot *A*),
- z malo tiskano črko ob vrhu v notranjosti kota (poimenovanje: kot *n*),
- s tremi točkami, kjer je najprej točka na enem od krakov, potem vrh kota in nato še točka na preostalem kraku (poimenovanje: kot *ABC* ali kot *CBA*).

Enaka definicija je zapisana tudi v njegovem učbeniku Metodika matematike za slovenske ljudske šole. Vidimo, da vrstni red točk na krakih pri označevanju kotov ni pomemben. V nadaljevanju govori o velikosti kotov (slika 2), kjer zapiše:

2. O velikosti kotov.

§ **27.** Velikosti kotove ne določuje dolžina krakov, nego le velikost vrteža, katerega je treba, da pride jeden krak v ležo druzega. Dva kota sta jednaka, ako je treba isto tolikega vrteža, da postane vsak izmed njiju.

Slika 2: O velikosti kotov v učbeniku Geometrija za nižje gimnazije, Prvi del

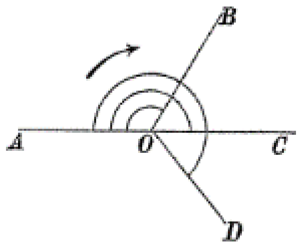
Kadar govori o *kotu*, ki je večji od 180°, to rešuje tako, da kot označi z lokom, kot je vidno na sliki 3.

Kot, ki je manjši od iztegnenega, imenujemo otel kot *(hohler Winkel)*; kot pa, ki je večji od iztegnenega, izbočen kot *(erhabener Winkel)*.

V sliki 14. je AOC iztegnen, AOB otel in AOD izbočen kot.

Da postane iztegnen kot, treba je natanko polovice vrteža, za otel kot menj, in za izbočen kot več nego pol vrteža premičnega traka.

Slika 14.



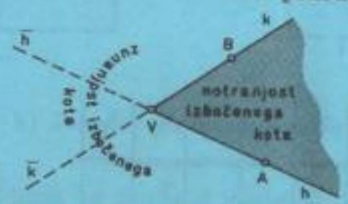
Pri vsakem otlem kotu je na drugi strani krakov tudi izbočen kot; sicer pa razumevamo zmerom otel kot, kadar govorimo o kotu dveh trakov, če izrekoma nasprotnega ne omenjamo.

Slika 3: O velikosti kotov v učbeniku Geometrija za nižje gimnazije, Prvi del

Pri učbenikih, ki so bili v uporabi za pouk matematike po drugi svetovni vojni, omenimo Matematiko za 5. razred osnovne šole, ki jo je uredil Franc Savnik. V drugem zvezku je izbočeni kot definiran kot presek polravnin, ki pripadata isti ravnini in nimata vzporednih robov kot na sliki 4.

Dogovor:

Presek polravnin, ki pripadata isti ravnini in nimata vzporednih robov, imenujemo izbočeni kot. Poltraka h in k imenujemo kraka, njuno skupno izhodišče V pa vrh kota.



Izbočeni kot, ki ima vrh V in ima na svojih krakih točki A in B, označimo takole: ∢AVB, ali takole: ∢V, in preberemo: "Izbočeni kot AVB", oziroma: "Kot z vrhom V".

Slika 4: Vpeljava pojma izbočeni kot in njegova oznaka

Za uporabo vdrtega kota je vpeljana oznaka, kot prikazuje slika 5.

Dogovor:

Zunanjost izbočenega kota sestavlja skupaj z njegovo mejo vdrti kot.

Označimo ga takole:

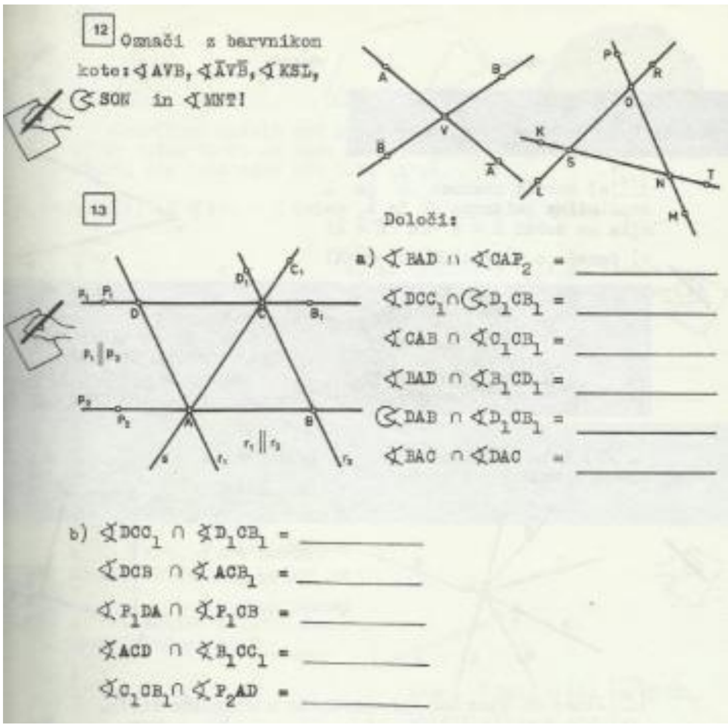
∢ AVB

in preberemo:

"Vdrti kot AVB"

Slika 5: Vpeljava pojma vdrti kot in njegova oznaka

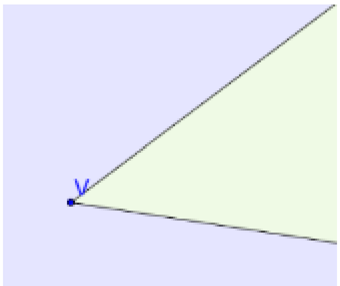
Oglejmo si še nekaj nalog iz tega učbenika (slika 6), kjer sta uporabljena vpeljana simbola za izbočeni in vdrti kot.



Slika 6: Naloge o izbočenih in vdrtih kotih

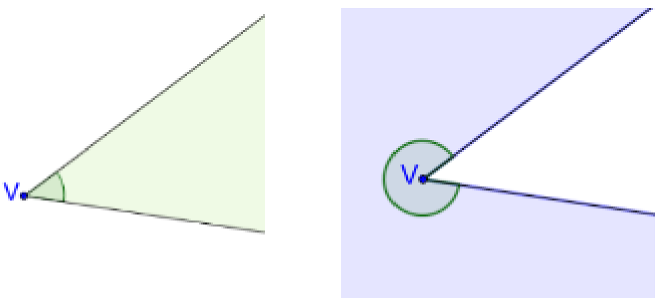
Oglejmo si definicijo *kota* v učbeniku dr. Petra Legiše Matematika 1, Geometrija v ravnini, kjer avtor zapiše (Legiša, 2000: 18–19):

Dva poltraka s skupnim izhodiščem nam ravnino razrežeta na dva kota, kot vidimo na sliki 7:



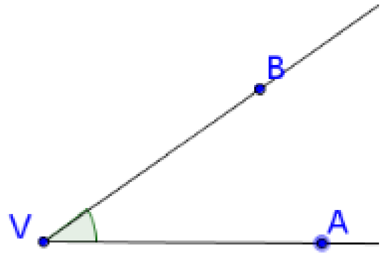
Slika 7: Dva poltraka z izhodiščem v *V* razrežeta ravnino na dva kota

Vsak od obeh kotov ima dana poltraka za kraka, skupno izhodišče obeh poltrakov pa je vrh obeh kotov. Kraka in vrh pripadata kotu. Navadno nas zanima le eden od obeh kotov. Označimo ga tako, da v njem narišemo krožni lok (slika 8).



Slika 8: Z lokom označen kot

Kot lahko podamo tako, da podamo točko na enem kraku, vrh in točko na drugem kraku kot na sliki 9. (Pri tem zmeraj mislimo na konveksni kot, določen s temi podatki.)



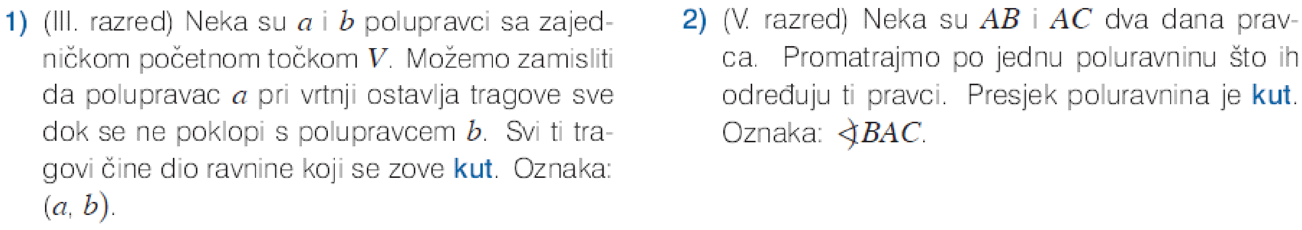
Slika 9: Kot *AVB* $(\sphericalangle AVB)$

Poglejmo definicijo *kota* v knjigi dr. Dušana Pagona Osnove Evklidske geometrije, kjer avtor zapiše (Pagon, 1995: 42–43):

Tujima množicama, dobljenima s pomočjo relacije »leži na isti strani premice p«, pravimo polravnini glede na premico p (bregovoma premice p). Omogočata nam, da definiramo pojem kota.
Za poljubna dva nekolinearna poltraka k, l s skupnim krajiščem E rečemo, da podajata kot, ki ga označujemo s $\angle kl$ *(oziroma* $\angle lk$*) ali* $\angle AEB$*, kje je A poljubna točka enega od danih poltrakov, B pa točka drugega poltraka. Točko E imenujemo vrh kota* $\angle AEB$*, poltrakoma k=EA>, l=EB> pa rečemo kraka danega kota. Točkam ravnine, ki ležijo na isti strani premice <EA> kot točka B in na isti strani premice <EB> kot točka A, pravimo notranje točke kota* $\angle AEB$*, vsem drugim točkam* $(C \notin \sphericalangle kl \cup k \cup l \cup \{E\})$ *pa zunanje točke danega kota. Množico vseh notranjih (zunanjih) točk nekega kota kratko imenujemo notranjost (zunanjost) kota.*

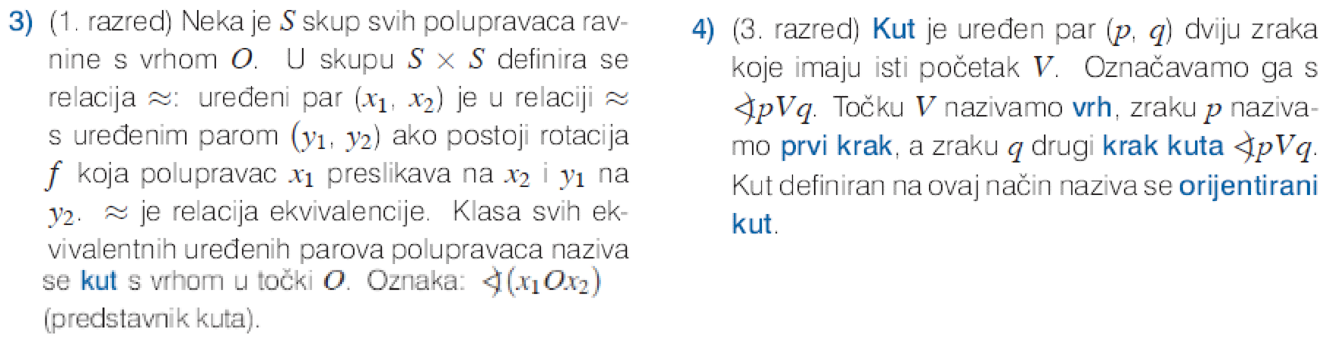
Iz te definicije sledi, da je kot presek dveh polravnin, ta operacija pa je simetrična, zato je posledično kot $\angle AEB$ skladen (sovpada) s kotom $\angle BEA$.

Podobno piše tudi dr. Zdravko Kurnik v članku Terminološki problemi u nastavi matematike v reviji Matematika v školi, kjer zapiše, da je to eden od najpomembnejših geometrijskih pojmov ter da je pri uvajanju tega pojma treba odgovoriti na tri vprašanja: Kaj je kot? Kako merimo kote? Kako seštevamo kote? V prispevku naredi kratek pregled razvoja definicije pojma *kot* v hrvaških učbenikih. Iz štirih različnih učbenikov povzema (slika 10):



1) (III. razred) Neka su a i b polupravci sa zajedničkom početnom točkom V. Možemo zamisliti da polupravac a pri vrtnji ostavlja tragove sve dok se ne poklopi s polupravcem b. Svi ti tragovi čine dio ravnine koji se zove **kut**. Oznaka: (a, b).

2) (V. razred) Neka su AB i AC dva dana pravca. Promatrajmo po jednu poluravninu što ih određuju ti pravci. Presjek poluravnina je **kut**. Oznaka: $\sphericalangle BAC$.



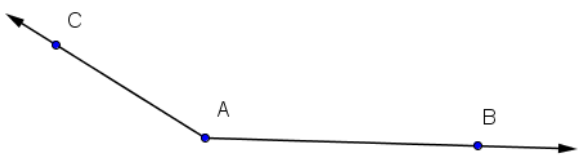
3) (1. razred) Neka je S skup svih polupravaca ravnine s vrhom O. U skupu $S \times S$ definira se relacija $\approx$: uređeni par (x_1, x_2) je u relaciji $\approx$ s uređenim parom (y_1, y_2) ako postoji rotacija f koja polupravac x_1 preslikava na x_2 i y_1 na y_2. $\approx$ je relacija ekvivalencije. Klasa svih ekvivalentnih uređenih parova polupravaca naziva se **kut** s vrhom u točki O. Oznaka: $\sphericalangle(x_1 O x_2)$ (predstavnik kuta).

4) (3. razred) **Kut** je uređen par (p, q) dviju zraka koje imaju isti početak V. Označavamo ga s $\sphericalangle pVq$. Točku V nazivamo **vrh**, zraku p nazivamo **prvi krak**, a zraku q drugi **krak kuta** $\sphericalangle pVq$. Kut definiran na ovaj način naziva se **orijentirani kut**.

Slika 10: Definicije kota po vertikali v hrvaških učbenikih

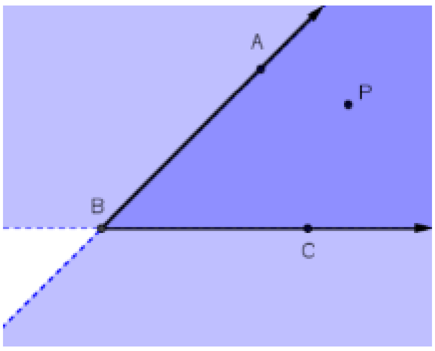
Vidimo, da je usmerjeni kot definiran, ko je to šele potrebno, kadar računamo z njim pri trigonometričnih funkcijah.

Med starejšimi viri navedimo Elementary College Geometry Davida A. Ledbettera iz leta 1967. V uvodu preberemo, da je knjiga namenjena študentom kot uvod v elementarno geometrijo. Na strani 50 je *kot* definiran kot množica točk, ki so unija dveh nekolinearnih poltrakov s skupnim izhodiščem. Označen je s <CAB ali <BAC, kjer je vrh kota točka A. Ugotavljamo, da je vrstni red točk na krakih nepomemben (slika 11).



Slika 11: Kot <CAB ali <BAC

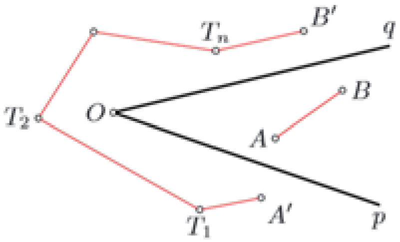
V nadaljevanju je definirana **notranjost kota** kot množica točk P, ki ležijo na isti strani premice AB, kot točka C, in na isti strani premice BC, kot točka A. Označena je kot <ABC (slika 12).



Slika 12: Notranjost kota <ABC

V tem primeru je kot definiran kot unija poltrakov, njegova notranjost pa je definirana posebej. Pri oznakah na sliki opazimo še to, da je kot označen s puščico.

Zoran Lučić pojem kot v Evklidski in hiperbolički geometriji definira kot ekvivalenčni razred relacije 'na isti strani ugaone linije'. Podobno ga definira tudi Milan Mitrović v svoji knjigi Skozi evklidsko geometrijo (2013), zato podrobneje poglejmo njegovo definicijo (str. 33).
Naj bo *pq* oz. *pOq* kotna lomljenka. Definirajmo novo relacijo na množici vseh točk ravnine razen točk, ki ležijo na lomljenki. Pravimo, da sta točki *A* in *B* na isti strani kotne lomljenke pq (kar označimo $A, B \stackrel{..}{-} pq$), če obstaja lomljenka* $A'T_1T_2 \ldots T_nB'$, ki kotne lomljenke *pq* ne seka oz. z njo nima skupnih točk (slika 13).



Slika 13: Kotna lomljenka

Opomba*: Oznake v besedilu so prilagojene sliki 13.
»Relacija $\stackrel{..}{-}pq$ je ekvivalenčna relacija, ki ima dva razreda. Unijo vsakega od teh dveh razredov s kotno lomljenko *pq* imenujemo kot *pq*, ki ga označimo z <*pq* oz <*pOq*. Kotna lomljenka torej določa dva kota.« (Mitrović, 2013)
V nadaljevanju avtor napove, da bo dilema, za katerega od kotov gre pri oznaki <*pOq*, kmalu odpravljena. Sledi še nekaj definicij, potem pa avtor nadaljuje:
»Če kotna lomljenka *pOq* ne določa iztegnjenega kota oz. ni enaka premici, se izkaže, da *pOq* določata dva kota, ki predstavljata konveksen in nekonveksen lik– imenujemo ju konveksen in nekonveksen (izbočeni) kot ... Če ne poudarimo drugače, bomo pod oznako <*pOq* vedno mislili na konveksen kot. V tem smislu je že iz definicije jasno, da (konveksna) kota *pOq* in *qOp* predstavljata isti kot.« (prav tam)
Omenimo še, da je pojem izbočenega kota dogovorna definicija in se v omenjenem viru uporablja za nekonvekseni kot, kar je predstavlja razliko z opredelitvami v naših učbenikih.
Glede na kompleksnost zgornje definicije si lahko bralec več podrobneje prebere v knjigi Milana Mitrovića Skozi evklidsko geometrijo (2013).

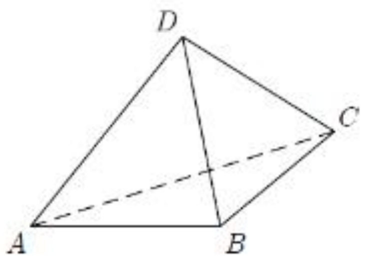
Torej na kratko lahko povzamemo, da tako v pregledani starejši kot novejši učbeniki za osnovne in srednje šole, monografija ter preostala geometrijska dela s področja aksiomatske geometrije temeljijo na dejstvih, da je daljica AB skladna daljici BA ter da je kot ∠BAC skladen kotu ∠CAB. Pomembnost vrstnega reda točk se pri poimenovanju pojmov doda šele, ko postane potrebna. Primer: narisana daljica s puščico nam predstavlja vektor in potem je $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$. Enako s puščico označimo usmerjene kote in računamo z njimi, kadar je to potrebno – pri trigonometričnih funkcijah, ko razširimo njihovo definicijo na vsa realna števila in jo vežemo na model enotske krožnice.

Pojem *kot* v različnih matematičnih nalogah

Poglejmo si še primere različnih nalog doma in po svetu, kjer se pojavi geometrijski pojem *kot*.

Primer 1:
Pri nalogi na splošni maturi (slika 14) vidimo, da vrstni red točk na krakih pri označevanju kota ni pomemben.

03. Dana je tristrana piramida $ABCD$.



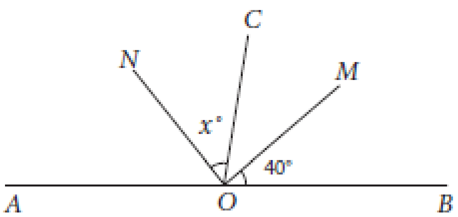
a) V trikotniku ABC s podatki $\alpha = \sphericalangle BAC = 45^\circ$, $\beta = \sphericalangle ABC = 60^\circ$ in polmerom trikotniku očrtane krožnice $R = 2$ cm je točka S središče temu trikotniku očrtane krožnice. Izračunajte skalarni produkt $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB}$.

(4 točke)

Slika 14: Višja raven mature iz matematike, 7. junij 2008

Eden od danih kotov trikotnika ne bi bil notranji kot, če bi bil vrstni red točk na krakih pomemben.

Primer 2:
Poglejmo eno od nalog (slika 15) v mednarodni raziskavi Timss 2007, ki se je izvajala v 60 državah sveta, kjer vrstni red točk pri označevanju kotov ni pomemben:



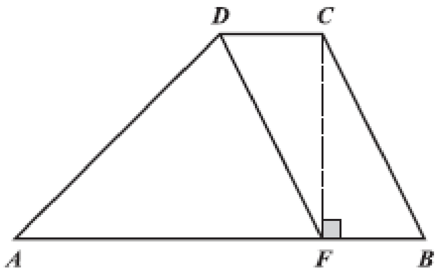
Na sliki ležijo točke A, O in B na premici. OM razpolavlja kot BOC in ON razpolavlja kot AOC. Koliko je x?

Slika 15: Primer naloge Timss 2007

Slika ne bi ustrezala besedilu naloge, če bi upoštevali vrstni red točk na krakih. V nalogi se vedno opazuje konveksni kot.

Primer 3:
Iz naloge na hrvaški maturi na osnovni ravni leta 2014 (slika 16), kjer pri označevanju kota zopet ni pomemben vrstni red točk:

11. U četverokutu $ABCD$, prikazanome na slici, stranica $\overline{AB}$ paralelna je sa stranicom $\overline{CD}$, a stranica $\overline{BC}$ paralelna je sa stranicom $\overline{DF}$, s time da je zadano $|AB| = 4.5$ cm, $|FB| = 1.3$ cm, $|FC| = 2|FB|$ i $\angle CFB = 90°$.



Kolika je površina četverokuta $ABCD$?

Slika 16: Primer naloge iz hrvaške mature

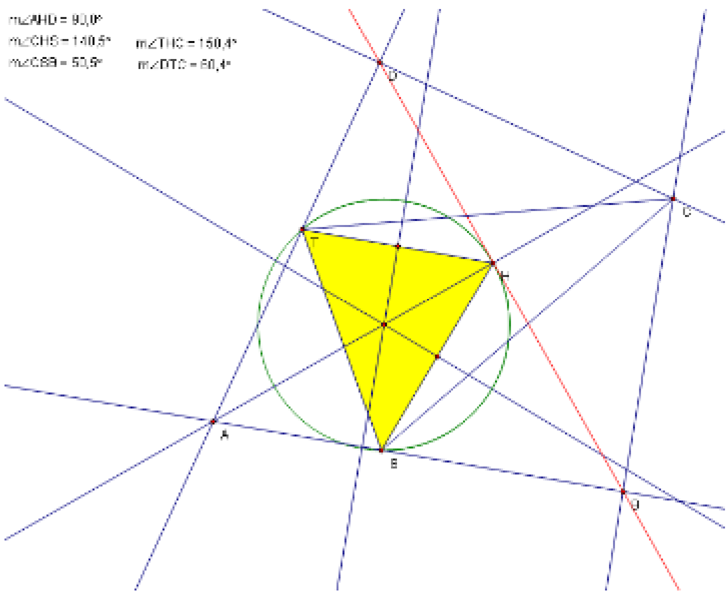
Če bi upoštevali vrstni red točk na krakih, bi bil $\angle$CFB = 270°.

Primer 4:
Poglejmo naslednjo nalogo iz matematične olimpijade (8. 7. 2014).

Naloga 3. V konveksnem štirikotniku $ABCD$ je $\angle ABC = \angle CDA = 90°$. Točka H je nožišče pravokotnice iz točke A na premico BD. Točki S in T, pri čemer točka S leži na stranici AB in točka T na stranici AD, sta taki, da točka H leži znotraj trikotnika SCT in da velja

$$\angle CHS - \angle CSB = 90°, \quad \angle THC - \angle DTC = 90°.$$

Dokaži, da je premica BD tangenta trikotniku TSH očrtane krožnice.

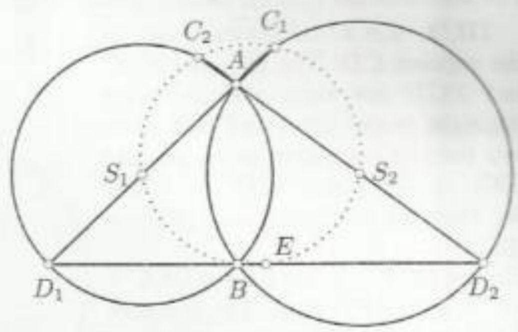


Slika 17: Rešitev naloge s programom dinamične geometrije Sketchpad

V besedilu naloge točke zapisuje v pozitivni smeri, kar kaže na dogovor pri označevanju. V vsakem primeru gre tudi za konveksno množico, zato ni problemov pri ugotavljanju, kateri kot je mišljen. Na sliki 17 je prikazana rešitev naloge s programom dinamične geometrije Sketchpad, ki tudi ne upošteva vrstnega reda točk na krakih in pri kotu zmeraj upošteva konveksno množico.

Primer 5:
Po pregledu nalog na nacionalnih matematičnih tekmovanjih (vse naloge z nacionalnih tekmovanj od leta 1950 so zbrane v knjigi *50 National Mathematical Olympiads in Slovenia*, ki je izšla leta 2006, ko je bila Slovenija organizatorka 47. mednarodne matematične olimpijade). Ugotavljamo, da v nalogah s koti in njihovih rešitvah ni upoštevan vrstni red točk na krakih npr. str. 112, 248, 254, 256, 262, 279. Poglejmo primer naloge za drugi letnik iz leta 2006 (stran 85) in njeno rešitev (stran 279):

II/3. The Thales' theorem (the angle in a semicircle) tells us that C_1, C_2 and B are the feet of the altitudes of the triangle D_1D_2A. Thus, the points C_1, C_2, D_1 and D_2 lie on the same circle with the centre at E. The connection between the central and the inscribed angle for this circle implies $2\sphericalangle C_2D_1C_1 = \sphericalangle C_2EC_1 = 2\sphericalangle C_2D_2C_1$.



Similarly, for $\mathcal{K}_1$ we have $\frac{1}{2}\sphericalangle C_2S_1A = \sphericalangle C_2BA$, and for $\mathcal{K}_2$ we get $\frac{1}{2}\sphericalangle AS_2C_1 = \sphericalangle ABC_1$. Also, $\sphericalangle C_2S_1C_1 = \sphericalangle C_2S_1A = 2\sphericalangle C_2D_1A = 2\sphericalangle C_2D_1C_1 = \sphericalangle C_2EC_1$ and $\angle C_2S_2C_1 = \angle C_2EC_1$. Finally,

$$\begin{aligned}\sphericalangle C_2BC_1 &= \sphericalangle C_2BA + \sphericalangle ABC_1 = \frac{1}{2}(\sphericalangle C_2S_1A + \sphericalangle AS_2C_1) = \\ &= \frac{1}{2}(\sphericalangle C_2S_1C_2 + \sphericalangle C_2S_2C_1) = \frac{1}{2}(2\sphericalangle C_2EC_1) = \sphericalangle C_2EC_1).\end{aligned}$$

So the points S_1, S_2, C_1, C_2, B and E really are concyclic.

Slika 18: Primer rešitve naloge z nacionalne matematične olimpijade 2006

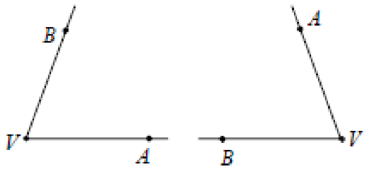
Kot vidimo, vrsti red točk na krakih kota ni pomemben. To vidimo v zapisih kotov od 10. do 16. vrstice. Na kot pri reševanju se gleda kot na konveksno množico.

Primer 6:
Poglejmo si nalogo (slika 19) iz Nacionalnega preverjanja znanja (NPZ) za 6. razred iz leta 2012, kjer je bilo potrebno narisati kot:

4. a) Nariši kot AVB, velik 70°, in ga označi.

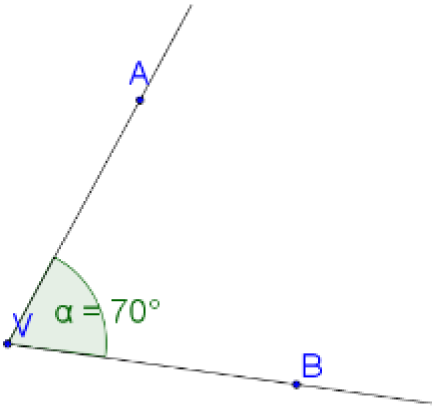
Slika 19: Primer naloge iz NPZ za 6. razred 2012

Naloga je bila vrednotena na naslednji način:

Naloga		Točke	Odgovor	Dodatna navodila
4.1	a)	1	• narisan kot velikosti 70° (±2°)	
4.2		1	 • pravilno označen kot na enega od zgornjih načinov	Učenec točke 4.2 ne dobi: – če je kot narisan z daljicama VA in VB, – če točki A in B nista označeni na krakih.

Slika 20: Vrednotenje naloge iz NPZ za 6. razred 2012

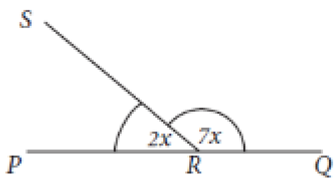
Vidimo, da je glede na navodila za vrednotenje pomembno označevanje točk na krakih kota. Prikazana rešitev na sliki 21 je po navodilih za vrednotenje točkovana z eno točko od dveh možnih, kljub temu da je učenec označil notranjost kota.



Slika 21: Rešitev naloge iz NPZ za 6. razred 2012

Primer 7:
Poglejmo si še eno od nalog (slika 22) v mednarodni raziskavi Timss 2007, kjer z upoštevanjem vrstnega reda točk na krakih kota (kot na NPZ) naloga med ponujenimi odgovori nima rešitve:

PQ na sliki je daljica.



Koliko stopinj meri kot *PRS*?

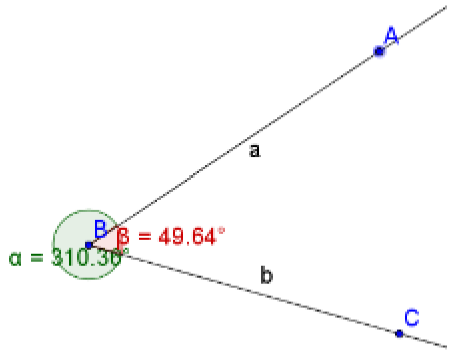
Ⓐ 10°
Ⓑ 20°
Ⓒ 40°
Ⓓ 70°
Ⓔ 140°

Slika 22: Primer naloge Timss 2007

Glede na sistem vrednotenja na NPZ meri kot PRS 320°.

Pojem *kot* in programi dinamične geometrije
Poglejmo si risanje in označevanje kotov še v nekaterih programih dinamične geometrije, ki se uporabljajo v našem šolskem prostoru:

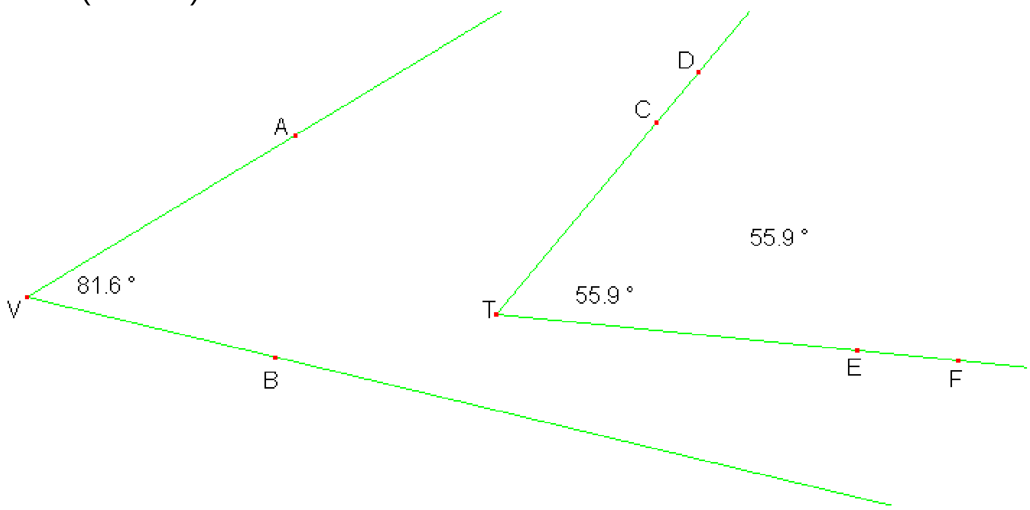
- Geogebra (slika 23)



Slika 23: Narisani in označeni kot s programom Geogebra

Kot je določen s tremi točkami ali dvema poltrakoma/premicama, kjer je vrstni red točk oziroma vrstni red poltrakov pomemben. Gre pa za program, ki je poleg geometrije namenjen tudi delu s funkcijami.

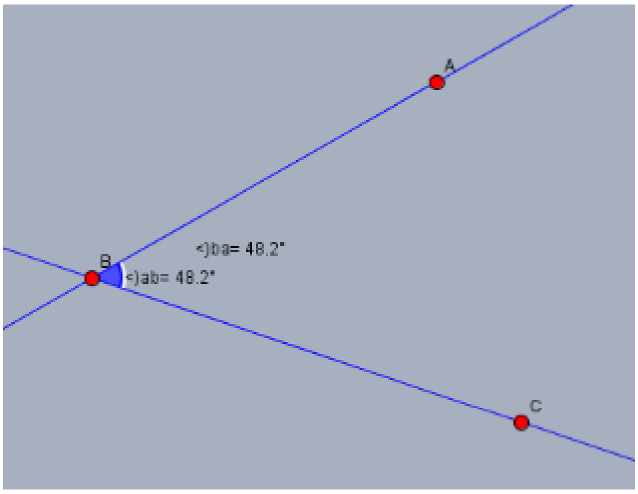
- Cabri (slika 24)



Slika 24: Narisani in označeni kot s programom Cabri

Kot je določen s tremi točkami ali dvema poltrakoma, kjer je vrstni red točk oziroma poltrakov nepomemben pri merjenju kota. Če zamenjamo vrstni red točk oziroma poltrakov, vedno dobimo isto meritev – velikost konveksne množice.

- Cinderella (slika 25)

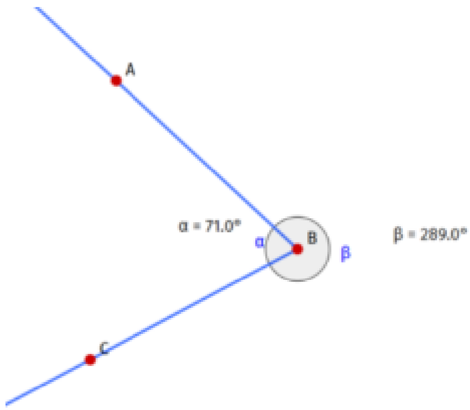


Slika 25: Narisani in označeni kot s programom Cinderella

Kot je določen z dvema premicama. Pri merjenju kota vrstni red premic ni pomemben, vedno izmeri konveksni kot, torej od dveh možnih kotov na sliki izbere in označi konveksni kot.

- Sketchometry

  Na sliki 26 je kot α nastal tako, da smo izbrali točke v naslednjem vrstnem redu: A, B in C. Kot β je nastal z izborom točk v naslednjem vrstnem redu: C, B, A.

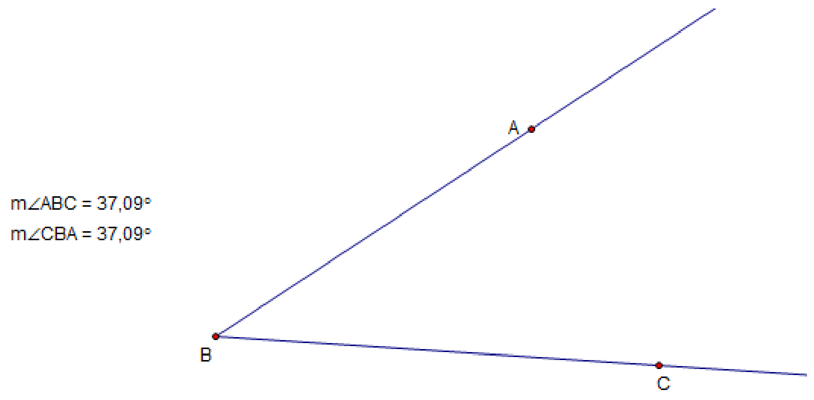


Slika 26: Narisani in označeni kot s programom Sketchometry

Vrstni red točk na krakih kota je tako v tem programu pomemben. Možno pa je tudi delo s funkcijami, ki je še v omejenem obsegu, vendar je program v nagrajevanju.

- Sketchpad

Kot je bilo omenjeno že prej, je vrstni red točk na krakih kota v programu Sketchpad nepomemben (slika 27). Tako pri merjenju velikosti kota $\angle ABC$ in kota $\angle CBA$ dobimo isto vrednost.



Slika 27: Narisani in označeni kot s programom Sketchpad

Povzamemo lahko, da je pri opazovanih programih dinamične geometrije vrstni red označevanja točk oziroma krakov nepomemben, razen pri programu Geogebra in Sketchometry. Domnevamo, da do tega prihaja zato, ker sta namenjena tudi delu s funkcijami, kjer pri trigonometričnih funkcijah uporabljamo pojem orientirani kot, saj potrebujemo tudi negativno vrednost, ker so funkcije definirane na podmnožicah realnih števil.
Iz zapisanega ugotavljamo, da je vrstni red označevanja točk na krakih pomemben edino pri nalogah Nacionalnega preverjanja znanja in pri programu dinamične geometrije Geogebra ter Sketchometry.

Zaključek

Pojem kota je med zahtevnejšimi pojmi evklidske geometrije, kar potrjuje dejstvo, da nima enotne matematične definicije. Lipovčeva ugotavlja, da se otroci srečujejo z besedo kot v vsakdanjem življenju, vendar ji ne pripisujejo enakega pomena, kot ga nosi matematični pojem. S pojmom kota se učenci prvič srečajo v četrtem razredu. Skozi dva metodična koraka (seznanjenost in podobnost oz. primerjanje) se pojem razvija in nadgrajuje ter se v šestem razredu formalno vpelje. Temu sledi tretji metodični korak (poglabljanje), ki učence pripelje do abstraktnega znanja o kotih (Lipovec, prav tam).
Pri izbiri definicije torej upoštevamo starostno obdobje otrok in ustreznost definicije glede na cilje pouka. Osnovni cilj pouka je intuitivno pravilni razvoj pojma *kot*, poimenovanje in označevanje pa služita nedvoumnemu sporazumevanju oziroma sta dogovorna dela definicije pojma kot. Zato na tem mestu zaključujeva, da je navajanje oznake s podanim vrhom in poljubnim vrstnim redom točk na krakih ustrezno in zadošča ciljem osnovnošolskega pouka geometrije.

Viri

1. Učni načrt, Program osnovna šola, Matematika, Ljubljana, MŠŠ; ZRSŠ, http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (31. 8. 2014).
2. Močnik F.: Geometrija za nižje gimnazije, Prvi del, http://url.sio.si/dYC (30. 6. 2014).

3. Legiša P. (2000): Matematika 1, Geometrija v ravnini, Ljubljana, DZS.
4. Pagon D. (1995):Osnove evklidske geometrije, Ljubljana, DZS.
5. Ledbetter, A. D. (1968): Elementary college geometry. McGraw-Hill Book Company. USA.
6. Lipovec, A. (2013): Posebnosti razredne stopnje. V: Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi matematika. Ur. Mojca Suban, Silva Kmetič. Zavod RS za šolstvo. Ljubljana.
7. Lučić, Z. (1997): Euklidska i hiperbolička geometrija, drugo izdanje. Total design i Matematički fakultet. Beograd.
8. Mitrović, M. (2013): Skozi evklidsko geometrijo. Sevnica.
9. Pusey, Eleanor Louise. The van Hiele Model of Reasoning in Geometry: A Literature Review.
10. Savnik, F. (1976): Matematika za peti razred osnovne šole, drugi zvezek. Zavod SR Slovenije za šolstvo. Ljubljana.
11. Željko, M. (2006): 50 National Mathematical Olympiads in Slovenia. Society of Mathematicians, Physicists and Astronomers of Slovenia. Ljubljana.
12. http://www.ric.si/preverjanje_znanja/predmeti/matematika2/ (31. 8. 2014).
13. http://repository.lib.ncsu.edu/ir/bitstream/1840.16/2275/1/etd.pdf (van hiele).
14. http://en.sketchometry.org/index.html (31. 8. 2014).
15. http://www.ric.si/splosna_matura/predmeti/matematika/ (31. 8. 2014).
16. http://www.pei.si/UserFilesUpload/file/raziskovalna_dejavnost/TIMSS/TIMSS2007/TIMSS2007naloge_M8.pdf (31. 8. 2014).
17. http://www.ncvvo.hr/drzavnamatura/web/public/dm14ljeto (31. 8. 2014).
18. http://www.imo-official.org/problems.aspx (31. 8. 2014).

SAMOREFLEKSIVNO MIŠLJENJE IN FORMATIVNO SPREMLJANJE PRI REŠEVANJU MATEMATIČNIH PROBLEMOV

Self-reflective thinking and formative assessment in problem solving

Sandra Mršnik, mag. Leonida Novak

sandra.mrsnik@zrss.si, leonida.novak@zrss.si

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Povzetek

Pri reševanju matematičnih problemov učenci odkrijejo veliko o problemu, če ga samostojno rešujejo, če se pri reševanju odločajo o poti reševanja in hkrati odkrivajo, kaj jih bo pripeljalo do rešitve. Spretnosti in znanje, ki so potrebni v procesu reševanja problemov, vključujejo tako ustrezno vsebinsko znanje, miselne spretnosti kot tudi posploševanje, zmožnost, spopasti se z neznanim, ter spretnost samorefleksivnega mišljenja, kar se lahko razvije le v spodbudnem učnem okolju. Učitelj pri tem postopoma vodi učence k raziskovanju in evalviranju poti reševanja problemov in s tem spodbuja samorefleksivno mišljenje. V vseh fazah učnega procesa je spremljanje učenčevega napredka pomembno, vendar predvsem s formativnim spremljanjem pridobi učitelj informacije o stopnji razumevanja učencev in vrzelih. Če pri tem upošteva načela formativnega spremljanja, spodbuja samoevalvacijo in odgovornost, saj učenec ob tem vrednoti lastne dosežke. Pri reševanju matematičnih problemov učitelj spremlja učenca, mu nudi podporo, ga usmerja z vprašanji in s tem doseže, da učenec zmore presojati svoje lastno delo. Spremembe v znanju, vedenju in ravnanju učencev je najvišji cilj zmožnosti samorefleksivnega mišljenja.

Ključne besede: samorefleksivno mišljenje, reševanje problemov, formativno spremljanje

Abstract

When solving mathematical problems, students discover a lot about the problem itself if they are solving it induvidually, if they are deciding regarding the path leading to solution and if they are discovering what will bring them to solution at the same time. The skills and knowledge that are necessary in the process of solving problems involve adequate content knowledge, thinking skills as well as a generalization, the ability to deal with the unknown and self-reflective thinking, which can only develop in a supportive learning environment. Teacher is leading pupils to explore and evaluate the way of solving problems, and thereby encourages self-reflective thinking. It is important to monitor pupils' progress in learning process. With formative assessment teacher obtains information on the level of understanding and gaps. When teacher is taking the principles of formative assessment into account, he encourages self-evaluation and responsibility of students' merits. In solving mathematical problems teacher monitors a student, provides support, guides by questions and thereby achieves for the learner to assess their own work. Changes in knowledge, attitudes and behaviour of pupils are the highest aims of the ability of self-reflective thinking.

Keywords: self-reflective thinking, formative assessment, problem solving

Uvod

V prispevku želimo prikazati nekaj značilnosti samorefleksivnega mišljenja v povezavi z reševanjem problemov pri matematiki na razredni stopnji osnovne šole. Pomembna sestavina samorefleksivnega mišljenja je metakognicija ali mišljenje o mišljenju. V prispevku bomo posebno pozornost namenili formativnemu spremljanju razvoja samorefleksivnega mišljenja pri reševanju problemov na razredni stopnji. Samorefleksivno mišljenje je način mišljenja, ki ga lahko usvojimo, vendar zahteva ustrezne pristope poučevanja in učno okolje, v katerem se to spodbuja.

1. Samorefleksivno mišljenje

Samorefleksivno mišljenje je »intelektualni« proces, v katerem aktivno in hkrati spretno uporabljamo različne miselne veščine, kot so npr. analiziranje, sintetiziranje, vrednotenje informacij z opazovanjem, reflektiranje, sklepanje in komuniciranje, preko katerih posplošujemo in kar je osnova za naša prepričanja in delovanje v svetu (Scriven, Paul, 2007, v Snyder, 2008). Samorefleksivno mišljenje sodi v eno od dveh področij metakognicije, ki sta metakognitivna kognicija (izkustva in znanje) ter

metakognitivna kontrola (sledenje kognitivni aktivnosti in samoregulacija) (Bakračevič, po Brown, Bransford, Ferrara in Campione, 1983).
Pri poučevanju matematike se lahko samorefleksivno mišljenje razvija tako, da se:

a) namesto samega memoriranja in priklica informacij, spodbuja uporabo strategij, za reševanje problemov, ki miselno aktivirajo učence v učnem procesu,
b) usmerja poučevanje na proces učenja bolj kot na vsebino,
c) uporablja različne načine preverjanja in ocenjevanja, ki zahtevajo poglobljene miselne procese in ne samo priklic ter reprodukcijo.
Kakeršnakoli miselna zaposlitev učencev z reševanjem problemov, sodelovalnim učenjem in uporabo vprašanj višjih taksonomskih ravni ravno tako spodbuja razvoj samorefleksivnega mišljenja. Spretnosti samorefleksivnega mišljenja so pomembne, ker učence opolnomočijo, da lahko učinkovito rešujejo matematične probleme kot navajajo v raziskavi Potter, Whimbey in Lockhead (1991). V raziskavi so ugotovili, da je bilo vključevanje ustnega opisovanja postopka reševanja problemov izjemno pomembno, saj se je učinkovitost reševanja povečala. Po enomesečnem vpeljevanju opisovanja postopka reševanja so učenci samostojneje in učinkoviteje reševali probleme ter jasneje opisovali postopek reševanja. Učinke so ugotavljali ob tem, da so analizirali posnetke primerov učencev, ki opisujejo postopek reševanja, ter ob tem beležili napredek. Usmerjanje mišljenja učencev, da so kritično ovrednotili pot reševanja problema, je predvsem koristilo samorefleksivnemu mišljenju. Ravno tako učiteljeva povratna informacija ob procesu reševanja problemov spodbuja reševanje in je učinkovitejša kot popravljanje napačnih rešitev. Učenci, ki imajo razvite spretnosti samorefleksivnega mišljenja, laže in učinkoviteje rešujejo probleme oz., kot kažejo raziskave, je samoregulacija močno povezana z akademskimi dosežki na različnih področjih (de Corte, 2013, po Zimmerman in Risemberg, 1997). Učenci učinkovito rešujejo probleme takrat, ko se znajo odločati in kritično razmišljati ter uporabljajo matematiko v različnih matematičnih kontekstih in realističnih situacijah.
Tako kot navaja Clement (1979), je temeljno vodilo pri razvoju samorefleksivnega mišljenja predvsem to, da učitelji pri učencih spodbujajo mišljenje o tem, kako razmišljati, namesto, kaj razmišljati. Norman (1981, v Snyder, 2008: 91) poudarja še drugo pomembno dejstvo, da je *»čudno, da pričakujemo od učencev, da se bodo kar naučili, kljub temu da jim redko karkoli povemo o učenju«,* in, da je vsebina učenja pomembna, vendar je ravno tako pomemben način, kako se nekaj naučimo tudi pri matematiki. De Corte (2013: 51) povzame lastnosti učencev, ki obvladujejo samoregulacijo, in navaja:

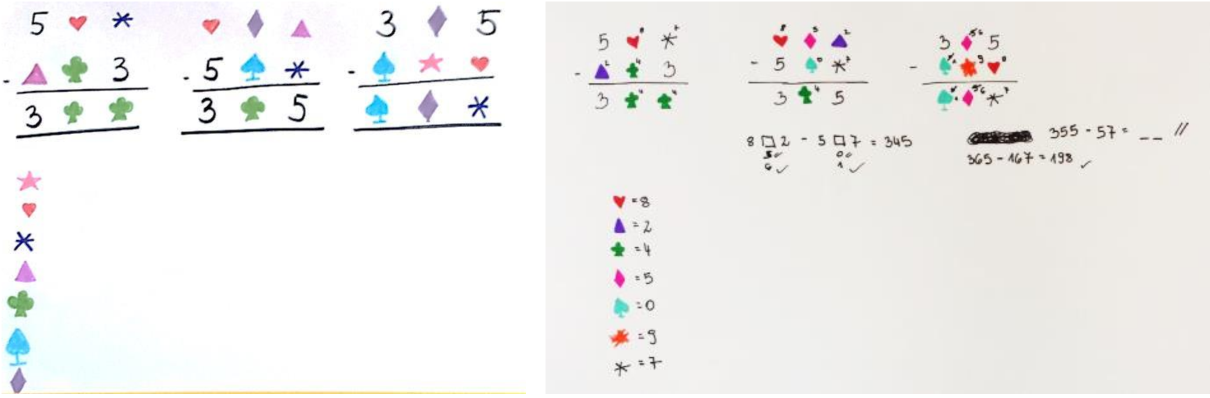
- čas, ki ga namenjajo učenju, znajo učinkovito organizirati;
- postavijo si višje neposredne cilje kot drugi;
- postavljene cilje pogosteje in natančneje nadzorujejo;
- niso hitro zadovoljni s svojim standardom, kar se odraža v večji učinkovitosti in vztrajanju kljub oviram.

Samorefleksivno mišljenje bi zato moralo biti eden izmed ciljev, ki se razvija, uporablja in ves čas integrira v učni proces pri vseh predmetih, zato da pritegnemo učence k aktivnemu učenju. Za udejanjanje tega, je treba usmeriti pozornost na udejanjanje aktivnega učenja, premisliti vsebino in proces preverjanja in ocenjevanja.

Za razvoj samorefleksivnega mišljenja mora biti poučevanje usmerjeno v proces učenja, pri čemer se učitelj sprašuje: Kako učenci pridobijo informacijo? Celuch in Slama (1999, v Snydey, 2008) navajata raziskave, ki kažejo, da razlaga in posledično samo pomnjenje ne prispevata k skladiščenju znanja v dolgoročni spomin ali uporabo novo pridobljenega znanja v novih situacijah. Poleg pristopov poučevanja je treba spodbujati samorefleksivno mišljenje kot tudi raznolike načine preverjanja in ocenjevanje. Vprašanja esejskega, odprtega tipa zahtevajo od učencev, da uporabijo svoje znanje v novih situacijah in so vsekakor boljši kazalnik razumevanja. *Vprašanje, kjer morajo učenci navesti primer, v katerem se najbolje odraža koncept, zahteva kritično mišljenje in analizo, bolj kot če morajo učenci zapisati pravilno definicijo nečesa*.

Razvojni mejniki samorefleksivnega mišljenja pri otrocih/učencih

Skozi otrokov spoznavni razvoj postaja samokontrola vedno bolj zavestna. Piagetova teorija spoznavnega razvoja opozarja tudi na to, kdaj začne otrok razumevati lastne miselne operacije. V dobi konkretnologičnih operacij (7–11 let) po Piagetu (1977) se postopno razvijajo zavestne aktivacije metakognitivnega znanja, a resnično zavestna samoregulacija se pojavi tedaj, ko učenčeve kognitivne strukture postanejo predmet refleksije in tako omogočijo načrtovanje vseh vidikov kognitivnega dosežka (Bakračevič Vukman, 2000). Ker nekateri avtorji ugotavljajo, da je sposobnost refleksije lastna šele odraslim ali kvečjemu mladostnikom, poskuša Demetriou s sodelavci (1989, po Bakračevič Vukman, 2000) spoznanja uskladiti tako: pravi, da kognitivni sistem morda sprva res ni samorefleksiven, je pa vsekakor samosenzitiven, kar lahko razumemo kot sposobnost, da čuti lastno funkcioniranje, registrira občutke in izkušnje, ki so z njimi povezani, prikliče, kar je zahtevano, in to tudi uporabi. Wellman (1990, po prav tam) v svojih raziskavah ugotavlja, da nastopijo začetki mentalnih koncepcij že pri triletnih otrocih. V tem obdobju se pojavijo v govoru otroka tudi glagoli, kot so: misliti, spomniti se, vedeti … Štiriletniki jih tudi že razumejo glede na zunanje vidike vedenja, ne pa še kot mentalne fenomene. Podobno imajo mlajši otroci probleme pri prepoznavanju lastnih miselnih procesov in rekonstrukciji tega, o čemer so razmišljali. Več raziskav (Flavell, Green, Flavell, 1995; po Bakračevič Vukman, 2000) v zadnjem obdobju je pokazalo, da se senzitivnost pri zaznavanju lastnih miselnih procesov in s tem sposobnost metakognitivne samoregulacije močno izboljšata v obdobju od tretjega oz. četrtega do približno sedmega leta. Bakračevič Vukman (2000: 7) ugotavlja, da skozi predšolsko obdobje otroci razvijejo temeljno razlikovanje med mentalnimi in fizičnimi dogodki, šele v začetku šolskega obdobja pa se oblikuje natančnejše metakognitivno znanje, pa tudi učinkovitejša samoregulacija. Marjanovič Umek (2011: 21) poudarja, da je simbolna igra dejavnost, v kateri otroci vzpostavljajo socialne interakcije, in hkrati dejavnost, v kateri otroci, z rabo simbolov, »izvajajo« miselne in govorne pretvorbe, kar jim omogočajo metajezikovne zmožnosti. Otroci v simbolni igri metajezik praviloma uporabljajo spontano, npr. za načrtovanje igre, privzemanje, opisovanje in razlago ter s sistematičnim opazovanjem in spremljanjem tega jezika lahko ugotavljamo njegovo dojemanje in razumevanje. Ko so raziskovalci (Marjanovič Umek, 2011, po Korat idr. 2003, Smidt, 2009) preučevali metajezik v igri otrok, so potrdili, da otroci v simbolni igri najbolj uspešno razvijajo metajezikovne zmožnosti, pa tudi da, vzporedno z metajezikovnim zavedanjem uporabljajo različne simbolne sisteme (risbo, številke, črke) za zapisovanje informacij, načrtovanje … Za šolsko situacijo pa so pomembne raziskave (Marjanovič Umek, 2011, po Astington idr., 1996), ki kažejo, da lahko na razvoj in rabo metajezika vplivamo s sistematično skrbjo za njegov razvoj.



Slika 1: Preprost problem, ki terja veliko metakognitivnega znanja in njegovo reševanje (prirejeno po Easy Learning Maths, Collins, 2006)

2 Razvijanje in spremljanje samorefleksivnega mišljenja z reševanjem problemov pri matematiki

Vključevanje samorefleksivnega mišljenja in reševanja problemov v poučevanje matematike postavlja pred učence izziv, kjer ni dovolj samo, da o problemu razmišljajo, ampak ga morajo samostojno raziskati. Pri reševanju problemov lahko uporabljajo različne metode, vendar so se hevristične metode pokazale kot učinkovitejše od drugih. Zanje je značilno, da so prenosljive na različna predmetna področja in niso strukturirane, pač pa omogočajo plastičnost razmišljanja. Hevristične metode reševanja problemov spodbujajo učence k učenju, raziskovanju, razumevanju, raziskovanju ter evalviranju možnih poti reševanja (Nokes, Dole in Hacker, 2007) ravno tako reševanje problemov spodbuja kritično mišljenje, participiranje učencev v učenje, vključuje samousmerjevalno učenje, identificiranje lastnih učnih potreb, sodelovalno delo, ustvarjalne diskusije in učenje od vrstnikov.
Učenci največkrat nimajo usvojene spretnosti samorefleksivnega mišljenja, ne vedo, kako samorefleksivno misliti, saj je to usvojena spretnost, ki si jo lahko v spodbudnem okolju pridobivajo in razvijajo skozi leta šolanja. Učenci morajo najprej usvojiti način, kako samorefleksivno razmišljati, nato pa ga uporabiti pri reševanju konkretnega problema. Način lahko prikaže učitelj, s postavljanjem vprašanj pa vodi učence skozi korake reševanja problemov.
Z gledišča razvoja samorefleksivnega mišljenja pri matematiki samo memoriranje brez osmišljanja le.tega ne podkrepljuje. Tisto, kar dejansko spodbuja, so vprašanja, ki zahtevajo analizo, sintezo in vrednotenje, ker posledično omogočajo reševanje problemov in odločanje. Samorefleksivno mišljenje lahko tako postane navada, ki zahteva od učenca, da razmišlja na višjih taksonomskih ravneh, ne samo da si zapomni podatke, koncepte, kar je slišal ali prebral, brez kritičnega premisleka o tem. Kakor koli že, samorefleksivno mišljenje bi moralo biti eden od rezultatov vzgoje in izobraževanja.
Broadbear (2003, v Snyder, 2008) navaja, da se samorefleksivno mišljenje lahko razvije s štirimi strukturiranimi elementi, predstavljenimi v nadaljevanju:

a) s slabo strukturiranimi problemi,
b) kriteriji za vrednotenje mišljenja,
c) učenčeva samoocena ali samovrednotenje in
č) premislek o napredku v mišljenju.

Slabo strukturirani problemi, ki vključujejo vprašanja, ki nimajo jasno definirane rešitve, vključujejo nejasne zaključke in zahtevajo vrednotenje. Pravilnih in napačnih rešitev ni, dokler jih ne podkrepijo z argumenti. (*Primer: Maja in njena družina so bili na izletu. Cena izleta za eno osebo je bila 234 €, za otroke do 12. leta je bilo zastonj in za otroke od 12. do 18. leta je bila polovična cena. Izleta so se udeležili mama, oče, Maja in njena mlajša sestra. Koliko so plačali vsi skupaj? Odločili so se, da bodo plačali v petih obrokih. Kolikšna je bila cena enega obroka? Če so plačali meseca februarja prvi obrok, kdaj so plačali zadnji obrok?).*

Kriteriji za vrednotenje mišljenja: vključujejo okvir za razmišljanje o mišljenju: zakaj mislim, da je tako, na kaj se nanaša moja perspektiva ... Ko dajemo učencem individualno povratno informacijo, jih usmerjamo v samovrednotenje samorefleksivnega mišljenja. Ta proces vključuje izboljšanje mišljenja, saj ko spodbujamo preiskovanje, učenci razmišljajo o svojih procesih mišljenja in o izboljšavah, ki jih lahko naslednjič uporabijo.

Najboljša podpora razvoju samorefleksivnega mišljenja in reševanja problemov je postavljanje »pravih« vprašanj. S tem aktivno vključimo učence v učni proces. Brown in Kelley (1986) predlagata naslednja vprašanja: Kaj misliš o tem? Zakaj misliš tako? Na kaj se naslanja tvoje znanje? Kaj to razlaga? S čim lahko to povežeš? Na kaj lahko sklepaš? Kakšno je tvoje mnenje (stališče) o tem? Ali lahko pogledamo na to še kako drugače? Ta vprašanja učence spodbujajo, da evalvirajo in jasno ovrednotijo lastno mišljenje. Ali so upoštevali vse alternative? Ali vedo, zakaj razmišljajo tako, kot razmišljajo? Z odgovarjanjem na vprašanja razmišljajo o svojem mišljenju. Brown in Kelley (1986) navajata, da je pomembno počakati na odgovore učencev, saj se prepogosto učenčeva tišina nadomesti z dodatnimi vprašanji, kar prekine njihovo mišljenje. Učenci potrebujejo od osem do dvanajst sekund, da procesirajo vprašanja in oblikujejo odgovore (Schafersman, 1991, v Snyder, 2008), še toliko bolj v situacijah, ki zahtevajo samorefleksivno mišljenje, zato jim je treba pustiti dovolj časa, da oblikujejo odgovor.

2.2 Formativno spremljanje razvoja samorefleksivnega mišljenja

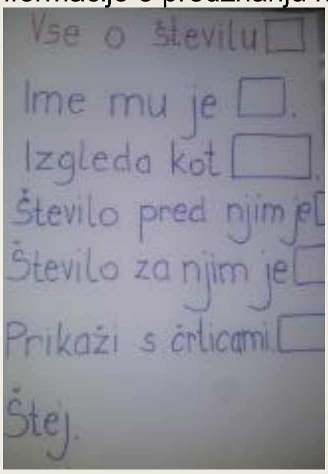
Kadar govorimo o formativnem spremljanju učencev, mislimo na preverjanje, ki je namenjeno pridobivanju informacij o stopnji razumevanja, vrzelih in težavah (Sentočnik, 2012). S formativnim spremljanjem učitelj spodbuja samokontrolo, samoevalvacijo in odgovornost pri učencu, sam pa postaja raziskovalec lastne prakse. Proces učenja se pri sprotnem spremljanju spremeni in učenci se učijo vrednotiti lastno delo. Marentič - Požarnik (2000) opredeli sprotno ali formativno spremljanje kot proces, ki poteka kontinuirano, med samim učnim procesom, z namenom zbirati in dajati informacije za čim učinkovitejše krmarjenje (usmerjanje) pouka in učenja (pomen pogoste in ustrezne povratne informacije). Formativno spremljanje pa je opredeljeno tudi kot opazovanje, vodenje učenca k napredku, servisiranje učitelja in učenca za odpravljanje šibkosti v znanju (Komljanc, 2008, po Nitko, 1995). Strategije formativnega spremljanja so lahko vkomponirane tudi v spremljanje zmožnosti reševanja problemov, pri čemer je učenec aktiven skozi ves proces učenja.

Wiliam (2013) za formativno spremljane predvideva uporabo petih strategij

1. **Razjasnitev, soudeleženost pri določanju in razumevanju namenov učenja in kriterijev za uspeh**

a) POSTAVLJENJE CILJEV – za učinkovito reševanje problemov pri matematiki je pomembno razumevanje ciljev in želja učencev, da bi to dosegli. Učenca pri tem vodijo vprašanja: Kaj želim doseči? Kakšne so okoliščine mojih ciljev? Kakšne sposobnosti potrebujem za reševanje problemov pri matematiki? Kako bom vedel, da sem uspešno rešil probleme?

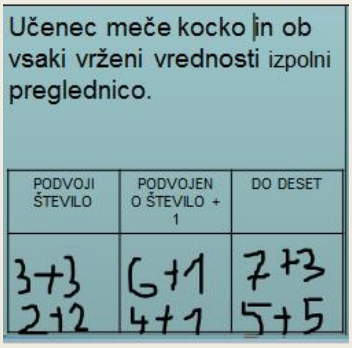
b) AKTIVIRANJE IN UGOTAVLJANJE PREDZNANJA – načrtovanje vključuje tudi aktiviranje predznanja za reševanje problemov, ki vključuje (Pintrich, 2005): vsebinsko (VEDETI KAJ – informacije, podatki, dejstva, pojmi, zakonitosti, sheme), proceduralno (VEDETI KAKO – kako se izvajajo določene stvari) in pogojno ali znanje o okoliščinah (kdaj in kako uporabiti vsebinsko znanje). Učitelj pri tem spremlja, katera znanja in veščine imajo učenci razvite, usvojene in je ugotovljeno predznanje izhodišče za nadaljnje delo.
Pri ugotavljanju predznanja pri matematiki naj ne gre za to, da učenci odgovarjajo na vprašanje Kaj že veš o tem?, pač pa naj bodo to smiselne matematične situacije, ki učencu pomagajo ozavestiti, kaj že zna in kaj se mora naučiti, oz. dajo učitelju informacijo o predznanju njegovih učencev.



Osebna izkaznica števila

Navodilo: Imaš vrečko frnikol. Dodaš pet frnikol in odvzameš dve. Kako se je spremenila vsebina vrečke? Kako pa v primeru, če vzamemo iz vrečke še 3 frnikole?

Odnosi med števili (primer povzet po Silvi Kmetič, ZRSŠ)



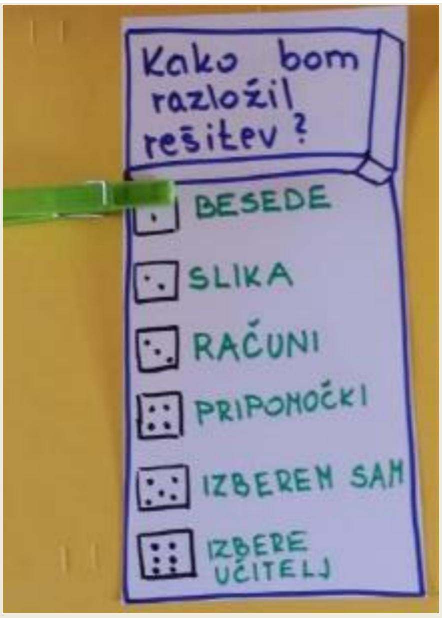
Odnosi med števili (igra s kocko)

Slika 2: Nekaj možnosti preverjanja predznanja, ki učitelju dajo informacijo o tem, kako učenec razmišlja, kje ima napačne razvite predstave itd.

2. **Priprava takšnih dejavnosti v razredu, s katerimi je mogoče pridobiti dokaze o učenju**

a) NAČRTOVANJE STRATEGIJE REŠEVANJA PROBLEMA – poudarek je na procesih, dejavnostih in preko njih na učnih dosežkih posameznika. Učencu pomagajo vprašanja: *Kako bom to dosegel? Kaj moram storiti, da bom dosegel cilj? Katere dejavnosti bom izvedel, da lahko rešim problem? Kdaj bom te dejavnosti izvajal? S kom bom sodeloval? Kaj bom potreboval?* Učenci tega ne morejo vedeti sami od sebe, zato jih je treba sprva usmerjati in z njimi oblikovati nabore strategij, najbolje preko izkušenj, tako se tudi seznam znanih strategij postopno širi.

Slika 3: Nabor preprostih pripomočkov oz. postopkov pri reševanju matematičnih problemov



Slika 4: Strategije, vezane na razlago problema (izvedemo lahko tudi v obliki igre)

Nabor preprostih opor/pripomočkov za reševanje matematičnih problemov

b) ZBIRANJE IN PRESOJANJE DOKAZOV – Učenca vodi razmislek ob vprašanju *Kako bom/sem dokazal, da sem cilj dosegel?* Zbrane dokaze o procesu učenja pa presoja skupaj z učiteljem na osnovi vrednotenja svojega dela, pri čemer so mu v pomoč vprašanja: *Kaj je dokaz mojega učenja? Kaj s tem dokazujem? Kako to dokazujem?*

3. Zagotavljanje povratnih informacij, ki učence premikajo naprej

V vseh fazah učnega procesa mora biti prisotna učinkovita povratna informacija. Bistvo povratne informacije (Black, Wiliam, 1998) je zaporedje dveh aktivnosti: najprej mora učenec ugotoviti (spoznati, ozavestiti) razliko med želenim oz. zahtevanim (ciljem, znanjem) in doseženim, nato pa mora dobiti napotek in usmeritev za aktivnost, ki mu bo pomagala (omogočila) odpraviti to razliko. Na proces učenja pa ne vplivajo povratne informacije (komentarji), ki so usmerjene na učenca kot osebo in/ali na njegovo učno samovrednotenje (Wiliam, 2000).

4. Aktiviranje učencev, da postanejo drug drugemu vir poučevanja

Učenci skupaj rešujejo probleme, načrtujejo reševanje, vrednotijo načrtovanje in reševanje ter drug drugemu dajejo povratne informacije.

5. Aktiviranje učencev za samoobvladovanje njihovega učenja

SAMOEVALVACIJA je faza, v kateri učenec vrednoti svoje lastno delo. Pomagajo mu vprašanja: Ali sem dosegel cilj? Kako sem ga dosegel? Kako ocenjujem svoje delo glede na kriterije uspeha? Kako moje delo ocenjujejo drugi? Razvijamo sposobnost vrednotenja svojih dosežkov, in sicer gre za razmišljanje o tem, kaj sem naredil, kaj sem poskušal narediti in kako sem se ob tem počutil (SAMOREFLEKSIJA), samostojno presojanje lastnih dosežkov glede na poznane kriterije (SAMOOCENJEVANJE) ter lastno presojanje vrednosti, identifikacije močnih in šibkih točk ter razmišljanje o načrtovanju aktivnosti, ki bodo izboljšale rezultate na osnovi notranjih kriterijev (SAMOVREDNOTENJE) (Mori, Sentočnik 2003).

Pri reševanju matematičnih problemov mora učitelj v vseh fazah reševanja spremljati učenca, mu nuditi podporo v obliki vprašanj, individualno prilagojenih orodij in strategij, morebitnih prilagoditev, obenem pa spremljati, katere strategije učenec izbira (s tem dobiva informacije o njegovem stilu učenja), v katerih fazah ima težave ali potrebuje pomoč, v katerih je uspešen. Z vključitvijo učenca v vse faze učenja, učitelj doseže točko, ko učenec zmore presojati in oceniti svoje lastno delo. Vsako ocenjevanje lastnega dela, ki ne temelji na skupnem dogovarjanju in pogovarjanju o ciljih, kriterijih uspeha, strategijah in rešitvah, je zavajajoče in ne doseže svojega namena – spremembe v znanju, vedenju in ravnanju učenca, kar je najvišji cilj razvijanja zmožnosti samoreflkesivnega mišljenja.

3 Orodja in strategije za vpeljevanje učencev v samorefleksivno mišljenje in reševanje problemov pri matematiki

Pri razvijanju samorefleksivnega mišljenja in reševanju problemov se vloga učenca spremeni, saj postane aktivni sooblikovalec učnega procesa. Ustvariti je treba učno okolje, v katerem se bodo učenci počutili varne, da lahko postavljajo vprašanja učitelju in ne samo odgovarjajo na njih. Pri tem je pomembno, da izražajo svoje dileme, pri čemer je kolegialna oziroma vrstniška podpora lahko spodbuda za aktivno učenje in reševanje problemov. Ladyshewsky (2006, v Snyder, 2008) navaja pozitivne izkušnje z oblikovanjem učnih parov, v katerem ima eden vlogo reševalca problema, drugi pa ga pri tem podpira, postavlja vprašanja ter pomaga pri razjasnjevanju razumevanja problema.

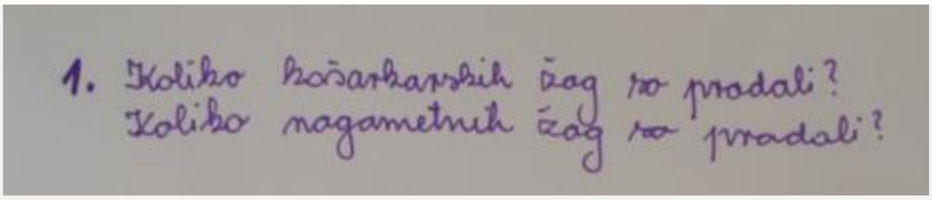
Faccione (2007) predlaga vprašanja IDEANS:

1. **I**dentificirati problem: Na katera vprašanja želimo odgovor?
2. **D**efinirati problem: Kaj je problem v tej problemski situaciji? Kateri so pomembni podatki, ki oblikujejo ta problem?
3. **E**videntirajte možnosti: Katere so možne rešitve? Kako bomo reševali problem?
4. **A**nalizirajte možnosti: Kaj je najboljši potek?
5. **N**aredite seznam možnosti: Zakaj je to najboljši potek?
6. **S**amorefleskija, samokorekcija: Poglej, ponovno, kaj manjka?

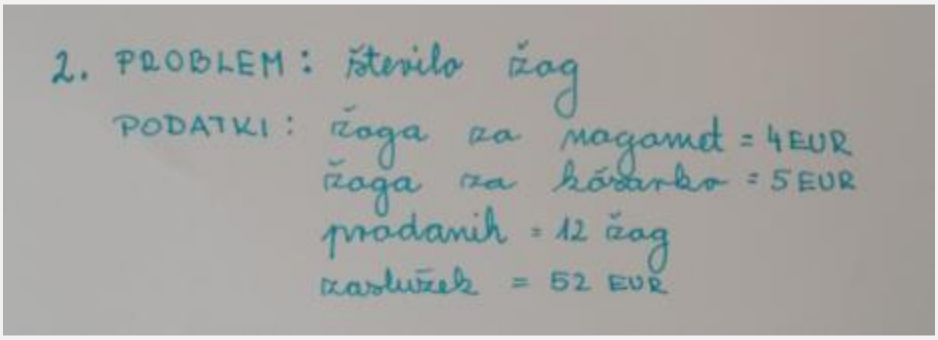
Spodnja shema in slike kažejo primer rabe IDEANS-vprašanj pri reševanju naslednjega problema:

V športni trgovini je bila razprodaja. Nogometna žoga je bila na razprodaji 4 EUR, medtem ko je bila košarkarska žoga 5 EUR. Prodanih je bilo 12 žog in zaslužek je bil 52 EUR. Koliko nogometnih žog in koliko košarkarskih žog so prodali?

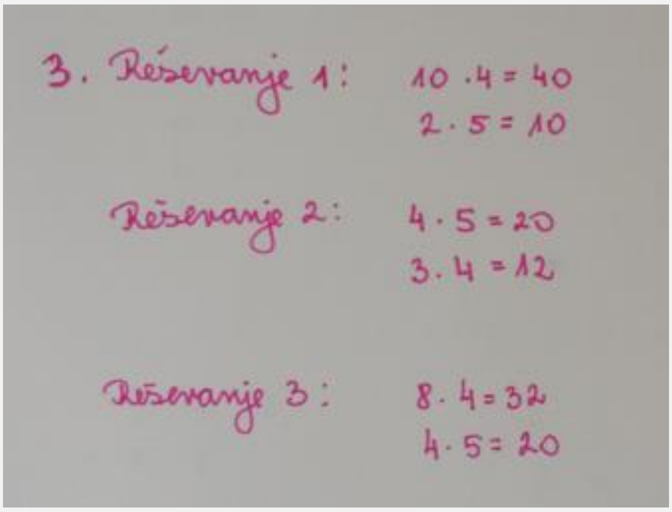
I

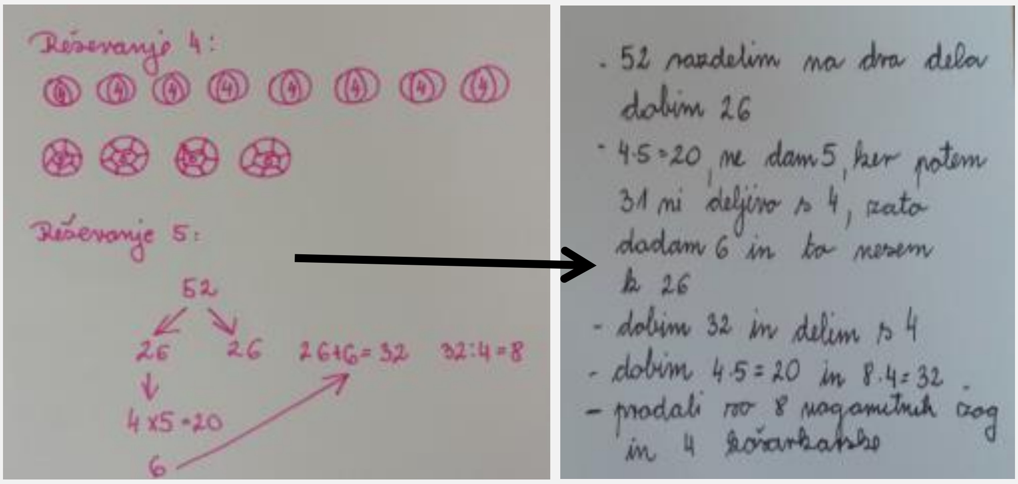

1. Koliko košarkarskih žog so prodali?
Koliko nogometnih žog so prodali?

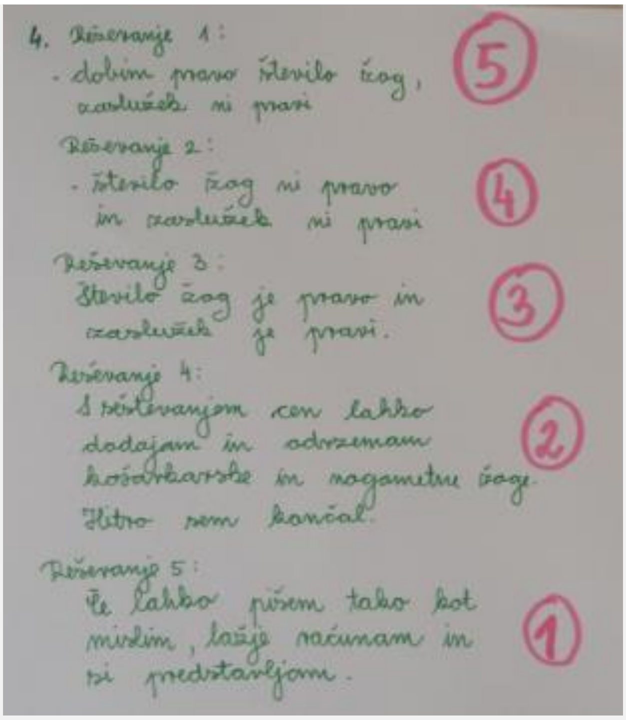
D


2. PROBLEM: število žog
PODATKI: žoga za nogomet = 4 EUR
žoga za košarko = 5 EUR
prodanih = 12 žog
zaslužek = 52 EUR

E


3. Reševanje 1:
10 · 4 = 40
2 · 5 = 10
Reševanje 2:
4 · 5 = 20
3 · 4 = 12
Reševanje 3:
8 · 4 = 32
4 · 5 = 20


Reševanje 4:
Reševanje 5:
52
26
26
26+6=32
32:4=8
4x5=20
6
- 52 razdelim na dva dela dobim 26
- 4·5=20, ne dam 5, ker potem 31 ni deljivo s 4, zato dodam 6 in to nesem k 26
- dobim 32 in delim s 4
- dobim 4·5=20 in 8·4=32.
- prodali so 8 nogometnih žog in 4 košarkarske

A in N	 4. Reševanje 1: - dobim pravo število žog, zaslužek ni pravi 5 Reševanje 2: - število žog ni pravo in zaslužek ni pravi 4 Reševanje 3: Število žog je pravo in zaslužek je pravi. 3 Reševanje 4: S seštevanjem sem lahko dodajam in odvzemam košarkarske in nogometne žoge. Hitro sem končal. 2 Reševanje 5: Če lahko pišem tako kot mislim, lažje računam in si predstavljam. 1
S	Pri reševanju problema sem našel različne načine reševanja, vendar nisem bil pozoren na število žog, ko sem dobil ustrezno vsoto denarja. Lahko bi se spomnil podobnega problema, ki smo ga že reševali, in to uporabil ob reševanju tega problema.

Ta strategija reševanja problemov korakoma vodi učence skozi premislek o možnostih, rešitvah in miselnih procesih, ki so jih opravili pri reševanju problemov. Namen te strategije je bil spodbujanje učencev k oblikovanju učinkovitega načina reševanja problemov preko povezovanja idej s koncepti, spodbujanja učencev, da uporabljajo matematične simbole in matematično terminologijo, preverjanja konsistentnosti reševanja ter pojasnjevanja iz različnih gledišč. Ko ima učitelj vpogled v različne načine reševanja problemov učencev, lahko analizira težave, ki so jih imeli učenci pri reševanju. Velikokrat je priporočljivo ustvarjati kognitivne konflikte, da lahko učenci rekonstruirajo svoje znanje ter načine reševanja problemov. Vprašanja, ki spodbujajo to vrsto razmišljanja: Kako je to povezano z …? Ali je kaj, kar si naredil pri prejšnjem reševanju problema, kar ti lahko koristi? To ni videti ravno tako, kako se tebi zdi? Kaj je boljše za rešitev tega problema? Ta vprašanja spodbujajo učence k priklicu učinkovitih načinov reševanja v novi učni situaciji. Pomembni sestavini reševanja problemov sta pregled in preoblikovanje reševalne poti, ko je problem rešen.

Analiziranje matematičnega problema na listu z osmimi »predali« je bila učinkovita strategija, kot navajajo Benko, Loaiza, Sacharski in Winkler (1999), ki je pripomogla k boljšemu razumevanju problema in ustrezni rešitvi. Na predalih je napisano: 1. Izpišem vse podatke iz problema. 2. Skiciram. 3. Kaj bi želel/-a izračunati? 4. Poimenujem računsko operacijo. 5. Oblikujem vprašanja. 6. Rešujem. 7. Oblikujem odgovor. 8. Preverim rešitev.

Slika 5: Reševanje problema z osmimi »predali«

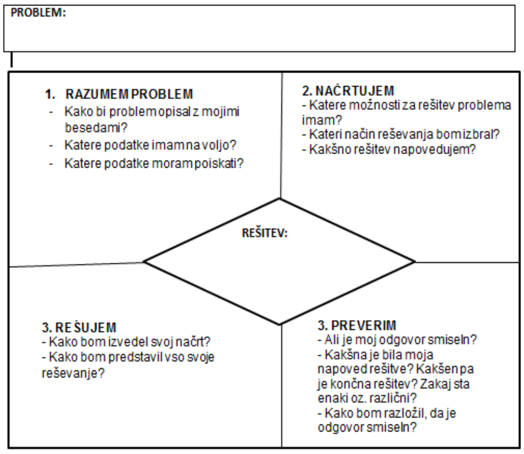
Zapisani koraki na »predalniku« vodijo učence v razumevanju matematičnega problema, razjasnjujejo interpretacijo besedila ter povečajo jasnost z vizualizacijo problema in rešitve.
Če uporabimo klasifikacijo metakognitivnih strategij za razumevanje besedil pri branju po Pečjakovi (2013: 86) in jo priredimo za reševanje problemov, lahko dobimo model, ki učiteljem že v najnižjih razredih poučevanja nudi oporo v poučevanju in spremljanje samoreflektivnega mišljenja pri reševanju problemov:

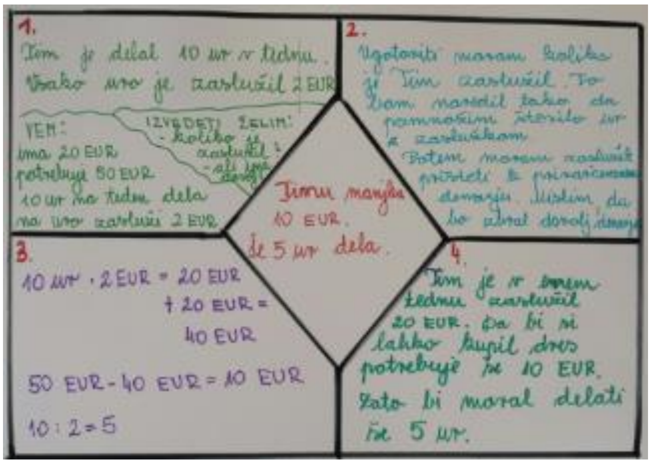
1. Strategija samopoučevanja s samonavodili, pri kateri učenec daje sam sebi navodila s pomočjo polglasnega oz. notranjega govora.
2. Strategija samospraševanja, pri kateri se učenec izuri v postavljanju lastnih vprašanj med reševanjem problema, s čimer izboljša svoj uvid v problem.
3. Strategija vrinjenih vprašanj, oz. vprašanj, ki se pojavljajo med samim reševanjem problema.
4. Strategija samorazlaganja, v kateri učenec pojasnjuje vsebino sam sebi.
5. Strategija razmišljanja na glas, pri kateri učenec na glas pripoveduje o svojem razmišljanju in občutkih ob reševanju določenega problema.

Zgoraj navedeni model se lahko koristno prilagaja ob poznavanju osnovnih korakov reševanja problemov. Učenci na razredni stopnji zmorejo razumeti preprosta navodila, postopke, če sodelujejo pri njihovem oblikovanju. Najbolj jih uzavestijo, če ob reševanju nekega skupnega problema sami določijo korak, ga poimenujejo (lahko tudi zapišejo). Tako lahko oblikujemo navodila, ki počasi postanejo samonavodila ali samovprašanja učenca, kar prikazujejo spodnje slike in sheme.

Slika 6: Koraki reševanja problemov – pripomoček za učence – lahko postanejo samonavodila.

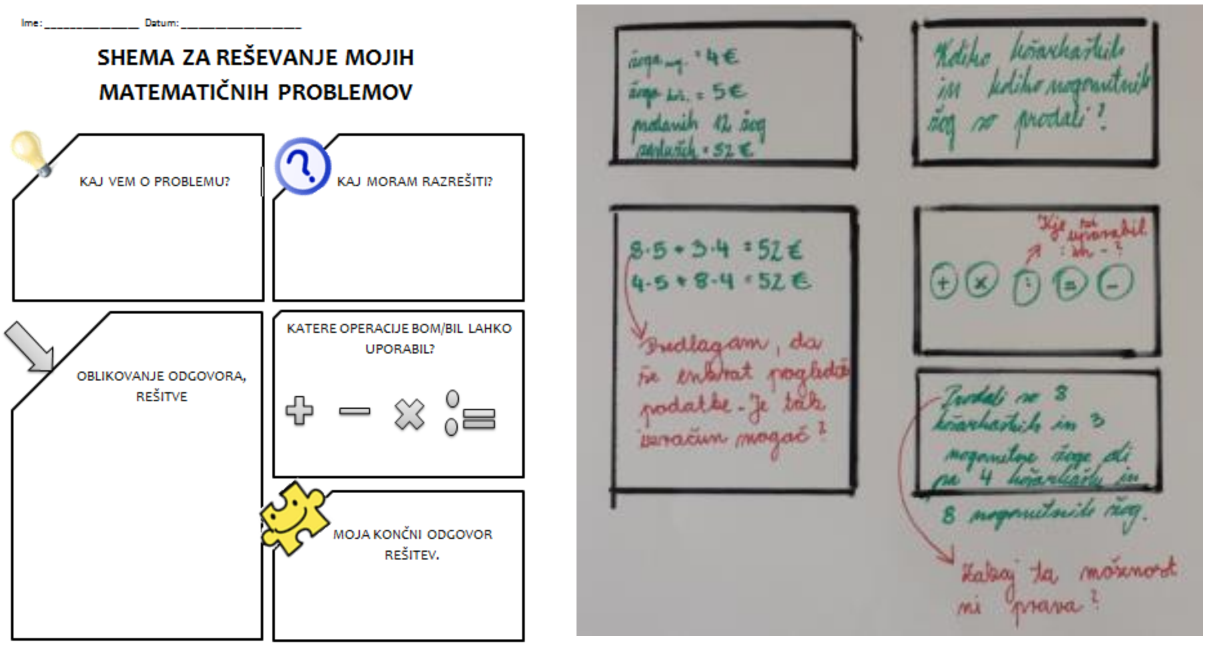
Spodnje slike prikazujejo reševanje problema s shemo, ki vključuje tudi vprašanja, ki učenca vodijo k razrešitvi problema.
Problem: *Tim si je zaželel nogometni dres, ki stane 50 EUR. Privarčevanih je imel le 20 EUR. Odločil se je, da bo en teden v počitnicah pomagal v očetovi delavnici in zaslužil nekaj denarja. Oče mu je ponudil 2 EUR na uro za njegovo delo. Tim je delal 10 ur v tednu. Ali je Tim zbral dovolj denarja za nakup dresa?*





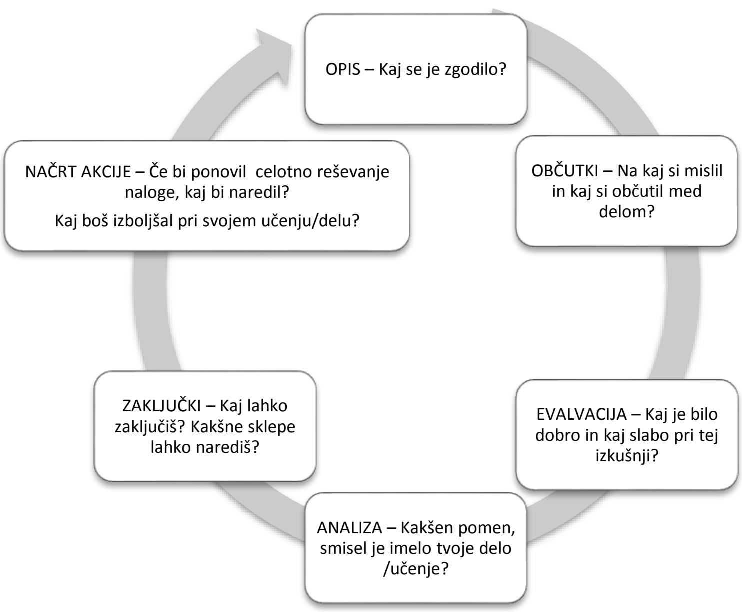
Slika 7: Koraki reševanja problemov – lahko postanejo samovprašanja

V nadaljevanju navajamo še nekaj možnosti uporabe različnih orodij, ki lahko učenca vodijo pri razmišljanju o problemu in ga hkrati urijo v tem, da s pomočjo sheme povzame celoten postopek reševanja in tako samorefleksivno razmišlja. V učenčev zapis so vključene tudi učiteljeve povratne informacije v obliki vprašanj, ki učenca usmerjajo k razmišljanju, vrednotenju in preizkušanju novih poti reševanja.
Problem: *V športni trgovini je bila razprodaja. Nogometna žoga je bila na razprodaji 4 EUR, medtem ko je bila košarkarska žoga 5 EUR. Prodanih je bilo 12 žog in zaslužek je bil 52 EUR. Koliko nogometnih žog in koliko košarkarskih žog so prodali?*



Slika 8: Shema in potek reševanja matematičnih problemov z učiteljevo povratno informacijo oz. intervencijo

Vse strategije in orodja za reševanje problemov so samo pripomočki za uresničitev vsebinskih in procesnih ciljev pouka. Končni cilj uporabe strategije/orodja pa mora biti učenčeva prostovoljna uporaba strategije pri samostojnem učenju – torej sprememba v učenčevem učenju. Vsaka strategija in vsako orodje doseže svoj namen, če je tudi ovrednotena/-o skupaj z učenci. Ovrednotimo jo/ga tako, da gremo skozi vse korake procesa – načrtovanje, preverjanje predznanja, reševanje, zbiranje dokazov, povratno informacijo … in v ta proces vključimo aktivnosti, ki jih je izvajal učenec sam, s sošolci ter skupaj z učiteljem. Zelo uporaben je Gibbsov model refleksije (Gibbs, 1998), ki se ga da prirediti za različne stopnje šolanja, ključno pa je to, da osmišlja 6 najpomembnejših vidikov celostnega samorefleksivnega mišljenja: opis situacije, občutke, evalvacijo/oceno, analizo, zaključke in načrt za naprej.



Shema: Gibbsov model refleksije

Mlajšim učencem lahko pomagamo s preprostimi vprašanji ali navodili in pokrijemo vse strategije formativnega spremljanja, ki jih predlaga William (2013).

PREDZNANJE	- Si na začetku dobro razumel problem? - Si našel vse pomembne podatke? Si kakšen pomembne podatek spregledal? Je bil kakšen podatek skrit?
NAČRTOVANJE	- Kaj si želel ugotoviti? - Katero strategijo si izbral? Je bila učinkovita? Zakaj je bila učinkovita? Kaj bi ob ponovnem reševanju naredil drugače? Katere strategije so uporabili sošolci? Kaj so ugotovili?
ZBIRANJE DOKAZOV	- Kako si dokazal, da si reševal problem? - Kateri dokazi so najboljši? - Kateri tvoji izdelki kažejo na to, da si poskusil več možnih poti? - Kako dokazuješ, da je rešitev smiselna?
POVRATNA INFORMACIJA	- Kaj pravi sošolec o tvojem rezultatu, rešitvi? - Kaj pravi učitelj/-ica? - Se strinjaš z njimi?
SAMOEVALVACIJA	- Kako ocenjuješ svoje delo? - Si dosegel svoj cilj? - Kako si se počutil med reševanjem problema? - Kaj moraš naslednjič izboljšati? - Kaj veš novega po tem reševanju? - Katera vprašanja se ti še vedno porajajo?

Seveda ob eni učni enoti ne postavljamo vseh vprašanj, pač pa odberemo nekaj ključnih, obenem pa učence navajamo na različne načine samorefleksije.

4. ZAKLJUČEK

Reševanje problemov je posebno področje mišljenja, pri katerem se posebej izpostavlja predvsem samostojno reševanje in preseganje naučenega ter omejitev, ki otežujejo prehod iz začetnega v končno stanje. Torej rešujemo problem takrat, ko želimo odgovoriti na vprašanje ali doseči neki cilj, pa odgovora ne moremo enostavno priklicati iz dolgoročnega spomina oziroma pri reševanju naletimo na ovire. Učenje oziroma pridobivanje novega znanja z reševanjem matematičnih problemov je eden od pomembnih ciljev poučevanja matematike in je zato tudi v učnem načrtu za matematiko.
Matematično mišljenje se razvija skozi različne dejavnosti pri pouku, med drugim tudi ob reševanju matematičnih problemov, saj so učenci ob tem miselno aktivni in pridobivajo kompleksno matematično znanje. Matematični problemi se lahko vpeljujejo z različnimi razlogi in nameni, tako pri preverjanju predznanja učencev, pri obravnavi novih matematičnih znanj, kjer je problem lahko izhodišče obravnave, kot tudi z namenom, da bi se učenci učili problemskih znanj, pri čemer usvajajo znanja in spretnosti, ki jih potrebujemo pri uporabi matematičnega znanja v novih situacijah. S takim pristopom si prizadevamo izgraditi čim kakovostnejše, globlje in povezano matematično znanje, ki ga bodo učenci znali in zmogli povezati z izkušnjami in znanji z drugih področij.

Viri

1. Bakračevič, K. (2000): Razvoj mišljenja v odrasli dobi, Maribor, PEF.
2. Bakračevič Vukman, K. (2000): Točnost metakognitivnih ocen v različnih razvojnih obdobjih. Dostopno na: http://www.dlib.si/stream/URN:NBN:SI:DOC-MDUA3GWF/6b6dd082-778f-4a27-b15d-4a4e617ac66b/PDF. (Pridobljeno 25. 7. 2014).
3. Bandura, A. (2003): Self-efficacy: The exercise of control. New York: W. H. Freeman and Company.
4. Benko, A., Loaiza, R., Long, R., Sacharski, M., Winkler, J. (1999): Math word problem remediation with elmentary students. Sant Xavier University and IRI. Skylight. Chicago.
5. Black, P., Wiliam, D. (1998): Assessment and Classroom learning. Assessment in Education, 5, št. 1.
6. Brown, M. N. kelley, S. M. (1986): Asking the right question: A guide to critical Thinking. Engelwood Cliffs. New York: Prentice Hall.
7. Clark, P. (2006): Easy Learning Maths. London: Collins.
8. Clement, J., and Lochhead, J. (1979): Introduction to research in cognitive process instruction. Hillsdale, NY: Cognitive Process Instruction.
9. De Corte, E. (2013): Zgodovinski razvoj razumevanja učenja. V: Durmont, H. in sod. (ur.). O naravi učenja. Uporaba raziskav za navdih prakse, str. 37–58. OECD, Centre for Educational Research and Innovation. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo
10. Didaktika ocenjevanja znanja (2008): Zbornik prispevkov. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
11. Facione, P. A. (2007): Critical thinking: What it is and why it counts. Dostopno na: http://www.student.uwa.edu.au/__data/assets/pdf_file/0003/1922502/Critical-Thinking-What-it-is-and-why-it-counts.pdf. (Pridobljeno 18. 4. 2014.)
12. Gibbs, G. (1988): Learning by Doing: a guide to teaching and learning methods. Oxford: Oxford Brookes Further Education Unit.
13. Komljanc, N. (2008): RAP dosežek. Elektronsko gradivo iz delovnega srečanja RAP. Otočec.(URL: http://www.zrss.si/default.asp?link=predmet&tip=92&pID=199).
14. Marentič Požarnik, B. (2000): Psihologija učenja in pouka. Ljubljana: DZS.
15. Marjanovič Umek, L. (2011): Vloga jezika in socialnih kontekstov za razvoj predbralnih in prednapisovalnih zmožnosti. V: Nolimal, F. (ur.) Bralna pismenost v Sloveniji in Evropi. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. (str. 15–26).
16. Nokes, J. D., Dole, J. A, Hacker, D. J. (2007): Teaching high school students to use heuristics while reading historical texts. Journal of Psycology. Št. 99 (3), str.498–504.
17. Pečjak, S. (2013): Metakognitivne sposobnosti pri učenju z branjem in kako jih razvijati. V: Nolimal, F. (ur.), Opolnomočenje učencev z izboljšanjem bralne pismenosti in dostopa do znanja. Dostopno na: http://www.zrss.si/bralnapismenost/files/6_D3_Nolimal.pdf. (Pridobljeno 15. 4. 2014.)
18. Pintrich, P. R. (2005): The role of goal oriantation in self-regulation learning. V: M. Boekaerts, P. R. Pintrich in M. Zeidner (ur.), Handbook of self-regulation (str. 451–502). San Diego: Academic Press.
19. Snyder, L. G., Snyder, M. V. (2008): Teaching critical thinking and problem solving skills. V: The Delta Pi Epsilon Yournal. št. 2. (str. 90–101).
20. Sentočnik, S. (2012): Slovene – English Glossary of Assessment Terminology. V: Effective assessment for learning. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
21. Wiliam, D. (2000): Integrating summative and formative functions of assessment. Prague: Keynote address to the European Association for Educational Assessment.
22. Wiliam, D. (2013): Vloga formativnega vrednotenja v učinkovitih učnih okoljih. V: Durmont, H. in sod. (ur.). O naravi učenja. Uporaba raziskav za navdih prakse, str. 123–146. OECD, Centre for Educational Research and Innovation. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
23. Žakelj, A. et al. (2011): *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*: Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport. Zavod RS za šolstvo. Dostopno na:

http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/področje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf. (Pridobljeno 24. 5. 2012.)

Viri slik, fotografij
1. Fotografije, sheme: Leonida Novak in Sandra Mršnik.
2. ŽARNICA. Idéias.JPG. V: Lukas Brandão (2007): Wikipedijina zbirka. Dostopno na: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Id%C3%A9ias.JPG?uselang=sl. (Pridobljeno 20. 5. 2014.)
3. VPRAŠAJ. Pictogram voting question-blue.svg. V: Kudo-kun (2008). Wikipedijina zbirka). http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Id%C3%A9ias.JPG?uselang=sl. (Pridobljeno 20. 5. 2014.)
4. SMEŠKO. Sp. V: Bellsmile (2010): Wikipedijina zbirka. Dostopno na: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sp.png?uselang=sl. (Pridobljeno 20. 5. 2014.)

FORMATIVNO SPREMLJANJE PRI MATEMATIKI V 3. RAZREDU

Formative assessment in third grade Mathematics

Barbara Oder

barbara.oder72@gmail.com

Osnovna šola Poljčane

Povzetek

Danes je vse bolj pomembno povezovanje matematike s preostalimi predmeti. Pri matematiki v ospredje postavljamo reševanje problemov in različnih problemskih situacij, ob tem pa odpiramo možnosti, da otrok sam poišče svojo pot, ki ga vodi do rešitve problema. S tem razvijamo učenčevo logično mišljenje, iskanje povezav znotraj matematike in s preostalimi predmeti ter uporabo matematike v vsakdanjem življenju.
Pri delu upoštevamo predznanje učencev in glede na to organiziramo vzgojno-izobraževalni proces ter usklajujemo potrebe učencev z zahtevanimi cilji. Delo organiziramo tako, da omogočimo maksimalen napredek vsakega posameznika ne glede na predznanje. Gradimo na učenčevih močnih področjih in tako krepimo njegova šibka področja. Učence usmerjamo, jim dajemo nasvete in sprotne, pozitivno naravnane, povratne informacije. Ob vsem tem pa jim omogočamo samoregulacijo in samovrednotenje učenja. Vse to pa vpliva na boljšo motivacijo učencev in posledično na visoke rezultate.
V prispevku je predstavljena izvedba formativnega spremljanja za matematični sklop aritmetike in algebre v tretjem razredu. Predstavljen je celoten postopek od načrtovanja prek izvajanja do vrednotenja. Vse skupaj pa je podkrepljeno s konkretnimi primeri.

Ključne besede: formativno spremljanje, povratna informacija, individualni napredek, samouravnavanje, samovrednotenje

Abstract

Nowadays correlation between Maths and other school subjects is becoming increasingly important. At Maths we primarily focus on problem solving and finding

solutions for examples of problematic situations and therewith provide opportunities for pupils to find their own way of solving problems. All this enables the teacher to develop pupils logical thinking, finding correlations within Maths as well as with other school subjects and using Math skills in everyday life.
The educational process is organized according to pupils pre knowledge and matches their needs with teaching aims. Building upon their strong areas enables the teacher to strengthen their week areas.
The teacher's role is guiding the pupils, providing advice and immediate, positively oriented feedback, yet enabling them self regulation and self assessment of their knowledge.
All this results in pupils being better motivated which leads to high learning results.
The article deals with formative assessment at Maths lessons in the third grade, focusing on arithmetic and algebra. It introduces the whole process of formative assessment, from planning and preparation to the actual implementation and assessment and it is reinforced with many practical examples.

Keywords: formative assessment, feedback, individual progress, self regulation, self assessment

Uvod

Že več let sem ugotavljala, da imajo učenci pri matematiki zelo različno predznanje. Tudi motivacija za delo pri pouku matematike ni bila posebej visoka. V razredu je bilo nekaj učencev, ki so delali, in veliko takšnih, ki so se dolgočasili in motili pouk. To so bili učenci, ki so imeli šibko predznanje, pa tudi tisti, ki so znali že veliko več. Iz dneva v dan sem ugotavljala, da nekaj ni v redu, da bom morala nekaj spremeniti v svojem načinu dela.
Sprememba načina dela je zahtevala spremembe v mojem razmišljanju. Najprej sem spremenila postavitev miz v razredu. Učenci sedijo v različnih skupinah (glede na cilje, predznanje), kar omogoča lažjo komunikacijo in organizacijo dela. Pri spreminjanju pouka sem naletela na nekaj ovir. Prva ovira je bila pomanjkanje časa za izvedbo, druga ovira so bili delovni zvezki in pomanjkanje časa za pripravo na pouk (priprava didaktičnega materiala, učnih listov, drugih gradiv itd.).
Najprej sem spremenila urnik. Matematike nimam več vsak dan eno šolsko uro, pač pa pogosto izvajamo blokure. Enako smo začeli delati pri preostalih predmetih. Kjer koli se je dalo, sem poiskala skupne cilje predmetov in pouk še bolj medpredmetno povezala. S tem sem pridobila nekaj časa in rešila prvi problem. Naš urnik je »živ« in se ves čas spreminja, seveda pa znotraj tega pazim, da opravimo zahtevano število ur v skladu s predmetnikom.
Druga ovira na poti so medpredmetno povezani delovni zvezki, ki me pri delu velikokrat omejujejo in ovirajo. Trenutno se odločam, ali naj jih v celoti opustim ali vsaj zmanjšam število delovnih zvezkov, ki jih uporabljamo. Menim, da bi lahko brez delovnih zvezkov kakovostneje in bolj poglobljeno dosegli cilje tudi pri matematiki. Delovni zvezki velikokrat ne upoštevajo individualizacije in diferenciacije, v ospredje postavljajo kvantiteto in ne kakovosti znanja. Vsekakor pa ne upoštevajo tega, da imajo učenci zelo različno predznanje matematike. V njih se pojavljajo naloge enakega tipa, ki na različnih področjih prevečkrat pokrivajo enake standarde znanja. Lahko bi bilo veliko manj nalog, pa te bolj sistematične, poglobljene, takšne, ki zahtevajo več miselnih naporov in ustvarjalnosti, več raziskovalnega in poglobljenega dela. Učenci takšne naloge potrebujejo in si jih želijo.

Skozi spreminjanje učno-vzgojnega procesa sem spoznala, da sem si pogosto sama nalagala preveč dela, da opravljam delo, ki bi ga lahko opravili učenci sami. Učenci imajo veliko idej, ki jih spontano izrazijo, te pa so največkrat boljše od tistih, ki jih ima učitelj.
Danes je formativno spremljanje del mojega in našega vsakdanjega učno-vzgojnega procesa. Pri samem delu v razredu mi je v nadaljevanju veliko pomagala, svetovala, me usmerjala in spodbujala mag. Leonida Novak.

Kaj je formativno spremljanje

Formativno spremljanje proces učenja opredeli kot pedagoški dialog za soglasno skupno učiteljevo in učenčevo spremljanje, nadzorovanje in usmerjanje razvoja učenja posameznika, da bi izboljšali učni učinek v procesu učenja in da bi bila sodba o vrednosti naučenega ob koncu učenja čim bolj korektna. Pouk prehaja od poučevanja k učenju. S pomočjo formativnega spremljanja želimo, da se otroci razvijejo v neodvisne, razmišljujoče, samozavestne misleče in uspešne ljudi, ki se bodo sposobni prilagajati našemu hitro spreminjajočemu svetu (Komljanc, 2004)
Black in Wiliam sta leta 1998 opredelila formativno preverjanje kot vse tiste dejavnosti učiteljev in/ali učencev, s katerimi zagotavljamo povratne informacije, s pomočjo katerih prihaja do sprememb v poučevanju in učenju, v katerega so vpeti. Broadfoot je leta 2002 dejal, da formativno preverjanje usmerja pozornost na tri ključne procese poučevanja, ki ugotavljajo: kje v procesu učenja se posameznik nahaja, kam gremo in kaj bomo storili, da bomo do tja prišli.

Elementi formativnega spremljanja

Elemente formativnega spremljanja lepo opisuje Dylan Wiliam v knjigah O naravi učenja in Embedded formative assessment.
a) Preverjanje predznanja
Učitelj preveri, kaj učenec o določeni temi že zna, kje je. Glede na starost otrok izbere oblike dela, s katerimi bo preveril predznanje učencev. Sama najpogosteje uporabljam miselne vzorce, skupinske pogovore, besedni tenis, štafeto besed, v krogu naokrog, iskanje asociacij in druge igre. Preverjanje predznanja omogoča učitelju lažje načrtovanje dela in učenja, ki je usmerjeno na posameznika.
b) Skupno načrtovanje
Pri formativnem spremljanju najprej določim cilje, ki jih moramo doseči. Učitelj je tisti, ki organizira in usmerja proces ter postavi cilje malo nad učenčeve zmožnosti, vendar tako visoko, da so mu še vedno izziv. Paziti moram na količino ciljev. Vsak posameznik si na podlagi svojega predznanja in določenih ciljev zastavi svoje osebne cilje. Za doseganje le-teh uporablja različne strategije in poti. Znotraj procesa potekata diferenciacija in individualizacija. Učenec izdela svoj osebni načrt učenja, v katerem opredeli, kaj se bo naučil, kako in do kdaj. Učitelj je ves čas na razpolago učencem. Glede na cilje usmerja učence v razmišljanje o tem, kaj se o določeni temi še želijo naučiti, kaj jih zanima …
c) Povratna informacija
Povratna informacija predstavlja dialog med učiteljem in učencem oziroma med tistim, ki jo podaja, in tistim, ki jo sprejema, uravnava učenje in poučevanje. Povratne informacije dobiva učenec skozi celotni proces. Te so lahko ustne (pogovor med delom, v kotičku, po pouku) ali pisne (opombe, samolepilni listki), vedno so pozitivno naravnane in učenca motivirajo in usmerjajo naprej po poti učenja. Izkoriščajo učenčeva močna področja za odpravo šibkih znanj.

č) Oblikovanje kriterijev
Učitelj, kadar je le mogoče, oblikuje kriterije uspešnosti skupaj z učenci. Kriterije lahko oblikujemo na temelju primerjanja vzorčnih izdelkov (to so izdelki, ki jih izdelajo učenci) ali v obliki razprave. Zapišemo jih tako, da jih učenci razumejo, pri tem pa pazimo, da jih ne oblikujemo preveč in ne premalo, povezani morajo biti s tem, kar želimo, da se naučijo. Kriteriji so jim v pomoč, da vedo, kaj je pomembno, in so lahko na to pozorni že med samim delom. S pomočjo kriterijev lahko učenci vrednotijo svoje izdelke in izdelke sošolcev. Izkušnje kažejo, da je zelo učinkovito oblikovanje kriterijev na podlagi vzorčnih izdelkov.
d) Način izkazovanja znanja
Učenec lahko svoje znanje izkaže na različne načine. Pripravi govorni nastop, izdela plakat, nariše strip, izdela izdelek, igra vlog … Z uporabo kriterijev, ki jih oblikujemo skupaj, učencu poda povratno informacijo učitelj, kritični prijatelj ali sošolci. Lahko pa na temelju kriterijev izvede samovrednotenje, samopresojo.
e) Vrednotenje
Na koncu sledi še vrednotenje, pri katerem se učenčevo predznanje in napredek primerjata s postavljenimi cilji in standardi, ki naj jih doseže. Učenci se naučijo tudi samovrednotenja in posledično samouravnavajo svoje učenje.

Formativno spremljanje pri matematiki
Sklop: Aritmetika in algebra, naravna števila in število 0

V nadaljevanju predstavljam konkretno izpeljavo formativnega spremljanja pri zgoraj navedenem sklopu.
a) Preverjanje predznanja
Kaj že vem, znam, kje sem? Dejavnost, s katero sem preverila predznanje o poznavanju števil do 1000. Učencem sem ponudila številsko vrečko, v kateri so bili kartončki, na njih pa zapisana števila od 100 do 1000. Vsak učenec je izvlekel eno število, to je bilo njegovo število. Prosila sem jih, da na list zapišejo, kaj vse o tem številu že vedo in kaj vse lahko z njim počnejo.

Sliki 1 in 2: Preverjanje predznanja

S preverjanjem predznanja (sliki 1, 2) sem ugotovila, da nekaj učencev dosega ali že presega zastavljene cilje. Večina učencev je dosegla posamezne cilje, samo dva učenca pa sta se nekaterim ciljem le približala. Vedno znova ugotavljam, da učenci vedo že veliko stvari, za katere mi mislimo, da so jim še tuje.
Z analizo predznanja sem dobila pomembno informacijo, ki bi jo po starem načinu dela najverjetneje spregledala in bi vsi učenci začeli pot na začetku. Po podatkih, ki sem jih dobila z analizo predznanja, sem ugotovila, da je cilje treba razširiti, nadgraditi. Le tako se učenci ne bodo dolgočasili in bodo bolj motivirani za delo. S

tem želim omogočiti prav vsakemu posamezniku napredek v skladu z njegovimi zmožnostmi. Tako smo dodali cilj: učenec sešteva in odšteva v številskem obsegu do 1000. Po preverjanju predznanja in analizi le-tega smo začeli načrtovati delo.

b) Skupno načrtovanje in oblikovanje kriterijev

S pomočjo ciljev iz učnega načrta smo skupaj z učenci določili njihove osebne cilje in oblikovali kriterije. (Teh vsekakor ne sme biti preveč.) Zapisali smo jih na tablo v obliki tarče, ki nam je v naslednjih urah služila za spremljanje stopnje doseganja izbranih kriterijev. Pri postavljanju ciljev so učenci predlagali, da pogledamo cilje, ki smo jih imeli lansko šolsko leto, ko smo spoznavali števila v številskem obsegu do 100. Pogledali smo cilje in jih razširili v številskem obsegu do 1000. Dodali smo tudi cilj, za katerega se je v fazi preverjanja predznanja pokazalo, da bi ga bilo dobro dodati. Na osnovi preverjanja predznanja in zapisanih ciljev so učenci postavili svoje osebne cilje. Pri oblikovanju svojega osebnega cilja so nekateri še potrebovali pomoč. Učenci so bili seznanjeni s tem, kaj bom spremljala in kaj pričakujem, da bodo ob koncu znali.

Glede na analizo predznanja in postavljene cilje sem pripravila različne naloge, ki so jih reševali. Izdelali smo načrte učenja.

V kotičkih so reševali naloge (slike 3, 4, 5), ki so pokrivale določene cilje. En kotiček je bil namenjen učencem, ki so pokazali, da načrtovane cilje že presegajo. To so bili učenci, ki že računajo v številskem obsegu do 1000. Tudi znotraj tega kotička so bile naloge diferencirane. Reševali in sestavljali so različne besedilne naloge, matematične probleme …

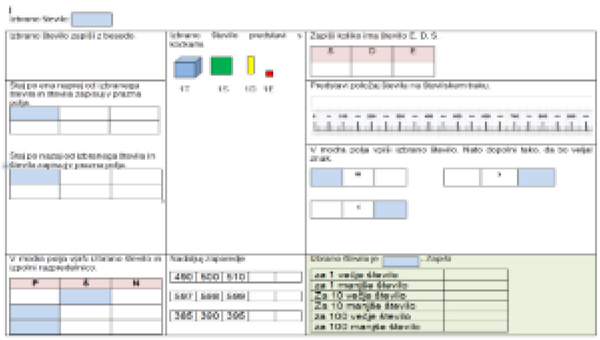
Slike 3, 4, 5: Delo v kotičkih

c) Preverjanje že usvojenega znanja, povratna informacija

Pripravila sem učni list (slika 6), s katerim so lahko preverili svoje znanje. Učenci so se glede na usvojeno znanje in cilj sami odločili, kdaj bodo rešili učni list. Naš dogovor je bil, da ga do konca tedna rešijo vsi.

Tisti, ki se je odločil, da preveri svoje znanje, je najprej izžrebal svoje število (v številskem obsegu od 100 do 900). To je bilo število, ki ga je vpisal v ustrezna polja na učnem listu in ga rešil.

Po reševanju učnega lista je napisal, kje je uspešen, kaj že zna, kaj bi še želel izboljšati in kakšno pomoč potrebuje. Če je želel, je lahko zapisal še sporočilo učiteljici. Učni list sem pregledala še sama in napisala povratno informacijo učencu.



Slika 6: Učni list za preverjanje znanja

Komentar učenca, samoocena:
Znam brati števila. Znam šteti in števila urediti po velikosti. Vem, koliko ima število S, D, E. Nisem prepričan, da sem števila prav zapisal z besedo. Poiskati znam predhodnik, naslednik in število, če enega poznam. Tudi pri oblikovanju in nadaljevanju zaporedij sem dober. Znam seštevati in odštevati.
Da bom bolje znal, bom vsak dan napisal pet števil z besedo in prosil nekoga, da mi zapis pregleda.
Komentar učiteljice:
Žan, s tvojo oceno se strinjam. Števila do 1000 znaš prebrati in jih urediti po velikosti. Veš, koliko ima število S, D, E, in mu znaš poiskati predhodnik ter naslednik. Tudi pri štetju, nadaljevanju zaporedij in iskanju velikostnih odnosov med števili si odlično opravil naloge. Nekaj težav imaš še pri zapisu števil z besedo. Pazi pri zapisih, v katerih se ponovi črka i in zveza td (tr**ii**ntrideset petinpe**td**eset). Tvoja predlagana naloga za izboljšanje je odlična. Za pomoč lahko prosiš Alena.
Učenci so učne liste dobili naslednjo uro po reševanju. Najprej so jih sami pregledali, nato pa sem se še z njimi individualno pogovorila o tem, kako naj nadaljujejo delo, katere naloge bi bilo dobro, da še rešijo, da bodo svoje znanje izboljšali. Pustila sem, da si naloge izberejo sami, če pa je bilo potrebno, sem jim pomagala in sem jih s pomočjo pogovora usmerila. Tako so v naslednjih urah, z delom v kotičkih, skušali svoje znanje izboljšati in nadgraditi.
č) Predstavitev naučenega
Ob koncu sklopa smo se dogovorili, kako bodo učenci predstavili usvojeno znanje. Skupaj smo določili kriterije uspešnosti in na različne načine vrednotili izdelke.
Naš dogovor je bil, da vsak učenec pripravi učni list, na katerem naj bodo različne naloge za sošolca. Z njim bo preveril, ali sošolec cilje dosega ali še ne. Učne liste so oblikovali ob pomoči ciljev in kriterijev, nato so jih izmenjali in rešili. Večina učnih listov je bila sestavljenih odlično. Na nekaterih pa so učenci, ki so jih reševali, naleteli na napake, ki so jih popravili zelo iznajdljivo. Nekaj jih je poiskalo pomoč pri tistem, ki je sestavljal učni list, in so skupaj odpravili napako. Nekateri pa so napako popravili tako, da so jo prečrtali in pravilno zapisali, da je lahko sošolec videl, kje se je zmotil. Učenci so popravljali celo slovnične napake v navodilih. Ko so naloge na učnih listih rešili, so najprej napisali samooceno, nato so list vrnili sošolcu, ki ga je sestavljal. Ta ga je najprej pregledal in zapisal komentar. Pri pisanju so si pomagali z zapisanimi samoocenami in so te dopolnili ali pa so jim bili v pomoč kriteriji in so s pomočjo le-teh ovrednotili izdelek sošolca. Nazadnje sem še sama pregledala naloge in napisala povratno informacijo, ki je bila namenjena uspešnosti reševanja nalog in ustreznosti sestave učnega lista.
Učenci so zelo natančno pregledali rešene naloge, le redko sem na kakšnem učnem listu našla še kakšno napako. Ugotovila sem, da so učenci pri pregledovanju

spregledali napake pri tistih nalogah, pri katerih so že med reševanjem tudi sami imeli težave.
Nekaj učencev je podobno še doma sestavilo različne naloge. Liste z nalogami so prinesli v šolo in jih dali sošolcu, da jih reši. Ena izmed deklic je naloge napisala na računalnik. Njen učni list je imel več nalog istega tipa. Vprašala sem jo, zakaj se je tako odločila. Razložila mi je, da je naloge zapisala za sošolko, ki je imela pri takšnih nalogah težave, z namenom, da izboljša znanje. Vsi so imeli pripravljene rešitve, da bi lahko naloge sošolcu tudi preverili.

Dejavnosti za usvojitev posameznih ciljev

1. kotiček (delo v paru)
Cilj: Štejem, berem in zapišem števila do 1000. Vem, koliko ima število E, D, S in T.

a) V paru štejejo naprej in nazaj v številskem obsegu do 1000. Eden šteje, drugi s pomočjo kartončkov preverja pravilnost štetja, nato vlogi zamenjata.

b) Izvlečeta število in ga nastavita z enotskimi kockami vsak zase, nato preverita, ali sta nastavila enako.

c) Igra: Zberi po 10. Igro igrata dva igralca. Potrebujeta 2 podlagi, igralno kocko in link kocke. Prvi vrže kocko in nastavi toliko rdečih link kock, kolikor pik je vrgel na kocki. Položi jih na igralno podlago pod enice. Nato meče drugi, tudi ta vrže kocko in nastavi toliko rdečih link kock, kolikor pik je vrgel. Takoj ko imata na polju 10 rdečih link kock, jih zamenjata za eno rumeno (D) in nadaljujeta z igro. Ko imata 10 rumenih kock (10 D), jih zamenjata za eno zeleno (1 S). Zmaga igralec, ki prvi doseže določeno število, ki ga izbere učitelj (npr. 1 S).

č) Učenca izmenjaje izvlečeta kartonček s številom, ga predstavita na pozicijskem računalu in zapišeta z besedo. Drug drugega preverjata.

d) V paru vlečeta kartončke, na katerih so zapisane števke od 0 do 9. Rdeča pomeni število E, rumena število D in zelena število S. Napišeta, katero število sta dobila, nato ga zapišeta še z besedo. Drug drugega preverjata.

e) V ovojnici so kartončki, na katerih so zapisana števila od 100 do 1000. V paru menjaje izvlečeta eno število. Štejeta po ena šest števil naprej od izvlečenega števila, števila zapisujeta v zvezek. Nato štejeta po ena šest števil nazaj od izvlečenega števila. Drug drugemu sproti preverjata pravilnost zapisa.

2. kotiček (delo v paru)
Cilj: Števila do 1000 uredim po velikosti. Zapišem velikostne odnose med števili.

a) V paru menjaje izvlečeta 6 števil, nato jih uredita po velikosti. Izmenjaje začenjata enkrat z najmanjšim, drugič z največjim številom.

b) V paru menjaje vlečeta števila, ki so zapisana na kartončkih (vsak eno). Števili položita predse in vstavita ustrezen znak za velikostne odnose. Prebereta, kar sta nastavila.

c) Igra: Sestavimo kvadrat (mrežo) ene stotice. Učenca vzameta eno ovojnico, v njej je kvadrat ene stotice (npr. kvadrat s števili od 201 do 300) razrezan na šest različnih delov. Nekatera števila so že vpisana, nekatera pa še manjkajo. Vsak učenec izbere tri dele razrezanega kvadrata in najprej dopolni prazna okenca z manjkajočimi števili. Ko oba opravita svoje delo, skupaj sestavita kvadrat stotice.

3. kotiček (delo v paru)
Cilj: Določim predhodnik in naslednik števila.

a) S pomočjo igralnih kart, ki jih vlečeta, določita število. Prva izvlečena karta pomeni stotice, druga desetice in tretja enice. Lahko vlečeta kar kartončke s števili ali mečeta igralno kocko (prvi met so stotice, drugi desetice, tretji enice). Dobljenemu številu poiščeta predhodnik in naslednik.

b) Enako igro lahko igrata tudi tako, da je izvlečeno ali vrženo število predhodnik ali naslednik, in nato poiščeta preostali dve števili.

4. kotiček (individualno delo in delo v dvojicah)
Cilj: Nadaljujem in oblikujem zaporedje števil.

a) Učenca nadaljujeta že podano zaporedje, ki je zapisano na učnem listu.

b) Vsak v paru zapiše začetek nekega zaporedja (prva štiri števila), nato zvezke zamenjata in nadaljujeta s pisanjem.

c) Eden v paru izvleče število na kartončku, drugi vrže igralno kocko. Število, ki ga izvleče, je prvo število v zaporedju. Števka, ki jo vrže, pomeni korak pri oblikovanju zaporedja. V zvezek oba zapišeta zaporedje.

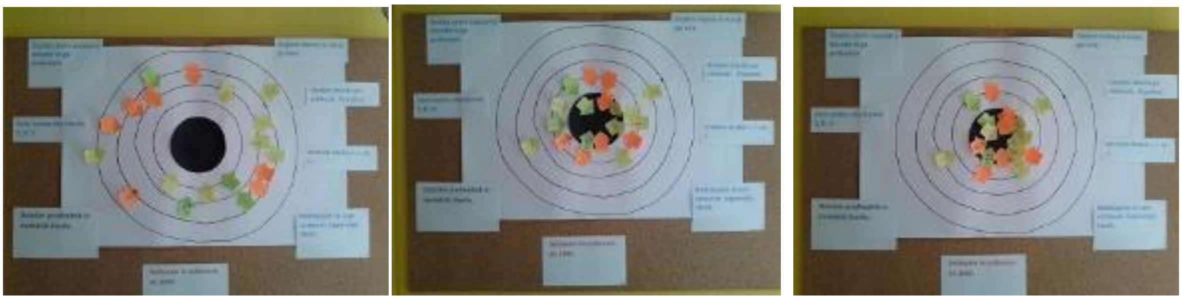
Prvo nalogo so učenci preverili s pomočjo rešitev, ki so bile zapisane na kartončkih. Pri drugi in tretji nalogi pa so preverjali pravilnost nalog drug drugemu.

5. kotiček (individualno delo)
Cilj: Seštevam in odštevam do 1000.
Učenci so ob različnih nalogah usvajali seštevanje in odštevanje v številskem obsegu do 1000. Naloge so vključevale računanje v številskem obsegu do 100 v naslednjemu zaporedju:

a) seštevanje in odštevanje stotic
b) prištevanje in odštevanje enic
c) prištevanje in odštevanje desetic
č) prištevanje in odštevanje dvomestnih števil
d) pisno seštevanje in odštevanje

Spremljanje dela učencev
Učenec je glede na svoje cilje in načrt, ki si ga je izdelal, izbiral kotičke in reševal naloge. Možnost izbire je bila dodatna motivacija. Delo je tako potekalo štiri šolske ure. Učenci so lahko prehajali iz enega kotička v drugega.
Ker je bila večina nalog namenjena delu v paru, so učenci drug drugega nadzorovali in si sproti podajali povratne informacije. Odkrivali so napake, se opozarjali in jih z dogovarjanjem skupaj odpravljali. Pri tem niso potrebovali pomoči učitelja, saj so takšnega dela vešči. Kadar pa je šlo za skupinsko delo, so pravilnost preverjali vsi člani skupine. Včasih so bile rešitve zapisane na kartončkih in so lahko preverili naloge ali pa so se morali dogovoriti znotraj skupine, kaj je prav in kaj ne, ter skupaj popraviti. Vsak dan sproti so ugotavljali, kje so in kaj morajo še napraviti, da se približajo osebnemu cilju, načrtovali so svoje nadaljnje aktivnosti. Glede na zastavljene cilje so uravnavali svoje učenje.
Sama sem spremljala njihovo delo, jih spodbujala, jim dajala potrebna navodila za doseganje ciljev, jih usmerjala in jim omogočala proces učenja. Občasno sem si beležila njihove komentarje, mnenja in opažanja ter ugotovitve, pri čem so uspešni in pri čem še imajo težave. Ves čas sem jih usmerjala naprej, k višjim ciljem. V obliki pogovora sem jim dajala sprotne povratne informacije, občasno pa sem jim napisala kak komentar na samolepilni listek in ga prilepila v zvezek. Včasih sem spremljala posameznika, dvojice, skupine, odvisno od aktivnosti, ki so jo izvajali.

Ob koncu dela so učenci vsak dan opravili še samovrednotenje. Postavljene cilje smo primerjali z doseženimi in ugotavljali, kaj že znajo in česa še ne znajo. Povedali so, kaj so naredili, kje so svoje znanje izboljšali, kaj pa morajo še izboljšati. Komentar je lahko podal še sošolec, s katerim je posameznik delal. Pri tem so si pomagali z zastavljenimi cilji. Dobili so samolepilne listke, ki so jih lepili k cilju, ki so ga želeli doseči (slike 7, 8, 9). Čim bliže sredini so ga nalepili, tem bliže so bili doseženemu cilju. Listke so lahko premikali vsak dan. Vsi so težili k temu, da se čim bolj približajo sredini tarče, če že niso čisto v sredini.



Slike 7, 8, 9: Predstavitev napredka

Moram povedati, da so bili učenci zelo kritični do sebe in do sošolca, a kljub temu s sprejemanjem povratne informacije niso imeli težav, saj so imeli jasno določene cilje. Pri podajanju povratne informacije sem vedno vztrajala pri tem, da učenec vedno najde tudi pozitivne, dobro opravljene stvari in da zna pohvaliti tako svoje delo kot delo drugih. S takšno povratno informacijo učence spodbujam in usmerjam pri delu in učenju.
Ugotovila sem, da je imelo največ učencev težave pri zapisu števil z besedo. Zato sem do naslednje ure sestavila še nekaj nalog. Tako so imeli učenci na voljo različne naloge, s katerimi so utrjevali znanje. Imeli so možnost izbire, kar vpliva na motivacijo. V petem kotičku sem želela ugotoviti, kako daleč so učenci, ki presegajo trenutno zastavljene cilje. Želela sem jim ponuditi nekaj več, saj to tudi zmorejo. Učenci so imeli na voljo učne liste, na katerih so bile zapisane različne naloge (računske, problemske, besedilne naloge). Težavnost nalog se je stopnjevala. Naloge so lahko sami pregledali in si pri tem pomagali z rešitvami, ki so bile zapisane na kartončkih. Dnevno sem jim pripravljala nove, zahtevnejše naloge. Učenci, ki so delali v tej skupini, so bili še posebej motivirani. Vsi so imeli veliko željo, da bi rešili čim več. V želji po uspehu so drug drugemu razlagali strategije seštevanja in odštevanja, učili so se drug od drugega. Ostajali so še po pouku in reševali naloge. Sami so izbirali in določali svoje domače naloge. Večina učencev se je pravilno odločila in reševala naloge, ki so jim povzročale težave. Nekateri so izbrali naloge, ki so jih že tako dobro znali. V takšnih primerih sem jih s pogovorom usmerila na pravo pot.

Zaključek

Ugotavljam, da se s formativnim spremljanjem in problemskim pristopom pri pouku matematike povečata motivacija in aktivnost učencev. Učenci so bolj samostojni, iščejo informacije, raziskujejo … Sami si želijo izboljšati znanje, predlagajo načine, ki bi jih pripeljali do izboljšanja, in so ustvarjalni. Pogosto si sami določajo naloge, ki jih želijo rešiti, da bodo izboljšali svoje znanje. Svoje delo samouravnavajo in so pri tem samokritični. V pogovoru znajo izpostaviti svoja močna in šibka področja, povedo, kaj znajo in pri čem še imajo težave. Sami prosijo za pomoč sošolce ali učitelja. V razredu ni težav z disciplino ali pa so te zelo redke. Delo za nikogar ni prezahtevno in ne prelahko, vsakemu omogoča, da napreduje v skladu s svojimi zmožnostmi.

Viri

1. Dumont, H., Istance, D., Benavides, F. (2013): O naravi učenja: uporaba raziskav za navdih prakse, ZRSŠ, Ljubljana.
2. Japelj, P. B., Svetlik, K., Kozina, A. (2012): Znanje matematike in naravoslovja med osnovnošolci v Sloveniji in po svetu, Izsledki raziskav TIMSS 2011, Pedagoški inštitut, Ljubljana.
3. Komljanc, N. (2008): Didaktika ocenjevanja znanja, ZRSŠ, Ljubljana.
4. Komljanc, N. (2009): Didaktika ocenjevanja znanja, ZRSŠ, Ljubljana.
5. Komljanc, N. (2004): Vrednost povratne informacije v procesu ocenjevanja, doktorska disertacija, Filozofska fakulteta, Ljubljana.
6. Musek Lešnik, K. (2011): Siva knjiga o osnovni šoli v Republiki Sloveniji, IPOSS, Ljubljana.
7. Suban, M., Kmetič, S. (2013): Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi, matematika, ZRSŠ, Ljubljana.
8. Wiliam, D. (2011): Embedded formative assessment, Solution Tree, USA.

EVOLUCIJA NEKE METODE

Evolution of an assesment process

Tomaž Miholič

tomaz.miholic@siol.com

Osnovna šola Duplek

Povzetek

V prispevku opisujem korake pri preoblikovanju ene izmed učnih metod pri pouku matematike v tretjem triletju osnovne šole v dveh šolskih letih. Glavni cilj uporabe, dopolnjevanja in spreminjanja opisane metode je zagotavljanje kakovostne povratne informacije – tako v smeri učenec – učitelj kot v obratni smeri. Prvotni namen metode je bilo ugotavljanje, kje v procesu učenja se učenci nahajajo, in na podlagi teh informacij ustrezno oblikovati vsebine in potek naslednje učne ure. Pri uporabi metode so se pokazale razlike med učenci tako v njihovem predznanju kot tudi v usvajanju tekoče snovi, ki so same klicale po razširitvi metode z dodano individualizirano povratno informacijo v smeri učitelj – učenec. Ta dodana dimenzija naj bi učencu pomagala pri ugotavljanju, kaj mora storiti, da bo dosegel cilje učenja.

Ključne besede: povratna informacija, učna metoda, evalvacija znanja

Abstract

The paper describes the six steps of evolution of a regular assessment process in math class during two school years (pupils of age 13–14). The main objective of the application, supplement and modification of the described method is to ensure quality feedback – both in the direction of the pupil – teacher, and vice versa. The original purpose of the method was to determine where in the learning process, pupils were and using that information appropriately create the content and course of the next lesson. Using the method has revealed differences among pupils in both their prior knowledge, as well as differences in the acquisition of the current learning objectives, which urged to extend the method with individualized teacher – pupil feedback. This new-added dimension should help the student to find out what must be done to achieve earning objectives.

Keywords: feedback, teaching method, evaluation, assessment

Uvod

Raziskave v tujih izobraževalnih sistemih kažejo, da učenci, ki se aktivno vključijo v proces preverjanja in načrtovanja svojega znanja in učenja, dosegajo bistveno boljše učne rezultate (Lang, 2014). Ker pa je učenje nepredvidljivo, moramo pri oblikovanju učinkovitih učnih okolij upoštevati, da vrednotenje deluje kot most med poučevanjem in učenjem (William, 2013).
Zvedavi, aktivni in radovedni učenci, ki jih navdihujejo nova spoznanja in spretnosti, so želja in ideal vsakega učitelja tudi v našem učnem okolju. Sistem, pa tudi učitelji sami, smo v naše šole na mesto, kamor bi sodilo znanje, postavili ocene. Predpisana količina ocen marsikoga od učiteljev ukalupi v linearno izvajanje procesa »obravnava nove snovi – vaje – preverjanje – ocenjevanje«.
Eden izmed pristopov k poučevanju, ki sumativnemu ocenjevanju zmanjšuje pomen, hkrati pa ne zmanjšuje pomena znanja, je formativno spremljanje znanja (angl. formative assesment). Namen te oblike spremljanja učenca je ozavestiti le-tega o njegovem trenutnem znanju in mu pomagati pri načrtovanju učne poti. Da je učenje dejavnost, ki naj jo izvaja učenec, je prva izmed desetih temeljnih ugotovitev kognitivnega pogleda na učenje (Schneider, 2013).
Metod, s katerimi učenci dobijo učinkovito povratno informacijo, je veliko in v našem šolskem okolju niso vse neznanka tudi učiteljem, ki jih načela formativnega spremljanja znanja ne zanimajo. Tako lahko med metodami najdemo tudi:

- »brez dvigovanja rok« – učitelj določi učenca, ki bo odgovoril na njegovo vprašanje,
- »ocenjevanje sošolca« – delo v parih, kjer učenec učenca informira o njegovem znanju,
- »kratka preverjanja« – nekajminutni kratki pisni testi,
- »dnevniški zapisi« – učenec zapisuje svojo učno pot in cilje …

»Poročilo v minuti«

V nadaljevanju bom predstavil eno izmed metod, ki sem jo uporabljal v istem oddelku pri pouku matematike dve zaporedni šolski leti. Poimenovali smo jo »poročilo v minuti« (angl. One Minute Paper) in od učenca zahteva, da ob koncu učne ure v nekaj stavkih povzame svoj napredek. S to aktivnostjo sem želel, da učenci sami izluščijo bistvo učne ure in sami identificirajo svoje učne težave. Kot se bo izkazalo, sem si zadal precej (skoraj preveč) ambiciozen načrt.

Evolucija

Metoda sama ni takoj prinesla pričakovanih rezultatov, pa tudi moja pričakovanja so se ob njeni rabi spreminjala, zato bom v nadaljevanju predstavil kratek kronološki prikaz sprememb pri rabi »poročila v minuti«.

Prva oblika

Čeprav ta oblika oblikovanja povzetkov kar kliče po rabi papirnih lističev, sem imel to srečo (ali nesrečo), da izvajam pouk matematike zaradi prostorske stiske v šoli večino ur v računalniški učilnici. To dejstvo je že na začetku pripomoglo k temu, da sem papir nadomestil z elektronsko različico vprašalnika, ki je bil v svoji prvi obliki videti nekako tako:

Naučil sem se:	
Ne znam še:	

Slika 1: Prvotna oblika vprašalnika

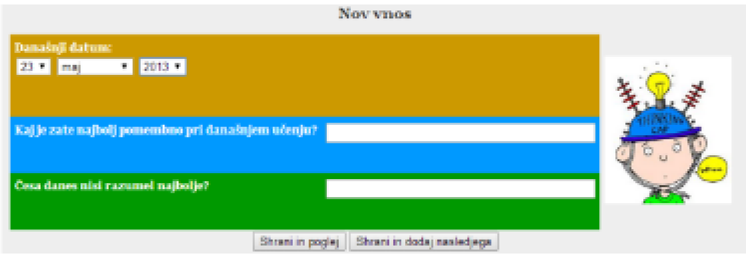
Vprašalnik je bil umeščen v spletni učilnici, kar je pomenilo, da hkrati z odgovori dobim tudi ime avtorja in datum oddaje. Učenci svojih zapisov iz prejšnjih ur niso videli, ker sem njihovim zapisom namenil vlogo podajanja enosmernih informacij učitelju.

Ugotovitve – po enem mesecu

Učenci so zelo pogosto v rubriko »Naučil sem se« prepisali kar naslov teme (najraje neposredno iz zvezka), v rubriko »Ne znam še« pa je bil najpogostejši odgovor »Vse znam«, kar pa nikakor ni ustrezalo dejanskemu stanju v razredu. Takšnih zapisov ni bilo mogoče uporabiti niti za podajanje ustnih povratnih informacij učencem (ker »znajo vse«) niti za drugačno načrtovanje naslednje ure.

Druga oblika

Učencem sem razložil, naj ne pišejo trivialnih fraz, ampak naj poskušajo sestaviti zapis, ki odseva dejansko stanje. Spremenil sem tudi vprašanji, ki sta se tako po novem glasili »Kaj je zate najbolj pomembno pri današnjem učenju?« in »Česa danes nisi razumel najbolje?«. Spremenil sem tudi grafično podobo vprašalnika.



Slika 2: Spremenjena oblika vprašalnika

Ugotovitve – po dveh mesecih

Učenci so imeli še vedno težave s samoevalvacijo in jasnim izražanjem. (Nekaj zapisov prikazuje slika 3; v levem stolpcu so odgovori na vprašanje »Kaj je zate najpomembnejše pri današnjem učenju?«, v desnem pa odgovori na vprašanje »Česa danes nisi razumel najbolje?«.) Z metodo oziroma njenimi učinki nisem bil zadovoljen.

9. maj 2013	da smo ponovili ploščino in obseg	**vse sem razumela**
9. maj 2013	Da sem dobila nazaj preverjanje	**kako narisati ploščino trapeza, deltoida, romba in trikotnika**
9. maj 2013	ko smo delali preverjenje	**neke naloge ko si mogo izračunat ploščino**
9. maj 2013	pregledovanje	**ploščina romba**
9. maj 2013	risanje likov,njihov obseg in ploščino	**ploščine**
9. maj 2013	ploščina romba saj prej tega nisem razumel	**ploščino romba**
9. maj 2013	vse je zame najpomebnajše pri današnji uri	**danes sem vsem razumel**
9. maj 2013	kako se rišejo kvadrati na hitrejše načine	**kako se narišejo rombi v e2**
9. maj 2013	da znam načrtat trapez s dodano ploščino	**načrtat romba s dodano ploščino**
9. maj 2013	naučiti se narisati trikotnik,deltoid,trapez,paralelogram in romb s pomočjo ploščine	**ploščino deltoida**
9. maj 2013	da vse pojasnimo	**vse je bilo razumljivo**
9. maj 2013	poprava tiskega kaj sem imela narobe	**ploščina deltoida**

Slika 3: Odzivi učencev ob pisnem preverjanju teme »Štirikotniki«

Čeprav kakovost zapisov učencev ni vedno omogočala jasnega vpogleda, kje v procesu učenja se nahajajo, pa je bilo večkrat mogoče zapise uporabiti pri načrtovanju naslednje učne ure. Primeri spodaj kažejo zapise po učni uri, kjer so učenci iz znane ploščine in dolžin stranic morali izračunati dolžino pripadajočih višin. Njihovi odgovori so me presenetili, zato smo temu tipu problemskih nalog namenili še eno dodatno uro.

6. maj 2013	Ugotavljanje višine	**Računanje višine**
6. maj 2013	Ugotavljanje višine	**Računanje višine**
6. maj 2013	Da znam izračunati višino	**Izračunati višine**
6. maj 2013	da sem se naučila tisto kaj neznam(računanje višin....)	**kako se izračuna neznana višina**
6. maj 2013	ponavljanje snovi	**želim si izvedet kako se izračuna ploščina kroga**
6. maj 2013	obseg trikotnika	**ploščina trikotnika**
6. maj 2013	naučili smo se ploščino in obseg trikotnika in ju računali	**ker sem manjkala v petek najprej nisem razumela ploščine zaj mi že gre bolje**
6. maj 2013	da mamo izračunati ploščino in obseg	**računanje višin**
6. maj 2013	Naučila sem se kako izračunati obseg	**Kako izračunati ploščino**
6. maj 2013	te enote in kako se to računa	**teh enot**
6. maj 2013	ploščina trikotnika	**razlaga vprašanje ... : ali lahko izračunamo koliko mrei vc**
6. maj 2013	da znam izračunati ploščino trikotnika	**izračunati neznano ploščino**
6. maj 2013	da vse pojasnimo	**rad bi izboljša moje računanje, saj včasih naredim površne napake**
6. maj 2013	računat neznane višine	**tega kaj smo danes vse govorili**

Slika 4: Odzivi učencev ob 'obrnjeni' nalogi s ploščino trikotnika

Razmišljal sem tudi o možnosti, da odgovore učencev vnaprej predvidim in jim jih ponudim v obliki vprašanja izbirnega tipa, vendar bi to pomenilo predvidevanje vseh potencialnih težav pri razumevanju obravnavane teme (na težave, ki jih pričakujem, jih poskušam opozoriti že v fazi obravnave nove snovi) in kot kaže zgornji primer, bi zagotovo še kakšno pomembno izpustil. Zato sem se tej možnosti izognil.

Tretja oblika

Izostanek vidnega učinka rabe metode »poročilo v minuti« me je silil v iskanje alternativ pri izvajanju. Površno izražanje in težave učencev pri zapisih sem pripisal tehnologiji. Tokrat sem učencem ponudil papir in svinčnik ter jih pozval, naj svoje odgovore zapišejo in mi jih oddajo na tradicionalen način.

Ugotovitve – po enem poskusu

Njihovi zapisi se vsebinsko niso razlikovali od tistih, zapisanih v elektronski obrazec, pojavil pa se je dodaten problem čitljivosti zapisov.

Četrta oblika

V novem šolskem letu smo se vrnili na elektronsko obliko oddaje zapisov, ki sem jo organiziral tako, da so učenci imeli vedno vpogled v svoje prejšnje zapise – tako sem jim skušal pomagati pri samoevalvaciji (ali že znajo tisto, kar so predhodno zapisali kot najtežje). Hkrati pa sem jih opominjal na načela, ki naj se jih držijo pri teh poročilih:

- opis matematičnih pojmov z dejavnostmi in **ne** samo dejavnosti. (Slab zapis na vprašanje »Kaj je zate najbolj pomembno pri današnjem učenju?«: »Da si zapomnim določene stvari, utrjujem, se nekaj novega naučim«; boljši odgovor bi bil: »Sem ugotovila, da je deltoid sestavljen iz dveh enakokrakih trikotnikov in da se mu včasih da celo očrtati krožnico.«)
- slovnična pravilnost.
- resničnost zapisov.

Ugotovitve – po treh mesecih

Zapisi se v času izvajanja te oblike niso izboljšali do mere, ko bi bil lahko z njimi zadovoljen. Še vedno so se pojavljali odgovori tipa »Vse znam« in »Nimam težav«.

Peta oblika

Osnovno formo zapisa učencev (ob koncu ure odgovorijo na dve vprašanji) sem ohranil. Dodal pa sem:

- povratno informacijo učitelja v pisni obliki (kot komentar na njihov zapis),
- odgovore sem točkoval po petstopenjski lestvici.

Učenci so si tako na začetku ure ogledali mojo povratno informacijo na njihov zapis prejšnje ure, na koncu ure pa zapisali nov vpis.

Slika 5: Odziv učitelja na učenčev zapis

Ugotovitve – po treh mesecih

Napredek v kakovost njihovih zapisov je opazen, vendar ugotavljam, da jih bolj kot moj komentar na njihove zapise zanima, koliko točk bodo za posamezni zapis prejeli, ob tem pa so površno prebrali moj komentar na njihov zapis ali pa ga sploh niso.

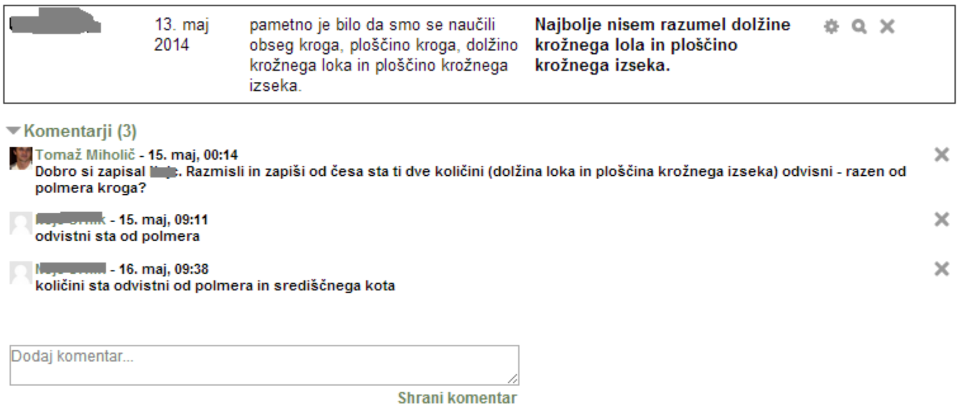
Slika 9: Sistem komentarjev v vlogi povratne informacije učencem

Šesta oblika

Tudi ob tej spremembi sem osnovno formo ohranil, ohranil pa sem tudi možnost komentiranja učitelja. Umaknil sem točkovanje, ker se za učence ta informacija ni izkazala kot dovolj natančna oziroma je bila moteča.
Spremenil sem obliko komentiranja učitelja, in sicer tako da se je komentar vedno konča z vprašanjem, na katerega mora učenec odgovoriti v naslednjem komentarju. Zapisi so zdaj že dovolj kakovostni, da lahko zaznam, kje ima učenec težavo, in temu primerno oblikujem vprašanje in/ali zapise uporabim pri načrtovanju naslednje učne ure.
Z vprašanjem na koncu mojega komentarja zagotovim, da učenci moj komentar preberejo in tako ob vprašanju dobijo še osnovno povratno informacijo o svojem znanju. Z njihovimi odgovori na moja individualizirana vprašanja nisem bil zadovoljen, kar pa je do neke mere razumljivo, saj sem ob postavljanju le-teh na podlagi njihovega zapisa »poročila v minuti« že dobro vedel, kje imajo težave, in jih vprašal prav to. Zato sem individualno obliko dela ob pisanju odgovorov na tako individualizirana vprašanja spremenil v skupinsko delo oziroma delo v dvojicah, tako da so učenci drug drugega poučili o vprašanju samem, nato pa še o odgovoru. Ta oblika, skupaj z izkušnjami, ki so/smo jih pridobili, je dala boljše rezultate, učenci so laže mašili luknje v svojem znanju ob pomoči vrstnikov.

Ugotovitve – po enem mesecu

Zapisi so postali bistveno kakovostnejši in tako dobra podlaga za boljšo povratno informacijo. Ob spremembi strategije iz enostopenjske (učenci samo oddajo zapis) v večstopenjsko (na podlagi njihovega zapisa se zgodi dialog), se je tudi frekvenca novih »poročil v minuti« zmanjšala. Zdaj takšen zapis ne nastane več po vsaki uri, ampak po sklopu štirih ali več ur, nato pa se ustvari dialog v komentarjih na ta zapis.



Slika 7: 15. maj – učenec odgovarja sam, 16. maj – učenec se pred zapisom posvetuje v skupini

Evolucija nekega učenca

Največji napredek sem opazil pri učencih, ki so imeli ali še imajo večje vrzeli v predznanju in težave pri kritični oceni svojega znanja. Učno uspešnejši učenci so pridobili manj, vendar pa sta jim delo v skupini in pomoč sošolcem dala referenčno točko, s katero so tudi oni laže samoevalvirali svoje znanje in učenje.
V tabelah spodaj so kronološko nanizani zapisi treh učencev v drugem letu rabe metode: učno najmanj uspešnega, povprečnega in zelo uspešnega. Zapise, oblikovane s krepkim besedilom, je bilo mogoče uporabiti pri pripravi naslednje učne ure ali za individualizirano povratno informacijo učencu. Pri učno zelo uspešnem učencu (Tabela 3) povratna informacija s strani učitelja na njegove zapise »Česa danes nisi razumel najbolje« največkrat ni bila potrebna, saj je učenec to vrzel v svojem znanju do naslednje učne ure odpravil sam.
Zapisi niso lektorirani.

»Kaj je zate najpomembnejše pri današnjem učenju«	**»Česa danes nisi razumel najbolje«**
da sem se naučil pravila in izrazof	nisem razume pravila
da smo ponaulali	nakaterih primerov
da smo se naučili vdrti in izbočeni večkotniki	skoraj vse
da smo se naučili zunanji koti večkotnika	nisem razumel
da smo delali vaje in smo preverali rezultate	razumel nism teških nalog in nekaterih primerov
da smo preverjali za oceno	razumel nisem 1 **neloge** pa še ostale
da smo preverili svoje znanje koliko vemo	**množenje dvočlenika z dvočlenikom**
Da smo preverjali svoje znanje in na računalniku delali vaje	Kako se dela v programu logo
Da smo jemali pravilne večkotnike.	**Kako se rišejo pravilni večkotniki.**
Ploščina in obsek večkotnika.	**Kako se izračuna ploščina večkotnika.**
Danes smo se naučili kako se izračuna obseg kroga .	**Kako se izračuna pi**
pametno je bilo da smo se naučili obseg kroga, ploščino kroga, dolžino krožnega loka in ploščino krožnega izseka.	**Najbolje nisem razumel dolžine krožnega lola in ploščino krožnega izseka.**

Tabela 1: Zapisi učenca z učnimi težavami

»Kaj je zate najpomembnejše pri današnjem učenju«	»Česa danes nisi razumel najbolje«
pravila ki smo si jih zapisali	razumela sem vse
ponavljanje in reševanje nalog	razumela sem vse
Nova snov	Sem razumela vse
Da merijo vsi zunanji koti 360 stopinj	Sem razumela vse
Danes smo delali vaje za diagonale... Izvedela sem nekaj novih trikov naprimer kako izračunat koliko kotnik imamo če imamo dano število diagonal.	Težje mi je šlo ko sem mogls iz dsnih diagonal izračunat koliko kotni je lik drugače pa mi je ostalo kar dobro šlo.
Danes smo si izmenjali liste nazaj in smo jih preverili še enkrat ... Ponovili smo snov ki se je nismo spomnili ter si še enkrat preverili...	Vse mo si mogli še enkrat pregledat in je bilo težje za daljše račune **primer 3 naloga**
Da smo ponovili enočlenike in veččlenike.Delali smo v spletni učilni kjer je težje in se pri hitrem tipkanju hitreje zmotiš...	Vidla semk napake kjer sem se zmotla drugače pa mi je še kar šlo.Težje je bilo pravilno matematično ter slovnično napisati pravila in kako se kaj računa..
Danes smo bili vprašani. Ker sem včeraj na učilnici preverla svoje napake mi je kr šlo ... Potem smo delali logo in je bilo zabavno	Težje je blo pisati pravila v logu drugače poa upam da mi je kar šlo...
Danes smo se učili risati pravilne večkotnike ... Bilo je zabavno in nekaj novega.	Težje je bilo ugotoviti lažjio način ampak ko nam ga je pokazal učitelj sem razumela..
Danes smo jemali zadnji del tega poglavja in sicer ploščino in ogljišče večkotnikov... Naučili smo se izračunati ploščino pravilnih večkotnikov ...Ter seveda tudi obseg ki je lažji in bi ga morali že znat.	Težje je bilo najti način izračunati ploščino poljubnih večkotnikov ampak ko smo ugotovili je vse postalo lažje.
Naučili smop se število pi čeprav nemoremo vedet vseh števk smo se da je dovolj da znamo da je pi 3,14... Drugače pa smo se naučili izračunati obseg in **sicer pi*2*d....**	Danes mi je šlo kar dobro probala pa se bom naučiti 100 števk števila pi........
Pred 2 tednoma smo začeli jemati krog in krožnico.... Naučili smo se izračunati obseg,ploščino,izsek ter naučili se bomo odsek... To so zame najpomembnejše stvari poloek vseh premic in daljic ter vse4h ostalih črt ...... Ko smo se naučili izraze je postalo vse lažje ter razumljivo....	Vse mi gre samo se lahko zelo hitro zmotiš pri računju z decimalkami ter številom pi.....

Tabela 2: Zapisi povprečno uspešnega učenca

»Kaj je zate najpomembnejše pri današnjem učenju«	»Česa danes nisi razumel najbolje«
da smo ponovili snov.	**učnega lista z razpredelnico korenov**
da smo ponavljali	vse sem razumela
da smo vizualno pogledali in razložili stvari	vse razumem
da smo preizkusi na večih primerih	vse razumem
da smo lahko samostojno reševali naloge, hkrati pa smo jih še potem obrazložili.	kaj je bilo za nalogo**, 6. naloge**/ 169
da smo skupaj pregledali in si popravili učne liste.	**izpostavljanja skupnega faktorja.**
Da sem lahko ponovila enočlenike in veččlenike.	**Težje mi je šlo seštevanje in odštevanje enočlenikov ter veččlenikov.**
da sem dobila 5.	operacij / ukazov na logo-tu

da nismo dobili testov / smo se naučili risati pravilne večkotnike.	**nisem znala našteti prednosti in slabosti obeh metod risanja pravilnih večkotnikov**.
da smo končali z večkotniki	**računanja ploščine v poljubnem večkotniku**
Da vem približno koliko je pi.	**Kako izračunat obseg poljubnemu krogu.**
da sem se naučila pravilno izračunati obseg, ploščino, dolžino krožnega loka in krožni izsek.	moram se še naučiti obrazce.

Tabela 3: Zapisi zelo uspešnega učenca

Iz tabel je razvidno, zakaj je metoda doživljala toliko sprememb. Informacije o znanju učencev in njihovem učenju sem v njihovih prvih zapisih večinoma iskal zaman, čeprav so zapisi nastali že v drugem letu rabe dejavnosti.

Kako naprej?

Opisana metoda ni rešitev, ampak zgolj kot orodje, s pomočjo katerega se bodo učenci učili kritičnega pogleda na svoje znanje, kakovostnega opisa in zmožnosti odprave neznanja skozi dialog z učiteljem in sošolcem. Nisem prepričan, da se tukaj končajo spremembe, zagotovo bo nepredvidljivost učenja povzročila še kakšno.
Opisana metoda »poročilo v minuti« je samo kamenček v mozaiku oblikovanja in izvajanja učnega procesa in korak k temu, da me učenec na moj zapis k njegovemu preverjanju znanja
Dragi Joško! Zelo dobro ti gre odštevanje celih števil, vendar imaš težave pri seštevanju – in to samo v primeru, da je prvi seštevanec negativno celo število, drugi pa pozitivno celo število. Primer –7+11; nariši si številsko premico, postavi svinčnik na sliko števila –7 in se premakni 11 enot v desno (ker ***prištevamo*** *število 11). Nato določi še vrednost vsote –7+4. Ali se predznaka vsote števil –7 in 11 ter vsote števil –7 in 4 razlikujeta? Zakaj? Morda si lahko vsoto števil –7 in 11 poenostaviš tudi tako, da uporabiš zakon o zamenjavi (ki velja za seštevanje) in oblikuješ izraz 11+(–7), nato pa ga še poenostaviš v 11–7.*
ne bo več vprašal: »Učitelj! Kaj je to enka, dvojka, trojka, štirka ali petka?«

Zaključek

Po skoraj dveh letih dopolnjevanja, odvzemanja, spreminjanja metode »poročilo v minuti« po načelu poskus-napaka smo se premaknili od neuporabnih zapisov učencev, ki se svojega neznanja niso niti zavedali, do zapisov, ki so učitelju omogočali podajanje individualizirane povratne informacije, s katerimi so učenci laže ugotovili, kje na svoji učni poti se nahajajo in v kateri smeri je cilj njihovega učenja. Učenje še vedno ostaja proces, ki ga morajo opraviti učenci sami.
Ugotovitve, ki so bistveno vplivale na proces spreminjanja metode:

- za kakovostno povratno informacijo učencu mora učitelj vedeti, kje v procesu učenja se učenec nahaja,
- učitelj lahko ugotovi, kje v procesu učenja se učenec nahaja, samo z uporabnimi povratnimi informacijami od učenca,
- učenec lahko učitelju posreduje uporabno povratno informacijo, če je zmožen ubesediti svoje težave pri učenju,
- učenec lahko ubesedi težave pri učenju samo takrat, ko se jih zaveda.

Učenje danes ima podobno izhodišče kot v Sokratovih časih – začne se takrat, ko učenec spozna: »Vem, da nič ne vem.«

Viri

1. D. Wiliam (2013): Vloga formativnega vrednotenja v učinkovitih učnih okoljih. V: O naravi učenja. Ljubjana: ZRSŠ.
2. L. Lang, M. LaVenia: http://goo.gl/tVcuHO. (Pridobljeno 15. 5. 2014.)
3. M. Schneider, E. Stern (2013): Kognitivni pogled na učenje: deset temeljnih ugotovitev. V: O naravi učenja. Ljubjana: ZRSŠ.

PREDTESTI PRI POUKU MATEMATIKE

Pretests in the Mathematics Classroom

dr. Samo Repolusk, mag. Nejc Koprivšek

samo.repolusk@um.si**,** koprivsekmaster@gmail.com

Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru

Povzetek

Pri pouku matematike v slovenski osnovni in v srednjih šolah je prišlo v zadnjem desetletju do pomembnih konceptualnih premikov v smeri izboljšanja kakovosti načrtovanja, izvedbe in analize pisnih preizkusov znanja. Hkrati so se v širšem šolskem prostoru pri različnih predmetih uveljavili tudi nekateri načini ugotavljanja znanja, ki so potrebni kritične refleksije in soočenja argumentov o njihovi ustreznosti. Eden od takšnih načinov je preverjanje znanja s *predtestom* pred pisnim ocenjevanjem znanja. V prispevku predstavimo nekatere prednosti takšnega načina preverjanja znanja, hkrati pa možne pomanjkljivosti uporabe predtestov, ki po našem mnenju kličejo k spremembi obstoječe učne prakse, kot na primer neizkoriščenost formativnega namena predtesta in drugih oblik preverjanja znanja, neracionalnost izrabe učiteljevega časa, vpliv na vrednote in pričakovanja učencev (npr. nereflektirano spodbujanje »strategije poskušanja« pri soočanju učencev z življenjskimi izzivi) itd. Predstavimo tudi rezultate pilotne raziskave na majhnem vzorcu osnovnošolskih učiteljev matematike, kjer so nas zanimale njihove izkušnje in stališča o uporabi predtestov.

Ključne besede: ugotavljanje znanja, preverjanje, ocenjevanje, pouk matematike, predtesti

Abstract

In the Mathematics classroom in Slovenian primary and secondary education (K1-K13) in the last decade significant conceptual shift happened in the direction of improving the quality of design, execution and analysis of written assessment. At the same time in the broader context (in various school subjects) some assessment models occurred that need critical reflection and confrontation of arguments on its merits. One of such assessment models is written pre-assessment (pretest), that is usually executed about one week prior to written assessment. In this paper some of the advantages of such pre-assessment are discussed, as well as potential disadvantages, which in our opinion are calling for modification of the existing teaching practices (e.g. misunderstanding the formative purpose of the pre-assessment, ineffective use of the learning time, the impact on values and expectations of students etc.). Also the results of the pilot study about teachers' experiences and attitudes towards written pre-assessment on a small sample of primary school mathematics teachers are presented.

Keywords: assessment, written pre-assessment, grading, mathematics classroom, pretests

Uvod

Znanje učencev pri pouku ugotavljamo (preverjamo in ocenjujemo) na različne načine, ti pa lahko imajo namen ugotavljanja predznanja za načrtovanje poučevanja (diagnostično ugotavljanje), zbiranja in posredovanja informacij o učinkovitosti sprotnega dela z namenom usmerjanja nadaljnjega dela učencev in učiteljev pri pouku (formativno ugotavljanje) ali pa namen končnega ugotavljanja znanja, ki daje povratno informacijo o izkazani usvojenosti učnih ciljev (sumativno ugotavljanje znanja) (prim. Marentič Požarnik, 2003: 262–263).

Pri pouku matematike v slovenski osnovni in v srednjih šolah je prišlo v zadnjem desetletju do pomembnih in pozitivnih konceptualnih premikov v smeri izboljšanja kakovosti načrtovanja, izvedbe in analize pisnih preizkusov znanja (prim. npr. Magajna in Žakelj, 2005), hkrati pa so se v širšem šolskem prostoru pri mnogih predmetih uveljavili tudi nekateri načini ugotavljanja znanja, ki so potrebni kritične refleksije in soočenja argumentov o njihovi ustreznosti. Eden od takšnih načinov je preverjanje znanja s *predtestom* pred pisnim ocenjevanjem znanja v vlogi formativnega ugotavljanja znanja, pri katerem pa se znanje učencev pogosto ovrednoti s številčno oceno (kot pri sumativnem ugotavljanju znanja). V tem prispevku bomo predtest opredelili kot pisno nalogo, s katero nekaj dni (običajno teden dni) pred pisnim ocenjevanjem znanja (tj. sumativnim ugotavljanjem znanja) preverimo usvojenost obravnavanih ciljev, ki bodo vključeni v ocenjevanje znanja.

V nadaljevanju bomo predstavili nekatere možne prednosti takšnega načina preverjanja znanja, hkrati pa pomanjkljivosti uporabe predtestov, ki po našem mnenju kličejo k spremembi obstoječe učne prakse. Razmišljanja bomo dopolnili z rezultati pilotne raziskave na majhnem vzorcu osnovnošolskih učiteljev matematike, kjer so nas zanimale njihove izkušnje in stališča o uporabi predtestov pri pouku matematike.

Pogoji za uporabo predtestov

V času izobraževanja v izbranem vzgojno-izobraževalnem programu ves čas poteka formacija učenca in do izhoda iz programa učitelj zaupa, da je učenec zmožen nenehno izboljševati svoje znanje. Nekatera ugotavljanja znanja so zgolj formativna in nimajo namena sumativnega ugotavljanja znanja (npr. domače naloge, delovni listi, sprotno ustno preverjanje znanja, krajši pisni preizkusi za znake ali opisne ocene …). Nasprotno pa lahko ima sumativno ugotavljanje znanja tudi formativni namen, ki bi ga lahko učitelji smiselno izrabili (prim. Sousa, 2007; Dunn in Mulvenon, 2009: 2–3; Bennett, 2011: 6–10). Pisna naloga po smiselno zaokroženih učnih sklopih je lahko poleg številčne ocene dragoceni vir informacij za dodatno opisno analizo, ki lahko vključuje opis ravni doseganja posameznih učnih ciljev, zaznane ključne razloge za nedoseganje določenih standardov znanja, predloge strategij za odpravo neznanja ali napačno usvojenih konceptov in predloge za učinkovitejše učenje. Ob

tem se seveda zavedamo, da je možnost tako poglobljene analize ob vsakem sumativnem ugotavljanju znanja tesno povezana s časom, ki ga ima učitelj na razpolago, in s številom učencev v razredu (obseg gradiva za analizo). Kljub temu pa bi lahko dodatni formativni namen pisnega ocenjevanja znanja izkoristili vsaj pri tistih učencih, kjer prepoznamo dodatno izkazan interes (npr. težnja učenca po odličnosti ali svetovanje učencu, staršem in inštruktorjem pri popravljanju negativnih ocen).
Edina oblika ugotavljanja znanja, ki ima prevladujoči ali izključni namen sumativnega ugotavljanja znanja, so nekateri eksterni preizkusi (npr. matura ob zaključku srednje šole ali sprejemni izpiti na fakultete), katerih namen je dokazilo o zrelosti za zaključek izobraževalnega programa ali selekcijska funkcija v primeru omejitve vpisa v nadaljnji izobraževalni program. Nacionalni preizkusi znanja v osnovni šoli (kot poseben primer eksternih preizkusov) imajo s stališča učenca sicer namen sumativnega ugotavljanja znanja, vendar je pri sedanjem konceptu teh preverjanj pomembnejši njihov formativni vidik (refleksija učiteljevega dela in dela šole kot celote, izdelava predlogov za izboljšave pouka).
V skladu s šolsko zakonodajo (npr. 3. člen Pravilnika o preverjanju in ocenjevanju znanja ter napredovanja učencev v osnovni šoli, 2013) in seveda čisto racionalno pedagoško presojo (tj. ne glede na pravilnike) učitelji pred vsakim ocenjevanjem znanja izvajamo tudi preverjanje znanja. Posebej pred pisnimi ocenjevanji znanja se je ponekod v šolah uveljavila praksa preverjanja znanja s predtesti. Oblika predtesta je po navadi podobna pričakovani pisni nalogi: vsebinsko pokriva načrtovano ocenjevane učne cilje, na izvedbeni ravni pa so besedila nalog bolj ali manj podobna nalogam na načrtovanem pisnem ocenjevanju znanja. Predtest v opisani opredelitvi učitelji dojemajo kot formativno ugotavljanje znanja, katerega namen je bližnja intenzivna usmeritev učencev v pripravo na pisno ocenjevanje znanja. S predtestom učenci pridobijo povratno informacijo o načrtovani obliki pisnega ocenjevanja znanja, ocenjevanih ciljih in vsebinah ter pomanjkljivostih v svojem trenutnem znanju. Učitelju omogoča predtest povratno informacijo o morebitnem pomanjkljivem znanju učencev in o potrebi po zadnji razjasnitvi nerazumljenih konceptov pred ocenjevanjem znanja. V tej luči je predtest smiselna in legitimna oblika preverjanja znanja pred pisnim ocenjevanjem znanja, zato so ga mnogi učitelji vpeljali v svojo učno prakso.
Ob pravkar opisanih prednostih predtestov kot oblike preverjanja znanja pa želimo izpostaviti tudi nekatere pasti, ki jih po našem mnenju prinašajo predtesti.

Neizkoriščenost formativnega namena predtesta

Kadar se predtest izvede in ovrednoti na enak način kot kasnejša pisna naloga, tj., učenci dobijo povratno informacijo zgolj ali predvsem v obliki številčne ocene, ni izkoriščen formativni namen takšne oblike preverjanja znanja. Pri formativnem ugotavljanju znanja se pričakuje bolj razčlenjena povratna informacija učencu o pomanjkljivostih in potrebnih izboljšavah lastnega znanja (opisna ocena) in ne le suhoparna številčna ocena.
Če učitelj razume predtest samo kot informativno ocenjevanje pred dejanskim ocenjevanjem znanja, ne izkoristi potencialov predtesta: učencem ne pomaga pri poglobljenem reflektiranju lastnega (ne)znanja in učinkovitejšem usmerjanju učenja. Številčna ocena pri formativnem namenu predtesta lahko vso pozornost učencev zreducira zgolj na en sam podatek, ki pa ne pove ničesar o razlogih za napake, morebitnih napačnih konceptih, pomanjkanju temeljnega znanja ali strategijah za izboljšanje učne uspešnosti (prim. Black in Wiliam, 1998). Številčna ocena je sicer najbolj strnjen in najhitreje dojemljiv podatek o usvojenosti nekaterih učnih ciljev, vendar nezadostna informacija pri načrtovanju izboljšav dela učencev in učitelja.

Neizkoriščenost drugih oblik preverjanja znanja

Če je predtest osrednja ali celo izključna oblika preverjanja znanja pred pisnim ocenjevanjem, pride do osiromašenja uporabe preostalih smiselnih načinov preverjanja znanja. Nekatere oblike učinkoviteje spodbujajo sprotno delo učencev, zato lahko njihova odsotnost privede do intenziviranega učenja šele tik pred pisnim ocenjevanjem (t. i. kampanjsko učenje), pri katerem znanje ni reflektirano in uporabljeno v različnih situacijah. Vprašljiva postane trajnost takšnega znanja. Kadar torej učitelj uporablja predteste, le-ti ne smejo postati osrednja ali celo izključna oblika preverjanja znanja.
Sprotno preverjanje znanja spodbujamo s smiselnim učnim pogovorom v vseh fazah poučevanja, s primerno vsebinsko in časovno načrtovanimi domačimi nalogami, z delovnimi listi, z ustnim preverjanjem in ocenjevanjem znanja, krajšimi predstavitvami učencev (seminarska naloga, priprava uvodne motivacije za izbrano temo učne ure), zanimivimi nalogami preverjanja (npr. v e-učilnici ali na spletnih portalih), samostojnimi raziskovanji konceptov (doma in v šoli) … Ko postane preverjanje znanja smiselni integralni del samega procesa poučevanja in učenja, odpade potreba po zanašanju na takšne eksplicitne oblike preverjanja znanja, kot so predtesti. V tem primeru se lahko uporaba predtestov zreducira res le na priložnosti, ko se učenci prvič srečujejo z določeno obliko pisnega ocenjevanja znanja in je potrebna domačnost z obliko in pravili njegove izvedbe ali ko je pred njimi kompleksnejše eksterno ugotavljanje znanja (NPZ, matura, mednarodne raziskave, sprejemni izpiti), ki lahko predstavlja za učence stresnejšo situacijo.

Neracionalnost izrabe učiteljevega časa

Če učitelj smiselno uporablja prej naštete oblike preverjanja znanja, se postavi vprašanje racionalnosti izrabe učiteljevega časa: Ali je podvojeni čas za sestavo, izvedbo in popravo predtestov (poleg pisnega ocenjevanja znanja) res učinkoviteje izrabljen, kot bi bil v primeru priprave aktivnosti preiskovanja, reševanja delovnih listov v skupinah ali druge oblike preverjanja znanja?
Učiteljevo delo se ne sme zreducirati samo na sestavljanje, reševanje in popravljanje testov, ampak mora razvijati sveže didaktične pristope, ki so bolj kot na storilnostno naravnanost (kar predstavlja nenehno testiranje s pisnimi preizkusi) usmerjeni k razvijanju vidikov, za katere običajno »zmanjkuje časa«, npr. reševanje problemov z raziskovanji ali omogočanje situacij, kjer lahko tudi slabši učenci doživijo izkušnjo uspeha ob ukvarjanju z matematiko. Učitelji imejmo radi matematiko in učence (tj. matematike ne zreducirajmo le na »računanje« in »pisanje testov«) ter seveda sami sebe (kakovostno porabljeni čas za načrtovanje drugih aktivnosti).

Nekonfliktnost predtestov ob pritiskih staršev

Zanimivo bi bilo raziskati zgodovino in razloge za vpeljavo »kulture predtestov« v naših šolah. Pred petnajstimi leti ali več namreč takšna oblika preverjanja znanja ni bila široko razširjena. Danes mnogi sprejemajo predteste kot samoumevni del izobraževalnega procesa in se ne sprašujejo ne o razlogih za njihovo vpeljavo niti o morebitnih omejitvah.
O razlogih za vpeljavo »kulture predtestov« na žalost nismo zasledili nobenih prepričljivih virov in argumentov, po informacijah nekaterih ravnateljev in učiteljev pa razlogi za razširjenost in priljubljenost predtestov (pri vseh predmetih, ne le pri matematiki) izvirajo iz porajajočih se konfliktov, ki so jih imeli učitelji in ravnatelji s starši učencev zaradi nekaterih uporabljanih oblik preverjanja in ocenjevanja znanja.

Nekateri izmed teh konfliktov so imeli tudi realno podlago (npr. nespretnost učiteljev zaradi njihovega pomanjkljivega usposabljanja za učinkovito ugotavljanje znanja ali zaradi samovolje nekaterih učiteljev). Posamezni konflikti so pripeljali tudi do vključevanja šolskih inšpektorjev in v nekem trenutku se je pojavil predlog modela, po katerem bi se učitelji in ravnatelji »zavarovali« pred pritiski staršev (in pred samimi seboj …) z vpeljavo poenotenega modela preverjanja znanja pred pisnim ocenjevanjem v obliki predtestov. Predlog modela bi naj bil med ravnatelji hitro sprejet, nato pa tudi vpeljan v šolsko prakso. Pri tem so se mnogi učitelji zavedali, da ne gre za zakonsko predpisano obliko preverjanja znanja, v posameznih primerih pa je bil model vpeljan tudi brez takšne kritične refleksije (kar smo ugotovili tudi v pilotni raziskavi, predstavljeni v nadaljevanju).
Vsekakor bi bilo smiselno in zanimivo raziskati dejanske razloge za vpeljavo »kulture predtestov«, saj strah pred konflikti učiteljev s starši, ali učiteljev z ravnateljem, ali ravnateljev z inšpektorji ne more biti relevantna popotnica za vpeljavo vplivnega pedagoškega modela v učno prakso. Argument vsečnosti in nekonfliktnosti rešitve za »pedagoški mir v hiši« je pri strokovnem presojanju učinkov takšnega modela po našem mnenju neustrezen.

Vpliv na vrednote in pričakovanja učencev

Nekateri učinki »kulture predtestov« so teže merljivi in bi zahtevali dobro načrtovane študije, mednje pa sodijo predvsem učinki predtestov na oblikovanje dolgoročnih vrednot in pričakovanj učencev.
Predtesti lahko spodbujajo kampanjsko učenje vsaj v dveh primerih: prvič v primeru, ko učitelj v njih uporabi zelo podobne naloge, kot jih da kasneje v pisni nalogi, in drugič v primeru, ko jih učitelj uporablja kot prevladujočo obliko preverjanja znanja pred pisnim ocenjevanjem. V prvem primeru se učenci navadijo na dejstvo, da lahko z učenjem počakajo do zadnjega trenutka, saj jim bo predtest posredoval vse informacije o tem, kaj se je »smiselno« in »vredno« učiti (da se morda česa ne bi učili »po nepotrebnem«). V drugem primeru pa so učenci zaradi pomanjkanja informacij o lastnem sprotnem znanju (zaradi odsotnosti drugih relevantnih oblik preverjanja znanja) prisiljeni na čakanje informacij s predtesta.
Če učitelj navadi učence na dejstvo, da bo predtest preverjal enake (ali skoraj enake) cilje in vsebine kot samo pisno ocenjevanje, pride tudi do nevarnosti samoomejevanja nabora možnih tipov znaj in vsebin, ki jih učitelj »sme« vključiti v kasnejše pisno ocenjevanje. Takšna praksa skoraj v celoti izključuje možnost preverjanja in ocenjevanja problemskih znanj, kjer gre v izhodišču za uporabo znanja v situaciji, ki je za učenca nova.
Uporaba razmeroma predvidljivih oblik predtestov lahko prispeva tudi k razvoju »strategije poskušanja«, ki se zrcali v življenjski filozofiji »živeti na poskus«. Za slednje so sodobne generacije učencev še posebej dovzetne, saj je to pogosto spodbujana strategija soočanja z izzivi v vsakdanjem življenju. Potrošniška družba spodbuja preizkušanje in nenehno nakupovanje vedno novih izdelkov (npr. menjavanje mobilnih telefonov vsakih 12 ali 24 mesecev po preteku naročniške pogodbe), prav tako se – poleg zaželene demokratičnosti in odprtosti za nove načine skupnega sobivanja in samouresničevanja – hkrati omalovažuje trajno in zavezujoče vztrajanje v nekaterih človeških odnosih. Ne nazadnje je »strategija poskušanja« prisotna v vseh videoigrah in drugih razvedrilnih aplikacijah, kjer imajo igralci »več življenj«, če »umrejo«, pa lahko ponovno naložijo zadnje shranjeno stanje in »živijo« naprej v navideznem svetu nezavezujočih odločitev. Omenjeni vidik dojemanja predtestov kot nezavezujočega »poskušanja« (ki pa da enako »nagrado« – številčno

oceno – kot kasnejši pisni preizkus) je morda najbolj subtilni vidik problematičnosti nereflektirane uporabe predtestov, hkrati pa je tudi najteže merljiv.
Navajenost na preverjanje znanja s predtesti lahko postane problematična tudi na višjih izobraževalnih stopnjah, ko dijaki ali študenti pričakujejo, da bodo pisni preizkusi ali kolokviji vsebovali zelo podobne naloge, kot so jih reševali na vajah, ali pa se odrazi v pričakovanjih učencev, da učitelj poleg učbenika in delovnega zvezka pripravlja še posebne snopiče delovnih listov za utrjevanje pred pisnimi preizkusi. Zanimivo bi bilo izvesti študijo, ki bi ugotavljala, v kolikšni meri so tako izražena pričakovanja dijakov v srednjih šolah ali študentov na fakultetah povezana z njihovimi izkušnjami preverjanja znanja na predhodnih izobraževalnih stopnjah.

(Ne)realnost slike uspešnosti učencev

V primerih nekritične uporabe predtestov, ki lahko pri učencih uspešno razvija že omenjeno »strategijo poskušanja« pri soočanju z izzivi pisnih preizkusov, lahko dobijo učenci, učitelji in starši napačno sliko o zahtevnosti in enkratnosti nekaterih življenjskih dogodkov in z njimi povezanih odločitev, zaradi česar v končni fazi – po zadostnem številu »poskusov« – pričakujejo tudi dovolj »lepe ocene« pri takšnem predmetu.
Samo kot izziv strokovni javnosti si zastavljamo vprašanje, ali je lahko tudi nekritična uporaba predtestov (verjetno skupaj z drugimi dejavniki) korelirana s tistim povečanjem števila prav dobrih in odličnih ocen pri posameznih predmetih na nekaterih šolah, ki hkrati ni korelirano z rezultati eksternega preizkusa pri teh predmetih, pri čemer na pojavnost slednjega opozarjajo nekatere statistične analize (prim. Zupanc in Bren, 2010; Zupanc, 2010).

Izkušnje in stališča učiteljev matematike o uporabi predtestov

V nadaljevanju na kratko predstavljamo še rezultate empirične raziskave na majhnem vzorcu (N = 25) osnovnošolskih učiteljev matematike, izvedene aprila 2014, v kateri so nas zanimale njihove izkušnje in stališča o uporabi predtestov pri pouku matematike (Koprivšek, 2014).
Podatki so bili pridobljeni na podlagi anketnega vprašalnika, ki je bil poslan 85 osnovnošolskim učiteljem in učiteljicam matematike iz naključno izbranih slovenskih osnovnih šol, vrnjenih pa je bilo 25 izpolnjenih anket (med njimi je bilo 22 učiteljic in 3 učitelji). Zaradi velikosti vzorca rezultatov izvedene opisne statistike nismo posploševali, ampak smo jih interpretirali kot pilotno raziskavo k morebitni širše zastavljeni raziskavi, ki bi vključila večje število učiteljev z različnih predmetnih področij. V anketnem vprašalniku smo zastavili naslednja vprašanja: kako pogosto uporabljajo učitelji matematike predtest kot obliko preverjanja znanja, koliko časa porabijo za izdelavo predtesta, na katere načine učenci rešujejo predteste, ali je po mnenju učiteljev predtest kot oblika preverjanja znanja obvezen in na čem je utemeljena njegova obveza, katere karakteristike bi naj imeli predtesti, kakšno je stališče učiteljev o vlogi in učinkovitosti predtesta kot oblike preverjanja znanja in katere oblike preverjanja znanja pred pisnim ocenjevanjem učitelji matematike poleg predtesta še uporabljajo v svoji učni praksi. Izpostavili bomo nekatere zanimivejše ugotovitve.
Med anketiranimi učitelji matematike jih le 12 % ne uporablja predtesta kot oblike preverjanja znanja pred pisnim ocenjevanjem. Med tistimi, ki predtest uporabljajo, jih 40 % porabi za njegovo sestavljanje več kot 2 uri, 48 % od 1 do 2 uri in 12 % učiteljev manj kot 1 uro časa.

Pri vprašanju o načinu izvedbe predtestov je 16 % učiteljev odgovorilo, da ga učenci rešijo samostojno doma, nadaljnjih 16 %, da ga rešujejo v šoli skupaj kot učni list, 59 % učiteljev pa izvede predtest individualno enako, kot bodo učenci pisali pisno nalogo za ocenjevanje.
Pri vprašanju o obvezi pisanja predtestov je 84 % učiteljev odgovorilo, da predtest ni obveznost učitelja, 16 % pa jih je menilo nasprotno. Od slednjih jih je polovica menila, da je ta obveza določena z zakonodajo, polovica pa je odgovorila, da so se tako dogovorili interno na šoli.
Pri opisu karakteristik predtesta je na vprašanje odgovorilo 24 učiteljev, od katerih je 50 % menilo, da za vsebino predtesta ne vidi prav nobenih omejitev, 33 % jih je menilo, da lahko predtest vsebuje popolnoma drugačne naloge, kot bodo v pisni nalogi za ocenjevanje, vendar ne drugačne, kot so jih reševali v šoli, nadaljnjih 8 % je menilo, da naj predtest vsebuje podobne naloge, kot jih bo vsebovala pisna naloga za ocenjevanje (z morebitnimi manjšimi spremembami podatkov ali besedil nalog), 4 % učiteljev so menili, da mora predtest vsebovati identične naloge, kot jih bo vsebovala pisna naloga, pri čemer so lahko spremenjeni le podatki, 4 % pa so menili, da je predtest neprimerna oblika preverjanja znanja.
Učitelji so opredelili tudi lastni odnos do pisanja predtestov, pri tem pa jih je 48 % izrazilo pozitiven odnos, 32 % nevtralen odnos in 20 % negativen odnos do predtestov. Tisti, ki so izrazili pozitiven odnos, so dodali naslednje komentarje:

- »Učenci s predtesti dobijo realen pogled na svoje znanje, se lahko bolje pripravijo za ocenjevanje in izboljšajo šibkosti.«
- »S predtesti učitelj preveri znanje učencev in vidi, kaj je treba še utrditi. Učenci dobijo občutek, koliko znajo, in imajo dovolj časa, da se določene snovi še naučijo.«
- »Slabšim učencem daje predtest možnost, da se naučijo vsaj toliko, da dosežejo pozitivno oceno.«
- »S predtesti lahko preverimo zahtevnejše cilje, ki jih pri testu ne, da vidimo, koliko znanja so učenci usvojili in kako se znajdejo v novi situaciji.«

Učitelji, ki so izrazili nevtralen odnos do predtestov, so zapisali:

- »Ne zdi se mi potrebno vedno pisati predtestov. So pa dobra povratna informacija učitelju.«
- »Učenci se ne potrudijo dovolj, saj gre 'le' za predtest. Cilj jim je, da vidijo približno, kaj bo v testu, in se nekateri učijo le po njem.«
- »Predtest je lahko samo informacija učencu, pa tudi učitelju, o kakovosti znanja. Tako informacijo učitelj lahko dobi tudi drugače kot samo s predtestom.«
- »Učenci se za predtest ne pripravijo in se ne potrudijo, tako da običajno ne pokaže realnega znanja učenca.«

Učitelji, ki so izrazili negativen odnos do predtestov, pa so zapisali naslednje komentarje:

- »Direktni predtesti so učencem prej v zavajanje kot v korist.«
- »Učenci se za predtest običajno ne pripravljajo. Ko odpišejo predtest, se začnejo učiti in najpogosteje rešujejo samo podobne naloge.«
- »Učenci prehitro pričakujejo test, skoraj podoben preverjanju. S tem se podpira trenutno znanje in učenje zadnji hip, kar nima dolgoročnega učinka.«
- »Učenci in tudi starši so s predtesti že razvajeni.«
- »Učenci samo čakajo na izbor nalog, ki jih rešijo pred pisnim ocenjevanjem znanja.«

Pri vprašanju o učinkovitosti predtestov so učitelji zapisovali svoje argumente ZA ali PROTI pisanju predtestov. Tisti učitelji, ki so izrazili naklonjenost do predtestov, v splošnem menijo, da predtesti pomagajo pri pripravi učencev na pisno ocenjevanje, in dodajo:

- da predtesti ponujajo pregleden povzetek snovi in razumljivo pomoč pri pripravi na pisno ocenjevanje,
- da so naloge naravnane ciljno in ne vsebinsko identično ali podobno, kot bo sestavljen test,
- da predtesti pomagajo učencem, ki so zainteresirani,
- da učenec dobi usmeritev, kaj je za učitelja pomembno, in je s tem usmerjen v vsebino nalog,
- da učenci dobijo povratno informacijo o trenutnem znanju in se tako lahko bolje pripravijo na področjih, kjer imajo primanjkljaje,
- da predtesti pomagajo učencem, ki delajo sproti in v zadnjem tednu samo še nadgradijo svoje znanje.

Na drugi strani so učitelji menili, da predtesti ne pomagajo pri pripravi na pisno ocenjevanje, saj da:

- so učencem prej v zavajanje kot v korist,
- se učenci kljub temu učijo samo zadnje dni,
- učenci samo čakajo na predtest, da vidijo, kakšne naloge bodo pri pisnem ocenjevanju,
- marsikateri učenec piše predtest nepripravljen in porabi za učenje do tega trenutka manj časa, kot ga porabi učitelj za pripravo predtesta.

Nekateri učitelji so menili, da predtesti včasih pomagajo posameznim učencem, zato je že samo zaradi njih smiselno izvesti predtest. Samo eden od učiteljev je omenil časovno zahtevnost priprave in izvedbe predtestov, nihče pa ni problematiziral spodbujanja »strategije poskušanja« pri učencih.

Pri vprašanju o uporabi drugih oblik preverjanja znanja pred pisnim ocenjevanjem v lastni učni praksi so učitelji navedli ustno preverjanje znanja, domače naloge, reševanje učnih listov, pisanje kratkih testov po določeni predelani snovi, ki vključuje tudi analizo in povratne informacije, reševanje nalog iz zbirk nalog, ki jih morajo učenci oddati na listu, učitelj pa jih preveriti in popraviti, interaktivno reševanje nalog na internetu ali v spletni učilnici, reševanje kvizov, izdelovanje povzetkov učne snovi (npr. z miselnimi vzorci), raziskovalne naloge, ki spadajo v določeno učno snov, in medsebojno sestavljanje nalog.

Zaključek

Pri preverjanju matematičnega znanja učencev se ne smemo osredotočiti zgolj na uporabo pisnih preverjanj, ki se sicer zdijo najenostavnejši in pred konflikti najbolj varen način preverjanja znanja pred pisnimi ocenjevanjem, ampak moramo učencem omogočiti, da svoje znanje pokažejo tudi z ustnim izražanjem, domačimi nalogami, raziskovalnimi aktivnostmi pri uri, zbirkami opravljenih aktivnosti v osebnih mapah ipd. Pri vsakem načinu ugotavljanja znanja je treba podati povratno informacijo, in če je le možno, številčni oceni dodati tudi opisno oceno, ki učencu posebej razjasni, katere cilje mora še usvojiti in kako si lahko pri tem pomaga. Celovitejša povratna informacija mora pomagati razvijati tudi zmožnost »učenja učenja«. Ta po potrebi vključuje tudi učiteljevo svetovanje staršem oziroma tistim, ki pomagajo učencu odpravljati vrzeli v znanju.

Vprašanja primernosti uporabe predtestov ne želimo radikalizirati, radi pa bi spodbudili kritično razpravo o tovrstni obliki preverjanja znanja, ki sicer presega zgolj

okvirje pouka matematike, saj je prisotna tudi pri preostalih predmetih. Sami bi se predtestom zaradi vseh prej naštetih razlogov sicer izogibali oziroma bi jih uporabili le v posebnih situacijah (npr. ko se učenci prvič srečajo z določeno obliko pisnega ocenjevanja znanja in je potrebna domačnost z obliko in pravili njegove izvedbe ali v času priprave na eksterno ugotavljanje znanja, ki lahko predstavlja za učence stresnejšo situacijo). S tem bi učitelj pridobil nekaj časa, v katerem bi se lahko posvetil morebitnim drugačnim didaktičnim pristopom, ki bi nagovorili določene skupine učencev, za katere nam sicer zmanjkuje časa. V primeru pa, ko se učitelj vseeno odloči za uporabo predtesta kot oblike preverjanja znanja, je nujno kombiniranje te oblike s širokim naborom drugih načinov preverjanja znanja in premišljeno načrtovanje vsebin predtesta tako, da pri učencih ne spodbuja razvijanja »strategije poskušanja«, ki se sicer lahko razvije ob preveč predvidljivih vzorcih načrtovanja predtestov.
Analiza učne prakse uporabe predtestov na majhnem vzorcu anketiranih učiteljev matematike v osnovni šoli je pokazala, da učitelji predteste sicer široko uporabljajo, hkrati pa se s svojo strokovno presojo spretno izogibajo nekaterim pastem izvajanja predtestov (npr. dajanje podobnih ali identičnih nalog v predtestih in testih, neizkoriščenost drugih oblik preverjanja znanja …). Vseeno pa učitelji ne zaznavajo v zadostni meri nekaterih drugih potencialno negativnih učinkov uporabe predtestov, kot so neizkoriščenost formativnega namena preverjanja znanja, neracionalnost izrabe učiteljevega časa, spodbujanje »strategije poskušanja«, oblikovanje pričakovanj učencev, ki niso skladna s praksami na nadaljnjih izobraževalnih stopnjah, in ustvarjanje nerealne slike o uspešnosti učencev.
Temeljni pogoji za kakovostno ugotavljanje znanja pri pouku matematike pa ostajajo dobronamerno poslušanje, pogovarjanje in sodelovanje učencev, učiteljev in staršev, ki se morajo zavedati, da njihovi končni cilji ležijo na istem in ne na različnih bregovih reke. Starši in vodstveni delavci pa morajo v osnovi graditi na zaupanju učitelju pri njegovih strokovnih presojah.

Viri

1. Bennett, R. E. (2011): Formative assessment: a critical review. Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, letn. 18, št. 1, str. 5–25.
2. Black, P., Wiliam, D. (1998): Inside the Black Box: Raising Standards Through Classroom Assessment. Phi Delta Kappan, str. 139–148.
3. Dunn, K. E., Mulvenon, S. W. (2009): A Critical Review of Research on Formative Assessment: The Limited Scientific Evidence of the Impact of Formative Assessment in Education. Practical, Assessment, Research & Evaluation, letn. 14, št. 7, str. 1–11.
4. Koprivšek, N. (2014): Načini ugotavljanja znanja pri pouku matematike – magistrsko delo. Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Maribor.
5. Magajna, Z., Žakelj, A. (2005): Preverjanje in ocenjevanje s pisnimi preizkusi pri matematiki v osmem razredu devetletne osnovne šole. ZRSŠ, Ljubljana.
6. Marentič Požarnik, B. (2003): Psihologija učenja in pouka. DZS, Ljubljana.
7. *Pravilnik o preverjanju in ocenjevanju znanja ter napredovanja učencev v osnovni šoli.* (2013): Uradni list RS, št. 52/13, Ljubljana. (Pridobljeno na: www.uradni-list.si/1/objava.jsp?urlurid=20131988 10. 5. 2014.)
8. Sousa, T. D. (2007): Effect of Formative Assessment on Student Achievement in Mathematics, Master's Thesis. Department of Mathematical Sciences, Central Connecticut State University, New Britain, Connecticut.

9. Zupanc, D., Bren, M. (2010): Inflacija pri internem ocenjevanju v Sloveniji. Sodobna pedagogika, letn. 61, št. 3, str. 208–228.
10. Zupanc, D. (2010): Šolsko ocenjevanje v Sloveniji. Pedagoška obzorja, letn. 25, št. 3-4, str. 157–169.

DOMAČA NALOGA – DILEME UČITELJA

Homework – teacher's dilemma

mag. Nada Nedeljko

nada.nedeljko@zrss.si

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Povzetek

V prispevku predstavljamo oz. opredeljujemo domačo nalogo z različnih vidikov. Najprej izhajamo iz dveh nacionalnih dokumentov, ki smo ju uporabili za lažje razumevanje domače naloge kot integralnega dela pouka, torej učenja in poučevanja. Sledi terminološka opredelitev domače naloge ter razmišljanje o značilnostih znanja, ki ga želimo pri učencih razvijati z njeno pomočjo. Pri tem velja upoštevati, da je znanje kakovostno, kadar se znanje vsebin prepleta tako s strategijami učenja in mišljenja kot s čustvi in motivacijskimi prepričanji. V zaključnem delu se dotikamo pogoste dileme učitelja – kako in zakaj vrednotiti domače naloge, da bi s pomočjo vrednotenja sprejeli odločitve za nadaljnje poučevanje in učenje.

Ključne besede: domača naloga, učinkovitost domače naloge, motivacijski pogoji, vrednotenje za učenje

Abstract

The article treats the homework from different perspectives. First of all we rely on two national documents which were used in order to better understand the homework as an integral part of the instruction, learning and teaching. Then we focus on both the terminology related to the concept of the homework as well as on the characteristics of knowledge one would like to develop with learners via homework. Besides that one should take into consideration the fact that the knowledge is of high quality on condition it is a combination of contents, learning strategies, thinking, feelings and motivation. Finally we discuss a frequent teacher's dilemma – how and why assess the homework in order to decide about further teaching steps.

Keywords: homework, homework efficacy, motivation conditions, assessment for learning

Uvod

Za uvod v razmišljanje o domačih nalogah bomo uporabili *Izhodišča kurikularne prenove* (1996), ki so bila sprejeta za vpeljevanje devetletne osnovne šole. Vsebujejo ključne cilje, ki bi jih naj dosegli v devetletni osnovni šoli. Ob branju teh ciljev lahko ugotovimo, da so kljub »starosti« še zmeraj aktualni. Med ključnimi cilji smo izbrali naslednje:

Cilj 2: Preprečiti preobremenjenost in utrujenost učencev:
- z ustrezno organizacijo pedagoškega procesa, upoštevaje delo v šoli in **doma.**

Cilj 6: Spodbujati skladen telesni in duševni razvoj posameznika:
- s skrbjo za posebne potrebe posameznika.

Cilj 10: Pripraviti učence za kakovostno življenje, na vseživljenjsko izobraževanje in za poklic:
- z oblikovanjem delovnih navad in navajanjem na samostojno učenje.

Cilj 11: Povečati kakovost in trajnost pridobljenega znanja:
- z upoštevanjem predhodnega znanja in idej učencev,
- z upoštevanjem povezanosti spoznavnih, motivacijskih in čustvenih procesov in dejavnikov,
- z učenjem za učenje.

Cilj 12: Razvijati sposobnost samostojnega ustvarjalnega in kritičnega mišljenja ter presojanja.

Razumemo lahko, da devetletna osnovna šola predvideva domačo nalogo. Njen namen je dvig kakovosti in trajnosti znanja, razvoj ustvarjalnega in kritičnega mišljenja ter presojanja (izobraževalni cilji) ter razvijanje delovnih navad in samostojnosti (vzgojni cilji). Pri tem so postavljeni določeni pogoji: domača naloga izhaja iz predznanja in potreb posameznega učenca (notranja diferenciacija[1]), za njeno uspešno izvajanje je treba ustvariti spodbudne motivacijske in čustvene pogoje, za preprečitev preobremenjenosti in utrujenosti učencev s šolskim delom doma je o njej treba razmišljati že v fazi načrtovanja,[2] njena primarna funkcija je razvijanje kompetence učenje učenja. Povzamemo lahko, da je o domači nalogi treba razmišljati širše in kompleksno.

Domača naloga v didaktičnih priporočilih učnega načrta za matematiko

S prej omenjenim dokumentom se težnja po posodabljanju devetletne osnovne šole ni ustavila. Od šolskega leta 2011/2012 je postopno v veljavi posodobljeni učni načrt za poučevanje matematike v devetletni osnovni šoli. Učni načrt, razen posodobitve matematičnih vsebin in ciljev, vključuje posodobitev didaktičnih pristopov, ki omogočajo razvoj kritičnega in ustvarjalnega mišljenja ter razvoj metakognitivnih sposobnosti. Učni načrt vključuje didaktična priporočila, ki domače naloge umeščajo v *integralni del šolskega dela*, njihovo pomembnost pa izkazujejo z zapisom, da *so pri matematiki zelo pomembne*. So *osnova samoregulacijskega učenja.* Učitelja usmerjajo v *dobro načrtovanje* z upoštevanjem *različnosti med učenci (po učnem stilu, po zmožnostih in interesih)*. Razberemo lahko, da so domače naloge zelo pomemben sestavni del pouka oz. poučevanja in učenja matematike, zato zahtevajo vso pozornost in sistematičen pristop od načrtovanja do vrednotenja tako učitelja kot učenca.

---

[1] Pri tem je treba upoštevati koncept, smernice in navodila, sprejeta na Strokovnem svetu RS za splošno izobraževanje: *Odkrivanje in delo z nadarjenimi učenci* (1999), *Otroci s primanjkljaji na posameznih področjih (2003), Učne težave v osnovni šoli* (2007)*, Smernice za izobraževanje otrok tujcev v vrtcih in šolah (2009).*

[2] Načrtovanje kot delovno obvezo učitelja določa šolska zakonodaja: *Pravilnik o dokumentaciji v osnovni šoli* (s prilogo).

Kaj je domača naloga?

SSKJ: ***Naloga*** *je, kar mora kdo storiti, opravljati glede na voljo, zahtevo koga; glede na lastno voljo, željo; glede na določene okoliščine …*
Domača naloga: pismene obveznosti učencev, ki jih morajo opraviti doma.

V praksi se uporabljajo različni terminološki izrazi za učenje in šolsko delo učencev doma: domača naloga, domača vaja, domače učenje, domače delo. Izraz je pogosto vezan na predmet. Izkušnje iz prakse kažejo, da se izraz domača naloga najpogosteje uporablja takrat, kadar imamo v mislih pisnih izdelek. Vendar ni tako. Uporabili bomo terminološko opredelitev B. Čagran (2007: 11), ki domačo nalogo označuje kot *pisno, ustno in praktično obliko učenčevega dela, ki jo posreduje učencem učitelj in je neposredno povezana s poukom ter jo učenec opravlja po rednem šolskem delu.*

Domača naloga – priložnost za učenje in pridobivanje različnih vrst znanja, spretnosti in veščin

Domača naloga ni zgolj kopica »drilov«, s katerimi učenec do onemoglosti ponavlja iste spretnosti, ki jih je vadil že v šoli. Domača naloga ni samo utrjevanje in ponavljanje deklarativnih znanj, vedeti KAJ – poznati podatke, pojme, dejstva, postopke. Učenec lahko z domačo nalogo uporablja oz. razvija tudi proceduralna (Marentič - Požarnik, 2011) oz. procesna znanja, vedeti KAKO – razvijanje učnih strategij in raznih vrst razmišljanja, kot so:

- analitično – zna analizirati, kritično presojati, primerjati, razlikovati …,
- ustvarjalno – imeti nove zamisli, iznajti kaj, predpostavljati …,
- praktično – znati reševati praktične, življenjske probleme.

Pri tem se po mnenju B. Marentič - Požarnik (2011: 35) v šolah najbolj posvečajo razvoju analitičnega mišljenja, zanemarjata pa se preostali dve vrsti. S tem se postavlja v neenak položaj učence, ki imajo bolj kot analitične razvite ustvarjalne in praktične sposobnosti.
Učni načrt za matematiko (2011: 72–74) učenju in uporabi procesnih znanj (spretnosti in veščin) nameni posebno poglavje. V času šolanja naj bi učenec pri predmetu matematika razvil zmožnost načrtovanja, predvidevanja, preverjanja in posplošitev, vešč naj bi postal pri postavljanju hipotez in raziskovalnih vprašanj, v uporabi primerne tehnologije in geometrijskega orodja ipd.
Razen že omenjenih vrst znanja je prav tako pomemben razvoj kondicionalnega (vedeti, KDAJ določeno znanje in postopke uporabiti) ter metakognitivnega znanja (zavedati se lastnega znanja, procesa lastnega spoznavanja, njegovih posebnosti in omejitev).
Ob zgoraj navedenih *kognitivnih komponentah* ne smemo spregledati *nekognitivnih komponent* (prav tam), kot so čustva, motivacija, sprejetost in samopodoba, ki vplivajo na razvoj učnih in delovnih navad ter na razvoj različnih osebnostnih lastnosti (vztrajnost, natančnost, odgovornost, vestnost, samostojnost …). Prav te, po krivici pogosto spregledane, lahko ključno vplivajo na opravljanje domače naloge.

Način, kako bo učenec razvijal znanja, spretnosti in veščine tudi doma, je odvisen od mnogih akterjev. Eden izmed njih je prav gotovo vir, ki ga bo učenec uporabljal. Delovni zvezek naj ne bo edini vir, kljub temu da so ga starši drago plačali in pričakujejo njegovo popolno izpolnitev. Pri domači nalogi je treba izkoristiti vire, ki v šoli niso dostopni, na primer: »*Vprašajte svoje stare starše* …« ali »*Ko boste danes* *zvečer gledali reklame* …« ali »Doma izmeri …in naredi načrt prenove …« (Beers, 2007). Tako izbrane domače naloge ne bodo namenjene zgolj »drilu«.

Kako motivirati učence za domačo nalogo?

Ne obstaja ena sama teorija o motivaciji, s katero bi bilo mogoče razložiti, zakaj učenci so ali niso motivirani za učenje in s tem za delo domačih nalog. Zavzetost za učenje je tesno povezana z značilnostmi pouka, poučevanja in vrednotenja (Beers, 2007; Boekaerts, 2013). S tem, kako učitelji vodijo pouk, kako se obnašajo in kako vodijo komunikacijo, sprožajo pri učencih določena čustva in motivacijska prepričanja, ki vplivajo na kakovost njihovega učenja. Učitelji s svojimi ravnanji in pedagoškimi odločitvami **ustvarjajo pogoje** za dvig motivacije pri učencih. Med pogoje lahko prištejemo (Beers, 2007; Hopkins, 2007; Boekaerts, 2013; Wiliam, 2013)**:**

- **pomembno količino pozornosti med poukom**; učitelj nameni domači nalogi dovolj časa za njeno načrtovanje in/ali (samo)vrednotenje;
- **odprava groženj in stresa**; npr. raje kot groziti: »*Če jutri ne boste imeli domače naloge, boste dobili negativno oceno«* učence spodbuditi: »Če boste naredili domačo nalogo, boste s tem na boljši poti k višjim učnim dosežkom in boljšemu znanju«;
- **realna in jasno izražena pričakovanja učitelja do posameznega učenca**; to pozitivno vpliva na pričakovanja učencev do sebe; učenci, ki verjamejo, da so kos določenim nalogam, izbirajo zahtevnejše probleme, vlagajo več truda in vztrajajo dlje časa;
- **postavljanje jasnih in realnih ciljev**; ko učitelj razred seznani s cilji kurikula (npr. cilji učnega sklopa), nastopi čas, ko si učenci postavijo svoje dolgoročne in kratkoročne cilje, vezane na cilje sklopa; učenci najbolje rešujejo probleme, ki so jih sami izbrali;
- **z vključevanjem (soudeleženost) učencev pri razjasnitvi, določanju in razumevanju namenov učenja**; učenec skupaj z učiteljem pripravi svoj načrt učenja; z njim laže spremlja in regulira svoje učenje ter izbiro strategij, ki vodijo k uspehu in doseganju ciljev (sprožanje metakognicije);
- **soudeleženost pri oblikovanju kriterijev za uspeh**; učencem pomagajo pri presoji lastnega napredka in znanja (pomoč pri samopresoji);
- **s pozitivno podkrepitvijo učenčevega zaupanja vase**; učitelj daje delno potrditev tudi ob odgovorih, ki niso popolnoma pravilni, saj s tem poveča verjetnost, da se bo učenec trudil še naprej;
- **povratna informacija**, ki ni v obliki negativnih komentarjev, temveč v obliki navodil za nadaljnje delo in razvoj; s tem učitelj poveča verjetnost, da se bo učenec trudil tudi naprej;
- **z izmenjavo informacij o uspešnih načinih premagovanja ovir**; učenci cenijo realne modele, ki prikazujejo ovire, s katerimi se srečujejo tudi sami, in ki opisujejo možne rešitve problema; če so učenci spodbujeni k izmenjavi izdelkov in razpravam o tem, katere strategije so učinkovitejše, to izboljša njihov interes za učenje.

To je nabor le nekaterih motivacijskih dejavnikov, ki jih je smiselno vnašati v pouk.

V tem delu je treba izpostaviti še čustva, ki močno vplivajo na motiviranost za učenje. Pri čustvih gre za širok spekter **afektivnih procesov**. Razen primarnih čustev (veselje, žalost, jeza, strah, presenečenje in gnus) psihologi na področju izobraževanja vključujejo tudi sekundarne (zavist, upanje, sočutje, hvaležnost, obžalovanje, ponos, razočaranje, olajšanje, brezup, sram, krivda, zadrega, nevoščljivost). Čustva sprožajo svarila in pripravijo na takojšen odziv. Za učitelja so pomembna zaradi njihove diagnostične vrednosti, saj razkrivajo posameznikovo zavzetost, zaskrbljenost in miselne aktivnosti (Boekaerts, 2013). Pozitivna čustva kažejo zadovoljitev učenčevih psiholoških potreb (po kompetentnosti, avtonomiji, socialni povezanosti) in spodbujajo pri učencu zavzetost. Občutek ponosa in samospoštovanja, ki jih pri učencu porodi dosežek po vloženem trudu, učenec ceni bolj, kot da bi prejel neko optimalno nagrado (prav tam). Tesnoba pri učenju, sram, dolgčas (npr. za nadarjene), jeza, obup, razočaranje so negativna čustva, povezana z učenjem. Negativna čustva ovirajo izvedbo naloge. Učitelji morajo učence usmerjati v dejavnosti, ki so nekoliko zahtevnejše od njihovega trenutnega nivoja kompetentnosti in z zagotavljanjem **neogrožajočih povratnih informacij**, npr.: »*Potrudil si se, vendar ti ni uspelo. Kaj meniš, da je vzrok za to? Bi lahko to naredil kako drugače*?« Učence spodbujajo k refleksiji o močnih področjih, ki jih zaznavajo pri sebi.

Kako vrednotiti domače naloge?

Kako vrednotiti domače naloge, je zelo pogosto vprašanje, ki se pojavlja v šolskih zbornicah. Vrednotenja domačih nalog smo se posredno dotaknili že v predhodnem razmišljanju, vendar je prav, da ga v tem delu še posebej izpostavimo.

B. Marentič Požarnik (2000: 260) vrednotenje ali evalvacijo predstavlja kot sistematično zbiranje podatkov o kakovosti nekega procesa ali produkta, običajno z namenom, da sprejmemo odločitve, ki vodijo k izboljšanju. Sestavini vrednotenja znanja sta preverjanje in ocenjevanje znanja. V tem delu bomo nekoliko podrobneje predstavili preverjanje domačih nalog.

Preverjanje[3] je načrtno in sistematično zbiranje informacij o učenčevem napredovanju pri doseganju učnih ciljev oz. zbiranje informacij o doseženem obsegu in kakovosti znanja. **Rezultat preverjanja je povratna informacija** tako učencu kot učitelju (prav tam: 261).

Domačo nalogo lahko uporabimo za različne namene preverjanja:[4]

- za preverjanje pred obravnavo nove učne snovi, ki je usmerjeno v **ugotavljanje predznanja** oziroma v obseg in strukturo obstoječega znanja;
- za preverjanje med obravnavo učne snovi kot sprotno ali formativno, ki je usmerjeno v **spremljanje procesa učenja doma** z namenom zbirati informacije za čim učinkovitejše nadaljnje usmerjanje poučevanja in učenja;
- za preverjanje po obravnavi, ki je usmerjeno v **ugotavljanje dosežkov/rezultatov** nekega daljšega obdobja učenja, npr. doseganje ciljev in standardov posameznega učnega sklopa iz učnega načrta ter kriterijev vrednotenja, in ni namenjeno ocenjevanju.

Izpostavili bomo sprotno ali formativno preverjanje domače naloge, ki je usmerjeno v spremljanje procesa učenja doma in je podprto s primerno povratno informacijo. Primerna **povratna informacija** je individualno naravnana, je pravočasna, sprotna, usmerjena v izdelek in ne v učenca in je spodbuda za nadaljnje učenje. Lahko je neverbalna ali verbalna, lahko je v pisni ali v ustni obliki. Poteka lahko v različnih smereh: učitelj učencu, učenec učitelju, učenec učencu (ali v manjši skupini učencev)

[3] Pomembno je poudariti, da je preverjanje domačega dela učencev učiteljeva uradna delovna dolžnost (smiselna uporaba 1. odstavka 119. člena Zakona o organizaciji in financiranju vzgoje in izobraževanja).

[4] Pri tem upoštevamo 3. člen Pravilnika o preverjanju in ocenjevanju znanja ter napredovanju učencev v osnovni šoli.

ter ne nazadnje povratna informacija, ki si jo učenec podeli sam (metakognicija). Povratna informacija, ki nastaja/poteka v manjši skupini učencev, je usmerjena v nalogo in v njeno obdelavo. Je kot predstavitev in argumentiranje rezultatov učenja in dela doma. Slehernemu učencu v skupini omogoča lažjo in boljšo samopresojo uspešnosti lastnega učenja in dela doma.
Torej je glavna funkcija vsakega učiteljevega preverjanja domače naloge ugotavljanje, ali so učenci dosegli (osebne) učne cilje, in če jih niso, zakaj ne, in sicer z namenom, da bi se s pomočjo ustrezne povratne informacije te vrzeli in vzroke takoj ali vsaj čim prej odpravili. Preverjanje služi kot izhodišče za nadaljnje načrtovanje poučevanja in učenja.

Namesto zaključka – ali so domače naloge lahko ocenjene?

V prispevku predstavljamo le nekaj dilem, povezanih z domačo nalogo. Ponujamo razmišljanje o celostni integraciji domače naloge v pouk, vključno z nekaterimi načini spodbujanja notranje motivacije pri učencih za njeno opravljanje.
Za oblikovanje odgovorov, vezanih na dileme o domačih nalogah, smo si pomagali z različnimi viri, med njimi tudi s člankom Alojza Širca, takratnega šolskega inšpektorja *Je res nadloga ta naloga? (2002).* Avtor v svojem članku osvetljuje dileme v zvezi z ocenjevanjem domače naloge. Pri tem se opira na šolske predpise, ki so še danes aktualni. Po njegovi oceni je iz šolskih predpisov možno razbrati, da je učiteljevo morebitno vrednotenje domačih nalog zgolj v funkciji preverjanja znanja in pomeni le povratno informacijo učencu (staršem) in učitelju o usvojenem znanju kot podlagi za ocenjevanje (ustno, pisno) v oddelku. Vprašljivo je ocenjevanje domačih nalog tudi glede na karakteristike ocenjevanja, kot so veljavnost, zanesljivost in objektivnost ocene. Pri tem ne smemo pozabiti še na didaktično načelo »enakih možnosti«.

Viri

1. Boekaerts, M. (2013): Motivacija in čustva imajo ključno vlogo pri učenju. V: O naravi učenja: uporaba raziskav za navdih prakse. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
2. Beers, B. (2007): Šola učenja: praktični priročnik za učitelje in ravnatelje, Državni izpitni center: Ljubljana.
3. Čagran, B. (2007):Proces spremlajnja prakse domačih nalog v smeri njihove učinkovitosti. V: Domača naloga – izziv ali obveza. Ljubljana: Supra.
4. Izhodišča. Nacionalni kurikularni svet: Slovenija. Ljubljana, 1996.
5. Marentič - Požarnik, B. (2011): Kaj je kakovostno znanje in kako do njega, Sodobna pedagogika, letn. 62=128, št. 2, str. 28–50.
6. Marentič Požarnik, B. (2000). Psihologija učenja in pouka. DZS,Ljubljana.
7. Nedeljko, N. (2006): Domača naloga da, vendar premišljeno in z namenom. V: Vzgoja in izobraževanje, letnik XXXVII, št. 6, str. 4–8.
8. Nedeljko, N. (2008): Svež pristop k domačim nalogam. V: Fleksibilni predmetnik – pot do večje avtonomije, strokovne odgovornosti in kakovosti vzgojno-izobraževalnega dela: zbornik prispevkov. Ljubljana: ZRSŠ.
9. Nedeljko, N. (2009): Ko se učitelj odloči za domačo nalogo. Razredni pouk, letn. 11, št. 2, str. 55–60.
10. Širec, A. (2002): Je res nadloga ta naloga? V: Šolski razgledi, letnik LIII, številka 14, str. 5.
11. Wiliam, D. (2013): Vloga formativnega vrednotenja v učinkovitih učnih okoljih. V: O naravi učenja: uporaba raziskav za navdih prakse. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

ALI JE SMISELNO PONOVNO PREMISLITI OSNOVE?

Are basic notions worth revision?

ddr. Janez Žerovnik

janez.zerovnik@fs.uni-lj.si

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo

Povzetek

Prispevek obravnava problematiko poenostavljanja matematičnih pojmov, obravnave in poenostavljanja izražanja v šolski matematiki. Predstavlja primere, ko raznovrstna poenostavljanja vodijo do nekonsistentnosti in drugačnih težav, ki lahko postanejo zelo neprijetne pri preverjanju, posebej pri eksternem preverjanju, kakršno je srednješolska matura.

Ključne besede: funkcije in realne funkcije, polinomi, koordinate in komponente vektorjev.

Abstract

In secondary school Mathematics, definitions and introduction of basic notions are sometimes simplified. Examples are discussed where simplifications may lead to ambiguities and even inconsistencies. The difficulties appear to be particularly inconvenient at external examinations, cf. general matura.

Keywords: functions and real functions, polinomials, vectors, coordinates and components.

Uvod

Ob zaključku gimnazijskega programa pri maturitetnem izpitu iz matematike preverjamo splošno znanje bolj ali manj osnovnih pojmov srednješolske matematike, pri čemer ne bi smelo biti dvoma o korektnosti nalog in nedvoumnosti uporabljenih pojmov. Vsi poznamo pomen matematike v naravoslovju in tehniki, vse več pa je primerov netrivialne uporabe matematike tudi v drugih znanostih. Matematiki se radi pohvalimo, da je naša znanost egsaktna v najboljšem pomenu besede: moderna matematika je logično neprotislovna zgradba na osnovi smiselno izbranih aksiomov. V srednji šoli obravnavamo osnovne pojme, računske postopke in primere uporabe matematike. Zelo pomembno je, da osnovne pojme dijaki spoznajo in razumejo, saj je matematika »jezik naravoslovja in tehnike«, vse bolj pa dobiva to vlogo tudi na drugih področjih. Na maturitetnem izpitu se dijaki in z njimi tudi mi srečamo z realnostjo: v natančno odmerjenem času je treba rešiti nekaj bolj ali manj standardnih nalog. Ni časa za pojasnjevanje in razčiščevanje pojmov. Pri izbiri standardnih maturitetnih nalog in objektivnih kriterijev za ocenjevanje opazimo nekatere nedoslednosti v praksi, ki so ob preglednem izpitu lahko zelo moteče. Na univerzi s prvim in v nekaterih primerih tudi zadnjim izpitom iz matematike poskusimo ponovno preveriti in nadgraditi osnovno znanje matematike, pri tem zaznamo različno predznanje študentov, čeprav so ti formalno dosegli isto stopnjo izobrazbe, pogosto celo uspešno zaključili iste programe. Ob tem se pojavijo vprašanja, kako nekatere očitno pomembne vsebine predstaviti korektno, pa vendarle dijakom in študentom razumljivo. Običajni pristopi, ki jih poznamo, zahtevajo sorazmerno veliko teorije za korektno vpeljavo mnogih temeljnih pojmov. V kratko odmerjenem času za matematične predmete, ki se je po bolonjski reformi skoraj povsod še skrajšal, to na mnogih programih pogosto ni izvedljivo. Ker korektnosti ne moremo in tudi ne smemo žrtvovati, ostane vprašanje, ali je mogoče neko temo vendarle obravnavati korektno, na ustreznem nivoju in morda s pojmi, ki ne zahtevajo preveč zahtevnega predznanja. Tu samo omenim poskus obravnave statistike na osnovi elementarne kombinatorike [11]. Zanimiv poseben primer je tudi praktično pozabljena Descartesova algebraična obravnava tangent [9], ki naravno vodi k Caratheodoryjevi definiciji odvoda [4]. Ta definicija je bolj naravna, predvsem pa uporabi netrivialen pojem limite šele takrat, ko je ta zares potreben [10]. Glej tudi [12, 13, 14].

Ker je tudi ta prispevek omejen s prostorom, predstavitev pa s časom, tu samo načnimo nekaj tem iz srednješolskih (gimnazijskih) programov, ki so vredne pozornosti. Če lahko dopuščamo svobodno izražanje in poenostavljanje pri pouku, je seveda povsem drugače, ko gre za zapise v učbenikih, učnem načrtu ali v maturitetnem katalogu. Zanimivo bi bilo odkriti, kje se je zgodil izvirni greh v vsakem od primerov, a za natančnejši pregled starejših izdaj in starih učbenikov mi je zmanjkalo časa in energije, zato bom tu govoril na splošno, učbeniki, na katere se občasno sklicujem, pa bodo izbrani bolj ali manj naključno [2, 3, 6, 7, 8]. Pri nekaterih primerih bom poskusil vsaj nakazati bolj ali manj preprosto idejo za rešitev, včasih je treba samo opustiti kako razvado ali poudariti kak splošen, pa skoraj pozabljen dogovor. Matematika na fakulteti je seveda ista kot tista v srednji šoli, razlike so lahko samo v obsegu ali poglobljenosti obravnave, a osnovni pojmi so in morajo biti isti in enako ali vsaj logično ekvivalentno definirani. Seveda tudi osnovnošolska matematika tu ni izvzeta, le primeri ki jih poznam, so večinoma iz srednje šole. Nedoslednosti imajo raznolike vzroke, tu omenimo nekatere, morda najbolj verjetne. Pogosto gre za dobronamerno željo, da bi dijakom nekatere vsebine približali s poenostavljanjem, ki pa lahko prinese nekorektnosti. Bolj je problematičen sistemski razlog, ko se kake ponesrečene inovacije razširijo v učbenike. Splošno znan in je primer »nove matematike«, ki je pred desetletji prinesla logično protislovno naivno teorijo množic [5] v prve razrede osnovne šole! Ne nazadnje imamo še nedoslednosti, ki so tu že dolga desetletja in jih zaradi domačnosti sploh ne opazimo več. Gre za primere tihih dogovorov, ki so nam matematikom tako domači, da o njih sploh ne razmišljamo več, dijak, ki bi si odlično zapomnil vse povedano in v učbenikih zapisano, pa bi naletel na nejasnosti ali celo logična protislovja. Zaradi nedoslednosti pri obravnavi se lahko učitelj, ki rad poudarja, da je matematika natančna in logično neprotislovna znanost, ob vprašanjih dijakov znajde v precej neprijetnem položaju.

V nadaljevanju si poglejmo nekaj primerov.

Definicija funkcije

Dijaki srečajo pojem funkcije vsaj dvakrat. Najprej pri osnovnih pojmih teorije množic in potem pri realnih funkcijah, točneje realnih funkcijah realne spremenljivke, h katerim se vračajo v različnih poglavjih. Ker je obravnava funkcij nasploh omejena na kratek čas in eno poglavje, se beseda funkcija uporablja kot okrajšava za realno funkcijo realne spremenljivke.

V teoriji množic je preslikava ali funkcija definirana kot trojica. Domena in kodomena sta poljubni množici, predpis, ki vsakemu elementu iz domene priredi natanko en element iz kodomene, pa lahko gledamo kot podmnožico kartezičnega produkta prvih dveh. Ali, z malo drugačnimi besedami, »Funkcija iz množice A v množico B je predpis, ki vsakemu x iz množice A priredi y iz množice B.« [2, stran 125]. In takoj zatem [2, stran 127] je definirano definicijsko območje $D_f = A$ in zaloga vrednosti $Z_f \subseteq B$. Pri realnih funkcijah govorimo najprej o predpisu, potem pa takoj vpeljemo pojme definicijsko območje in zaloga vrednosti. Na strani 132 (v razdelku Realne funkcije, [2]) piše: »Funkcijo, ki preslika realna števila v realna, imenujemo realna funkcija realne spremenljivke.« Glede na prej povedano lahko sklepam(o), da je $A = B = \mathbb{R}$, saj so dvakrat omenjena realna števila. Ampak na isti strani sledi zgled »Realno funkcijo $f: A \to \mathbb{R}$, dano s predpisom …«. Na naslednji strani pa: »Ali je predpis, ki vsakemu realnemu številu priredi njegovo obratno vrednost, funkcija?« Odgovor je »Ne, ker 0 nima obratne vrednosti.« Ali to pomeni, da racionalne funkcije niso funkcije? In seveda ne ravno skladno z običajno prakso, ko govorimo o »funkciji sinus«, »funkciji x^2«, »funkciji $1/x$« in o »funkciji $\frac{p(x)}{q(x)}$«. Podobna je v [7] definicija funkcije na strani 189 (razdelek Funkcija in njene lastnosti): »Funkcija (preslikava, transformacija) iz množice A v množico B; $A, B \neq \emptyset$ je predpis, ki vsakemu elementu x iz množice A priredi en sam, natančno določen element y iz množice B.« Potem pa kasneje »… dogovorimo se, da bosta odslej množici A in B enaki množici realnih števil, če ne bomo rekli drugače …«

Na kratko opišimo možno rešitev, ki še najmanj posega v običajne pristope poučevanja. Preslikava ali funkcija (v teoriji množic, torej nasploh v matematiki) je določena s trojico (A, B, f), kjer sta A in B množici, f (ali $f(.)$) pa je predpis ki vsakemu elementu iz množice A priredi natanko en element iz množice B. Pogosto uporabimo okrajšavo $f = (A, B, f)$. Množici A in B imenujemo domena in kodomena. Pri obravnavi realnih funkcij realne spremenljivke se dogovorimo, da lahko funkcijo definiramo s predpisom. Tihi dogovor, ki je, kot kaže, pogosto »pretih«, pa je naslednji: kodomena je v takem primeru množica realnih števil, domena pa je naravno definicijsko območje predpisa D_f. To je največja podmnožica $\mathbb{R}$, na kateri je predpis dobro definiran, torej predpis nam za te argumente da realno število. Če ne povemo nič o domeni, nam predpis f da funkcijo $f = (D_f, \mathbb{R}, f)$.

Za konec in za uvod v naslednji razdelek se spomnimo še definicije ničle funkcije: Realno število x je ničla funkcije f, kadar velja $f(x) = 0$. Smiselno seveda samo za realne funkcije realne spremenljivke. In skladno z zapisanim v dveh virih, v [7, stran191]: »Ničla funkcije f je tista vrednost neodvisne spremenljivke x, pri kateri je vrednost funkcije enaka 0. $f(x) = 0$.« Podobno v [2, stran 140]: »Število x_0, v katerem funkcija $f(x) = kx + n$ zavzame vrednost 0, imenujemo ničla funkcije. Graf funkcije seka abscisno os v točki $M(x_0, 0)$.«

Ničle polinomov

Običajna je naslednja definicija polinoma: polinom je funkcija $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s predpisom oblike $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

V učbenikih se definicije nekoliko razlikujejo, a v vseh je polinom definiran kot realna funkcija.

Na maturitetnem izpitu junija leta 2012 je bila dana naloga:

»10. *Pokažite, da je število –4 ena od ničel polinoma* $p(x) = x^3 + 6x^2 + 10x + 8$. *Poiščite preostali dve ničli polinoma* p. *Zapišite presečišče* N *grafa polinoma* p *z ordinatno osjo. Točka* T *leži na grafu polinoma* p *in ima absciso –1. Zapišite točko* T.

(7 točk)«

Pričakovali smo tudi izračun kompleksnih korenov enačbe $p(x) = 0$, nekateri pa tudi odgovor, da ima polinom realno ničlo –4 in dve konjugirano kompleksni »ničli« –1 + i in –1 – i. Seveda je zadnji stavek nesmiseln, saj realna funkcija ne more imeti kompleksnih ničel! A to je izjava, ki jo brez slabe vesti pogosto ponavljamo ... Edina možna odločitev komisije je bila, da seveda dobi vse točke pri nalogi tudi kandidat, ki je zapisal: »Funkcija nima drugih ničel (razen $x = -4$).«

Nalogo bi morali malo drugače formulirati, na primer takole:
Pokažite, da je število –4 ena od ničel polinoma $p(x) = x^3 + 6x^2 + 10x + 8$. *Poiščite preostali dve kompleksni rešitvi enačbe* $p(x) = 0$. *Zapišite presečišče* N *grafa polinoma* p *z ordinatno osjo. Točka* T *leži na grafu polinoma* p *in ima absciso –1. Zapišite točko* T.

To je lep primer, ko bi bilo zanimivo pogledati v zgodovino, tu mislim na številne učbenike, ki so si sledili v zadnjih desetletjih. Morda je v preteklosti bilo dovolj prostora tudi za temeljitejšo obravnavo kompleksnih funkcij, vsaj polinomov v kompleksnem, in potem bi seveda bil smiseln tudi izrek o kompleksnih ničlah polinoma z realnimi koeficienti. Pa tudi v tem primeru se je mogoče utemeljeno vprašati, ali bi od dijaka po štirih letih srednješolskega programa pričakovali, da bo moral uganiti, ali na zapisani polinom z realnimi koeficienti gledamo kot na predpis realne funkcije z realnimi koeficienti ali je to morda predpis kompleksne funkcije kompleksne spremenljivke! Ker v učnem načrtu ni kompleksnih funkcij, nejasnost odpravimo takole: polinomi so realne funkcije realne spremenljivke, pri obravnavi enačbe $p(x) = 0$ pa povemo, da se ga da razcepiti na linearne in nerazcepne kvadratne faktorje, ki imajo konjugirano kompleksne korene (rešitve), kar je znano že od prej, iz obravnave kvadratne enačbe.

Vektorji

Omejimo se na dve osnovni, pa vendarle zelo pomembni vprašanji, na oboje sem naletel ob recenziranju e-učbenika [6].

1. Definicija vektorja.
2. Komponente in koordinate vektorja. Povezava s fiziko.

Definicija vektorja, ki pravi: vektor je usmerjena daljica med točkama A in B, je napačna. To se pokaže takoj, ko povemo, kdaj sta vektorja enaka. Nerodna je seveda potem tudi definicija nasprotnega vektorja itd. Vektorji so seveda ekvivalenčni razredi usmerjenih daljic, za relacijo enakost vektorjev. Če to lahko naredimo za racionalna števila, ni razloga, da ne bi korektno definirali tudi pojma vektorja. Tako kot pri racionalnih številih, ko računamo s predstavniki razredov (in ne z razredi ulomkov) lahko pri vektorjih potem operacije izvajamo na predstavnikih, torej na usmerjenih daljicah. V [6] so prvotno napačno definicijo odpravili. V drugih dveh učbenikih, ki sem jih pogledal, je obravnava dovolj nejasna, da ji ne moremo očitati protislovnosti. Poglejmo v [3]: »Vektor ponazorimo z usmerjeno daljico« in takoj za tem »Vektorja sta enaka, če se ujemata v smeri, usmerjenosti in dolžini«. Tu ni protislovja, le dijak mora sam ugotoviti, da je enakost vektorjev ekvivalenčna relacija in da bo kasneje računal s predstavniki razreda … V [8] je zapisano podobno »Urejen par točk ali tudi usmerjena daljica od točke A do točke B določa vektor«; »Oznaka za vektor je $\overrightarrow{AB}$ … Vektorje pišemo tudi z malimi črkami $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ …« Zdaj pa k težavi. Rekli smo »Če vektorju $\overrightarrow{AB}$ spremenimo usmerjenost, dobimo nov vektor, ki ga imenujemo nasprotni vektor. Označimo ga z $\overrightarrow{BA}$.« Recimo, da je $\vec{a} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Pozor, enakost ne pomeni, da je vektor $\vec{a}$ enak usmerjeni daljici $\overrightarrow{AB}$ in usmerjeni daljici $\overrightarrow{CD}$, ampak da sta $\overrightarrow{AB}$ in $\overrightarrow{CD}$ usmerjeni daljici, ki ju lahko imamo za predstavnika vektorja $\vec{a}$. Ali je potem $\overrightarrow{BA}$ nasprotni vektor vektorja $\overrightarrow{CD}$? Pri računanju z vektorji je torej treba definirati operacije na vektorjih in ne na usmerjenih daljicah. Torej: »Če vektorju $\vec{a}$ spremenimo usmerjenost, dobimo nov vektor, ki ga imenujemo nasprotni vektor. Označimo ga z $-\vec{a}$.« Seveda lahko potem ugotovimo, da za izvedbo operacij moramo računati z usmerjenimi daljicami, torej s poljubnim predstavnikom vektorja. Na primer, $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

Druga nedoslednost je uporaba pojmov koordinate in komponente vektorja. Npr. »Komponente krajevnega vektorja točke A so kar koordinate točke A« [3, stran 67], [8, stran 48]. V koordinatnem sistemu je mogoče vektor, ali točneje predstavnika razreda, enolično predstaviti kot usmerjeno daljico med izhodiščem in neko točko v prostoru. Z drugimi besedami, v izbrani ortonormirani bazi lahko vsak vektor enolično zapišemo kot linearno kombinacijo baznih vektorjev. V prvem primeru lahko potemtakem vektor identificiramo s koordinatami točke. V drugem primeru smo vektor zapisali kot vsoto komponent v smeri baznih vektorjev. Seveda so koordinate točke ravno množitelji baznih vektorjev, saj smo koordinatni sistem in ortonormirano bazo vpeljali na tako rekoč enak način. Od tod seveda poenostavitev, da trojico števil, ki so koordinate točke in bi jim lahko rekli koordinate vektorja, poimenujemo komponente vektorja, saj jim je treba samo še dodati bazne vektorje, pa dobimo komponente.

Sprejemljivo bi bilo v matematiki govoriti o **koordinatah ali komponentah** vektorja, in poudariti, da tu vedno govorimo o komponentah glede na ortonormirano bazo, zato zapis

$$\vec{v} = v_x \vec{\imath} + v_y \vec{\jmath} + v_z \vec{k} = (v_x, v_y, v_z).$$

S tem smo se izognili težavi, ki nastopi, ko hočemo uporabiti vektorski račun v fiziki. Tam seveda je komponenta sile sila, torej komponente vektorja so vektorji in ne neki koeficienti (torej skalarji)! Za povrh so seveda komponente v fiziki pogosto definirane naravno glede na obravnavani primer in dobljena baza pogosto ni ortonormirana baza. Standarden primer je klada na klancu.

Nedoločeni integral

Nedavno me je kolega Iztok Banič opozoril na problematičnost naših običajnih zapisov nedoločenih integralov, na katero je naletel pri zelo splošni obravnavi integriranja [1]. Ker želimo poudariti, da je v tipičnem primeru primitivnih funkcij dane funkcije veliko in da tvorijo družino funkcij, ki se razlikujejo za aditivno konstanto, zapišemo

$$\int x^n \, dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C ,$$

kjer je C poljubno realno število, in seveda $n \neq -1$. Primer $n = -1$ je seveda

$$\int x^{-1} \, dx = \ln x + C ,$$

ali pogosto zapisano bolj splošno

$$\int x^{-1} \, dx = \ln |x| + C .$$

Dijaka, ki pozabi na »+C«, pogosto kaznujemo s kako nedodeljeno točko. Ampak te naše formule so napačne, vsaj nekatere od njih! Poglejmo primer:

$$\int x^{-3} \, dx = \frac{1}{-2} x^{-2} + C$$

pove, da je ima katera koli primitivna funkcija funkcije $f(x) = x^{-3}$ za neki $C \in \mathbb{R}$ predpis oblike $F(x) = -\frac{1}{2} x^{-2} + C$. Kaj pa funkcija s prepisom

$$h(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^{-2} + 1, & x > 0, \\ -\frac{1}{2}x^{-2} + 2, & x < 0 \end{cases} ?$$

Odvod funkcije h na vsakem od intervalov je enak x^{-3}, našli smo primitivno funkcijo funkcije f , ki ni zgoraj predvidene oblike!

Razlog je seveda v tem, da se poljubni dve primitivni funkciji razlikujeta za konstanto na vsakem povezanem območju. Problematični »$+C$« torej lahko pogojno ostane, le zavedati se je treba, da to ni konstanta $C \in \mathbb{R}$, pač pa odsekoma konstantna funkcija.

Zaključek

Opozorili smo na nekaj primerov nedoslednosti v običajni obravnavi nekaterih osnovnih pojmov srednješolske matematike. Sledi kratek razmislek o možni rešitvi, kako se lahko težavam izognemo. Ker je v nekaj stavkih težko povedati vse, je te razmisleke treba razumeti predvsem kot opozorilo in uvod v podrobnejšo obravnavo. Za konec ponovimo, da je avtor na izbrane primere naletel bolj ali manj po naključju in preveril samo nekatere učbenike in druge vire. Zato nikakor ne trdimo, da je to seznam najpomembnejših ali najresnejših težav. Je pa motivacija, da se ob osvežitvi programa ali pisanju novega učbenika vedno znova vprašamo, ali je mogoče še kaj narediti boljše.

Zahvala

Avtor se zahvaljuje recenzentoma za natančno branje in številne konstruktivne pripombe k prvi različici prispevka.

Viri

1. Banič, I. (2014): Integrations and Jordan integrations on rings. Poslano v objavo. (Dostopno na http://arxiv.org/abs/1406.3061.)
2. Bon Klanjšček, M., Dvoržak B., Felda, D. (2009): Matematika 1, Učbenik za gimnazije, DZS, Ljubljana.
3. Bon Klanjšček, M., Dvoržak B., Felda, D. (2010): Matematika 2, Učbenik za gimnazije, DZS, Ljubljana.
4. Caratheodory, C. (1950): Funktionentheorie, Birkhauser.
5. Hafner, I. (1981): Še enkrat o množicah v nižjih razredih osnovne šole. Obzornik za matematiko in fiziko, letn. 28, št. 4, str. 97–106.
6. Ivanec, D., Janežič, T., Pustavrh, S., Zmazek, V., Mohorčič, A., Špolad, M., Jeler, A., Pečovnik Mencinger, A., Jericijo, O., Repolusk, S. (ur.) (2014): VEGA 2 E-učbenik za matematiko v 2. letniku gimnazije, Zavod RS za šolstvo. (Dostopno na http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/vega2/3308/index.html.)
7. Pavlič, G., Kavka, D., Rugelj, M., Šparovec, J. (2011): Linea nova, Matematika za gimnazije, Modrijan, Ljubljana.
8. Pavlič, G., Rugelj, M, Šparovec, J. Kavka, D. (2007): Planum, Matematika za 2.letnik gimnazij, Modrijan, Ljubljana.
9. Range, R. M. (2014): Descartes's Double Point Method for Tangents: An Old Idea Suggests New Approaches to Calculus, Notices of the AMS, letn. 61, str. 387–389.
10. Range, R. M. (2011): Where are Limits Needed in Calculus, Amer. Math. Monthly, letn. 118, str. 404–417.
11. Wood, M. (2004): Making sense of statistics: a non-mathematical approach (Palgrave Study Guides), Palgrave Macmillan.
12. Žerovnik, J. (2002/03): O definiciji odvedljivosti, Matematika v šoli, letn. 10, št. 1-2, str. 85–88.
13. Žerovnik, J. (2014): Odvod funkcije brez uporabe limit?. Poslano v objavo. Matematika v šoli.
14. Žerovnik, J. (2010): Matematika 1, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana.

PROCES MATEMATIZACIJE PRI ŠTUDIJU NARAVOSLOVJA

Process of mathematization in tertiary Science Education

dr. Andreja Drobnič Vidic

andreja.drobnic@fkkt.uni-lj.si

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

Povzetek

Kompleksnejši uporabni problemi so sestavni del izobraževanja matematike pri študiju naravoslovja. Pri teh problemih morajo mladi znati uporabiti proces matematizacije, ki pri rutinskem matematičnem problemu ni potreben. Poleg matematičnega znanja, ki je potreben pri obeh vrstah problema, pa je za uspeh pri obeh potrebna tudi motivacija oziroma želja po reševanju. Razlike v uspešnosti reševanja obeh vrst problemov prikažemo pri študentih kemije in kemijskega inženirstva ob začetku študija. Veliko študentov je bilo uspešnih pri matematičnem problemu, a se jih veliko uporabnega problema sploh ni lotilo reševati. Sicer pričakovane razlike v uspehu reševanja glede na doseženo stopnjo matematizacije nam nakazujejo, da je pri reševanju uporabnih problemov pri mladih premalo motivacije. Podamo predloge za boljši uspeh pri reševanju uporabnih problemov s spremenjenim načinom izobraževanja in ocenjevanja.

Ključne besede: reševanje problemov, matematizacija, študij naravoslovja, motivacija

Abstract

Part of Mathematics Education is dealing with problems from the real world situations for which young learners need to employ the process of mathematization. This process, however, is not used when dealing with routine mathematics problems. Both types of problems acquire certain mathematics knowledge as well as appropriate motivation to put an effort in a problem solving process. In this study we analyse the differences in problem solving processes of students of two different Science programmes. We found out that many students were quite successful in solving a mathematics problem while many did not even try to tackle the problem from the real world. The differences in performance were expected considering the stage of matehamtization, however, the results of our study indicate the lack of student motivation to deal with problems from the real world. We give some suggestions how to improve motivation for solving such problems.

Keywords: problem solving, mathematization, undergraduate Science Education, motivation

Uvod

Matematika je potrebna za razumevanje naravnih pojavov, zakonitosti in je osnova za uspešno raziskovanje na področjih naravoslovja, inženirstva in drugod. Matematika je pogosto selektiven predmet. Mnogim mladim predstavlja pravzaprav matematika le oviro na poti k doseganju ciljev in ne uporabnega področja za njihovo kariero in delo. Znanja matematike, pridobljenega v šolskih klopeh, pogosto ne znajo uporabiti v življenju in pri vsakdanjih opravilih. Tudi učitelji opažamo, da se mladi zmedejo že pri nekoliko drugače zastavljeni nalogi, čeprav so pred tem podobno nalogo elegantno rešili; čisto drugačen je torej lahko uspeh, če jim nalogo postavimo v njim neobičajni kontekst (Boaler, 1993). Mnogo ekspertov zato meni, da je pravo znanje tisto, ki ga mladi znajo uporabiti na uporabnem problemu (Verschaffel, Greer, De Corte, 2002).

Uporabo matematičnega znanja na področju vsakdanjih življenjskih situacij so pri 15-letnikih merili v svetu in tudi pri nas z raziskavo PISA (OECD, 2006). Tudi učni načrti za srednješolce (NCTM, 2000) so sicer ambiciozni z reševanjem problemov kot osrednjim procesom pri učenju matematike. Avtentični, realistični problemi s preveč ali premalo podatki se pogosto omenjajo kot tisti, ki razvijajo učenčevo mišljenje (Cotič, Felda, 2012). Mišljenje pa je ključno v nadaljnjem vseživljenjskem izobraževanju mladih. A vendar smo učitelji tu hitro na tankem ledu, saj ne najdemo niti enotne definicije samega (matematičnega) problema (Schoenfeld, 1992: 10). Kar namreč predstavlja zahteven problem za enega, je lahko za tistega z več znanja običajna rutinska naloga.

Mnogo različnih izrazov se v tuji literaturi in pri nas uporablja za probleme, vzete iz vsakdanjega življenja ali poklicnega okolja. Yan in Lianghuo (2006) sta pri matematiki ločila uporabne probleme (ki izhajajo iz vsakdanjega življenja oziroma stroke) od neuporabnih problemov (katerih situacija ali kontekst nista vezana na vsakdanji svet ali stroko), rutinske probleme (ki jih lahko rešimo z uporabo znanega oziroma naučenega algoritma, procedure ali formule) od nerutinskih (kjer procedura oz. algoritem reševalcu nista znana), tradicionalne probleme (ki jih večinoma najdemo v učbenikih) od netradicionalnih problemov (kjer je problem zastavljen na neobičajen način: kot projekt, sestavljanka, postavljanje vprašanj, pisanje članka ipd.), odprte probleme (z več možnimi pravilnimi rešitvami) od zaprtih problemov (z eno samo pravilno rešitvijo), enofazne probleme (ki jih rešimo v enem koraku) od večfaznih problemov (pri katerih za rešitev potrebujemo več faz) in strukturirane probleme (ki imajo natanko vse potrebne podatke) od nestrukturiranih problemov (ki imajo kak podatek preveč ali premalo). Uporabnih problemov, še posebej odprtih, nerutinskih, netradicionalnih, nestrukturiranih je v šolskih učbenikih Kitajske in ZDA po metaanalizi (v Yan in Lianghuo, 2006) zelo malo, posledično pa jih zato verjetno primanjkuje pri samem pouku.

V prispevku bomo z besedo uporabni problem imenovali uporabni, večfazni nerutinski problem, na katerega lahko naletimo v vsakdanjem življenju in nam pomaga bolje živeti in obvladati realni svet. Uporabni problem s področja matematike za rešitev zahteva določeno matematično znanje in veščine, postavljen pa je v realno situacijo. Čeprav matematični del reševanja pri njem morda ni nov ali avtentičen, temveč se posameznih faz reševanja mladi učijo pri pouku, pa predstavlja celotna naloga (skupaj s preoblikovanjem konteksta v matematični jezik in ob koncu z interpretacijo rešitve glede na zastavljen kontekst) uporabni problem. Ta tako imenovani proces matematizacije, v katerem realno situacijo popišemo z matematičnimi izrazi, predstavlja tisti nerutinski del, ki je pri vsakem uporabnem problemu drugačen in zahteva od posameznika kanček razmišljanja, inovativnosti in spretnosti. Zato ni čudno, če uporabne probleme mladi rešujejo nekoliko slabše od rutinskih matematičnih problemov iz učbenika (Boaler, 1993).

Študija uspešnosti študentov pri reševanju uporabnih problemov

Študij na področju naravoslovja zahteva dobro matematično predznanje. Na univerzitetne programe kemije in kemijskega inženirstva se vpišejo večinoma gimnazijci z maturitetno oceno iz matematike prav dobro ali odlično. Študenti imajo možnost izkazati matematično znanje na dveh kolokvijih v vsakem semestru. Če niso uspešni, pa imajo na voljo za vsak semester po 4 zaključne izpite. Študenti na začetku študija izkazujejo dobro poznavanje matematičnih vsebin, izkazalo pa se je, da so šibki na področju reševanja uporabnih problemov.

Opisali bomo razlike v uspehu pri reševanju rutinskega matematičnega problema in uporabnega problema ene generacije rednih študentov omenjenih programov. Vzroke za prikazane razlike bomo iskali v načinu izobraževanja in skušali najti poti, ki bi omogočile večji uspeh na področju reševanja uporabnih problemov.

Vzorec, merski instrumenti in potek raziskave

V vzorec so bili zajeti študenti rednega študija kemijskega inženirstva (n = 95) in študenti kemije (n = 125) Fakultete za kemijo in kemijsko tehnologijo Univerze v Ljubljani. Večini študentov je bil izbrani študij prva želja. V prvem semestru imajo omenjeni študenti matematiko po 30 ur tedensko, od tega 3 ure predavanj in 2 uri vaj. Ker se za pisanje kolokvijev (ki nadomestijo zaključni pisni izpit) študenti lahko svobodno odločijo, je prvi kolokvij pisalo 75 študentov kemijskega inženirstva in 120 študentov kemije, drugega pa le 59 oziroma 87 študentov omenjenih programov. Navadno študenti s slabim rezultatom prvega kolokvija pri drugem sploh ne sodelujejo. Drugi kolokvij so sestavljale 4 naloge, dve s področja odvodov in dve iz integralov. Vsaka naloga je prispevala četrtino vseh točk na kolokviju. S področja odvodov smo zastavili rutinski matematični problem (pravzaprav nalogo) in uporabni problem, ki sta zahtevala znanje enakega matematičnega področja, in sicer iskanja ekstremov.

RUTINSKI PROBLEM. Določi definicijsko območje, začetno vrednost, ničle in lokalne ekstreme za funkcijo $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x^2}$*.*

UPORABNI PROBLEM. Rudnik ob ravni železniški progi oskrbuje s svojimi surovinami tovarno. Pravokotna razdalja tovarne od ravne železnice je 30 km, razdalja od rudnika do tovarne pa 50 km. Iz katere točke na železniški progi naj speljemo ravno cesto do tovarne, da bo prevoz surovin iz rudnika do tovarne najcenejši? Vemo, da stane kilometer prevoza tone blaga po železnici 1,5 centa, tonski kilometer prevoza po cesti pa 3,5 centa.

Proces reševanja rutinskega matematičnega problema je znan: poleg definicijskega območja, ničel in začetne vrednosti poiskati odvod funkcije in ničle odvoda, ki določajo stacionarne točke, nato pa z nadaljnjimi odvodi ali »obnašanjem« funkcije v bližini teh točk določiti, kje so lokalni ekstremi, ki določajo obliko grafa funkcije. Zastavljeni uporabni problem pa zahteva proces matematizacije, pri katerem je treba iz konteksta najprej ugotoviti, da gre pri iskanju najcenejšega prevoza surovin do tovarne za iskanje ekstrema. Poleg tega je treba funkcijo, ki predstavlja ceno prevoza, samostojno določiti s pomočjo podatkov v kontekstu in šele nato izvesti postopek iskanja ekstremov.

Četudi uporabni problem zahteva več faz reševanja kot podani rutinski problem in je zato smiselno pričakovati, da se bodo reševalci pri njegovem reševanju nekoliko slabše odrezali, pa so nas rezultati pri popravljanju presenetili. Predvsem zato, ker smo na vajah reševali tako matematične kot uporabne probleme in je bil opisani uporabni problem podan med nalogami za domače delo na spletni učilnici, le da ni imel podanih konkretnih podatkov, dobljenih s spleta, temveč splošne konstante.

Opisana študija je del širše raziskave, ki je predstavljena v Drobnič Vidic, 2014. V njej so osrednji predmet raziskave prepričanja o uporabnih problemih na večjem vzorcu študentov. Vprašalnik je zajemal 5 sklopov vprašanj, med njimi prepričanja o matematiki in prepričanja o uporabnih problemih. Prepričanja o matematiki so zajemala 8 vprašanj znanega MRBQ-vprašalnika (glej Drobnič Vidic, 2014) in 6 vprašanj o uporabnih problemih, ki smo jih oblikovali sami. Študenti so nanje odgovarjali s 5-stopenjsko ocenjevalno lestvico. V tem prispevku bomo predstavili prepričanja o matematiki in o uporabnih problemih študentov našega vzorca, ki smo jim zastavili tudi oba zapisana problema. Glede na prepričanja o matematiki in posebej o uporabnih problemih ter občutke, ki se tem študentom porodijo ob besedi matematika in uporabni problem, smo skušali poiskati vzroke za razlike v uspehu pri reševanju uporabnih problemov.

Razlike v matematizaciji pri reševanju rutinske naloge in uporabnega problema

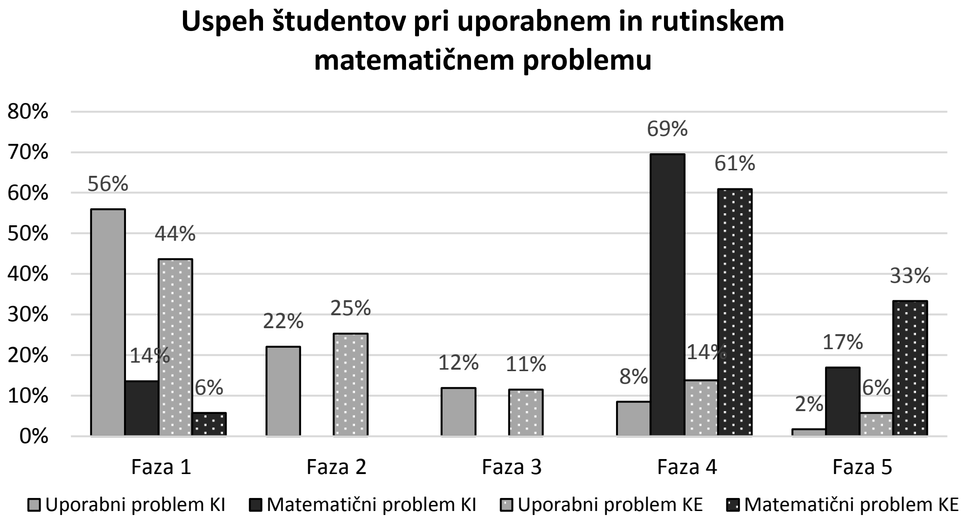
Pri reševanju zastavljenega uporabnega problema so morali študenti izvesti postopek matematizacije, ki ga lahko predstavimo s petimi fazami (OECD, 2006):

1.) seznanjanje s problemom, postavljenim v realno okolje,
2.) prepoznavanje matematike in matematičnih pojmov v problemu,
3.) preoblikovanje problema v matematični problem glede na prepoznane matematične pojme in odstranjevanje realne situacije,
4.) reševanje matematičnega problema,
5.) prenos rešitve matematičnega problema v realni problem.

Pri vsakem študentu smo ugotovili, do katere faze matematizacije je prišel pri uporabnem problemu. Študenta smo uvrstili v *fazo 1*, če je nalogo pustil nerešeno ali izpisal nekatere podatke, a ni razumel, kaj naloga od njega zahteva. Študent skratka ni prepoznal matematičnih pojmov v problemu. Študenta smo uvrstili v *fazo 2*, če je izkazal določeno znanje v prepoznavanju matematičnih objektov v problemu, a je imel pri odstranjevanju realnega sveta težave. Študent je na primer narisal skico in prepoznal v njej pravokotni trikotnik in je izračunal kateto iz danih podatkov. Morda je študent skušal zapisati dolžino prepeljane poti, zapisal ceno poti po cesti ali železnici, ni pa se dalo razbrati, da ve, da je treba najti najnižjo vrednost za ceno poti od rudnika do tovarne. Študent je dosegel *fazo 3*, če se je dalo razbrati, da ve, kaj problem od njega zahteva, a je pri postopku odstranjevanja realnega sveta napravil napako. Morda je iskal minimum poti in ne minimum cene, morda je zapisal funkcijo cene z dvema spremenljivkama ipd. Skratka, ni mu uspelo določiti pravega predpisa funkcije za ceno prevoza. Študent je dosegel *fazo 4*, če je uspel zapisati funkcijo odvisnosti cene prevoza od dolžine poti z eno spremenljivko, a je napravil napako pri reševanju matematičnega problema iskanja ekstrema funkcije. Morda je napravil napako pri odvodu ali napako pri iskanju ničle odvoda. Študent je dosegel *fazo 5*, če je pravilno rešil matematični problem in ga nato skušal prevesti v realni svet. Morda ni preveril, da je res dobil minimum, lahko pa je nalogo rešil v celoti.

Pri vsakem študentu smo nato določili še najvišjo doseženo fazo, do katere je prišel pri zastavljenem rutinskem matematičnem problemu pri iskanju lokalnih ekstremov (brez definicijskega območja, ničel in začetne vrednosti). Pravzaprav je težko primerjati dva tako različna tipa nalog, čeprav se nanašata na enako snov o uporabi odvoda oziroma iskanju ekstremov. Uporabni problem zahteva namreč vseh 5 faz matematizacije, medtem ko rutinski problem ni postavljen v realni kontekst, ampak je povsem matematična naloga. Tisti, ki pozna pojem odvoda in lokalnega ekstrema, problem začne lahko takoj reševati. Reševanje je zato odvisno le od nove naučene snovi. Tako kot pri uporabnem problemu smo tudi pri rutinskem problemu v fazo 1 uvrstili le študente, ki se tudi te naloge sploh niso lotili reševati oziroma niso zapisali, da bodo računali odvod podane funkcije. Pri matematični nalogi faz 2 in 3 s prepoznavanjem matematičnih objektov v realnem kontekstu in z odstranjevanjem realne situacije v procesu matematizacije sploh ni. Faza 4 je torej zajemala široko paleto študentov, ki so bodisi napravili napako pri računanju odvoda ali pa so se zmotili pri računanju ničel odvoda in določanju stacionarnih točk. Fazo 5 so dosegli študenti, ki so pravilno določili stacionarne točke, niso pa na primer določili, ali je v njej lokalni ekstrem. Seveda so to fazo dosegli tudi vsi študenti, ki so nalogo rešili v celoti.

Primerjali smo uspeh reševanja uporabnega problema z delom matematičnega rutinskega problema glede na doseženo fazo matematizacije. Delež študentov kemijskega inženirstva (KI) in kemije (KE), ki so dosegli posamezno fazo matematizacije pri posameznem problemu, je prikazan na sliki 1.



Slika 1: Dosežene faze matematizacije pri uporabnem in rutinskem matematičnem problemu

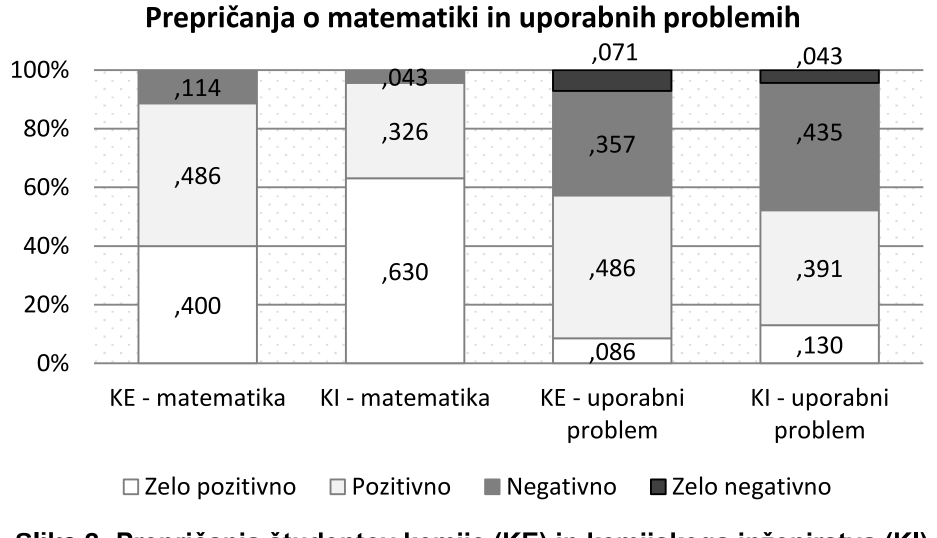
Jasno je vidno, da se je večina študentov pri uporabnem problemu ustavila že v prvi fazi branja podatkov, postavljenih v realno okolje. Kar 56 % študentov kemijskega inženirstva in 44 % študentov kemije ni vedelo, kaj problem od njih zahteva. Skoraj polovica študentov v vzorcu namreč ni pokazala nobenega znanja prenosa realnega konteksta v matematični problem, saj je skupno slaba polovica študentov (49 %) prišla le do 1. faze matematizacije. Nadalje je 35 študentov (24 %) uspelo prepoznati kakšen matematični pojem v realnih podatkih, ti so večinoma izračunali kateto v pravokotnem trikotniku, a so dosegli le fazo 2. Samo 17 študentov se je ustavilo v fazi 3 preoblikovanja problema v matematični problem glede na prepoznane matematične pojme in odstranjevanja realne situacije. Enako število študentov je prišlo do faze 4, ko so morali rešiti matematični problem iskanja ekstrema. Le šest študentov iz obeh študijskih programov (4 % v vzorcu) je prav rešilo uporabni problem in so prišli do zadnje faze matematizacije (vsi ti pa so tudi zapisali rešitev v realnem kontekstu). Pri rutinskem problemu pa od skupno 146 študentov le 13 študentov ni iskalo ekstrema funkcije v matematični nalogi, medtem ko je 39 študentov (skoraj tretjina) ta del naloge pravilno rešilo.

Statistična primerjava dosežene stopnje reševanja pri obeh nalogah z Wilcoxonovim preizkusom s predznačenimi rangi pokaže, da se rezultati statistično značilno razlikujejo ($n = 146$, $z(101, 50) = -9{,}402$, $p = 0{,}000$), kar je seveda pričakovano, saj ima uporabni problem več faz matematizacije od rutinskega problema, četudi je bil matematični del reševanja pri slednjem zahtevnejši. V pričujočem primeru izstopa veliko število študentov z dobrim matematičnim predznanjem (povprečna ocena matematike na maturi prav dobro), ki so uspešno reševali rutinski problem, a se uporabnega problema sploh niso zares lotili reševati. Podrobnejši podatki pokažejo, da je kar dve tretjini študentov, ki so prišli le do faze 1 pri uporabnem problemu, matematični rutinski problem dobro reševalo. Matematično znanje iz odvodov pri teh študentih ni bil glavni vzrok za neuspeh. Če upoštevamo mnenje Mayerja, da je za reševanje uporabnih problemov potrebno troje: matematično znanje, proceduralno znanje in motivacija za reševanje (Mayer, 1998), so vzroki pri teh študentih ali v slabem proceduralnem znanju (ne dovolj znanja matematizacije za prenos realnega konteksta v matematični problem) ali v slabi motivaciji.

Motivacija za reševanje uporabnih problemov

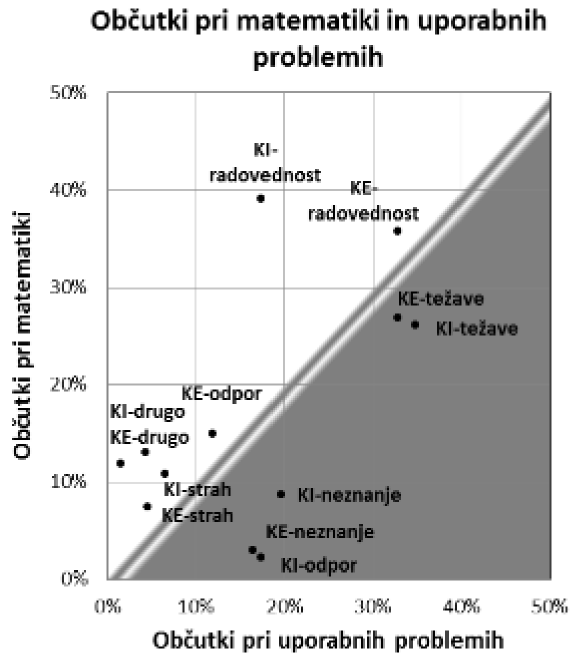
Motivacija za dano aktivnost je odvisna od mnogih dejavnikov, veliko vlogo v njej pa igrajo prepričanja izvajalca aktivnosti o splošnem pomenu dane aktivnosti zanj, o koristnosti, o zmožnostih zanjo ipd. Prepričanja o matematiki (nasploh kot vedi) in prepričanja o uporabnih problemih, ki naj bi bili sestavni del pouka matematike, smo pri študentih iz vzorca določali s pomočjo odgovorov na 8 oziroma 6 vprašanj posameznega sklopa in so podrobneje predstavljeni v Drobnič Vidic, 2014. Vsak študent je na trditve, kot sta na primer: »Matematika je koristen in potreben predmet«, »Znanje matematike potrebujem v vsakdanjem življenju« za prvi sklop in »Uporabni problemi so pomembni«, »Uporabni problemi povezujejo matematiko s stroko« za drugi sklop, odgovarjal z vnaprej pripravljenim odgovorom: vedno (2), pogosto (1), včasih (0), redko (–1) ali nikoli (–2). Pri vsakem študentu smo zbrali odgovore na pozitivno orientirana vprašanja, nato napravili povprečje vrednosti posameznega sklopa, ki so padle v enega od 4 enakovrednih območij: [–2, –1]: zelo negativno, [–1, 0]: negativno, [0, 1]: pozitivno, [1, 2]: zelo pozitivno. Večinoma so imeli študenti zelo pozitivno ali pozitivno prepričanje o matematiki, medtem ko so bila prepričanja o uporabnih problemih nekoliko slabša, kar vidimo na sliki 2.

Glede na to, da vprašanja niso bila identična, pa na osnovi teh podatkov ne moremo enostavno zaključiti, da so prepričanja študentov o uporabnih problemih v splošnem bolj negativna od prepričanj o matematiki kot vedi.



Slika 2: Prepričanja študentov kemije (KE) in kemijskega inženirstva (KI)

Primerjava je primernejša pri identičnem vprašanju, ki je bilo v vprašalniku tudi zastavljeno študentom v vzorcu: kakšne občutke jim vzbudi beseda matematika in kakšne beseda uporabni problem. Vprašanji sta imeli vnaprej podane odgovore: radovednost, težave, odpor, neznanje, strah, drugo:_________.



Slika 3: Občutki študentov KE in KI pri matematiki in pri uporabnem problemu

Študenti kemije in kemijskega inženirstva so ob besedi matematika v večji meri občutili radovednost kot pri besedi uporabni problem, kar kaže slika 3. Pri uporabnem problemu pa so v večji meri občutili težave in neznanje. V obeh študijskih programih je bil strah zastopan v manjši meri, pod drugo pa so se bolj razpisali pri matematiki, ki jim pomeni neznanko, ljubezen ali še kaj drugega. Edina razlika je bila v odporu. Študenti kemije so v večji meri čutili odpor pri besedi matematika, pri študentih kemijskega inženirstva pa pri besedi uporabni problem. Morda je vzrok za razliko v samih programih, saj imajo študenti kemije nekoliko bolj zgoščeno snov matematike (poglavja so sicer v obeh programih identična, le da so pri študentih kemije nekoliko podrobneje obdelana), študenti inženirstva pa imajo določene inženirske predmete, kjer se posvečajo izključno uporabnim problemom in veljajo za zahtevnejše. Že samo te primerjave pa nakazujejo, da je treba več storiti za to, da bi mladi začutili večjo potrebo po uspešnem reševanju uporabnih problemov.

Zaključek

Mladi znanje matematike potrebujejo v vsakdanjem življenju in pri delu. Potrebe po reševanju problemov v realnem kontekstu z leti šolanja naraščajo, saj naj bi osnove matematičnega znanja, ki ga pridobivajo z leti šolanja, znali prenesti v realno situacijo. Ugotovili smo, da mladi, ki so sicer zelo uspešno zaključili matematiko v sekundarnem izobraževanju in so sicer uspešni pri reševanju rutinskih matematičnih problemov, na začetku terciarnega izobraževanja slabo rešujejo uporabne probleme. Pri teh problemih jim dela težave matematizacija – prenos realnega sveta v matematični problem. S primerjavo doseženih stopenj matematizacije pri rutinskem in uporabnem problemu na dveh podobnih študijskih programih smo želeli pokazati, da je uspeh reševanja pri obeh programih podoben in da je velika razlika v uspehu obeh vrst problemov v 1. fazi matematizacije. Slaba polovica študentov obeh študijskih programov se je namreč pri reševanju uporabnega problema na kolokviju ustavila že v 1. fazi matematizacije, kar pomeni, da ti študenti problema sploh niso začeli reševati oziroma niso vedeli, kaj problem od njih zahteva, in niso prepoznali nobenega matematičnega pojma v problemu, četudi so imeli potrebno matematično znanje, ki ga dani uporabni problem zahteva. To nam kaže uspeh teh študentov pri rutinskem problemu, saj se je pri njem v 1. fazi ustavila le približno desetina študentov. Razlika v 1. fazi nakazuje, da so se študenti problema ali ustrašili ali že vnaprej predvideli neuspeh ali ne imeli dovolj potrpežljivosti, da bi se lotili številnih faz matematizacije.

Z odgovori na vprašalnik o matematiki in uporabnih problemih smo ugotovili, da so prepričanja študentov kemije in kemijskega inženirstva o matematiki v glavnem pozitivna ali zelo pozitivna, medtem ko je več kot 40 % študentov navedlo, da so njihova prepričanja o uporabnih problemih negativna ali zelo negativna. Medtem ko so študenti pri besedi matematika v večji meri občutili radovednost, so pri uporabnem problemu v večji meri občutili težave in neznanje.

Vzroki za negativna prepričanja o uporabnih problemih in slabši uspeh so različni in jih je treba še raziskati. Morda je pri pouku takih problemov premalo zaradi stiske s časom, saj ti problemi za reševanje zahtevajo več časa in tako mladi pri njihovem reševanju niso dovolj samozavestni. Morda takih problemov ne pričakujejo na testih in jih zato samostojno ne rešujejo za domačo vajo. Zagotovo proces matematizacije s 5 fazami, ki je zanje potreben, zahteva veliko truda, časa in potrpežljivosti, kar mladim v dobi informacijske tehnologije in hitrega pridobivanja znanja pogosto manjka. Tako si zaradi nepotrpežljivosti morda ne vzamejo dovolj časa, da bi se sploh lotili reševanja uporabnega problema ali zahtevnejših nalog (Schoenfeld, 1992: 70). Tudi učitelji si moramo vzeti več časa za primerno sestavo in reševanje uporabnih problemov, ki jih je treba vključiti tudi v preverjanje znanja. Seveda je pri tem treba prilagoditi način ocenjevanja, da nagradimo razmišljanje, proces reševanja in vsak napredek, ki je viden pri procesu matematizacije. Upoštevanje le pravilne rešitve pri uporabnih problemih ni primeren način ocenjevanja, saj mlade ne spodbudi dovolj, da se takih problemov sploh lotijo reševati.

Viri

1. Boaler, J. (1993): Encouraging the transfer of 'school' mathematics to the 'real world' through the integration of process and content, context and culture. *Educational Studies in Mathematics*, letn. 25, št. 4, str. 341–373.
2. Cotič, M., Felda, D. (2012): Reševanje realističnih problemov na začetju šolanja. KUPM 2012. Ljubljana : Zavod RS za šolstvo, 2012.
3. Drobnič Vidic, A. (2014): First-year students' beliefs about context problems in mathematics in university science programmes*. International Journal of Science and Mathematics Education*, letn. 12, št. 2, DOI 10.1007/s10763-014-9533-1.
4. Mayer, R. E. (1998): Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, št. 26, str. 49–63.
5. NTCM – National Council of Teachers of Mathematics (2000): Principles and Standards for School Mathematics. (Pridobljeno 6. 8. 2012 s spletne strani http://standards.nctm.org/document/chapter7/data.htm.)
6. OECD (2006): Assessing scientific, reading and mathematical literacy: A framework for PISA 2006. Paris: OECD.
7. Schoenfeld, A. H. (1992): Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. V: D. Grouws (ur.), Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning (str. 334–370). New York: MacMillan.

8. Verschaffel, L., Greer, B., De Corte, E. (2002): Everyday knowledge and mathematical modeling of school word problems. V: K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. van Oers, Verschaffel, L. (ur.): Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education (str. 257–276). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
9. Yan, Z., Lianghuo, F. (2006): Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, letn. 4, št. 4, str. 609–626.

PRIMERJAVA DOSEŽKOV MATEMATIČNE PISMENOSTI MED PISNIM IN RAČUNALNIŠKIM PREVERJANJEM V RAZISKAVI PISA 2012

Comparison of Mathematical Literacy Levels between Paper and Computer Based Assessments in PISA 2012

dr. Mojca Štraus

mojca.straus@pei.si

Pedagoški inštitut

Povzetek

Rezultati raziskave PISA, ki so bili objavljeni v zadnjih letih, so sprožili polemike o (ne)doseganju ustreznih ravni bralne, matematične in naravoslovne pismenosti slovenskih učenk in učencev. Raziskava je z zbiranjem podatkov v letih 2009 in 2012 pokazala, da imajo slovenski 15-letniki v povprečju nižje bralne dosežke kot njihovi vrstniki v državah OECD in EU, medtem ko so njihovi dosežki pri matematični in naravoslovni pismenosti nadpovprečni. Vendar so učenke in učenci nekaterih držav leta 2012 sodelovali tudi v t. i. računalniškem preverjanju matematične pismenosti, ki pa je za Slovenijo pokazalo podpovprečne rezultate. V prispevku so predstavljene podrobnejše primerjave rezultatov pisnega in računalniškega preverjanja in povezave razlik med dosežki obeh preverjanj z nekaterimi podatki iz šolskega in domačega okolja učenk in učencev.

Ključne besede: PISA, matematična pismenost, preverjanje na računalniku, spremljajoči dejavniki

Abstract

The PISA results published in recent years have led to a debate about the (non)achievement of the basic levels of reading, mathematical and scientific literacy of the Slovenian students. By data collections in 2009 and 2012 the study showed below average Slovenian reading achievement in comparisons with the OECD and the EU while the mathematics and science achievements were above average. However, in 2012, some countries conducted also computer based assessment of mathematical literacy which showed below average results for Slovenia. In this paper, comparisons of the paper and computer based assessment results are

presented as well as associations of the difference in achievement between the two assessments with the background factors of mathematical literacy.

Keywords: PISA, mathematical literacy, computer based assessment, background factors

Uvod

Zadnja raziskava PISA je z zbiranjem podatkov leta 2012 pokazala, da slovenski 15-letniki v povprečju dosegajo raven matematične pismenosti nad povprečjem 15-letnikov iz vseh držav OECD (PISA 2012 Results … 2013). Trend ostaja enak že vse od prvega preverjanja PISA v Sloveniji leta 2006 (ibid.). Vendar pa se ti rezultati nanašajo le na pisno preverjanje matematične in drugih pismenosti, kot je bilo izvedeno v dosedanjih raziskavah PISA. V PISI 2012 so nekatere države, vključno s Slovenijo, prvič izvajale preverjanje matematične pismenosti z nalogami na računalniku.[5] Rezultati slovenskih 15-letnikov so bili na tem preverjanju podpovprečni[6] (ibid.: 491). V preglednici 1 so predstavljeni rezultati obeh preverjanj za sodelujoče države.

Preglednica 1: Rezultati pisnega in računalniškega preverjanja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2012 za države, ki so sodelovale v obeh preverjanjih.

	Računalniško preverjanje		Pisno preverjanje		Razlika	
Koreja	553	(4,5)	554	(4,6)	–1	(6,4)
Japonska	539	(3,3)	536	(3,6)	3	(4,9)
Kanada	523	(2,2)	518	(1,8)	5	(2,9)
Estonija	516	(2,2)	521	(2,0)	–4	(3,0)
Belgija	512	(2,5)	515	(2,1)	–2	(3,3)
Nemčija	509	(3,3)	514	(2,9)	–4	(4,4)
Francija	508	(3,3)	495	(2,5)	**13**	(4,1)
Avstralija	508	(1,6)	504	(1,6)	4	(2,3)
Avstrija	507	(3,5)	506	(2,7)	2	(4,4)
Italija	499	(4,2)	485	(2,0)	**13**	(4,6)
ZDA	498	(4,1)	481	(3,6)	**17**	(5,4)
Norveška	498	(2,8)	489	(2,7)	**8**	(3,9)
Slovaška	497	(3,5)	482	(3,4)	**16**	(4,9)
Danska	496	(2,7)	500	(2,3)	–4	(3,5)
Irska	493	(2,9)	501	(2,2)	**–8**	(3,7)
Švedska	490	(2,9)	478	(2,3)	**12**	(3,7)
Poljska	489	(4,0)	518	(3,6)	**–28**	(5,4)
Portugalska	489	(3,1)	487	(3,8)	2	(4,9)
Slovenija	487	(1,2)	501	(1,2)	**–14**	(1,7)
Španija	475	(3,2)	484	(1,9)	**–9**	(3,7)
Madžarska	470	(3,9)	477	(3,2)	–7	(5,0)
Izrael	447	(5,6)	466	(4,7)	**–20**	(7,3)
Čile	432	(3,3)	423	(3,1)	**9**	(4,5)

Opomba: Države so razvrščene po dosežku na računalniškem preverjanju matematične pismenosti. Standardne napake so v oklepajih. Statistično pomembne razlike v dosežkih med obema preverjanjema so zapisane v krepkem tisku.

[5] To preverjanje bomo poenostavljeno imenovali računalniško preverjanje, vendar naj poudarimo, da gre še vedno za preverjanje matematične pismenosti, pri čemer so vključena le osnovna znanja uporabe računalnika.
[6] Povprečje OECD je pri računalniškem preverjanju določeno glede na 23 sodelujočih držav.

Primerjava dosežkov med računalniškim in pisnim preverjanjem matematične pismenosti za slovenske 15-letnike v raziskavi PISA 2012 torej pokaže relativno nižji dosežek pri računalniškem preverjanju. Tovrstni padec je razviden tudi za Izrael, Poljsko, Španijo in Irsko, medtem ko so 15-letniki v ZDA, na Slovaškem, Švedskem, v Franciji, Italiji, na Norveškem in v Čilu pokazali boljše rezultate pri računalniškem kot pri pisnem preverjanju.

Zdi se smiselno zastaviti vprašanje o izvoru razlik v matematičnih rezultatih med pisnim in računalniškim preverjanjem. V prispevku bomo pozornost namenili slovenskim rezultatom in se povprašali o nekaterih spremljajočih dejavnikih ugotovljenega padca. Glede na to, da je v slovenski šoli bolj v navadi pisno kot računalniško preverjanje znanja matematike, si bomo v prispevku zastavili naslednje raziskovalno vprašanje: *Kakšne so podrobnejše primerjave dosežkov slovenskih 15-letnikov na pisnem in računalniškem preverjanju matematične pismenosti PISA 2012 in kateri spremljajoči dejavniki matematične pismenosti se povezujejo z razliko v dosežkih na teh dveh preverjanjih?*

Ker je raziskava PISA 2012 glavni del preverjanja posvetila matematični pismenosti, je bilo ob tem izvedeno tudi zbiranje več spremljajočih podatkov o dejavnikih te pismenosti. Nekateri od teh dejavnikov izhajajo iz učenčevega sedanjega šolskega okolja, kar pa pomeni, da gre za šolsko okolje, v katerem se slovenski 15-letniki praviloma nahajajo šele nekaj mesecev – več kot 90 odstotkov 15-letnikov v Sloveniji obiskuje prvi letnik srednje šole (Statistični urad, 2014ab). Ti podatki tako bolj opisujejo sedanje stanje in ne pojasnjujejo toliko okoliščin dolgoročnejšega razvoja matematične pismenosti. V pričujočem prispevku se bomo omejili na tiste dejavnike iz podatkov raziskave PISA, ki praviloma opisujejo daljše predhodno obdobje. Pozornost bomo namenili podatkom o tem, kako se 15-letniki doživljajo in mislijo o sebi v povezavi z matematiko. Smiselna je tudi predpostavka, da imajo lahko pri preverjanju na računalnikih pomembno vlogo dejavniki uporabe računalnikov v šoli in doma, zato bomo v analizo vključili še te.

Pomemben premislek o razlikah v dosežkih med pisnim in računalniškim preverjanjem matematike predstavljajo tudi razlike v samih nalogah. Primeri nalog so dostopni na spletnih straneh www.oecd.org/pisa za pisno in http://cbasq.acer.edu.au/index.php?cmd=toMaths za računalniško preverjanje. Zaradi omejenega prostora se temu vprašanju v tem prispevku ne moremo podrobno posvetiti. Naj omenimo le, da med nalogami seveda so razlike predvsem v tem, da so pri računalniškem preverjanju naloge lahko interaktivne, pri pisnem pa ne. Vse naloge na obeh oblikah preverjanja pa so pripravljene v okviru enotnih izhodišč raziskave (PISA 2012 Assessment …, 2012), kjer je matematična pismenost opredeljena ne glede na obliko preverjanja. Naloge za obe obliki preverjanja so pripravljene po celotnem razponu težavnosti; torej ni mogoče reči, da so naloge računalniškega preverjanja v povprečju in v mednarodnem merilu (precej) težje od nalog pisnega preverjanja. To je podkrepljeno z ugotovitvijo na podlagi preglednice 1, da so nekatere države na računalniškem preverjanju uspešnejše v primerjavi s pisnim. Mogoče pa je reči, da tovrstnega preverjanja v slovenskem prostoru nismo vajeni. Morda bi tu lahko iskali pojasnila za ugotovljeno razliko v dosežkih slovenskih učenk in učencev. Vendar se tudi temu v tem prispevku ne bomo posvetili. Kot nakazuje raziskovalno vprašanje, bomo raziskovanje usmerili v dejavnike stališč in obnašanja učenk in učencev v povezavi z matematiko.

Podatki o dejavnikih matematične pismenosti v obliki statističnih indeksov

V raziskavi PISA 2012 so bili v skladu z vnaprej pripravljenimi izhodišči s pomočjo vprašalnika za dijakinje in dijake zbrani tudi podatki o vrsti dejavnikov. Na podlagi zbranih podatkov so bili v mednarodni bazi PISA oblikovani indeksi na intervalnih lestvicah, za katere velja, da je povprečje OECD enako 0 in standardni odklon 1 (v standardizaciji je vsem državam dodeljena enaka utež) (glej npr. PISA 2009 Technical Report 2009). Pomembno je razumevanje, da negativna vrednost indeksa ne nakazuje neposredno negativnega odgovora na postavke, iz katerih je indeks izpeljan, ampak odgovore, ki so manj pozitivni (ali bolj negativni) od povprečnega odgovora v državah OECD. Podobno pozitivna vrednost indeksa nakazuje bolj pozitivne (ali manj negativne) odgovore od povprečnega odgovora v državah OECD.
Za namene prispevka smo navedli le imena izbranih indeksov v razdelku z rezultati. Opis njihove priprave iz postavk v vprašalnikih za dijake in dijakinje ter mednarodno primerljive vrednosti so dostopni v nacionalnem poročilu PISA 2012 (Štraus, Šterman Ivančič in Štigl, 2013) in mednarodnih poročilih (PISA 2012 Results … 2013).

Statistične analize

Za primerjave dosežkov med pisnim in računalniškim preverjanjem matematične pismenosti bomo uporabili analize odstotkov doseganja ravni na mednarodni lestvici matematične pismenosti PISA 2012. Za raziskovanje dejavnikov, ki se povezujejo z razlikami v dosežkih med računalniškim in pisnim preverjanjem matematične pismenosti, bomo uporabili korelacijsko analizo med indeksi dejavnikov in dosežki matematične pismenosti na posameznem preverjanju. Naj že tukaj navedemo nekaj opozoril glede interpretacij rezultatov. Korelacija nakazuje smer in moč povezave dejavnika z dosežkom, s čimer lahko dobimo indice, ali je dejavnik pri razlikah pomemben. Vendar je pri interpretaciji potrebna previdnost, saj ne gre nujno za neposredno vzročno-posledično povezavo, ampak lahko na primer močna povezava posredno izhaja iz tretjega dejavnika, ki se v ozadju povezuje tako z obravnavanim indeksom kot dosežki, ali pa gre za obratno kavzalnost, ko sami dosežki učinkujejo na dejavnik. Obenem so korelacije bivariatne, s čimer ne dobimo slike o medsebojno prepletenih korelacijah med samimi dejavniki in s tem tudi ne o medsebojnih povezavah posameznega dejavnika z bralnim dosežkom ob kontroli preostalih. Nekateri obravnavani dejavniki so medsebojno relativno visoko korelirani, kar pomeni, da ne moremo natančno ločiti med povezavama posameznega dejavnika z dosežkom. Analizo povezave oziroma učinka posameznega dejavnika ob kontroli preostalih bi lahko izvedli z regresijsko analizo ali pripravo strukturnih modelov, kar pa bi bilo za obseg tega prispevka prezahtevno. Korelacijska analiza bo, kljub omenjenim omejitvam, zadoščala za razpravo o vprašanju morebitnih povezanosti dejavnikov z razlikami v matematičnih dosežkih na različnih preverjanjih.

Pri interpretacijah rezultatov je treba upoštevati tudi to, da so indeksi izpeljani iz lastnih odgovorov dijakinj in dijakov na vprašanja v vprašalniku in ne iz neodvisnih opazovanj ali drugih vrst meritev. To pomeni, da so odgovori in s tem tudi zaznave o povezavah z dosežki odvisni od njihovega razumevanja vprašanj in posledično izbranega odgovora.

Primerjave dosežkov matematične pismenosti slovenskih 15-letnikov med pisnim in računalniškim preverjanjem

Povezava med dosežki slovenskih 15-letnikov na pisnem in računalniškem preverjanju matematične pismenosti PISA 2012 je visoka – korelacijski koeficient je 0,89.[7] To pomeni, da so 15-letniki, ki so na pisnem preverjanju dosegli (relativno) visoke rezultate, v povprečju dosegli (relativno) visoke rezultate tudi na računalniškem preverjanju. Vendar ta korelacija ne pokaže absolutne vrednosti padca v rezultatih, kot ga zaznamo s primerjavo povprečnih vrednosti v preglednici 1. Zato v naslednjem koraku poglejmo primerjave odstotkov 15-letnikov, ki dosegajo posamezne ravni na lestvici matematične pismenosti pri obeh preverjanjih. Pomen dosežkov na mednarodni lestvici matematične pismenosti je določen ne glede na vrsto preverjanja, zato so posamezne ravni na tej lestvici in opisi znanj in veščin po teh ravneh enaki tako za pisno kot računalniško preverjanje. Kot osnovna (minimalna) raven je določena 2. raven in znano je že, da so rezultati pisnega preverjanja v raziskavi PISA 2012 pokazali, da to raven dosega 80 odstotkov slovenskih 15-letnikov (glej npr. Štraus, Šterman Ivančič in Štigl, 2013). V spodnjih preglednicah so navedene primerjave doseganja ravni med obema preverjanjema.

Preglednica 2: Odstotek slovenskih 15-letnikov po ravneh pri računalniškem preverjanju glede na raven, ki so jo dosegli pri pisnem preverjanju[8]

Dosežena raven pri pisnem preverjanju	6. raven	5. raven	4. raven	3. raven	2. raven	1. raven	Pod 1. ravnjo	Skupaj
6. raven	23	56	20	1				100
5. raven	4	35	51	10	1			100
4. raven		9	44	39	8			100
3. raven		1	14	48	31	6		100
2. raven			2	21	48	25	4	100
1. raven				4	30	45	21	100
Pod 1. ravnjo				1	9	35	56	100

Podatki v preglednici 2 pokažejo, da je večina slovenskih 15-letnikov (56 odstotkov), ki so pri pisnem preverjanju dosegli 6. raven, pri računalniškem preverjanju dosegla 5. raven pismenosti. Le 23 odstotkov najuspešnejših pri pisnem preverjanju je doseglo najvišjo raven tudi pri računalniškem preverjanju. Podobno je večina 15-letnikov (51 odstotkov), ki so pri pisnem preverjanju dosegli 5. raven, pri računalniškem preverjanju dosegla 4. raven. Obratno pa so določeni deleži 15-letnikov, ki so pri pisnem preverjanju dosegli nižje ravni (pod 2. ravnjo), pri računalniškem preverjanju dosežke izboljšali. Na primer, 30 odstotkov 15-letnikov, ki so pri pisnem preverjanju dosegli 1. raven, je pri računalniškem preverjanju doseglo 2. raven, 4 odstotki pa celo 3. raven. Ta pojav ni presenetljiv in ga splošno imenujemo 'vračanje proti sredini'. Kljub temu so iz preglednice 2 vidni večji deleži premika od višjih ravni pri pisnem preverjanju k nižjim ravnem pri računalniškem preverjanju, kar je druga oblika ugotovitve o padcu dosežkov med pisnim in računalniškim preverjanjem. Še tretja oblika opisa te povezave pa je korelacija med

[7] Standardna napaka te ocene je 0,01.

[8] Standardne napake ocen so na voljo pri avtorici.

dosežkom pisnega preverjanja in razlike med obema preverjanjema, ki je 0,32.[9] Ta korelacija pove, da je pri višjih vrednostih pisnega dosežka padec med dosežkoma v povprečju večji.

Poglejmo še podatke v preglednici 3. V tej preglednici so navedeni odstotki 15-letnikov po ravneh iz pisnega preverjanja glede na ravni, ki so jih dosegli pri računalniškem preverjanju. Razvidno je, da je večina 15-letnikov, ki so pri računalniškem preverjanju dosegli najvišjo raven, predhodno tudi pri pisnem preverjanju dosegla najvišjo raven. Podobno se ravni v splošnem ohranjajo po celotnem razponu računalniških dosežkov. Iz preglednice 3 je mogoče razbrati, da so 15-letniki, ki so pri računalniškem preverjanju dosegli določeno raven, večinoma vsaj to raven dosegali tudi že pri pisnem preverjanju. Korelacija dosežka računalniškega preverjanja z razliko med dosežkoma je –0,14,[10] kar pove, da so pri višjih vrednostih dosežka pri računalniškem preverjanju razlike z dosežkom pisnega preverjanja v povprečju manjše. To se na prvi pogled zdi nasprotujoče podatkom v preglednici 2, vendar gre preprosto za to, da so 15-letniki, ki so dosegli višjo raven pri računalniškem preverjanju, praviloma tudi pri pisnem preverjanju že dosegli približno to raven in torej padec v dosežku ni bil velik, medtem ko so 15-letniki, ki so pri računalniškem preverjanju dosegli nižjo raven, lahko pri pisnem preverjanju bili tudi na precej višjih ravneh dosežka in je bil torej padec v povprečju večji. Dodaten pogled na to nam da tudi podatek, da je približno tretjina 15-letnikov dosežek pri računalniškem preverjanju glede na pisno izboljšala, dve tretjini pa poslabšala.

Preglednica 3: Odstotek slovenskih 15-letnikov po ravneh pri pisnem preverjanju glede na raven, ki so jo dosegli pri računalniškem preverjanju[11]

dosežena raven pri računalniškem preverjanju	6. raven	5. raven	4. raven	3. raven	2. raven	1. raven	Pod 1. ravnjo	Skupaj
6. raven	61	31	7					100
5. raven	26	48	23	3				100
4. raven	4	29	46	18	2			100
3. raven		4	29	46	19	2		100
2. raven			5	30	45	18	2	100
1. raven				9	37	42	11	100
Pod 1. ravnjo				1	14	45	40	100

Ugotovitve o povezavah med dejavniki in razlikami v dosežkih med računalniškim in pisnim preverjanjem

V prispevku obravnavamo tudi vprašanje, ali lahko v podatkih o spremljajočih dejavnikih v raziskavi PISA 2012 najdemo (indice za) pojasnila za padec dosežkov slovenskih 15-letnikov med pisnim in računalniškim preverjanjem matematične pismenosti. Analizo smo zasnovali kot preprosto korelacijsko analizo med razliko v dosežkih pisnega in računalniškega preverjanja in izbranimi spremljajočimi dejavniki. Rezultate navajamo v preglednici 4.

---

[9] Standardna napaka te ocene je 0,02.

[10] Standardna napaka te ocene je 0,01.

[11] Standardne napake ocen so na voljo pri avtorici.

V preglednici najprej navajamo korelacije med dejavniki in neposrednimi dosežki tako na pisnem kot računalniškem preverjanju matematične pismenosti PISA 2012. Kot smo že rekli, je korelacija med dosežki na obeh preverjanjih visoka (0,89). Iz preglednice je razvidno, da se tako na pisnem kot računalniškem preverjanju našteti dejavniki matematične pismenosti z dosežki povezujejo podobno. Večina korelacij je nekoliko močnejših pri pisnem kot pri računalniškem preverjanju. Tako je na primer za indeks socialno-ekonomskega in kulturnega statusa korelacija z dosežkom na pisnem preverjanju 0,39 in z dosežkom na računalniškem preverjanju 0,35. Pri obeh preverjanjih je ta korelacija torej relativno močna in pove, da so 15-letniki z višjim statusom v povprečju dosegli višje rezultate kot 15-letniki z nižjim statusom. Za indeks zaskrbljenosti glede matematike negativne vrednosti korelacij z dosežkoma na pisnem in računalniškem preverjanju povedo, da so 15-letniki, ki so navajali višje ravni zaskrbljenosti, v povprečju dosegli nižje rezultate kot njihovi manj zaskrbljeni sovrstniki. Za indekse, ki se nanašajo na IKT, je zanimiva ugotovitev, da so korelacije, razen za indeks razpoložljivih IKT-virov, nevtralne ali negativne. 15-letniki, ki so poročali nekoliko višje vrednosti podatkov za te indekse, so na obeh preverjanjih v povprečju dosegali nekoliko nižje rezultate.

Ko iščemo pojasnila za padec dosežkov med računalniškim in pisnim preverjanjem, nas zanimajo korelacije med dejavniki in razliko v dosežkih na teh preverjanjih. Te korelacije so predstavljene v tretjem delu preglednice. Razvidno je, da so korelacije indeksov z razliko v dosežkih med pisnim in računalniškim preverjanjem matematične pismenosti razmeroma šibke (od –0,11 do 0,17, torej blizu 0) in za večino indeksov pozitivne. Pozitivnost teh korelacij nakazuje, da je padec v dosežku praviloma večji pri višjih vrednostih indeksa. Glede na pozitivne korelacije indeksov s samimi dosežki to sovpada z ugotovitvijo o večjih padcih dosežkov pri višjih vrednostih pisnega dosežka. Poglejmo nekaj konkretnih rezultatov. Korelacija med indeksom socialno-ekonomskega in kulturnega statusa in razliko v dosežkih 0,14 pove, da so rezultati 15-letnikov z nižjim socialno-ekonomskim in kulturnim statusom v povprečju nekoliko manj padli kot rezultati 15-letnikov z višji statusom.

Podobno velja za večino korelacij, ki se v tretjem delu preglednice pokažejo kot statistično pomembne. Rezultate bi lahko opisali, da je rahla ošibitev povezave med dejavnikom in dosežkom na računalniškem preverjanju v primerjavi s pisnim pri večini indeksov nekako usklajena z manjšim padcem dosežka pri nižjih vrednostih indeksa. Za indeks zaskrbljenosti glede matematike je treba to povezavo gledati obratno – večji padec dosežka se pokaže pri tistih 15-letnikih, ki so navajali nižje ravni zaskrbljenosti (in ki so torej imeli v povprečju višje pisne dosežke).

Posebnost se pokaže pri indeksu uporabe IKT zunaj šole za delo za šolo. Čeprav je ta dejavnik nevtralen v povezavah tako z dosežkom na pisnem kot na računalniškem preverjanju, je nekoliko večji padec dosežka med pisnim in računalniškim preverjanjem zaznati pri 15-letnikih, ki so navajali več tovrstne uporabe IKT. Posebnost je tudi pri indeksu uporabe IKT v šoli, ki se z obema dosežkoma povezuje negativno, obenem pa je več uporabe IKT v šoli v povprečju povezano tudi z večjim padcem dosežka med pisnim in računalniškim preverjanjem. Te ugotovitve so lahko rezultat tretjega dejavnika v ozadju, kot je na primer socialno-ekonomski in kulturni status ali zgolj že ugotovljeni rezultat o večjih padcih pri višjih vrednostih pisnega dosežka.

Preglednica 4: Korelacijski koeficienti med indeksi dejavnikov matematične pismenosti in razliko v dosežkih na računalniškem in na pisnem preverjanju matematične pismenosti PISA 2012

Indeks	Korelacija z dosežkom na pisnem preverjanju		Korelacija z dosežkom na računalniškem preverjanju		Korelacija z razliko med dosežkoma[12]	
Indeks socialno-ekonomskega in kulturnega statusa (ESCS)	**0,39**	(0,01)	**0,35**	(0,01)	**0,14**	(0,01)
Indeks prepričanj o sebi na področju matematike (SCMAT)	**0,37**	(0,02)	**0,33**	(0,02)	**0,14**	(0,03)
Indeks zaznane samoučinkovitosti pri matematiki (MATHEFF)	**0,48**	(0,02)	**0,42**	(0,02)	**0,17**	(0,02)
Indeks notranje motivacije za učenje matematike (INTMAT)	**0,18**	(0,02)	**0,16**	(0,02)	**0,08**	(0,02)
Indeks zunanje motivacije za učenje matematike (INSTMOT)	**0,14**	(0,02)	**0,12**	(0,02)	**0,05**	(0,02)
Indeks ukvarjanja z matematiko v prihodnosti (MATINTFC)	**0,13**	(0,02)	**0,07**	(0,02)	**0,13**	(0,02)
Indeks odprtosti za reševanje problemsko zasnovanih situacij (OPENPS)	**0,29**	(0,02)	**0,23**	(0,02)	**0,16**	(0,02)
Indeks zaznanega vrednotenja matematike s strani pomembnih drugih (SUBNORM)	0,02	(0,02)	0,02	(0,02)	0,00	(0,02)
Indeks vztrajanja pri učenju matematike (PERSEV)	**0,10**	(0,02)	**0,11**	(0,02)	0,00	(0,02)
Indeks delovnih navad pri učenju matematike (MATWKETH)	**0,05**	(0,02)	0,04	(0,02)	0,03	(0,02)
Indeks sodelovanja pri matematičnih aktivnostih (MATBEH)	**0,09**	(0,02)	**0,07**	(0,02)	**0,05**	(0,03)
Indeks zaskrbljenosti glede matematike (ANXMAT)	**–0,28**	(0,02)	**–0,24**	(0,02)	**–0,11**	(0,03)
Indeks pripisovanja razlogov za neuspeh pri matematiki sebi (FAILMAT)	**–0,13**	(0,02)	**–0,14**	(0,02)	0,00	(0,02)
Indeks razpoložljivih IKT-virov (ICTRES)	**0,15**	(0,02)	**0,12**	(0,02)	**0,07**	(0,02)
Indeks razpoložljivosti IKT doma (ICTHOME)	**–0,13**	(0,02)	**–0,14**	(0,02)	0,00	(0,02)
Indeks uporabe IKT zunaj šole za delo za šolo (HOMSCH)	0,01	(0,02)	–0,02	(0,01)	**0,08**	(0,02)
Indeks razpoložljivosti IKT v šoli (ICTSCH)	**–0,08**	(0,02)	**–0,07**	(0,02)	–0,03	(0,02)
Indeks uporabe IKT v šoli (USESCH)	**–0,09**	(0,02)	**–0,14**	(0,01)	**0,10**	(0,02)
Indeks uporabe IKT pri pouku matematike (USEMATH)	**–0,14**	(0,02)	**–0,16**	(0,02)	0,02	(0,02)
Indeks negativnega pogleda na računalnik kot orodje za učenje za šolo (ICTATTNEG)	**–0,09**	(0,01)	**–0,09**	(0,02)	–0,01	(0,02)
Indeks pozitivnega pogleda na računalnik kot orodje za učenje za šolo (ICTATTPOS)	–0,01	(0,02)	–0,02	(0,01)	0,02	(0,02)
Indeks uporabe IKT za zabavo (ENTUSE)	0,00	(0,01)	–0,01	(0,01)	0,00	(0,02)

[12] Razlika med dosežkom na pisnem in dosežkom na računalniškem preverjanju je določena tako, da je druga vrednost odšteta od prve.

Razprava in sklep

Med osnovnimi nameni mednarodnih raziskav, kot je PISA, je poleg primerjanja dosežkov učenk in učencev med državami poskušati opisati povezave dosežkov s spremljajočimi dejavniki, med katerimi bi mogoče lahko zaznali tiste, ki jih lahko spremenimo z delom v šoli in s tem izboljšamo tudi dosežke. V prispevku smo si zastavili vprašanje o razlikah med dosežki slovenskih 15-letnikov pri pisnem in računalniškem preverjanju matematične pismenosti v raziskavi PISA in o povezavah med dejavniki matematične pismenosti in temi razlikami.

Najprej smo ugotovili, da je večji padec mogoče zaznati pri višjih dosežkih pisnega preverjanja. Z drugimi besedami, večji deleži dijakinj in dijakov, ki so bili pri pisnem preverjanju bolj uspešni, so bili pri računalniškem preverjanju relativno manj uspešni v primerjavi z deleži dijakinj in dijakov, ki so bili že pri pisnem preverjanju manj uspešni. Nadalje lahko na podlagi analiz v pričujočem prispevku ugotovimo oziroma verjetno potrdimo splošno zaznavo, da se nekateri izbrani dejavniki dokaj močno povezujejo tako z dosežki na pisnem kot z dosežki na računalniškem preverjanju matematične pismenosti. Med temi dejavniki je nekaj več razlik, ko raziskujemo njihovo povezanost s padcem v dosežkih med pisnim in računalniškim preverjanjem. Določeni dejavniki so v teh povezavah nevtralni, določeni pa ostanejo pomembni. Pri dejavnikih, ki ostanejo pomembni, padec v dosežku med pisnim in računalniškim preverjanjem ni enakomeren po celotnem razponu vrednosti indeksa, ki opisuje izbrani dejavnik, ampak za večino indeksov velja, da so dosežki 15-letnikov z nižjimi vrednostmi indeksa v povprečju padli manj kot dosežki 15-letnikov z višjimi vrednostmi indeksa (razen za indeks zaskrbljenosti glede matematike, kjer velja obratno).

Te ugotovitve sovpadajo z osnovno ugotovitvijo, da so padci povprečno večji pri višjih dosežkih pisnega preverjanja. Vendar pa so vse korelacije med dejavniki in razliko v dosežkih med pisnim in računalniškim preverjanjem matematične pismenosti šibke in torej ne omogočajo trdnejših pojasnil za padce v teh dosežkih. Poleg prej omenjenih regresijskih analiz bi bilo v nadaljnjih raziskavah morda zanimivo slovenske rezultate primerjati z rezultati iz drugih držav, ki so tudi sodelovale v obeh preverjanjih. Obenem pa, kot je bilo že omenjeno v uvodu, obstajata dve večji področji iskanja pojasnil za ugotovljene razlike, ki ju v prispevku nismo vključili. Prvo je ugotavljanje morebitnih razlik v samih nalogah med pisnim in računalniškim preverjanjem, drugo pa (ne)navajenost slovenskih učenk in učencev na reševanje matematičnih nalog v obliki računalniškega preverjanja.

Viri

1. PISA 2009 Technical Report (2012). Pariz, Francija: OECD.
2. PISA 2012 Assessment and Analytical Framework (2012). Pariz, Francija: OECD.
3. PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do. Vol 1 (2013). Pariz: OECD.
4. Štraus, M., Šterman Ivančič, K. in Štigl S. (ur.) (2013): OECD PISA 2012, Povzetek rezultatov za Slovenijo. Ljubljana: Pedagoški inštitut.

INTERAKTIVNI UČBENIKI ZA GENERACIJO Z

Interactive textbooks for Z generation

dr. Alenka Lipovec[1], Jan Zmazek[2], Vid Lah[3]

alenka.lipovec@uni-mb.si**,** jan.zmazek@gmail.com**,** vid.lah@teleing.com

[1]Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta, [2]Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, [3]Gimnazija Ptuj[2]

Povzetek

V prispevku predstavimo, kako o i-učbenikih razmišljata dva predstavnika generacije Z. Oba razmišljata o pogostih problemih pri učenju matematike v šoli in doma ter poskušata odgovoriti na tri vprašanja. Kateri so najpogostejši vzroki za težave pri učenju dijakov generacije Z? Kako se jih loteva i-učbenik? Kakšne so ideje za razvoj novih i-učbenikov in spletnih aplikacij, ki bi dijakom pomagale premagovati opisane težave pri učenju? Ugotovimo, da je za dijaka i-učbenik učinkovit izobraževalni vir, ki ga motivira in spodbuja pri učenju z razumevanjem in mu že v obstoječi obliki ponuja priložnost za razrešitev marsikatere njegove težave. Predlagamo, da bi s primerno in sprotno identifikacijo priložnosti za izboljšave, pri kateri bi kot ključni odjemalci sodelovali tudi dijaki, i-učbenike in podporne aplikacije lahko razvili na načine, ki bi še učinkoviteje premagovali opisane težave v šoli in doma.

Ključne besede: uporabniški vidik, i-učbenik, dijak, aktivno učenje, IKT

Abstract

Thoughts of two Z generation representatives on i-textbooks' contents and technologies are presented. They reflect upon the common problems considering learning mathematics in school and at home, and try to answer three questions. What are the most common causes of Z generation students' difficulties with learning? How well i-textbook handle presented problems? What are the ideas for the development of new i-textbooks and web applications that would help to overcame presented learning problems? We argue that i-textbook is an effective learning resource that motivates and encourages in -depth learning. Already in its current form i-textbook provides an opportunity for the dismissal of many of listed problems. We propose continuous identification of opportunities for improvement that would include students' user opinion as a key element. Such improvements can overcome the outlined problems in school and at home even more effectively

Keywords: user experience, i-textbook, secondary school pupil, active learning, ICT

Uvod

Čeprav je osnovno vodilo standarda ISO 9241-210 vključitev uporabnikov že v začetno fazo razvoja, je to načelo na vzgojno-izobraževalnem področju pogosto zanemarjeno. Uporabniška izkušnja je posebej na področju informacijsko-

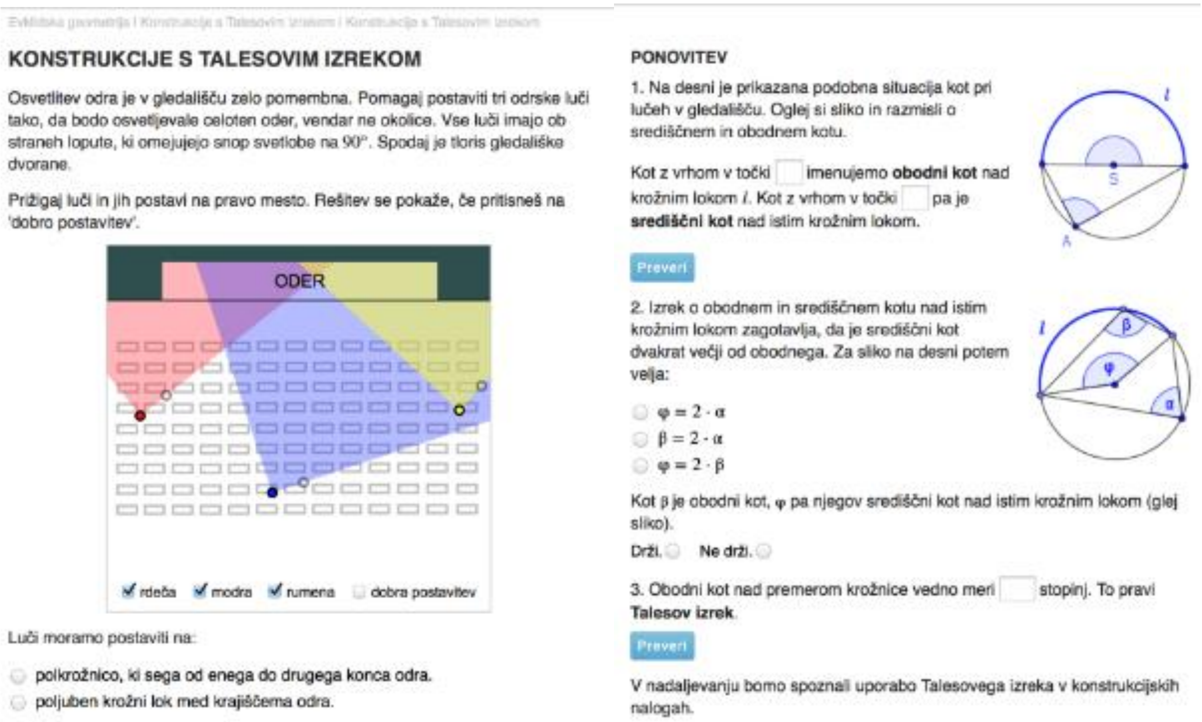
komunikacijske tehnologije ključni element (Mavsar, 2010). Dinevski, Fanagel Jakončič, Lokar in Žnidarič (2006) sicer v svojem modelu ocenjevanja kakovosti e-gradiv takoj na začetku izpostavijo pomembnost uporabniškega vidika, a se žal v nadaljevanju naslonijo le na mnenje učitelja kot uporabnika. Kljub dejstvu, da znajo učenci, predvsem na stopnji srednješolskega izobraževanja (dijaki), že zelo dobro izraziti in argumentirati svoje ideje o razvoju novih vsebin in tehnologij, pri snovanju novih proivodov in storitev praviloma niso vključeni. Do identifikacije njihovih potreb in želja pride šele v fazi evalviranja novosti, pa še to ne v dovolj veliki meri.
Generacijo Z sestavljajo mladostniki, ki so se rodili po letu 1990. Tehnologija jim je bila položena v zibelko, zato generacijo označujejo z imenom "digitalni domorodci" (Palfrey in Gasser, 2008). Nenehno so v konstruktivnem tehnološkem stresu, saj vsaj en del njih živi v virtualnem svetu prek spletnega profila. So prva generacija, pri kateri v večini zaznavamo nelinearen način razmišljanja, ki se kaže v mozaičnem pristopu 'connect-the-dots-however-you-choose' (Barna, 2001). V njih se hkrati vrti več vzporednih svetov. Lahko se pogovarjajo, hkrati iščejo informacije po spletu in delajo domačo nalogo. Spremembe na vzgojno-izobraževalnem področju, tudi pri učbenikih in njihovi uporabi, so zato nujnost (Jones in Shao, 2011). Generacija Z tudi s potrošniškega vidika predstavlja posebnost, saj imajo njeni predstavniki veliko višjo stopnjo vpliva na odločitve svojih staršev o tem, kaj kupiti in kaj od ponujenega je modro uporabljati (Anupriya Kaur, Medury, 2011). Med seboj so močno povezani prek različnih spletnih interesnih skupin, običajno po mobilnih komunikacijskih kanalih (Kaplan, 2012).
V nadaljevanju bomo opisali uporabniški pogled dijaka na specifično podmnožico e-učnih gradiv, in sicer na i-učbenike. S terminom i-učbenik ne mislimo klasičnih e-učbenikov v digitalizirani obliki, ampak govorimo o e-učbenikih, ki v prevladujoči meri vključujejo visokointeraktivne elemente (Repolusk, 2013). Take učbenike je v slovenskem šolskem prostoru izdelal Zavod Republike Slovenije za šolstvo, kot sofinanser pa je sodeloval Evropski socialni sklad.

1. težava: Nizka (matematična) samopodoba dijaka

Veliko dijakov se že ob prehodu z osnovne na srednješolsko stopnjo izobraževanja sreča s strahom pred neuspešnostjo. Nizko samopodobo glede matematičnega znanja veliko otrok prenese iz lastne družine (Lipovec in Antolin, 2011). Veliko je staršev, ki jim je matematika v šoli povzročala težave in potem ob vsakdanjem pogovoru izražajo mnenja, kot so npr.: 'Poglej, tudi meni matematika ni šla, pa mi danes nič ne manjka.' Otroku vcepijo občutek, da se tu ne da nič spremeniti, nič narediti. Učenci potem dejansko ne vlagajo dovolj energije v učenje (Antolin in Lipovec, 2013). Ker se veliko otrok z nizko samopodobo posveča bolj učenju postopkov reševanja kot pa razumevanju vsebin (Pintrich, 2002), jih je treba vseskozi usmerjati k razumevanju usmerjenega učenja.

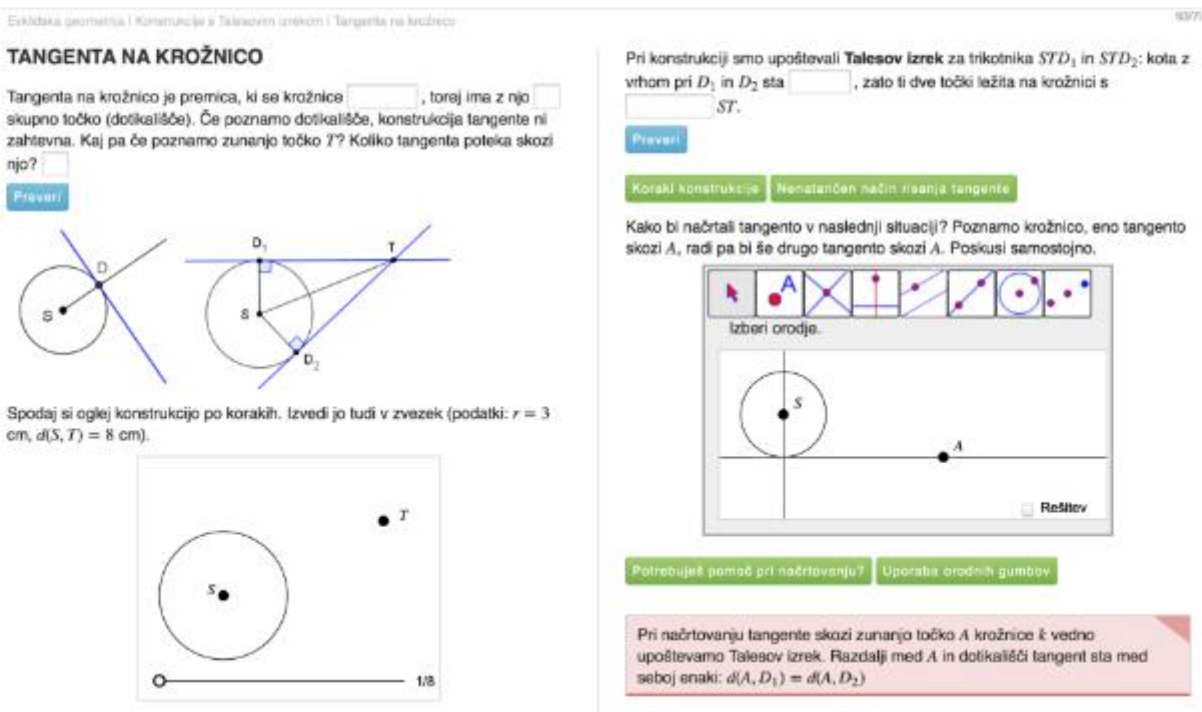
Rešitve, ki jih za prvo težavo ponujajo i-učbeniki

Zgradba i-učbenika je dijakom z nizko samopodobo lahko v oporo. Spoznavanje vsebin je postopno, uporabnika že na vsaki uvodni strani posamezne enote, ki se začne s kontekstualiziranim motivacijskim problemom (slika 1), vabi, da se vključi v razmišljanje. Kontekstualizacija vsebin kot prvina realističnega matematičnega poučevanja ima pozitivne učinke na učence z nizkimi matematičnimi dosežki (Barnes, 2004), ki imajo večkrat tudi nizko matematično samopodobo.



Slika 1: Uvodna stran
(Vir: http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/vega2/238/index.html.)

Še na isti strani (slika 1, leva stran) učenec lahko aktivno preveri svoje predznanje. V nadaljevanju izmenjevanje dijakove aktivnosti z razlagalčevo opisujemo kot nenehno metodo »daj-dam« (slika 2), ob kateri se tudi nesamozavestni dijaki počutijo suverene.



Slika 2: Aktivno učenje po metodi daj-dam
(Vir: http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/vega2/238/index.html.)

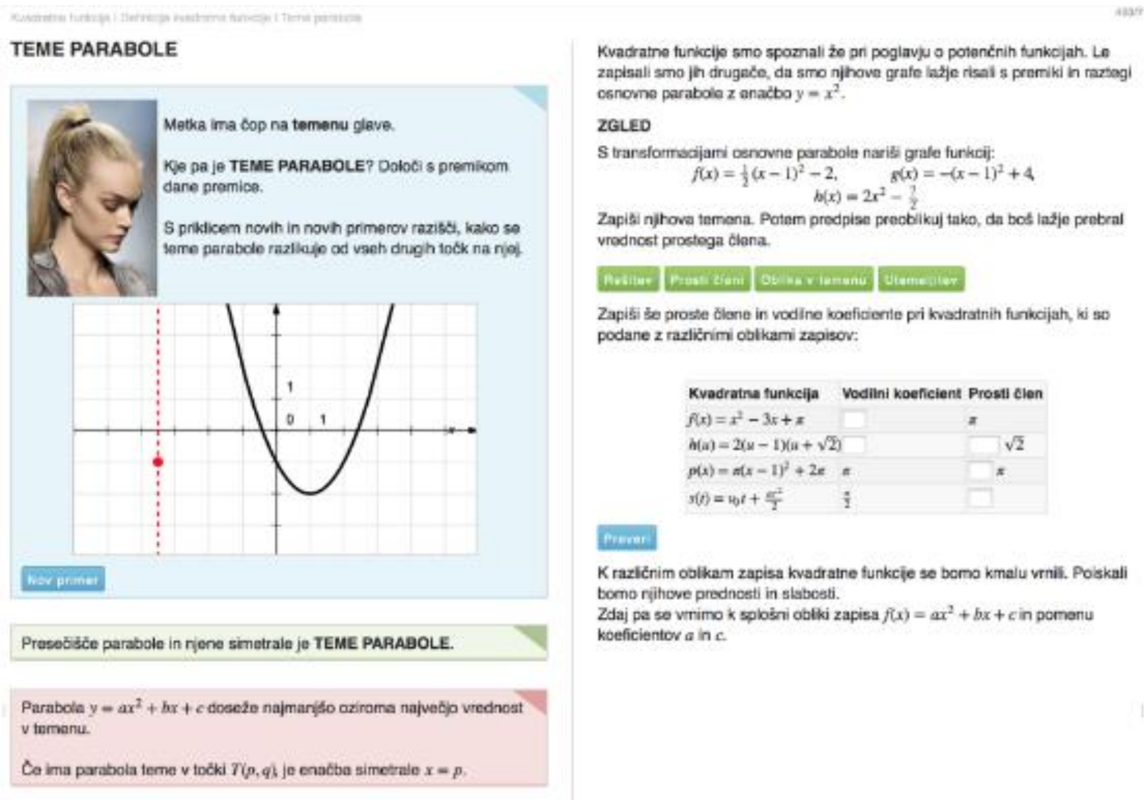
Dijakom z nizko samopodobo glede znanja matematike, ki so že vnaprej prepričani, da prav veliko nove vsebine ne bodo razumeli, lahko zelo pomagajo tudi opombe in dodatne podrobnejše razlage, ki se prikažejo, če kliknejo na posamezne gumbe. Pri tem pa obstaja nevarnost: s klikom na posamezni gumb se prikaže tudi marsikateri postopek reševanja, ki se ga mnogi dijaki pogosto zelo radi naučijo »na pamet«, ne da bi ga razumeli. Dijaki bi potrebovali dve vrsti gumbov ali jasnejše oznake na njih. Bolje bi se orientirali, če bi bilo jasno zapisano, ali se pod gumbom »skriva« dodatno znanje ali nujno potrebna razlaga. Zato predlagamo več vrst gumbov oz. gumbe različnih barv (glede na različne tipe nalog).

2. težava: Nerazumevanje vsebin ob razlagi učitelja

Vzrokov za dijakovo nerazumevanje vsebin, ki jih obravnava skupaj z učiteljem pri pouku, je veliko. Omenimo tri pogoste težave. Včasih ima dijak slabše predznanje in se pri razlagi »izgubi«, ne zmore več dohajati tempa v razredu. Včasih šibkejši dijaki učitelja ne razumejo dobro zaradi preveč teoretične razlage, ki ni podprta z dovolj primeri. Prav tako pa je lahko učiteljeva zelo poglobljena razlaga z veliko vmesnimi zgledi in zanimivostmi težava za šibkejše dijake, saj izgubijo rdečo nit in s tem tudi motivacijo za sledenje šolski uri.

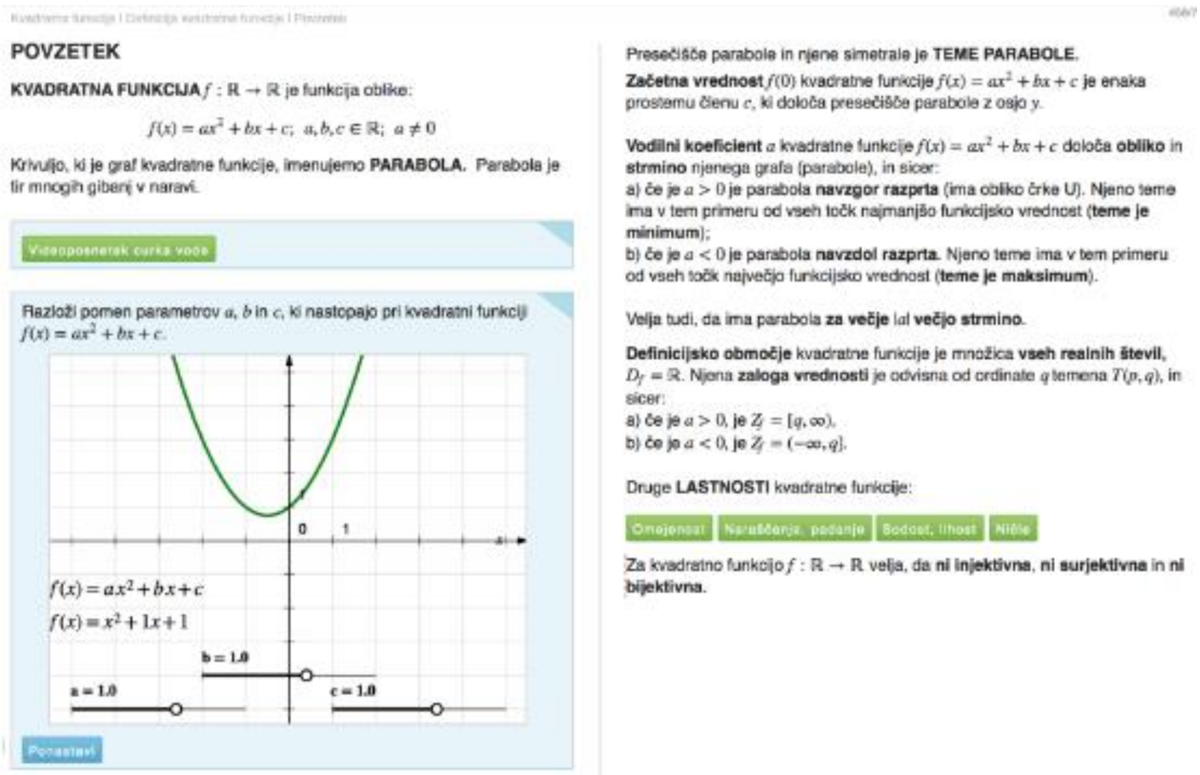
Rešitve, ki jih za drugo težavo ponujajo i-učbeniki

Dijaki, ki ne sledijo razlagi in delu pri pouku, imajo v i-učbenikih virtualnega inštruktorja. Vsebinsko in oblikovno strukturirana zgradba i-učbenika jim lahko zelo pomaga pri samostojnem (domačem) delu. Ključna dejstva so tudi oblikovno poudarjena (slika 3).



Slika 3: Poudarjanje ključnih znanj v enoti Definicija kvadratne funkcije
(Vir: http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/vega2/278/index2.html.)

Zaradi vmesnih povzemanj ugotovljenega, kjer nove pojme povežemo z že znanimi, je rdečo nit laže obdržati. I-učbenik dijake tudi velikokrat nagovarja, da naj se pri razmišljanju in delu posvetujejo s sošolcem in primerjajo rezultate. Dijak, ki ima težave, tako ne ostane sam, ampak matematične uvide dobi tudi v pogovorih s sovrstniki. S tem se skozi tehnologijo udejanjajo prvine socialnega konstruktivizma, ki je danes priporočena pedagoška paradigma. Ker naj bi na koncu vsake učne ure učitelj skupaj z dijaki oblikoval povzetek naučenega, temu sledijo tudi i-učbeniki s svojo strukturo, saj jedrnim stranem vedno sledi stran s kratkim povzetkom (slika 4), ki je zelo pomemben tudi za dijake iz obravnavane skupine. Ti spoznajo, da novih znanj ni zelo veliko, hkrati pa jih i-učbenik z interaktivnim pristopom vabi k aktivnosti in odvrača od učenja povzetka brez razumevanja.



Slika 4: Povzetek pri enoti Definicija kvadratne funkcije
(Vir: http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/vega2/278/index2.html.)

3. težava: Nemotiviranost dijakov za delo in njihova slaba koncentracija

Generacija Z je zahtevna, a velikokrat bolj do drugih kot do sebe. Delovne navade in vztrajnost pri delu so šibka točka dijakov nove generacije. Prav nič manjši problem ni motivacija. Tehnološko izjemno sposobni mladostniki so večkrat čustveno izpraznjeni, pri prehodu iz virtualnega v realni svet pogosto ne najdejo pravega smisla. Vse bi radi dosegli brez posebnega truda, tukaj in zdaj. I-učbeniki so v namene motiviranja privzeli Kellerjev model ARCS (Attention-Relevance-Confidence-Satisfaction) (Repolusk, 2009), ki ga v nadaljevanju v grobem ilustriramo.

Rešitve, ki jih za tretjo težavo ponujajo i-učbeniki

Ker so i-učbeniki zasnovani tako, da se vsaka vsebina začne prav z uvodnim primerom motivacije, predpostavljamo, da je s tem pritegnjena pozornost dijaka, ob koncu uvodne strani so navedeni cilji enote, s čimer postavimo temelje pomembnosti učenja vsebine. Ena od smernic pri snovanju novih i-učbenikov je bila tudi zahteva, da je čim več vsebine (razlage, aktivnosti, zgledov in nalog) povezane z izzivi iz realnega življenja, zato lahko dijaki v i-učbenikih najdejo prave izvire motivacije, kar dodatno utemelji pomembnost učene vsebine. Pomembnost naučenega oz. temeljne pojme ključno izpostavlja povzetek. Kot je bilo že omenjeno, sprotna povratna informacija krepi zaupanje v lastne sposobnosti. Diferenciacija pri nalogah pa poskrbi za to, da učenec ob reševanju primernih nalog doživi občutek zadovoljstva. Za zdaj evalvacija nakazuje, da se zadovoljstvo kaže tudi pri ocenah, kajti učenci, ki pri učenju uporabljajo i-učbenike, znajo več kot učenci, ki uporabljajo tradicionalne učbenike (Lipovec, Senekovič in Repolusk, 2014).

Prav tako i-učbeniki odgovorijo tudi na izzive, povezane s koncentracijo dijakov, ker so enote i-učbenika zasnovane tako, da aktivno nagovarjajo in k aktivnostim spodbujajo dijaka samega. I-učbenika se nikakor ne da le brati, z njim je treba sodelovati. Pri dijakih z motnjami koncentracije je zelo pomembno tudi, da vsebinske enote niso predolge. Skozi kazala enot se lepo vidi njihova smiselna struktura, ki ohranja tudi dolžino. Vsaka enota se začne z eno stranjo uvoda, potem se nadaljuje skozi eno, dve ali tri jedrne strani in konča s stranjo povzetka. Konča se z eno, dvema ali tremi stranmi nalog, odvisno od števila jedrnih strani. Tu bi veljajo omeniti, da so za nemotivirane in manj koncentrirane dijake enote, ki skupaj štejejo več kot šest strani, lahko že zelo naporne. Take enote bi morale vsebovati še več interaktivnosti in drugih aktivnosti, ki bi vključevale dijaka. Žal ta nivo v trenutno uporabljanih i-učbenikih povsod še ni dosežen.

Ena od prednosti i-učbenika so tudi aktivne slike oz. apleti, ki so bodisi nižje bodisi srednje ali celo višje stopnje interaktivnosti. Gre za relativno majhno programsko aplikacijo, ki je zgrajena okrog predhodno konstruirane grafične reprezentacije (Repolusk, 2013). V nadaljevanju bomo uporabljali za aplet izraz aktivna slika, ki se uveljavlja v našem prostoru. Pri aktivnih slikah z nizko stopnjo interaktivnosti, kjer dijak le opazuje razlago, koncentracija lahko zelo hitro plahni. Aktivne slike z visoko stopnjo interaktivnosti, kjer dijak z večkratno ponovitvijo lastne aktivnosti, po možnosti še pri različno generiranih začetnih podatkih, raziskuje in poglablja svoje uvide, so za dijake z zmanjšano motivacijo in/ali koncentracijo idealna rešitev. Kot dodatno slabost izpostavimo test gradnik (npr. pravilna oz. nepravilna trditev), kjer lahko učenec s poskušanjem oz. klikanjem brez razmišljanja pride do pravilnega odgovora.

<u>4. težava: Neučinkovito učenje doma – učna bulimija</u>

»Učna bulimija« je pereča težava sodobnih mladostnikov, tudi generacije Z (Zorek, Sprague, Popovich, 2010). Nekaj dni pred pisnim ali ustnim ocenjevanjem znanja se dijaki s površnim znanjem na hitro »nabutajo«, takoj po ocenjevanju pa se vseh informacij spet na hitro znebijo, jih »izbruhajo«, da je v njihovi glavi prostor za novo pripravo na ocenjevanje. Znanje, pridobljeno tako na hitro, gotovo ni trajno, kaj šele uporabno.

Rešitve, ki jih za četrto težavo ponujajo i-učbeniki

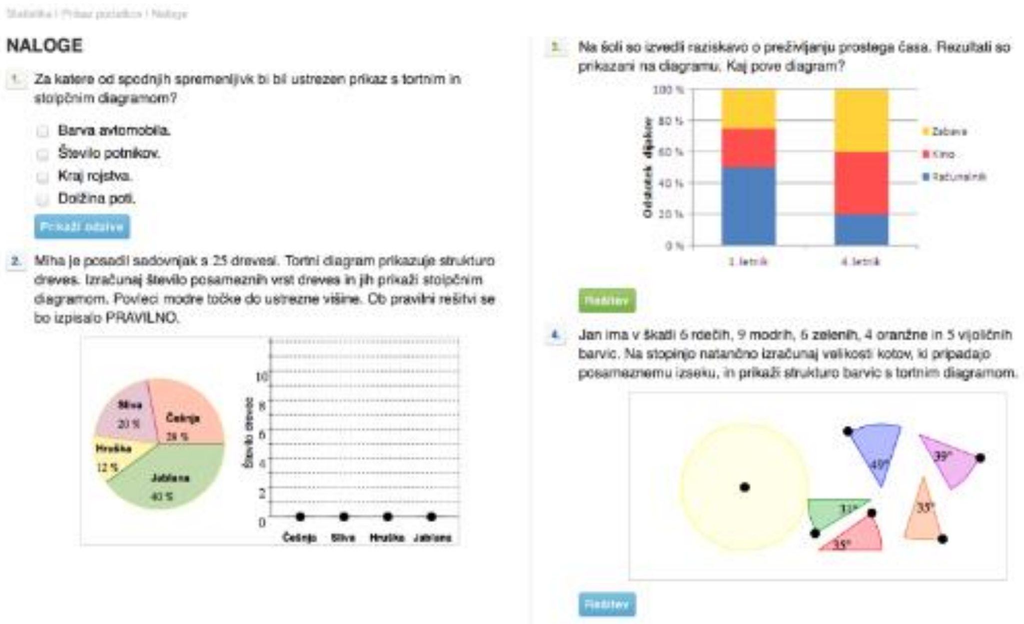
Klasično domače učenje dijakov je še pred nekaj leti potekalo večinoma s pomočjo tiskanih učbenikov in vadnic. Matematični učbeniki so bili sicer vsebinsko korektni, vendar oblikovno suhoparni in predvsem za šibkejše dijake težko razumljivi. Če dijakom generacije Z ponudimo učbenike prejšnjih generacij, hitro izgubijo motivacijo, po morebitnem branju pa jim tudi koncentracija hitro upada. Zato so tudi sodobni tiskani učbeniki že močno prilagojeni novim potrebam in pričakovanjem otrok. Bralca poskušajo z vprašanji in vabili za premislek aktivneje pritegniti k vsebini, večkrat vključujejo humor. Vendar pa dijakom v nasprotju z i-učbeniki ne morejo ponuditi povratne informacije o opravljeni nalogi. Pri i-učbenikih imamo možnosti za mladostnikom prijaznejše podano vsebino še veliko več kot pri tiskanih učbenikih. S tehnologijo namreč uporabniku ne le zastavljamo vprašanja, ampak jim glede na različne odgovore ponujamo tudi povratno informacijo o njihovi smiselnosti, pravilnosti. Uporabniki morajo pri aktivnostih brati tudi druge vire, poiskati informacije na spletu, razpravljati s sošolcem. O najdenih informacijah morajo podati tudi odgovore in jih analizirati skupaj s sošolcem. I-učbeniki tako spodbujajo aktivno učenje, kjer morajo dijaki nekaj delati in o narejenem tudi razmišljati. Učenje na hitro in brez razumevanja je zato precej oteženo. Prav tako nas i-učbeniki vabijo k usvajanju problemskih in uporabnih znanj. Menimo, da i-učbeniki tudi s tem zmanjšujejo stopnjo »učne bulimije« generacije Z.

5. težava: Domače naloge

Redne (vendar ne preobsežne) matematične domače naloge pozitivno vplivajo na matematične dosežke, pri čemer učiteljevo spremljanje izdelovanja domačih nalog ne prispeva bistveno k večjim dosežkom (Troutwein, Köller, Schmitz, Baumert, 2002). K idealnemu modelu učenja sodi sprotno in zavzeto delo doma in v šoli. Seveda se moramo zavedati, da kot sprotno učenje dijaki največkrat razumejo le delanje domačih nalog. Veliko priložnost tu izgubljajo učitelji, ki domačih nalog sploh ne zahtevajo ali pa jih zahtevajo, a jih ne pregledujejo. Dijakom namreč z domačo nalogo učitelji naložijo primerno količino ustrezno zahtevnih primerov, za katere že pričakujejo, da jih lahko samostojno rešijo.

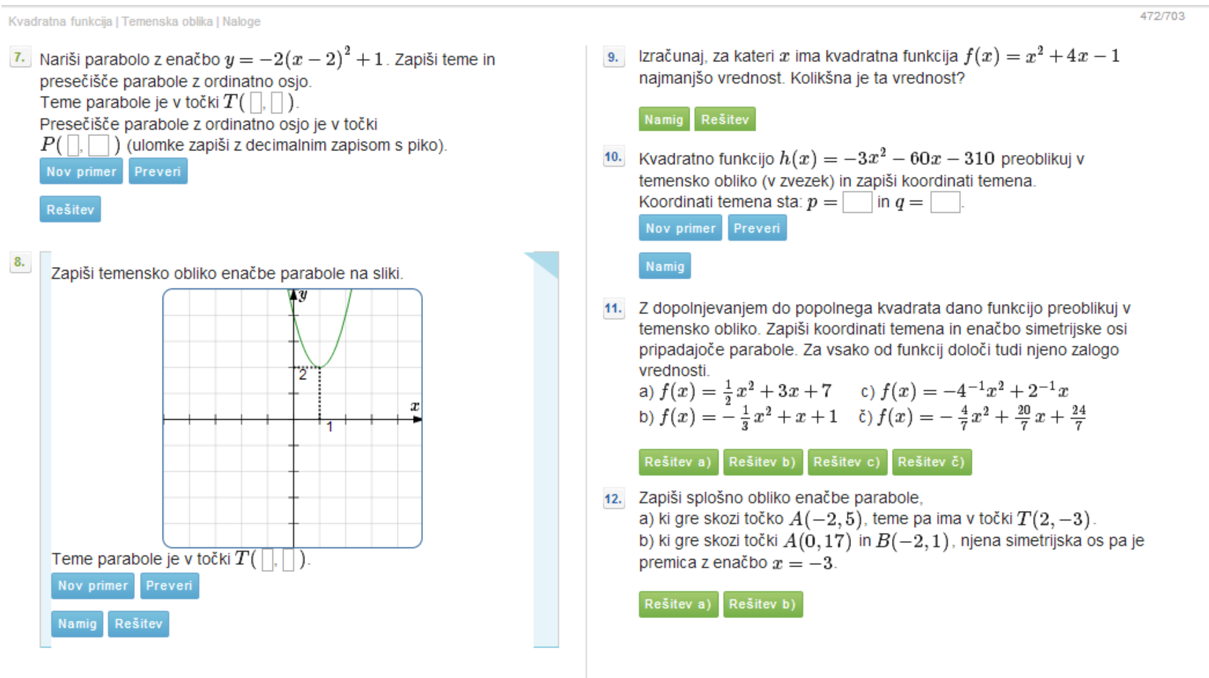
Rešitve, ki jih za peto težavo ponujajo i-učbeniki

Novi i-učbeniki so tako za učitelja kot za dijaka, ki mu učitelj ne daje domačih nalog, vir primernih vaj. Sledijo si od najlažjih, označenih z zeleno, do malce težjih, označenih z modro, pa do zahtevnejših izzivov, velikokrat tudi odprtih problemov, označenih z rdečo (slika 5).



Slika 5: Diferencirane naloge kot primer domačih nalog
(Vir: http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/vega1/64/index8.html.)

Naloge vsebujejo tudi naloge z generiranimi podatki. Dijak, ki na primer pri generirani nalogi ni znal kvadratne funkcije preoblikovati v temensko obliko, lahko isti postopek še in še vadi na vedno novih primerih (npr. naloga 10 na sliki 6). Veliko generiranih nalog je opremljenih tudi z neposredno spreminjajočo se grafično podobo v odvisnosti od spreminjajočih se začetnih podatkov (npr. naloga 8 na sliki 6). Generirane naloge prepoznamo po gumbu z napisom Nov primer.



Slika 6: Generirane naloge 7, 8 in 10
(Vir: http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/vega2/279/index7.html.)

Ko se dijaki doma pripravljajo na pisna ocenjevanja znanja, je zelo pomembno, da ponovijo tudi vsebine, ki pri novih vsebinah služijo kot predznanje. Ker so te vsebine pogosto iz nižjih letnikov in dijaki zaradi izposoje prek učbeniških skladov tiskanih učbenikov morda nimajo več, bodo i-učbeniki tudi s tega vidika rešitev. Pokrivajo namreč celotno vertikalo (za zdaj za matematiko od četrtega razreda osnovne šole pa do tretjega letnika gimnazije) in so prosto dostopni na istem mestu http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/.

Ideje za nadaljnji razvoj i-učbenikov

Naštejmo nekatere ideje, ki bi po našem mnenju izdatno pomagale prav opisanim skupinam dijakom.

1. Izdelava vadnice, ki vključuje izluščene naloge iz vseh enot, razvrščene po poglavjih. Omogočala bi hitrejši dostop do nalog, ki so klasificirane po težavnosti, in morda še spodbudila dijake iz skupine, ki se srečuje s težavo 3, k bolj zavzetemu delu doma.

2. Posebna aplikacija bi lahko omogočala, da bi si dijak sam izdelal nabor nalog, ki bi jih reševal, s kriteriji izbora, npr. po težavnosti, po vsebinskih sklopih, po časovnem zaporedju. To bi bila priložnost za dijake z nizko samopodobo (težava 1), ki bi lahko izbrali sebi primerno »košarico« nalog in bili v začetnih fazah preverjanja znanja posledično uspešnejši, ter za dijake s težavami pri razumevanju (težava 2), ki bi se lahko pri učenju zelo postopno premikali od lažjih do težjih izzivov. Primer preprostega izbora nalog v obliki generatorja testov je vseboval portal E-um, i-učbeniki pa tega ne omogočajo, kar vidimo kot eno od slabosti.

3. Izdelava zbirke aktivnih slik, ki so zanimive pri učenju doma in niso neposredno vezane na kontekst znotraj enote. Učiteljem bi omogočala enostavnejšo uporabo v razredu, dijakom pa ponujala tudi učenje z uporabo pametnih telefonov, saj bi se lahko npr. pri čakanju na avtobus tudi učili. To bi bila dobrodošla priložnost za nemotivirane dijake (težava 3) in tiste predstavnike generacije Z, ki tehnologijo radi zlorabljajo za zabavo. Primer take zbirke smo prav tako videli tudi na portalu E-um.

4. Izdelava povezanega omrežja vseh enot, ki bi za posamezno enoto pokazalo na vse enote, v katerih se skriva predznanje, potrebno za novo vsebino. To bi bila priložnost za dijake, ki slabše razumejo vsebine (težava 2), saj bi se lahko učinkoviteje usmerjali h globljemu povezovanju že znanih pojmov, ki so jih pozabili, z novimi zakonitostmi.

5. Dostop do i-učbenikov bi bil lahko možen z uporabniškim imenom in geslom, kar bi omogočalo natančno spremljanje dela uporabnikov. Lahko bi izdelali aplikacijo, ki bi dijakom omogočala ne le vpogled v to, koliko delajo, ampak bi jih ob daljši neaktivnosti o tem samodejno obvestila (npr. prek e-pošte ali mobilne aplikacije). Morda bi s tem pripomogli k bolj odgovornemu domačemu delu dijakov, ki jih pesti težava 4. Taka aplikacija bi lahko omogočala še veliko, kar bi pomagalo predvsem dijakom s slabo samopodobo (težava 1) in tistim, ki imajo težave pri razumevanju vsebin (težava 2). S sprotno analizo uporabnikovih rezultatov pri reševanju nalog bi mu lahko aplikacija selektivno ponujala bodisi »košarico« lažjih bodisi težjih nalog. Lahko bi tudi analizirala navade uporabnika, ki npr. dosega slabe rezultate v šoli, in

mu pomagala ugotoviti, zakaj je tako. V naslednjih generacijah bi potem lahko iskala podobne vzorce in skupine uporabnikov vnaprej opozarjala na možne slabše rezultate.

Zaključek

Zavedamo se, da je generacija Z včasih preveč kritična in zahtevna. Včasih je bil učitelj človek z avtoriteto in integriteto, ki je vedel skoraj vse, danes si mora to vlogo krepko prislužiti, in sicer v boju z informacijami z interneta, ki jih generacija Z dobro pozna. Menimo, da bi se tega morali zavedati tudi strokovni organi, ki snujejo razvoj na področju i-učbenikov, in v razvoj bolj angažirano vključevati dijake, saj je bil do zdaj vidik ključnega odjemalca, torej učenca oziroma dijaka, precej zanemarjen. Ker pa je to področje eno od najhitreje rastočih in spreminjajočih se, je prav, da vsaj v fazi, ko so i-učbeniki na nekaterih šolah poskusno že vpeljani kot učni vir, ugotovimo, kaj o njih menijo dijaki generacije Z in kako bi jih lahko izboljšali.
Ideje za izboljšave smo skupaj z dijaki iskali predvsem v luči njihove uporabnosti pri premagovanju nekaterih pogostih problemov pri učenju v šoli in doma, predvsem pri matematiki. Osredotočili smo se na dijake s težavami zaradi nizke samopodobe, na dijake s problemom pri razumevanju vsebin, na slabo motivirane dijake oziroma dijake z motnjami v koncentraciji in na koncu na dijake, ki so pri učenju premalo zavzeti in odgovorni. Vse te skupine dijakov z istimi vrstami težav so tipične za generacijo Z, o kateri govorimo.

V prispevku smo predstavili pogled dijakov, ki že imajo mnoge izkušnje z e-učnimi gradivi, zato refleksije prikazujejo le njihovo izkušnjo. Njihovih idej je seveda mnogo več, kot dopušča obseg prispevka. Razen prednosti i-učbenikov smo ob koncu navedli tudi priložnosti za izboljšave. Verjamemo, da bodo mnoge kmalu uresničene.

Viri

1. Antolin, D., Lipovec, A. (2013): Postavljanje podpore v okviru vključevanja staršev matematikov v matematično izobraževanje njihovih otrok. *Revija za elementarno izobraževanje*, 6(1), 43–56.
2. Anupriya Kaur, Medury,Y. (2011): Impact of the internet on teenagers influence on family purchases, *Young Consumers:Insight and Ideas for Resposible Marketers, 12*(1), 27–38.
3. Barna, G. (2001): *Real Teens.* Regal Books, Ventura.
4. Barnes, H. (2004): Realistic mathematics education: Eliciting alternative mathematical conceptions of learners. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 8*(1),53–64.
5. Kaplan, A. (2012): If you love something, let it go mobile: Mobile marketing and social media 4x4, *Business Horizons, 55*(2), 129–139.
6. Dinevski, D., Jakončič Fanagerl, J, Lokar, M., Žnidaršič, B. (2006): Model ocenjevanja kakovosti elektronskih učnih gradiv, *Vzgoja in izobraževanje v informacijski družbi, 9. mednarodna konferenca Informacijska družba IS 2006, Ljubljana, Slovenija, 13.–14.oktober.* (Pridobljeno 22. 5. 2014 s http://profesor.gess.si/marjana.pograjc/%C4%8Dlanki_VIVID/Arhiv2006/Papers/Dinevski2006.pdf.)
7. Jones, C., Shao, B. (2011): The net generation and digital natives: implications for higher education. Higher Education Academy, New York.
8. Lipovec, A., Antolin, D. (2013): Slovenian pre-service teachers' prototype biography. *Teaching in higher education, 19*(2). 1–11.

9. Lipovec, A., Senekovič, J., in Repolusk, S. (2014): Evalvacija i-učbenikov za matematiko. V: Zmazek, B., Pesek, I. in Miklešič, V. (ur.) *Slovenski i-učbeniki* (str. 179-197). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo. Dostopno na http://www.zrss.si/digitalnaknjiznica/slovenski-i-ucbeniki/#/2/ (25. 6. 2014).
10. Mavsar, M. (2010): *Uporabniška izkušnja pri projektnem vodenju. Diplomsko delo.* Fakulteta za računalništvo in informatiko, Ljubljana.
11. Palfrey, J., Gasser, U. (2008): Born Digital: Understanding the First Generation of Digital Natives. Basic Books.
12. Pintrich, P. R. (2002): The Role of Metacognitive Knowledge in Learning, Teaching, and Assessing. *Theory Into Practice, 41(4), 219–225.*
13. Repolusk, S. (2013): *Značilnosti učnega pogovora pri učenju matematike z apleti. Doktorska disertacija.* Maribor: Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru.
14. Troutwein, U., Köller, O., Schmitz, B., Baumert, J. (2002): Do Homework Assignments Enhance Achievement? A Multilevel Analysis in 7th-Grade Mathematics. *Contemporary Educational Psychology, 27*(1), 26–50.
15. Zorek, J. A., Sprague, J. E., Popovich, N. G. (2010): Bulimic Learning. *Americal Journal of Pharmaceutical Education,74*(8), 157–165.

VPELJAVA INTELIGENTNEGA TUTORSKEGA SISTEMA ZA POUČEVANJE MATEMATIKE V SLOVENSKI ŠOLSKI SISTEM

Introducing an Intelligent Tutoring Systems for Teaching Mathematics into Slovenian School System

Rozalija Grešak, Nika Hren, Alen Kopić, Ines Medved, Manca Pogladič, Barbara Stopar, Teja Šavs, Manca Zaviršek, Katja Zupančič, Maja Zupančič, Sašo Zupanec, Matej Zapušek, dr. Matej Guid

matej.zapusek@pef.uni-lj.si, matej.guid@fri.uni-lj.si

Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani

Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani

Povzetek

Inteligentni tutorski sistemi (ITS, ang. *Intelligent Tutoring Systems*) so računalniški sistemi, namenjeni individualnemu poučevanju. Omogočajo avtonomno in inteligentno prilagajanje specifičnim potrebam učencev. Pri poučevanju matematike so zelo uspešni kognitivni tutorji. V ZDA jih uporablja že več kot 650.000 učencev osnovnih in srednjih šol. V članku analiziramo možnosti za vpeljavo inteligentnega tutorskega sistema pri pouku matematike v slovenskih osnovnih šolah in gimnazijah. Za študijo primera smo izbrali najbolj znan in uveljavljen inteligentni tutorski sistem za poučevanje matematike: kognitivni tutor *Carnegie Learning*. V analizi smo se osredotočili zlasti na primerjavo učnih načrtov, kjer smo ocenjevali skladnost tem iz učnega načrta s temami v kognitivnem tutorju. Izvedli smo anketo, v katero smo zajeli učitelje osnovnih šol in gimnazij, katere namen je bil oceniti težavnost posameznih tem in vsebinskih sklopov. Izpostavili smo nekatere teme, kjer je ujemanje učnih načrtov visoko, hkrati pa med učitelji veljajo za težavne. Obravnavali smo tudi vrste stroškov, ki bi se pojavili pri vpeljavi inteligentnega tutorskega sistema v slovenski šolski sistem. Menimo, da bi obravnavani ITS s svojo interaktivnostjo in koristnimi povratnimi informacijami za učence predstavljal dragocen učni pripomoček pri pouku matematike.

Ključne besede: inteligentni tutorski sistemi, kognitivni tutorji, poučevanje matematike

Abstract

Intelligent tutoring systems (ITS) are computer systems that aim to provide immediate and customized instruction or feedback to individual learners, by enabling autonomous and intelligent adaptation to specific student needs. At teaching mathematics, cognitive tutors are very effective. In the United States, more than 650,000 students use these tutors in middle schools and high schools. In this paper, we analyse possibilities of introducing intelligent tutoring systems into Slovenian classrooms. As a case study we selected the most widely known and established intelligent tutor for teaching math: *Cognitive Tutor* by *Carnegie Learning*. In our analysis, we particularly focused on comparing curricula by estimating similarities between Slovenian school system curriculum and topics covered by *Cognitive Tutor*. We obtained answers about the difficulty of individual curriculum topics from teachers of various elementary schools and high schools. We put forward some topics where similarity of curricula is high, and are regarded as difficult by the teachers. We examined which kinds of expenses could occur if the intelligent tutoring system was introduced into Slovenian school system. In our opinion Cognitive Tutor, in particular in the light of its interactivity and useful feedback to students, would provide a valuable tool at teaching maths.

Keywords: inteligent tutoring systems, cognitive tutors, teaching Mathematics

Uvod

Posamično poučevanje je bistveno bolj učinkovito kot poučevanje v razredu (Bloom, 1984), vendar predrago v večini situacij. Za njegovo ekonomično izvedbo je zato zanimiva alternativa poučevanje z računalniki. Inteligentni tutorski sistemi (ITS, ang. *Intelligent Tutoring Systems*) so računalniška orodja, namenjena individualnemu poučevanju. Omogočajo avtonomno in inteligentno prilagajanje specifičnim potrebam učencev. Gre za interdisciplinarno področje, kjer se prepletajo pedagoške vede, kognitivna znanost in računalništvo (še zlasti umetna inteligenca). Najboljši ITS so danes po učinkovitosti nekako na pol poti med učenjem v razredu in poučevanjem »ena na ena«. Pri poučevanju matematike so zelo uspešni kognitivni tutorji (Koedinger idr., 2006). V ZDA jih uporablja že več kot 650.000 učencev osnovnih in srednjih šol.

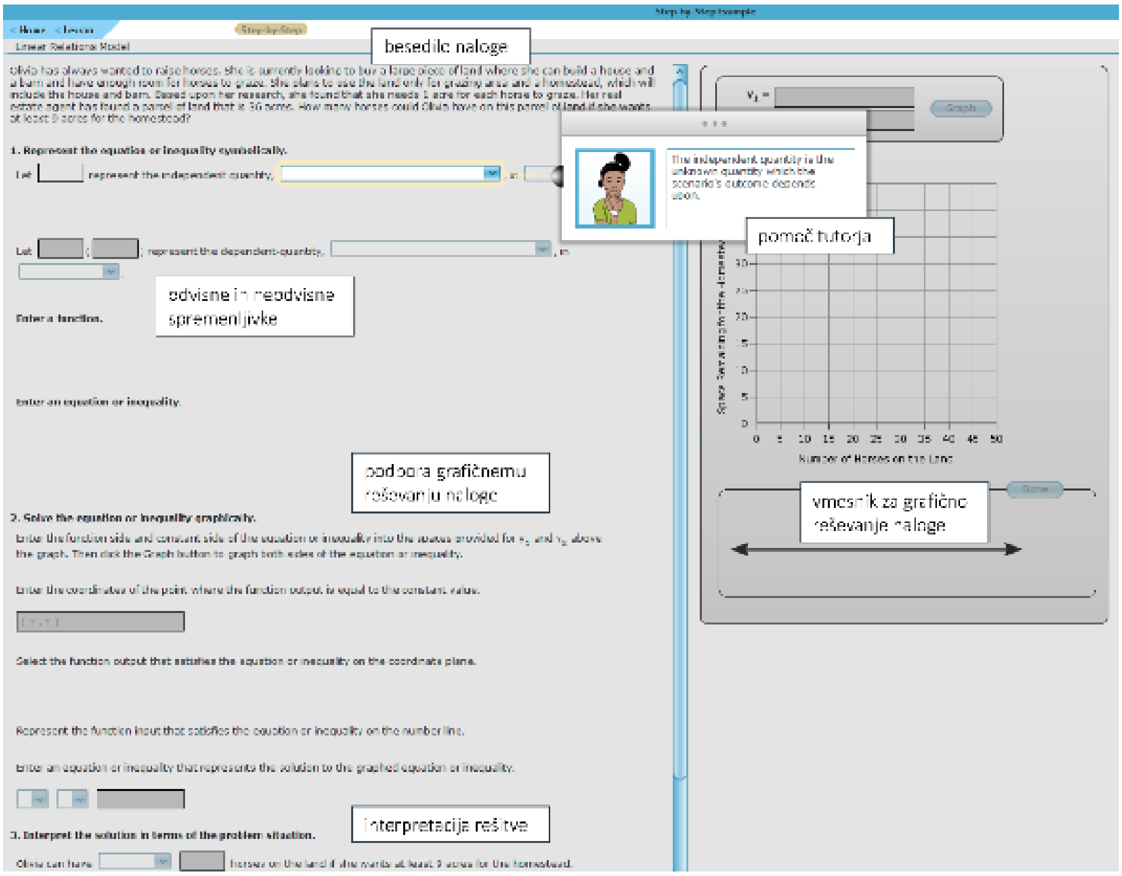
Za razliko od običajnega računalniško podprtega poučevanja, kjer je obnašanje togo in večinoma vnaprej predvidljivo, inteligentni tutorski sistemi sproti samodejno ažurirajo svojo predstavo o znanju in veščinah učenca ter na podlagi le-te generirajo in izvršujejo ustrezne nadaljnje ukrepe. Pri tem igrajo ključno vlogo osnovni gradniki ITS: model domene, model učenca, model učitelja in komunikacijski model (Woolf, 2008).

V tem prispevku bomo analizirali možnosti za vpeljavo inteligentnega tutorskega sistema pri pouku matematike v slovenskih osnovnih šolah in gimnazijah. Za študijo primera smo izbrali najbolj znan in uveljavljen inteligentni tutorski sistem za poučevanje matematike: kognitivni tutor *Carnegie Learning*. V času, ko smo pripravljali analizo, smo imeli na voljo tudi učiteljski dostop do omenjene programske opreme.

Kognitivni tutor *Carnegie Learning*

Kognitivni tutor *Carnegie Learning* je danes najbolj uveljavljen in uspešen ITS za poučevanje matematike. Razvili so ga v podjetju *Carnegie Learning* na podlagi več kot 20 let trajajočih znanstvenih raziskav, ki še vedno potekajo prek testiranj učencev ameriških šol. Pri razvoju sodelujejo kognitivni psihologi, izkušeni učitelji matematike in številni znanstveniki, zlasti z Univerze Carnegie Mellon v ZDA (Ritter idr., 2007).

Kognitivni tutor *Carnegie Learning* (v nadaljevanju tudi: kognitivni tutor) je inteligentni tutorski sistem, ki ga je navdihnila kognitivna arhitektura ACT-R (Anderson, 1993). Temelji na pedagoških načelih, da je znanje zgrajeno iz komponent – veščin, učenje pa je najučinkovitejše, ko je učenec odgovoren za vsak svoj korak v procesu reševanja problema. Kognitivni model sledi, ali je učenec s svojimi odločitvami stopil zunaj poti do rešitve, ob tem pa mu ponuja takojšnjo povratno informacijo in pomoč (v obliki namigov) pri posameznih korakih reševanja. Na sliki 1 je prikazan grafični vmesnik pri reševanju ene od nalog na temo modeliranja linearne neenakosti.



Slika 1: Kognitivni tutor *Carnegie Learning*: prikaz zaslonske maske pri reševanju tipične naloge iz linearnih neenačb. Označeni so nekateri sestavni deli grafičnega vmesnika: besedilo naloge, določitev odvisnih in neodvisnih spremenljivk, podpora grafičnemu reševanju naloge, pomoč računalniškega tutorja, vmesnik za grafično reševanje naloge in prostor za interpretacijo rešitve.

Navedimo nekaj lastnosti oz. prednosti k tutorja *Carnegie Learning*:

- Trdna teoretična podlaga: uveljavljena kognitivna teorija ACT-R in več desetletij raziskav (Ritter, 2011).
- Veliko število uporabnikov (okrog 650.000 v osnovnih in srednjih šolah ter okrog 150.000 na fakultetah v ZDA) omogoča neprestano izboljševanje na podlagi zajemanja ogromnih količin realnih podatkov.
- Naloge, povezane s konkretnimi problemi iz vsakdanjega življenja, spodbujajo učence k obrazložitvi, iskanju bistva in uporabi tudi neformalnega znanja.
- Problemi so prikazani z več različnimi predstavitvami, s čimer pritegnejo učence različnih sposobnosti in učnih stilov.
- Učence tutor korak za korakom vodi do abstraktnega razmišljanja s pretvorbo problema na več manjših enot. Pri izbiri ustreznih korakov so učencem v pomoč namigi, ki jih program ponudi v določenih situacijah, na podlagi napačnega razumevanja in napak.
- Formativno preverjanje in ocenjevanje znanja lahko poteka v realnem času, kar je v pomoč tako učencu kot tudi učitelju. Stopnjo obvladovanja veščin vsakega posameznega učenca nazorno prikazuje »veščinometer« (ang. *skillometer*), ki posredno tudi zagotavlja, da učenec reši primerno število nalog.
- Pomoč ob pravem času: vsaka učenčeva akcija je uporabljena za gradnjo kognitivnega modela učenca. Na podlagi zgrajenega kognitivnega modela učenca program izbira ustrezne naloge in ponuja pomoč ter namige.

Na Univerzi Carnegie Mellon so še pred letom 2000 opravili več obsežnih raziskav v zvezi z učinkovitostjo kognitivnih tutorjev pri poučevanju matematike. Le-te so pokazale, da so se učenci, ki so se učili s kognitivnim tutorjem Algebra I, v povprečju izkazali za 85 % bolje pri reševanju in razmišljanju o kompleksnih matematičnih problemih ter za 14 % bolje na standardiziranih testih osnovnih matematičnih veščin od učencev, ki so se algebro učili v običajnem razredu. Učenci, ki so se učili s kognitivnim tutorjem Algebra I, so imeli v primerjavi z učenci, ki so se učili v običajnem razredu, 69 % več možnosti, da uspešno zaključijo tudi geometrijo in 71 % več možnosti, da uspešno zaključijo predmet algebra II. Učenci, ki so se učili s kognitivnimi tutorji Algebra I, Algebra II in Geometrija, so pokazali tudi za 30 % boljšo uspešnost na testih TIMSS v primerjavi z učenci, ki so se učili na tradicionalen način (Koedinger idr., 2000).

Novejša raziskava ameriške vladne organizacije *What Works Clearinghouse* (ZDA) je med drugim pokazala rezultate na šestih zaključnih testiranjih: na treh so učenci, ki so se učili s kognitivnim tutorjem *Carnegie Learning*, pokazali boljšo uspešnost (Carnegie Learning, 2013).

Izsledki študije *RAND assessment*, kjer so raziskovali rezultate učencev v dveh skupinah (prva od 6. do 8. razreda in druga od 9. do 12. razreda), pa kažejo, da se je pozitivni učinek izkazal le pri drugi skupini učencev, in sicer šele v drugem letu poučevanja s pomočjo tutorja. Da se učenci in učitelji navadijo na nov način dela oz. poučevanja, je torej potreben čas (Pane, 2013).

Implementacija kognitivnega tutorja v ZDA

Šole v ZDA se za uporabo kognitivnega tutorja odločajo iz različnih razlogov. Uporabljajo ga pri manj uspešnih učencih (kjer se je izkazal za dober pripomoček) z namenom vseživljenjskega učenja (prilagajanje vedno novim situacijam, dinamični naravi sveta) in izboljšanja uspehov na zaključnih testiranjih, nekatere šole pa ga uporabljajo za izvedbo sodelovalnega učenja.

Standardna uporaba *Cognitive Tutor Algebra I* (CTAI, del kognitivnega tutorja *Carnegie Learning)* predvideva učenje z učbenikom v učilnici in delom za računalnikom v razmerju 3 : 2. Učenci torej v petih dneh dela s CTAI tri dni uporabljajo priloženi učbenik, preostala dva dni pa programsko opremo. V nadaljevanju navajamo še dve drugi možnosti uporabe kognitivnega tutorja za poučevanje matematike, navedeni v McGuire in Ritter, 2006.

Prva možnost je v obliki tako imenovane poletne šole. Tipični program poletne šole obsega približno 45 učnih ur, razdeljenih prek treh tednov po tri ure na dan. Glede na to, da celotni program CTAI predvideva dokončanje predmeta v 50 urah, pomeni, da učenec lahko celotni program konča v enem delu v poletni šoli. Seveda obstaja možnost, da učenec več pozornosti posveti snovi, ki mu povzroča večje težave.

Druga možnost uporabe programa je tako imenovan *»pull-out«* program. V okviru tega kognitivni tutor uporabijo za učence, ki imajo velike težave z izdelovanjem predmeta matematika in brez posredovanja verjetno ne bi mogli izdelati predmeta. V tem primeru se lahko učenca umakne iz običajnega pouka in uvrsti v program dela s kognitivnim tutorjem, kjer bi opravil manjkajoče obveznosti in se pripravil na ponovno vključitev v redni pouk. Implementacija tutorskega sistema je zelo primerna za t. i. blokure.

Primerjava učnih načrtov

Z namenom analize možnosti vpeljave kognitivnega tutorja *Carnegie Learning* v slovenski šolski sistem smo se najprej lotili primerjave učnih načrtov. Vsebine pri matematiki so v večini šolskih sistemov enake. Razlikujejo pa se cilji, načini poučevanja in obravnavanje posameznih matematičnih pojmov pri določeni starosti učencev. Kognitivni tutor se navezuje na ameriški šolski sistem, zaradi česar prihaja do odstopanj učnih vsebin v primerjavi z našim učnim sistemom. Razdeljen je na dva glavna modula: *Mathia* in *Cognitive Tutor*. Vsak od njiju je namenjen različnim starostnim skupinam.

Pri ocenjevanju skladnosti tem iz učnega načrta s temami v kognitivnem tutorju smo za vsako podtemo iz učnega načrta ocenili ujemanje z eno izmed treh stopenj: popolno ujemanje, delno ujemanje in neujemanje. Popolno ujemanje smo ovrednotili z eno točko, delno ujemanje s pol točke in neujemanje z nič točkami. Skupno število točk pri posamezni temi ali sklopu smo nato delili s številom vseh podtem in ugotovili odstotek ujemanja za celoten sklop oz. temo. Primerjali smo vsebine kognitivnega tutorja s slovenskim učnim načrtom v 6., 7., 8. in 9. razredu osnovne šole ter v gimnazijah.

Ujemanje učnega načrta: osnovne šole

Pri primerjavi skladnosti matematičnih vsebin v kognitivnem tutorju z vsebinami, predvidenimi v učnem načrtu za matematiko za 6., 7. in 8. razred osnovne šole, smo uporabili dokument *Common Core Alignment For Grades 6–8*, ki je dostopen na spletni strani podjetja *Carnegie Learning*. V dokumentu so vsebine kognitivnega tutorja za te razrede razdeljene na tri dele, ki predstavljajo posamezne razrede: *Course 1*, *Course 2* in *Course 3*. Vsak izmed treh delov je razdeljen na sedem modulov. Vsebine treh omenjenih delov v kognitivnem tutorju skupaj tvorijo učni modul *Mathia*.

Pri vsebinah za šesti razred smo največje ujemanje ugotovili pri temi Aritmetika in algebra (67 %), najmanjše pa (podobno kot pri sedmem in osmem razredu) pri temi z naslovom Druge vsebine. Posamezni sklopi, pri katerih je bilo ujemanje največje, so Transformacije (100 %), Računske operacije in njihove lastnosti (70 %) in Racionalna števila (75 %). Skupaj so se vsebine za šesti razred ujemale 63-odstotno.

Pri vsebinah za sedmi razred je bilo ujemanje največje pri temi Geometrija in merjenje (82 %). Posamezni sklopi, pri katerih je bilo ujemanje največje, so Transformacije (100 %), Računske operacije in njihove lastnosti (100 %), Odstotni račun ter premo in obratno sorazmerje (100 %), Enačbe in neenačbe (100 %) in Merila za sredino in razpršenost (100 %). Skupaj so se vsebine za sedmi razred ujemale 73-odstotno.

Pri vsebinah za osmi razred je bilo ujemanje največje pri temi Aritmetika in algebra (80 %). Posamezni sklopi, pri katerih je bilo ujemanje največje, so Računske operacije in njihove lastnosti (100 %), Potence (100 %) in Merila za sredino in razpršenost (100 %). Skupaj so se vsebine za osmi razred ujemale 68-odstotno.

V vseh treh razredih skupaj je ujemanje največje pri temi Aritmetika in algebra (75 %), najmanjše pa pri temi Druge vsebine (38 %). Pri temi Geometrija in merjenje je ujemanje 63-odstotno. Povzetek rezultatov analize primerjave za 6., 7. in 8. razred osnovne šole je prikazan v tabeli 1.

TEMA \ RAZRED	**6.**	**7.**	**8.**	Skupaj
Geometrija in merjenje	46 %	82 %	57 %	63 %
Aritmetika in algebra	67 %	79 %	80 %	75 %
Druge vsebine	28 %	50 %	36 %	38 %
Skupaj	**51 %**	**73 %**	**68 %**	

Tabela 1: Povzetek primerjave skladnosti vsebin kognitivnega tutorja *Carnegie Learning* **(učni modul *Mathia*) z učnim načrtom za matematiko za 6., 7. in 8. razred osnovne šole**

Pri vsebinah za 9. razred smo ugotovili, da se le-te skoraj popolnoma ujemajo z učnim modulom *Cognitive Tutor*.

Ujemanje učnega načrta: gimnazije

Primerjava učnega načrta v gimnaziji s kognitivnim tutorjem je bila precej zahtevnejša, saj je učni načrt, po katerem je narejen kognitivni tutor, zasnovan precej drugače kot slovenski. Slovenski gimnazijski učni načrt vsebuje 17 učnih tem, ki niso časovno razporejene po letnikih. Učne vsebine so kategorizirane kot splošna znanja, posebna znanja in izbirne vsebine. Osredotočili smo se le na splošna znanja, ki so opredeljena kot znanja, potrebna za splošno izobrazbo, in so namenjena vsem dijakom, zato jih mora učitelj obvezno obravnavati.

Kognitivni tutor smo primerjali s slovenskim gimnazijskim učnim načrtom s pomočjo učbenikov, ki spadajo h kognitivnemu tutorju: *Algebra I*, *Algebra II*, *Integrated Math I*, *Integrated Math II*, *Integrated Math III* in *Geometry*. Že sam razpored spoznavanja matematičnih pojmov je zasnovan popolnoma drugače kot v Sloveniji. Pri kognitivnem tutorju se na primer funkcija obravnava bolj celostno kot pri nas. Kognitivni tutor npr. obravnava linearno, logaritemsko in eksponentno funkcijo skupaj v poglavju funkcije in tako učenci v vsakem letniku spoznajo nekaj lastnosti vsake izmed funkcij, medtem ko je pri nas drugače. Učni načrt ni pisan po letnikih, tako je šoli oz. učitelju omogočena svoboda pri razvrščanju vsebin.

Zaradi teh neskladnosti smo podrobnejšo primerjavo izvedli le za učne vsebine, ki našim dijakom povzročajo največ težav. Informacije o tem smo dobili iz spletne ankete in so predstavljeni v nadaljevanju.

Anketa o težavnosti učnih sklopov za učence

Ker se je kognitivni tutor *Carnegie Learning* v ZDA izkazal za zelo uspešnega pri zahtevnejših vsebinah, smo izvedli spletno anketo, da bi izvedeli katere vsebine učencem in dijakom v Sloveniji povzročajo največ težav. Spletno anketo je rešilo 11 osnovnošolskih in 17 gimnazijskih učiteljev. V anketi so osnovnošolski učitelji ocenili zahtevnost učnih tem pri matematiki s celim številom od 1 do 3 (pri čemer je bil njihov pomen naslednji: 1 – lahko, 2 – srednje, 3 – težko). Učitelji so pred začetkom reševanja označili, ali poučujejo v gimnaziji ali v osnovni šoli ter v katerih razredih.
Za šesti razred je anketo rešilo 7 učiteljev. Teme, katerih težavnost so v povprečju ocenili z najvišjimi ocenami, so Merjenje (3), Enačbe in neenačbe (2,4), Povezanost količin (2,4) in Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami (2,6).

Za sedmi razred je anketo rešilo 6 učiteljev. Teme, katerih težavnost so v povprečju ocenili z najvišjimi ocenami, so Odstotni (procentni) račun ter premo in obratno sorazmerje (2,7), Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami (2,3), Izrazi (2,2) in Linearne enačbe in neenačbe (2,2).

Za osmi razred je anketo rešilo 10 učiteljev. Teme, katerih težavnost so v povprečju ocenili z najvišjimi ocenami, so Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami (2,6), Odstotni (procentni) račun ter premo in obratno sorazmerje (2,3), Realna števila (2,1) in Izrazi (2,1).

Za deveti razred je anketo rešilo 7 učiteljev. Teme, katerih težavnost so v povprečju ocenili z najvišjimi ocenami, so: Geometrijski pojmi (2,6), Izrazi (2,6), Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami (2,4), Funkcija (2,3).

Anketo za gimnazije je rešilo 17 učiteljev. Učne vsebine, ki so jih v povprečju ocenili za najzahtevnejše, so: Kotne funkcije (2,9), Vektorji v ravnini in prostoru (2,85), Logaritemska funkcija (2,65), Verjetnostni račun (2,65), Kombinatorika (2,55) ter Diferencialni račun (2,45).

Pri primerjavi teh vsebin s tutorskim sistemom smo ugotovili, da vsebine Vektorji v ravnini in prostoru, ki se je pri nas izkazala za izjemno zahtevno, kognitivni tutor ne vsebuje. Enako velja za logaritemsko funkcijo in diferencialni račun. Kotne funkcije so se le delno ujemale z našim učnim načrtom. Na prvi pogled bi lahko rekli, da so precej enostavnejše, saj ne vsebujejo krožnih funkcij, zanje je predvideno tudi manjše število ur. Skoraj popolno ujemanje pa smo opazili pri kombinatoriki in verjetnostnem računu.

Glede na rezultate ankete in primerjave učnih načrtov bi ena od možnih uporab kognitivnega tutorja bila lahko še posebej smotrna pri temah in vsebinah, ki so jih učitelji izpostavili kot zahtevne, obenem pa smo ugotovili, da je pri njih visoka stopnja ujemanja med tutorjem in učnim načrtom. Najbolj tem kriterijem ustrezata temi Odstotni račun ter premo in obratno sorazmerje (7. razred, ujemanje 100 %, težavnost 2,7) in Enačbe in neenačbe (7. razred, ujemanje 100 %, težavnost 2,2), potencialno zelo ustrezni pa sta tudi temi Racionalna števila in Izrazi. Glede na omenjene rezultate pa je še najmanj možnosti uporabe kognitivnega tutorja (kljub zahtevnosti) pri temah, kjer se učenci učijo uporabljati matematiko v življenjskih situacijah.

Omenjeni rezultati so zanimivi še zlasti v luči možnega pilotnega eksperimenta, kjer bi lahko prevedli le del vsebin kognitivnega tutorja in s tem stroškovno smotrno dobili prve povratne informacije iz slovenskih šol.

Pri primerjanju dveh tako različnih šolskih sistemov smo ugotovili, da bi za celovito primerjavo potrebovali ogromno časa, saj bi morali podrobno pregledati vse naloge, ki jih zajema kognitivni tutor, in jih primerjati z nalogami v naših učbenikih. Naj omenimo tudi odzive in komentarje učiteljev na spletno anketo. Skoraj vsi so omenili, da je ocenjevanje težavnosti učnih tem z oceno od 1 do 3 zahtevno, saj posamezne vsebine vsebujejo bolj in manj zahtevne snovi. Znotraj vsakega poglavja so tako osnovne kot kompleksne naloge, prav tako pa je stopnja težavnosti odvisna tudi od posameznika.

Stroškovni vidik

Stroške, ki bi nastali v zvezi z vpeljevanjem inteligentnega tutorskega sistema *Carnegie Learning* (kognitivnega tutorja), smo opredelili s pomočjo analize stroškov vpeljave istega tutorskega sistema v 150 srednjih in visokih šol v ZDA (Daugherty, 2012).

Nekateri stroški, ki jih navajamo v besedilu, niso lahko posplošljivi na naš šolski sistem, saj obstajajo razlike v ureditvi šolskega sistema pri nas in v ZDA. Tako imajo v ZDA okrožja šol, v katerih je več šol in zato tudi večje število učencev, kar pomeni prihranke pri količinskem nakupu (računalnikov, licenc). V našem šolskem sistemu bi stroške znatno zmanjšali tako, da bi se šole, ki bi se odločile za vpeljevanje tutorskega sistema, združile in si tako tudi delile stroške za implementacijo kognitivnega tutorja ter izobraževanje učiteljev. V nadaljevanju se bomo osredotočili zgolj na popis stroškov in na možnosti za njihovo racionalizacijo, ne pa tudi na konkretne vrednosti.

Stroške pri uvajanju inteligentnega tutorskega sistema bomo razdelili v tri skupine: 1) stroški v povezavi s sistemom, 2) stroški usposabljanj učiteljev in 3) stroški v povezavi s tehnologijo. Vsaka od teh skupin stroškov je opisana v nadaljevanju.

Prvi omenjeni stroški so stroški v povezavi s sistemom. V to skupino štejemo stroške programske opreme, vzdrževanja in podpore, nakup delovnega zvezka za učence, stroške prevajanja tutorskega sistema in delovnega zvezka ter zakup licenc. Stroške v tej skupini se lahko racionalizira s skupinskimi naročili (omenjeno združevanje več šol) in pa z zakupom licenc za več let vnaprej.

Največji strošek v prvi skupini stroškov bi predstavljalo prevajanje. Pri tem je treba naloge tudi ustrezno kulturno preoblikovati (denarne enote, merske enote, športi). Stroške bi pri tem lahko omejili tako, da bi prevedli le en del oz. le izbrane vsebinske sklope, kar bi močno zmanjšalo stroške prevajanja tako ITS kot tudi delovnega zvezka. Pri tem moramo vedeti, da doseganje prihrankov ni smotrno, če je s tem ogrožena kakovost programa, da le-ta ni več sprejemljiv ali ne zadovoljuje učnih potreb učencev.

Stroški usposabljanj učiteljev se lahko zelo razlikujejo, saj šole same izberejo, koliko usposabljanja bo imel učitelj matematike za delo s kognitivnim tutorjem v razredu. Po priporočilu *Carnegie Learning* je potrebno 11-dnevno usposabljanje, ki vključuje 3-dnevni začetni tečaj, 4-dnevno opazovanje in mentorstvo strokovnjaka v razredu ter 4-dnevno skupno načrtovanje in izvajanje pouka s strokovnjakom. Za uspešno implementacijo ITS se morajo šole odločiti za vsaj 3-dnevno začetno usposabljanje. Stroške bi se pri tem dalo znatno zmanjšati, če bi v Sloveniji za namen usposabljanja usposobili domače inštruktorje, in s povečanim številom udeležencev na delavnicah.

Učenci pri delu s kognitivnim tutorjem potrebujejo pri pouku matematike računalnike, kar pomeni, da bi nekatere šole morale dokupiti nekaj dodatne računalniške opreme. Običajno je v vsaki šoli ena učilnica opremljena z računalniki, vendar bi to bilo verjetno premalo. Pri nakupu računalnikov moramo upoštevati, da jih bodo lahko uporabljali vsi učenci šole ter da se stroški nakupa razdelijo na več let (vsaj 5) uporabe.

Z vpeljevanjem inteligentnih tutorskih sistemov v šolski sistem se torej različnim oblikam stroškov ne moremo izogniti. Zavedati pa se moramo, da se z različnimi oblikami stroškov srečamo tudi pri običajnem pouku matematike. Da je pouk matematike kakovosten, učitelje spodbujajo k uporabi novih učnih metod in pristopov. Učitelji imajo v šolskem letu na voljo različne programe nadaljnjega izobraževanja in usposabljanja, ki so spet povezani s stroški, saj je treba za vsak seminar prispevati kotizacijo (v povprečju 30 evrov na učitelja). Nekateri učitelji se pri običajnem pouku že zdaj vedno bolj odločajo tudi za poučevanje in učenje z računalnikom. Z različnimi oblikami stroškov se torej srečujemo pri vseh oblikah pouka. Zavedati se moramo, da so stroški ob samem začetku vpeljevanja novosti večji v primerjavi z naslednjimi leti, saj kasneje sisteme le posodabljamo in vzdržujemo. Če vpeljana novost pokaže pomembne pozitivne rezultate pri vseh ali vsaj enem delu učencev, pa so dodatni stroški, povezani z implementacijo ob samem koncu, upravičeni.

Možni načini vpeljave kognitivnega tutorja *Carnegie Learning*

Kljub interaktivnosti, ki jo sistem ponuja, menimo, da ne more popolnoma nadomestiti vloge učitelja pri razlagi snovi – kar je v skladu z uveljavljenim načinom uporabe v ZDA. Tutorski sistem ima zaradi hitre odzivnosti, prilagajanja, uporabnih povratnih informacij in dinamičnosti velik potencial kot aktivnost za dodatno zaposlitev učencev tako v šoli kot tudi doma. Učenci imajo možnost prehajanja med različnimi vsebinskimi sklopi, kar omogoča lažje razumevanje teorije v praksi in postopno gradnjo znanja. Zlasti prejemanje takojšnjih povratnih informacij pa je zagotovo prednost v primerjavi z reševanjem nalog iz učbenika ali delovnega zvezka. S takim načinom dela največ pridobijo predvsem učno šibkejši, saj program učenca vodi skozi snov korak za korakom. Kognitivni tutor vsebuje tudi številne igre, namenjene utrjevanju znanja.

Za mnenje smo vprašali dva strokovnjaka na področju didaktike matematike. Poudarila sta, da je sistem zelo domišljen in tehnično odlično izdelan, s poudarki v smiselni barvi in primerno omejen s količino podatkov. Ugotovila sta, da program včasih deluje omejujoče, kar je sicer splošna lastnost kognitivnih tutorjev. Uporabnost sistema vidita še zlasti pri nekaterih temah in za učence, ki ne potrebujejo obilo konkretizacije. Pri tem naj poudarimo, da sta omenjena strokovnjaka imela dostop le do majhnega dela sistema. Njune ugotovitve se kljub temu skladajo z našimi, da so nekatere teme bolj dovzetne za vključitev v slovenski šolski sistem – še zlasti tiste, ki jih učitelji smatrajo za težavne in pri katerih je visoko ujemanje učnih načrtov – tako s stroškovnega vidika kot tudi z vidika preizkusa potencialne uspešnosti vpeljave kognitivnega tutorja *Carnegie Learning*.

Socialni pedagog je poudaril, da so skupine otrok s posebnimi potrebami zelo raznolike, zato ne moremo narediti posplošitve za celotno področje. Sistem je primeren za tiste učence s posebnimi potrebami, ki razpolagajo z zadovoljivim kognitivnim razumevanjem in imajo izkušnje pri delu z računalnikom. Največ težav bodo imeli učenci s senzornimi ovirami (slabši vid), z znižano koncentracijo/pozornostjo, učenci s slabšo prostorsko predstavljivostjo in učenci s čustvenimi in vedenjskimi motnjami (zaradi vztrajnosti in motivacije). Prednosti vidi v reševanju po korakih, jasni razlagi, slovarčku, vsak učenec dela v svojem tempu, ravno tako pa učenca ne izpostavimo pred razredom, ko nečesa ne razume.

Zaključek

V članku smo analizirali možnosti za vpeljavo inteligentnega tutorskega sistema pri pouku matematike v slovenskih osnovnih šolah in gimnazijah. Za študijo primera smo izbrali najbolj uveljavljen inteligentni tutorski sistem na svetu: kognitivni tutor *Carnegie Learning*, ki ga v ZDA pri pouku matematike v osnovnih in srednjih šolah uporablja že več kot 650.000 učencev in dijakov. V času izdelave analize smo imeli na voljo tudi učiteljski dostop do omenjene programske opreme.

V analizi smo se osredotočili še zlasti na primerjavo učnih načrtov, kjer smo ocenjevali skladnost tem iz učnega načrta s temami v kognitivnem tutorju. Izvedli smo anketo, v katero smo zajeli 11 učiteljev osnovnih šol in 17 učiteljev gimnazij, katere namen je bil oceniti težavnost posameznih tem in vsebinskih sklopov. Izpostavili smo nekatere teme, kjer je ujemanje učnih načrtov visoko, hkrati pa med učitelji veljajo za težavne.

Izpostavljene teme bi lahko bile zanimive za izvedbo pilotnega eksperimenta, saj je analiza potencialnih stroškov pokazala, da je zaradi velikih stroškov prevodov smotrno razmišljati o le delni vpeljavi kognitivnega tutorja pri pouku matematike v Sloveniji. Ni namreč veliko dvomov o tem, da ne bi ta uveljavljeni inteligentni tutorski sistem, ki ima veliko podporo v več kot 20 letih znanstvenih raziskav in močni razvojni ekipi *Carnegie Learning*, s svojo interaktivnostjo in povratnimi informacijami za učence predstavljal vsaj dragocen učni pripomoček pri pouku matematike.

Viri

1. Anderson, J. R. (1993): Rules of the Mind. Psychology Press.
2. Bloom, B. (1984). The 2 Sigma Problem: The Search for Methods of Group Instruction as Effective as One-to-One Tutoring. Educational Researcher 13 (6): 4–16.
3. Carnegie Learning (2013): Intervention Report: Carnegie Learning Algebra I Curriculum. http://carnegielearning.com/success-stories/36/ (20. 5. 2014).
4. Daugherty, L., Philips, A., Pane, J., Karam, R. (2012): Analysis of Costs in an Algebra I Curriculum Effectiveness Study. http://www.rand.org/content/dam/rand/pubs/technical_reports/2012/RAND_TR1171-1.pdf (20. 5. 2014).
5. Koedinger, K., Corbett, A. (2006): Cognitive tutors: Technology bringing learning science to the classroom. The Cambridge handbook of the learning sciences 13: 61–77.
6. Koedinger, K., Corbett, A., Ritter, S., Shapiro, L. (2000): Carnegie Learning's Cognitive Tutor™: Summary Research Results. http://www.carnegielearning.com/web_docs/CMU_research_results.pdf (20. 5. 2014).
7. McGuire, C., Ritter, S., (2006): Guide to Mathematics Intervention: A Roadmap for Student Success. http://www.carnegielearning.com/web_docs/guide_to_intervention.pdf (20. 5. 2014).
8. Pane, J. F., Griffin, B. A., McCaffrey, D. F., Karam, R., Daugherty, L., Phillips, A. (2013): Does an Algebra Course with Tutoring Software Improve Student Learning? http://www.rand.org/content/dam/rand/pubs/research_briefs/RB9700/RB9746/RAND_RB9746.pdf.
9. Ritter, S. (2011): The Research Behind Carnegie Learning Math Series. http://www.carnegielearning.com/whitepapers/11/ (20. 5. 2014).
10. Ritter, S., Anderson, J., Koedinger, K., Corbett, A. (2007): Cognitive Tutor: Applied research in mathematics education. Psychonomic bulletin & review 14(2): 249–255.
11. Učni načrt za gimnazije: matematika (2008). http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2008/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_matematika_gimn.pdf.
12. Učni načrt za osnovne šole: Matematika (2011). http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf.
13. Woolf, P. (2008): Building Intelligent Interactive Tutors: Student-centered strategies for revolutionizing e-learning. Morgan Kaufman.

NAPROTI KAKOVOSTNEJŠIM MATEMATIČNIM I-GRADIVOM ZA DELO NA I-TABLI

Towards more quality i-materials for Mathematics used on interactive whiteboards

Amela Sambolić Beganović

amela.sambolic-beganovic@zrss.si

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Povzetek

BECTA (British Educational Communications and Technology Agency) je v vodniku za osnovne šole leta 2004 zapisala, da smiselna uporaba interaktivne table med drugim obeta tudi kakovostnejšo podporo poučevanju in učenju. Prav zaradi tovrstnih ugotovitev ter drugih priporočil in raziskav je Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport je v letih od 2008 do 2011 opremilo okrog 750 osnovnih in srednjih šol z interaktivnimi tablami. Učitelji matematike, ki imajo interaktivno tablo v razredu in jo tudi uporabljajo, za pouk praviloma ustvarjajo lastna avtorska t. i. interaktivna gradiva. Na kakovost interaktivnih gradiv pomembno vplivajo številni dejavniki. Ne poznamo raziskave, ki bi v Sloveniji preučila značilnosti učiteljskih interaktivnih gradiv, zato v pričujočem prispevku poglobljeno raziskujemo vključenost dveh dejavnikov, ki sta za pouk matematike ključna. Zanima nas, kako in v kolikšni meri učitelji matematike pri ustvarjanju dejavnosti v interaktivnih gradivih težijo k pripravi takšnih, ki podpirajo različne ravni znanja in vključujejo raznovrstne reprezentacije matematičnih pojmov. Rezultati, ki smo jih pridobili z analizo 588 posameznih listov interaktivnih gradiv (t. i. interaktivnih prosojnic) za 6. razred za temo Aritmetika in Algebra ter za 9. razred za temo Geometrija, ponujajo jasnejšo sliko o zastopanosti preučevanih dveh dejavnikov v interaktivnih gradivih ter o možnih vplivih na poučevalno prakso. V prispevku s primeri interaktivnih prosojnic, ki so jih izdelali učitelji, ilustriramo različne idejne rešitve učiteljev pri ustvarjanju interaktivnih gradiv. Prispevek sklenemo z napotki za ustvarjanje interaktivnih gradiv in s smernicami za nadaljnje raziskovanje.

Ključne besede: matematika, i-tabla, i-gradiva, ravni znanja, reprezentacije matematičnih pojmov

Abstract

According to to BECTA (British Educational Communications and Technology Agency) guide for Primary schools, published in 2004, sensible use of interactive whiteboards promises better quality support for learning and teaching. Because of this and similar recommendations, as well as various research findings, the Ministry of Education, Science and Sport equipped 750 Slovenian primary and secondary schools with interactive whiteboards in the years 2008 to 2011. Most teachers of Mathematics who use an interactive whiteboard in the classroom create their own interactive materials. The quality of interactive materials is affected by many factors. In Slovenia the characteristics of interactive teaching materials have not been researched yet. Because of that, two factors crucial for teaching Mathematics are carefully examined and discussedin this article. We are interested in what kind of activities and interactive materials are designed by Math teachers in order to support development of different levels of knowledge and how they provide for multiple representations of mathematical concepts. 588 samples of interactive materials (interactive flipcharts), dealing with Arithmetic and Algebra (designed to be used in 6th grade) and Geometry (designed to be used in 9th grade), have been analysed. The results explain how the two factors studied are included in the interactive materials and how they affect teaching. The article includes examples of interactive flipcharts created by teachers, which illustrate their different conceptual solutions. In conclusion, the article provides guidelines for creation of interactive materials and suggestions for further research.

Keywords: mathematics, interactive whiteboard, interactive materials, taxonomy, multiple representations of mathematical concepts

Uvod

Raziskovalci o interaktivni tabli[13] (v nadaljevanju i-table) že vrsto let poročajo kot o pripomočku, ki:

- vpliva na dvig motivacije učečih se za učenje (Higgins, Beauchamp, Miller, 2007),
- izboljšuje interakcijo med učiteljem, učečimi se in učnim gradivom, ki ga uporabljamo na i-tabli (Somekh idr., 2007),
- učiteljem omogoča, da z uporabo različnih multimedijskih elementov (slike, zvok, video, animacije) naslovijo tudi tiste učeče se, ki jim besedilo kot edini vir komunikacije ni dovolj (Higgins, Falzon, Hall, Moseley, Smith F., Smith H., Wall, 2005),
- prispeva k dvigu kakovosti poučevalnega procesa (Türel in Johnson, 2012).

V prispevkih o i-tablah, ki so bili predstavljeni na domačih konferencah (SirIKT, VIVID, InfoKomTeh, KUPM), slovenski učitelji v večini ugotavljajo, da je i-tabla pripomoček, ki omogoča učitelju prihranek časa pri pouku tudi, če uporablja le osnovne ukaze tega pripomočka (na primer: piši-briši, kopiraj-prilepi). Sambolić Beganović in Križman (2011: 566) ugotavljata, da shranjevanje tabelnih slik, ki nastanejo pri pouku, omogoča lažje in enostavnejše arhiviranje, reflektiranje in evalviranje opravljenega učiteljevega dela. Tako shranjene tabelne slike so pravzaprav učno gradivo, ki ga učitelj lahko – s posodobitvijo (dopolnitvijo) ali brez nje – uporabi pri naslednjih urah npr. v fazi ponavljanja in utrjevanja, kar je še posebej pomembno za učno šibkejše dijake in dijake s posebnimi potrebami (Sambolić Beganović, Križman: prav tam).

Učitelji, ki delajo z i-tablo, praviloma pri pouku uporabljajo učna gradiva, ki so prilagojena za delo na i-tabli. Pomagajo si z lastnimi kot tudi z interaktivnimi gradivi (v nadaljevanju i-gradiva) drugih avtorjev. Že pripravljena i-gradiva so dostopna na spletnih straneh proizvajalcev i-tabel, na primer http://www.prometheanplanet.com/en/resources/. Ta so praviloma v tujih jezikih in jih

[13] Pod i-tablo razumemo vsako na dotik (s prstom ali pisalom) občutljivo tabelsko površino, ki je povezana z računalnikom in s projektorjem. Sem sodijo table, ki so že v osnovi interaktivne, pa tudi navadne table, ki se z interaktivnimi bralniki ali projektorji spremenijo v i-table. Običajno je i-tabla nameščena na steni, lahko pa je tudi na stojalu. Projektor projicira sliko s priključenega računalnika na interaktivno površino table. Prek interaktivnega zaslona i-table s pripadajočimi pisali ali s prsti lahko uporabljamo tudi računalnik (Sambolić Beganović, 2014).

je pred uporabo v razredu treba prirediti. Na voljo so tudi i-gradiva za različna predmetna področja v slovenščini, ki so nastala kot rezultat seminarja z naslovom Interaktiven in dinamičen pouk z i-tablo. Osrednji namen tega seminarja, ki je nastal v okviru projekta E-kompetentni učitelj,[14] je bil usposobiti učitelje za izdelavo, oblikovanje in posodabljanje učnih gradiv z dejavnostmi, ki zagotavljajo ustrezno podporo pri poučevanju in učenju z i-tablo. Smernice za izdelavo i-gradiv, ki so jih izvajalci seminarja posredovali udeležencem, so vsebovale nabor tehničnih, vsebinskih in didaktičnih zahtev.

V okviru seminarja so učitelji izdelali primere i-gradiva, ga preizkusili pri pouku in ga oddali v spletno učilnico seminarja.[15] Tam še danes lahko dostopamo do več kot 1100 i-gradiv za različne splošne in strokovne predmete, različne nivoje izobraževanja, tudi za različne tipe i-tabel (SmartBoard, Promethean, Hitachi, InterWrite, Mimio). Med temi i-gradivi so tudi i-gradiva za pouk matematike.

Na kakovost i-gradiv vplivajo številni dejavniki. Kakovost i-gradiv lahko presojamo z didaktičnega, strokovnega, tehničnega in organizacijskega vidika (Kreuh, Kač, Mohorčič, 2011: 10). V nadaljevanju podajamo nekaj bistvenih teoretskih in izkustvenih izhodišč, ki so lahko v pomoč učiteljem matematike pri izdelavi i-gradiv za delo na i-tabli.

Kakšna matematična i-gradiva za delo na i-tabli želimo?

Cotičeva in Žakljeva sta že pred desetimi leti opozorili na premik na področju matematičnega izobraževanja od usvajanja konkretnih vsebin in proceduralnih znanj k učenju strategij za reševanje problemov (Cotič in Žakelj, 2004: 186) Vzroke za tovrstne premike zasledimo tudi v zahtevah današnje družbe, ki od učiteljev pričakuje, da pri učečih se spodbujajo razvoj t. i. veščin 21. stoletja (Ananiadou in Claro, 2009). Reševanje problemov, sodelovanje, komunikacija so veščine, ki jih poudarja sodobno poučevanje matematike, ki temelji na usklajenosti med razumevanjem matematičnih pojmov, pridobivanju proceduralnih in razvijanju problemskih znanj (Cotič in Žakelj, 2004: prav tam).

Sodobni pristopi poučevanja matematike prav tako poudarjajo vključevanje raznovrstnih reprezentacij matematičnih idej v proces poučevanja. V literaturi zasledimo delitev reprezentacij na notranje (miselne predstave) in zunanje (okolje), pri čemer so oboje ključne pri komunikaciji v matematiki (Hodnik Čadež, 2007: 190). V pričujočem prispevku pozornost namenjamo zunanjim reprezentacijam: enaktivnim (konkretnim), ikoničnim (grafičnim) in simbolnim (z matematičnimi simboli) reprezentacijam (Hodnik Čadež, 2007: prav tam). Raziskave potrjujejo, da so učenci sposobni globljega in bolj fleksibilnega razumevanja matematičnih pojmov, če so jim ti bili predstavljeni prek različnih matematičnih reprezentacij (Hiebert in Carpenter, 1992; Kaput, 1989; Skemp, 1987; Porzio, 1994). Uporaba raznolikih reprezentacij matematičnih pojmov zadovolji potrebe učečih se z različnimi učnimi stili (Mallet, 2007). Hodnik Čadeževa (2007) pa opozarja, da za uspešno učenje matematičnih pojmov ni dovolj, če učečim se omogočimo zgolj manipulacijo s konkretnim in

[14] V Projektu E-šolstvo (http://projekt.sio.si/e-solstvo/), ki se je izvajal od 2008 do 2013, sta bila združena dva projekta: projekt E-kompetentni učitelj in projekt E-podpora. Cilj projekta E-kompetentni učitelj je bil razvoj in izvedba programov usposabljanja učiteljev in drugih strokovnih delavcev za uporabo IKT.

[15] Spletna učilnica je na naslovu http://skupnost.sio.si/course/view.php?id=228.

grafičnim gradivom. Meni, da je naloga učitelja osmisliti proces manipuliranja, pri čemer naj bi učenec vzpostavil relacije med različnimi reprezentacijami.

Kakovostno i-gradivo naj postavi učečega se v središče učnega procesa (Kreuh, Kač, Mohorčič, 2011). Učitelji, ustvarjalci i-gradiv za delo na i-tabli, naj zato načrtujejo dejavnosti na i-prosojnicah, ki podpirajo izgrajevanje znanja pri učečih se ter spodbujajo aktivno učenje. Ena izmed ključnih zahtev pri načrtovanju dejavnosti, ne le pri i-gradivih za matematiko, ampak tudi nasploh, je, da so v i-gradivu utrezno zastopane vse taksonomske ravni znanja. To pomeni, da je v i-gradivu prisotno ustrezno razmerje dejavnosti, pri katerih učenci pomnijo, razumejo in uporabljajo pridobljeno znanje in veščine v skladu z cilji pouka. Prav tako je treba v i-gradivu za matematiko za delo na i-tabli osmišljeno vključevati reprezentacije matematičnih pojmov v dejavnostih na i-prosojnicah. Te naj spodbujajo osmišljeno manipulacijo z virtualnimi objekti. Razumevanje matematičnih pojmov prepoznamo pri učencih, ki so zmožni prehajati med različnimi reprezentacijami.

Ni dovolj, da se učitelji matematike, ki ustvarjajo i-gradivo za delo na i-tabli, zgolj zavedajo pomena vključenosti in razvoja različnih ravni znanja ter raznovrstnih reprezentacij matematičnih pojmov. Pomembno je, da jih tudi smiselno načrtujejo in vključujejo v dejavnosti na i-prosojnicah.

Ravni znanja in reprezentacije matematičnih pojmov na i-prosojnicah

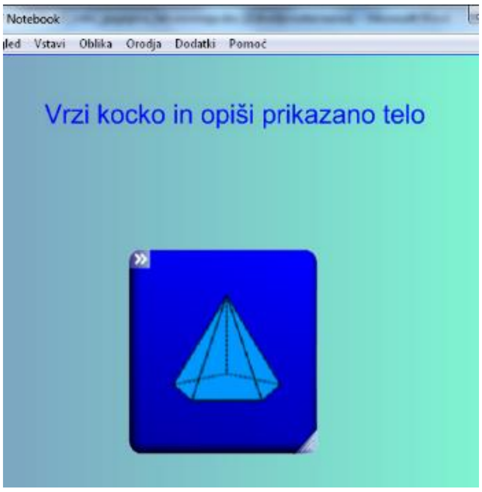
V nadaljevanju bomo analizirali i-gradiva učiteljev matematike z vidika dveh specialnodidaktičnih dejavnikov, in sicer ravni znanja in reprezentacij matematičnih pojmov. Ta dejavnika bomo natančneje predstavili z zgledi i-prosojnic, ki so nastale v okviru seminarja.

Ravni znanja

Pri analizi ravni znanja obravnavanih dejavnosti in nalog bomo izhajali iz taksonomije po Gagneju: 1) osnovno in konceptualno znanje, 2) proceduralno znanje in 3) problemsko znanje (Cotič in Žakelj, 2004).

1. Osnovno znanje

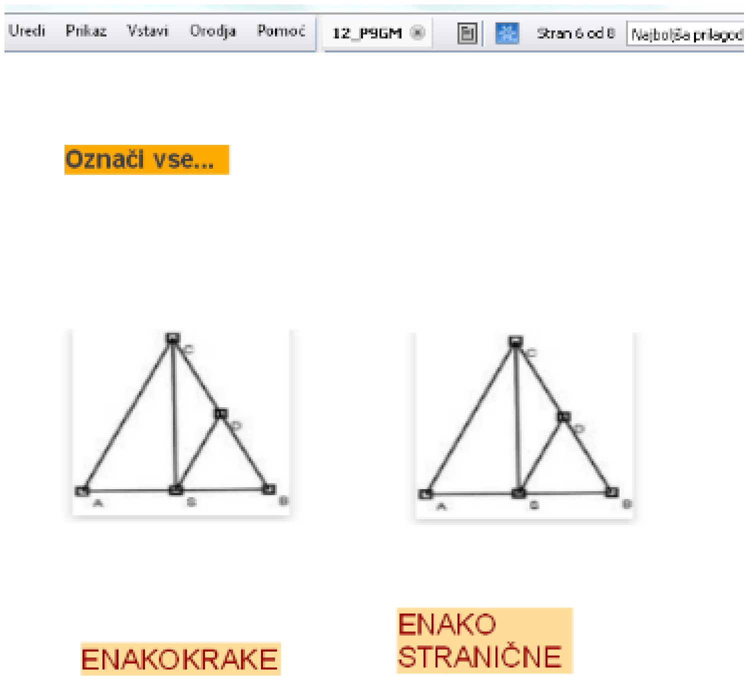
Na sliki 1 je primer i-prosojnice z dejavnostjo, ki spodbuja razvoj osnovnih znanj. Gre za poznavanje specifičnih dejstev v zvezi z osnovnimi lastnostmi geometrijskih teles.



Slika 1: Primer i-prosojnice iz i-gradiva za 9. razred na temo Geometrija in merjenje

2. Konceptualno znanje

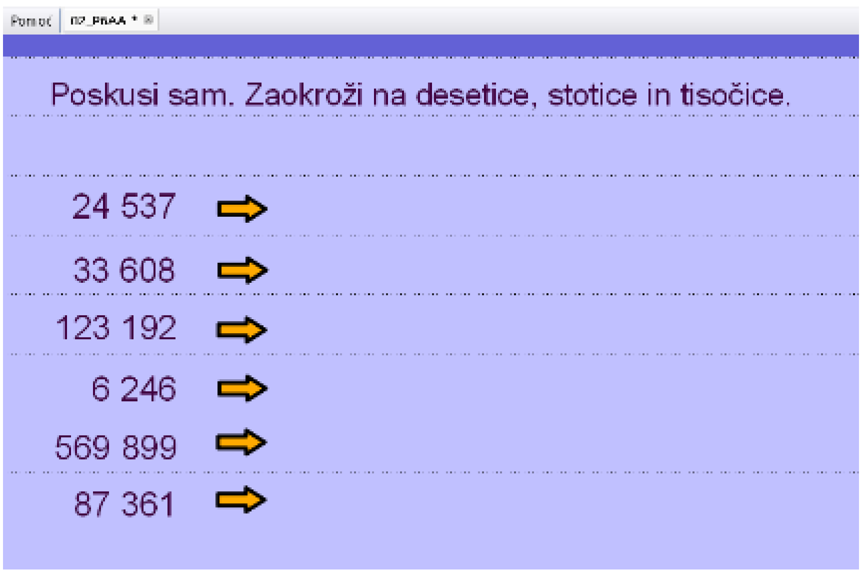
Konceptualno znanje obsega oblikovanje pojmov in dejstev, strukturiranje le-teh in poznavanje relevantnih dejstev pri čemer je poudarek na razumevanju (Cotič in Žakelj, 2004:186). Na sliki 2 je primer i-prosojnice z dejavnostjo za razvoj konceptualnega znanja. Dejavnosti na i-prosojnici predvidevajo prepoznavanje in označevanje enakokrakih in enakostraničnih trikotnikov na slikah.



Slika 2: Primer i-prosojnice iz i-gradiva za 9. razred na temo Geometrija in merjenje

3. Proceduralno znanje

Proceduralno znanje je tisto znanje, pri katerem učenci razvijajo zmožnost poznavanja in izvedbe postopkov ter učinkovito obvladovanje algoritmov in procedur. Velja poudariti, da je pri proceduralnem znanju ključna uporaba in ne priklic raznih pravil, zakonov, postopkov (Magajna, 2004). Na sliki 3 je primer i-prosojnice z nalogo, ki vsebuje elemente proceduralnega znanja.



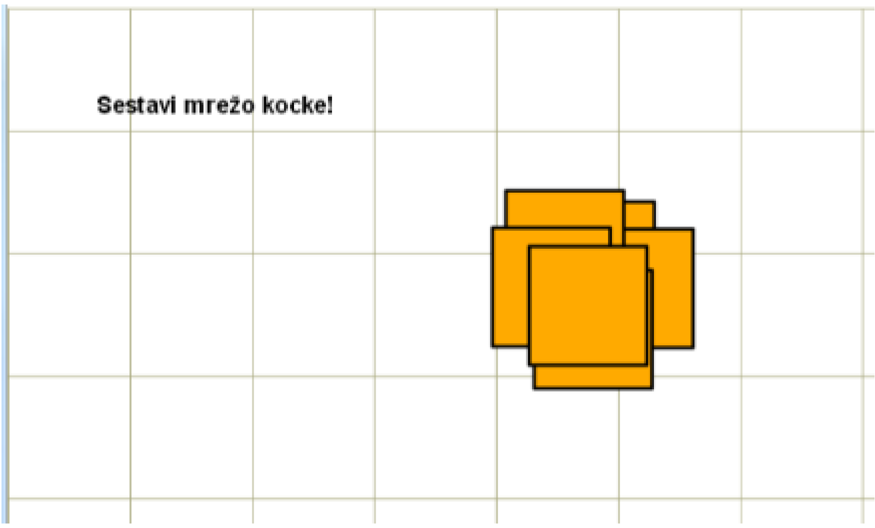
Slika 3: Primer i-prosojnice iz i-gradiva za 6. razred na temo Aritmenika in algebra

4. Problemsko znanje
O problemskem znanju govorimo takrat, ko učenec ob dani problemski situaciji ne pozna poti reševanja, pri reševanju je na neki način je prisiljen biti izviren in iznajdljiv, uporabiti mora svojo lastno presojo in sposobnosti ter usvojeno konceptualno in proceduralno znanje v novih situacijah (Cotič in Žakelj, 2004: 188). Primera i-prosojnice z elementi problemskega znanja med pregledanimi i-gradivi nismo zasledili.

Reprezentacije matematičnih pojmov

V nadaljevanju bomo tudi preučili, kako učitelji matematike – začetniki pri izdelovanju i-gradiv z i-tablo – pri izdelovanju i-prosojnic vključujejo zunanje reprezentacije matematičnih pojmov: konkretno virtualno gradivo – enaktivne reprezentacije, grafične ponazoritve – ikonične reprezentacije in matematične simbole – simbolne reprezentacije.

1. Enaktivne reprezentacije
Enaktivna reprezentacija ustreza konkretni ravni. Uporabljamo jo pri delu s konkretnimi modeli. Na i-tabli povezujemo enaktivne reprezentacije z dejavnostmi, ki jih učitelj pripravi za učenca s konkretnimi virtualnimi objekti. Pri tovrstnih reprezentacijah je pomembna izkušnja učečega se s konkretnim virtualnim objektom na i-tabli. Na sliki 4 je primer i-prosojnice, na kateri je učitelj načrtoval dejavnost učencev s konkretnim virtualnim objektom na i-tabli.



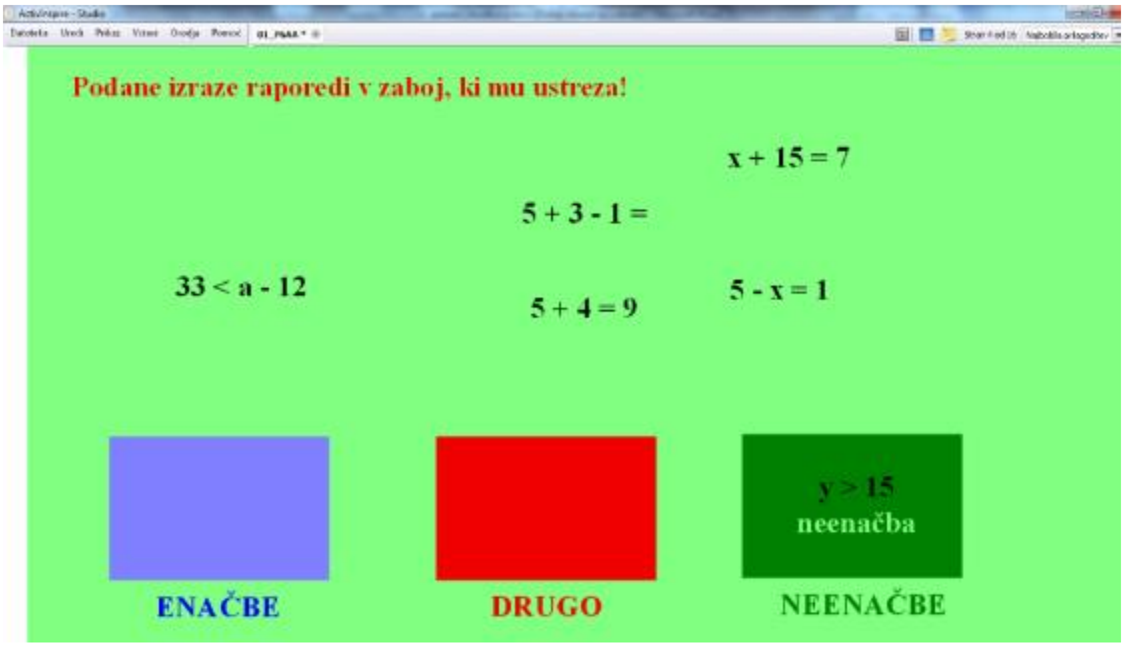
Slika 4: Primer i-prosojnice iz i-gradiva za 9. razred na temo Geometrija in merjenje

2. Ikonične reprezentacije
Ikonična reprezentacija vključuje grafične/slikovne ponazoritve. Učitelj na i-prosojnicah načrtuje dejavnosti, pri katerih učenci opazujejo grafične/slikovne ponazoritve pa tudi takšne dejavnosti, pri katerih so spodbujeni, da jih ustvarijo sami. Na sliki 5 je primer i-prosojnice z ikonično reprezentacijo, ki naj bi jo učenec povezal s simbolno reprezentacijo.

Slika 5: Primer i-prosojnice iz i-gradiva za 6. razred na temo Aritmetika in algebra

3. Simbolne reprezentacije

Simbolna reprezentacija se nanaša na simbolni/matematični jezik oziroma na reprezentacijo pojmov v simbolnem svetu. Na sliki 6 je primer i-prosojnice, na kateri je prisotna simbolna reprezentacija.



Slika 6: Primer i-prosojnice iz i-gradiva za 6. razred na temo Aritmetika in algebra

Raziskovalni problem

V pričujočem prispevku analiziramo i-gradiva učiteljev matematike, ki so nastala kot rezultat usposabljanja na seminarju za delo z i-tablo v letih od 2008 do 2013.

Pri preučevanju i-gradiv nas je zanimalo, v kolikšni meri so na posameznih listih i-gradiv, t. i. i-prosojnicah, prisotne:

- posamezne ravni znanja (osnovna, konceptualna, proceduralna in problemska znanja),
- posamezne vrste reprezentacij matematičnih pojmov (ikonične, enaktivne in simbolne).

Rezultati raziskave nam bodo ponudili jasnejšo sliko o zastopanosti posameznih elementov v i-gradivih in omogočili izboljšanje programa za nadaljnje usposabljanje učiteljev za delo z i-tablo.

Metoda

Vzorec

Učiteljska i-gradiva za delo na i-tabli najdemo v spletni učilnici za zbiranje i-gradiv za i-tablo, ki se nahaja na spletnem naslovu http://skupnost.sio.si/course/view.php?id=228. Gradiva, ki se nahajajo v tej učilnici, so nastala na seminarju Interaktiven in dinamičen pouk z i-tablo, ki je bil namenjen učiteljem začetnikom pri delu z i-tablo. Med številnimi gradivi, ki so v spletni učilnici urejena glede na tip i-table, na kateri se uporabljajo, stopnje izobraževanja in predmet poučevanja, najdemo tudi 182 i-gradiv za matematiko.

Gradiva, ki smo jih vključili med preučevana i-gradiva, so morala ustrezati tem zahtevam:

- so namenjena uvodnim uram v zvezi s predvideno matematično vsebino,
- so namenjena poučevanju celotnega razreda v običajni (neračunalniški) učilnici,
- so tehnično brezhibna (se odprejo, lahko jih beremo na računalnikih in uporabimo na i-tabli) in
- se nanašajo na eno izmed tem iz veljavnega učnega načrta za osnovno šolo, in sicer Geometrija in merjenje, Aritmetika in algebra ali druge vsebine (Učni načrt za matematiko, 2011).

Izbrali smo 58 i-gradiv, ki so zadoščala navedenim zahtevam:

- 20 i-gradiv oz. 208 i-prosojnic za temo Aritmetika in algebra za 6. razred ter
- 38 i-gradiv oz. 380 i-prosojnic za za temo Geometrija in merjenje za 9. razred.

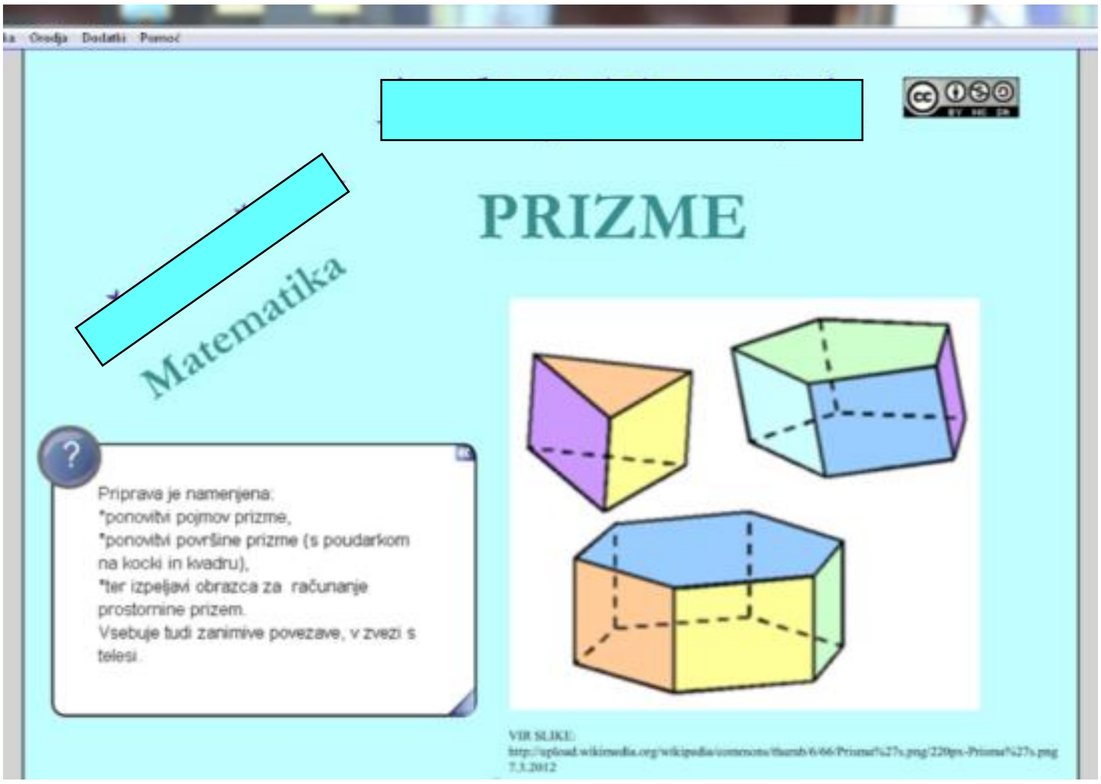
Način analize

Posamezno i-gradivo je praviloma namenjeno eni učni uri in vsebuje več i-prosojnic. Kot enoto analize smo vzeli posamezno i-prosojnico v i-gradivih. Na i-prosojnicah smo zasledovali zastopanost elementov ravni znanja in načinov reprezentiranja matematičnih pojmov (tabela 1).

Ravni znanja	Reprezentacije matematičnih pojmov
Osnovno znanje Konceptualno znanje Proceduralno znanje Problemsko znanje	Enaktivne reprezentacije Ikonične reprezentacije Simbolne reprezentacije

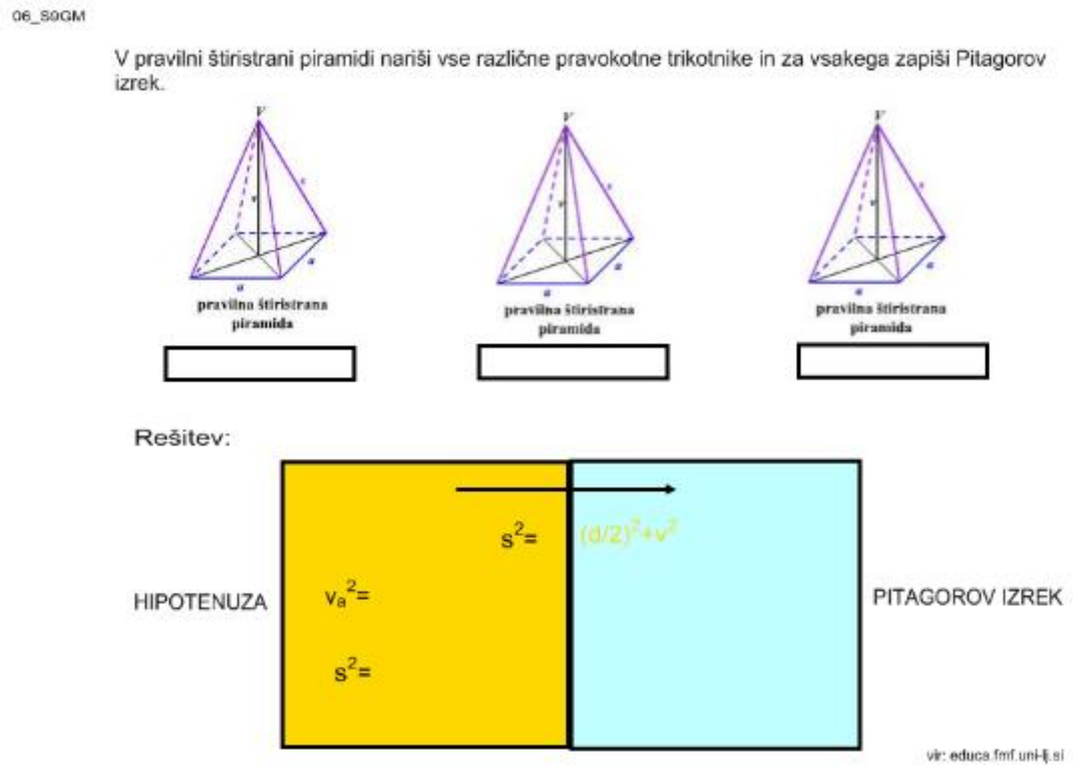
Tabela 1: Elementi ravni znanja in načini matematičnih reprezentacij pojmov

Pozorni smo bili le na tiste elemente na i-prosojnici, ki so matematično relevantni. Na primer i-prosojnice z navodili za izvedbo dejavnosti oz. i-prosojnice, na katerih se nahajajo informacije, ki so pomembne za učitelja pri uporabi in upravljanju i-gradiva, pri obravnavi nismo upoštevali (slika 7).



Slika 7: Primer i-prosojnice, na kateri so napisani cilji učne ure in naslov/vsebina

Zaradi programske in strojne zmogljivosti i-table je mogoče na eni sami i-prosojnici pripraviti številne dejavnosti oz. shraniti veliko multimedijskih elementov (besedilo, slike, zvok, posnetki, simulacije). Učitelji so ustvarjali tudi tovrstne, t. i. kompleksne i-prosojnice (slika 8). Pri tovrstni i-prosojnicah smo upoštevali vse prisotne ravni znanja in vse načine reprezentacij matematičnih pojmov.



Slika 8: Primer kompleksne i-prosojnice

Na i-prosojnici na sliki 8 so načrtovane dejavnosti, ki:
- učenca spodbujajo k razvoju osnovnih znanj (poznavanje specifičnih dejstev v zvezi z osnovnimi lastnostmi pravilne štiristrane piramide), konceptualnih znanj (prepoznavanje trikotnika na telesih) in proceduralnih znanj (uporaba Pitagorovega izreka);
- vključujejo slikovne in simbolne ponazoritve.

Predstavitev in analiza rezultatov

Zbrane podatke smo obdelali s programom SPSS, za analizo rezultatov pa smo uporabili deskriptivno analizo. Za prikaz stanja ravni znanj in matematičnih reprezentacij (tudi po posameznih razredih) smo naredili analizo frekvenc in vrtilne tabele.

Rezultati

Med 588 i-prosojnicami, ki smo jih preučevali, smo na na 364 i-prosojnicah beležili prisotnost posameznih elementov ravni znanj in načinov reprezentacij matematičnih pojmov, na 224 i-prosojnicah so bili prisotni tisti elementi, ki niso bili matematično relevantni.

1. **Ravni znanja**
- od 208 i-prosojnic za 6. razred smo na 120 i-prosojnicah beležili prisotnost posameznih elementov ravni znanj, na 88 i-prosojnicah so bili prisotni tisti elementi, ki niso bili matematično relevantni;
- od 380 i-prosojnic za 9. razred smo na 244 i-prosojnicah beležili prisotnost posameznih elementov ravni znanj, na 136 i-prosojnicah so bili prisotni tisti elementi, ki niso bili matematično relevantni.

Na 275 i-prosojnicah (84,4 %) so učitelji pripravili takšne dejavnosti, ki so spodbujale razvoj osnovnih znanj, na 22 i-prosojnicah (6,7 %) so predvideli razvoj konceptualnih znanj, proceduralna znanja so bila vključena na 29 i-prosojnicah (8,9 %), za razvoj problemskih znanj pa učitelji začetniki pri delu z i-tablo niso ustvarili nobene dejavnosti.

	6. razred Aritmetika in alegebra	**9. razred** Geometrija in merjenje	**Skupaj**
Osnovna znanja	94 (91,3 %)	181 (81,2 %)	275 (84,4 %)
Konceptualna znanja	5 (4,9 %)	17 (7,6 %)	22 (6,7 %)
Proceduralna znanja	4 (3,9 %)	25 (11,2 %)	29 (8,9 %)
Problemska znanja	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)

Tabela 2: Prikaz zastopanosti ravni znanja glede na razred/temo iz učnega načrta

2. **Reprezentacije matematičnih pojmov**

- od 208 i-prosojnic za 6. razred smo na 120 i-prosojnicah beležili prisotnost posameznih načinov reprezentiranja matematičnih pojmov, na 88 i-prosojnicah so bili prisotni tisti elementi, ki niso bili matematično relevantni;
- od 380 i-prosojnic za 9. razred smo na 244 i-prosojnicah beležili prisotnost posameznih načinov reprezentiranja matematičnih pojmov, na 136 i-prosojnicah so bili prisotni tisti elementi, ki niso bili matematično relevantni.

Ikonične reprezentacije so bile prisotne na 22 i-prosojnicah (4,8 %), enaktivne na 168 i-prosojnicah (36,5 %), simbolne na 270 i-prosonicah (58,7 %).

	6. razred Aritmetika in alegebra	**9. razred** Geometrija in merjenje	**Skupaj**
Enaktivne reprezentacije	1 (0,8 %)	21 (6,0 %)	22 (4,8 %)
Ikonične reprezentacije	17 (14,9 %)	151 (43,6 %)	168 (36,5 %)
Simbolne reprezentacije	96 (84,2 %)	174 (50,3 %)	270 (58,7 %)

Tabela 3: Prikaz prisotnosti posameznih načinov reprezentiranja matematičnih pojmov glede na razred/temo iz učnega načrta

Analiza rezultatov

Pri pregledu i-gradiv smo preučevali zastopanost različnih ravni znanja (osnovno, konceptualno, proceduralno in problemsko znanje) in reprezentacij (enaktivne, ikonične in simbolne).

V povezavi z ravnmi znanja je bil ugotovljen visok delež zastopanosti osnovnih znanj na i-prosojnicah (91,3 %). Takšen delež ne preseneča, ker so učitelji v navodilih za izdelavo i-gradiv dobili smernice, ki so jih spodbujale k pripravi i-gradiva, namenjenega uvodnim uram v zvezi s predvideno matematično vsebino. Zato je razumljivo, da so se učitelji osredotočili na spoznavanje pojmov in dejstev v povezavi z obravnavano vsebino. Zanimivo bi bilo raziskati, koliko i-prosojnic, ki smo jih klasificirali v podskupino osnovnih znanj, je takšnih, da na njih razvijamo na eni strani poznavanje pojmov in dejstev, in na drugi tistih, ki so namenjene zgolj priklicu znanja.

V povezavi z matematičnimi reprezentacijami je bil ugotovljen visok delež enaktivnih reprezentacij pri vsebini Geometrija in merjenje v 9. razredu. Takšen izid je bil pričakovan in v skladu tudi z ugotovitvami Čadež Hodnikove (2007: 192), ki pravi, da so matematični učbeniki, delovni zvezki ter drugo matematično gradivo prav tako polni grafičnih reprezenatacij, ki se med seboj razlikujejo po domiselnosti, izvirnosti ter korektnosti. Avtorica opozarja na nekatere matematično vprašljive in didaktično neustrezne reprezentacije v tiskanih matematičnih gradivih. Nekatere strokovno vprašljive „rešitve" smo tudi sami opazili v preučevanih i-gradivih, vendar se jim v pričujočem prispevku tokrat ne posvečamo.

Poudariti velja, da je bil seminar, katerega so se med drugimi udeležili tudi učitelji matematike in na katerem so nastala i-gradiva za i-tablo, ki smo jih preučevali v pričujočem prispevku, namenjem vsem strokovnim delavcem (vzgojiteljhem, učiteljem, ravnatelejm, računalnikarjem). Smernice za izdelavo i-gradiv niso vsebovale didaktičnih zahtev posameznega področja ali predmeta (priloga 1). To pomeni, da zahteve v smernicah učiteljev matematike niso načrtno spodbujale k ustvarjanju takšnih i-gradiv, ki bi udejanjala različne ravni znanja in vključevala raznovrstne reprezentacije matematičnih pojmov. Zato je nizek delež zastopanosti dejavnosti, ki bi uravnoteženo razvijale vse ravni znanja in vključevale različne reprezentacije, pričakovan.

Ugotovljeno je, da matematična vsebina (v našem primeru je vezana na razred obravnave) vpliva na delež zastopanosti (tabela 2 in 3). Pri geometrijskih vsebinah je več i-prosojnic, kjer so učitelji ustvarili dejavnosti za razvoj konceptualnih in proceduralnih znanj. Prav tako je pri geometrijskih vsebinah več i-prosojnic, ki vsebujejo ikonične in enaktivne reprezentacije. To je verjetno posledica dejstva, da geometrija kot matematična vsebina omogoča več dejavnosti za priklic in urjenje osnovnih geometrijskih pojmov v fazi vpeljevanja ter dopušča uporabo raznovrstnih multimedijskih elementov (besedilo, slika, zvok, posnetek, simulacije).

Spomnimo, da smo v preučevalni vzorec vključili i-gradiva učiteljev matematike, ki so začetniki pri delu z i-tablo. Somekh in Haldane (2005) opisujeta učitelje začetnike pri delu z i-tablo kot tiste, ki i-tablo vključujejo v obstoječe načine poučevanja, v osnovi jo uporabljajo kot običajno tablo za pisanje ter za prezentacijo različnih multimedisjkih elementov. Zato rezultati ne presenečajo. Učitelji začetniki se v prvi vrsti ukvarjajo s tehničnim obvladovanjem orodja, manj pa s specifiko predmeta.

Pri ustvarjanju i-gradiv so poleg omenjenih dejavnikov (vrste znanj in reprezentacije matematičnih pojmov) pomembni tudi drugi vidiki, na primer stopnje interaktivnosti ter namen uporabe i-gradiva. Tem se avtorica posveča v članku Značilnosti interaktivnih gradiv (Sambolić Beganović, 2014).

Zaključek

Poglobljeno preučevanje posameznih i-prosojnic nam je omogočilo globlji uvid v značilnosti i-gradiv, ki jih učitelji pripravljajo za delo na i-tabli. Izkazalo se je, da se učitelji zavedajo potenciala i-table, vendar ga za zdaj premalo smiselno izkoriščajo. Naše ugotovitve se ujemajo z izsledki raziskav o i-tabli kot pomembnemu dejavniku, ki vpliva na učiteljevo načrtovanje in pripravo na pouk (Hennessy in London, 2013). Rezultati raziskave so ponudili odgovore na vprašanji, katere ravni znanja in

reprezentacije matematičnih pojmov so največkrat prisotne oz. prevladujejo na i-prosojnicah in v kolikšni meri. V učiteljskih i-gradivih prevladuje visok delež dejavnosti, ki spodbujajo razvoj osnovnih znanj, ter zelo nizek delež konceptualnih in proceduralnih znanj, zlasti pri matematičnih vsebinah iz teme Aritmetika in algebra v 6. razredu. Res je, da so bili učitelji, ki so se udeležili seminarja, naprošeni, da pripravijo i-gradivo, ki bo namenjeno uvodnim uram v zvezi s predvideno matematično vsebino. Menimo, da bi za spoznavanje pojmov in dejstev v povezavi z obravnavano vsebino učitelji lahko pripravili dejavnosti, ki učenca spodbujajo k aktivnemu učenju, in pri tem zagotovili tudi ustrezno razmerje takšnih, pri katerih učenci pomnijo, razumejo in uporabljajo pridobljeno znanje in veščine v skladu z cilji pouka.
Velja izpostaviti prizadevanja učiteljev za ustvarjanje dejavnosti na i-prosojnicah z ikoničnimi in simbolnimi reprezentacijami, ti dve zunanji reprezentaciji pri pouku matematike tudi sicer v poučevalni praksi prevladujeta. Priprava dejavnosti, v katerih bi bile prisotne enaktivne reprezentacije, zahtevajo od učiteljev dodatna tehnična znanja, ne zgolj tista, ki so povezana s programsko opremo i-table. Na spletu je na voljo veliko že narejenih dejavnosti, pri katerih bi učenec lahko delal na i-tabli s konkretnimi virtualnimi objekti (na primer http://nlvm.usu.edu/), in programov, ki omogočajo dinamičnost in interaktivnost (na primer program GeoGebra). Na seminarjih bi bilo zato treba usposobiti učitelje tudi za iskanje in vrednotenje že narejenih dejavnosti v luči reprezentacij matematičnih pojmov s poudarkom na tistih dejavnostih, pri katerih je v ospredju izkušnja učenca s konkretnim virtualnim objektom na i-tabli.

Ugotovitve, ki smo jih izluščili z analizo rezultatov, nam lahko služijo kot izhodišče za oblikovanje napotkov za ustvarjanje kakovostnih i-gradiv v smislu:
- spodbujanja aktivne vloge učencev (Türel, Johnson, 2012),
- vključevanja dejavnikov, ki so za pouk matematike ključni: ravni znanja, matematičnih reprezentacij, stopenj interaktivnosti in namena uporabe.

Prav slednja narekuje premislek o nujnosti programov usposabljanja za delo z i-tablo, ki bodo oblikovani glede na specifiko posameznega predmeta oz. področja.
Opravljenja analiza kaže, da so potrebne spremembe na področju izobraževanja učiteljev za pripravo i-gradiv za delo na i-tabli.

Literatura

1. Ananiadou, K., Claro, M. (2009): 21st Century Skills and Competences for New Millennium Learners in OECD Countries. OECD Education Working Papers, št. 41, OECD. (Pridobljeno s http://dx.doi.org/10.1787/218525261154 11. 7. 2014.)
2. Becta (2004): Getting the most from your interactive whiteboard. A guide for primary schools. (Pridobljeno s http://www.dit.ie/lttc/media/ditlttc/documents/gettingthemost.pdf 11. 7. 2014.)
3. Cotič, M., Žakelj, A. (2004): Gagnejeva taksonomija pri preverjanju in ocenjevanju matematičnega znanja. Sodobna pedagogika, 55(1), str. 182–193.
4. Hennessy, S., London, L. (2013): Learning from International Experiences with Interactive Whiteboards: The Role of Professional Development in Integrating the Technology. OECD Education Working Papers, št. 89, OECD.
5. Hiebert, J., Carpenter, T. P. (1992): Learning and teaching with understanding. V: D. A. Grouws (ur.), Handbook of research on mathematics teaching and learning. str. 65–97. New York: Macmillan.
6. Higgins, S., Falzon, C., Hall, I., Moseley, D., Smith, F., Smith, H., Wall, K. (2005):

Embedding ICT In The Literacy And Numeracy Strategies, Final Report. (Pridobljeno s http://dera.ioe.ac.uk/1617/1/becta_2005_whiteboardprimarypilot_report.pdf 11. 7. 2014.)
7. Higgins, S., Beauchamp G., Miller D. (2007): Reviewing the literature on interactive whiteboards. Learning, Media and Technology, št. 32(3), str. 213–225
8. Hodnik Čadež, T. (2007): Role of different representations of mathematical concepts for learning with understanding. V: M. Pavleković (ur.), Mathematics and children : (how to teach and learn mathematics) : proceeding of the International Scientific Colloquium, Osijek, April 13, 2007. (str. 189–198) Osijek: Faculty of Teacher Education. (Pridobljeno s http://www.ufos.unios.hr/DATA/skupovi/01_Zbornik_matematika_dijete.pdf 11. 7. 2014.)
9. Kaput, J. J. (1989): Linking representations in the symbol systems of algebra. V: S. Wagner, C. Kieran (ur.), Research issues in the learning and teaching of algebra, str. 167–194. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
10. Kreuh, N., Kač, L., Mohorčič, G. (2011): Izhodišča za izdelavo e-učbenikov, ZRSŠ. (Pridobljeno s http://www.zrss.si/pdf/izhodisce-e-ucbeniki.pdf 11. 7. 2014.)
11. Magajna, Z. (2004): Ugotavljanje matematičnega znanja s pisnimi preiskusi, Matematika v šoli, 11(1), str. 64–83
12. Mallet, Daniel G. (2007): Multiple representations for systems of linear equations via the computer algebra system Maple. International Electronic Journal of Mathematics Education 2(1), str. 16–32
13. Porzio, D. T. (1994): The effects of differing technological approaches to calculus on students' use and understanding of multiple representations when solving problems. Dissertation Abstracts International, 55(10), 3128A. (University Microfilms No. AAI 9505274). (Pridobljeno s http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf.)
(Pridobljeno s: http://www.jisc.ac.uk/uploaded_documents/Interactivewhiteboards.pdf.)
14. Sambolić Beganović, A. (2014): Značilnosti interaktivnih gradiv. V: Metljak, M. (ur.). Sodobne teme na področju edukacije II. Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani, 2014 (Predobjava). (Pridobljeno s http://www.pef.uni-lj.si/fileadmin/Datoteke/CRSN/PhD/Znacilnosti_uciteljskih_interaktivnih_gradiv_Sambolic_Beganovic.pdf 7. 9. 2014.)
15. Sambolić Beganović, A., Križman, N. (2011): Z uporabo orodij i-table do kakovostnejše demonstracije pri pouku matematike. V: Bačnik, A. (ur.), Trstenjak, B. (ur.), K. Blagus, K. (ur.), M. Kosta, M. (ur.). Zbornik vseh prispevkov. Ljubljana: Miška, 2011, str. 565–579. (Pridobljeno s http://prispevki.sirikt.si/datoteke/sirikt2011_zbornik.pdf 11. 7. 2014.)
16. Skemp, R. R. (1987): The psychology of learning mathematics (Expanded American Edition). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
17. Somekh, B. idr. (2007): Evaluation of the Primary Schools Whiteboard Expansion Project(SWEEP), Report to the Department for Education and Skills, Becta, London.
18. Somekh, B., Haldane, M. (2005): A typology of interactive whiteboard pedagogies. Paper presented at BERA Conference, University of Glamorgan, Wales
19. Türel, Y. K., Johnson, T. E. (2012): Teachers' Belief and Use of Interactive Whiteboards for Teaching and Learning. Educational Technology & Society, 15 (1), 381–394.
20. Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika [Elektronski vir] / predmetna komisija Amalija Žakelj ... [et al.]. - El. knjiga. - Ljubljana : Ministrstvo za šolstvo in šport : Zavod RS za šolstvo, 2011. Pridobljeno s http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (11. 7. 2011)

KAKO LAHKO SCIENTIX POMAGA UČITELJEM MATEMATIKE?

How can Scientix help mathematics teachers?

Jerneja Bone

jerneja.bone@zrss.si

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Povzetek

Poznate in uporabljate Scinetix – skupnost za naravoslovno matematično izobraževanje v Evropi? Portal Scientix nudi široko paleto različnih možnosti za delovanje in sodelovanje učiteljev matematike.
V prispevku bomo predstavili omenjeno skupnost, kjer se združujejo učitelji, raziskovalci, starši in vsi, ki jih zanima naravoslovno – matematično izobraževanje. Nakazali bomo možnosti, kako uporabiti objavljena gradiva, namenjena pouku matematike. Predstavili bomo primere objavljenih projektov pri matematiki. Ti lahko učitelju nudijo nove zamisli za pouk in poučevanje.

Ključne besede: Scientix, matematika, gradiva, projekti

Abstract

Do you know and use Scientix – community for scientific mathematical education in Europe? Portal SCIENTIX offers a wide range of options for working and cooperation of teachers of Mathematics.
In this paper we present this community, where teachers, researchers, parents and all who are interested in scientific-mathematical education gather. We will indicate the possibilities of how to use the published material, intended for teaching Mathematics. We will present examples of published mathematical projects which can provide teachers with new ideas for teaching.

Keywords: Scientix, mathematics, resources, projects

1 Spoznajmo Scientix

Scientix je skupnost za naravoslovno-matematično izobraževanje v Evropi, ki združuje učitelje, raziskovalce, starše in vse, ki jih zanima izobraževanje, usmerjeno v omenjeno področje. Skupnost je zasnovana z namenom vzpodbujati, razširjati in izmenjevati izkušnje in najboljše prakse naravoslovno-matematičnega izobraževanja v Evropski uniji. Scientix upravlja *European Schoolnet* (EUN) v imenu *European Commission* (DG Research).

Kartico STEM pogosto uporabljamo, ko se pogovarjamo o akademskih področjih, kot so naravoslovne znanosti, tehnologija, inženirstvo in matematika (**STEM** – ***S****cience,* ***T****echnology,* ***E****ngineering,* ***M****athematics)*. V slovenščini bi kratico zamenjali z NAMA (**NAMA** – **na**ravoslovje, **ma**tematika), kjer pod naravoslovje razumemo vse naravoslovne predmete.

Skupnost Scientix združuje učitelje, portal pa je prostor, kjer izmenjujejo učna gradiva, raziskovalna poročila evropskih projektov, obvestila s področja naravoslovno-matematičnega izobraževanja, ki jih financira Evropska unija.

Portal Scientix (www.scientix.eu) ima nekaj glavnih elementov, ki se v nadaljevanju bogato razvejijo in pokažejo svojo širino. Naj omenimo nekatere (slika 1): Gradiva, projekti, novice, konferenca, dogodki, v vaši državi …

Slika 1: Nekateri elementi portala Scientix

Na portalu lahko sledite zadnjim objavam na Twiterjevem računu Scientix in Facebookovem profilu Scientix.

2 Scientix nudi podporo učiteljem matematike

V nadljevanju podrobneje predstavljamo Twiterjev račun Scientix in Facebookov profil Scientix, ki nudita podporo učiteljem kot družabni omrežji. Predstavimo Časopis Scientix in Izvečke Scientix, na katere se lahko učitelji naročijo, če želijo, da so obveščeni.
Poglobljeno predstavimo Gradiva in Projkete, predvsem z vidika podpore učiteljem pri njihovem delu.

2.1 Twiterjev račun Scientix, Facebookov profil Scientix, Novice Scientix in Izvlečki Scientix

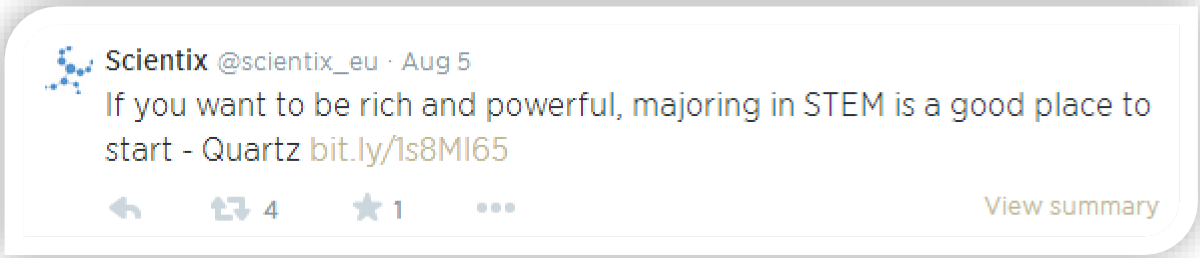
Novosti, pomembna dognanja, napovedi dogodkov s področja STEM-izobraževanja lahko spremljamo prek raznolikih možnosti, ki nam jih nudi portal Scientix. Vsem vsebinam, ki so na spletu in so povezane, zanimive in aktualne za matematično izobraževanje, težko redno sledimo, zato so premišljene objave na družabnih omrežjih, kot sta Twiterjev Scientix račun in Facebookov profil Scientix, izjemno dobrodošle. Naj poudarimo, da gre za zanesljiva in verodostojna računa, na katera se lahko prijavimo oz. jima začnemo slediti iz uvodne strani.

Na vsebini vzorcev želimo v nadaljevanju pokazati, kako portal Scientix koristno podpre učitelje pri doseganju ciljev, povezanih z vzorci.

V posodobljenem učnem načrtu za osnovno šolo, ki smo ga začeli vpeljevati v šol. letu 2011/2012, je bil poudarek na vpeljavi vzorcev v pouk matematike skozi celotno vertikalo osnovne šole.
Vsebine iz vzorcev učitelji smiselno vključujejo v druge vsebine, zapisane v učnem načrtu. Vzorci se redno pojavljajo v matematiki, da jih najdemo v konkretnih fizičnih ali geometrijskih situacijah, pa tudi v aritmetiki. Isti vzorec lahko najdemo v različnih

pojavnih oblikah. Vzorce lahko poznamo, nadaljujemo in na podlagi njih izpeljujemo posplošitve na verbalni in simbolni ravni. Simbolizem, posebej simbolizem enačb in spremenljivk, se uporablja za izražanje posplošitev (Lipovec, 2013: 187).

Twiterjev račun @scientix_eu redno objavlja novice in zapise o aktualnih dogodkih za učitelje in drugo zainteresirano javnost. Z njihovimi čivki nas sproti obveščajo o dogodkih, poveznih s STEM-izobraževanjem, usmerjajo nas na zanimive in aktualne prispevke na spletu.



Slika 2: Čivk s povezavo na zanimiv članek na računu @scientix_eu

V prispevku, na katerega nas napelje objavljeni čivk (slika 2), avtor Jonathan Wai poudari pomen matematike in poučevanja vzorcev, za katere meni, da so pomemben temelj v učenju in poučevanju matematike. Zapiše, da je v središču matematike prepoznavanje vzorcev. Za mnoga druga področja so pomembni prepoznavanje vzorcev, abstraktno sklepanje in reševanje problemov. Izpostavi, da bo v prihodnosti ključ v tem, da prepoznamo matematične ali druge vzorce v raznolikih podatkih. STEM-izobraževanje, posebej statistika in matematika, nudi možnost kreativnega reševanja problemov. Le-to je danes uporabno in potrebno bolj kot kadar koli prej.

Na **Facebookovem profilu Scientixa** https://www.facebook.com/groups/1453890754824661/ so objavljene koristne povezave, tudi do matematičnih vsebin.

Slika 3: Obvestilo na Facebookovem profilu s povezavo na zanimiv posnetek

Zanimiv pogled in povezave na zelo znana Fibionaccijeva števila nam nudi ogled posnetka Arthurja Benjamina z naslovom The magic of Fibonacci numbers (slika 3). O Fibonaccijevih številih smo slišali že veliko, verjetno pa je le malokdo od nas vedel za zakonitosti, ki jih zasledimo v posnetku. Čeprav je posnetek objavljen že leto dni, je še vedno aktualen in tudi dovolj kratek in razumljiv, da ga lahko uporabimo v šoli. Z ogledom posnetka dobimo vpogled v zanimive povezave, vzorce in reševanje problemov. Avtor v uvodu predstavi Fibonaccijeva števila, na kratko opiše, kje vse jih srečamo. Nato preide na kvadrate Fibonaccijevih števil in na njih gradi svoje preiskovanje zakonitosti. Sešteje prve tri kvadrate Fibonaccijevih števil, nato prve štiri kvadrate in s tem nadaljuje. Dobljene vsote predstavi kot produkte, kjer spet najdemo vzorec.

1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	…
1	1	4	9	25	64	169	441	1156	3025	…

$1 + 1 + 4 = 6 = 2 \cdot 3$
$1 + 1 + 4 + 9 = 15 = 3 \cdot 5$
$1 + 1 + 4 + 9 + 25 = 40 = 5 \cdot 8$
$1 + 1 + 4 + 9 + 25 + 64 = 104 = 8 \cdot 13$

V nadaljevanju se posveti razlagi, zakaj je $1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 = 104 = 8 \cdot 13$. Njegovo iskanje zakonitosti v vzorcih ga pripelje do zlatega reza.

S premišljeno umestitvijo primerov, predstavljenih v posnetku, v pouk matematike v različnih razredih osnovne šole vzpodbujamo iskanje vzorcev, njihovih zakonitosti in reševanja problemov. Z učenci poskušamo najti posplošitve in tako uresničujemo cilje, zapisane v učnem načrtu.

Poleg omenjenih socialnih omrežij se lahko zainteresirani naročijo na portalu (slika 4) na **Novice Scientix (Scientix Newsletter)**, ki izidejo štirikrat letno. Zapisi v Novicah nas seznanjajo s pomembnimi raziskavami, praksami, novicami s področja naravoslovnih znanosti in izobraževanja iz skupnosti Scientix.

Slika 4: Novice Scientix in Izvlečki Scinetix

Za rednejše obveščanje skrbijo s pošiljanjem **Izvlečkov Scientix (Scientix Digest)** na štirinajst dni, kjer nudijo pregled najnovejših posodobitev na portalu Scientix, obveščajo o prihajajočih dogodkih … Na Novice se naročite na portalu.

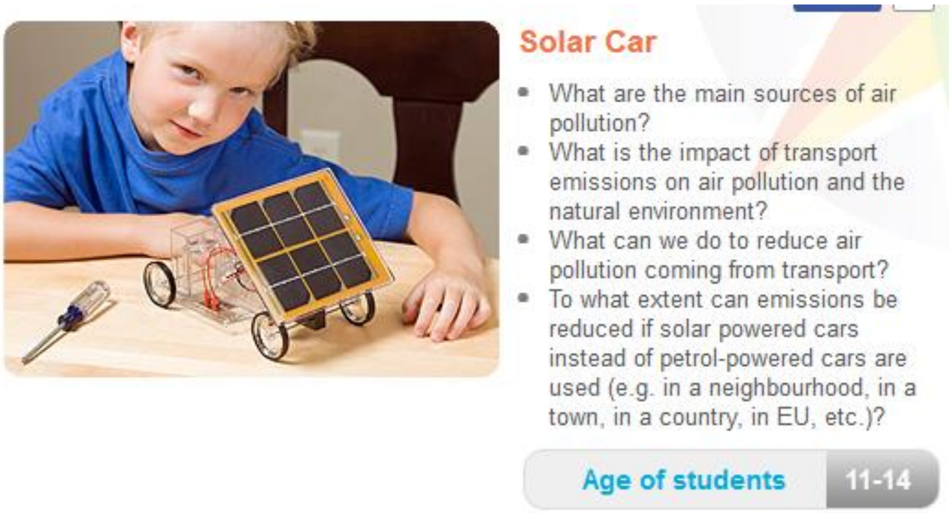
2.2 Gradiva in projekti, namenjeni pouku matematike

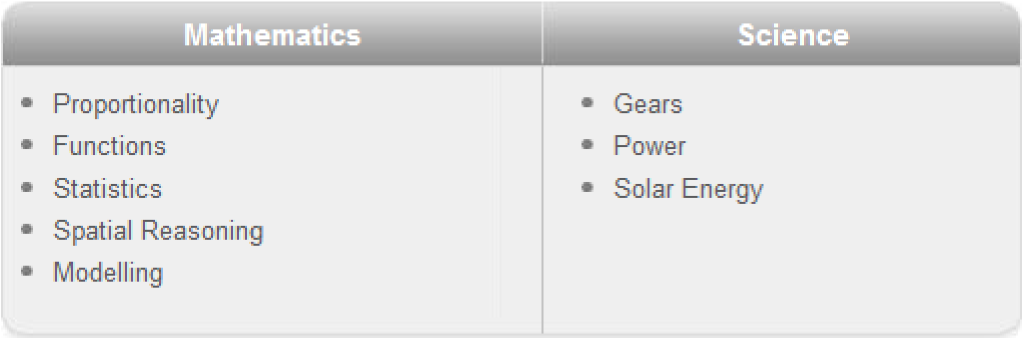
Na portalu Scientix se zbirajo raznolika gradiva in predstavitve raznovrstnih projektov s področja naravoslovnih predmetov in matematike. Zbrana gradiva in gradiva pri posameznih projektih so uporabna za pouk (z manjšo predelavo).

V nadaljevanju predstavimo gradiva in projekte, kjer smo našli povezavo z vsebino modeliranje. Z modeliranjem se morajo spopasti tako osnovnošolski kot srednješolski učitelji matematike.
Novost modeliranja v šolski matematiki je v tem, da učenci sami izdelujejo matematične modele, če pa uporabijo poznane modele, pa kritično razmišljajo o primernosti uporabe modela v dani situaciji (Magajna, 2013: 296).
Matematično modeliranje je ena od oblik dejavnega učenja pri uporabi in graditvi znanja, je didaktični pristop, ki med drugim ustvarja priložnosti za medpredmetno povezovanje (Žakelj, 2010: 63).

Iskanje primerov, s katerimi bi predstavili modeliranje, učiteljem predstavlja izziv. Mnogo gradiv z ustreznimi primeri najdejo na spletnih straneh projektov, objavljenih na portalu Scinetix. Učitelji matematike **gradiva in projekte** s področja matematike na portalu Scientix najlaže najdemo, če jih iščemo zelo ciljano z uporabo filtrov. Tako najdemo gradiva, ki jih lahko prevedena uporabimo pri pouku, primerjamo njihova gradiva s svojimi, dobimo idejo za svoje delo.

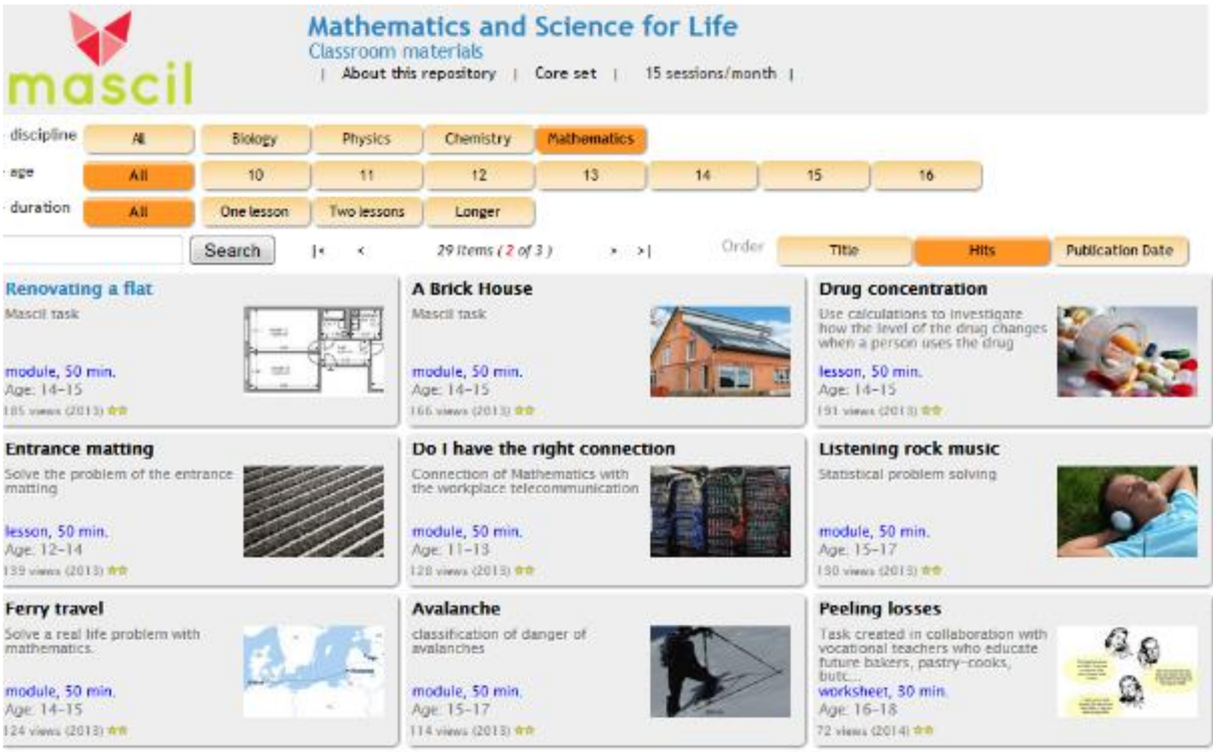
Projekt Compass http://www.compass-project.eu/ nudi povezave do zanimivih gradiv v Wordovi obliki, predlogih za GeoGebro in različnih apletov. Ta projekt izpostavljamo zato, ker so natančno opisane vsebine matematike in drugih naravoslovnih predmetov, ki so zajete pri posamezni temi. Večina opisanih primerov je povezanih z različnimi vsebinami matematike (slika 5), med drugim tudi modeliranjem, ki je sestavni del obravnavanih vsebin tako v srednjih šolah kot tudi že v osnovni šoli. Ob iskanju ustreznih primerov za modeliranje pri pouku nam omenjeni projekt nudi veliko idej.
V primerih je spretno zasnovano medpredmetno povezovanje, umeščeno je razvijanje procesnih znanj in veliko je raznolikih dejavnosti za razvoj kompetenc; vse to pa imamo zapisano tudi v naših učnih načrtih.





Slika 5: Izrez spletne strani, opis dejavnosti in obravnavanih vsebin na spletni strani projekta Compass za izbrano temo

Zanimiv projekt Mascil z objavljenimi gradivi nas je navdušil z učinkovitim in preprostim filtrom za iskanje primernih gradiv (slika 6). Ob iskanju gradiv za matematiko so nam bili v veliko podporo opisi, za katero starost je posamezno gradivo primerno in koliko časa potrebujemo za izpeljavo dejavnosti. Objavljena gradiva so v večini primerov le v Wordovi oz. pdf-obliki. Vsekakor pa nam ponujajo zanimive ideje za naše delo, delo z nadarjenimi, morda celo za raziskovalne oz. preiskovalne naloge. Predstavljeni primeri iz matematike vključujejo različne vsebine, tudi modeliranje.



Slika 6: Stran z gradivi in filtrom v projektu Mascil

3 Za delovanje in sodelovanje uporabljajmo Scientix

Portal Scientix nudi široko paleto različnih možnosti za delovanje in sodelovanje učiteljev matematike in drugih naravoslovnih predmetov. Poleg v prispevku opisanih (Gradiva, Projekti, Twiter, Facebook, Časopis, Obvestila) nudi portal Scientix še druge možnosti sodelovanja, a osredotočili smo se le na tiste, za katere menimo, da lahko izdatneje pomagajo učiteljem matematike.

S prikazanimi primeri na vsebini vzorcev in modeliranja smo pokazali, kako lahko portal Scinetix nudi podporo učiteljem matematike.
Portal Scientix ponuja poleg predstavljenega še mnogo več: aktualne informacije, obvestila, povabila k sodelovanju, projekte, izobraževanja, raziskave itd., zato ga velja preučiti in uporabljati.

4 Viri in literatura

1. Bačnik, A., Bone, J.: Scinetix in NAMA. Interno gradivo (18. 12. 2013).
2. Gras-Velázquez, A.: Scientix, the community for science education in Europe (12. 11. 2013).
3. Lipovec, A. (2013): Vzorci. V: Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika. Ljubljana: ZRSŠ.
4. Magajna, Z. (2013): Matematično modeliranje v osnovni šoli. V: Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika. Ljubljana: ZRSŠ.
5. Žakelj, A. (2010): Raznovrstnost pristopov k učenju in poučevanju matematike. V: Posodobitve pouka v gimnazijski praksi. Ljubljana: ZRSŠ.
6. Jonathan Wai: If you want to be rich and powerful, majoring in STEM is a good place to start. (Dosegljivo na http://qz.com/240820/if-you-want-to-be-rich-and-powerful-majoring-in-stem-is-a-good-place-to-start/ (5. 8. 2014).)
7. Arthur Benjamin: The magic of Fibonacci numbers (Dosegljivo na https://www.ted.com/talks/arthur_benjamin_the_magic_of_fibonacci_numbers?utm_medium=on.ted.com-facebook-share&utm_source=facebook.com&awesm=on.ted.com_s01Jo&utm_content=awesm-publisher&utm_campaign= (6. 8. 2014).
8. http://www.compass-project.eu/ (6. 8. 2014).
9. http://www.mascil-project.eu/index.html (7. 7. 2014).
10. http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/subsets/mascil/ (8. 8. 2014).

OD ZELENE TABLE DO TABLIČNIH RAČUNALNIKOV

From green table to tablets

mag. Simona Pustavrh

simona.pustavrh@guest.arnes.si

Šolski center Novo mesto, Srednja elektro šola in tehniška gimnazija

Povzetek

V prispevku je predstavljeno aktivno poučevanje matematike v drugem letniku tehniške gimnazije s tabličnimi računalniki in interaktivnim učbenikom. Avtorica predstavi najprej svojo razvojno pedagoško pot, nato pa dva konkretna primera učnih ur s tehnologijo. Pri tem ugotavlja, da so dijaki z uporabo tabličnih računalnikov postali aktivni udeleženci izobraževanja, kar je izboljšalo njihovo motivacijo in vplivalo na razvijanje procesnih znanj. Hkrati opozarja, da mora biti pouk usmerjen v dijaka, ne v tehnologijo, ki naj bo pri pouku le didaktični pripomoček.

Ključne besede: aktivna vloga dijakov, tablični računalnik, interaktiven učbenik, GeoGebra

Abstract

The aim of the article is to introduce active teaching methods in Mathematics with the use of tablets and interactive book in the second year of technical gymnasium. In the article are introduced author's pedagogical path evolving from blackboards to tablets and two actual E-Classes. The author established that the use of tablets resulted in students' active participation in the educational process and therefore improved their motivation and contributed to the development of procedural skills. Although it should be noticed that teaching in class should be focused on students, and not on technologies, which should only be used as didactic aids.

Keywords: Students' active teaching methods, tablet, interactive student's book, GeoGebra

Uvod

Učenje naj bi bilo v 21. stoletju predvsem učinkovito učenje, ki naj bi temeljilo na štirih ključnih značilnostih. Bilo naj bi konstruktivno (učenci aktivno gradijo svoje znanje), samoregulirano (učenci za učenje aktivno uporabljajo različne strategije učenja), umeščeno (življenjske učne vsebine in ne vsebine, ločene od okolja) in sodelovalno (v aktivnostih sodeluje več učencev) (De Corte, 2013: 37−58).
Nasprotniki tega menijo, da ne smemo hiteti k prevelikemu samostojnemu raziskovanju učencev, da mora imeti učitelj še vedno vodilno vlogo pri poučevanju, zato je dobro izmenjevati različne strategije, torej kombinirati aktivno učenje učencev s predavanji in učenjem iz učbenikov (De Corte, 2013: 37–58).
Aktivnost učencev pri pouku in pri učenju doma lahko poveča tudi uporaba tehnologije. Poleg računalnikov in projektorjev je v zadnjih letih mogoče uporabljati tudi tablične računalnike.
Pri tem velja poudariti, da naj tehnologija učencem omogoča, da se osredotočijo le na bistveno procesiranje informacij in jih s tem razbremeni procesiranja nepomembnih informacij. Sam pouk pa mora biti še vedno usmerjen v učenca in ne v tehnologijo. Tehnologija je torej pri pouku le v pomoč, ne pa cilj (Mayer, 2013: 163−178).

Prenašanje teoretičnih in znanstvenih spoznanj o poučevanju v prakso

V prejšnjem stoletju so v šolah novosti vpeljevali s prenašanjem teoretičnih in znanstvenih spoznanj o poučevanju s strani znanstvenikov na šole. Ugotovili so, da je bila večina poskusov neuspešna, saj je poučevanje »umetnost«, ki se odvija v učilnicah, in da je zato zelo težko predpisati, kako naj poteka poučevanje. Razlog za neuspeh tiči tudi v izkušnjah in vzorcih, ki so jih učitelji še kot učenci prenesli od svojih učiteljev, saj je bila v drugi polovici 20. stoletja vodilna pedagoška praksa, ki je temeljila na kognitivni psihologiji, torej na pasivni vlogi učenca kot prejemnika znanja s predavanj in učbenikov. Po teh izsledkih se je raziskovanje poučevanja in učenja preneslo v učilnice (De Corte, 2013: 37−58).
Tako smo tudi v Sloveniji s številnimi projekti, seminarji in konferencami vpeljevali novosti in posodobitve na vseh ravneh izobraževanja »od spodaj navzgor«. Učitelji ocenjujemo, da je pri tem dobrodošlo predstavljanje primerov dobre prakse učiteljev drugim učiteljem, saj lahko tako najbolje spremenimo ustaljene navade.

V projektu Posodobitev gimnazij smo storili največ ravno na tem področju. Še pred desetletjem je na šolah veljalo prepričanje, da je učitelj v učilnici avtonomen v smislu, da se nihče ne sme vpletati v njegovo delo in način poučevanja. Danes smo, vsaj na gimnazijah, to že precej presegli. V okviru projekta smo uveljavili predstavitve primerov dobre prakse, uvedli interaktivno timsko poučevanje dveh učiteljev hkrati, medpredmetno povezovanje, s katerim smo povezali predmete na vsebinski in procesni ravni ter s tem povečali sodelovanje in timsko delo učiteljev. Z uvajanjem tehnologije ter avtentičnega, problemskega, projektnega in raziskovalnega učenja je bil cilj dijake postaviti v bolj aktivno vlogo.
Ena od dejavnosti posodobitve poučevanja je priprava interaktivnih učbenikov in gradiv, ki nastajajo v okviru projekta E-učbeniki s poudarkom na naravoslovnih predmetih v osnovni šoli, druga pa vpeljevanje teh gradiv v šole v projektih Uvajanje in uporaba e-vsebin in e-storitev, Preizkušanje in uporaba e-vsebin in e-storitev ter E-šolska torba.

Od zelene table do interaktivne table in tabličnih računalnikov

Razvoj svoje pedagoške prakse bom simbolično prikazala s prehodom od zelene prek bele do interaktivne table in tabličnih računalnikov.
Poučevati sem začela na zeleni tabli s kredo. Ne rečem, da je bilo moje poučevanje na začetku manj izpopolnjeno, kot je danes, zaradi table, vendar sem na takšni tabli začela. Poučevanje je temeljilo na frontalnem poučevanju. Sama sem bila le prenašalka znanja, dijaki pa so bili večinoma pasivni poslušalci. Aktivno sem jih vključila v razlago le z različnimi vprašanji, s katerimi sem spodbudila njihovo razmišljanje in podajanje idej. Tudi sama sem takrat menila, da se dijaki največ naučijo, če poslušajo predavanja, se učijo iz učbenika in rešujejo čiste matematične naloge.
Čez nekaj časa sem dobila belo tablo in flomastre. Poučevanje na beli tabli je potekalo še vedno podobno kot na zeleni tabli, le da je bila tabelna slika na beli tabli nekoliko slabša kot na zeleni, ker je bilo pisanje in risanje manj natančno.
Po več letih poučevanja sem vedela, da bi bilo poučevanje veliko boljše, če bi vključila nazorne prikaze z računalniškimi programi. Ko sem v razred dobila računalnik in projektor, sem se takoj lotila novih didaktičnih pristopov. Najprej sem uporabljala program Graph, nato GeoGebro. S tem sem dijakom približala analizo in risanje grafov funkcij ter geometrijo. Ugotovila sem, da je tehnologija pri pouku nadvse uporabna in nazorna, zato sem želela svoje delo na tem področju še izboljšati. Snov sem še vedno podajala frontalno, saj dijaki niso imeli možnosti uporabljati tehnologije.
Kmalu sem začela uporabljati tudi spletno učilnico, v kateri sem objavljala povezave na različne spletne strani in učne liste, sestavila sem prve spletne teste za preverjanje znanja, ki so jih dijaki reševali doma, v šoli pa smo pregledali in analizirali rezultate. Nazornost pri pouku sem izboljšala z animacijami iz spletnega gradiva E-um in pozneje tudi iz Nauk.si. Uvajala sem tudi aktivne oblike učenja, kot so preiskovalne in problemske naloge.
Pred nekaj leti sem dobila prvo interaktivno tablo, ki je bila nekoliko slabša, nato pa interaktivno tablo z boljšo ločljivostjo in možnostjo upravljanja z dotikom. Moje poučevanje je dobilo novo dimenzijo. Zdaj pišem vse na i-tablo in zelo redko na belo tablo, ki jo imam še vedno v razredu. Najpomembnejše pri uporabi i-table je, da lahko vsako uro shranim tabelne zapiske in jih prihodnjo uro uporabim za ponovitev in osvežitev snovi. S tem prihranim veliko časa, ki ga lahko uporabim za druge aktivnosti v razredu. Pogosto tabelne zapiske izvozim v pdf-format in jih po

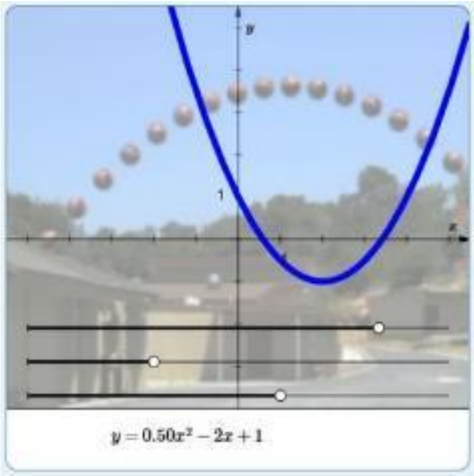
elektronski pošti pošljem dijakom, ki so dolgotrajno bolni ali odsotni zaradi drugih šolskih aktivnosti.
Delo sem si začrtala tako, da pri vsaki snovi odprem dva dokumenta; enega za obravnavo nove snovi, drugega za vaje. Vaje pripravim že doma vnaprej, zato jih v šoli le odpremo in rešujemo. V gradiva pogosto vključim tudi povezave na vnaprej pripravljene animacije v GeoGebri, na spletne strani, na i-učbenik, na gradiva v spletni učilnici in podobno. Tako sem svoje poučevanje zelo poenostavila. Pripravi gradiv za i-tablo sem namenila veliko časa, vendar jih lahko ponovno uporabim v naslednjih šolskih letih.
V tem šolskem letu sem svoje poučevanje ponovno nadgradila, saj smo se na šoli z enim oddelkom dijakov drugih letnikov tehniške gimnazije vključili v projekt Uporaba in uvajanje e-gradiv in e-storitev pri pouku. Učitelji in dijaki smo prejeli tablične računalnike, ki jih imajo dijaki ves čas na voljo, tudi doma. V vsej svoji pedagoški praksi sem ravno z uporabo tabličnih računalnikov naredila največji korak pri svojem poučevanju.
Pouk je zdaj pogosto, ne pa vedno, usmerjen v lastno odkrivanje in preizkušanje dijakov, zato sem se nanj znova podrobno pripravljala. V pripravah sem na novo opisala, kaj pri pouku dela učitelj in kaj delajo dijaki. Natančno sem predvidela bistvena vprašanja, ki jih bom ob aktivnostih zastavila dijakom, da bodo sami prišli do zaključkov. Trenutno sem se osredotočila na dve vrsti aktivnosti. Prva aktivnost je odkrivanje in raziskovanje na tabličnih računalnikih ob animacijah v i-učbeniku Vega 2, druga aktivnost pa je samostojna izdelava animacij v GeoGebri, ki so si jo dijaki kot aplikacijo naložili na tablični računalnik. Pri tem dajem prednost samostojni izdelavi preprostih animacij pri vseh problemskih situacijah, ki za dijake niso preveč zahtevne, saj so tako bolj aktivni.

Primerjava frontalnega poučevanja in poučevanja z aktivno vlogo dijakov

Za ilustracijo navajam v dveh konkretnih primerih učnih ur primerjavo med frontalno obravnavo učne snovi in obravnavo snovi z aktivno vlogo dijakov s tehnologijo. Prvi primer je definicija kvadratne funkcije, drugi primer pa obravnava družin parabol.

Definicija kvadratne funkcije

Pri frontalnem poučevanju v prejšnjih letih sem vpeljala kvadratno funkcijo z definicijo, torej sem podala funkcijski predpis funkcije, nato pa smo z risanjem različnih primerov na tablo raziskovali pomen vodilnega in konstantnega koeficienta. Dijaki so sicer sodelovali pri oblikovanju zaključkov, večinoma pa so bili le opazovalci mojega dela.
Pri izvedbi ure z aktivnim raziskovanjem dijakov v tem šolskem letu sem dijake motivirala in usmerjala, večji del pa so raziskali sami. Po koncu vsake aktivnosti so dijaki povzeli svoje ugotovitve, jih predstavili najprej sošolcu (delo v parih), nato pa smo na tablo oblikovali zapiske, ki so jih zapisali tudi v zvezek.
Za uvodno motivacijo smo si z dijaki po učilnici podajali žogo. Presenečeni so bili, da bomo let žoge, ki ga poznajo še iz otroštva, obravnavali matematično. Obliko leta žoge smo poimenovali parabola, nato pa sem jih napotila k ogledu filma o metu žoge na koš v i-učbeniku Vega 2 na strani 451. Na tablicah so si ogledali film, nato pa na strani 452 v istem učbeniku rešili prvi zgled, v katerem so z drsniki na animaciji poiskali krivuljo, ki se najbolje prilega letu žoge (slika 1). Tako sem v pouk vključila še modeliranje s funkcijami.



Slika 1: Animacija z drsniki pri metu žoge na koš (Vega 2, str. 452)

Z opazovanjem enačbe parabole, ki se izpisuje v animaciji, so spoznali obliko predpisa parabole. Funkcijo, katere graf je parabola, smo poimenovali kvadratna funkcija in zapisali njeno definicijo na tablo. Dijaki so hitro sklepali o pomenu vodilnega in konstantnega koeficienta in spoznali, da vodilni koeficient ne sme biti 0. Definirali smo še lastnosti konveksnost oziroma konkavnost funkcije ter teme. Vse ugotovitve smo zapisali na tablo in v zvezek. Nato smo na tablo, v zvezek in z GeoGebro narisali nekaj preprostih parabol oblike $y = ax^2 + c$.

Na koncu učne ure sem dijake napotila še k raziskovanju uporabnosti parabole v vsakdanjem življenju. Na spletu so poiskali številne slike in bili presenečeni nad njeno uporabnostjo.

Primerjava obeh načinov poučevanja je podana tudi v preglednici 1.

Faza učne ure	**Frontalno poučevanje**	**Aktivno raziskovanje dijakov**
Uvod	Učitelj zapiše na tablo predpis kvadratne funkcije.	Učitelj prinese v razred žogo in si jo podaja z dijaki, vmes postavi vprašanje, kako leti žoga. Dijaki opisujejo let. Učitelj jim pojasni, da obliko leta žoge imenujemo parabola.
Aktivnost	Skupaj z dijaki z risanjem več funkcij najprej raziščejo pomen vodilnega in konstantnega koeficienta.	Učitelj napoti dijake v i-učbenik na uvod v kvadratno funkcijo, v katerem je posnet met žoge na koš. Dijaki si ogledajo film, nato pa rešijo nalogo na animaciji, na kateri je treba z drsniki poiskati krivuljo, ki se letu žoge najbolje prilega.
Oblikovanje zaključkov	Dijaki in učitelj oblikujejo ugotovitve o vodilnem in konstantnem koeficientu.	Dijaki sami ugotovijo, kakšen je splošen predpis funkcije, katere graf se letu žoge najbolje prilega, ter razložijo pomen vodilnega in konstantnega koeficienta funkcije. Ugotovijo, da mora biti vodilni koeficient različen od nič, in to preverijo na aktivni sliki.

Utrjevanje snovi	Učitelj na tablo in dijaki v zvezek narišejo nekaj zgledov funkcij $y = ax^2 + c$.	Učitelj na tablo in dijaki v zvezek in z GeoGebro narišejo nekaj zgledov funkcij $y = ax^2 + c$.
Zaključek	Dijaki nimajo možnosti raziskati uporabnosti parabole, morda jim nekaj primerov poda učitelj.	Dijaki na spletu raziščejo uporabo parabole v vsakdanjem življenju.

Preglednica 1: Primerjava vpeljevanja kvadratne funkcije s frontalnim poučevanjem in z aktivnim raziskovanjem dijakov

Družina parabol

Drugi primer v preglednici 2 je obravnava družine parabol, ki ga rešujemo na koncu poglavja kvadratne funkcije, ko dijaki že spoznajo vse lastnosti kvadratne funkcije, kvadratno enačbo in neenačbo. Tako imajo dovolj teoretičnega znanja, ki ga lahko uporabijo.

Pri frontalnem poučevanju sem dijakom podala kot nalogo družino parabol in nekaj nalog, ki smo jih rešili. Primer naloge je:

> Dana je družina parabol $y = 2x^2 + mx + m$, kjer je *m* realni parameter. Izračunaj *m* tako, da:
> a) bo parabola iz družine potekala čez točko A (2, –3).
> b) bo parabola iz družine sekala abscisno os pri 4.
> c) bo imela parabola iz družine teme pri 6.
> č) se bo parabola iz družine dotikala abscisne osi.

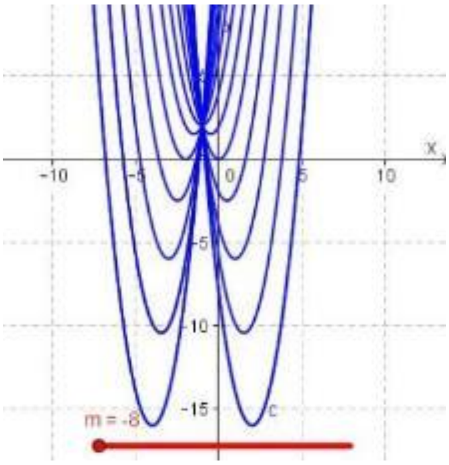
Nalogo smo reševali na tablo. Ker je družina parabol za dijake zelo abstrakten pojem, so nalogo dobro razumeli le boljši dijaki, večina dijakov pa se je snov naučila, ne da bi točno vedeli, kaj rešujejo.

Aktivno raziskovanje dijakov v GeoGebri na tablicah pa je tudi slabšim dijakom nalogo približalo. Za razliko od frontalnega poučevanja sem dijakom nalogo zastavila kot preiskovalno nalogo:

> Razišči družino parabol $y = 2x^2 + mx + m$, kjer je *m* realni parameter.

Dijaki so že vešči dela z GeoGebro. Nekateri so se naloge lotili tako, da so narisali parabole pri nekaterih vrednostih parametra, nekateri pa so uporabili drsnik za parameter (slika 2). Ker so si ugotovitve predstavili v parih, so kmalu tudi dijaki, ki niso uporabili drsnika, spremenili svojo metodo raziskovanja. Tako so na koncu vsi raziskovali z drsnikom. Ugotovili so, da

- se nekatere parabole dotikajo abscisne osi, druge jo sekajo dvakrat, tretje je ne sekajo;
- nekatere parabole sekajo ordinatno os nad abscisno osjo, nekatere pod njo;
- ima družina parabol skupno točko;
- temena parabol ležijo na paraboli.



Slika 2: Družina parabol v GeoGebri (lastni vir)

Po njihovih opažanjih smo oblikovali nekaj vprašanj, na katera smo poiskali odgovore:

- Za kateri parameter poteka parabola čez točko A (2, –3)?
- Za kateri parameter ima parabola teme pri 4?
- Za katere parametre parabole sekajo abscisno os?
- Katera točka je skupna točka vsem parabolam v družini?
- Na kateri paraboli ležijo temena parabol iz družine?

Nekaj dijakov je naloge reševalo na i-tablo, preostali v zvezek, nato pa so rešitve predstavili še v GeoGebri na tablici in učitelj na i-tabli.

Faza učne ure	**Frontalno poučevanje**	**Aktivno raziskovanje dijakov**
Predstavitev naloge	Učitelj na tablo zapiše nalogo in vprašanja, na katera je treba poiskati odgovor.	Učitelj na tablo zapiše primer družine parabol in pojasni pomen parametra družine.
Raziskovanje	Dijaki niso imeli možnosti raziskovanja.	Dijaki z GeoGebro na tablicah raziskujejo družino parabol pri različnih vrednostih parametra. Nekateri dijaki vstavljajo različne vrednosti parametra in opazujejo parabole. Drugi dijaki uporabijo drsnik in raziščejo večjo množico parabol.
Predstavitev opažanj	Dijaki niso imeli možnosti predstavitve svojih opažanj niti sodelovanja v parih.	Učitelj spodbudi dijake, da opišejo svoja opažanja. Dijaki ponovno raziščejo družino z drsnikom. Najprej svoja opažanja predstavijo sošolcu, nato opišejo svoja opažanja učitelju. Ker na tablici ni mogoče uporabljati sledi, učitelj prikaže sled družine v odvisnosti od parametra na i-tabli.
Oblikovanje lastnih vprašanj in	Dijaki niso imeli možnosti oblikovati svoja vprašanja in	Učitelj spodbudi dijake, da oblikujejo vprašanja, na katera bomo poiskali odgovore.

nalog	naloge.	
Reševanje naloge	Učitelj in dijaki rešujejo na tablo naloge.	Dijaki rešujejo naloge v zvezek in na tablo, vsako rešitev predstavijo tudi v GeoGebri na tablici.

Preglednica 2: Primerjava obravnave družine parabol s frontalnim poučevanjem in aktivnim raziskovanjem dijakov

Vloga tabličnih računalnikov pri pouku

Tablični računalniki so pri pouku spontano povzročili spremenjeno vlogo dijakov in učitelja, čeprav ni bil poudarek na uporabi tehnologije, ampak na aktivnem delu dijakov. Tehnologijo smo uporabili kot didaktični pripomoček.

Preden smo dobili tablične računalnike, smo se z dijaki dogovorili za pravila pri njihovi uporabi. Prvo in najpomembnejše pravilo je, da dijaki uporabljajo tablične računalnike, ko jim dovolim. Tako usmerjam njihove aktivnosti s tem, da jim povem, kdaj naj uporabijo tablice ter kdaj naj jih pospravijo in nadaljujejo z delom v zvezkih. Dogovorili smo se, da pri pouku ne bodo uporabljali tablic za brskanje po spletu, če to ni predvideno, da ne bodo brali elektronske pošte in dostopali do Facebooka in podobnih omrežij. Dijaki spoštujejo te dogovore in delo poteka tekoče.

Dijaki tako uporabljajo tablico za delo z GeoGebro, reševanje nalog v i-učbeniku, iskanje informacij po spletu, za dostopanje do učnih listov v spletni učilnici, za reševanje spletnih testov v spletni učilnici in za uporabo spletnih programov, kot je Wolframalpha (ki so ga predlagali sami).

Naj poudarim, da tablic ne uporabljamo vsako uro, ampak le takrat, ko je to smiselno. Še vedno veliko ur izvedem s frontalnim poučevanjem, glede dela s tablicami pa menim, da bi raziskovanje dijakov le na vnaprej pripravljenih animacijah v i-učbeniku postalo za dijake dolgočasno in sčasoma ne bi dajalo želenih rezultatov, zato jih spodbujam k izdelavi lastnih animacij. Dijaki so pri delu s tabličnimi računalniki in različnimi aplikacijami zelo spretni. Pogosto se sama od njih naučim česa novega.

Velika spontana sprememba pri delu v razredu je sodelovalno učenje dijakov. Ob večini aktivnosti jim dovolim, da si med seboj pomagajo pri oblikovanju animacij in predstavijo svoje ugotovitve. Tako najpogosteje delajo v parih. Tak način dela je v učilnico prinesel ustvarjalni nemir, ki ga nisem navajena. Prej je bila v razredu precej stroga tišina, glavno besedo sem imela jaz, dijaki pa so odgovarjali na moja vprašanja in dajali ideje za reševanje nalog. Novonastali ustvarjalni nemir me je na začetku zelo motil, saj sem imela občutek, da v učilnici nimam več nadzora, pa se je izkazalo, da ni tako. Dijaki vestno izpolnijo naloge in nato nadaljujemo z delom.

Izpostavila bi še pomembnost hkratne uporabe interaktivne table in tabličnih računalnikov. Vse gradivo in programe, ki jih uporabljajo dijaki na tablicah, je treba prikazati tudi na i-tabli, pa naj gre za GeoGebro, i-učbenik ali splet. Ker je delo na i-tabli podobno kot na tablicah, učitelj tako poveže svoje delo in delo dijakov.

Opažam, da je največji prispevek rabe tabličnih računalnikov pri pouku dejstvo, da je matematika za dijake »oživela«. Zdaj si ob določenih problemskih nalogah, sicer še vedno na mojo pobudo, tudi sami zastavljajo vprašanja, na katera poiščemo odgovor. Z animacijami v i-učbeniku ali z lastno animacijo v GeoGebri imajo dijaki matematiko »v svojih rokah«, postala je »otipljiva« in uporabna. Opažam, da je matematika za dijake manj abstraktna oziroma so razvili večjo moč abstrakcije.

Zaključek

Glede na dosedanje izkušnje menim, da je tehnologija pri pouku dobrodošla. Ob ustrezni uporabi pri dijakih razvija poglobljeno razumevanje matematičnih pojmov, spodbuja jih k razmišljanju in razvija številna procesna znanja.

Kadar predstavljam svoje delo sodelavcem, je prvo vprašane, ki ga zastavijo, ali je znanje dijakov zdaj boljše. Brez ustrezne raziskave težko odgovorim z da ali ne. Opazila sem, da je samo vsebinsko in proceduralno znanje podobno kot v prejšnjih generacijah. Dijaki podobno kot njihovi predhodniki rešujejo naloge in ob tem delajo napake. Opazila pa sem, da se je nekoliko izboljšalo njihovo razumevanje same snovi, predvsem pa, da so razvili določena procesna znanja in bodo morda čez čas dosegali višje ravni na taksonomskih lestvicah znanja.
Izkušnje, ki sem jih pridobila v tem šolskem letu, želim v naslednjih letih še nadgraditi. Svoje poučevanje bom še naprej razvijala v smeri aktivne vloge dijakov pri pouku ter oblikovanja in zastavljanja bistvenih vprašanj. Nadaljevala bom s preizkušanjem uporabnosti in koristnosti i-učbenikov, e-storitev in aplikacij, kot je GeoGebra. Nove pristope k poučevanju pa bom ustrezno kombinirala s klasičnim frontalnim poučevanjem.

Viri

1. De Corte, E. (2013): Zgodovinski razvoj razumevanja učenja. V: O naravi učenja. Uporaba raziskav za navdih prakse. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
2. Mayer, R. E. (2013): Učenje s tehnologijo. V: O naravi učenja. Uporaba raziskav za navdih prakse. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
3. Rutar Ilc, Z. (2003): Pristopi k poučevanju, preverjanju in ocenjevanju znanja. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
4. Rutar Ilc, Z. et al. (2005): Spodbujanje aktivne vloge učenca v razredu. Zbornik prispevkov. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
5. Vega 2: http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/vega2/223/index.html (5. 5. 2014).

KAJ IMAJO SKUPNEGA SCENARIJI, TABLICE IN MATEMATIKA?

What do scenarios, tablets and Math have in common?

Andreja Pečovnik Mencinger

andreja.pecovnik@guest.arnes.si

Srednja šola za gostinstvo in turizem Maribor

Povzetek

Predstavljena bo vpeljava in uporaba tablic pri pouku matematike v okviru mednarodnega projekta Creative Classrooms Lab. Poudarek bo na uporabi tablic po načelu inovativne pedagogike 1 : 1 v okviru projektnega in sodelovalnega dela ter na pomenu formativnega vrednotenja takšne oblike dela. Sodelovalno projektno delo se izvaja po vzorcu učnega scenarija s predpisanimi aktivnostmi. Predstavljen bo koncept takšnega učnega scenarija z vsemi aktivnostmi, izvedenimi v okviru tematskega sklopa Geometrija v prostoru. Namen takšne oblike dela je čim bolj aktivno vključiti dijake v vse faze pouka, spodbuditi njihovo ustvarjalnost, okrepiti različne učno-bralne strategije ter jih pritegniti k sodelovalnemu delu. Različne aktivnosti postavijo dijaka v različne vloge in posledično se v njih znajde vsak na svoj edinstven način. Predstavi se tudi raznolik in kritičen pogled dijakov na uporabo tablic pri pouku matematike.

Ključne besede: tablice, učni scenarij, aktivnosti, ključne kompetence, vrednotenje

Abstract

The intent of the paper is to present the introduction, implementation and use of tablets in teaching Mathematics as part of an international project Creative Classrooms Lab. The emphasis is on the use of tablets based on the principles of innovative pedagogy 1:1 during collaborative work and on the importance of formative assessment of student’s work. The template for collaborative work is a learning scenario consisting of several activities. The presented learning scenario and its activities refer to unit 3D Geometry. The purpose of that kind of work is to make students more active in every phase of the learning process, to encourage their creativity, to strengthen their reading and learning strategies and to attract them to collaborative work. Different activities put students in different roles and, consequently, they respond in their unique way. In conclusion diverse and critical students’ view on the use of tablets in teaching Mathematics is presented.

Keywords: tablets, learning scenario, activities, key competences, assesment

Uvod

Cilje matematike v srednjih strokovnih šolah dosegamo z razvijanjem ključnih kompetenc (Katalog znanja, 2007). Ob tem učitelji izbiramo različne oblike in metode dela, prav tako pa na doseganje ključnih kompetenc pomembno vplivajo pogoji dela in razpoložljiva oprema. Srednja šola za gostinstvo in turizem Maribor (SŠGT) se je v preteklem letu vključila v mednarodni projekt Creative Classrooms Lab ter tako v okviru predmeta matematika začela z implementacijo tablic pri pouku. S posameznimi aktivnostmi, ki smo jih v okviru projekta izvajali vse šolsko leto, smo želeli doseči: večjo aktivnost dijakov pri pouku, lažje spremljanje dosežkov, razvijanje vseh ključnih kompetenc predmeta matematike ter razvijanje kompetenc 21. stoletja. Med temi izpostavimo: ustvarjalnost, inovativnost, kritično mišljenje, informacijsko pismenost, reševanje problemov, odločanje, fleksibilnost, prilagodljivost, učenje učenja, raziskovanje, komunikacijo – sporočanje, produktivnost, odgovornost, sodelovanje in IKT-postopke.

Projekt Creative Classrooms Lab

Creative Clasrooms Lab je dvoletni projekt, v katerega je vključenih 45 učiteljev (šol) iz osmih držav (Italija, Avstrija, Belgija, Velika Britanija, Slovenija, Litva, Portugalska, Češka). Koordinator projekta je European Schoolnet, na nacionalni ravni pa izvaja koordinacijo projekta Zavod RS za šolstvo (ZRSŠ). Gre za razvojni projekt, katerega namen je delo z dijaki po načelu inovativne pedagogike 1 : 1. Vsak dijak ima svojo napravo (tablica, prenosnik), ki jo uporablja za delo v šoli in doma. Učitelji, ki so vključeni v projekt, pripravljajo 1 : 1 učne scenarije, ki jih preizkušajo v razredu z namenom, da bi nastalo čim več primerov dobre prakse uporabe pedagogike 1 : 1.

Poudarek je na kreativnih in inovativnih oblikah poučevanja, ki vodijo učence h kompetencam 21. stoletja.
Za letošnje šolsko leto smo kot vodilno učno obliko izbrali projektno in sodelovalno delo. V projekt je vključenih pet slovenskih šol: Srednja ekonomska šola Maribor, Škofijska gimnazija Antona Martina Slomška Maribor, Srednja šola za gostinstvo in turizem Maribor, Gimnazija Jožeta Plečnika Ljubljana ter Srednja vzgojiteljska šola in gimnazija Ljubljana.

Učni scenariji

Pouk se izvaja na podlagi učnih scenarijev, ki jih lahko enačimo s pripravo na učni sklop. Namen učnih scenarijev je pripraviti avtentične situacije, ki so na neki način povezane z okoljem, v katerem dijaki živijo in ustvarjajo, ter postaviti dijakom realne probleme. Končni izdelek dijakov mora biti dejansko uporaben.
Učni scenarij sestoji iz sedmih aktivnosti: idejna zasnova, raziskovanje, načrtovanje, poizvedovanje, ustvarjanje, izboljšava ter predstavitev.
V okviru **idejne zasnove** se dijaki npr. prek videoposnetka z viharjenjem idej ter razpravo o osnutku projekta vpeljejo v projektno delo ter si zastavijo raziskovalno vprašanje. V fazi **raziskovanja** dijaki v skupinah raziskujejo in iščejo informacije v zvezi z zastavljeno nalogo. Pri tem uporabljajo različne vire: internet, šolska knjižnica, družabna omrežja, intervju, posnetki, fotografiranje ipd. V fazi **načrtovanja** si dijaki v skupinah razdelijo vloge in napravijo načrt dela ter način predstavitve svojega dela. **Ustvarjanje** je aktivnost učnega scenarija, s katero dijaki izdelajo končni izdelek. Izdelki so lahko zelo raznoliki: poročila, analize, ankete, kvizi, spletni vprašalniki, videoposnetki … **Poizvedovanje** je del učnega scenarija, kjer se dijaki posvetujejo z zunanjimi strokovnjaki bodisi prek družabnih omrežij bodisi z intervjuji v živo ter nato v fazi **izboljšave** izboljšajo svoj izdelek. Na koncu sledi še **predstavitev** izdelka drugim dijakom šole, staršem oz. širši javnosti.

Uporaba tablic pri pouku matematike

Pri opremljanju dijakov s tablicami je bila politika SŠGT takšna, da šola zagotovi tablice za dijake, ki le-teh nimajo, tako da dijaki mesečno plačujejo najemnino za izposojo tablic. Za delo s tablicami smo izbrali razred z 21 dijaki, ki obiskujejo tretji letnik programa Gastronomija in turizem ter so izbrali strokovne module s področja gastronomije. Tablice uporabljajo dijaki tako v šoli kot tudi doma. Po predstavitvi projekta članom oddelčnega učiteljskega zbora so se trije učitelji (učiteljica angleščine ter učitelja turizma in športne vzgoje) odločili, da se vključijo v projekt Ustvarjalni razred na nacionalni ravni, ki ga koordinira ZRSŠ, ter prav tako vpeljujejo tablice pri pouku v skladu s smernicami projekta.
Prvi koraki pri vpeljevanju tablic pri pouku matematike niso bili lahki. Dijaki so v glavnem uporabljali tablice in pametne telefone za uporabo aplikacij *Facebook* in *YouTube* ter za igranje igric. Bili so precej nespretni pri iskanju virov, imeli so veliko težav z organizacijo dela. Vpeljava vsake nove aplikacije nam je vzela precej časa. Ker je razporeditev ur pri matematiki v tretjem letniku na SŠGT taka, da večina ur pripada geometriji, je bila prva aplikacija, s katero smo se seznanili, *GeoGebra*. Dijaki programa *GeoGebra* niso poznali, zato so najprej raziskovali aplikacijo z lažjimi konstrukcijami (pravokotnica, vzporednica, krožnica z danim polmerom ipd.). Nadaljevali smo z načrtovanjem trikotnikov ter trikotniku očrtane in včrtane krožnice. Ker sem se odločila, da bom učni scenarij izvedla v okviru tematskega sklopa Geometrija v prostoru, sem dijake postopoma pripravljala na sodelovalno delo. Prva

takšna aktivnost je bila raziskovanje štirikotnikov s sodelovalnim delom. Dijaki so morali poiskati informacije o posamezni skupini štirikotnikov, pripraviti zapiske, konstruirati lik pri danih podatkih z geometrijskim orodjem ter z *GeoGebro*. Svoje aktivnosti so posneli ter posnetke delili z učiteljem v aplikaciji *Drive*. Bili so navdušeni nad aplikacijo *Drive*, niso pa bili navdušeni nad skupinskim načinom dela, saj ga niso bili vajeni. Člani nekaterih skupin so si zlahka razdelili delo in ga tudi dobro opravili, nekateri pa so imeli s tem veliko težav in tudi niso bili pripravljeni sodelovati. Prek anketnega vprašalnika sem od dijakov pridobila informacije o njihovem odnosu do različnih oblik dela. Izkazalo se je, da jim je najbolj pri srcu delo v dvojicah in najmanj skupinsko delo. Kasneje sem pri sodelovalnem delu to izkoristila tako, da so dijaki prehajali iz dvojic v skupine, kar se je izkazalo za dobro.
Naslednja oblika dela, ki smo jo izvedli pri usvajanju Pitagorovega izreka, je bila individualizacija. Uporabili smo spletno aplikacijo *Blendspace* (slika 1) (https://www.blendspace.com/), ki je zelo primerna za tako obliko dela, saj omogoča uporabo različnih dokumentov, slik, videoposnetkov ter vprašanj z možnostjo izbire v obliki kviza. Dijaki prehajajo med različnimi enotami po želji in svojih sposobnostih, komentirajo posamezne aktivnosti ter preverjajo svoje znanje s kvizom.
Ker so imeli dijaki stalen dostop do interneta, sem začela prakticirati diagnosticiranje njihovega predznanja s kvizi v *Moodlu*. To se je izkazalo za odlično. Dijaki so preverili svoje predznanje in ponovili matematična dejstva, ki so jih potrebovali za lažje razumevanje prihajajoče snovi. Dijaki s slabšim predznanjem pa so prek kvizov usvojili potrebna znanja za usvajanje nove snovi. Na voljo so imeli več poskusov za reševanje kviza in so se tako lahko učili na svojih napakah. V različnih fazah pouka smo uporabljali tudi *e-vsebine*, ki so nastale v okviru projekta E-učbeniki. Prav tako smo poznavanje osnovnih geometrijskih pojmov, Pitagorov izrek in kotne funkcije ostrih kotov preverili in ocenili s kvizom v *Moodlu*.

Vrednotenje dela

Ob uporabi tablic pri pouku je zelo pomembno ustrezno vrednotenje dela, saj je sicer velika verjetnost, da dijaki dela ne bodo opravili ali pa ga bodo opravili nekakovostno. Uporabljamo vse tri oblike vrednotenja: diagnostično, formativno in sumativno. Dijaki imajo v spletni učilnici povezavo do preglednice, iz katere je razvidno, koliko točk so prejeli ob kateri dejavnosti. Za vsako dejavnost so zapisani tudi opisni kriteriji vrednotenja. Formativno vrednotenje dela se je izkazalo za zelo učinkovito iz več razlogov. Dijaki so pri pouku bolj aktivni, pa tudi njihova prisotnost pri pouku je večja, posledično je boljše tudi sprotno znanje.

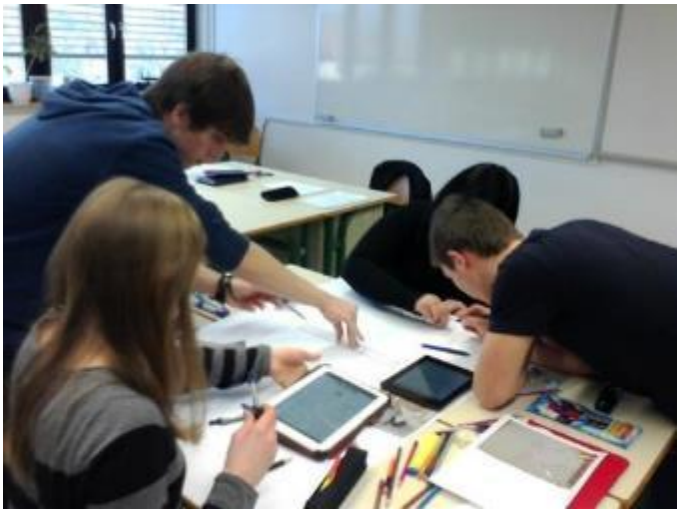
Projektno in sodelovalno delo

V skladu s smernicami projekta smo tematski sklop Geometrija v prostoru izvedli v obliki projektnega in sodelovalnega dela. Za lažjo organizacijo dela smo uporabili pripravljen obrazec (Tabela 1), ki zajema vse bistvene elemente učnega scenarija, vključno z oblikami vrednotenja, oblikami dela, uporabo tehnologije, izbiro učnega okolja ter vlogami udeležencev (dijakov, učiteljev, staršev, strokovnjakov). Pri izvedbi učnega scenarija so sodelovali tudi učitelji strokovnih predmetov s področja gastronomije. Naš cilj je bil, da dijaki skozi različne aktivnosti pridobijo toliko znanja, da sami uvidijo povezavo med vsebinami sklopa in njihovih strokovnim področjem ter vsakdanjim življenjem. Končni izdelek je bil zbirka nalog, ki povezujejo prostorsko geometrijo z njihovim strokovnim področjem ali vsakdanjim življenjem.

V ta namen smo si uvodoma pogledali videoposnetek dijaka, ki na humoren način predstavi geometrijska telesa. Po ogledu videoposnetka smo z viharjenjem idej nanizali nekaj smernic za nadaljnje delo ter se razdelili v skupine. Uporabili smo učno bralno strategijo VŽN ter aplikacijo *Sticky Notes.* Vsaka skupina je bila zadolžena za eno skupino teles (prizme, valj in krogla, piramide, stožec). Pri tem smo delno upoštevali tudi interese dijakov, ki so jih izrazili s pomočjo aplikacije *Socrative*. V fazi raziskovanja so dijaki s pomočjo učne predloge raziskovali lastnosti posamezne skupine teles. V nadaljevanju je bila njihova naloga, da si v skupini razdelijo vloge ter pripravijo slovar novih pojmov v *Moodlu*, modele geometrijskih teles, elektronsko gradivo, s katerim bodo predstavili posamezno skupino teles preostalim dijakom, ter kviz za preverjanje znanja. Za svoje delo so morali izbrati ustrezna orodja. Nekatere skupine so se odločile za delo z aplikacijo *Evernote*, druge pa so za predstavitev uporabile kar slovar v *Moodlu*, saj so morali dijaki vsak pojem podkrepiti s sliko. Za obdelavo slik je večina uporabila aplikacijo *Skitch*. Kviz za preverjanje so pripravili in izvedli z aplikacijo *Socrative*. Pri sestavljanju kviza so bili precej nespretni pri sestavljanju vprašanj. Naslednja aktivnost je bila izdelava miselnih vzorcev v obliki plakatov. V ta namen so morali dijaki poiskati slikovno gradivo s spleta, iz njihovih učnih delavnic ter okolja, v katerem živijo. Pravi užitek jih je bilo opazovati, kako ob ustvarjanju plakatov uporabljajo različne vire: zapiske, fotografije, tablice (slika 2). Nastali so čudoviti plakati (slika 3). Dijaki so to dejavnost ocenili kot najboljši del projekta. Po predstavitvi plakatov je vsak skupina ocenila posamezne plakate.

Naslov scenarija	**Sodelovalno delo**						
Čas (št. ur)	Idejna zasnova	Raziskovanje	Načrtovanje	Ustvarjanje	Poizvedovanje	Izboljšava	Predstavitev
Dejavnosti							
Primeri dejavnosti							
Vrednotenje Refleksija							
Oblike dela (skupinsko, sodelovalno, individualno, personaliza-cija)							
Digitalne tehnologije							
Učno okolje							
Vloge							

Tabela 1



Slika 1 | Slika 2

Slika 3

Sledilo je reševanje nalog. Dijaki so jih reševali v skupinah. Vsaka skupina je izbrala eno nalogo in jo predstavila preostalim dijakom. Ta dejavnost je bila po oceni dijakov drugi najboljši del projekta. Zadnja aktivnost je od dijakov terjala največ ustvarjalnosti in znanja. To je bilo oblikovanje nalog, ki smiselno povezujejo geometrijska telesa z njihovim strokovnim področjem ali z vsakdanjim življenjem. Pri tej nalogi so imeli možnost poizvedovanja pri strokovnjakih (učiteljih strokovnih predmetov). Nastalo je precej zanimivih nalog, ki pa so jih dijaki kar sami sestavili. Nihče ni izkoristil možnosti poizvedovanja oziroma posvetovanja. Naloge so sestavili v skupnih dokumentih (*Google Drive*). Skupaj smo jih izboljšali, nato pa so jih v mešanih skupinah predstavljali sošolcem iz drugih skupin. Predstavitve so snemali ter posnetke delili z mano v aplikaciji *Drive*. V nadaljevanju je predstavljenih nekaj nalog, ki so jih sestavili dijaki.

a) *Izdelati želimo dvonadstropno torto okrogle oblike. Spodnji, čokoladni, del torte ima polmer 2,5 dm in višino 1 dm. Zgornji, sadni, del pa ima polmer 1,5 dm ter višino 1,2 dm. Zanima nas skupni volumen torte ter količina sladke smetane, ki jo potrebujemo za premaz zgornjega dela torte s slojem debeline 1 cm. (Iz 1dl sladke smetane dobimo 2,5 dl stepene smetane.)*

b) *Čajna vrečka je v obliki tetraedra. Dolžina roba tetraedra meri 5,4 cm. V posodi oblike kvadra z merami 25 cm x 10 cm x 10 cm skladiščimo čaj. Koliko čajnih vrečk napolnimo s tem čajem, če so napolnjene največ 50 %?*

c) *Tinček namerava zašiti božičkovo kapo stožčaste oblike. Zanima ga, koliko metrov blaga bo potreboval, če je obseg njegove glave 45 cm, višina kape pa naj bo 20 cm.*

d) *Sladoledar namerava kupiti držalo za sladke kornete. Pomagaj mu izračunati maksimalno možno ploščino odprtine držala korneta, če je premer korneta 4 cm. Kolikšna količina sladoleda napolni ta kornet do vrha, če je višina korneta15 cm?*

e) *V pekaču nameravamo speči pecivo, zato ga bomo obložili s peki papirjem. Pekač ima obliko kvadra, ki je širok 22 cm, dolg 32 cm, v višino pa meri 6 cm. Papir ne sme segati preko robov pekača. Koliko papirja potrebujemo, če imamo 8 enakih pekačev, v katerih želimo peči?*

f) *Imamo lonec v obliki valja. Njegova prostornina je10 l in je do vrha napolnjen s kuhanimi špageti. Kolikokrat bomo napolnili cedilo v obliki pokončnega stožca, da jih oplaknemo s hladno vodo, če je polmer cedila 5 cm, njegova stranica pa 18 cm in je v loncu še 6 l vode?*

Dejavnosti ob izvajanju projektnega sodelovalnega dela so bile raznolike, tako da je lahko vsak dijak v nekem trenutku izkazal svoj talent, kar so tudi sami ugotovili in zapisali v anketnem vprašalniku ob koncu projekta. Naloge in videoposnetek smo predstavili paralelnemu oddelku in enemu od oddelkov zaključnega razreda. Prav tako smo naloge predstavili preostalim učiteljem matematike, ki jih bodo lahko uporabili pri pripravi dijakov na poklicno maturo. Vse aktivnosti smo sproti vrednotili. Za nekatere aktivnosti so bili dijaki ocenjeni skupinsko, za nekatere pa individualno.

Pogledi učitelja in dijakov na uporabo tablic pri pouku

Ob uporabi bodisi tablic bodisi prenosnikov v kontekstu inovativne pedagogike 1 : 1 je laže razvijati ključne kompetence ter kompetence 21. stoletja kot sicer, saj ena naprava na dijaka in dostop do interneta omogočata vpeljavo popolnoma drugačnih aktivnosti v pouk. Za pouk matematike bi bilo bolje izbrati prenosnik kot tablico, saj nekatere aplikacije na njem delujejo bistveno bolje (ena od takih je zagotovo *GeoGebra*), pa tudi za pripravo predstavitev je primernejši. Raznolike aktivnosti, ki jih je moč izvajati s pomočjo tablice ali prenosnika, popestrijo pouk, s čimer so se v anketi ob koncu projektnega dela strinjali tudi dijaki. Pomemben dejavnik je tudi kakovost tablice. Tablice, ki jih je našim dijakom zagotovila šola, so slabše kakovosti, kar so tudi dijaki v anketnem vprašalniku zapisali kot eno od slabih strani uporabe tablic. Ker je formativno vrednotenje pomemben spremljajoči dejavnik dela s tablicami, mora učitelj vložiti v pripravo na pouk in za vrednotenje učenčevega dela veliko truda in časa. Je pa zato pri pouku, ki je tako bolj usmerjen na učence, učitelj le v vlogi koordinatorja oz. mentorja. Dijakom se zdi takšno vrednotenje korektno, težava je le takrat, ko dijak izostane od pouka. Dijaki so zanimivost in všečnost pouka s tablicami na lestvici od 1 do 5 ocenili z oceno 4. Večini se zdi smiselno uporabljati tablice kot pripomoček, ne pa ves čas ali pa kot nadomestilo za zvezek. Dijaki, katerim uporaba tablic pri pouku ni bila všeč, so kot vzroke navajali bodisi svojo nespretnost uporabe tablic bodisi slabo kakovost tablice ter težave z zbranostjo pri uporabi tablic. Tudi sama sem opazila, da so nekateri dijaki precej nevešči dela s tablico, predvsem tisti, ki so si tablice izposodili v šoli in si tudi sicer ne želijo uporabljati tablice v prostem času. Menim, da bi bilo treba predhodno nekaj ur pouka nameniti seznanjanju s tablico, saj so med dijaki posamezniki, ki nimajo razvitih tovrstnih IKT-kompetenc. Ne glede na to pa so dijaki ob uporabi tablic razvijali IKT-kompetence in tudi sami ugotovili, da so se naučili iskati informacije na spletu ter da so spoznali nekaj novih uporabnih aplikacij za delo. Po končanem več kot enomesečnem sodelovalnem delu so skoraj vsi ugotovili, da jim je tak način dela všeč, čeprav ga na začetku niso marali. Kot pozitivno stran takšne oblike dela so izpostavili, da so se drug od drugega veliko naučili, da so dobili vpogled v stališča drugih, da so se naučili pomagati drug drugemu ter se dopolnjevati pri ustvarjanju skupnih dokumentov.

Zaključek

Enoletno delo s tablicami pri pouku matematike je dijake obogatilo z novimi znanji s področja IKT ter omogočilo razvoj vseh, v uvodu naštetih, kompetenc 21. stoletja. Še posebej opazen je bil razvoj kompetenc sodelovanje in učenje učenja. Napredovali so tudi pri organizaciji dela. Dijaki so postali pri pouku aktivnejši ter odgovornejši za svoje delo, kar pripisujem predvsem formativnemu vrednotenju njihovega dela. Spoznala sem, da kljub množični uporabi pametne tehnologije dijaki pri njeni uporabi v splošnem niso nič spretnejši, saj je njihova motivacija usmerjena v ozko področje uporabe tehnologije. Po enoletni uporabi tablic pri pouku matematike bi polovica dijakov kot pripomoček pri pouku izbrala tablico, druga polovica pa ne, zato bi bila pri vpeljavi tovrstne tehnologije dobrodošla postopnost.

Viri

1. Rojko, C., Marčić, N. *(2007): Katalog znanja: Matematika: 383 ur do 408 ur : za nove programe srednjega strokovnega izobraževanja (SSI), pripravljene v skladu z Izhodišči za pripravo izobraževalnih programov nižjega in srednjega poklicnega izobraževanja ter programov srednjega strokovnega izobraževanja, Ljubljana: MŠZŠ, CPI, SSPSI, 2001*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
2. http://creative.eun.org/ (11. 5. 2014).
3. https://www.azwestern.edu/academic_services/instruction/assessment/resources/downloads/formative%20and_summative_assessment.pdf (11. 5. 2014).
4. http://edglossary.org/formative-assessment/ (11. 5. 2014).

VIDEOPOSNETKI KOT PODPORA UČENJU MATEMATIKE

Video Clips as Support for Learning Mathematics

mag. Alojz Grahor

alojz.grahor@guest.arnes.si

Škofijska gimnazija Vipava

Povzetek

V prispevku so opisane prve izkušnje poučevanja matematike s pomočjo videoposnetkov. Predstavljeni so: cilj, način, primeri posnetkov, primeri učenja in nekaj povratnih informacij dijakov.

Ključne besede: matematika, poučevanje, učenje, videoposnetek

Abstract

This paper describes the first experience of teaching Mathematics through videos. Presented are the aim, method, examples of recordings, examples of learning and some feedback from students.

Keywords: mathematics**,** teaching**,** learning**,** video clip

1 Uvod

Namen prispevka je predstaviti novejši pripomoček za podporo učenju matematike, to je izdelavo in uporabo videoposnetkov pri poučevanju in učenju matematike. Na Škofijski gimnaziji Vipava smo začeli s tem načinom v začetku leta 2014. V prispevku so opisani cilji, način izdelave posnetka, predstavljeni so primeri posnetkov in primeri učenja s pomočjo videoposnetkov. Na koncu je zbranih nekaj prvih odzivov dijakov (po polletni uporabi). Ideja za to obliko podpore učenju matematike izhaja iz tujih izkušenj, kjer smo opazili spletni portal Khan Academy (Khan Academy, 2014) in iz slovenskega okolja Astra (Škraba, 2013). Gre za prve korake. Naš cilj pa je na primeren način pokriti vse temeljne matematične koncepte, ki izhajajo iz učnega načrta za gimnazijo.

2 Videoposnetek kot podpora učenju matematike

2.1 Ideja

Razumevanje temeljnih konceptov je v matematiki zelo pomembno. Po našem prepričanju in izkušnjah veliko dijakov usvoji temeljni koncept šele potem, ko z vajami poglobijo razumevanje. Večina dijakov pa se začne poglobljeno učiti šele pred pisnim ocenjevanjem znanja. Takrat bi jim bila zelo dobrodošla razlaga, ki pa je »šla« že mimo. Ideja je, da z videoposnetkom temeljnih primerov/osnovnih zgledov podpremo dijakovo samostojno učenje, ki ga lahko uporabi, če ga potrebuje. Tako je nastalo precej posnetkov, ki prikazujejo reševanje nalog s široko razlago. Druga spodbuda za izdelovanje videoposnetkov pa je enaka ideji, na kateri temelji učenje po metodi obrnjene učilnice. Lipovec in Zmazek utemeljujeta to metodo s tem, »da naj bi učenec pri domačem delu pridobil potrebno znanje nižjih taksonomskih stopenj, skupaj z učiteljem v razredu pa potem lažje in hitreje prišel k nalogam in izzivom, ki vodijo do problemskih znanj« (Lipovec, Zmazek, 2014: 150).

2.2 Izdelava učnega gradiva

Prva faza izdelave posnetka je izbor primerov. Smiselno se nam zdi posneti tipične naloge (ne celotne razlage snovi), ki bodo služile podpori učenja. Izbrane naloge napišemo v enem izmed urejevalnikov kot predlogo za samostojno učenje dijakov. Samo snemanje poteka ob reševanju naloge na interaktivni tabli z vključenim mikrofonom (snemanje glasu) in vključenim programom za snemanje slike na zaslonu računalnika (v našem primeru je to slika na interaktivni tabli). Na šoli uporabljamo prosto dostopni program *Screencast-O-Matic* (Screencast-O-Matic, 2009). Ko je posnetek končan, se odločimo za takojšen izvoz na *YouTube* ali za shranitev v obliki datoteke v enem izmed pogostih formatov. V prvem primeru je delo končano, v drugem primeru pa posnetek naložimo v spletno učilnico za matematiko na naši šoli. Učnemu listu za dijake dodamo pri vsaki nalogi še spletni naslov posnetka. Te predloge shranimo v spletni učilnici, kjer so dostopni dijakom.

2.3 Podpora samostojnemu učenju

Izdelane predloge učnih listov z naslovi posnetkov so dostopne dijakom. Dijak rešuje nalogo na svoj list. Če potrebuje razlago, si pogleda posnetek. Lahko pregleda vse korake reševanja, lahko posluša in opazuje večkrat, lahko pa pogleda samo konec in preveri rešitev. Primer preprostega učnega lista je v prilogi 1.

2.4 Nadgradnja

Možna nadgradnja tega učnega pripomočka je, da bi posneli manj zahtevne razlage s tipičnimi primeri. Pred učenjem v šoli naj bi jih dijaki sami pregledali doma in se tako pripravili na pouk (obrnjeno učenje ali »flipped learning« v angleški literaturi, tudi obrnjena učilnica oziroma »flipped classroom«). S tem bi se skrajšal čas frontalnega pouka in bi bil učitelj več časa na voljo posameznim dijakom pri podpori učenja oziroma bi uporabil katero izmed aktivnih metod pouka. Druga možna nadgradnja je, da bi določene izbrane naloge pod vodstvom mentorja posneli dijaki sami. Računamo pa tudi s tem, da se bodo ob smiselni uporabi te metode odprli še drugi vidiki uporabe videoposnetkov. Vsekakor pa mislimo ohraniti in razvijati tista področja, ki bodo ekonomično upravičena in ki bodo dodala didaktično vrednost pouku matematike.

2.5 Kritični razmislek

Seveda se ob tej »novosti« pojavlja več kritičnih razmislekov. Prvi je ta, da za izdelavo posnetka potrebujemo nekaj pripomočkov (računalnik, interaktivna tabla, ustrezna programska oprema, mikrofon, internetna povezava), znanje in ne nazadnje čas ter malo drznosti. Prve izkušnje kažejo, da je izdelava posnetka časovno kar zahtevna, a se z izkušnjami potreben čas skrajšuje. Drugi pomislek je, ali bodo imeli vsi dijaki možnost ogleda videoposnetkov. Rešitev je v tem, da se dijakom, ki te možnosti nimajo doma, ponudi možnost učenja z videoposnetki v šoli (nekaj dijakom dostopnih računalnikov je treba opremiti s slušalkami). Tretji pomislek je pa glede tega, da bodo dijaki računali na posnetke doma in ne bodo izkoristili pouka v šoli (da bodo manj zainteresirani za aktivno delo v šoli). Ta problem je hitro rešljiv s primernim vodenjem pouka v šoli, skratka, odvisen je od učitelja. Seveda si ne predstavljamo pouka matematike brez žive navzočnosti učitelja, kjer matematika nastaja v interakciji učitelja z učenci. Opisani pripomoček si predstavljamo kot podporo k učenju matematike, ne pa kot nadomestilo učitelja. Četrti pomislek je dilema, ali posnetke objavljati tako, da so prosto dostopni vsem zainteresiranim uporabnikom, ali le v internih spletnih učilnicah. Na šoli smo zagovorniki širokega dostopa do znanja. Javna objava pa seveda zahteva strokovno neoporečnost in dosledno rabo matematičnega jezika, kar ni enostavno. Sicer pa vidimo veliko večjo uporabno vrednost za »svoje dijake«, saj ima vsak učitelj nekoliko specifičen pristop poučevanja. Mogoče bi bil na mestu razmislek o postavitvi portala s posnetki tipičnih nalog (s strokovno podporo zlasti rabe matematičnega jezika), ki bi bil dostopen vsem zainteresiranim.

2.6 Prvi odzivi

Podrobnejše evalvacije ali kakšne primerjave še nimamo. Po pogovorih z dijaki ocenjujemo, da so z načinom večinoma zadovoljni. Nekaj dni pred pisnim ocenjevanjem zelo naraste število pregledov posameznih videoposnetkov. Precejšnjemu številu dijakov se zdi ta način koristen in si želijo še več posnetkov, nekaterim pa ta način ne ustreza (anketa z dvigom rok: 50 % zelo koristen, 20 % koristen, 30 % ne vidi koristi).

2.7 Kratka refleksija dijakov

Povabili smo dijake tretjega letnika, da zapišejo svoja mnenja. V nadaljevanju je nekaj njihovih zapisov.

»Sam filmčkov kot pomoč pri učenju še nisem uporabljal, se mi pa zdijo zelo dobra stvar kot možnost samostojnega učenja, še sploh za dijake, ki pri pouku ne morejo popolnoma slediti oziroma ne razumejo že prve razlage.«

»Posnetki pri matematiki se mi zdijo dobri, saj z njimi dodatno utrdiš snov in tudi snov dobro razložijo. Tako se iz njih zlahka naučiš, kar pri pouku nisi razumel.«

»Nekaj dni pred testom sem svoje znanje res obnovila s posnetkom. Bilo mi je všeč, saj je profesor počasi obnovil vso snov, tudi tiste najosnovnejše stvari, ki naj bi jih že znali. Prednost je gotovo tudi v tem, da si lahko kadar koli pogledaš posnetek – če ne razumeš, če si manjkal pri pouku, če moraš popravljati.«

»Videoposnetki se mi zdijo zelo dobri, saj lahko dijaki še enkrat slišimo razlago. To je ključnega pomena pri učenju doma, ko neke snovi ne razumemo.«

»S posnetki sem si precej pomagal. Zelo mi je všeč, da grem lahko čez nalogo počasi, korak za korakom in na koncu razumem, za kaj se gre. Če pa slučajno ne, pa lahko gledam znova. Tako da le tako naprej s podobnimi posnetki.«

»Način učenja po internetu s pomočjo posnetkov se mi zdi dober. Čeprav se nisem nikoli najprej oprla na ta vir informacij, pa mi je ogromno pomagal pri nekaterih poglavjih, ki jih nisem dobro razumela.«

»Videoposnetki so kar dobri, a ne moreš vprašati profesorja.«

»Sama delam veliko vaj in mi način z videoposnetki ne odgovarja. Je prepočasen.«

»Matematike se učim samo toliko, da naredim. Tudi ta način me ne bo prepričal.«

3 Zaključek

Dosedanje izkušnje na naši šoli so pokazale, da je razmerje med vloženim trudom in časom ter zadovoljstvom dijakom v korist drugega. Vsekakor nameravamo s tem delom nadaljevati. Želimo pokriti vse temeljne koncepte iz učnega načrta gimnazijske matematike ter posnetke sistematično urediti v posebni interni spletni učilnici. Treba pa bo narediti temeljitejšo strokovno evalvacijo in ovrednotiti, ali s tem pomembno podpiramo dijake pri učenju in tudi tako pomagamo graditi njihovo kakovostnejše znanje matematike.

4 Viri

V nam dostopni literaturi in internetnih virih nismo zasledili strokovnih člankov s področja podpore pri učenju matematike s pomočjo videoposnetkov, posredno je ta način učenja omenjen v strokovnem viru Lipovec, Zmazek (Lipovec, Zmazek, 2014). Gre pa za del učenja po metodi obrnjene učilnice, ki se počasi uveljavlja. Bralec, ki želi več izvedeti o tej metodi, naj vire išče s ključnimi besedami: obrnjeno učenje, obrnjena učilnica, flipped learning, flipped classroom in podobno.

1. Khan Academy (2014): Learn almost anything, https://www.khanacademy.org/ (14. 5. 2014).
2. Lipovec, A., Zmazek, E. (2014): Uporabniške izkušnje dijaka pri delu z matematičnimi interaktivnimi e-gradivi. V Slovenski i učbeniki, Ljubljana: ZRSŠŠ, http://www.zrss.si/digitalnaknjiznica/slovenski-i-ucbeniki/index.html#/150/zoomed (14. 6. 2014).
3. Screencast-O-Matic, (2009): http://www.screencast-o-matic.com/ (20. 12. 2013).
4. Škraba, A. P. (2013): Astra.si, http://astra.si/ (10. 11. 2013).

Priloga 1: Izbrane naloge za utrjevanje znanja

1. Dani so vektorji: $\vec{a}=(2,-1,3)$, $\vec{b}=(-4,-2,1)$ in $\vec{c}=(x,-4,5)$
   a. Izračunaj vektor $\vec{x}=2\vec{a}-\vec{b}$

      Vir: http://www.youtube.com/watch?v=qzkcNTC7odo.
   b. Izračunaj $|\vec{a}+\vec{b}|$

      Vir: http://www.youtube.com/watch?v=qzkcNTC7odo. (od 1.25 dalje)
   c. Izračunaj velikost kota med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$

      Vir: http://www.youtube.com/watch?v=URB5TdqngCU.
   d. Izračunaj x tako, da bosta vektorja $\vec{a}$ in $\vec{c}$ pravokotna.

      Vir: http://www.youtube.com/watch?v=x5QS7tKQGZ4.
   e. Izračunaj x tako, da bosta dolžini vektorja $\vec{b}$ in $\vec{c}$ enaki.

      Vir: http://www.youtube.com/watch?v=VQnE-O58NKk.
   f. Zapiši enotski vektor v smeri vektorja $\vec{a}$

      Vir: http://www.youtube.com/watch?v=PJ1vlfo7FuU.
   g. Izračunaj velikost kota med vektorjem $\vec{a}$ in abscisno osjo.

      Vir: http://www.youtube.com/watch?v=D2EEg8i2CgY.

2. Okrajšaj ulomka $\dfrac{1-3a^{-1}-40a^{-2}}{1-5a^{-1}}$ in $\dfrac{6^{n+1}-2\cdot 6^{n}+4\cdot 6^{n-1}}{2\cdot 3^{n}+3^{n-1}}$

Vir: http://www.youtube.com/watch?v=CYT6htM5Gjk.

3. Natančno izračunaj

$$\left(2+\sqrt{3}\right)\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{3}\left(\sqrt{12}+\sqrt{27}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-3}$$

Vir: http://www.youtube.com/watch?v=p6FEEyyyauw.

4. Izračunaj brez žepnega računala:

$$\sqrt{81^{\frac{3}{4}}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}+0{,}25^{\frac{1}{2}}-27^{\frac{2}{3}}$$

Vir: http://www.youtube.com/watch?v=ttcGbNX0gcc.

5. Dana je enačba: $\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3}=a$
   a. Izračunaj parameter a, da bo rešitev enačbe x = 6.
   b. Reši enačbo, če je a = 0.
   c. Reši enačbo, če je $a=\sqrt{6}$

   Vir: http://www.youtube.com/watch?v=vSkh3GP3RC8.

6. Reši enačbo: $\sqrt[3]{\sqrt{x-2}+3}=2$

   Vir: http://www.youtube.com/watch?v=ooogP_So6EM.

7. Reši enačbo: $\sqrt{4x-x^2+6}-2=x$

   Vir: http://www.youtube.com/watch?v=RVEEVxwjuel.
   (Na posnetku je napaka. Odkrij jo.)

8. V trikotniku z oglišči A(1,–2,4), B(3,–1,1) in C(5,9,–3) .

   Izračunaj:
   a. velikost kota β

   Vir: http://www.youtube.com/watch?v=D2xViqVTS8o.

   b. težiščnico na stranico $b=|AC|$ (t_b).

Oboje je na

Vir: http://www.youtube.com/watch?v=ordWRRVZWmE.

VIZUALIZACIJA PROSTORA U IPA PROJEKTU

Space visualization in IPA project

Ljiljana Jeličić[1], Zlatko Lobor[2], Ivana Martinić[2], Petar Mladinić[2], Nikol Radović[3]

ljiljana.jelicic@gmail.com, zlatko.lobor2@gmail.com, imartinic7031@gmail.com,

petar.mladinic@zg.t-com.hr, nradovic@geof.hr

[1]Gimnazija Metković, Metković, [2]V. gimnazija, Zagreb,

[3]Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb

Sažetak

U nekim srednjim školama RH predmet Nacrtna geometrija je izborni predmet. Upisuju ga učenici koji planiraju upisati neki od fakulteta na kojima je vizualizacija prostora vrlo važna. No, razvojem tehnologije i uvođenjem Bolonjskog procesa došlo je do potrebe za promjenama u izvođenju nastave kao i ispravljanjem krivog shvaćanja da tehnologija može riješiti baš sve, *jednim klikom miša*. U svrhu ispunjavanja ideja Hrvatskog kvalifikacijskog okvira (HKO - a) grupa nastavnika se okupila sa idejom osmišljavanja nastavnog programa, kao i radnih materijala (za učenike i nastavnike). Kroz nekoliko primjera, u radu će biti prikazano kako se uz dobro osmišljene materijale učenja i poučavanja, uz primjenu programa dinamične geometrije Sketchpad 5.03 HR kao alata za crtanje može nastavu podići na viši novo, te kod učenika „poraditi“ na progledavanju, vizualizaciji.
Materijali su izrađeni u okviru projekta *Further developmentand implementation of the Croatian Qualifications Framework* financiranog od EU ili IPAQ Peta.

Ključne riječi: nacrtna geometrija, perspektiva, program dinamične geometrije Sketchpad, učenje, poučavanje

Abstract

In some high schools in Croatia, Descriptive Geometry is an elective course. It is attended by students who want to study at some university that considers the spatial visualization very important. However, the development of technology and the involment of the Bologna process require improvement in teaching and change of a wrong perception that technology can solve every problem, with just one click of a mouse. In order to fulfill the ideas of Croatian Qualifications Framework (CQF) group of teachers gathered with the idea of designing the curriculum, as well as the working materials (for students and teachers). Through several examples, the paper will show how with well designed teaching and learning materials, with the use of software of dynamic geometry Sketchpad 5.3 CRO as a tool for drawing, teaching can be brought to a new level and help students to „see through“ and to be able to visualize.
The materials are made within the project *Further development and implementation of the Croatian Qualifications Framework* or IPAQ Peta that is funded by the EU.

Keywords: Descriptive geometry, perspective projection, software of dynamic geometry Sketchpad, teaching, learning

Uvod

U svijetu u kojem živimo i radimo nalazimo na geometrijske figure (likove i tijela) koje zapažamo i razlikujemo po obliku, dimenzijama, boji, međusobnim odnosima (položaju i veličinama). Vještina uočavanja ovih razlika naziva se prostorni zor. Razvijanje prostornog zora jedan je od ciljeva matematičkog obrazovanja, jer vizualizacija prostora potrebna je za svakodnevni život, primjerice: *na putu od škole do kuće, na izletu, u igri (šaha, potapanja brodova, . .), parkiranju automobila (landrover treba parkirati na parking dovoljan za "fiću")*. Isto tako postoje struke koje bez vizualizacije prostora ne bi mogle ništa: građevinari, arhitekti, geografi (kartografi), strojari, brodograditelji, astronomi, slikari, grafički dizajneri . . .
Znanost koja se oslanja na prostorni zor ali ga i podiže na višu razinu naziva se *nacrtna / deskriptivna geometrija* ili *opisno mjerstvo.* U dokumentu *Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje* za područje Matematike, posvećena je sustavna pažnja geometriji prostora (a time i razvoju prostornog zora) kroz cijelu obrazovnu osnovnoškolsku i srednjoškolsku vertikalu. Danas, u 21. stoljeću razvojem tehnologije nisu strana razmišljanja da će računalo riješiti sve. Kome treba matematika / geometrija? Vizualizacija prostora? No, mi matematičari znamo da nije tako. Programi dinamične geometrije su moćan alat koji uz dobro osmišljene materijale učenja i poučavanja može nastavu podići na viši novo, te kod učenika „poraditi“ na progledavanju, vizualizaciji.
Danas treba razmišljati o drugačijem načinu poučavanja i učenja nacrtne geometrije. Naime, računalo i program dinamične geometrije postaje moćan alat koji dinamičnošću sam proces učenja/poučavanja podiže na viši nivo jer nacrtana, konstruirana geometrijska figura može se sagledati iz različitih kutova a isto tako „teške“ konstrukcije pojednostaviti u primjeni.
U tu svrhu na natječaj Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta RH, pod nazivom „Daljnji razvoj i provedba Hrvatskog kvalifikacijskog okvira (HKO)“ prijavila se V. gimnazija iz Zagreba u listopadu 2011. godine projektom „Afirmativna nastava i inovativno učenje i poučavanje u gimnazijama u okviru Hrvatskog kvalifikacijskog okvira“. Iz praktičnih razloga, naziv je skraćen u „IPAQ Peta“ te se i provodi pod tim nazivom, a njegova realizacija je planirana za 18 mjeseci (18. 08. 2013. – 18. 02. 2015.).
Projekt **IPAQ Peta** dio je šireg procesa modernizacije sustava obrazovanja u skladu s ciljevima Hrvatskog kvalifikacijskog okvira (HKO) i Nacionalnog okvirnog kurikuluma (NOK) te počiva na preporukama HKO. Stoga je opći cilj projekta podržati razvoj i provedbu HKO u prirodoslovnim gimnazijama. Ovaj projekt bi trebao rezultirati ključnim promjenama kao što su uloge nastavnika i učenika unutar nastavnog procesa. Namjera je ulogu nastavnika kao predavača zamijeniti ulogom organizatora, menađera, mentora ili suradnika. Ulogu učenika iz pasivnog promatrača, zamijeniti aktivnijim sudjelovanjem u nastavnom procesu, te ga motivirati i poticati na suradnju i samostalno donošenje odluka, ali i preuzimanja odgovornosti.
Specifični ciljevi projekta su:

1. Razvoj i modermizacija obrazovnog sustava i kvalifikacija u gimnazijama.
2. Modernizacija postojećih i razvoj naprednih kurikula za gimnazije temeljenih na ishodima učenja.
3. Razvoj nastavnih kapaciteta za provedbu inovativnog učenja i poučavanja.

Projekt strateški pokriva područje cijele Republike Hrvatske. Škole partneri u projektu su:

- Gimnazija Vukovar
- Srednja škola Pakrac
- V. gimnazija, Zagreb
- Prirodoslovno – matematički fakultet, Zagreb
- Srednja škola Lovre Montija, Knin
- Gimnazija Metković

Sam Projekt **IPAQ Peta** satoji se od sedam podprojekata: fizika, matematika, informatika, oblikovanje urbanog okoliša, terenske nastave, projektne nastave i nastavnih metoda. Od posebnog našeg interesa je podprojekt matematika u kojem će se izraditi kurikulum za izborni sadržaj iz Nacrtne geometrije; Razviti i izraditi zbirke vježbi s uputama za nastavnike i učenike.
U okviru podprojekta **Nacrtna geometrija** cilj je razviti i izvesti program *Nacrtna geometrija* u trajanju od 60 sati. Pri tome će naglasak biti na perspektivi, odnosno perspektivnom projiciranju. Škole partneri u ovom dijelu projekta su V. gimnazija, Zagreb i Gimnazija Metković.

Podprojekt: Perspektivno projiciranje

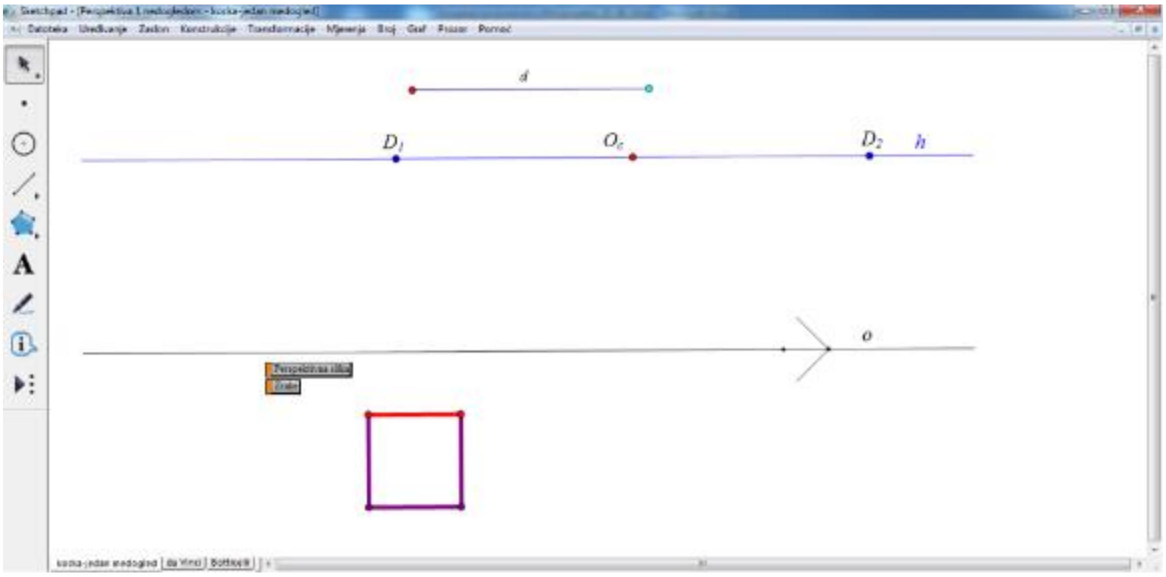
Nastavni sadržaji iz Perspektivnog projiciranja izvode se kroz 60 sati nastave uz usvajanje slijedećih sadržaja:

1. Abeceda Sketchpada 5.03 HR i konstrukcije elementarnih geometrijskih figura (4 sata),
2. Abeceda stereometrije (4 sata),
3. Povijesne natuknice: poticaji, slikari i utemeljenje Perspektive (2 sata),
4. O projiciranju općenito (centralno, paralelno i perspektivno projiciranje) (1 sat),
5. Afino preslikavanje, Desargueov poučak i konike kao „slike“ kružnice (1 sat),
6. Temeljni pojmovi perspektive (2 sata),
7. Pravila perspektive (4 sata),
8. Perspektiva s jednim nedogledom (6 sata),
9. Perspektiva s dva nedogleda (6 sati),
10. Perspektiva s tri nedogleda (4 sata),
11. Refleksija/ zrcaljenje (4 sata),
12. Sjene geometrijskih figura (4 sata),
13. Anamorfna perspektiva, ulična i druge perspektive (4 sati),
14. Izrada projekata (8 sati),
15. Prezentacija projekata (4 sata),
16. Ocjenjivanje projekata i zaključivanje ocjena (2 sata).

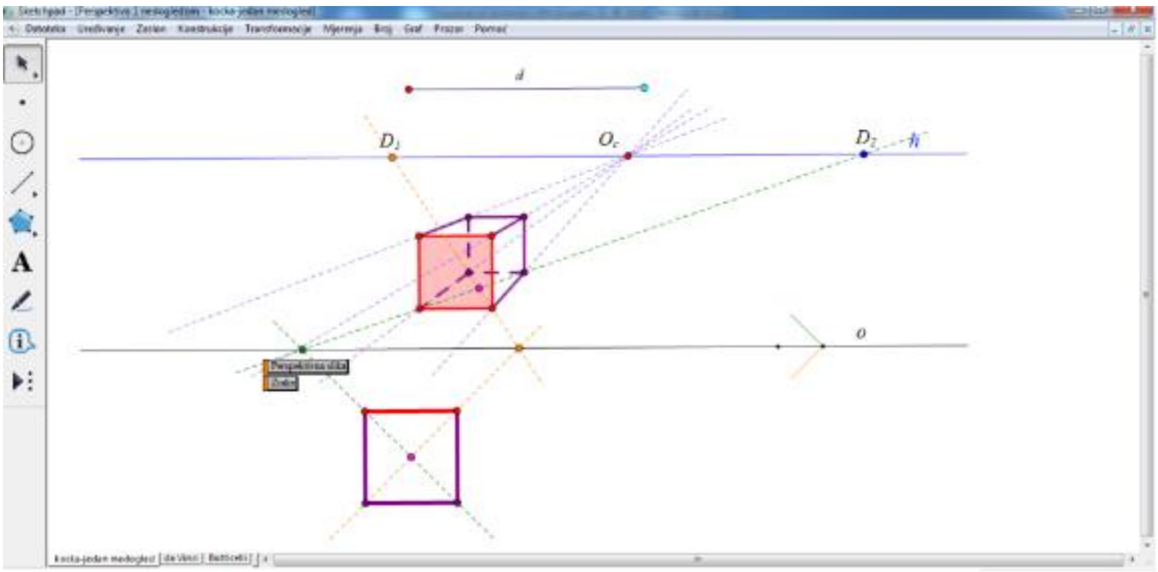
Svaka nastavna jedinica popraćena je odgovarajućim dinamičnim materijalima – *bilježnicama* koje sadrže osnovne „teorijske temelje“, nekoliko „dinamično“ riješenih primjera (korak po korak) te zadatke za samostalni rad. Materijali pripremljeni kao bilježnice, omogućavaju stalnu individualnu komunikaciju učitelja i učenika te pravodobnu reakciju na pogrešno razmišljanje i zaključivanje. Prednost ovakvog načina rada jest da učenici lakše uočavaju važna svojsta, gradivo usvajaju individualizirano, a u svakom trenutku (ako „zapnu u rješavanju“) mogu pogledati u bilježnici stranice na kojima su riješeni primjeri, ponoviti postupak ili potražiti pomoć nastavnika. Naime, primjenom programa dinamične geometrije ostvarivost obrazovnih ciljeva nastave Nacrtne geometrije se povećava jer su učenici „prisiljeni“ na aktivnost i samostalnost u radu. Računalo i dinamična geometrija kao alat (zamjena za trokute, šestar i olovku) omogućuje učenicima da se usredotoče na nacrtnu geometriju koju proučavaju, ne gubeći vrijeme na rutinske zadaće.

U sljedećim primjerima biti će prikazani nastavni materijali – bilježnice za neke od navedenih nastavnih jedinica.

Primjer 1
Crtanje/ konstruiranje perspektivne slike kocke, s jednim nedogledom.
Na slici 1. su prikazani zadani elementi, a na slici 2. rješenje pri čemu se zadani elementi mogu „šetati“ po ekranu i tako omogućiti sagledavanje rješenja u nekim posebnim situacijama.



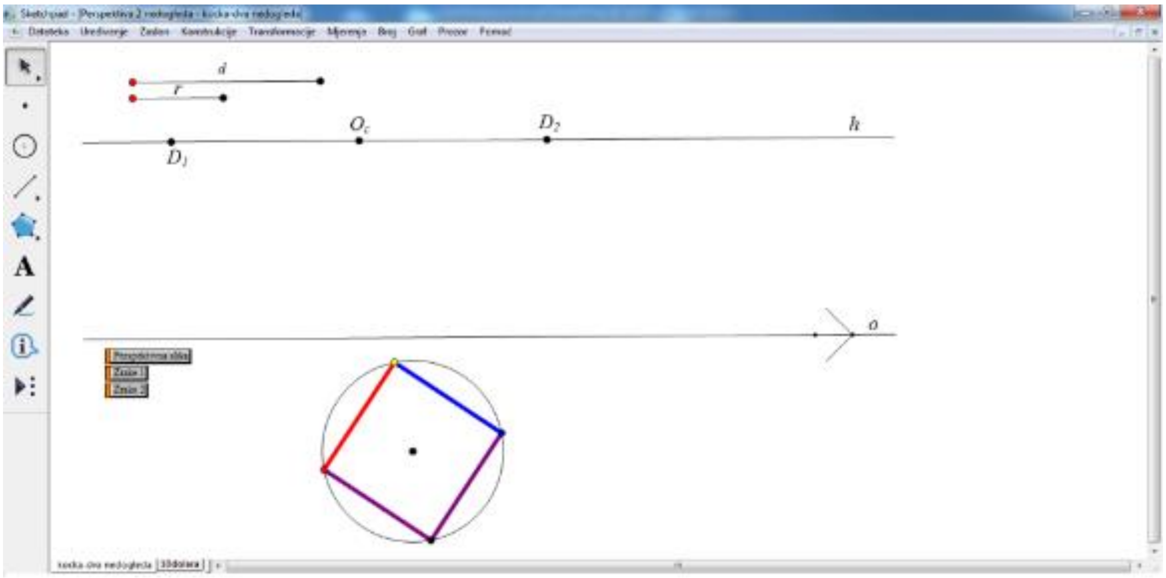
Slika 1



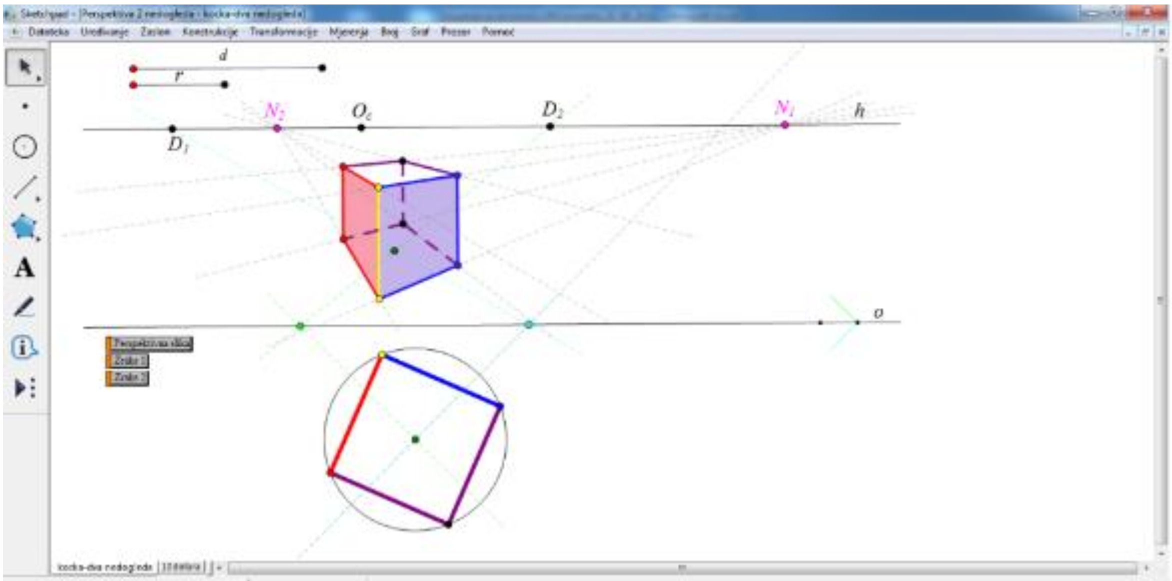
Slika 2

Primjer 2

Crtanje/ konstruiranje perspektivne slike kocke s dva nedogleda.



Slika 3

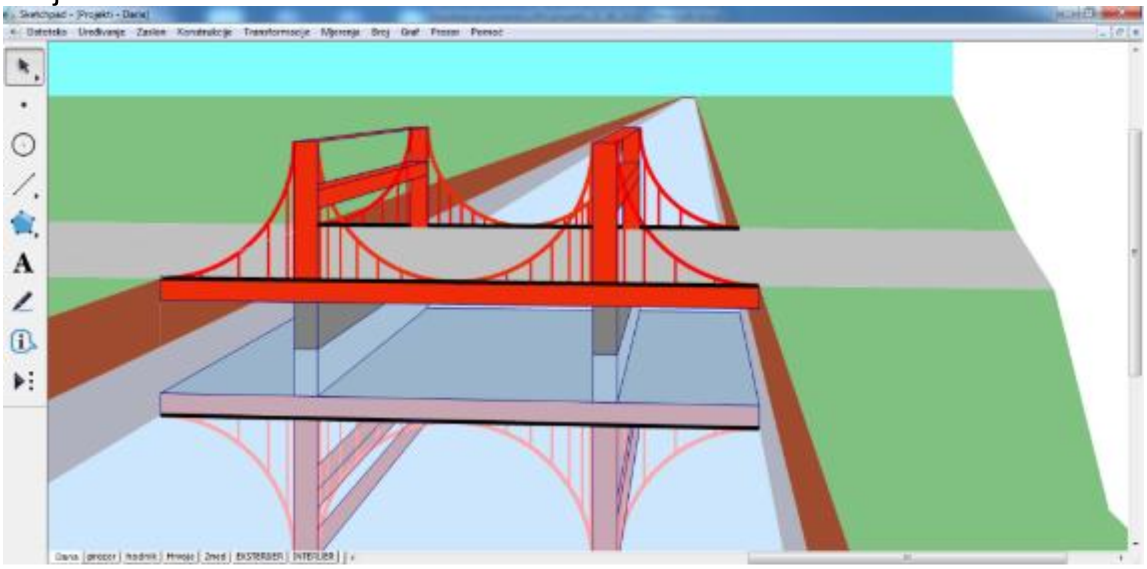


Slika 4

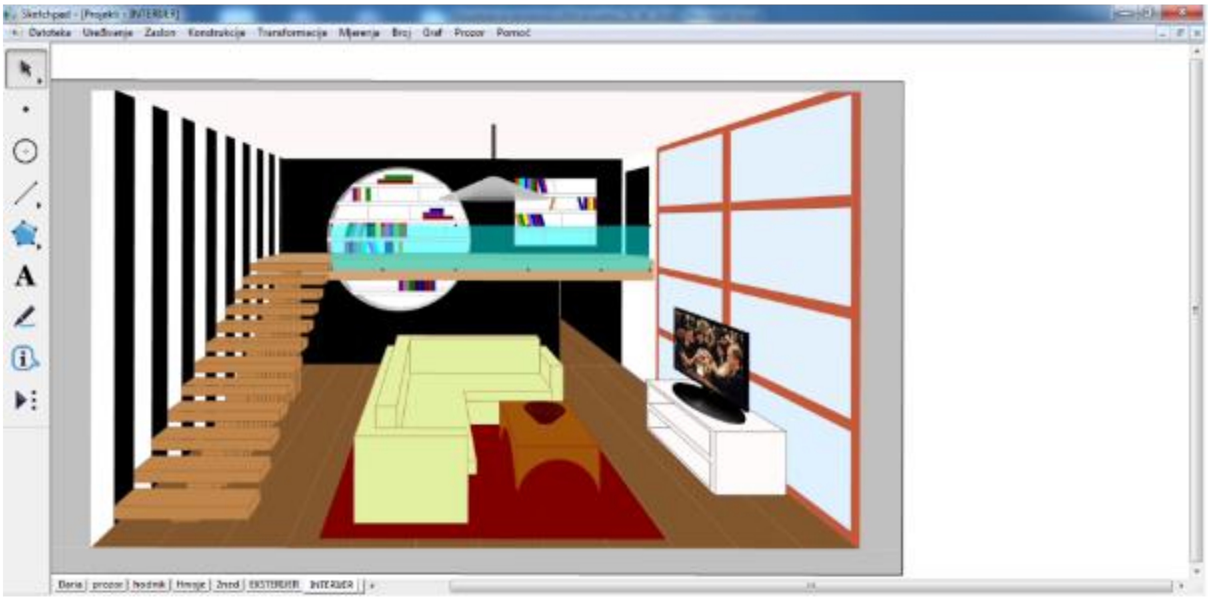
Ukoliko neki učenici na satu nisu stigli završiti sve postavljene zadatke, poželjno je da materijal dovrše (u školi nakon nastave ili kod kuće) i rješenja pošalju mailom na e-adresu svojih nastavnika. Tako učenici usvajaju i metode suvremene komunikacije. Svaki učenik crta završni rad – projekt, slike 5. i 6. Prvi korak projekta je da učenik svoje ideje stavi na papir (prostoručni crtež olovkom bez pomagala). Osnovni motivi su prikaz interijera i eksterijera. Crtež se radi na samom početku, prije nego se steknu određena znanja o perspektivnoj geometriji. Dakle, samo na temelju vlastitog iskustva, odnosno pogleda na svijet (prostor) oko sebe. Nakon odrađenih svih vježbi, učenik kreće u izradu projekta (istog ili sličnog motiva) pomoću računala. U projekt treba ugraditi sva znanja koja je stekao prolazeći kroz vježbe te na temelju tog projekta dobiva i zaključnu ocjenu. Pri tome se velika važnost pridaje kreativnosti, preciznosti, točnosti i samostalnosti u radu na projektu. Ne manje važan je i sam estetski dojam te složenost cijelog projekta.

Primjer 3

Projekti



Slika 5



Slika 6

U ovom radu prikazane su neke od ideja, odnosno materijala kako klasične teme nacrtne geometrije – perspektivno projiciranje je moguće učiti i poučavati uporabom programa dinamične geometrije Sketchpad 5.03 HR kao alata za crtanje. Nadamo se da će ovi materijali doprinjeti novom konceptu poučavanja nacrtne geomerije, budući da se općenito poučavanje i učenje izvodi u CAD okružju koje je dobro za tehničko crtanje, ali ne i za matematičku/ geometrijsku edukaciju odnosno vježbanje i usvajanje metoda perspektivno projiciranja u dinamičnom okružju. Materijali će biti dostupni svim zainteresiranim učenicima i nastavnicima matematike kako u Hrvatskoj tako i u zemljama EU, jer ovaj pristup konceptu vizualizacije prostora primjenom programa dinamične geometrije do sada nije zabilježen.

Literatura

1. Frantz, M.; Crannell, A. (2011): Mathematical Perspective and Fractal Geometry in Art, Princeton University Press, New Jersey.
2. Kurilj, P.; Sudeta, N.; Šimić, M. (2005): Perspektiva – udžbenik za studij arhitekture i dizajna, Golden marketing – Tehnička knjiga, Zagreb.
3. Niče, V. (1978): Perspektiva, Školska knjiga, Zagreb.
4. Storey, G. A. (2006): Theory and Practice of Perspective, Dover Publications, New York.
5. Steketee, S.; Jackiw, N.; Chanan, S. (2006): *Priručnik s uputama za Sketchpad*, Proven, Zagreb.

ŠTO IMAJU ZAJEDNIČKO: LEON BATTISTA ALBERTI, RENESANSA, MODERNO DOBA I MATEMATIKA

What do they have in common: Leon Battista Alberti, renaissance, modern times and mathematics

Petar Mladinić[1], Nikol Radović[2],

petar.mladinic@zg.t-com.hr, nradovic@geof.hr

[1]V. gimnazija, Zagreb

[2]Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb

Sažetak

U radu će biti prikazano, kako se poznavanjem triju temeljnih poučaka elementarne geometrije te klasične Albertijeve konstrukcije može prikazivati/ vizualizirati trodimenzionalni prostor. Klasične teme *vizualizacije* će se dodatno dinamizirati uporabom programa dinamične geometrije, Sketchpad 5.03 HR kao alata za crtanje i tako doprinjeti modernizaciji poučavanja i učenja geometrije.

Ključne riječi: construzione legittima, vizualizacija prostora, perspektivno projiciranje

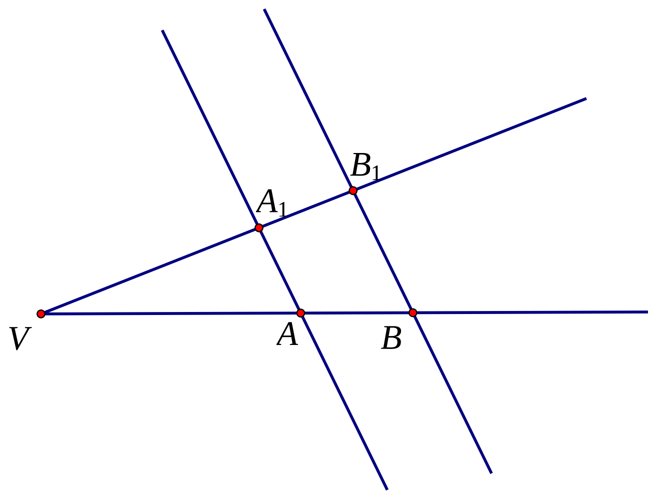
Abstract

This paper demonstrates how it is possible to present/visualize the three-dimensional space with the knowledge of the three fundamental theorems of elementary geometry and Alberti's classic perspective construction. Classic visualization themes will become more dynamic through the use of a dynamic geometry program Sketchpad 5.03 HR as a drawing tool, and will thus contribute to the modernization of teaching and learning geometry.

Keywords: construzione legittima, space visualization, perspective projection

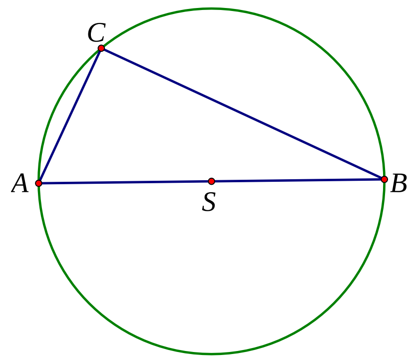
Danas u 21, stoljeću postavljaju se dva krucijalna pitanja vezana uz učenje i poučavanje matematike/ geometrije. Prvo: Je su li sadržaji geometrije koji se uče u osnovnoj i/ili srednjoj školi dovoljna za razumijevanje i poučavanje stvarnih današnjih potreba i problema? I drugo je li za to treba duboka reforma matematičkog kurikuluma? Odgovor na oba pitanja je, paradoksalno, potvrdan!
Naime, poznato je da suvremeniku našeg doba (bilo učeniku, bilo odraslom čovjeku) potrebno je razumijevanje zakonitosti prikazivanja/ vizualizacije trodimenzijskog svijeta na dvodimenzijsku ravninu (zaslonu računala, slikarskom platnu, fotografiji, u računalnim igricama, reklamnim panoima, TV i kino ekranu/filmovima, ...). U tu svrhu dovoljna su tri poučka elementarne geometrije.

Poučak 1 (Tales o proporcionalnim dužinama)
Ako krakove nekog kuta presječemo dvama paralelnim pravcima, onda su dužine koje ti pravci odsjecaju na jednom kraku proporcionalne dužinama koje ti pravci odsjecaju na drugom kraku.



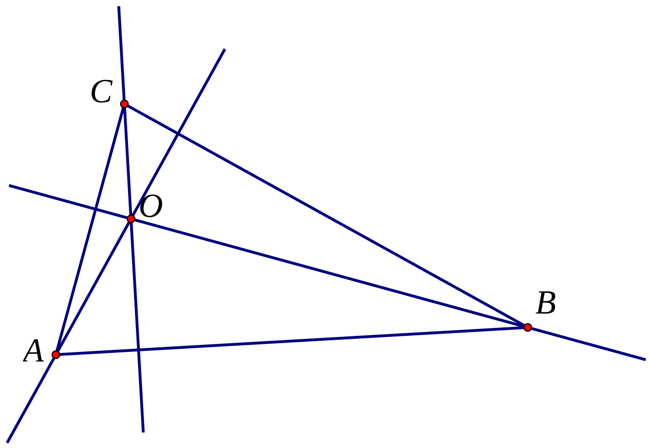
Slika 1

Poučak 2 (Tales o obodnom kutu)
Obodni kut nad promjerom kružnice je pravi.



Slika 2

Poučak 3
Pravci na kojima leže visine trokuta sijeku se u jednoj točki koju zovemo **ortocentrom.**



Slika 3

Time smo djelomično odgovorili na prvo pitanje. S druge strane, znano je da je **Leon Battista Alberti** (1404. – 1474.) prvi shvatio da je za prikazivanje realnih objekata na slikarskom platnu dovoljno primijeniti poučak 1. U svojem djelu *Della pitura* (1435.) objavio je **construzione legittima**.

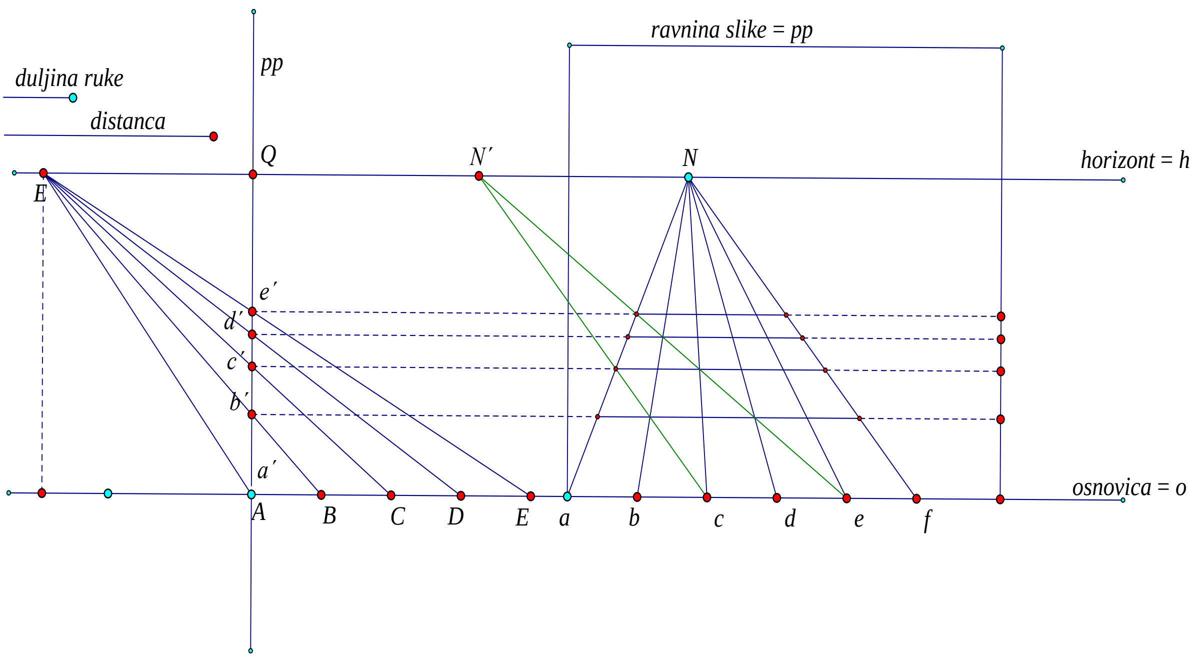
Konstrukcija se izvodi u dva dijela:
a) operacija nedogleda kojom se crtaju okomice,
b) operacija distancijske točke kojom se određuju transverzale.

Opis konstrukcije:
a) Prvo se crta nedogled.
1. Nacrta se četverokut ravnine slike *pp*.
2. Odluči se koliko će slikar, koji stoji na tlu/osnovki, biti visok.
3. Podijeli se osnovica s duljinom ruke dobijajući što više točaka *a*, *b*, *c*, *d* itd.
4. Proizvoljno se smjesti nedogled *N* negdje na slici.
5. Nacrta se horizontala kroz *N* koja će predstavljati horizont (obzor, nedoglednicu).
6. Spoji se točka *N* s točkama *a*, *b*, *c*, d itd. kako bi se dobile ortogonale mreže/rešetke pločnika.

b) Nacrta se distancijska točka.

7. Produlji se pravac osnovice ulijevo i podijeli taj dio osnovice s duljinom ruke.
Dobiju se točke *A*, *B*, *C*, *D* itd.
8. Kroz najlijeviju točku *A* nacrta se vertikala/okomica *pp*. Pravac *pp* predstavlja sliku ravnine.
9. Očište *E* smjesti se za odabranu distancu lijevo od *pp* na horizontali.
10. Iz točke *E* nacrtaju se pravci *EA*, *EB*, *EC* itd. Ti pravci presijecaju vertikalu *pp* u točkama *a´*, *b´*, *c´*, *d´* itd.
11. Zaključno, točkama *a´*, *b´*, *c´*, *d´* itd. nacrtaju se pravci usporedni s osnovicom *o* i dobiju transverzale u ravnini slike.

Albertijeva *construzione legittima*



Slika 4

Čitava renesansna i kasnija slikarska umjetnost temelji se na ovoj Albertijevoj konstrukciji. Ona je i teoretski/ matematički početak i temelj **Perspektivne geometrije**. Najbolja potvrda upravo rečenog prikazana je na jednoj od najpoznatijih slika *Posljednja večera* (1495. – 1498.), slika 5 koju je naslikao **Leonardo da Vinci** (1452. - 1519.)

Slika 5

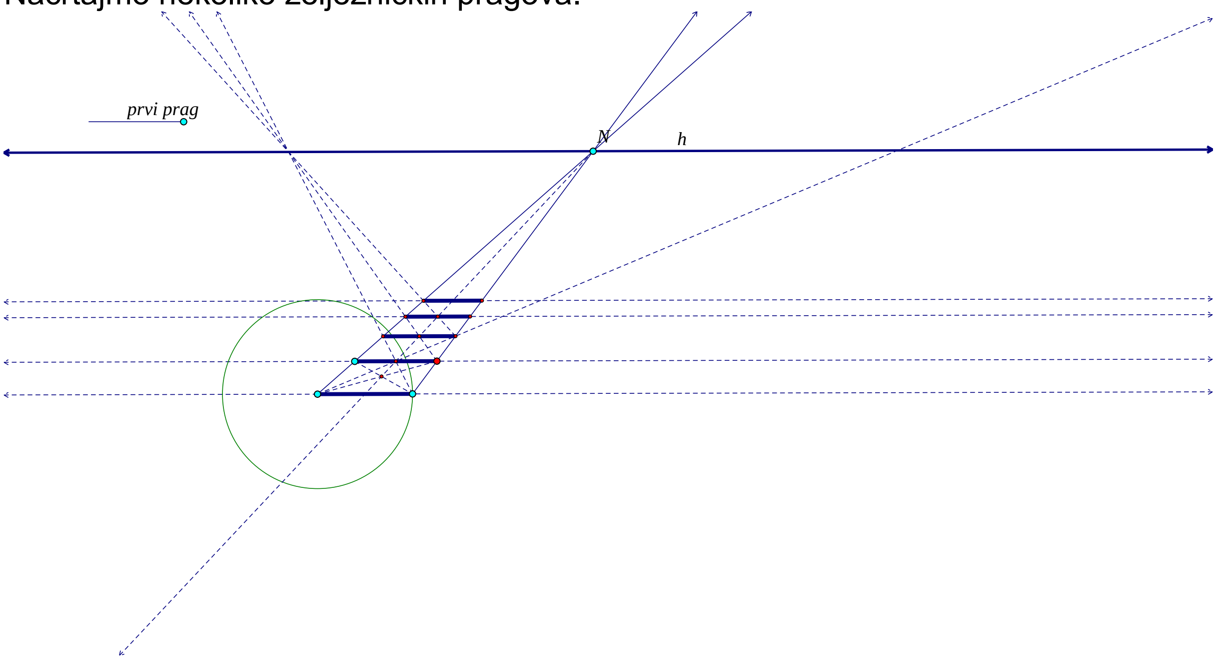
Ovo je primjer slike s jednim nedogledom. Kasnije se uvode dva, a zatim tri nedogleda. U tu svrhu uporabljuju se poučci 2. i 3. Konstrukcija slike s tri nedogleda moguća je samo u slučaju kad je trokut čiji su vrhovi ta tri nedogleda šiljastokutan tj. kad je ortocentar unutar trokuta.
Danas se puno jednostavnije konstruira slika 3D geometrijske figure.

1. Prvo se nacrta osnovica *o* i s njom paralelni horizont *h*.

2. Na horizontu se istakne točka *O* (očište) i dvije distancijske točke D_1 i D_2.

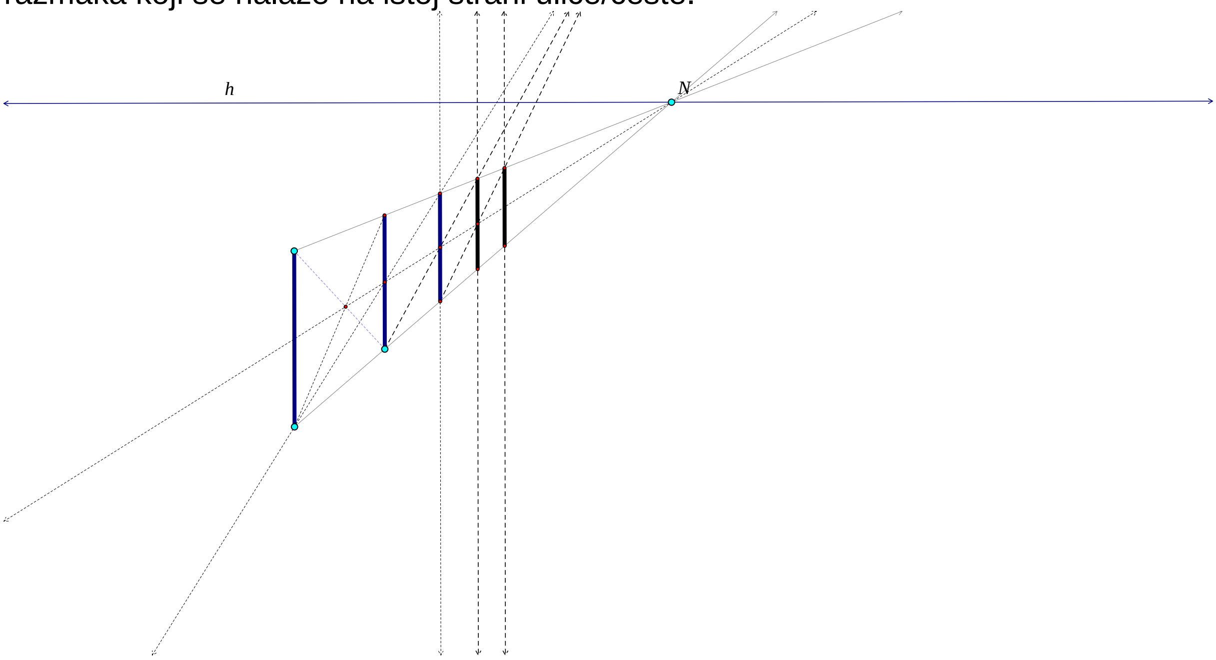
Svi pravci okomiti na ravninu sijeku se u očištu *O*, a pravci koji zatvaraju s platnom kut od 45^0 za nedoglede imaju točku D_1 ili D_2.
Pogledajmo nekoliko primjera.

Primjer 1
Nacrtajmo nekoliko željezničkih pragova.



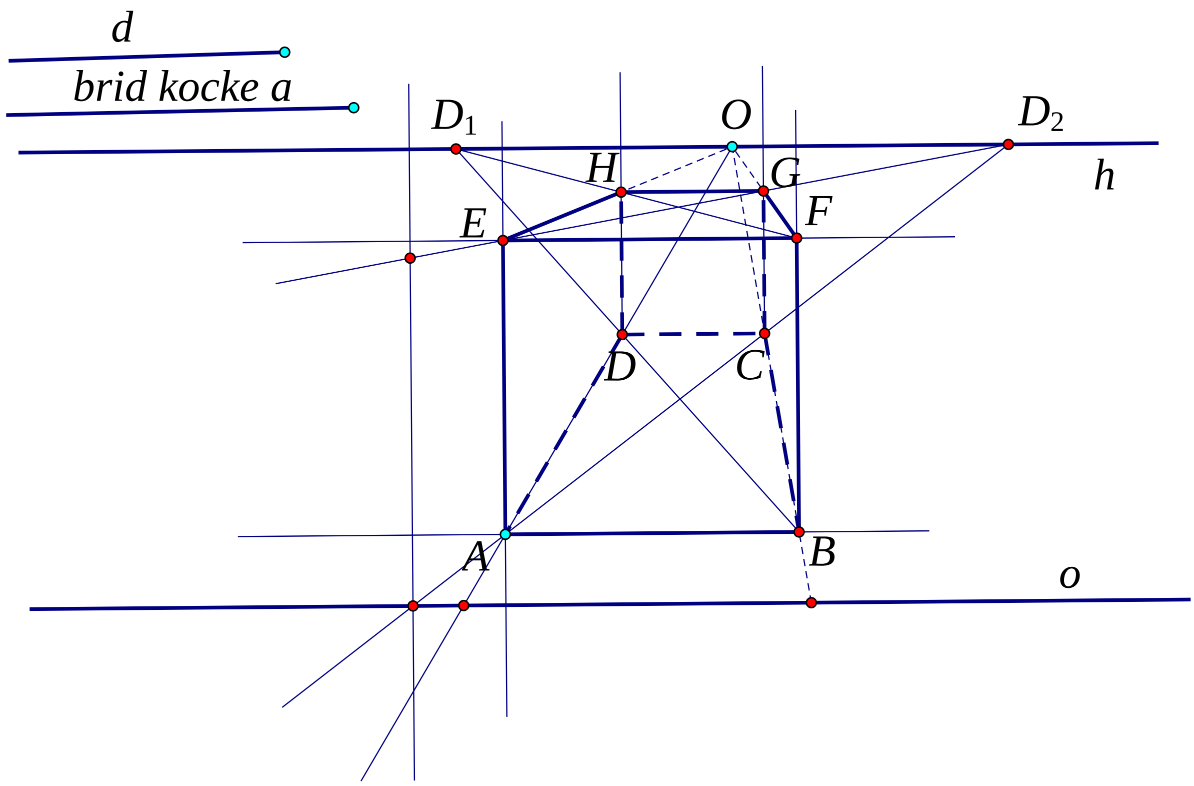
Slika 6

Primjer 2
Nacrtajmo nekoliko rasvjetnih stupova jednake visine i jednakog međusobnog razmaka koji se nalaze na istoj strani ulice/ceste.



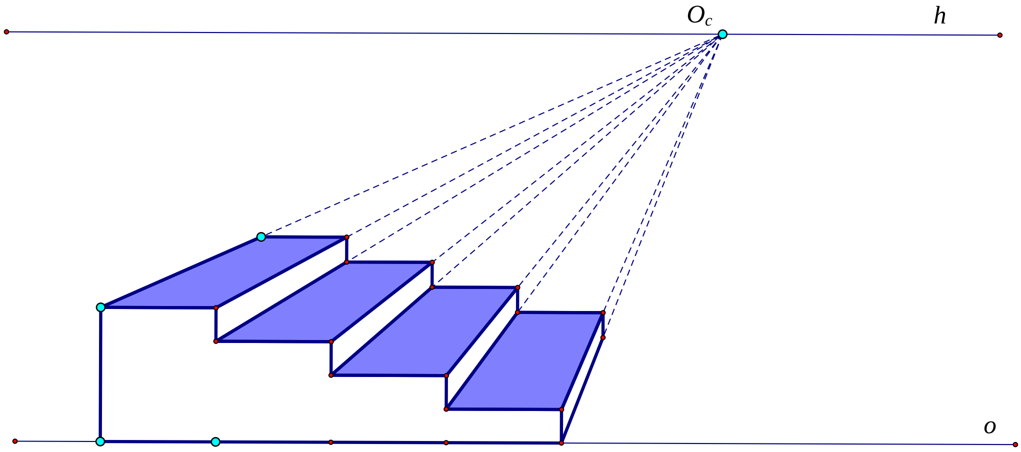
Slika 7

Primjer 3
Konstruirajmo kocku *ABCDEFGH* s bazom *ABCD*, u horizontalnoj ravnini, čija je jedna strana usporedna s ravninom platna i duljina brida *AB* jednaka je *a*.

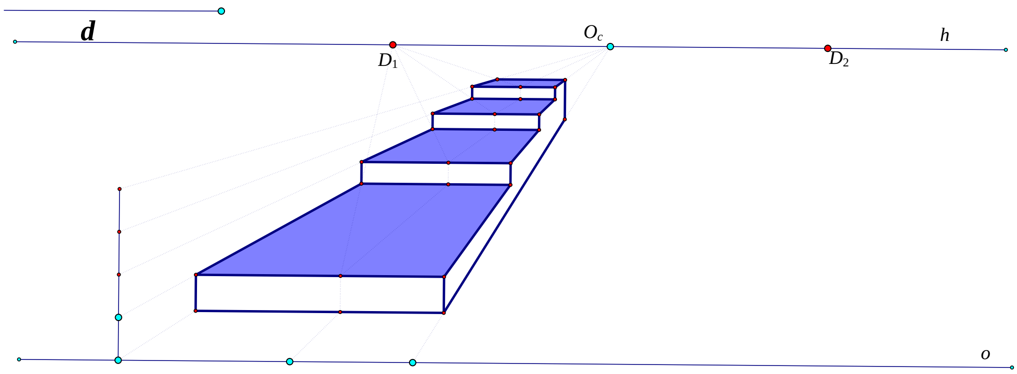


Slika 8

Primjer 4
Nacrtajmo dio stubišta.
Razlikujemo dva položaja stubišta (vidi slike 9. i 10.).

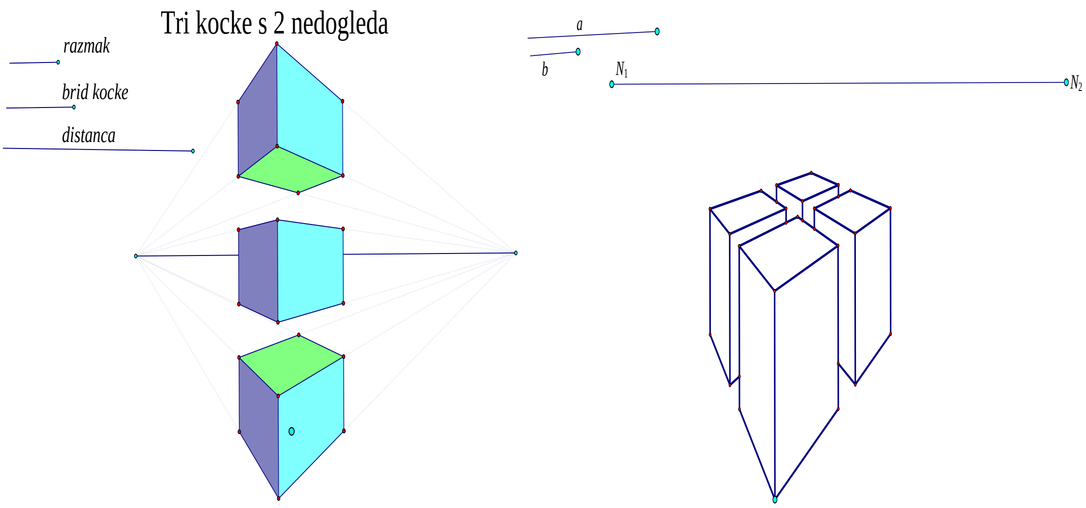


Slika 9

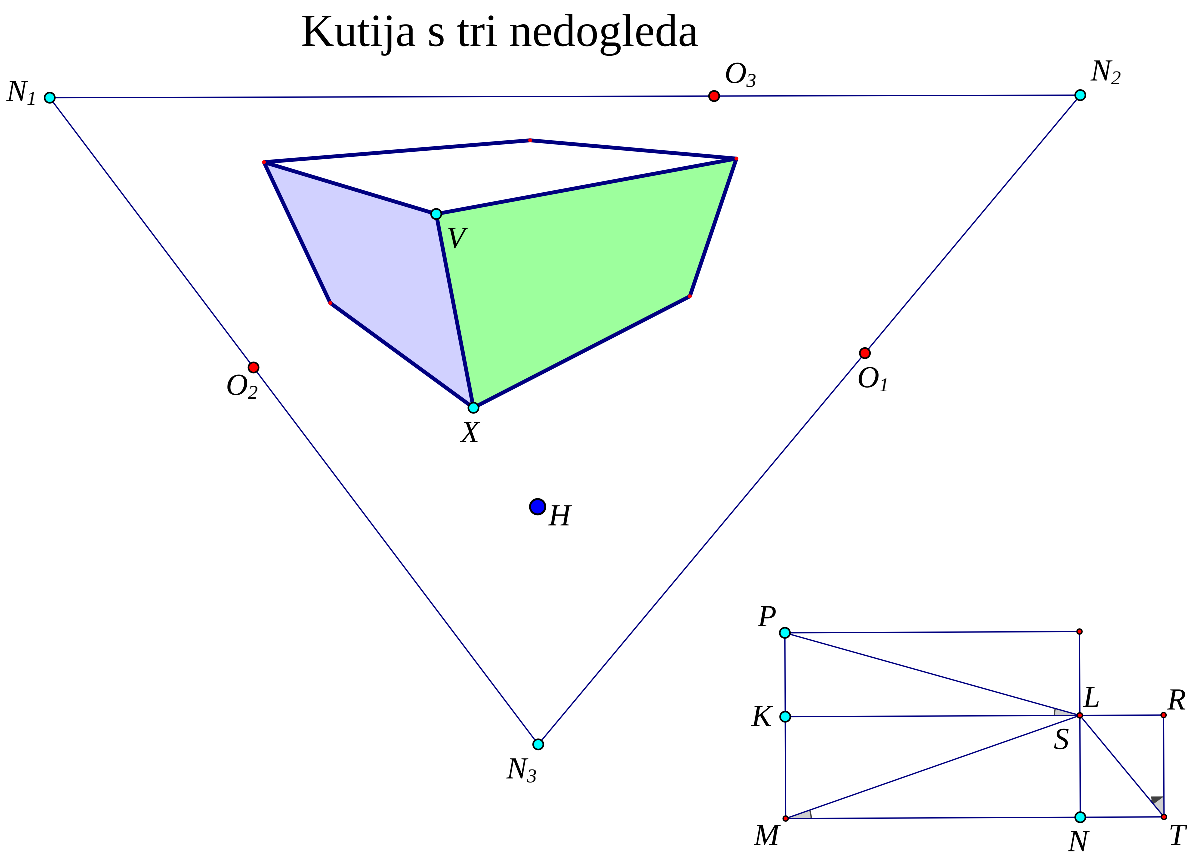


Slika 10

Na slikama 11. i 12 prikazane se perspektivne slike kutije (pravokutnog paralelepipeda) s dva odnosno tri nedogleda.



Slika 11



Slika 12

No, uočen trodimenzionalni prikaz može se pronaći i u drugim umjetnostima osim slikarstva. U stripu o *Spidermanu,* slika 13., na fotografiji, slika 14. s nebodera u New Yorku kao i u računalnoj igrici, slika 15. vide se spomenute zakonitosti vizualizacije s više nedogleda.

Slika 13

Slika 14

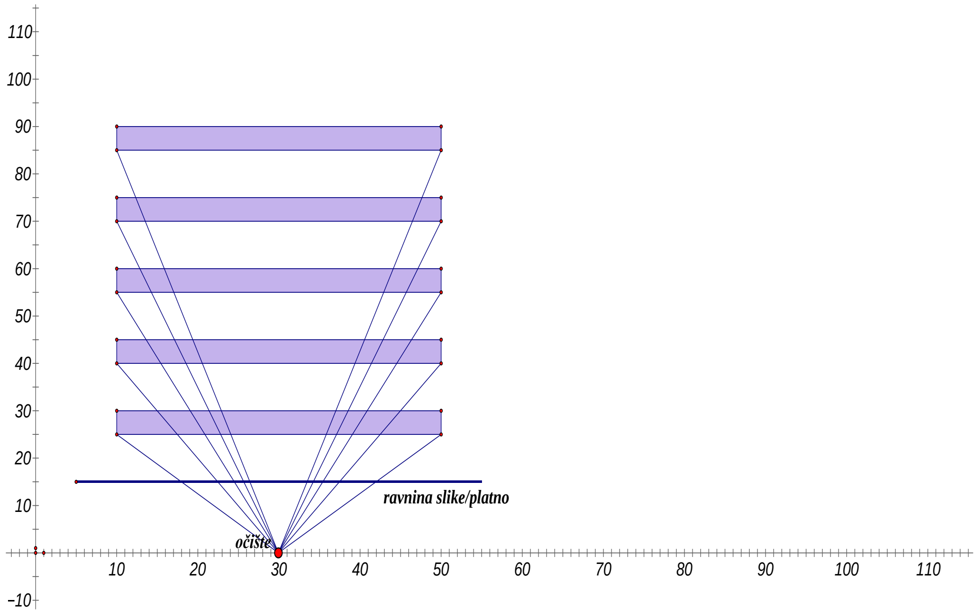
Slika 15

Art street, slika 16: suvremena umjetnost riješila je „iluziju“ trodimenzijskog prostora prikazivanjem na horizontalnu ravninu, a ne na vertikalnu ravninu/platno.

Slika 16

Svi do sada prikazani primjeri temelje se na tzv. *sintetičkom pristupu*. Uvođenjem pravokutnog koordinatnog sustava u ravninu, pristup postaje *analitički*. Kako bi to najbolje ilustrirali riješimo *sintetičko - analitički* problem duljine željezničkih pragova na slikarskom platnu. U Albertijevu konstrukciju definirat ćemo pravokutni koordinatni sustav.

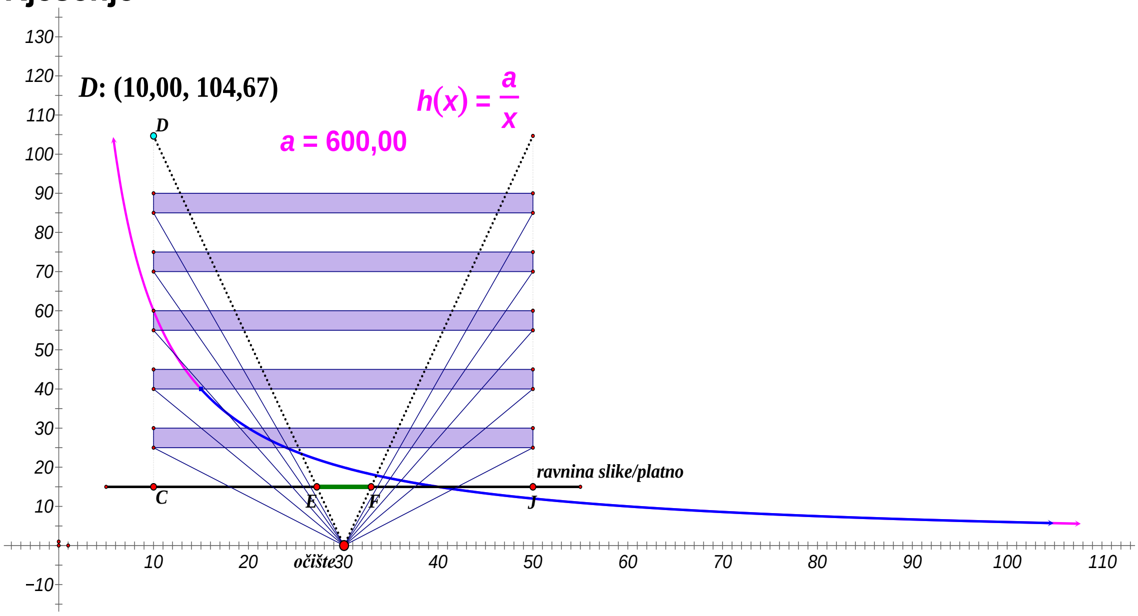
Zadatak 1
Na slici je prikazan tlocrt pet željezničkih pragova, trag ravnine slike/platna i očište /slikar.



Slika 17

a) Kolika je duljina svakog praga na platnu?
b) Nacrtajte graf podataka: horizontalna os je "Udaljenost praga od očišta", a vertikalna os "Duljina projekcije praga na platnu".
c) Odredite duljinu slike 10-og praga, 20-og praga, 100-tog praga i milijuntnog praga.
d) Koja jednadžba/funkcija opisuje graf iz zadatka b)?

Rješenje

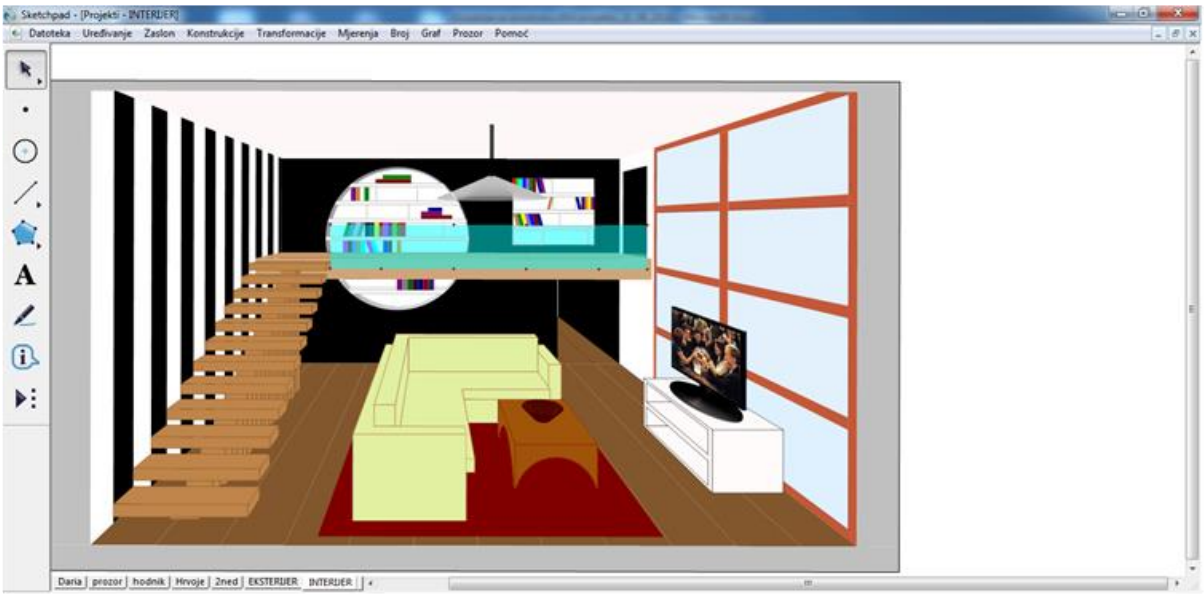


Slika 18

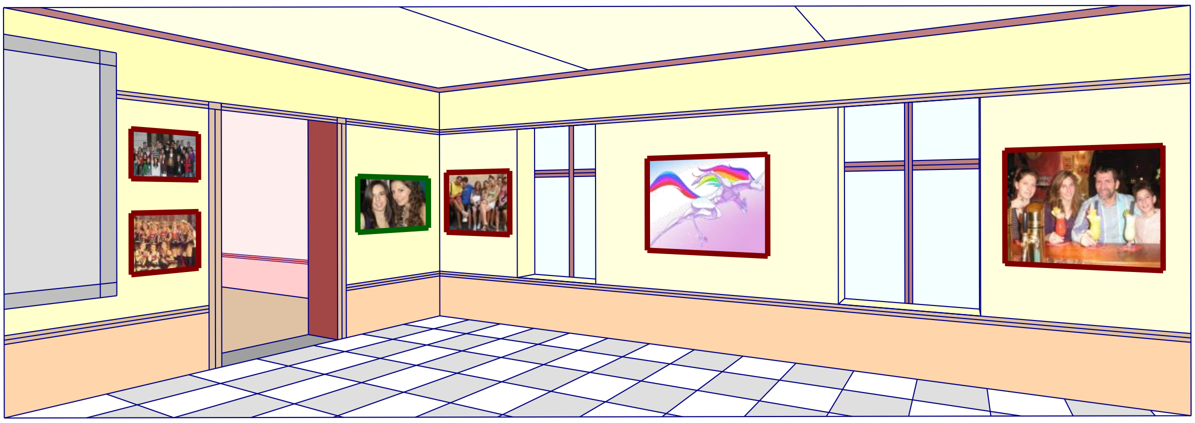
Očito je da što je prag udaljeniji od platna da mu je duljina slike na platnu manja. U našem konkretnom slučaju rješenje je h(x)=600/x. (Ostale odgovore nađite za vježbu!)
Ovo „skraćivanje“ slike objekata izvrsno se vidi na platnu *Le pont de l´Europe* (1876.), slika 19. koju je naslikao francuski impresionist **Gustave Caillebotte** (1848. – 1894.) kao i na fotografiji željezničkih tračnica i pragova, slika 20.

Slika 19 **Slika 20**

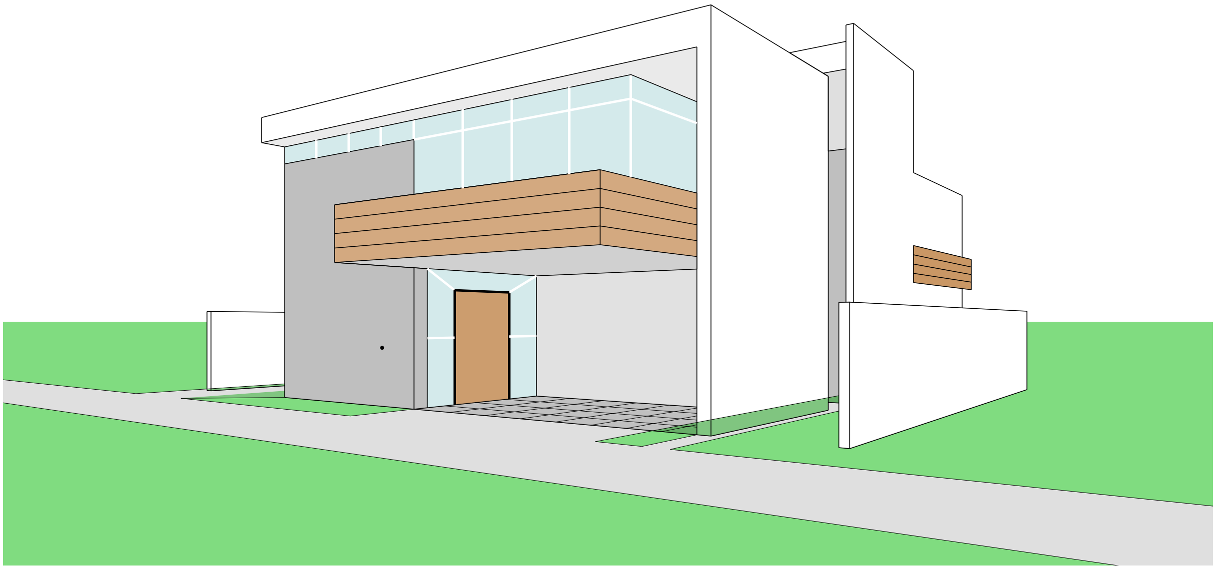
Pri kraju ovog teksta, kako bismo potvrdili učeničko prihvaćanje staroga u novom ruhu, prikazujemo tri učenička rada. Ti radovi najbolje daju odgovor s početka rada. To su radovi, slika 21.,Marijane Peti, učenice prvog razreda V. gimnazije u Zagrebu, Tamare Biljanović, slika 22., učenice drugog razreda V. gimnazije i Luke Zadro, slika 23., učenika 3. razreda XV. gimnazije u Zagrebu. U projektu 60-satne fakultativne nastave svi učenici su početno trebali „ručno“ na papiru formata A4 nacrtati jedan interijer i jedan eksterijer. Te iste interijere i eksterijere su, pri kraju nastavne godine, trebali nacrtati/konstruirati te usporediti ih međusobno i analizirati. Analiza tih radova nam je pokazala da su uspjeli otkloniti sve „početničke“ pogrješke vizualizacije (vidljive u njihovim početnim radovima) i da su vrlo rado i uspješno prihvatili i primijenili spomenuti dio geometrije (kao i drukčijeg načina poučavanja). Očito je da su se učenici pripremali za studij za koji je važna vizualizacija (arhitektura, građevinarstvo, dizajn, strojarstvo,…). Za izradu tih crteža/datoteka uporabili su edukacijski softver dinamične geometrije *Sketchpad* 5.03HR



Slika 21



Slika 22



Slika 23

Evo i prijedloga dva zadatka. Rješavanjem ovakvih zadataka, primjerice, osnažuje se ideja „matematičke pismenosti“ i daje izravna argumentacija tvrdnji da je matematika/geometrija moćan alat koji se može (i treba!) uporabiti u svakodnevnom životu.

Zadatak 2
Na slici 23. je poleđina 10 US dolara. Ta je serija novčanica povučena iz opticaja i sad joj je numizmatička vrijednost 25 US dolara. Možeš li analizirajući sliku odgovoriti zašto je povučena?

Slika 24

Zadatak 3

Andrea Mantegna (1431. – 1506.) je oko 1500. godine nacrtao *Kristovu smrt*, slika 24. Originalna je slika veličine 68 cm x 81 cm.

a) Koliko je bio Isus visok?

b) Je li baš sve naslikano kako treba?

Slika 25

Zaključno, nameće se pitanje: može li se nešto učiniti u našem današnjem poučavanju matematike kako bi se ostvarilo ovo „zajedništvo“ antičkih poučaka, renesansne i današnje umjetnosti kao i svakodnevnog razumijevanja problema vizualizacije 3D na 2D?

Može se učiniti na dva načina.

To se može učiniti modernim programom fakultativne nastave *Nacrtne geometrije*/*Perspektive.* Takav program/kurikul bit će, primjerice, rezultat dijela velikog europsko-hrvatskog projekta nazvanog IPAQ Peta i bit će dostupan 2015. godine, sa svim materijalima, fileovima i dokumentima (na hrvatskom i engleskom jeziku), svim zainteresiranima na web stranici spomenutog projekta.

Drugi način je segmentirano (u različitim razredima od osnovne škole do kraja srednje) upoznavanje elemenata vizualizacije rješavanjem određenih problema uporabom spomenutih poučaka (koji postoje u programu i uče se u tom uzrastu!) kad se „pojave“ u našem današnjem poučavanju. Primjerice, kad se poučava Talesov poučak o proporcionalnim dužinama, onda je upoznavanje s Albertijevom konstrukcijom ili problemom željezničkih pragova jedan takav slučaj. Ili, kad se uči/poučava poučak o ortocentru trokuta, onda je perspektiva s tri nedogleda primjerena za razumijevanje veze položaja ortocentra trokuta i vrste trokuta. Ili, kad se razmatraju vrste četverokuta, onda se može shvatiti da je svaki konveksni četverokut slika paralelograma, a ovaj slika kvadrata. Ili kad se uči trigonometrija pravokutnog trokuta, onda je način određivanje visine Isusa u primjeru 3. jedan mogući iskorak u ovom smjeru. Ili…

Literatura

1. Andersen, K. (2007): *The Geometry of an Art – The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge*, Springer, New York.
2. Calter, P. A. (2008): *Squaring the Circle – Geometry in Art and Architectura*, John Wiley and Sons, Hoboken.
3. COMAP (1999): Mathematics: *Modeling Our World*, course 3, W. H. Freeman, New York.
4. Frantz, M.; Crannell, A. (2011): *Viewpoint Mathematical Perspective and Fractal Geometry in Art*, Princenton University Press, Pricenton.
5. Hockney, D. (2006): *Secret Knowledge: Rediscovering the Lost Techniques of Old Maters*, Thames and Hudson, London.
6. Niče, V. (1971): *Perspektiva*, Školska knjiga, Zagreb.
7. Pal, I. (1966): *Nacrtna geometrija s anaglifskim slikama*, Tehnička knjiga, Zagreb.
8. Steketee, S.; Jackiw, N.; Chanan, S. (2006): *Priručnik s uputama za Sketchpad*, Proven, Zagreb.
9. Strubecker, K. (1971): *Nacrtna geometrija*, Tehnička knjiga, Zagreb.
10. Vaupotič, D. (2013): *Opisna geometrija*, Mladi za napredek Maribora, Maribor

KAJ IMATA SKUPNEGA VALJ IN DREVO

What do a cylinder and a tree have in common

Antonija Miklavčič-Jenič, Helena Jordan

antonija.jenic@guest.arnes.si**,** helena.jordan@guest.arnes.si

Osnovna šola Dolenjske Toplice

Povzetek

Učenci slovenskih osnovnih šol spoznavajo geometrijska telesa na razredni in tudi na predmetni stopnji. Pravilno jih znajo narisati v izometrični projekciji, ki jo spoznajo pri tehniki in tehnologiji v 8. razredu.
Če povežemo znanje o geometrijskih telesih in tehnično risanje, lahko ustvarjamo zanimive konstrukcije.
V 9. razredu učenci podrobno spoznajo geometrijska telesa in vrtenine, ne spoznajo pa načinov spajanja, ki so uporabni pri konstrukcijah v kovinarstvu.
Zato sva se s sodelavko odločili izdelati geometrijsko telo v obliki drevesa. Celotna konstrukcija temelji na spajanju različno velikih valjev pod različnimi koti v celoto – drevo.
Izdelovanje drevesa je lahko individualno ali skupinsko (vsak učenec izdela en del, vsi pa sestavijo celoto). Drevesa so lahko majhna ali velika, kar je precej težje zaradi neprimernega geometrijskega orodja. Delo znotraj skupine diferenciramo.
Učence z dobrimi prostorskimi predstavami pa čaka dodatni izziv – izdelati drevo po svojih zamislih.

Ključne besede: geometrijska telesa, mreža drevesa, medpredmetno povezovanje, diferenciacija

Abstract

Pupils of Slovene primary schools learn about geometric bodies at lower and upper secondary level of education. They know how to draw them in isometric projection which they learn about at Craft in the eighth class.
If we join knowledge about geometric bodies and technical drawing, we can create interesting constructions.
In the ninth class, students learn about geometric bodies and rotational bodies in detail, but they do not learn about ways of connecting which are useful with constructions in metalworking.
Therefore, my colleague and I have decided to make penetration bodies in the shape of a tree. The complete construction is based on connecting cylinders of various sizes at different angles into a tree.
Creating a tree can be an individual or a group work (every student makes one part, everybody construct the whole). Trees can be small or large which is much more difficult due to inappropriate geometric tools. Work within the group is differentiated.
Students with good spatial perception, however, awaits additional challenge – to create a tree according to their ideas.

Keywords: geometric bodies, tree net, cross-curricular teaching, differentiation

Uvod

Učni načrt tehnike in tehnologije devetletne osnovne šole opredeljuje cilje in standarde znanja s področja tehničnega risanja v ravninski in prostorski projekciji:

- risanje predmetov v pravokotni projekciji na tri ravnine,
- skiciranje in risanje z računalniškim orodjem (CAD, 3D),
- risanje oziroma 3D-modeliranje z računalniškim grafičnim orodjem (CAD, 3D).
- predstavitev telesa v prostorski projekciji,
- pomen risanja v izometrični projekciji,
- skiciranje in risanje predmeta v izometrični oziroma prostorski projekciji.

Učni načrt matematike pa opredeljuje cilje, povezane s poznavanjem geometrijskih teles:

- izračunajo površino in prostornino valja (z računalom in brez njega),
- povežejo in uporabljajo pojme masa, gostota in prostornina telesa,
- izdelajo modele teles in narišejo njihove mreže (valj),
- izračunajo ploščino plašča, površino in prostornino valja.

V učnih načrtih je medpredmetno povezovanje močno poudarjeno.
Namen medpredmetnega povezovanja je usposobiti učence uporabljati in povezovati znanja ter razvijati ustvarjalnost. Zmožnost prenosljivosti znanja oblikuje suverenejšo osebnost, ki se lahko sooča z različnimi izzivi, hkrati pa zmožnost povezovanja različnih znanj in spretnosti prispeva k večji kulturni in etični zavesti posameznika (Žakelj, 2011: 77).
Cilje medpredmetnega povezovanja **vsebine ravninske in prostorske geometrije ter modeliranje fizičnih objektov z geometrijskimi modeli** (modelirajo življenjske situacije, ugotavljajo veljavnost modela, razmišljajo o modelu in njegovih rezultatih) pa lahko dosežemo v povezovanju matematike ter tehnike in tehnologije.
Z vidika medpredmetnega povezovanja se cilji in standardi znanja pri tehniki in tehnologiji povezujejo ali celo nadgrajujejo s cilji in standardi znanja pri matematiki.
Pri tehniki in tehnologiji učenci rišejo telesa v pravokotni in izometrični projekciji. To znanje pa uporabijo in nadgradijo pri načrtovanju mreže in izdelovanju modelov, sestavljenih teles (drevo) pri matematiki.
S sodelavko sva se odločili, da izdelamo drevo iz različnih valjev.
Literature o izdelavi takšne konstrukcije nisva našli, res pa je, da jo poznajo kovinarji pri izdelavi žlebov in sistemov prezračevanja.

Poznavanje geometrijskih teles v osnovni šoli

Učenci že na razredni stopnji spoznajo geometrijska telesa in jih znajo skicirati v prostorski projekciji, ki pa je še ne poimenujejo. Tudi mreže geometrijskih teles – kvadra in kocke natančno spoznajo že v 5. razredu, znanje nadgradijo v 6. razredu pri vsebini o površini kvadra in kocke, v 8. razredu ravno tako pri kvadru in kocki v povezavi s Pitagorovim izrekom in v 9. razredu pri računanju površine in prostornine vseh geometrijskih teles.
Veliko modelov v tem obdobju tudi izdelajo. Izdelovanje omejimo na izdelavo modelov osnovnih geometrijskih teles, ki jih zmorejo vsi učenci.

Kaj pa nadarjeni učenci, ki imajo veliko boljše prostorske predstave?
Za te učence pa sva pripravili izziv – izdelava modela drevesa, ki je sestavljen iz različno velikih valjev, ki se spajajo pod različnimi koti.
Nalogo lahko izpeljemo v sobotni šoli za nadarjene učence, ki jo že leta izvajamo na naši šoli, lahko pa tudi pri rednem pouku matematike v 9. razredu kot obliko diferenciranega dela.
Izdelava modela drevesa se nanaša na konstrukcijo pri izdelavi spojev cevi z različnimi preseki in pod različnimi koti. To so: prezračevalni jaški, ventilacije, žlebovi…
Danes so na voljo že izdelani kosi, ki jih le pravilno spojijo.
Še pred leti pa so kovinarji sami risali plašče takšnih konstrukcij. Če želimo izdelati plašč takšnih teles, pa moramo poznati postopek risanja in izdelave plaščev.

Priprava za delo v razredu

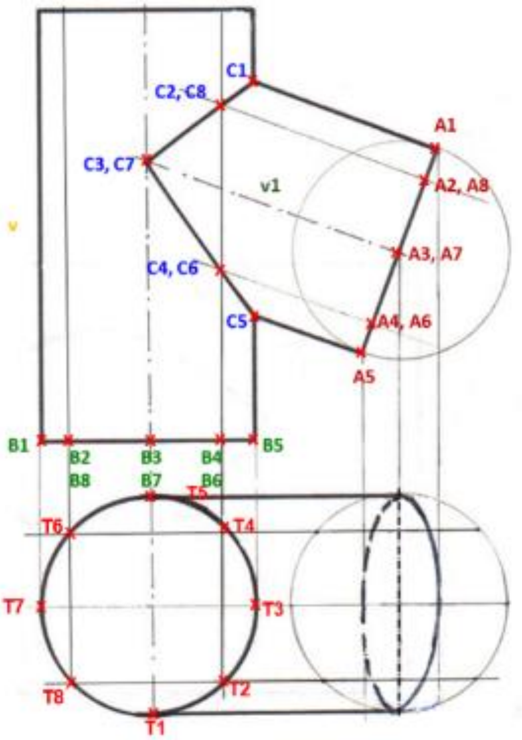
V razredu sva učencem predstavili potek izdelave drevesa. Da je delo potekalo hitreje, sva načrt drevesa pripravili vnaprej.
Prvo leto je delo potekalo v okviru sobotne šole za nadarjene učence. Tudi takrat je bil načrt drevesa vnaprej pripravljen. Izdelali smo drevo (visoko 2 *m*), zato so učenci risali v merilu. Ker so sodelovali nadarjeni učenci in tudi evidentirani, je bilo pri razumevanju konstrukcije kar nekaj razlike. Sposobnejši učenci so bili odgovorni za natančnejše risanje in prenos mer, preostali pa za izrezovanje narisanih plaščev. Štiri učne ure v soboto so bile premalo, da bi izdelali celotno drevo. Dokončali smo ga pri rednem pouku. Nastalo je veliko drevo, ki smo ga razstavili pred matematično učilnico.

V letošnjem letu imamo zelo dobro generacijo devetošolcev. Zato smo se lotili izdelave drevesa kar pri rednih urah – po predelani učni snovi o geometrijskih telesih. Gre za uporabo znanja o telesih na višjem nivoju in za medpredmetno sodelovanje.
Odločili sva se, da izdelamo manjša drevesa – vsaka skupina svojega. Štirinajst učencev sva razdelili v tri skupine. Vsak član skupine, je izdelal svojo vejo, nato pa so vsi sodelovali pri povezavi vej v celoto – drevo. Učenci so bili izjemno spretni, saj smo drevesa izdelali v dveh šolskih urah.

Konstrukcija dveh valjev (dveh vej) v narisu in tlorisu

Za razumevanje konstrukcije si oglejmo, kako narišemo dva valja, ki sta spojenapod kotom. Oba valja imata enaka premera. Narisano konstrukcijo potrebujemo v narisu in tlorisu zaradi prenosa mer na mrežo pri izdelavi plaščev obeh valjev.
Izberemo višino v prve cevi, višino v_1 druge cevi, premer cevi ter kot, pod katerim se cevi spajata. Določimo tudi, v kateri višini se cevi spojita. Konstrukcijo obeh valjev najprej narišemo v narisu. Upoštevamo pravila tehničnega risanja, zato narišemo najprej pokončno cev, na sredini srednjico (slika 1).
Sledi risanje srednjice druge cevi (pod kotom). Cevi se končujeta z razrezom pod pravim kotom. Hitro lahko določimo zgornji in spodnji rob, problem pa je spoj. Pri risanju si pomagamo s krožnico, ki jo narišemo kar na rob druge cevi. Razdelimo jo na osem enakih delov (lahko tudi več) in dobimo točke od A1 do A8, skozi katere narišemo vzporednice srednjici. Točke projiciramo na rob oziroma premer kroga. Potrebovali jih bomo pri risanju plaščev.
Za natančno določitev spoja potrebujemo konstrukcijo, narisano tudi v tlorisu.

Sliko v narisu podaljšamo navzdol. Med podaljšanima robovoma prve cevi narišemo krožnico, ki predstavlja prvo cev v tlorisu. Le-to tudi razdelimo na osem enakih delov, točke pa poimenujemo od B1 do B8. Tudi te točke projiciramo na spodnji rob pokončne cevi.



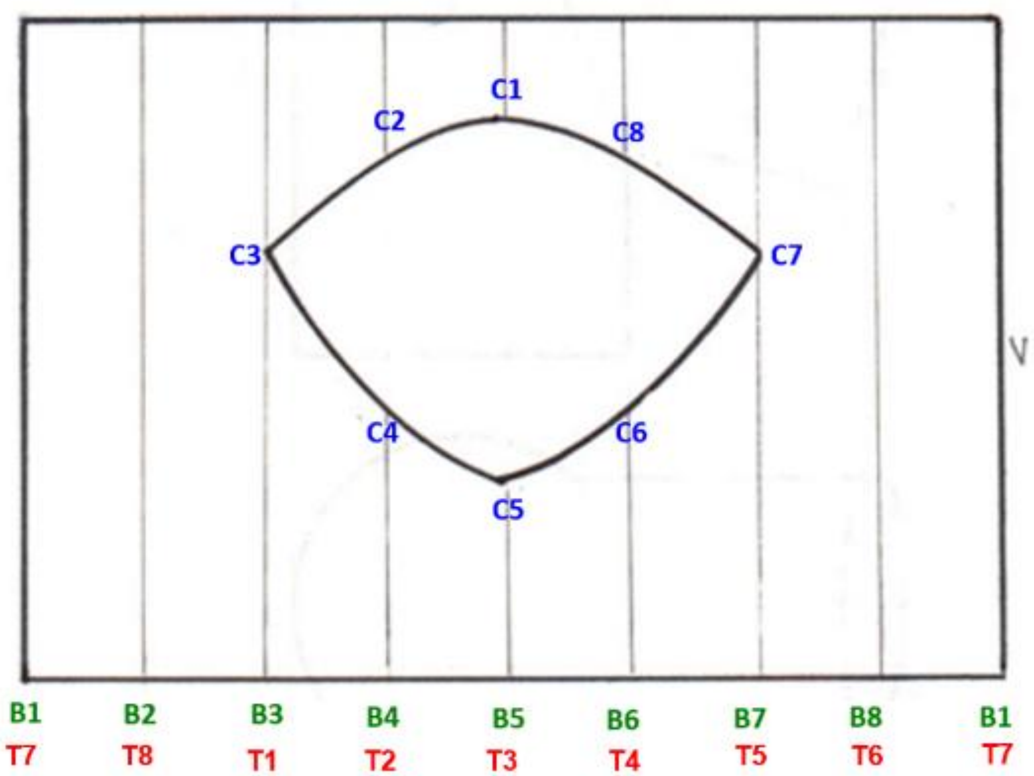
Slika 1: Dva valja, narisana v narisu in tlorisu

Konec druge cevi spojimo s tlorisom tako, da narišemo vzporednice. Krožnico vidimo v tlorisu kot elipso, ki jo načrtamo znotraj pravokotnika. Pred risanjem elipse si narišemo krožnico, ki jo razdelimo na osem delov. Skozi te točke narišemo vzporednice in povežemo obe krožnici v tlorisu. Dobimo še točke od T1 do T5, ki jih določajo presečišča vzporednic in tloris pokončne cevi. Te točke bomo potrebovali pri risanju izreza pokončne cevi.
Skozi presečišča vzporednic in krožnice prve cevi (še posebej točke T1 do T5) narišemo vzporednice simetrali pokončne (prve) cevi. Le-te naj bodo tako dolge, da dobimo presečišča z vzporednicami druge cevi. Presečišča označimo s točkami C1, C2, ... , C8 in jih povežemo s krivuljo (v tem primeru je ravna črta) ter dobimo spoj.
Če sta premera cevi različna, je spoj krivulja. Potrebno je narisati še vmesne vzporednice.

Risanje plaščev prve (pokončne) in druge cevi

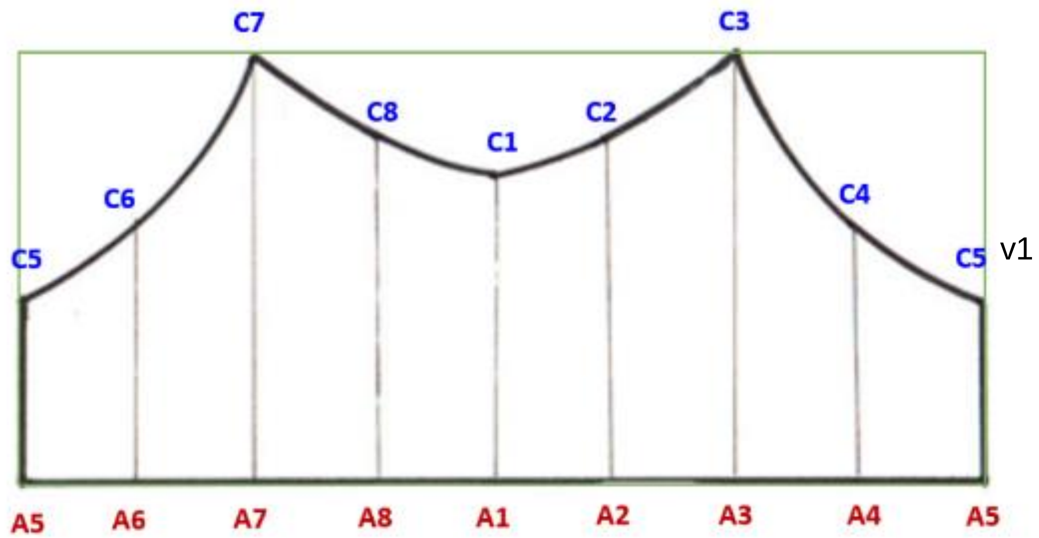
Plašča prve in druge cevi narišemo s prenosom mer narisane konstrukcije v narisu. Risanje prve cevi začnemo s pravokotnikom (dolžina je enaka obsegu prve cevi, višina pa višini prve cevi). Dolžino razdelimo na osem enakih delov in označimo točke od B1 do B8 ter končamo zopet z B1. Točke B1 do B8 predstavljajo točke od T1 do T8 na tlorisu krožnice pokončne cevi. Ker se točke T1 do T8 ujemajo s točkami, ki razdelijo krožnico na osem enakih delov, se tudi točke T ujemajo s točkami B. Če pa bi imeli krožnici različnih premerov, se točke T1 do T8 ne bi ujemale s točkami, ki bi krožnico razdelile na osem enakih delov. V takšnem primeru tudi narišemo pravokotnik z dolžino obsega pokončne cevi in višino *v*, vendar na

spodnji rob pravokotnika nanašamo razdalje med točkami T1 do T5, roba pa ni treba razdeliti na osem enakih delov.
Skozi točke na spodnjem robu narišemo vzporednice višini, nanje pa nanašamo s šestilom razdalje od B1 do konca cevi, B2 do konca cevi, B3 do C3 (do spoja), B4 do C4 in na isto vzporednico od B4 do C2 … (slika 2). Dobljene točke C1 do C8 povežemo s krivuljniki. Če krivuljnikov nimamo, s prosto roko povežemo dobljene točke v krivuljo. Dobimo odprtino, v katero bomo prilepili drugo cev.
Dogovorimo se, da bomo dodali zavihke na konec druge cevi.



Slika 2: Risanje plašča pokončne cevi

Plašč druge cevi začnemo načrtovati tudi s pravokotnikom dolžine, enake obsegu druge cevi, ter širine, enake višini cevi (slika 3).

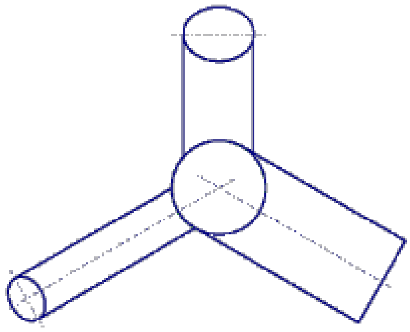


Slika 3: Plašč druge cevi

Dolžino razdelimo na osem delov in označimo točke od A5 (A6, A7 …) do A5 (lahko tudi po vrsti od A1 do A1). Sledi prenašanje dolžin daljic s šestilom. Prenašamo dolžine │A5 C5│, │A6 C6│… Dobljene točke C5, C6 … povežemo s krivuljnikom v krivuljo. Dodati moramo še vsaj 5 *mm* dolžine za lepljenje spoja, ki ga narežemo zaradi lažjega in natančnega lepljenja.
Oba dela zlepimo. Ko poznamo osnovni način konstruiranja, se lahko poigramo z različnimi idejami.
Sestavimo si lahko zelo zanimivo drevo.

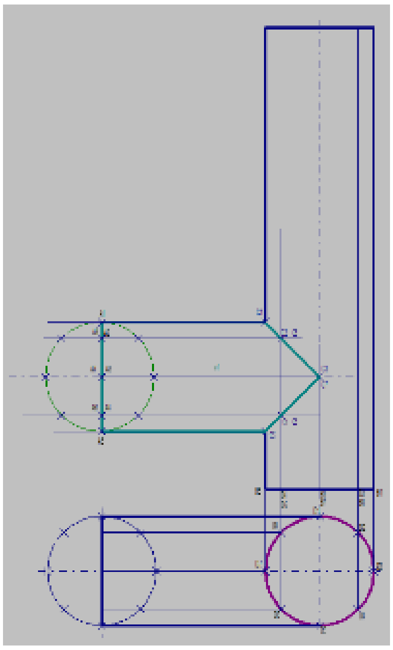
Priprava modela drevesa

Pred začetkom izdelave modela z učenci sva narisali načrt drevesa in pripravili material. To je šeleshamer velikosti A_3. Takšen papir je poceni in se ga lahko dobi.
Lahko izdelamo tudi večje drevo in se odločimo za večji format A_0.
Zamislili sva si drevo, kot je prikazano na sliki 4. Osnovno deblo ima tri veje, ki so razporejene po obodu debla.

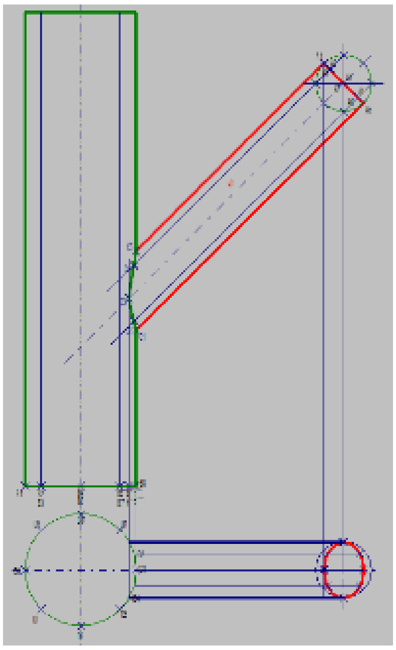


Slika 4: Tloris drevesa

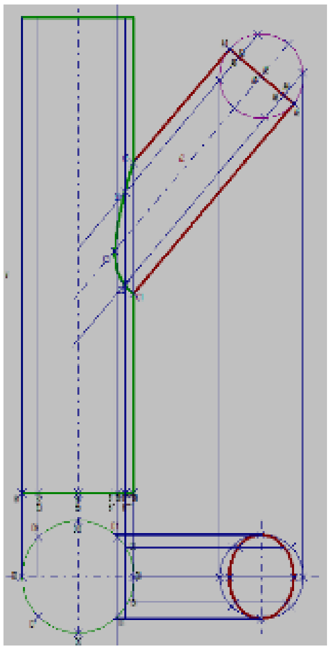
Da je drevo vsaj malo v ravnovesju, sva veje razporedile po tretjini oboda debla, oziroma pod kotom 120°.
Pred risanjem ali na samem tlorisu je treba izbrati višino *v* debla, višino spoja posameznih vej in dolžine posameznih vej. Pomemben je tudi kot, pod katerim se stranska veja spoji z deblom. Koti spojev posameznih vej z deblom so različni.
Drevo je lahko zelo razvejano. Odločili sva se le za deblo s tremi stranskimi vejami. Enako določimo tudi za stranske veje, če jih želimo izdelati.
Konstrukcijo debla in vsake veje sva najprej narisali v narisu (pogled na konstrukcijo od spredaj), v merilu 1 : 1. Naris in tloris debla in prve veje se vidita na sliki 5, debla ter druge veje na sliki 6, tretje veje pa na sliki 7.



Slika 5: Prva veja



Slika 6: Druga veja

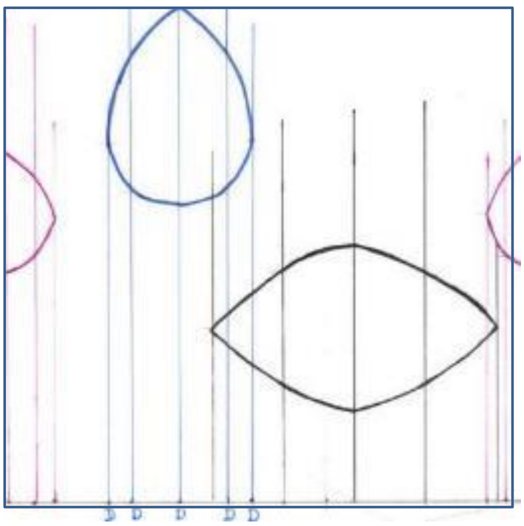


Slika 7: Tretja veja

Načrtovanje plaščev

Učencem potek risanja ob projekciji jasno razložimo. Sledi izdelava plašča debla in posameznih vej. Pri tem je treba upoštevati, da bomo papir lepili in zato potrebujemo zavihke, ki jih bomo dodali le na plašč vej, pri deblih pa ne (na luknje ne).

Načrtovanje plašča debla je najtežje, saj moramo upoštevati, da ležijo veje pod kotom 120^0. Risanje začnemo z načrtovanjem osnovnega pravokotnika (stranica *a* pravokotnika je enaka obsegu debla, stranica *b* je enaka višini debla). Stranico *a* razdelimo na 3 enake dele. Te točke bodo določale sredino vsakega izreza posamezne veje, en izrez pa se bo razdelil na levo in desno stran. Na levo in desno stran prve točke nanašamo razdalje na tlorisu od D7 do D1 in od D7 do D5. Na vzporednice pa nanašamo dolžine od roba do spoja prve cevi.
Podoben postopek ponovimo za drugo cev na drugi točki in za tretjo cev na tretji točki. Dobljene točke povežemo in izrežemo odprtine (slika 8).



Slika 8: Plašč debla

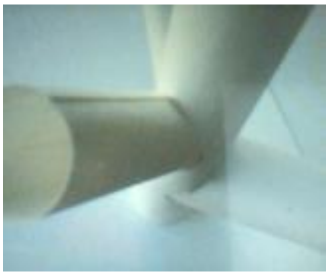
Podoben postopek sledi pri **risanju plašča veje**. Narišemo osnovni pravokotnik (stranica *a* pravokotnika je enaka obsegu debla, stranica *b* je kar dolžina najdaljše vzporednice).
Sledi prenašanje mer, ki so enake na levi in na desni strani. S povezavo točk dobimo plašč veje, kateremu dodamo vsaj še 0,5 cm zavihka za lepljenje.
Če sta deblo in veja enakega premera, se veja zareže v deblo do polovice, če pa ima veja manjši premer, se ne zareže tako globoko.

Sestava celotnega drevesa

Učenci v skupini izdelajo posamezne veje, ki jih vidimo na sliki 10, in deblo, ki ga vidimo na sliki 9. Iz vsega nastane drevo kot na sliki 11. Ker je ta konstrukcija zelo zahtevna, si delo lahko olajšamo tudi tako, da so vse stranske veje enakega premera in pod enakim kotom. V tem primeru narišemo en plašč, ki ga potem fotokopiramo.

Slika 9: Deblo drevesa

Slika 10: Veje drevesa



Slika 11: Drevo

Pri lepljenju moramo biti pozorni na dodajanje robov (zavihkov).
Ko izrežemo plašče, z zarisovalno iglo naredimo žleb pri zavihkih. Zavihek pri veji rahlo izrežemo v obliki trikotnika. Zavihke po žlebu zapognemo. In zlepimo.
Učenci lahko raziskujejo vpliva kota spoja valjev na globino in dolžino spoja veje in debla.

Izdelava drevesa je bila za učence velik izziv, saj podobnega postopka risanja plaščev še niso spoznali. Odzivi vseh so bili pozitivni. Všeč so jim bili diferenciacija dela, postopnost načrtovanja in potek načrtovanja. Probleme so imeli pri lepljenju vej, ker je bilo drevo premajhno. V prihodnje bi bilo treba drevo nekoliko povečati. Če želimo, da je izdelek bolj realen, ne smemo uporabljati enakih podatkov za spoje. Izdelek jim je bil zanimiv. Razmišljali so o njegovi uporabnosti: stojalo za nakit, okrasni predmet, stojalo za pisalni pribor, kot scena na gledališkem odru …
Število porabljenih ur je odvisno od zmožnosti učencev.

Zaključek

Učenci so v dveh učnih urah izdelali model drevesa s tremi vejami. Le-to jim je uspelo s pomočjo medpredmetnega povezovanja tehnike in tehnologije ter matematike. Povezali so vsebino risanja v pravokotni in izometrični projekciji z izdelavo različnih plaščev valja. Zaradi težavnosti izdelave posameznih delov drevesa (osrednje deblo s tremi luknjami) je bilo delo diferencirano. Tako so bili vključeni vsi učenci, izdelki pa so bili kakovostni.
Dodana vrednost izdelka je ravno v povezovanju postopka tehničnega risanja z matematiko. Učenci se tako učijo reševati probleme, s katerimi se srečujejo v vsakdanjem življenju. Znanje, ki so ga s tem pridobili, lahko uporabijo pri nadaljnjem izobraževanju v tehniški stroki (kovinarstvo, strojništvo, umetnostno kovaštvo,

arhitektura) za izdelavo ventilacijskih cevi, žlebov ipd. S podobnimi situacijami pa se srečujemo tudi v šiviljstvu, kjer pa jih rešujemo drugače.
Pomemben del načrtovanja je faza iskanja in oblikovanja idej, v kateri učenci s pomočjo prostoročnih skic ali preprostih modelov oblikujejo zamisel za predmet (Dolenc, 2012: 4). V veliko pomoč jim je lahko brezplačni računalniški program Google SketchUp, ki omogoča 3D-računalniško modeliranje predmeta.
Ideje za nadaljnje delo
Učenci znanje lahko nadgradijo z izdelavo večjega drevesa, z več vejami, ki ga lahko uporabijo v različne namene.
Končnemu izdelku (drevesu) lahko ocenijo njegovo prostornino, izračunajo gostoto, maso… Lahko izdelajo veliko drevo (podobno naravnemu) in sceno za predstavo ali z drevesi popestrijo šolske hodnike.
Vse te vsebine najlaže vključimo v dneve dejavnosti (naravoslovni dan, tehniški dan).

Matematik, naravoslovec in tehnik morajo sodelovati. Vsak od njih potrebuje pomoč drugih dveh, samo njihovo skupno delo je lahko uspešno in da potrebne sadove (D. A. Grave).

Viri

1. Dolenc, K., Fišer, G., Florjančič, F., Glodež, S., Šafhalter, A. (2012): Risanje v geometriji in tehniki. Izbirni predmet – prenovljeni učni načrt. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/devetletka/predmeti_izbirni/Risanje_v_geometriji_in_tehniki.pdf (19. 5. 2014).
2. Grave, D. A.: http://www2.arnes.si/~sscesss3/new_page_3.htm (15. 5. 2014).
3. Žakelj, A., Prinčič Rőhler, A., Perat, Z., Lipovec, A., Vršič, V., Repovž, B., Senekovič, J., Bregar Umek, Z. (2011): Program osnovna šola, matematika, učni načrt. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (17. 5. 2014).

IZDELAVA MULTIMEDIJSKIH GRADIV ZA MATEMATIKO

The production of multimedia materials for Mathematics

Katarina Udovč, Andreja Petrovič

katarina.udovc@guest.arnes.si, drejki@gmail.com

Ekonomska šola Novo mesto

Povzetek

V zaključnem letniku imajo dijaki programa medijski tehnik veliko znanja o izdelavi multimedijskih gradiv. Pri različnih strokovnih modulih so se naučili izdelovati tiskovine, pripraviti videoposnetke, zvočne zapise, pripraviti in oblikovati fotografijo, izdelati spletno stran. Naučili so se tudi postopkov, ki so potrebni za izvedbo kompleksnejšega projekta. Če dodamo strokovnemu znanju še ustrezno vsebino, za dijake projekt dobi smisel in delo postane zanimivejše. Profesorice treh predmetov, multimedijske produkcije, kakovosti in trženja ter matematike, smo dijakom dale nalogo, da izdelajo multimedijsko gradivo, s katerim predstavijo določeno matematično vsebino. Izdelke smo ocenile, pri matematiki z vsebinskega, pri multimedijski produkciji pa s tehničnega vidika.

Ključne besede: medpredmetno povezovanje, skupinsko delo, multimedijski izdelki, timski pouk

Abstract

In the final year of the programme, Media Technician students have a lot of knowledge about the production of multimedia materials. Through a series of technical modules they have learned to produce printed materials, prepare video clips, sound files, photoshop pictures and set up websites. They have also learned the procedures that are necessary for the execution of complex projects. If we add a specific content to the expertise, students' project work gets a completely new meaning and work becomes more interesting. The teachers of three subjects, Multimedia Production, Quality and Marketing and Mathematics gave their students the task to produce multimedia materials with specific mathematical content. The final products were assessed in Mathematics for the content and in Multimedia Production from a technical point of view.

Keywords: cross-curricular integration, groupwork, multimedia products, teamwork

Uvod

Prikazale bomo načrtovanje in izvedbo medpredmetnega povezovanja treh predmetov (matematike, trženja in kakovosti ter multimedijske produkcije) v 4. letniku programa medijski tehnik in izdelke, ki so pri tem nastali.

Kurikularno načrtovanje medpredmetnega povezovanja smo začele z **opredelitvijo ciljev** – načrtovanje in izdelava multimedijskega gradiva z matematično vsebino. **Vsebine** je določila profesorica matematike na podlagi kataloga znanj za matematiko v srednjem strokovnem izobraževanju. V kurikulu za 4. letnik pa je predvidena ponovitev učne snovi, in sicer kot priprava na poklicno maturo. **Sredstva** so bila multimedijska gradiva, za katera je bil podlaga učni načrt multimedijske produkcije v 4. letniku programa Medijski tehnik.

Dogovorile smo se, da bomo pripravile delovni zvezek, ki bo dijakom pomagal pri **načrtovanju** in **izdelavi** multimedijskih gradiv.

Delovne zvezke so dijaki izpolnili in oddali pred začetkom izdelave gradiv. Izdelana gradiva so predstavili in zagovarjali pred razredom. Pri tem so jih **ocenili** profesorice in sošolci. Sledila je **evalvacija** dijakov in profesorjev.

Izdelava multimedijskega gradiva

Podrobneje bomo predstavile celoten proces izdelave gradiv.

1. Opredelitev ciljev

Ob zaključku izobraževanja je profesorica matematike želela, da bi dijaki ponovili določene snovi iz matematike na drugačen način. Pri tem je bilo dijakom dopuščeno,

da poskušajo predstaviti matematično snov na način, ki jim je bližji. Odločili smo se za izdelavo multimedijskih gradiv zaradi številnih prednosti le-teh za dijake. Delujejo namreč na več čutov, kar omogoča hitrejši, izdatnejši in kompleksnejši prenos informacij. Multimedijski model delovanja tehnologij odraža model delovanja možganov, ki naj bi različne informacije (vidne, slušne ali tipne) predelovali hkratno, nelinearno (Purg, 2008).
Cilj multimedijske produkcije je bil, da dijaki ob koncu izobraževanja naredijo samostojni, kompleksnejši projekt. Tu smo našli povezavo s cilji matematike, da ponovijo učno snov. Odločili smo se za projekt, v katerem bodo morali načrtovati izdelek z matematično vsebino, napisati zanj projektno dokumentacijo, naredili multimedijsko gradivo, ga testirati in predstavili v razredu.
V projektni dokumentaciji je bil del namenjen tudi računanju stroškov projekta in določanju maloprodajne cene izdelka, kar so se dijaki naučili pri kakovosti in trženju, zato se je v povezavo vključila tudi profesorica tega predmeta.
Glede na to, da so dijaki v 4. letniku, so pri matematiki tako ponavljali in utrjevali snov, ki so jo že poznali, zato so bile bolj kot operativni cilji pomembne ključne kompetence, ki smo jih razvijali ob projektu.

1. Dijaki so delali v skupinah po tri ali štiri. S tem so razvijali zmožnost za sodelovanje in delo v timu.
2. V skupini so si razdelili vloge. Skupaj so načrtovali, naredili terminski načrt … S tem so razvijali zmožnost za načrtovanje in organiziranje delovnih postopkov pri matematiki in praktično preizkusili, kako je treba organizirati delo v multimedijski produkciji.
3. Po izbrani ideji so se začeli ukvarjati z vsebino. Poiskali so različne vire, iz katerih so črpali vsebino, in pripravili obliko izdelka. Razvijali so zmožnost za zbiranje, organiziranje in analiziranje podatkov pri matematiki. Pri MMP so razumeli in izvedli postopke priprave, metodologije in načrtovanja za analizo projekta.
4. Vsak od dijakov je pokazal nekaj znanja, ga analiziral, sintetiziral, da je skupina prišla do izvirne ideje, ki jo je pokazala v izdelku. Pri tem so nekateri uporabljali samo osnovna matematična znanja, spodbudili pa smo jih, da se lotijo naloge poglobljeno, izvirno … Razvijali so odgovornost za lastno znanje in zmožnost samostojnega učenja matematičnih znanj, zmožnost za raziskovanje in reševanje matematičnih problemov, razumevanje in zmožnost za uporabljanje osnovnih matematičnih pojmov, odnosov med njimi in izvajanje postopkov.
5. Vse skupine so pri izdelavi uporabljale računalnik in ustrezno programsko opremo ter druge grafične pripomočke. S tem so razvijali zmožnost za uporabljanje tehnologije pri izvajanju matematičnih postopkov ter pri raziskovanju in reševanju matematičnih problemov.
6. Matematiko so predstavili s pesmijo, videoprodukcijo, tiskovino … Njihovo sprejemanje in doživljanje matematike kot kulturne vrednote ter zmožnost za uporabljanje matematičnih orodij pri sporazumevanju so se s tem povečali. Pri nekaterih že pri izdelovanju izdelkov, še bolj pa ob gledanju in spremljanju predstavitev drugih izdelkov.
7. Dijaki so bili s svojimi izdelki zadovoljni in so jih z veseljem predstavili tudi svojim sošolcem in dijakom drugih razredov. To je pripomoglo k večanju samozaupanja v lastne matematične sposobnosti in k razvijanju pozitivne samopodobe.

8. Dijaki so sami načrtovali, izdelali in arhivirali gradiva, s čimer so se učili delati z multimedijskimi gradivi.
9. Ko so dijaki izdelovali gradiva, so morali poznati osnovne standarde v MM-produkciji. Poznati in uporabiti so morali postopke priprave besedilnih modulov, produkcije zvočnih in slikovnih zapisov, videomodulov in animiranih gradiv.

2. Vsebina

V projektu je profesorica matematike določila vsebino, največ je je bilo iz kataloga znanj za 4. letnik. Izdelki so bili iz naslednjih vsebinskih sklopov:

- *Zaporedja,*
- *Kombinatorika in verjetnost,*
- *Pitagorov izrek,*
- *Trikotnik.*

Izdelek iz kombinatorike in verjetnosti ter Pitagorov izrek so delali v dveh skupinah, kjer je vsaka skupina uporabila drugačen gradnik pri izdelavi izdelka.

3. Načrtovanje

Multimedije smo razumeli v širšem pomenu, in sicer kot prenos informacij (s pomočjo različnih gradnikov: zvoka, besedila, grafike, videa in animacije) z uporabo več različnih tehničnih oziroma komunikacijskih medijev. Dijaki so izbirali med izdelavo video- ali zvočnih posnetkov, spletnih strani, tiskovin in fotografij. Za vrsto predstavitve so se odločali sami glede na to, na katerem področju so močnejši. Sama izdelava je bila namenjena utrjevanju znanja s področja medijskega oblikovanja.
Na spletu je profesorica matematike poiskala že narejena gradiva s področja matematike: filme in glasbene spote, spletne strani, tiskovine in fotografije.

a) Tiskovina: ura (vir 7)
b) Videoposnetek: geometrijska telesa (vir 8)
c) Fotografija: oblačenje (vir 9)
d) Glasba: racionalna funkcija (vir 10)
e) Spletna stran: geometrijska telesa

Pri pouku matematike so dijaki snov večkrat obravnavali ali ponavljali s pomočjo različnih spletnih strani*. Dijake smo pozvali , da naj bodo njihove predstavitve čimbolj dinamične in interaktivne.*
Dogovorili smo se, da bodo dijaki gradiva izdelovali pri urah multimedijske produkcije in matematike. Profesorice vseh treh predmetov smo imele z dijaki konzultacije.

4. Realiziranje načrta

Dijaki so se razdelili v skupine po tri glede na skupne interese pri izdelovanju gradiv različnih vrst. Člani so si razdelili odgovornosti in zadolžitve. Določili so vodjo, čigar naloga je bila koordinacija in usmerjanje dela skupine. Vsak član je moral biti enakomerno obremenjen in prispevati h končnemu izdelku. Profesorica matematike je korigirala člane v dveh skupinah, ki nista bili izenačeni po znanju matematike.
Vsaka skupina si je nato izbrala temo izdelka.
Potem smo dijakom podrobneje predstavile projekt. Pregledali smo delovni zvezek. Vsaka profesorica je predstavila, kaj se v določenem delu pričakuje od dijakov.

MATEMATIKA

Dijaki so morali sami določiti, čemu bo služil njihov izdelek. Pri tem so dobili oporne točke.
Ogledali so si različne izdelke glede na namen uporabnosti. Sami so se o tem odločali v fazi načrtovanja.

1. UVODNA MOTIVACIJA: gol (vir 11)
2. RAZLAGA SNOVI: naklon premice (vir 12)
3. NALOGA: neenačbe (vir 13)
4. SITUACIJA: bakterije (vir 14)
5. POVZETEK: zaporedja (vir 15)
6. PONOVITEV SNOVI: znane spletne strani (arnes, nauk.si …)

Dijaki so morali določiti tudi, kdo je njihova ciljna skupina:

- Izdelek je lahko namenjen dijakom, ki določeno temo, nalogo obravnavajo. Povedati so morali, katerim dijakom je to namenjeno (npr. dijakom 2. letnika, dijakom, ki se pripravljajo na maturo …).
- Lahko je namenjen tudi profesorjem, ki ta izdelek uporabijo kot pripomoček pri svojem delu.

MULTIMEDIJSKA PRODUKCIJA

Dijaki so morali sami na spletu poiskati primere multimedijskih gradiv in v delovnem zvezku oceniti stanje na izbranem področju tako z vsebinskega kot s tehničnega vidika. Analiza obstoječega stanja jim je pomagala pri iskanju idej za njihov projekt.
V fazi načrtovanja so morali določiti načrt širjenja gradiva. Odločili so se, da bodo gradivo širili po internetu in družbenih omrežjih ter med učitelji matematike na naši šoli.
Zelo pomembno je bilo tudi določiti roke za izdelavo, testiranje in evalviranje gradiv. Končni datum za izdelavo gradiv je bil določen (to je bil datum predstavitve izdelkov), tempo in vrstni red izdelave so si določili sami v skupinah.

TRŽENJE IN KAKOVOST

Celoto smo zaokrožili še pri trženju. Dijaki so morali načrtovati uporabo sredstev za izdelavo gradiva in določiti lastno ceno izdelka, pri kateri so upoštevali stroške, ki bodo nastali pri izdelavi gradiv. Za določanje tega so morali narediti plan uporabe opreme, prostorov, materiala. Izdelati so morali tudi kriterije (kazalnike), po katerih bodo ocenili kakovost svojega izdelka.
Imeli so dve uri časa, da načrtujejo izdelavo gradiva s pomočjo delovnega zvezka. Projektno dokumentacijo so morali oddati in jo po potrebi tudi dopolniti. Nato so delali v skladu z načrtom dela, bodisi v računalniški učilnici, v foto studiu ali snemalnem studiu. Uporabljali so lahko šolsko opremo ali pa svojo lastno.

5. Ocenjevanje

Gradiva smo ocenile. Vsaka izmed nas je izdelala svoje kriterije ocenjevanja. Dijakom smo jih predstavile že na uvodni uri, potem pa so si jih lahko ogledali tudi v spletni učilnici.
Vsaka izmed nas je izdelek ocenjevala z vidika predmeta, ki ga poučuje.
Pri matematiki je bil glavni poudarek na vsebini izdelka in uporabnosti le-tega.

Pri multimedijski produkciji so bili trije kriteriji – ustrezno izpolnjena projektna dokumentacija, sam izdelek in predstavitev dela.
Dijakom smo na predstavitvi razdelile ocenjevalne obrazce (tabelo), po katerih so ocenjevali svoje sošolce, nato smo primerjale in uskladile njihove ocene z našimi. Vse smo ugotovile, da so bili dijaki do svojih sošolcev do neke mere kritični, spregledali pa so nekaj napak, ki jih profesorice kot poznavalke vsaka svojega strokovnega področja nismo mogle spregledati.

6. Predstavitve izdelkov

Dijaki so izdelke predstavili po skupinah. Opisali so ves postopek nastajanja izdelka, od načrtovanja do izvedbe, ter pokazali izdelek. Prikazali so tudi stroške izdelave in kako so izdelke testirali ter ugotavljali njihovo kakovost.
V nadaljevanju podrobno predstavljamo izdelek, ki je bil po našem mnenju najkompleksnejši.

Skupina 1
Dijaki so posneli videoposnetek z naslovom BLOKURA. V njem so zajeli snov 4. letnika, in sicer iz sklopa Kombinatorika in verjetnostni račun. Za izrazno sredstvo so uporabili glasbeno zvrst rap, saj večini članov skupine glasba veliko pomeni. Dijaki so z besedilom kreativno izrazili izkušnje s kombinatoriko in verjetnostjo. Ob tem so upoštevali tudi nacionalno kulturno dediščino (brez žaljivih izrazov). Zaradi izbrane zvrsti glasbe niso uporabili knjižnega jezika. Ta skupina je po mnenju profesoric najbolj pokazala svojo kreativnost. Uporabili so različne gradnike multimedijske produkcije: besedilo, glasbo in video, ki so jih povezali v kompleksen multimedijski izdelek. Pokazali so visoko raven znanja s področja snemanja in montaže.
Pesem ima uvod in dve kitici.
V uvodu raper pove, da bo matematiko predstavil na zanimivejši način. S tem so dijaki povedali, da so samozavestni, da znajo in da znajo drugače, boljše, bolj zanimivo, s pomočjo glasbe.
V prvi kitici so sestavili nalogo, v kateri se sprašujejo, na koliko različnih načinov se lahko šest ljudi posede za mizo. Ob nalogi so razložili permutacije in pojem fakulteta, ki smo ga spoznali pri permutacijah. S tem so pokazali sposobnost uporabe permutacij v novi situaciji.
V drugem delu pa so sestavili novo nalogo, v kateri računajo verjetnost dogodka, da bo vprašan en dijak iz razreda. Nalogo so še malo otežili s tem, da so povedali še dejstvo, da jih nekaj ne more biti vprašanih. Ob tem razložijo definicijo verjetnosti in podajo še pravilen odgovor na zastavljeno vprašanje. Uporabili so znanje računanja verjetnosti v dani situaciji.
Dijaki so pesem testirali tako, da so jo naložili na Facebook in pogledali, koliko všečkov so dobili.
Pesem je namenjena vsem dijakom, tudi tistim, ki o permutacijah in verjetnosti še niso slišali, kajti s svojo zanimivostjo nas pritegne, da začnemo o tem razmišljati. Namenjena je tudi dijakom, ki so to snov že obravnavali, saj nas nov način prikaza te snovi motivira, da o tem še naprej razmišljamo. Pesem nam je lahko tudi vzorčni primer, ko se pri pouku srečamo z novo podobno nalogo. Če se spomnimo na pesem, bomo primer enostavno rešili (npr. naloge iz ALFA Kombinatorika, verjetnostni račun in statistika).

Skupina 2

Dijaki so izdelali vetrnico (sliki 1 a, 1 b).


Slika 1 a: Vetrnica Slika 1 b: Razprta vetrnica
Vir: osebni arhiv.

Vetrnica je narejena iz dveh »enakokrakih« križev, ki sta speta na sredini. Vsebina je predstavljena z osnovnim medijskim gradnikom, besedilom.
Na prvem kraku je predstavljen pojem kombinatorike. S puščico na kraku je nakazano, kam zavrtim zgornji del vetrnice, da se pokaže spodnji del, na katerem sta zapisani pravilo vsote in pravilo produkta.
Na drugem kraku so opisane permutacije in kdaj jih uporabljamo. Če zavrtiš v nakazani smeri, je zapisana formula, s katero računamo permutacije.
Na tretjem kraku so opisane variacije in kdaj jih uporabljamo. Če zavrtiš v nakazani smeri, je zapisana formula, s katero računamo variacije.
Na četrtem kraku so opisane kombinacije in kdaj jih uporabljamo. Če zavrtiš v nakazani smeri, je zapisana formula, s katero računamo kombinacije.
Vetrnica je namenjena tistim, ki so o tej snovi že nekaj slišali in potrebujejo manjšo pomoč za obnovitev snovi. Lahko je tudi učni pripomoček dijakom s posebnimi potrebami.

Skupina 3

Tretja skupina je naredila zloženko z naslovom Pitagorov izrek (sliki 2 a, 2 b).

Slika 2a: Zloženka Slika 2b: Razprta zloženka
Vir: osebni arhiv

Uporabljen je bil medijski gradnik besedilo.
Izdelek so dijaki namenili dijakom 2. letnika srednjih šol, ki se učijo Pitagorov izrek. Izdelek bi imeli potem kot učni pripomoček, ko bi v višjih letnikih uporabljali Pitagorov izrek. Ob tem se je porodila ideja, da je podoben izdelek dobro izdelati v 2. letniku, kjer bi vsak dijak izdelek naredil na malo drugačen način.

Skupina 4
Dokaz Pitagorovega izreka
Pitagorov izrek je bil dokazan s pomočjo animacijske tehnike stop-motion.
Ta izdelek ni inovativen, kajti prikaz Pitagorovega izreka na ta način je dostopen tudi na drugih spletnih straneh na medmrežju. So pa dijaki morali uporabiti veliko svojega znanja in res razumeti Pitagorov izrek, da so izdelek lahko naredili sami.
Izdelek je namenjen učiteljem, ki poučujejo matematiko. Dijakom ga lahko pokažejo ob obravnavi tega izreka. Namenjen je tudi dijakom, ki obravnavajo ta izrek in ga želijo razumeti.

Skupina 5
Videoposnetek, v katerem dijaki zlagajo kocke.
Z zlaganjem kock so poskušali pokazati razliko med aritmetičnim in geometrijskim zaporedjem.
Izdelek je namenjen dijakom 4. letnika srednjih strokovnih šol. V izdelku se lepo vidi razlika med aritmetičnim in geometrijskim zaporedjem, kar je prikazano tudi z efekti, ki so jih dodali pri montiranju filma.

Skupina 6
Dijaki so izdelali spletno stran, na kateri predstavijo formule za izračun obsega, ploščine in višine v različnih trikotnikih.
Izdelek je namenjen vsem, ki jih zanimajo formule za izračun obsega, ploščine in višine v različnih trikotnikih in jih želijo poiskati na medmrežju.

7. Evalvacija

Po opravljeni predstavitvi smo dijake pozvale, naj na ocenjevalnem listu zapišejo, kaj jim je bilo v projektu všeč in kaj bi spremenili.
V evalvaciji so vsi dijaki pohvalili ta projekt.
V pohvalah so navedli zanimivost projekta, zanimivo vsebino, všeč jim je bila oblika dela, všeč jim je bilo, da so lahko sami izbirali temo in obliko izdelka. Všeč jim je bila tudi praktična naravnanost projekta: povezali so znanje matematike, trženja in medijske produkcije.
Edino, kar so pograjali, pa je bil neprimerno izbran termin projekta. Takrat so imeli tudi veliko dela z zaključevanjem ocen pri drugih predmetih.
Tudi profesorice smo zaznale pri dijakih večjo zavzetost za delo kot sicer. Vsi člani timov niso bili enakomerno obremenjeni, nekateri so delali opazno več kot drugi. Opazile smo, da so preveč časa namenili načrtovanju, za izdelavo in postprodukcijo pa jim ni ostalo dovolj časa. Veliko skupin je delalo tudi doma. Razen ene skupine so vsi pripravili predstavitev na vnaprej določen datum.
Problem je bil tudi, da zaradi časovne stiske niso vse skupine po prvih popravkih še enkrat pokazale osnutkov profesorici matematike. Zato so se na predstavitvi pokazale nekatere matematične napake in tehnične pomanjkljivosti pri izdelavi gradiv. Vsemu temu bi se ob natančnejšem terminskem načrtovanju lahko izognili.

Zaključek

Pri svojem delu so imeli dijaki možnost razvijati več ključnih kompetenc za vseživljenjsko učenje.
Pri predstavitvi svojega izdelka so z govornim nastopom pokazali sposobnost komunikacije v maternem jeziku, pripravili so PP-predstavitev in zagovarjali so svoj

izdelek pred razredom. To zmožnost bodo uporabljali v svoji poklicni karieri, ko bodo morali nastopati pred potencialnimi naročniki.
Z matematično vsebino, ki so jo prikazali, so pokazali veliko matematičnega znanja. Dosegali so višje stopnje posodobljene Bloomove taksonomske lestvice (Kreuh, Kač, Mohorčič, 2011: 12). Kar nekaj jih je doseglo vse elemente najvišje stopnje (sestaviti elemente v smiselno celoto, spremeniti elemente v novo strukturo ali obliko z generiranjem, načrtovanjem ali izdelovanjem). Povezava treh predmetov jim je to še laže omogočila.
Z vidika matematike je bilo v nekaterih gradivih še nekaj strokovnih napak, ki pa bi se jih dalo odpraviti s pravočasnimi konzultacijami.
Pri izdelavi so pokazali, da so na področju digitalne pismenosti dovolj kritični do dosegljivih informacij in da pri svojem delu znajo uporabljati IKT.
Na področju razvoja učenja učenja so iskali znanje in ga obdelovali. V skupini so delili naučeno, morali so sami organizirati svoje delo, ga oceniti in poiskati dodatne informacije.
Pri delu so se morali v skupini konstruktivno sporazumevati, izražali so svoje mnenje in sprejemali mnenje drugih, s čimer so razvijali medosebne odnose.
Razvijali so tudi samoiniciativnost in podjetnost z vodenjem projekta od faze načrtovanja, organizacije, sporazumevanja do vrednotenja. Znotraj tima so si morali razdeliti vloge, za kar so morali dobro poznati svoje prednosti in pomanjkljivosti. V skupini so morali dajati pobude in sodelovati pri doseganju ciljev.
Naslednjič bi bilo z matematičnega vidika bolje, da dijaki obravnavajo le eno snov. Tako za naslednje leto že načrtujemo obravnavo geometrijskih teles v povezavi z medijskimi predmeti v 3. letniku. Pri tem bomo uporabili tudi matematične programe dinamične geometrije. Dijaki bodo samostojno predelali del snovi in jo predstavili sošolcem.
Z vidika multimedijske produkcije cilj ni bil v celoti dosežen. Nekateri izdelki so bili zelo kakovostni in uporabni. Drugi pa bi bili potrebni še dodelave. V prihodnjem letu bomo več pozornosti namenili tehničnemu vidiku gradiv. Dogovorili smo se tudi, da bomo določili, da vse skupine delajo eno vrsto multimedijskih gradiv; vsi videofilm, animacijo, zvok, interaktivni CD in podobno. Tako bo pri ocenjevanju veliko lažje, saj bodo izdelki primerljivi.
Profesorice smo v evalvaciji ugotovile, da moramo več pozornosti nameniti ustreznemu časovnemu načrtovanju, sprotnemu nadzoru in evalvaciji dela dijakov.

Literatura in viri

1. Kač, L , Kreuh, N., Mohorčič, G. (2011): Izhodišča za izdelavo e-učbenikov. [elektronski vir]. (14. 6. 2014). Dostopno na URL-naslovu: http://www.zrss.si/pdf/izhodisce-e-ucbeniki.pdf.
2. Purg, P. (2008): Uvod v medije [elektronski vir]. (23. 6. 2014). Dostopno na URL-naslovu: http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/vs/Gradiva_ESS/Impletum/IMPLETUM_244MEDIJSKA_Uvod_Purg.pdf .
3. Štefanc, D. (2012): Kompetence v kurikularnem načrtovanju splošnega izobraževanja. Znanstvena založba FF, Ljubljana.
4. http://164.8.8.9/~riko/dokumenti/prenova_grad_tehnik/splosni_predmeti/matematika.pdf (10. 6. 2014).
5. http://www.student-info.net/sis-mapa/skupina_doc/ff/knjiznica_datoteke/1258204969_AKrwnsb_didaktikapredavanja2009.ppt (10. 5. 2014).
6. https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRPTLd36Xg6fOtedexNQ7DSWiAjafJEN4

rvsXLkqnEOt_I0rV6WNA (10. 4. 2014).
7. https://encryptedtbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRPTLd36Xg6fOtedexNQ7DSWiAjafJEN4rvsXLkqnEOt_I0rV6WNA (10. 4. 2014).
8. https://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=vDuzYgFKMpo (10. 4. 2014).
9. https://www.youtube.com/watch?v=TJpFhB31VZg&feature=player_detailpage&list=PL3EA64EB959EA1E65 (10. 4. 2014).
10. https://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=vEj8vjahc8k (10. 4. 2014).
11. https://www.youtube.com/watch?v=bXQVRc-ewYg (10. 4. 2014).
12. https://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=7RypRXX98Pc (10. 4. 2014).
13. https://www.youtube.com/watch?v=xT04YEKT0iQ&feature=player_detailpage (10. 4. 2014).
14. https://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=Vi5epbArZT8 (10. 4. 2014).
15. https://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=jpMOV7mEwns (10. 4. 2014).

Priloga 1 (PRIPRAVA)

MEDPREDMETNO POVEZOVANJE

SODELUJOČI PREDMETI IN PROFESORJI	Andreja Petrovič	MMP
	Mateja Nemanič	KIT
	Katarina Udovč	MAT
NOSILNI PREDMET(I)	MMP	
RAZRED	4.d	
RAZISKOVALNO VPRAŠANJE	Medpredmetno in timsko povezovanje: Načrtovanje in izdelava multimedijskega gradiva za matematiko	
ČAS IZVEDBE	18. 4. do 16. 5. 2014	
VRSTA POVEZAVE	Interdisciplinarna povezava	
POVEZOVALNI ELEMENT(I)	Načrtovanje in izdelava multimedijskega projekta	
PRILOGE (učni listi, evalvacija …)	Predloga za izdelavo MM-gradiva	
SKUPNI CILJI	Dijaki bodo načrtovali in izdelali multimedijsko gradivo z matematično vsebino.	
SKUPNE (MAKRO) DEJAVNOSTI	Načrtovanje in izdelava MM gradiva	
SKUPNI DOSEŽKI	Multimedijsko gradivo	
DOKAZILA/EVIDENCE	Izdelana spletna stran, videoposnetek, fotografije, skladba	
ZAPOREDJE VSTOPOV	1. KIT, MMP, MAT	2. MMP
	3. MAT	4. KIT, MMP, MAT

Sodelujoči predmeti	**CILJI**	**MIKRODEJAVNOSTI**	**PRIČAKOVANI DOSEŽKI**	**DOKAZILA/EVIDENCE**	**PREVER-JANJE IN OCENJE-VANJE**
MMP	Dijaki v skupinah po tri naredijo multimedijski projekt.	1. Načrtovanje izdelave MM-gradiva 2. Izdelava MM-gradiva	Izdelano MM-gradivo (film, skladba, fotografije …)	Izdelek	Da

		3. Predstavitev MM-gradiva			
KIT	Dijaki na podlagi načrtovanih prvin, ki so potrebne za izdelavo MM-gradiva, izračunajo maloprodajno ceno MM-gradiva.	1. Izdelava terminskega načrta 2. Opredelitev potrebnih prvin za izdelavo MM-gradiva 3. Kalkulacija maloprodajne cene	Izdelan terminski načrt in pregled potrebnih prvin ter oblikovana maloprodajna cena.	Izdelane tabele v sklopu izdelka	Da, v sklopu MMP
MAT	Dijaki predstavijo matematično vsebino s pomočjo multimedije.	1. Izbira matematične teme 2. Izdelava gradiva 3. Predstavitev gradiva 4. Ocenjevanje sošolcev	Izdelano MM-gradivo in predstavljeno občinstvu, za potrebe katerega je namenjeno.	Izdelek	Da

POUČEVANJE IN UČENJE PLOŠČINE TRIKOTNIKA S TABLIČNIMI RAČUNALNIKI

Teaching and learning area of a triangle with tablet computers

Mojca Pev

mojca.pev@gmail.com

Osnovna šola Draga Bajca Vipava

Povzetek

V prispevku je predstavljen primer učnih ur matematike v 7. razredu z uporabo tehnologije. Učenci so ploščino trikotnika spoznavali samostojno ob e-učbeniku. Ko so se naučili vsebine, so v zvezke zapisali njen povzetek. Pri razumevanju obrazca za računanje ploščine trikotnika smo si pomagali z brezplačno aplikacijo Smart Geoboard. Izhajali smo iz tega, da lahko vsak trikotnik preoblikujemo v kvadrat ali pravokotnik. Za to sem se odločila, ker so učenci ploščino kvadrata in pravokotnika že znali izračunati. Kar nekaj jih je na koncu ure povedalo, da so s pomočjo aplikacije bolje razumeli, zakaj se ploščina trikotnika računa po obrazcu $\frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$. Za obravnavo ploščine trikotnika smo porabili tri šolske ure. Tako smo prvo polovico tretje ure iz e-učbenika reševali naloge o ploščini trikotnika, drugo polovico ure pa smo preizkusili aplikaciji EnClicker in Socrative 2.0. To sta aplikaciji, ki simulirata glasovalni sistem. Učencem sem pripravila vprašanja, oni pa so nanje odgovarjali s klikanjem na tablice. Tako lahko učitelj hitro dobi informacijo o razumevanju naučene vsebine. Po končani obravnavi vsebine so učenci reševali še anketo. Rezultati so predstavljeni na koncu prispevka. Kdor je želel, je lahko za domačo nalogo s pomočjo brezplačne aplikacije Lensoo Create pripravil miselni vzorec o ploščini trikotnika.

Ključne besede: tablični računalnik, e-gradiva, aplikacija, glasovalni sistem, ploščina trikotnika

Abstract

The article presents the example of Mathematics lessons in the seventh grade with the use of technology. Students got to know the area of a triangle by themselves with the help of the e-textbook. When they learned the topic, they wrote the summary in their notebooks.

For better understanding of the formula to calculate the area of a triangle, we used the free app Smart Geoboard. We started from the fact that each triangle could be transformed into a square or a rectangle. I chose this fact because my students were already able to calculate the area of a square and a rectangle. At the end of the lesson quite a few pupils said that, by using applications, they better understood why the area of a triangle was calculated according to the formula $\frac{a\cdot v_a}{2}=\frac{b\cdot v_b}{2}=\frac{c\cdot v_c}{2}$.

We spent three lessons to discuss the area of a triangle. In the first half of the third lesson we were solving tasks of the area of a triangle from the e-textbook. In the second half of the same lesson, we tested two free applications, i.e. application EnClicker and application Socrative 2.0. These are applications that simulate the voting system. I prepared some questions to my students and they answered them by clicking on the tablet PC. In this way, the teacher can quickly obtain feedback on the understanding of learned material. After completing their tasks, the students solved the survey. The results of the survey will be presented at the end of the article. Anyone who wanted to, could prepare a mind map of the area of a triangle by using the free app Lensoo Create.

Keywords: tablet PC, e-learning materials, application, voting system, the area of a triangle

Uvod

Tina ima eno jabolko, Jure ima dve jabolki. Skupaj imata tri jabolka. Približno tako samoumevno je, da posameznik zna in pravilno uporablja informacijsko-komunikacijsko tehnologijo. Le-ta se precej hitro tudi razvija. Da sta učiteljevo poznavanje in uporaba kos učenčevemu znanju, morajo učitelji razvoju tehnologije čim bolj slediti. Če se spomnim začetkov svojega dela, smo učitelji pri pouku najprej uporabljali računalnik, kmalu smo v uporabo dobili interaktivne table, danes pa so tu pametni telefoni in tablični računalniki (tablice). Katero tehnologijo bomo uporabljali jutri, še ne vemo. Sama imam najmanj izkušenj prav s tablicami, zato sem se odločila, da bo ta prispevek namenjen učenju vsebine z njimi.

V prispevku bom opisala tri učne ure matematike. Odločila sem se, da bodo učenci ploščino trikotnika poskušali predelati na tablicah. Poiskala bom tako dobre kot tudi slabe lastnosti takšnega poučevanja. V 7. b-razredu je 21 učencev. Šola ima trinajst tablic, zato večina učencev pri pouku dela v parih, nekateri pa tudi samostojno. Odločitev, ali bodo učenci delali v parih ali samostojno, prepustim njim. Učenci so do tablic zelo skrbni, večinoma tudi spoštujejo vnaprej dogovorjena pravila glede njihove uporabe.

O smiselnosti uporabe tehnologije mora učitelj presoditi sam. *Mislim, da je uporaba IKT smiselna takrat, ko pri učencih dosežemo boljše rezultate, vizualiziramo zakonitosti in izreke ter učence motiviramo za nadaljnje delo* (Pev, 2013, str. 21). Učitelj pa mora biti toliko pazljiv, da tehnologijo vpelje v pouk smiselno in pravilno.

Med brskanjem po spletni strani https://play.google.com/store sem zasledila kar nekaj zanimivih aplikacij, ki bi jih lahko uporabila pri pouku. Še prej pa sem jih morala preizkusiti sama. Tako sem se odločila, da pri pouku preizkusim naslednje aplikacije: Smart Geoboard, EnClicker, Socrative 2.0 in Lensoo Create. Aplikacija Smart Geoboard nadomešča klasično geoploščo. To aplikacijo smo uporabili za boljše razumevanje obrazca za računanje ploščine trikotnika. Aplikaciji EnClicker in Socrative 2.0 nadomeščata glasovalni sistem. Z njima sem preverila razumevanje samostojno naučene vsebine, z aplikacijo Lensoo Create pa so učenci za domačo nalogo izdelali dinamični miselni vzorec o ploščini trikotnika. Z obrazci v Google Drive sem izdelala anketo, s katero sem želela pridobiti mnenja o smiselnosti uporabe predstavljenih aplikacij, o tem, ali učenci opazijo razliko med učenjem s klasičnim (papirnatim) učbenikom in e-učbenikom, in o tem, ali se jim zdi vsebina ob učenju z e-učbeniki bolje razumljena.

V primerjavi s klasičnim učbenikom lahko e-učbenik spodbuja aktivno vlogo učenca, individualizira in diferencira učenje, učenci pa si lahko prilagodijo tempo učenja. (http://www.zrss.si/pdf/izhodisce-e-ucbeniki.pdf: 10). Ker so e-učbeniki še v preizkusni dobi, ni podatka o rezultatih, ki jih imajo na učenje. Tako tudi ne vemo, ali je znanje pridobljeno ob učenju z e-učbeniki trajnejše, ali je vsebina, ki se jo učenci samostojno naučijo, bolje razumljena kot vsebina, ki se jo učijo skupaj z učiteljem.

Zagotovo je poučevanje z e-učbeniki in tablicami v slovenskem šolskem prostoru še zelo sveže in ne v celoti raziskano. Zato od učitelja zahteva nekaj dodatnega dela, predvsem pa veliko pametne presoje o načinu uporabe omenjene tehnologije.

Ploščina trikotnika

Kot sem že omenila, sem za vsebino o ploščini trikotnika potrebovala tri šolske ure. V teh urah so učenci spoznali obrazec za ploščino trikotnika, izdelali zapiske, utrdili vsebino in odgovarjali na vnaprej pripravljena vprašanja.

1. ura: Ploščina trikotnika (e-učbeniki, aplikacija EnClicker)

Učencem sem najprej razložila potek učne ure. Po uvodnih navodilih so dobili tablični računalnik. Delo s tablicami in listanje po e-učbeniku učencem ne predstavljata težav, saj so se z e-učbeniki seznanili že v lanskem šolskem letu. Povedala sem, da naj v e-učbeniku poiščejo poglavje o ploščini trikotnika in preučijo vsebino. Dogovorili smo se, da do e-učbenika dostopamo na svetovnem spletu, saj smo z aplikacijo e-torba beta imeli nekaj težav. Učenci so na tablicah delali samostojno ali v paru. Nekateri so zaradi dejanj v preteklih urah vsebino študirali iz klasičnega učbenika. Preučiti so morali prvih pet strani gradiva o ploščini trikotnika. Dogovorili smo se, da preberejo vsebino, pogledajo animacijo in rešijo zglede. Za študiranje vsebine o ploščini so imeli na voljo dvajset minut. Nekateri so vsebino predelali tudi prej.

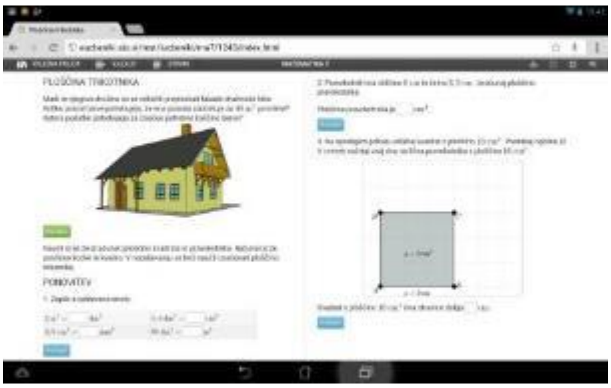
Slika 1: Učenje s papirnatimi učbeniki

Slika 2: Učenje z e-učbeniki

Učenci so delo vzeli resno. Med učenjem je v razredu vladalo prijetno in delovno vzdušje. Na prvi pogled je delovalo, da učencem samostojno učenje ne povzroča težav in da vsebino razumejo, kar pa se je kasneje, pri odgovarjanju na vprašanja, izkazalo drugače.

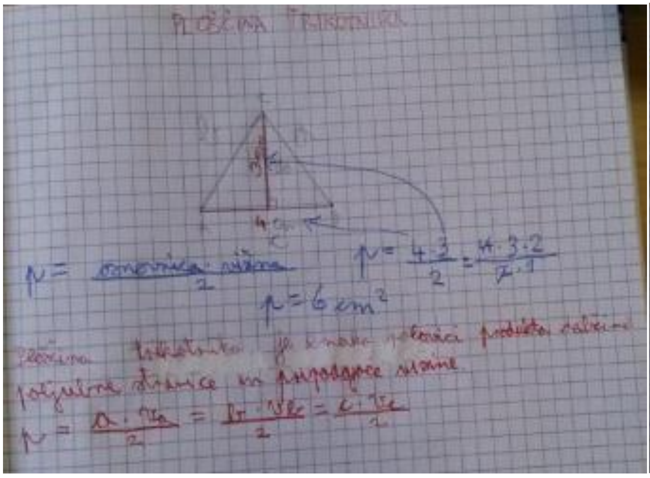
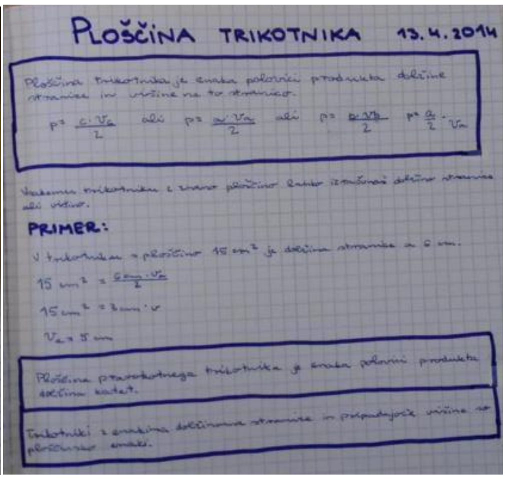
Menim, da sta zasnova in zgradba v e-učbenikih boljši kot v klasičnih učbenikih. Pozitivne strani e-učbenikov so:

- sprotna informacija, ki učenca navaja k sprotnemu preverjanju rešitev;
- ob zgledih in nalogah so namigi, ki učenca spodbujajo k razmišljanju in iskanju poti do rešitve;
- dinamičnost, ki omogoča boljšo vizualno predstavo matematičnih pojmov;
- dejavnosti v e-učbenikih od učenca zahtevajo več samostojnega dela in zbranosti.



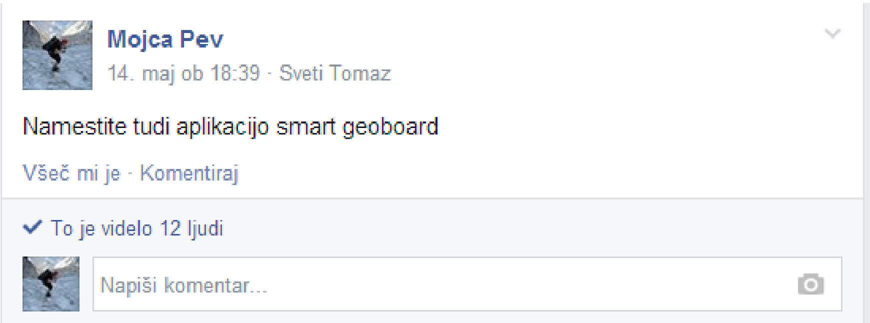
Slika 3: Stran v e-učbeniku

Po dvajsetih minutah sem učencem povedala, naj si v zvezke zapišejo naslov obravnavane snovi (Ploščina trikotnika) in ob pomoči e-učbenika tudi povzetek vsebine. Za izdelavo zapiska so imeli na voljo deset minut. V tem času sem se sprehodila po učilnici in opazovala nastajanje zapiskov. Opazila sem, da je največ učencev pri izdelavi zapiskov imelo e-učbenike na povzetku. Zapiski, ki so jih izdelali, so bili različni. Nekateri so vanje vključili skice, pomembna dejstva zapisali z drugačno barvo ter zapisali rešene primere.

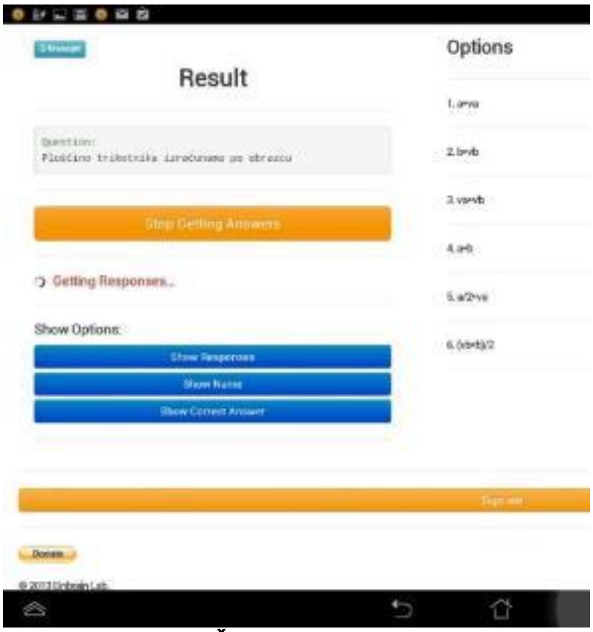
Sliki 4, 5: Zapisi v zvezku

Po petnajstih minutah so zagnali aplikacijo EnClicker. Da ne motimo učnega procesa, učenci aplikacije namestijo pred poukom ali med odmori. Sporočilo o namestitvi aplikacije učencem pošljem na Facebookovo skupino.



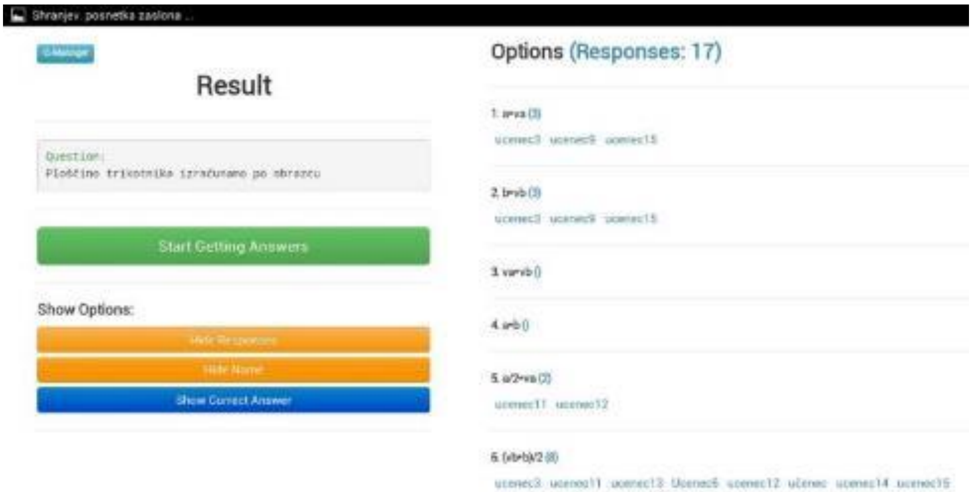
Slika 6: Sporočilo na Facebookovi skupini

V tej aplikaciji učitelj pripravi vprašanje, ki ima lahko enega ali več pravilnih odgovorov. Učenci se v aplikacijo prijavijo z geslom in elektronskim naslovom, ki ni nujno resničen. Po prijavi poiščejo učitelja in počakajo, da odobri odgovarjanje na vprašanja.



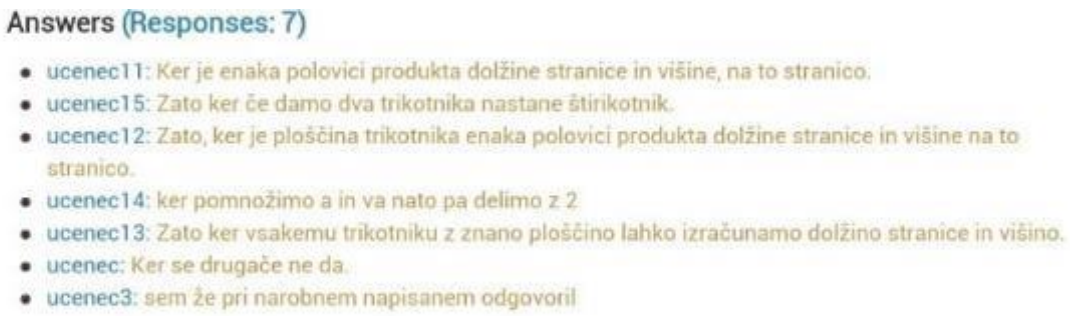
Slika 7: Čakanje na odgovore

Po določenem času sem vprašanje zaprla. Aplikacija omogoča učitelju prikaz odzivov in imen učencev, ki so odgovarjali na vprašanja. Predhodno smo se dogovorili, da bomo uporabljali imena učenec1 ipd. Sledila je analiza odgovorov. V primeru napačnega odziva smo tega popravili in na tablo zapisali pravilni obrazec.



Slika 8: Odzivi učencev

Dobljeni odgovori so mi dali misliti. Učenci so se samostojno učili iz e-učbenika. V njem je na strani 376 v slikah jasno prikazano, kako trikotnik preoblikujemo v pravokotnik. Razmišljam, da so učenci mogoče še premalo samostojni za tak način učenja. Lahko da so bili pri samostojnem učenju tudi preveč površni in so hiteli čez strani, samo da bi prišli do konca vsebine. Ugotovila sem, da jih je med učenjem še vedno treba voditi. Samo nekaj jih je znalo razbrati, da je zapis $\frac{a}{2} \cdot v_a$ enakovreden zapisu $\frac{a \cdot v_a}{2}$. To mogoče nakazuje na to, da vsebin med sabo ne znajo dobro povezovati. Dani zapis bi morali povezati z znanjem o množenju ulomkov. Učenci so odgovorili še na eno vprašanje, tokrat odprto. Utemeljiti so morali, zakaj se ploščina trikotnika izračuna po obrazcu $\frac{a \cdot v_a}{2}$. Slika 9 prikazuje odgovore.



Answers (Responses: 7)

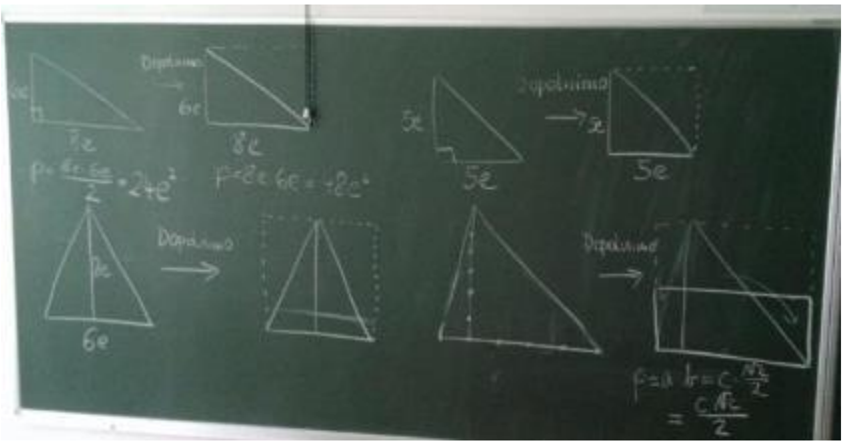
- ucenec11: Ker je enaka polovici produkta dolžine stranice in višine, na to stranico.
- ucenec15: Zato ker če damo dva trikotnika nastane štirikotnik.
- ucenec12: Zato, ker je ploščina trikotnika enaka polovici produkta dolžine stranice in višine na to stranico.
- ucenec14: ker pomnožimo a in va nato pa delimo z 2
- ucenec13: Zato ker vsakemu trikotniku z znano ploščino lahko izračunamo dolžino stranice in višino.
- ucenec: Ker se drugače ne da.
- ucenec3: sem že pri narobnem napisanem odgovoril

Slika 9: Odgovori učencev

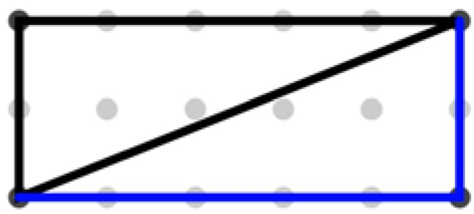
V pravilni smeri je razmišljal samo učenec 15, od preostalih ni nobeden podal utemeljitve.

2. ura: Ploščina trikotnika (aplikacija Smart Geoboard)

Kot sem že omenila, je to aplikacija, ki nadomesti geoploščo. To aplikacijo sem izbrala zato, ker sem prejšnjo uro ugotovila, da samostojni način poučevanja ob e-učbeniku ni bil najboljši. Kljub nazornemu prikazu s slikami v e-učbeniku nekateri učenci niso razumeli obrazca za ploščino trikotnika. Pri tej uri smo z učenci delali skupaj. Najprej smo narisali raznostranični pravokotni trikotnik in ga z drugo barvo dopolnili do pravokotnika. Učenci so ploščino pravokotnika že znali izračunati, zato sem se odločila, da bomo obrazec za ploščino trikotnika izpeljali iz obrazca za ploščino pravokotnika. Vse postopke sem sproti risala tudi na tablo. Učenci so hitro ugotovili, da je ploščina pravokotnega trikotnika enaka polovici ploščine pravokotnika. Tako smo iz obrazca $p = a \cdot b$ prišli do obrazca $p = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{k_1 \cdot k_2}{2}$.

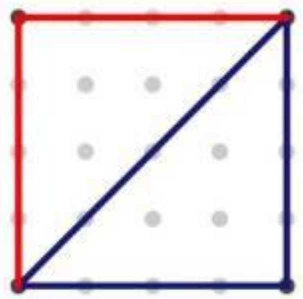


Slika 10: Tabelska slika



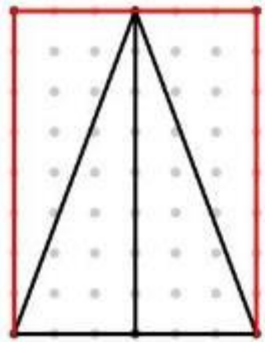
Slika 11: Pravokotni trikotnik, dopolnjen do pravokotnika

Enak način dela smo uporabili za računanje ploščine enakokrakega pravokotnega trikotnika, ki smo ga dopolnili do kvadrata. Zato smo sklepali, da lahko ploščino enakokrakega pravokotnega trikotnika izračunamo po obrazcu $p = \frac{a \cdot a}{2} = \frac{k_1 \cdot k_1}{2} = \frac{k_1^2}{2}$. To je prikazano na sliki 12.



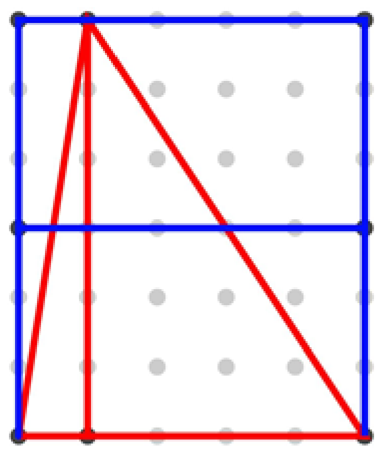
Slika 12: Enakokraki pravokotni trikotnik, dopolnjen do kvadrata

Tudi enakokraki trikotnik smo dopolnili do pravokotnika. Trikotniku smo narisali višino. Iz slike se lepo opazi, da je ploščina enakokrakega trikotnika enaka ploščini pravokotnika, ki ima za eno stranico polovico osnovnice trikotnika, za drugo stranico pa višino na pripadajočo stranico. Zato smo sklepali, da se ploščino enakokrakega trikotnika računa po obrazcu $p = \frac{c \cdot v_c}{2}$. To je prikazano na sliki 13.



Slika 13: Enakokraki trikotnik, dopolnjen do pravokotnika

V aplikaciji Smart Geoboard smo narisali še raznostranični trikotnik. Trikotniku smo narisali tudi višino in daljico, ki razpolavlja višino, ter ga dopolnili do pravokotnika. To je prikazano na sliki 14.

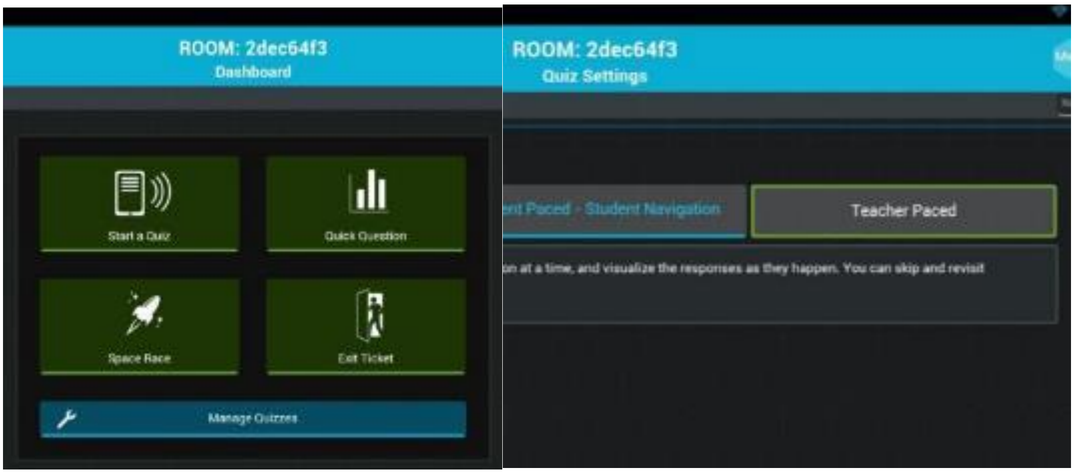


Slika 14: Raznostranični trikotnik, dopolnjen do pravokotnika

Opazili smo, da lahko raznostranični trikotnik preoblikujemo v pravokotnik, ki ima dolžino enako eni od stranic trikotnika, širino pa enako polovici višine na to stranico. Sklepali smo, da lahko ploščino raznostraničnega trikotnika izračunamo po obrazcu $p = c \cdot \frac{v_2}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$. Nadalje smo sklepali, da bi lahko na enak način razložili tudi obrazca $p = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2}$. Učenci so bili nad načinom razlage navdušeni, saj so znali pojasniti obrazec za računanje ploščine trikotnika.

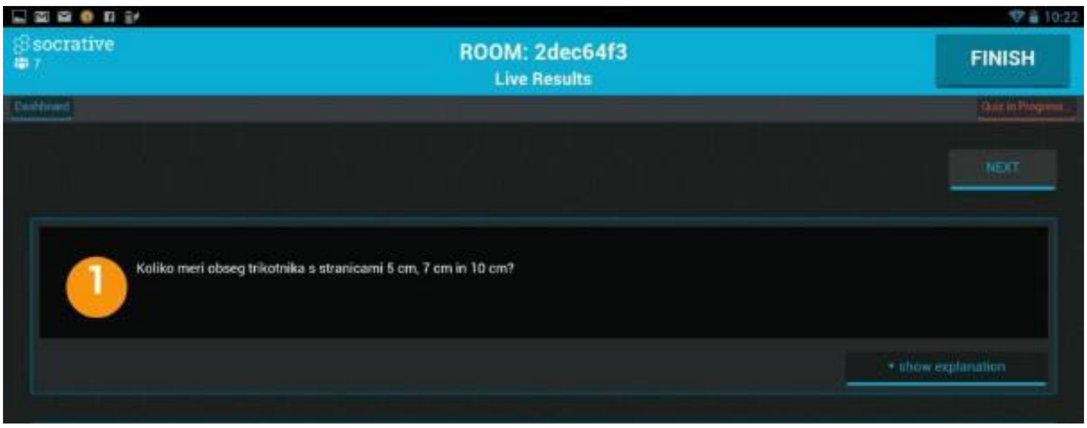
3. ura: Utrjevanje (aplikacija Socrative 2.0)

To uro so učenci utrjevali pridobljeno znanje o ploščini trikotnika. Naloge so reševali iz e-učbenika. Pri reševanju nalog niso imeli težav. Težavnost nalog so učenci izbrali sami in rešitve sproti preverjali. Če je pri rešitvi prišlo do odstopanja, so dvignili roko in poklicali na pomoč učitelja. Nalogo sva z učencem rešila skupaj in razčistila, zakaj je prišlo do napačne rešitve. Drugi del ure je bil namenjen reševanju vprašanj. Preizkusili smo aplikacijo Socrative 2.0. Tudi ta aplikacija, podobno kot aplikacija EnClicker, simulira glasovalni sistem. Sama sem že pred uro pripravila dve kratki vprašanji. Aplikacija ob vpisu učitelju dodeli številko sobe. Učenci do vprašanj dostopajo z vpisom te številke.



Sliki 15 in 16: Aplikacija Socrative 2.0

Učitelj lahko reševanje kviza nastavi tako, da hitrost reševanja vprašanj nastavi sam. Spodnja slika prikazuje vprašanje, ki so ga reševali učenci.



Sliki 17: Primer vprašanja

Učitelj lahko po končanem reševanju kviza dobi povratno informacijo. Aplikacija rezultate reševanja pošlje v Google Drive. Prav slednje se mi zdi zelo dobro, saj lahko z učenci odgovore skupaj analiziramo in odpravimo morebitne vzroke za napačne odgovore.

kviz-obseg in ploščina trikotnika
Friday, May 16 2014 10:22 AM
Room: 2dec64f3 (mojca.pev@gmail.com)

Common Core Tags:

Student Names	Total Score (0 - 50)	Number of correct answers	Koliko meri obseg trikotnika s stranicami 5 cm, 7 cm in 10 cm?	Ploščina trikotnika meri 16cm2, višina na stranico a pa meri 4 cm. Stranica a meri
Neli,Petja	25	1	2,2 dm, 22 cm	4 cm
jurij	25	1	22 cm	8 cm
gecko, mato	25	1	22 cm	8 cm
Anže	50	2	2,2 dm, 22 cm	8 cm
korina, lara	50	2	2,2 dm, 22 cm	8 cm
Jan S	25	1		8 cm
vid	25	1	22 mm	8 cm
Lara Eva	50	2	2,2 dm, 22 cm	8 cm
teja	25	1	22 mm, 22 cm	8 cm
izak	50	2	2,2 dm, 22 cm	8 cm
Žiga	50	2	2,2 dm, 22 cm	8 cm
miža	0	0	22 cm	4 cm
Class Scoring	66,66%	1,33	50,0%	83,3%

Slika 18: Povzetek odgovorov

V prvem stolpcu so zapisana imena učencev, v drugem stolpcu je zapisano število doseženih točk. Vsako vprašanje je bilo vredno 25 točk, torej je učenec lahko dosegel največ 50 točk. V tretjem stolpcu je zapisano število pravilnih odgovorov, v četrtem in v petem stolpcu pa so zapisani odgovori učencev. Pravilni odgovori so pobarvani z zeleno, nepravilni odgovori pa z rdečo barvo. V zadnji vrstici so izračunani povprečje števila točk, povprečje pravilnih odgovorov in odstotek učencev, ki so pravilno odgovorili na posamezno vprašanje. Iz preglednice odčitamo, da je bil s šestih tablic poslan pravilni odgovor na prvo vprašanje, z desetih tablic pa pravilni odgovor na drugo vprašanje, kar predstavlja 83,3 % vseh glasovalnih naprav.
Odgovore smo z učenci tudi analizirali in ugotovili morebitne vzroke za nepravilne odgovore. Tako smo ugotovili, da so bili nekateri učenci premalo pozorni na zapisane enote. Pri prvem vprašanju sta bila pravilna dva odgovora. Nekateri učenci tega niso predvideli, saj so mislili, da je pravilni odgovor samo en.
Tak način pridobivanja informacije se mi zdi koristen, saj lahko učitelj hkrati od vseh učencev pridobi informacijo. Pri reševanju nalog na tablo lahko hkrati pridobi informacijo samo od enega učenca.

E-učbenike pri pouku uporabljam že vse šolsko leto. Vedno sem jih uporabljala le kot uvodno motivacijo ali za uvod v novo snov, utrjevanje ali na koncu ure za povzetek nove snovi. Delo ob e-učbenikih je bilo vedno vodeno in nikoli do zdaj samostojno. Če primerjam prejšnji način poučevanja s samostojnim poučevanjem, se mi zdi slednji boljši. Občutek imam, da je snov bistveno bolje naučena, če učence med procesom vpeljevanja nove snovi vodi učitelj, kot pa če se prebijajo sami. Verjetno bi bilo treba učence postopoma navajati tudi na samostojno pridobivanje znanja. To bi bila sprememba, ki bi od njih terjala ogromno truda, od učiteljev pa spreminjanje stališč in načina poučevanja.

Zaključek

Predstavljeni način podajanja nove snovi sem uporabila izključno enkrat, torej za namen pisanja tega članka. Klasični potek pouka je znan tako rekoč vsem učiteljem. Želela sem predvsem ugotoviti, ali se znajo učenci sami učiti, ali je znanje, ki ga pridobijo sami, dovolj dobro, da bodo lahko reševali tudi naloge iz naučene snovi, ali znajo sami napisati povzetek predelane vsebine ter ali je samo tehnologija dovolj, da vsebino razumejo.
Učne ure namenoma nisem začela klasično, torej s ponovitvijo. Gradiva v e-učbenikih so sestavljena tako, da ima vsaka nova snov tudi uvod v novo snov in krajšo ponovitev. Tako je tudi pri tem gradivu. Učenci ponovijo ploščinske enote ter ploščino kvadrata in pravokotnika. Sprva je bil moj namen preizkusiti gradiva v e-učbenikih in vse aplikacije brez aplikacije Smart Geoboard. Le-to sem v pouk vključila naknadno, saj sem po samostojnem učenju ugotovila, da tako učenje ni doseglo zastavljenih ciljev. Izkušnje, ki sem jih pridobila v teh treh urah, lahko strnem v naslednje ugotovitve:

- Kljub dobri zgradbi gradiv v e-učbenikih (ponovitev, uvod v novo snov, rešeni zgledi, animacije, povzetek ipd.) učenci še niso pripravljeni na samostojno učenje.
- Znanje, ki ga pridobijo ob samostojnem učenju, še ni dovolj dobro za nadaljnje reševanje nalog. Tukaj mislim na znanje, ki so ga pridobili ob učenju z e-učbeniki kot tudi ob učenju s klasičnimi učbeniki. Nekaj učencev se je vsebino učilo tudi ob klasičnem učbeniku.
- Samostojno pisanje povzetkov še ni tako dodelano, da bi se učenci lahko iz njih učili.
- Za doseganje zastavljenih ciljev ni dovolj samo uporaba tehnologije. Da učenci vsebino razumejo, morajo določene stvari najprej preizkusiti, narediti model, preoblikovati en lik v drugega ipd.

Usmeritve za naprej:
Usvajanje novih vsebin z e-učbenikom bom kombinirala z razlago in sproti preverjala naučeno vsebino. Skupaj z učenci bomo ponovili vsebino, ki jo bomo potrebovali pri vpeljevanju nove vsebine. Tako kot piše v e-učbeniku, bomo določene stvari tudi ročno izdelali in ugotovili določene zakonitosti. Nekoliko več pozornosti bom namenila tudi učenju tehnik samostojnega učenja. Ker je vsebina v e-učbenikih zelo obširna, bomo v šoli uporabili le določene gradnike e-učbenikov, preostalo pa namenili samostojni predelavi vsebine doma. Lahko rečem, da so e-učbeniki prijetna osvežitev pouka, ki jo mora učitelj smiselno vpeljati v poučevanje.

Za sklep bom izkoristila kar informacije učencev. Po končani obravnavi vsebine sem z Google Drive sestavila anonimni vprašalnik. Nanj je odgovorilo osem učencev. Iz rezultatov vprašalnika bom poskušala pridobiti informacijo o uporabi tehnologije ter poiskati morebitne dobre in slabe lastnosti predstavljenega načina poučevanja. Učenci so odgovarjali na osem vprašanj. Vprašalnik je izpolnjevalo šest fantov in dve dekleti.

Pouk s tabličnimi računalniki in e-učbeniki

* Zahtevano

Spol *

- M
- Ž

Opiši razliko med učenjem s klasičnim (papirnatim) učbenikom in e-učbenikom. *

Ali se rad učiš iz e-učbenika? *

	1	2	3	4	5	
Ne maram se učiti	○	○	○	○	○	Rad se učim

Ali je snov v e-učbenikih dovolj jasno razložena? *

- Da
- Ne
- Delno

Ali bolje razumeš snov, če opazuješ animacije v eučbenikih? *

- Da
- Ne

Katera aplikacija, ki smo jo uporabili pri pouku, ti je bila najbolj všeč? *

- Smart Geoboard
- EnClicker
- Socrative 2.0
- Lenso Create

Ali se ti zdi, da aplikacije, ki smo jih uporabili pri pouku, popestrijo pouk? Zapiši zakaj. *

Ali e-učbenike uporabljaš tudi doma? *

- Da
- Ne

S katero napravo dostopaš do eučbenikov doma? *

- Stacionarni računalnik
- Telefon
- Prenosni računalnik
- Tablični računalnik
- E-učbenikov ne uporabljam.

Slika 19: Anketni vprašalnik

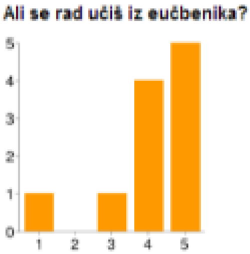
1. *vprašanje: Opiši razliko med učenjem s klasičnimi (papirnatimi) učbeniki in e-učbeniki.*

Navajam povzetke odgovorov:

- v e-učbeniku je zelo dobra razlaga, tudi naloge so dobre;
- učenje z e-učbeniki je hitrejše;
- razlaga je v primerjavi s papirnatimi učbeniki krajša in boljša;
- pri učenju z e-učbeniki si bolj pozoren, saj je vsebina bolj zanimiva.

2. *vprašanje: Ali se rad učiš iz e-učbenika?*

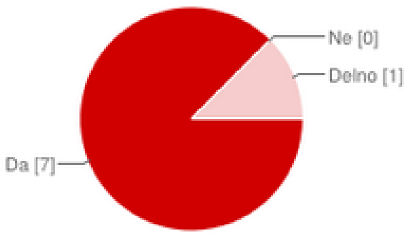
Iz stolpčnega diagrama opazimo, da se večina učencev rada uči iz e-učbenika.



1	1	9 %
2	0	0 %
3	1	9 %
4	4	36 %
5	5	45 %

Slika 20: Prikaz odgovorov na 2. vprašanje

3. *vprašanje: Ali je vsebina v e-učbenikih dovolj jasno razložena?*

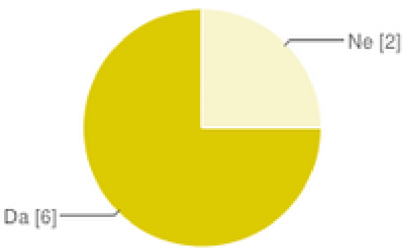


Da	7	88 %
Ne	0	0 %
Delno	1	13 %

Slika 21: Prikazi odgovorov na 3. vprašanje

Učenci so z razlago vsebine v e-učbenikih zadovoljni. Kot kaže, je vsebina razložena dovolj jasno in pregledno, vsebujejo tudi veliko rešenih zgledov.

4. *vprašanje: Ali bolje razumeš vsebino, če opazuješ animacije v e-učbeniku?*

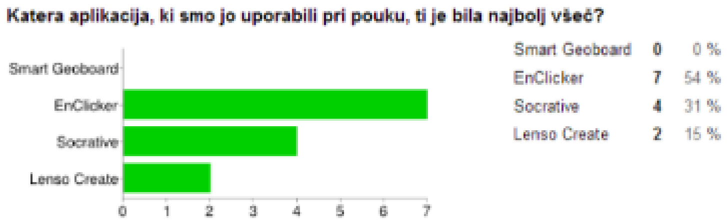


Da	6	75 %
Ne	2	25 %

Slika 22: Prikaz odgovorov na 4. vprašanje

Tri četrtine anketirancev vsebino bolje razume, če opazuje animacije, kar zagotovo nakazuje, da dinamičnost e-učbenika zagotovo pripomore k boljši vizualizaciji pojmov. Ne smemo pa pozabiti, da obstajajo tudi učenci, ki vsebino hitro razumejo. Ti za boljše razumevanje ne potrebujejo dodatne razlage in animacij.

5. *vprašanje: Katera aplikacija, ki smo jo uporabili pri pouku, ti je bila najbolj všeč?*



Slika 23: Prikaz odgovorov na 5. vprašanje

Iz odgovorov opazimo, da so učenci najbolj navdušeni nad aplikacijama EnClicker in Socrative 2.0. To sta aplikaciji, ki učencem omogočata odgovarjanje na vprašanja, učitelju pa omogočata hitro informacijo o razumevanju določene vsebine.

6. *vprašanje: Ali se ti zdi, da aplikacije, ki smo jih uporabili pri pouku, popestrijo pouk? Napiši zakaj.*

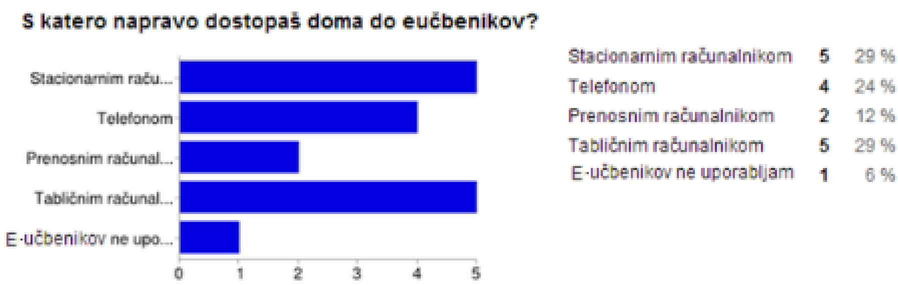
Učenci so zapisali, da aplikacije zagotovo popestrijo pouk. Navajajo naslednje razloge:

- pripomorejo k boljši predstavitvi vsebine;
- pri reševanju nalog od učenca zahtevajo več pozornosti;
- aplikacije so zanimive, so kot nova moda.

7. *vprašanje: Ali e-učbenike uporabljaš tudi doma?*

63 % učencev, ki so odgovorili na vprašanje, e-učbenike uporablja tudi doma. Z rezultatom sem zadovoljna, saj domačo nalogo le malokdaj dam iz e-učbenika. To pomeni, da učenci do e-učbenika dostopajo samoiniciativno.

8. *vprašanje: S katero napravo dostopaš doma do e-učbenikov?*



Slika 24: Prikaz odgovorov na 8. vprašanje

Največ učencev doma dostopa do e-učbenikov s tablico in stacionarnim računalnikom, kar nekaj jih dostopa tudi s telefoni. Odgovori me niso presenetili, saj so učenci, še preden smo v šoli nabavili tablice, svoje naprave prinašali tudi k pouku.

Moramo pa se zavedati, da tablic in telefonov, ki bi podpirali delovanje e-učbenikov, nimajo vsi učenci.

Poučevanje s tehnologijo mi predstavlja velik izziv. Opazila sem, da tehnologija privlači večino učencev, tudi tiste, ki jim matematika ni prav pri srcu. Zdi se mi, da smiselna uporaba tablic pritegne učenčevo pozornost in ga spodbuja za nadaljnje delo. Učenci so bili pri delu zelo motivirani. Pri večini razlog najverjetneje tiči v drugačnem načinu dela in uporabi tehnologije. Tehnologija zagotovo prinaša v pouk veliko pozitivnih učinkov (motiviranost za delo, boljšo vizualno predstavo, drugačen tip nalog, več raziskovanja ipd.). Pri delu s tablicami moramo biti pazljivi, da učenci res rešujejo naloge in ne igrajo igric ali brskajo po svetovnem spletu. Velikokrat se mi zgodi, da bi za obravnavo določene vsebine s tablicami potrebovala več časa, saj bi rada preizkušala tudi druge aplikacije, za katere pa velikokrat zmanjka časa. Učenci velikokrat tehnologijo izrabijo tudi za kaj, kar ni v neposredni povezavi s poukom. Zato moramo biti pri vpeljavi tehnologije in med urami bolj pozorni na odzive in gibe učencev. Od učitelja to sicer zahteva nekoliko več dela in časa za raziskovanje in iskanje pravih poti poučevanja, vendar se zagotovo splača slediti razvoju tehnologije. Če so učenci pri uri zadovoljni, sem po uri zadovoljna tudi jaz.

Viri

1. Pev, M. (2013): Geometrijsko mesto točk s programom dinamične geometrije, Matematika v šoli, letn. XIX, št. 3/4, str. 19–28.
2. https://play.google.com/store (18. 5. 2014).
3. http://www.zrss.si/pdf/izhodisce-e-ucbeniki.pdf (18. 5. 2014).

DO VIŠINE TRIKOTNIKA PO VEČ POTEH

To the Triangle's Altitude Using Different Paths

Silva Kmetič, Tomaž Miholič, Vinko Zobec

silva.kmetic@zrss.si, tomaz.miholic@gmail.com, vinko.zobec@guest.arnes.si

Zavod Republike Slovenije za šolstvo, OŠ Duplek, OŠ Poljčane

Povzetek

Predstavljen je izbrani način uvajanja pojma višina trikotnika v osnovni šoli. Uvajanje je načrtovano po van Hielejevi razvojni poti, ki je dopolnjena z dinamično shematizacijo. Prepletajo se dejavnosti s konkretnimi modeli, konstruiranje z geometrijskim orodjem na papir (rezultat so statične slike, simbolni in besedni opisi) in raziskovanje lege višin v dinamično spremenljivih trikotnikih.

Proces učenja je bil izpeljan in spremljan v dveh sedmih razredih dve zaporedni šolski leti. Opisan je poskus spremljanja procesa poučevanja in učenja z opazovanjem in predstavljene so nekatere ugotovitve analize učnih rezultatov. Posebej je analiziran cilj učenci razvijejo »dinamični« pogled na geometrijo v povezavi z obravnavano temo. Nekatere ugotovitve so presenetile in so lahko usmeritev za bogatenje šolske prakse.

Ključne besede: geometrija, razvoj pojma višina trikotnika, dinamična shematizacija, opazovanje učenja

Abstract

The article presents a chosen method when introducing the notion the triangle's altitude in the primary school. The implementation is planned following the van Hiele's developmental path, complemented by the dynamic schematization. The concrete models and the activities interchange, the construction on paper with the help of the geometric tools (as the result one can notice static pictures, symbols and descriptions) and the research of the position of the altitude in dynamically changeable triangles.
The teaching process was carried out and monitored in two seven grade classes during two consecutive years. The article does both, describes the trial period of teaching and learning via observing as well as presents some learning outcomes analysis findings. The objective that the learners develop the »dynamic« view on geometry in connection to the topic in question was thoroughly analysed. Some findings came as a surprise and can contribute to the richer school practice.

Key words: geometry, development of the notion the triangle's altitude, dynamic schematization, observation of learning

Uvod

V prispevku predstavimo študijo primera uvajanje pojma višina z uporabo dodanih dinamičnih slik, ki so izdelane v programu dinamične geometrije (DG). Osnovni namen je bil zaznati vpliv vrinjenega učnega koraka – dinamične shematizacije, kar opišemo s ciljem: učenci razvijejo »dinamični« pogled na geometrijo.

V prispevku najprej predstavimo razloge za izbiro pojma in didaktičnega pristopa. Nato osvetlimo njegove teoretične osnove, podrobneje pa van Hielejev razvojni model za razvoj geometrijskih pojmov. Temu sledi opis vloge dinamičnih programov za geometrijo in primerjava statičnih in dinamičnih geometrijskih slik. V opis študije primera so vključene dejavnosti treh zaporednih učnih ur, ugotovljeno predznanje in primerjava z znanjem po obravnavani snovi. Na koncu razpravljamo o pričakovanih in izkazanih dosežkih ter kritično presojamo uporabljeno metodo.

Izbira pojma in didaktične poti

Zakaj smo izbrali pojem višina trikotnika, ki ga neposredno pokriva en sam cilj v učnem načrtu za osnovno šolo (poznajo in uporabljajo višino pri načrtovanju trikotnika)? Pojem ni pomemben samo zaradi načrtovalnih nalog, ampak tudi zaradi pravokotnosti. Z višino lahko oblikujemo 'pomožne' matematične objekte – pravokotne trikotnike, za katere velja Pitagorov izrek, ki nam omogoča računanje dolžin. Višina je pomemben pojem tudi pri preoblikovanju likov v ploščinsko enake like, torej pri računanju ploščin. Na prehodu z ravnine v prostor se pojem pojavi tudi pri geometrijskih telesih. Zaradi vsega naštetega je višina pomemben pojem pri reševanju matematičnih problemov. Pojem je 'matematično direktno' povezan z razdaljo točke od premice. Pomembnost pojma in navidezno njegova ne prevelika povezanost z drugimi matematičnimi pojmi sta bila razloga, da smo izbrali ta pojem za obravnavo.

Pojem višina trikotnika je za učenca 'podoben' kot pojmi težiščnica, simetrala stranice, simetrala kota, razpolovnica stranice trikotnika. Učenci v poskusu so od naštetega poznali, pred obravnavo pojma višina trikotnika, razdaljo točke od premice, simetralo daljice in simetralo kota.

Do pojma višina trikotnika vodijo različne poti. Na primer:

1. Izhajamo iz matematičnega predznanja: razdalje točke od premice.
   Če učenci pojem razdalja točke od premice že poznajo in so zmožni razdaljo točke od daljice posplošiti na razdaljo točke od nosilke daljice, potem je ta razvojna pot zanje ustrezna.
2. Izhajamo iz realne izkušnje.
   To neformalno izhodišče z analogijo s pojmi, kot so višina hiše, hriba, table, človeka, luči, piramide … vodi do višine trikotnika.
3. Uporabimo van Hielejev (VH) model
   Po VH modelu pojem razvijamo postopoma na osnovi opazovanja, najprej ostrokotnih trikotnikov, ki jim je včrtana na stranico pravokotna daljica skozi oglišče trikotnika (višina), do njene definicije oziroma opisa. Razvoj nadaljujemo z opazovanjem višin v drugih značilnih predstavnikih trikotnikov, njenega opisa in definicije.
4. Kombinacija predhodnih možnosti.

Razvoj pojma višina po VH modelu je matematično zanimiva učna pot, ker najprej oblikujemo definicijo višine na osnovi opazovanja višin ostrokotnih trikotnikov. Ker ta ne velja za vsako od treh višin v topokotnem trikotniku, se porodi vprašanje, kako oblikovati definicijo višine, da bo 'splošna', torej veljavna za vsako višino v vsakem trikotniku. To matematično vprašanje bogati razvoj pojma višina in tudi razvija pojem definicije in miselne procese posploševanja, torej elemente matematičnega mišljenja. Zato smo za pot razvoja pojma izbrali VH model, ki hkrati omogoča tudi spremljanje dosežkov.

VH stopnje so povzete in prirejene po avtorjih Meng (2009), Villiers (2010) in Frobisher (2007). Eni viri navajajo štiri VH stopnje, drugi pet stopenj, pogosto se združi 4. in 5. stopnjo. Posamezni avtorji tudi različno poimenujejo stopnje, bistvo stopenj pa je smiselno enako.

Stopnja 1: opazovanje/prepoznavanje
  Prepoznavanje pojmov (oblik, likov, višin …), modelov pojma po videzu (čutila). Posamezne lastnosti pojmov niso identificirane.

Stopnja 2: opisovanje/analiziranje
  Analiza posameznih lastnosti pojma oz. modela, učenje terminologije, brez povezav med pojmi ali njihovimi lastnostmi.

Stopnja 3: povezovanje/urejanje
  Primerjanje, razvrščanje in povezovanje lastnosti pojmov v krajših zaporedjih sklepov. Ugotavljanje inkluzije.

Stopnja 4: abstrahiranje
  Pojmi niso več vezani na modele, zaporedja sklepov se daljšajo.

Stopnja 5: dedukcija
  Razumevanje geometrije na osnovi aksiomov, definicij, izrekov …

Nekateri že stopnjo 3 (neformalna dedukcija, npr. de Villiars) ilustrirajo s precej formalnimi primeri. Naš pogled na to stopnjo je teoretično manj strog, saj tudi dejavnosti in cilji tega ne predvidevajo. Na to stopnjo gledamo kot na zmožnost povezovanja, ki ne izhaja iz matematične teorije ampak iz narave matematičnih pojmov in odnosov. Odločitev podprimo še z dejstvom, da učenci v starosti 13–14 let v povprečju ne dosegajo stopnje 4 pri ravninski geometriji (Meng, 2009 predstavi izvorni raziskavi Noraini, 1998 in Tay, 2003).
VH stopnje so raziskovalci Gutierrez, Jaime in Fortuny (1991 po Meng 2009) za namen svoje raziskave razvoja prostorskih geometrijskih pojmov preoblikovali v tri stopnje:

1. Prepoznavanje pojmov, razlikovanje na osnovi vizualizacije (vizualno primerjanje enakosti in razlik), imenovanje pojmov.
2. Analiziranje /zaznavanje lastnosti ali odkrivanje z eksperimentiranjem.
3. Neformalno deduciranje/logično urejanje dejsetv, lastnosti, razumevanje definicij (potrebni in zadostni pogoji) in inkluzije (enakostranični trikotnik je tudi enakokraki).

Van Hiele je identificiral še *pet zakonitosti napredovanja po stopnjah* (povzeto po Meng, 2009):

1. Zaporednost
   Učenec mora doseči predhodno stopnjo, če želi razvijati znanje na naslednji stopnji.
2. Implicitnost in eksplicitnost
   Geometrijski pojmi, ki so implicitno razumljeni na eni stopnji, postanejo eksplicitni na naslednji.
3. Jezik
   Za vsako stopnjo učenec razvije značilen jezik, oznake in povezave.
4. Ovire
   Če je učenec na nižji stopnji, kot je razlaga učitelja, potem zelo verjetno učenec ne bo napredoval, kot bi želeli, saj ne more slediti oz. izvajati predvidenih miselnih procesov. De Villiers prav tako razlaga, da se dve osebi na različnih stopnjah ne razumeta.
5. Napredovanje
   Prehod na višjo stopnjo ni naraven proces, vzpodbuditi ga mora učitelj z ustrezno pripravo dejavnosti za učenje.

Poučevanje za doseganje VH stopenj naj bi teklo po priporočilih Menga (2009: 93) po naslednjih fazah:

1. Informiranje
   To je faza motiviranja, priprave, ugotavljanja predznanja vključno z neformalnimi izkušnjami in jezikom. V motivacijo vključimo tudi, zakaj se s to temo ukvarjamo (pri matematiki je to stopnička do naslednjih pojmov).
2. Vodeno in usmerjeno učenje
   Učenci raziskujejo enostavne enostopenjske situacije, da sami odkrijejo pričakovane odgovore, ki jim kasneje pomagajo pri sintezi in abstrakciji.
3. Izostritev (explicitation)
   Učenci s svojimi besedami povedo, kaj so ugotovili. S tem uzavestijo odkrito. Učitelj vodi razgovor in na koncu vpelje ustrezen jezik, oznake …

4. Uporaba v novih situacijah (free orientation)
   Učenci so izzvani s kompleksnejšo situacijo, ki se lahko rešuje po različnih poteh.
5. Integracija
   Učenci povzamejo, kaj so se naučili: katere pojme in postopke so spoznali in katere zanimive probleme so rešili ali raziskali. Učitelj pri vodenju te faze skrbi za ustrezno uporabo jezika. V tej fazi ne odpiramo nobenih novih problemov in ne vpeljujemo novih pojmov. Iz te faze lahko sledi zaključek, kaj mora učenec znati.

Tri učne ure naše študije primera so dosledno načrtovane po VH stopnjah. Prav tako smo upoštevali zakonitosti napredovanja in faze napredovanja do vključno točke 3 (izostritev). Faza 4 (uporaba v novih situacijah) ni bila dosledno izvedena v povezavi z eno dejavnostjo, o čemer bomo razpravljali kasneje. Faza 5 pa je bila načrtovana ob zaključku učnega sklopa.

Vloga IKT pri pouku matematike

Kaj pomeni vključevati informacijsko komunikacijske tehnologije (IKT) v pouk matematike? V povzetku raziskav What the research says about using ICT in Maths na arhivirani strani BECTA[16] izpostavijo tri področja: reševanje problemov, vadenje računskih operacij in drugih veščin s števili, raziskovanje vzorcev in odnosov. V samem poročilu se pojavi še razvoj globljega razumevanja pojmov. Našteta področja so osredotočena na učenca in njegovo učenje z aktivno uporabo IKT. V zadnjih letih se je v Sloveniji zgodil premik s težnje po uveljavitvi aktivne rabe matematične programske opreme za ustvarjanje in soustvarjanje konceptov in veščin na uporabo gotovih matematičnih gradiv. V praksi se najpogosteje vključevanje IKT uresničuje z izvajanjem pouka ob vizualni predstavitvi učitelja, pogosto z interaktivno tablo, in uporabo IKT za izmenjavo gradiv ter za komunikacijo z učenci (spletne učilnice in druge vrste spletnih družabnih omrežij ter uporaba e-pošte). Nadalje so učitelji in učenci ob projektih, ki vzpodbujajo razvoj digitalne pismenosti obojih, usmerjeni v uporabo e-gradiv in i-učbenikov na spletu, manj pa v aktivno sistematično učenje z namenskimi matematičnimi programi, kot so npr. programi dinamične geometrije (DG).
Dostop do individualne uporabe gradiv na spletu je za učence v šoli včasih otežen iz organizacijskih razlogov (premalo računalnikov, slaba internetna povezava, premajhne računalniške učilnice, kjer ni prostora za vse učence ali na sami mizi ni prostora za zvezek, kamor učenec zapisuje, kaj se je naučil in dopolnjuje tisto, kar je neizvedljivo ob računalniku brez pisanja – skice, enačbe, postopke …). V tem primeru je zvezek dokumentacijsko sredstvo. Računalniške tablice, zadnji tehnološki izziv, so verjetno potencialna rešitev marsikatere od nekaj omenjenih ovir. Ob vsej tehnologiji in znanju pa matematičnih specifik obstoječa (vsaj neplačljiva) tehnologija oz. didaktično nenamenska tehnologija ta hip ne podpira celovito. Tako je npr. pisanje matematičnih simbolov s tehnologijo še vedno zapleteno in zahteva več časa kot z uporabo svinčnika in papirja. Pisanje s prsti po zaslonu in po nareku pa so novosti, ki še ne živijo. Geometrijske konstrukcijske naloge se izvajajo s tehnologijo po drugačnih pravilih in v nekaterih programih z drugačnim (matematičnim) ciljem, nekateri matematični pojmi so dobro podprti s posameznim tehnološkim

[16] British Educational Communications and Technology Agency, arhivirano 2007 na http://webarchive.nationalarchives.gov.uk/*/http://www.dcsf.gov.uk/ (12. 6. 2014)

pripomočkom, uporaba drugih pa lahko povzroči tudi napačne predstave, ker izbranega matematičnega teoretičnega pojma ne podpirajo strokovno ustrezno. Matematika je abstrakten in teoretičen predmet, empiričen pristop z uporabo IKT in hitre rešitve v procesu razvoja pojmov ne vodijo vsakega učenca k želenim pričakovanim dosežkom.
Kljub temu, da učni načrti podpirajo uporabo IKT pri pouku matematike, ni globalnega razvojnega pogleda, zato so poskusi uporabe v okviru dodeljenih projektnih sredstev epizodični in kot takšni ne opogumljajo učiteljev pri vztrajanju na poti k jasnemu cilju, če ta sploh obstaja. Če cilji niso jasni, potem je lahko tudi vsaka pot dobra. K temu tudi prispeva dejstvo, da se tehnologija hitreje razvija, kot se lahko prilagajajo uporabniki v izobraževanju matematike skupaj z ustrezno programsko in didaktično podporo.
Zapisano ne naslanjamo na longitudinalne raziskave, ampak delimo svoje poglede in izkušnje v okolju, v katerem avtorji delamo. Prepričani pa smo, da sta s smiselno uporabo IKT pouk in učenje obogatena. Učenci ob uporabi IKT opazujejo lepše in tudi dinamične slike, pojmi se predstavijo z različnimi reprezentacijami na interaktivni tabli ali zaslonu računalnika in dopolnjujejo konkretne modele, slike in skice na klasični tabli s kredo in risalnim pripomočkom. V primeru predstavljanja in ilustriranja z IKT je IKT pripomoček za učitelja. V prispevku predstavimo vključevanje DG v pouk matematike, ki je povezano z učenjem. Učenec je aktiven uporabnik tehnološkega izdelka in ne samo opazovalec dobrih vizualizacij z novimi mediji.

Pogoji za učenje z računalnikom na obeh šolah, kjer smo izvajali poskus, so bili odlični. Izkušena učitelja in izkušena uporabnika IKT za učenje sta zagotovila poleg dobrega načrtovanja pouka tudi odličen izvedbeni del. Program DG smo uporabili v fazi uvajanja pojma, s ciljem, da učenec sam razširi definicijo pojma, in pri bogatenju pojma z raziskovanjem problemske situacije.

Vloga DG v geometriji
Za razvoj geometrijskih pojmov, ki so pojmi s podobo, je v okviru evklidske geometrije zelo pomembna dobra vizualizacija. V nekem obdobju razvoja matematike se je tudi področje aksiomatske geometrije algebraiziralo, kar je zašlo tudi v šolsko matematiko. Na zgrešen učni pristop je opozoril med več strokovnjaki tudi matematik Zeitler, čigar odmeven članek je objavljen v slovenskem jeziku (Zeitler, 1993). V šolski geometriji je obdobju algebraizacije sledilo obdobje intuitivnega, neaksiomatskega pristopa, kjer je vizualizacija pojmov in odnosov med njimi eden od pomembnih elementov pouka, še posebej za mlajše učence. Geometrijske pojme lahko vizualiziramo na različne načine: s fizičnimi modeli, s slikami ter skicami in s konstruiranimi oziroma načrtanimi modeli, ki jih lahko izdelamo ali z ravnilom in šestilom, z geotrikotnikom in šestilom ali z računalniškim programom.

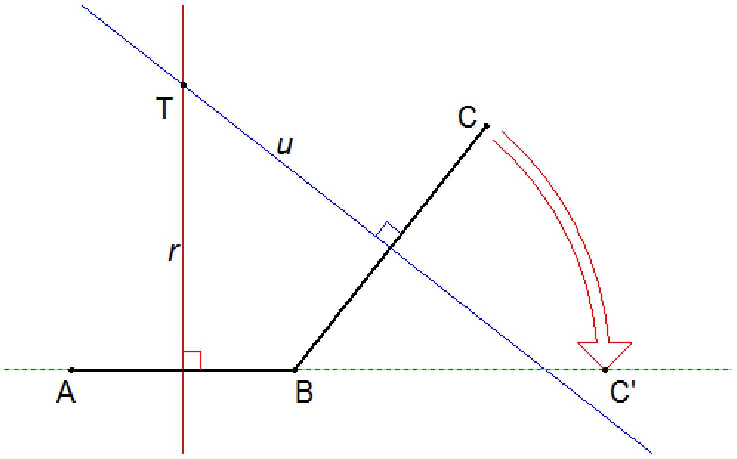
Učenje s programom DG je v našem primeru dodana dinamična faza v razvoju pojma. Imenujemo jo lahko dinamična shematizacija (Kokolj Voljč, 2006), s katero bi želeli izboljšati razumevanje pojma višina trikotnika. Na enak način razlagajo uporabo programa DG tudi Falcade, Laborde in Mariotti (2007), Gawlick (2002), Hollebrands (2003), Laborde (2001) ter Ruthven, Hennessy in Deaney (2008). Zagotavljajo tudi, da uporaba tehnologije izboljša razumevanje pojmov. Opozarjajo pa, da o tem, kako se učenci učijo z in ob uporabi tehnologije, vemo s kognitivnega stališča zelo malo (Hollebrands, 2003).

Bistvo nam poznanih raziskav je usmerjeno v raziskovanje matematičnih lastnosti z uporabo različnih možnosti vlečenja in/ali merjenja. Učenci razlagajo in preverjajo svoje hipoteze (Arzarello et al., 2002; Falcade et al., 2007; Gawlick, 2002, 2005). Osredotočimo se na vlečenje. Vlečenje (dragging) je lahko poljubno premikanje celega geometrijskega objekta glede na risalno površino objekta ali premikanje posameznega gradnika. Ta je običajno pri konstrukciji neodvisen objekt, kar pomeni, da vlečenje tega objekta pomeni določene posledice za končni (odvisni) objekt. Z vlečenjem lahko spreminjamo položaj in obliko objekta ter njegove metrične karakteristike. Izberimo premikanje osnovnega modela geometrije, to je točke. V programu DG zasledimo sedem vlečenj. Različna vlečenja imajo različen didaktični in vsebinski učinek: naključno (wandering), po vidni črti (line), vezano in z omejitvijo (bound), vlečenje po nevidni krivulji (dummy locus), vodeno (guided), povezano (linked) in test z vlečenjem (dragging test) (Mariotti, 2006). Z vlečenjem lahko učenec nekaj odkrije ali testira. Vrsta vlečenja je odvisna od avtorjevega namena ali pa njegovega razumevanja matematike, didaktike razvoja pojmov in poznavanja zmožnosti tehnologije. Neustrezno je lahko vlečenje objektov (npr. točk) po učencem skritem oz. nevidnem objektu (krožnica, daljica …), v literaturi imenovano 'dummy locus'. Gibanje, in s tem povezava z enim od vzrokov matematičnega sklepanja, se ne vidi, ne razkrije. Torej se tudi ne pojasni, čeprav lahko bistveno vpliva na zaključke in razumevanje učenca.

Statično proti dinamično

Posebej izpostavimo pojma statična in dinamična geometrijska slika. Dinamična slika lahko razkrije odnose med elementi, pokaže, kaj je enako in kaj se spremeni po izvajanju dejavnosti. Za ilustracijo je nazoren primer zrcaljenje in študij odnosa med sliko in originalom. Primer na sliki 1 učence vzpodbuja k miselni predstavi geometrijske situacije po zasuku daljice. Ne glede na to, ali učenec sliko zasukane daljice nariše ali pa si jo zgolj predstavlja, mora za ustvarjeno sliko uporabiti svoje matematično znanje. Če za doseganje istega cilja izdelamo aplet, smo učence prikrajšali za miselni proces, saj so samo opazovalci dogodka, ki ga na koncu lahko opišejo tudi, če vzrokov za dinamične učinke ne razumejo. Sklepamo lahko, da je statična slika za razvoj kvalitetnejšega znanja ustreznejša, ker vzpodbuja učenca k miselnim procesom na poti do rešitve. Teh miselnih 'manipulacij' posamezni učenci ne morejo izpeljati, lahko pa jim pomaga dinamična slika, za vzročno-posledično povezavo pa morajo biti izpeljani nadaljnji miselni koraki.

Naloga 4: *Kaj se zgodi s simetralama daljic AB in BC in njunim presečiščem T, če točko C premakneš v C'?*

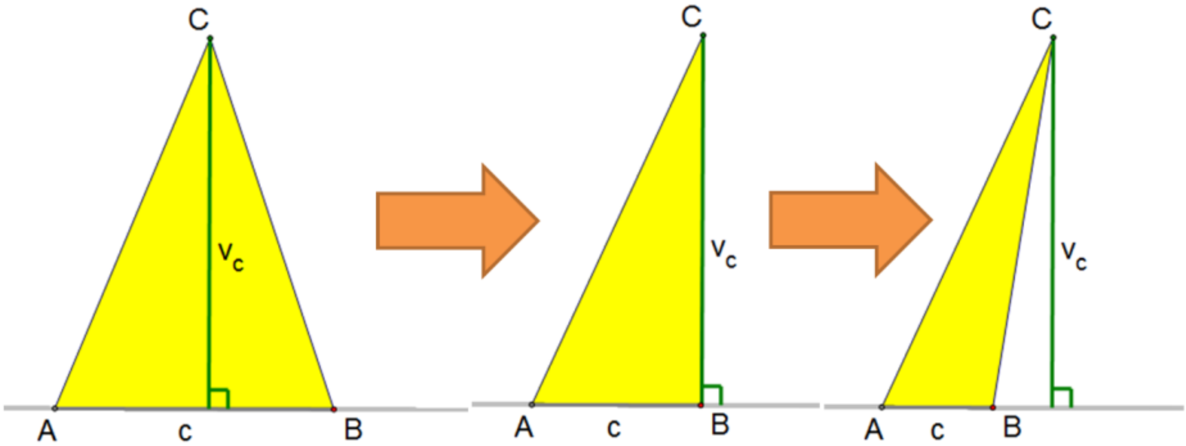


Slika 1: Naloga preverja 'dinamično' predstavo učenca

Torej vsaka od slik, statična ali dinamična, ima svojo funkcijo. Statična slika ima prednost pred dinamično tudi zato, ker ostane takšna, kot je – učenec je ne more spremeniti ali celo pokvariti. Išče rešitev na točno določenem objektu, ki ima specifične lastnosti. Če niso dobro vidne vse značilne lastnosti za pojem, ki ga predstavlja objekt, je mogoče, da si učenec zgradi nepopolno pojmovno predstavo na enem prototipu (statični sliki), ki ni splošen (generičen) in ne vodi k definiciji pojma. Statičnost, npr. lega objekta glede na rob učnega lista, nekateri učenci presežejo tako, da obračajo list in na ta način spravijo izbrani matematični objekt v želeno lego. Če je spreminjanje slike matematično in didaktično ustrezno, potem dinamična slika generira cel razred objektov s specifičnimi skupnimi lastnostmi. Lahko pa z vlečenjem dobimo različne razrede objektov in iščemo razlike med njimi. Tudi stopnja dinamičnosti je lahko različna. Nekatere poti in načini vlečenja so strogo določeni (primera: diskretne spremembe namesto zveznih, po nevidnih krivuljah/poteh). Avtor lahko omeji gibanje, npr. točke, tako, da učenci hitreje vidijo samo izbrano lastnost. Pogost je primer apleta za ugotavljanje odnosa med obodnim in središčnim kotom brez koraka, da učenec raziskuje, kaj se zgodi z velikostnim odnosom med kotoma, če vrh kota ni na krožnici (neprimer).

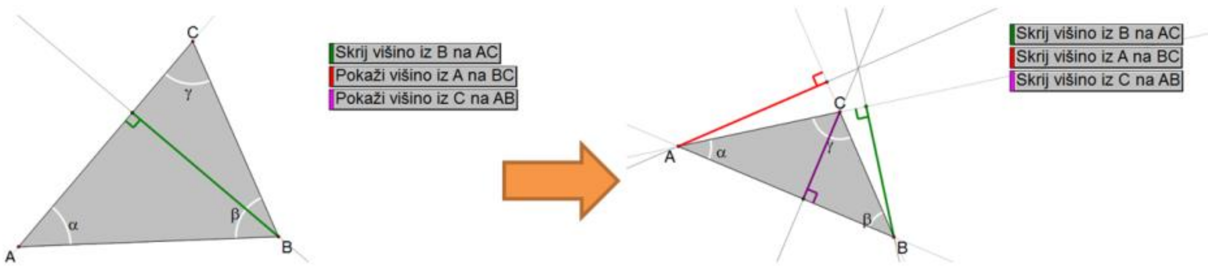
V naši študiji primera so se učenci ukvarjali z bistveno več statičnimi kot dinamičnimi slikami. Dinamično sliko smo uporabili dvakrat: ob prvi naj bi učencem dopolnilno pomagala ugotoviti, kaj bi lahko bila višina v topokotnem trikotniku (posplošitev in definicija). Ta učna situacija je faza nadaljnjega razvoja pojma (bogatitev). Druga pa z dinamično sliko pojem višine bogati z raziskovanjem njene lege v različnih trikotnikih.

Prvi trikotnik je imel vrisano višino v_c. Z vlečenjem oz. premikanjem enega od dveh oglišč (A ali B) po nosilki stranice AB sta notranja kota z vrhovi A ali B prehajala iz ostrega preko pravega v topi kot (vlečenje po nevidni črti oz. nosilki, ki se obarva po premiku, ko trikotnik prvič ni več ostrokotni).



Slika 2: Premikanje oglišč A in/ali B

V drugem apletu (naključno vlečenje) pa je lahko imel trikotnik po izbiri učenca vrisane eno, dve ali vse tri višine.

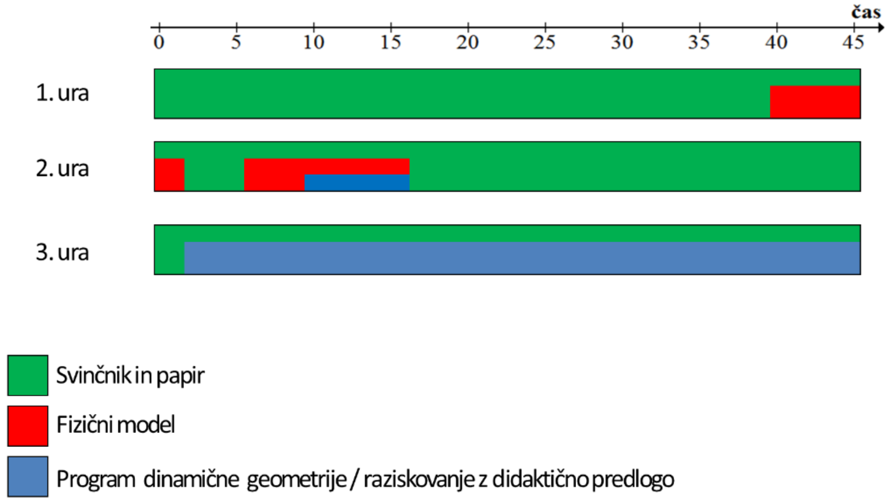


Slika 3: Drugi aplet

Dinamični sliki sta omogočili, da je učenec raziskoval lego višine v množici različnih ostrokotnih, pravokotnih in topokotnih trikotnikov. Topi oz. pravi kot je lahko bil v kateremkoli oglišču.

Vlečenje oglišč trikotnika in opazovanje dinamične slike sta učencem omogočali, da so sami povezali pojme v nova matematična spoznanja. Razvijali so tudi matematični jezik za opis pojmov in povezav med njimi. Nekatere je presenečalo sovpadanje stranice in višine v pravokotnem trikotniku, kar so posamezniki težko izrazili z besedami.

Po statični poti (konstruiranje na papir s svinčnikom in geometrijskimi pripomočki) dosežena 'dinamična' ugotovitev je neprecenljivo matematično kvalitetnejša, ker je mentalna in s tem zagotovo uzaveščena. Ker pa je pouk matematike v osnovni šoli za vse učence, je možnost, da lahko z vključeno dinamično shematizacijo tudi šibkejši učenci sodelujejo pri novih odkritjih, izjemne pedagoške vrednosti.



Slika 4: V razvoju pojma ima vsaka od reprezentacij svojo pomembno vlogo

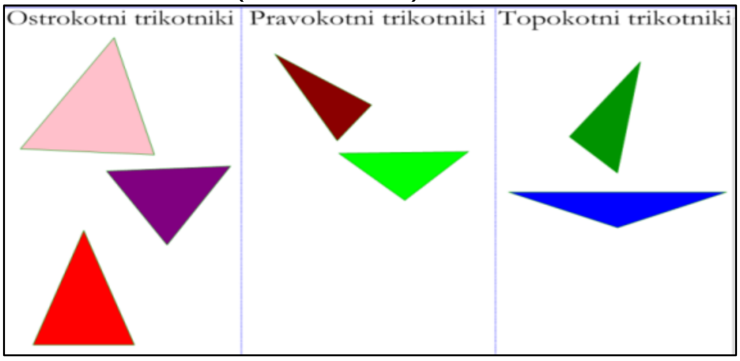
Opis študije primera

Udeleženci poskusa so bili učenci sedmega razreda na dveh šolah dve zaporedni šolski leti. Učenci še niso imeli izkušenj z učenjem ob dinamičnih slikah. Ključni del poskusa je trajal tri šolske ure. Prvo leto smo opazovali pouk in izdelke otrok spremljali med in po procesu učenja. Drugo leto smo proces opazovali, izdelke otrok pa analizirali samo pred in po poskusu. Na ta način smo izločili vpliv intervencij učitelja na izdelke v procesu učenja.

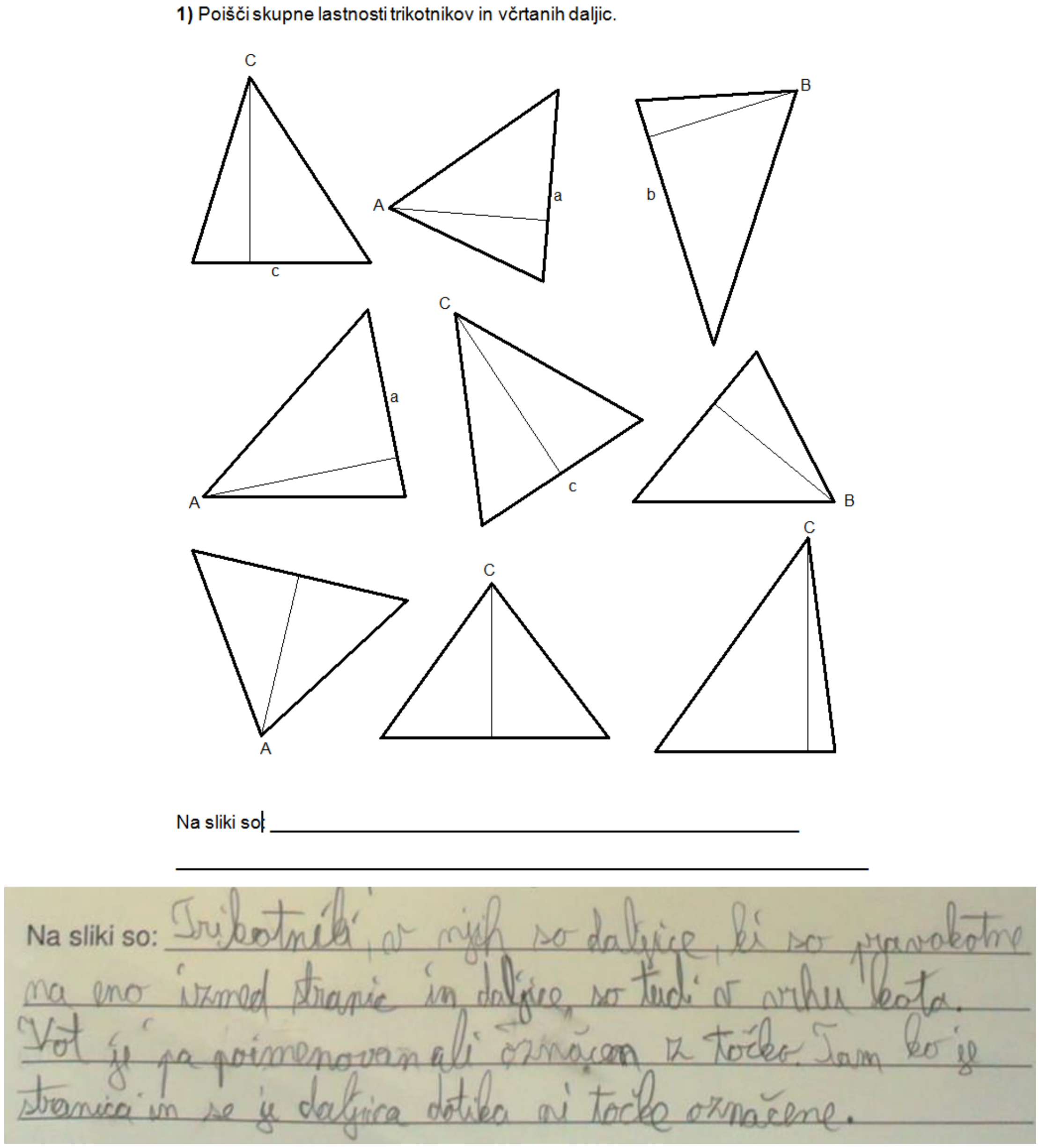
Zastavljeni cilji:
učenci:

- oblikujejo definicijo višine v ostrokotnem trikotniku,
- razširijo definicijo višine v topokotnem trikotniku,
- znajo načrtati višino, ne glede na vrsto in lego trikotnika, in jo izmeriti,
- znajo višino ustrezno označiti (pravokotnost na nosilko stranice/stranico, imenovati višino z besedami in s simboli),
- povežejo pojem višine z razdaljo točke od premice,
- poznajo lego višine glede na vrsto trikotnika,
- pisno in ustno argumentirajo svoje ugotovitve,
- uporabljajo program DG za raziskovanje in kot podporo sklepanju oz. reševanju,
- ustvarijo »dinamičen« pogled na geometrijo.

Po uvodni motivaciji in aktivaciji dela predznanja (slika 5) smo po VH pričeli z opazovanjem narisanih modelov (slika 6: UL1)



Slika 5: Razvrščanje trikotnikov glede na velikost notranjih kotov



Slika 6: UL 1 z odgovorom učenca

VH faze so se prepletale oziroma ponavljale skozi ves proces učenja. Opisovanje in povezovanje sta se spodbujali z različnimi učnimi izhodišči in sta bili najpogostejši fazi. Abstrahiranje je bilo vezano na različne reprezentacije pojmov in spodbujana je bila samostojna posplošitev pojma višine na vse trikotnike. Abstrakcijska faza se konča s samostojnim oblikovanjem definicije višine za poljuben trikotnik in se izkazuje z načrtovanjem višine v poljubnem trikotniku v poljubni legi ter s povzetkom raziskovanja leg višin v posamezni vrsti trikotnika.

Za proces načrtovanja višine je osnova konceptualna predstava pojma in postopek načrtovanja pravokotnice, ki vključuje poznavanje in spretno uporabo instrumenta – to je geotrikotnika. Z uporabo tehnologije DG smo izboljševali le konceptualni vidik in ne postopkovnega.

Koraki učnih ur

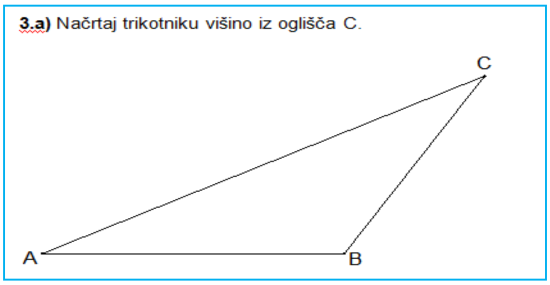
1. učna ura:

a) učenci razvrščajo trikotnike glede na velikost oz. vrsto notranjih kotov (slika 5);
b) učenci opazujejo 9 ostrokotnih trikotnikov z včrtano daljico, ki povezuje oglišče trikotnika z nasprotno stranico. Včrtana daljica je na stranico na videz pravokotna (slika 6);
c) definicijo višine v ostrokotnem trikotniku najprej oblikujejo učenci. V vodeni razpravi se oblikuje končna verzija definicije;
d) načrtovanje, imenovanje oz. označevanje višin v ostrokotnih trikotnikih v poljubni legi;
e) oblikovanje ugotovitve po dejavnostih na osnovi opazovanja: v vsak ostrokotni trikotnik lahko načrtamo tri višine, ki se sekajo v eni točki;
f) domača naloga: načrtovanje višin, izdelava papirnatih modelov ostrokotnega, pravokotnega in topokotnega trikotnika.

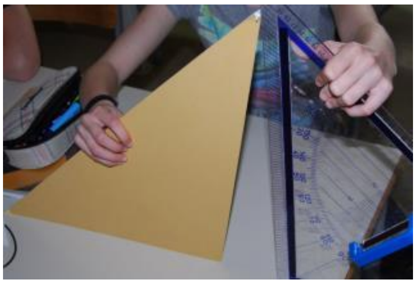
Slika 7: Kako zapogniti papirnati model, da imamo pravi kot?

2. učna ura:

a) načrtovanje višin s prepogibanjem papirnatih modelov ostrokotnega, pravokotnega in topokotnega trikotnika privede učence do konflikta s prejšnjimi ugotovitvami (slika 7);
b) poskus načrtovanja višin v topokotnem trikotniku (slika 8);
c) uporaba konkretnega modela (slika 9);
d) uporaba dinamične slike (aplet, slika 2);
e) definicija poljubne višine v topokotnem trikotniku;
f) načrtovanje in imenovanje višin v poljubnih trikotnikih v poljubni legi;
g) domača naloga: načrtovanje višine in razvijanje razumevanja pojma višina.



Slika 8: Načrtovanje višin



Slika 9: Konkretni model

3. učna ura:

a) raziskovanje lege višin glede na vrsto trikotnika (slika 3),
b) poročilo in razprava,
c) domača naloga: raziskovanje medsebojne lege višin.

Opredelitev znanja učencev s preizkusom pred študijo primera
Preizkus znanja pred poskusom je izhajal iz poznavanja in uporabe pojmov simetrala daljice in simetrala kota.

Preverjani cilji:

- prepozna in opiše simetralo daljice in simetralo kota,
- zna razpoloviti dani kot,
- zna vzročno povezati odnos (statična slika) med dvema simetralama sovršnih kotov (premicama), ga opisati in utemeljiti,
- prepozna in opiše lastnosti točke, ki je na videz na simetralah dveh daljic s skupnim krajiščem,
- si predstavlja, kaj se zgodi z geometrijskimi objekti po rotaciji (statična slika, slika 1).

Ugotovili smo, na kateri VH stopnji je znanje geometrije v povezavi s preverjanimi cilji in sposobnost miselne dinamične manipulacije ob statični sliki.

Vse naloge so pokrile prve tri stopnje po VH. Četrta naloga pa je preverjala povezovanje pojmov v kombinaciji z dinamično spremembo objektov na statični sliki. Dinamični vidik povezovanja pojmov smo priključili stopnji 3 in jo označimo s 3*.

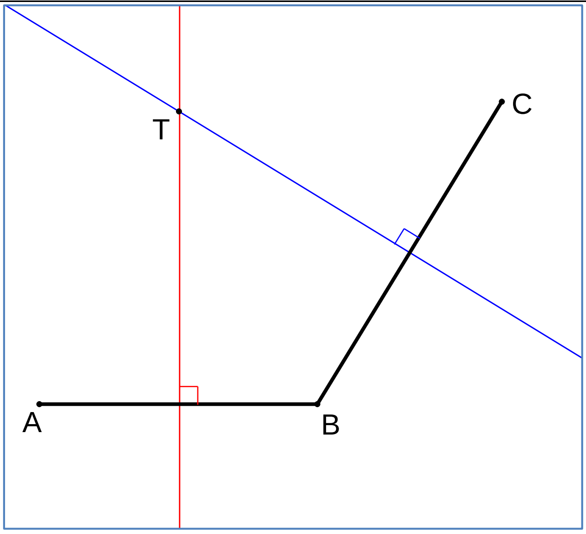
Tabela 1: Rezultati znanja pred študijo primera

VH stopnja	Naloga			
	1	2	3	4
Brez oz. 0	2	5	1	3
1 – opazovanje	1	6	**14**	-
2 – opisovanje	**19**	**15**	9	7
3 – povezovanje	6	2	4	-
3* – d-povezovanje[17]				**18**
N = 28	28	28	28	28

Razvrščati odgovore učencev po stopnjah je dokaj zahtevno, ker se je včasih težko odločiti, na katero stopnjo odgovor sodi. Odločali smo holistično glede na cilj preverjanja. Razporeditev kaže, da je glede na VH lestvico večina odgovorov 2. stopnje. Opisi pojmov in odnosov niso kakovostno enaki in bi lahko dodali podstopnje vsaki stopnji. Ker nekateri učenci niso izkazali niti prve stopnje, smo dodali stopnjo 0, ki zajema učence s popolnoma napačnimi odgovori ali pa so brez odgovora. Na stopnji 2 smo bili osredotočeni na zmožnost analize z opisom. Druga naloga je preverjala proceduralno znanje in povezovanje. Bistvo preverjanja je opaziti nastali pravi kot med simetralama sokotov in pravokotnost utemeljiti, kar sta naredila le 2 učenca.
Ob nalogi 3 si ilustrativno poglejmo razvrščanje odgovorov po stopnjah.

Naloga 3: Opiši geometrijske elemente na sliki. Kaj vse lahko poveš o točki T? Zapiši. (besedilo ob sliki 10)

[17] D-povezovanje pomeni dinamično povezovanje.



Slika 10: Prepoznavanje lastnosti točke T, modre (desna) in rdeče (leva) premice.

Primeri petih odgovorov[18] *na stopnji 1:*

modra premica ni označena seka z drugo rdečo premico imata označeno središče, kje se sekata

____

Vidim 2 premici
je pravokotna na |AB|
je pravokotna na |BC|
V T se sekata

____

rdeča in modra premica sta simetrali in se sekata v točki T in je točka T presečišče.

____

Topi kot, pravokotnici na daljico AB in na daljico BC. Točka T leži tam, kjer se sekata pravokotnici. Da je vrh 4 kotov

Točka T je točka v kateri se sekata simetrala daljice AB in simetrala daljice BC. Simetrali na daljico ležita pravokotno.

Primer odgovora na stopnji 2:

Točka T je presečišče simetral daljic AB in BC. Je enako oddaljena od vseh treh oglišč.
Narisana je simetrala daljice AB in BC, ki se seka v točki T. Simetrala je pravokotna na obe daljici.

Primer odgovora na stopnji 3:

Rdeča premica leži na daljici AB pravokotno, tako kot tudi modra premica na daljici BC. Rdeča in modra premica se sekata. Njuno presečišče označujemo z točko T, ki je lahko tudi središče krožnice, ki poteka skozi točke A, B, C, saj je od njih enako oddaljena. (Opomba: *Na učenčevem izdelku je narisan lok skozi točke A, B, C, kar smatramo kot empirično preverjanje hipoteze*.)

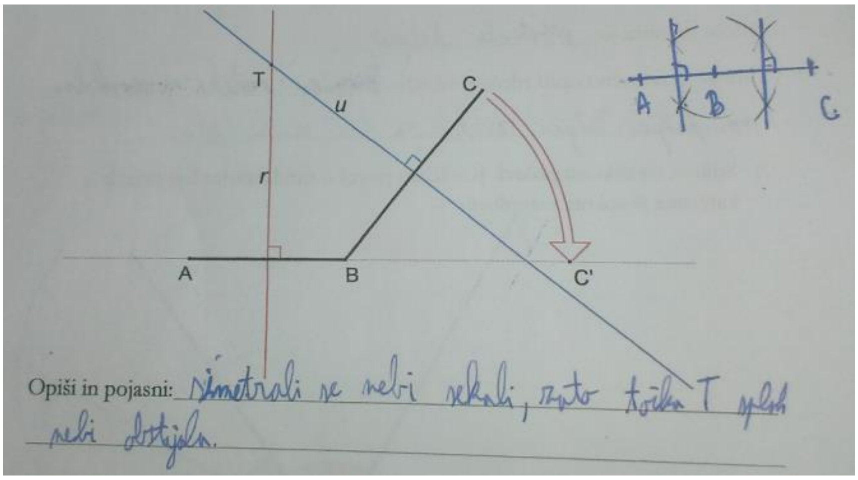
Še nekaj opisov, povezanih samo s točko T:

T je presečišče, vrh kota, središče, kjer se sekata dve pravokotnici, T je središče pravokota, točka T je pravokotna, točka T seka premici, simetralna točka ali presečišče dveh simetral.

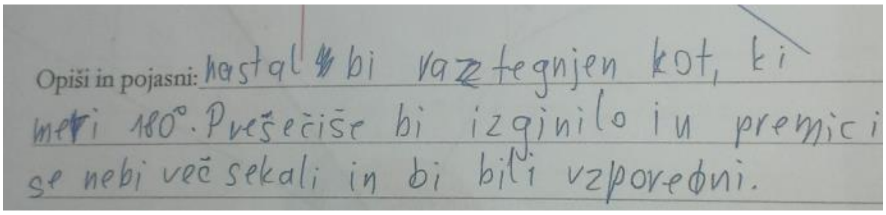
Poglejmo še nalogo 4, ki je presenetila z dobrim rezultatom. Preverjala je zmožnost povezovanja pojmov po nakazani rotaciji na statični sliki.

Naloga 4: Kaj se zgodi s simetralama daljic AB in BC in njunim presečiščem T, če točko C premakneš v C'? (slike 1, 11, 12)

[18] Odgovori so prepisani dobesedno.



Slika 11



Slika 12

Večina učencev razume, da sta daljica in njena simetrala v povezanem odnosu, in si predstavljajo nastalo situacijo po zasuku. Večje težave imajo s tem, kaj se zgodi s točko T: točka T ne bi obstajala, bi spremenila svoj položaj, presečišče bi izginilo, T izgine, T se prezrcali v drugo simetralo, T bo samo na simetrali r, T ni več presečišče.

Še nekaj (dobesednih) opisov učencev:

- Nastala bi ravna črta ki ima 3 točke
- Če premaknemo C v C' bo nastal iztegnjen kot modra premica ne bo več pravokotna na BC.
- oznake za pravokotnost ne bo pri u. Mogli bi narisat še en pas.

Učenci brez večjega dvoma verjamejo vizualni podobi objektov, torej brez empiričnega ali teoretičnega preverjanja. V nalogi 1 ob sliki z ničemer, niti z oznako ali z besedo, ne povemo, da sta narisani premici simetrali daljice oz. kota. Učenci so ju prepoznali samo po videzu. Ker vrednotimo odgovore glede na zapise otrok, ne vemo, ali so njihovi napačni ali nepopolni odgovori posledica pomanjkljivega konceptualnega znanja ali posledica sporazumevalnih veščin (pisno sporočanje, zapisovanje predpostavk). V povezavi s simetralo kota se učenci skoraj ne srečajo s premico, ki poteka skozi vrh kota in **ni** simetrala kota. Premica, ki pa seka daljico, je lahko sečnica, pravokotnica, razpolovnica ali simetrala. Na daljico smo narisali njeno simetralo, učenci pa so dejansko videli vse možne odnose med njima, vendar nihče vseh ali vsaj dveh z zapisom razprave.

Rezultati kažejo, da je izkazana stopnja znanja odvisna tudi od naloge. Pri prvih dveh nalogah je večina učencev na drugi VH stopnji, pri tretji na prvi, pri četrti pa na tretji.

Opredelitev znanja učencev s preizkusom ob zaključku študije primera

Preizkus znanja ni bil izveden neposredno po poskusu, ampak z odmikom nekaj učnih ur matematike. Učenci naj bi v tem času utrdili in uporabljali usvojeno znanje o višinah v trikotniku. S sedmimi nalogami smo preverjali naslednje cilje:

- načrtajo višino, ne glede na vrsto in lego trikotnika, in jo izmerijo (naloge 1, 2 in 3[19]),
- višino ustrezno označijo (naloge 1, 2, 3, 4),
- povežejo pojem višine z razdaljo točke od premice (nalogi 1 in 2),
- poznajo lego višine glede na vrsto trikotnika (naloge 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7),
- ustvarijo »dinamičen« pogled na geometrijo (naloge 5, 6 in 7).

Posamezni cilj je bil preverjan z več nalogami (zapisi številk v oklepaju). Vsi učni cilji, razen zadnjega, so drugačni od vhodnih, zato lahko primerjamo le dosežene VH stopnje pred in po poskusu. Pričakovali smo dvig znanja po VH lestvici in boljši rezultat pri dinamičnem pogledu na geometrijo, ki smo ga umestili na stopnjo 3*.

Tabela 2: Rezultati znanja po študiji primera

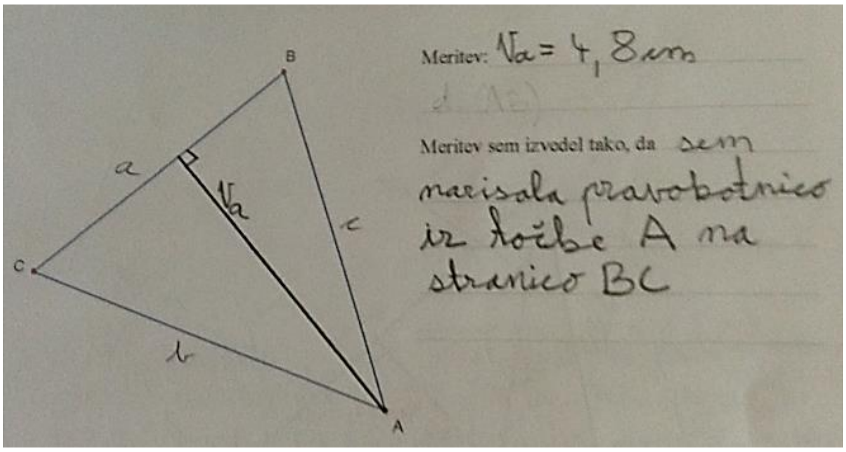
VH stopnja	Naloga				
	1	3	4	5	6
Brez oz. 0	7	9	9	10	9
1-opazovanje					
2-opisovanje			5		
3-povezovanje	19	17	12		
3*-d-povezovanje				16	17
N= 26	26	26		26	26

V razpravo o dosežkih bomo vključili pet nalog od sedmih. Pri nalogi 1 učenci izkažejo cilje z izvedenim postopkom in opisom. Oboje je že posledica procesov sklepanja in povezovanja.

Naloga 1: *Izmeri oddaljenost točke A od stranice BC. Zapiši meritev in opiši, kako si meritev izvedel (slika 13).*

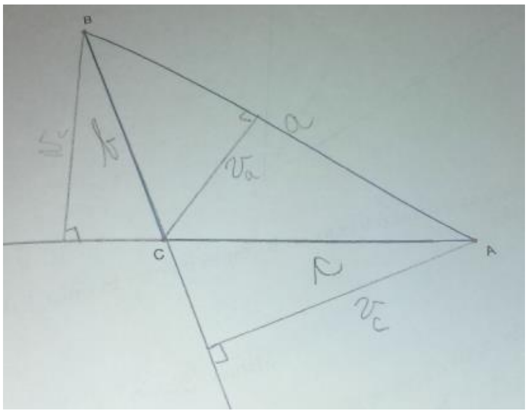
19 učencev je povezalo pojma višina v ostrokotnem trikotniku z razdaljo točke od premice. Opisi meritve so različne kvalitete, večina opisov je pomanjkljivih ali nedokončanih. Sedem učencev je odgovorilo napačno; dva sta merila oddaljenost po simetrali kota, eden po težiščnici, trije po stranici do krajišč daljice in eden po pravokotnici, ki je na učenčevi sliki daljša od višine.

[19] Navajamo le naloge, ki so najizraziteje preverjale izkazovanje zapisanega cilja.

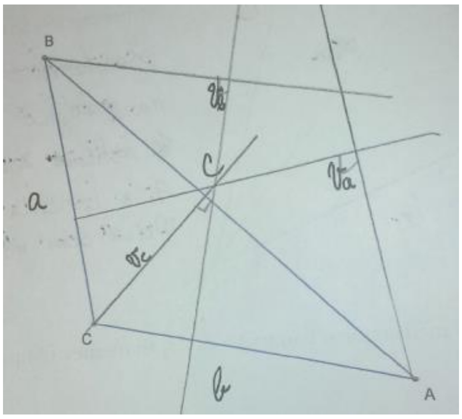


Slika 13: Učenci povežejo pojem višine v ostrokotnem trikotniku z razdaljo točke od premice

Naloga 3 (slika 14) preverja 'znajo načrtati višino, ne glede na vrsto in lego trikotnika, in jo ustrezno označiti (pravokotnost na stranico/nosilko stranice, imenovati višino)'. Vsi učenci znajo narisati notranjo višino. Od višin, ki padeta iz trikotnika, so nekateri narisali samo eno. Težave so imeli zaradi lege višine oz. zaradi pojmov nosilka stranice, nosilka višine in pas (slika 15), ki se pojavi kot proceduralni napotek šele pri načrtovanju trikotnika, ko je eden od podatkov višina.



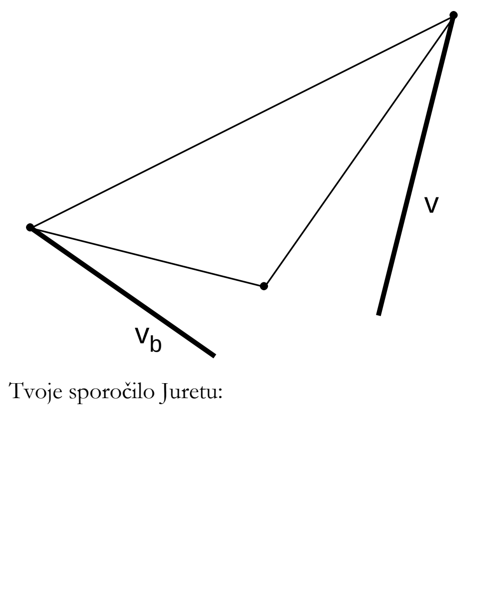
Slika 14: Težava s poimenovanjem stranic in višin



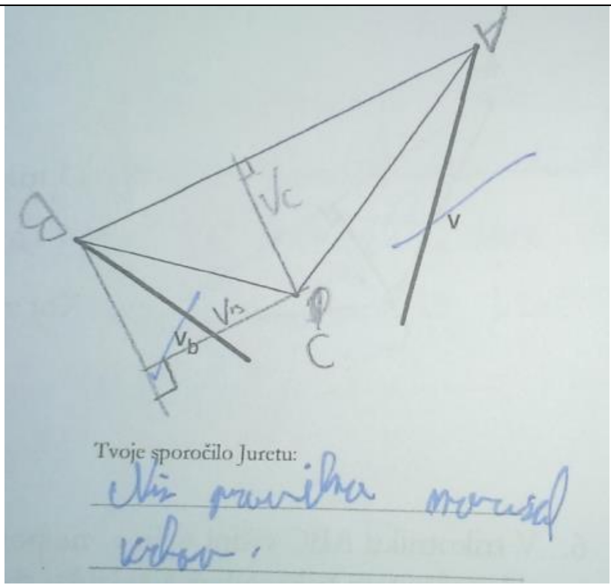
Slika 15: Zmeda med črtami je verjetno nastala zaradi pojmov pas in nosilka.

Učenci poimenujejo nosilko tudi pomožna črta ali pa jo opisujejo proceduralno, *podaljšamo stranico*, *podaljšamo višino*. Učenci, ki so bili neuspešni pri 3. nalogi, so bili neuspešni tudi pri nalogi 4, kjer naj bi pomagali sošolcu do pravilne rešitve (slike 16, 17, 18).

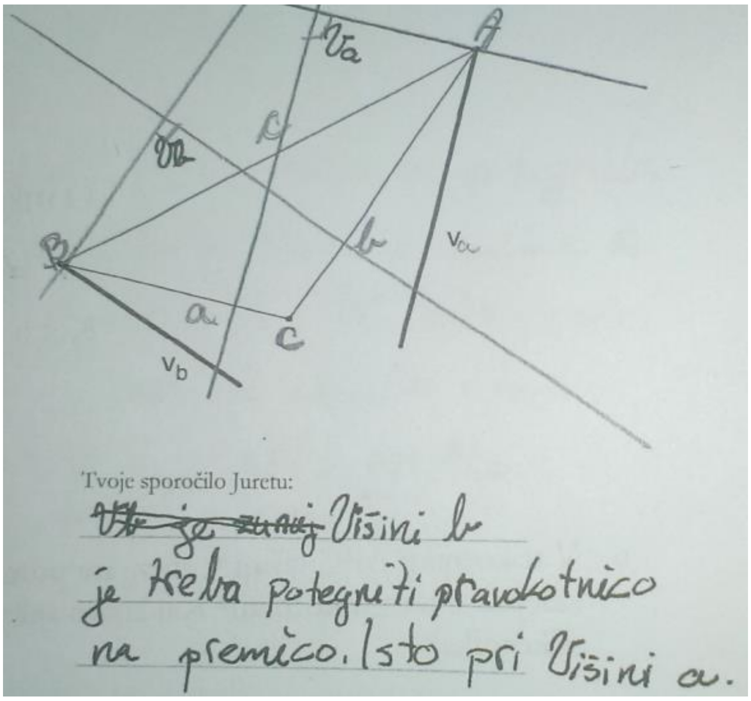
Naloga 4: *Jure je želel trikotniku načrtati dve višini (odebeljeni črti). Popravi napake kot tvoj učitelj in sporoči Juretu, kaj je narobe.*



Slika 16: **Primer trikotnika z dvema načrtanima višinama**



Slika 17: Učenec v vlogi učitelja izkazuje razumevanje pojma višina. Pri reševanju naloge je verjetno obrnil učni list.



Slika 18: Terminološke ali konceptualne težave?

Pri 4. nalogi se je pokazalo, da so učenci zelo pozorni na označevanje trikotnika in drugih elementov geometrijske slike, npr. pravokotnost. Jureta so na to bolj ali manj natančno opozarjali.

Za 5 učencev lahko trdimo, da pojma višina niso usvojili, 2 jo znata načrtati, z razdaljo točke od premice pa je nista povezala. Za višino v notranjosti trikotnika bi lahko trdili, da je zadovoljivo usvojena, medtem ko pojma višine v pravokotnem in v topokotnem trikotniku nekaj učencev ni usvojilo.

Peta in šesta naloga sta podani z besedilom. Učenci so si morali ustvariti mentalno sliko in narisati skico. Vrsto trikotnika je določal podatek o legi ene ali dveh višin (samo ena višina poteka po notranjosti trikotnika, dve ne potekata po notranjosti trikotnika).

Naloga 5: V trikotniku ABC samo višina iz oglišča C poteka po notranjosti trikotnika. Kaj lahko sklepaš o vrsti trikotnika ABC? Kaj lahko sklepaš o velikosti kota z vrhom v točki C?

Naloga 6: V trikotniku ABC višini v_a in v_b ***ne*** *potekata po notranjosti trikotnika. Kaj lahko sklepaš o vrsti tega trikotnika? Kaj lahko sklepaš o velikostih notranjih kotov tega trikotnika?*

Skico je narisalo 23 (5. naloga) oz. 21 učencev (6. naloga). Neustreznih skic je bilo 10 oz. 6, brez skice pa so bili trije oz. pet izdelkov. Vidimo, da za pravilen odgovor vsi učenci ne potrebujejo pravilne skice. Deset oz. pet učencev 5. oz. 6. naloge sploh ni razumelo ali pa so odgovorili napačno. Med pravilne smo šteli vse odgovore, ki so kot možni trikotnik navajali pravokotnega ali topokotnega. Samo ena učenka je zapisala obe možnosti, večina je zapisala topokotnega, dva oz. trije učenci pa pravokotnega.

Če primerjamo preglednici (1 in 2) vidimo, da so se nekateri učenci pomaknili za VH stopnjo više (z 2 na 3), nekateri pa za stopnjo niže. Povečalo se je tudi število učencev na stopnji 0. V bistvu so pridobili tisti učenci, ki so bili na ustrezni stopnji znanja pred poskusom. Dinamični pogled na geometrijo je ostal na isti ravni, ne vemo pa, v kolikšni meri je prispeval k razumevanju pojma višina.

Zaključek

Bistveni cilj študije primera je bil zaznati vpliv uporabe dinamične slike pri razvijanju kvalitetnega znanja. Prvo leto smo preizkusili učne korake in spremljali odzive otrok tudi med učnim procesom. Zaznali smo nekaj pomanjkljivosti, ki smo jih v naslednji ponovitvi poskušali popraviti. Nekatere učne korake smo spremenili in predvideli drugačen način spremljanja učnih dosežkov. Izbrali smo Van Hielejevo lestvico. Ko smo z njo presojali dosežke, smo se težko odločali med izkazanima VH stopnjama 2 in 3. Pri ponovnem študiju strokovne literature smo ugotovili, da so se z enako težavo soočali tudi drugi raziskovalci. Kljub temu menimo, da je lestvica primeren pripomoček za vrednotenje, smiselno pa je pridobiti dovolj izkušenj v pripravi ustreznih vprašanj za učence.

Rezultat, povezan s ciljem, ustvariti »dinamičen« pogled na geometrijo, nas je dvakrat presenetil. Na začetku dobro izkazana predstava dinamičnosti ob statični sliki, za končno preverjanje pa smo pričakovali, da bo napredek vidnejši oz. da bodo napredovali vsaj za stopnjo vsi učenci. Pričakovanje utemeljujemo z izbiro pojma višina trikotnika, ker ni zelo povezan s prejšnjim znanjem in zaradi poglobljenega pouka z dejavnostmi na različnih reprezentacijah, posebej z dinamično sliko.

Učenci v poskusu, ki so se srečali z dinamičnimi apleti pri pouku matematike prvič, so uspešno z njimi manipulirali. Ugotavljamo pa, da nekateri ne povežejo videnega oz. ga neustrezno tolmačijo. Spremljanje njihovih zapisov pred skupinskim pregledom tudi kaže, da videno težko ubesedijo.

Vhodna naloga, ki je merila 'dinamični pogled' na geometrijo (slika 1), je bila podana s sliko in z besedilom, izhodni (5, 6) pa samo z besedilom, kar je možen vzrok za

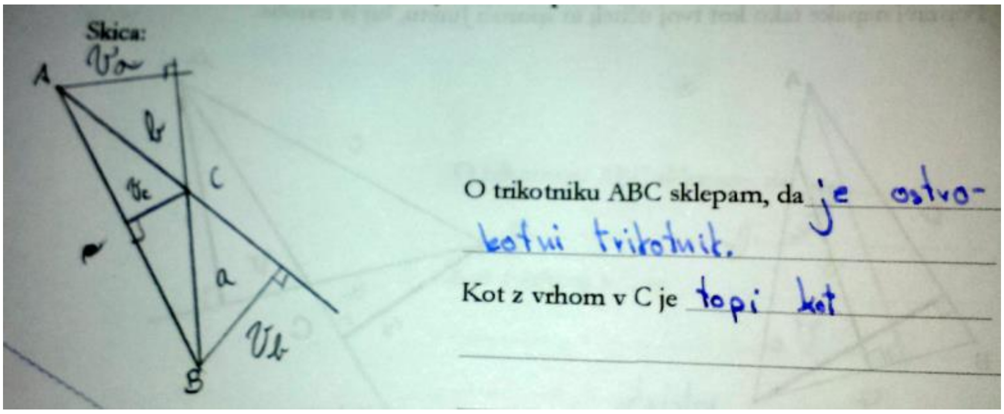
skoraj enaka rezultata pred in po poskusu. Pri zaključnem preverjanju so si učenci morali ustvariti geometrijsko podobo po besedilu.
Če analiziramo pouk, bi lahko dodali pri ugotavljanju lege višin v različnih trikotnikih še navodilo, da učenci narišejo statične predstavnike dinamične manipulacije in ne povzemajo rezultatov na dinamični sliki samo z besedami. Prav tako bi še lahko doslednejе upoštevali priporočilo za doseganje VH stopenj, to je fazo 4 (uporaba v novih situacijah). Raziskovanju lege višine v odvisnosti od vrste trikotnika bi lahko sledila še dejavnost, ki ne širi vsebine, ampak utrjuje pridobljene izkušnje.

Vse naloge, razen načrtovanja višin (naloga 3), po poskusu so objektivno zahtevnejše od vhodnih, saj nobeden od ciljev ni preverjan na nižjih taksonomskih ravneh. Tako tudi po VH lestvici ni nobena od nalog ponujala neposrednega izkazovanja samo stopnje 1 ali 2, kar je lahko tudi eden od razlogov za povečano razliko v znanju učencev. Eni so napredovali, drugi so se pridružili manj uspešnim. Ta rezultat je verjetno v skladu z zapisanim v uvodu (ovire), da učenec na nižji stopnji iz več razlogov (eden je jezik) ne more slediti pouku, ki je na višji stopnji, torej učenec ne more preskakovati VH stopenj brez zanj posebej prilagojenega pouka. Sama pestrost dejavnosti z različnimi reprezentacijami in s spontano notranjo diferenciacijo v našem primeru očitno ni bila dovolj.

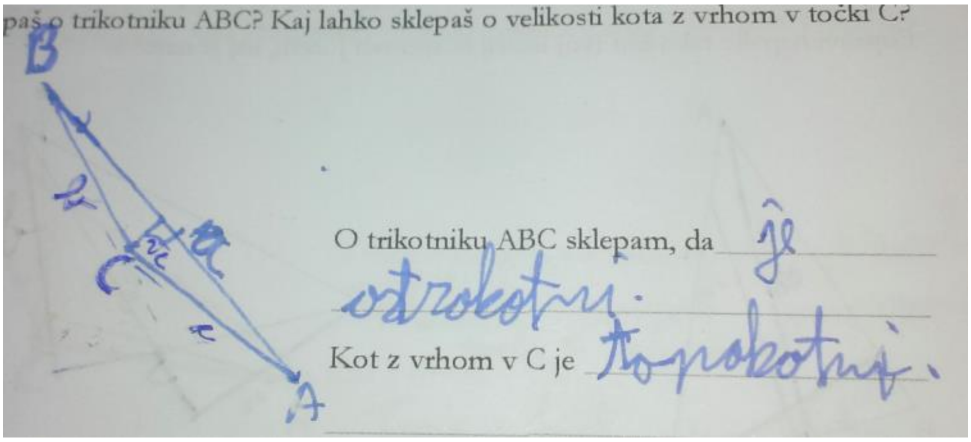
Med drugimi cilji bi izpostavili še povezavo pojma višina z razdaljo točke od premice, ki ju je večina učencev sama povezala. Višina, ki poteka po notranjosti trikotnika je bistveno bolje usvojena kot višina, ki sovpade s stranico ali pa poteka izven trikotnika. Posplošitev pojma višina v topokotnem dejansko spada na VH stopnjo 4. Razširitev pojma preko pojma *nosilka stranice* je verjetno ovira, ki smo ji, za nekatere učence, namenili premalo pozornosti.

Zanimive in poučne so tudi druge ugotovitve:

- Učenci brez večjega dvoma verjamejo vizualni podobi objektov, torej brez empiričnega ali teoretičnega preverjanja.
- Nekatere je presenečalo sovpadanje stranice in višine v pravokotnem trikotniku, kar so posamezniki težko izrazili z besedami.
- Nosilka daljice (stranice ali višine) za nekatere ni pojem, predvsem ni premica, ampak črta ali podaljšek v proceduri načrtovanja.
- Sporočanje v vezani besedi je za učence ovira. Ugotovili smo, da so težave z uporabo osnovne matematične terminologije, npr. dolg kot ... Izbrani primeri odgovorov učencev ilustrirajo težave v sporočanju, posebej izstopa izražanje odnosov med matematičnimi pojmi (pravokotno na točko A, višini b je treba potegniti pravokotnico ...).
- Učenci imajo težave z besedami oz. pojmi kot npr. *višina na stranico AB*, s simbolom v_{AB}, ki se redkeje pojavlja (nekateri so v_{AB} predstavili z dvema višinama).
- Imenovanje stranic z velikimi tiskanimi črkami A, B, C.
- Ugotovili smo tudi, da smo za nekatere učence premalo 'natančni' pri definicijah vrst trikotnikov (Pravokotni in topokotni trikotnik opredelimo po največjem kotu, kaj pa ostrokotnega?). Med izdelki sta dva primera topokotnih trikotnikov z dvema 'izrazitima' ostrima kotoma in temu primernimi zaključki (sliki 19 in 20). Eden od učencev je izumil zanj ime ostrotopokotni trikotnik.



Slika 19



Slika 20

Ob zaključku ponovno izpostavimo dobro izkazano predstavo dinamičnosti ob statični sliki pred poskusom. To je izziv za naslednjo študijo primera s 'statičnim' pristopom raziskovanja lege višin. Vsekakor pa je smiselno upoštevati tudi izsledke in napotke raziskav. Ruthven in Labord (2001) opozarjata na razkorak v dojemanju učnih situacij učitelja, ki že ve, kaj naj bi učenec odkril, in učenca, ki je v povsem novi učni situaciji. Ruthven priporoča učiteljem za senzibilizacijo učenja s tehnologijo o matematičnih pojmih, ki jih ne poznajo, da izkusijo, v kakšni situaciji so njihovi učenci, ko se učijo ob dinamičnih slikah. Vključevanje IKT v pouk matematike je proces, ki lahko pokaže kvalitetne rezultate učenja po daljšem času. Posamični poskusi so bolj za motivacijo in izziv učitelju in se ne odzrcalijo takoj s kakovostnim znanjem. Vztrajati pri poučevanju s smiselno aktivno uporabo IKT in videti dodano vrednost v znanju učencev je dolgotrajen proces, ki mora biti spremljan z dobro merljivimi vsebinskimi in procesnimi cilji.

Viri:

1. Arzarello, F. et al (2002): A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments, ZDM Vol. 34 (3), preprint.
2. Frobisher, L. et al (2007): Learning to Teach Shape and Space, Nelson Thornes, Cheltenham.
3. Gutierrez, A., Jaime, A. (1999): Preservice Primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle, Jounal of mathematics teacher education 2; 253–275.
4. Johnstone-Wilder, S.; Pimm, D. (1999): Using information and comminication tecnology (ICT) v Johnstone-Wilder, Sue et al: Learning to teach mathematics in the secondary school, London Routledge, str. 158–186.

5. Kmetič, S. (2008): Vloga računalniške učne tehnologije pri pouku matematike, Vzgoja in izobraževanje: revija za teoretična in praktična vprašanja vzgojno izobraževalnega dela, letn. 39, št. 5, str. 52–58.
6. Kmetič, S. (2008): Didaktični vidik pouka matematike s programi dinamične geometrije, v Zbornik Konference SIRIKT, ZRSŠ, str. 369–372.
7. Kokol Voljč, V. (2006): Razvoj osnovnih matematičnih pojmov z uporabo programov za dinamično geometrijo – dinamična ponazoritev, Pedagoška obzorja, letn. 21, št. 1, str. 34–47.
8. Kynigos, C. (2007): Using half-baked microworlds to challenge teacher educators' knowing, International Journal of Computers fot Mathematical learning, letn. 12, št. 2, str. 87–111.
9. Laborde, C. (2001): Integration of tecnology in the design of geomety tasks with Cabry - geomety, Internation Journal of computers for mathematics learning 6: str. 283–317.
10. Laborde, C. (2005): The hidden role of diagrams in pupils' construction of meaning in geomety v Kilpatrick, Jeremy: Meaning in mathematics education, New York, Springer, str. 159–180.
11. Mariotti, M. A. (2006): Proof and Prooving in Mathematics Education v: ur. Gutierrez, A. and Boero, P.: Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education, Sens Publishers, Rotterdam; str. 173-204.
12. Meng, C. C. (2009): Enhancing students' geometric thinking Through phase-based instruction using Geometer's sketchpad: a case study, Jurnal Pendidik dan Pendidikan, Jil. 24, 89–107, *pridobljeno na* http://www.keycurriculum.com/docs/PDF/Sketchpad/GSP_Enhancing-Student-Thinking_JPP24_ChewCM.pdf (12. 2. 2014).
13. Olivero, F.; Robutti, O. (2007): Measuring in dynamic geometry enviroments as a tool for conjecturing and prooving, International Journal of Computers fot Mathematical learning, letn. 12, št. 2, str. 135–156.
14. Ruthven, K., Hennessy, S**.** (2002). A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning. *Educational Studies in Mathematics* letn. 49, št. 1, str. 47–88. *pridobljeno na* http://www.educ.cam.ac.uk/people/staff/ruthven/ (12. 2. 2014).
15. Ruthven, K. (2012): The didactical tetrahedron as a heuristic for analysing the incorporation of digital technologies into classroom practice in support of investigative approaches to teaching mathematics. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education,* Special Issue on *New perspectives on the didactic triangle, pridobljeno na* http://www.educ.cam.ac.uk/people/staff/ruthven/ (12. 2. 2014).
16. Tabach, M. (2011): Promoting Technology Integration Among Prospective Mathematics Teachers, v proceedings SEMT 2011: Novotna J. in Moraova, H.: The mathematical knowledge needed for teaching in elementary schools, str. 328–336.
17. de Villiers, M. (2010): Some Reflections on the Van Hiele theory, pridobljeno na http://frink.machighway.com/~dynamicm/vanhiele-reflection.pdf (12. 2. 2014).
18. Zeitler, H. : Aksiomi geometrije v šoli in znanosti: 1. del in 2. del, Obzornik za matematiko in fiziko, 1993, letn. 40, št. 3,4, str. 85–93 in 121–127.

POMEN ALTERNATIVNIH PREDSTAVITEV PROBLEMA ZA UČENJE Z RAZUMEVANJEM

The importance of alternative presentations of the problem for learning through understanding

dr. Amalija Žakelj

amalija.zakelj@zrss.si

Zavod RS za šolstvo

Povzetek

V prispevku predstavljamo *pomen* alternativnih *predstavitev* in *strategij* reševanja problema za učenje z razumevanjem. Različne predstavitve pojasnjujejo problem z različnih perspektiv, omogočajo širši uvid v problem ter odpirajo raznovrstne poti reševanja problema. So neke vrste „mediacija" med problemom in rešitvijo, pri čemer so procesi reševanja problema procesi učenja za razumevanje. Tako razumevanje krepi reševanje problemov in obratno, reševanje problemov krepi razumevanje. Učenje in poučevanje skozi reševanje problemov pa je učinkovito, če poteka kontinuirano skozi učenje vseh matematičnih vsebin po celotni vertikali in ni ločeno od drugih vsebin.

Ključne besede: predstavitev problema, strategija reševanja, matematika, razumevanje

Abstract

This paper points at the *importance* of alternative *presentations* and problem settlement *strategies* for learning through understanding. Various presentations of a problem give explanation to the problem from different perspectives, allowing for a wider insight into the problem and open up multiple ways of solving the problem. They are a kind of "mediation" between problem and solution, whereby the processes of problem solving are the processes of learning through understanding. Thus, understanding enhances problem solving and vice versa, problem solving enhances understanding. Learning and teaching through problem solving is effective if carried out continuously through the learning of mathematical content, the entire vertical and not in isolation from other content.

Key words: problem presentation, solving strategies, mathematics, understanding

Uvod

Pouk matematike je namenjen graditvi pojmov in povezav, spoznavanju ter učenju postopkov, ki posamezniku omogočajo vključitev v sistem (matematičnih) idej in posledično vključitev v kulturo, v kateri živimo. Osnovnošolski pouk matematike obravnava temeljne in za vsakogar pomembne matematične pojme in to na načine, ki so usklajeni z otrokovim kognitivnim razvojem, s sposobnostmi, z osebnostnimi

značilnostmi in z njegovim življenjskim okoljem, npr. narava kot vir za matematično ustvarjanje in raziskovanje (Žakelj idr., 2011, str. 4).
Matematiko spoznavamo in se je učimo skozi različne procese učenja, npr. razvoj matematičnih pojmov, razvoj številskih in prostorskih predstav, logično sklepanje, branje in razumevanje besedila, izvajanje algoritmov, uporaba formul, pisno in ustno matematično izražanje ter tudi skozi reševanje problemov.
Vzporedno z učenjem veščin in strategij reševanja problemov se učimo tudi specifičnih področij matematike. Lambdin (2003) meni, da je povezava med strategijami reševanja problema in poglabljanjem razumevanja simbiotično. Dober reševalec (matematičnih) problemov ima globoko razumevanje (matematike) in obratno, razumevanje (matematike) krepi razvoj strategij reševanja problemov. Tudi Schroeder & Lester (1989) v svojih raziskavah navajata, da se učenec uči matematike in poglablja njeno razumevanje skozi procese reševanja problemov, prav tako pa dobro razumevanje matematike omogoča razvoj novih strategij reševanja problemov.

Goldin and Shteingold, (2001) navajata deset razlogov za učenje skozi reševanje in raziskovanje problemov:

1. Matematični problemi imajo vgrajenih veliko matematičnih prvin.
2. Reševanje problemov zahteva višje ravni razmišljanja, višje kognitivne procese.
3. Reševanje problemov prispeva h konceptualnemu razvoju in razumevanju.
4. Reševanje problemov je za učitelja priložnost za vpogled v znanje, razumevanje in tudi učne težave učencev.
5. S problemi se lahko približamo učencu na zelo različne načine (učenec samostojno izbere strategijo reševanja).
6. Proces reševanja in zlasti proces raziskovanja problema omogoča in zahteva sprejemanje odločitev, ki jih reševalec sprejme, rešitve in odločitev pa argumentira.
7. Problem spodbuja sodelovanje učencev in diskurz, ki se opira na razumsko, logično razčlenjevanje.
8. Reševanje problemov se povezuje z drugimi pomembnimi matematičnimi idejami.
9. Reševanje problemov spodbuja spretno uporabo matematike.
10. Reševanje problemov ustvarja priložnosti za *razvoj veščin, strategij.*

Že večkrat je bilo zapisano, da je pot reševanja matematičnega problema pomembnejša od rezultata in naša šola je vsaj formalno zapisana problemskemu znanju in razvijanju procesnih znanj (Lipovec, 2012). Kljub izkušnjam in dobri pedagoški praksi na tem področju mogoče ni odveč še enkrat izpostaviti ugotovitev raziskovalcev Cai in Lester (2010), ki poudarjata, da za razvoj učenčevih sposobnosti za reševanje problemov ni dovolj, da je reševanje problemov sestavni del učenja pri vseh matematičnih vsebinah, temveč je pomembno tudi, da se začne dovolj zgodaj in je vpeto po celotni vertikali od predšolskega obdobja naprej.

Konceptualizacija procesa reševanja problemov

Veliko matematičnih problemov je zasnovanih tako, da morajo učenci iskati pravilno zaporedje operacij, da pridejo do cilja oz. rezultata. Pri reševanju problemov uporabljamo različne oblike mišljenja (Cenčič in Cenčič, 2002):

- *induktivno sklepanje* (od posameznega k splošnemu, od konkretnih primerov k

posplošitvam),
- *deduktivno sklepanje* (od splošnih spoznanj k posameznim primerom s pomočjo zakonov, načel, formul ...),
- *analogija* (kognitivni proces prenosa informacije s konkretnega subjekta na drug konkreten subjekt; odnose, ki so veljavni na enem področju, prenesemo na druga področja). *Analogija v matematiki: Polieder je trirazsežni analogon dvorazsežnega mnogokotnika (poligona),*
- *transformacija* (ustvarjanje novih oblik in pomenov),
- *intuicija* (neposredno dojemanje, brez razumnega razčlenjevanja),
- *kombinacija miselnih procesov* (tvorijo individualno spoznavno strukturo).

Hiebert idr. (1996) menijo, da je uspešno reševanje problemov odvisno od: obvladovanja različnih strategij reševanja problemov, vpogleda v strukturo problema (tj. razmerja in povezave med koncepti), od globine razumevanja matematike ter tudi od odnosa do matematike/prepričanja o matematiki.

Preden se lotimo reševanja problema, *problem razčlenimo in ga predstavimo*, da dobimo uvid v situacijo. Goldin (1998) omenja verbalno, grafično, simbolno predstavitev problema.
Zakaj je *predstavitev problema* zelo pomemben del reševanja problema? Heller in Huntage (1985) utemeljujeta, da je predstavitev problema neke vrste »mediacija/most« med problemom in rešitvijo. Različne predstavitve omogočajo:

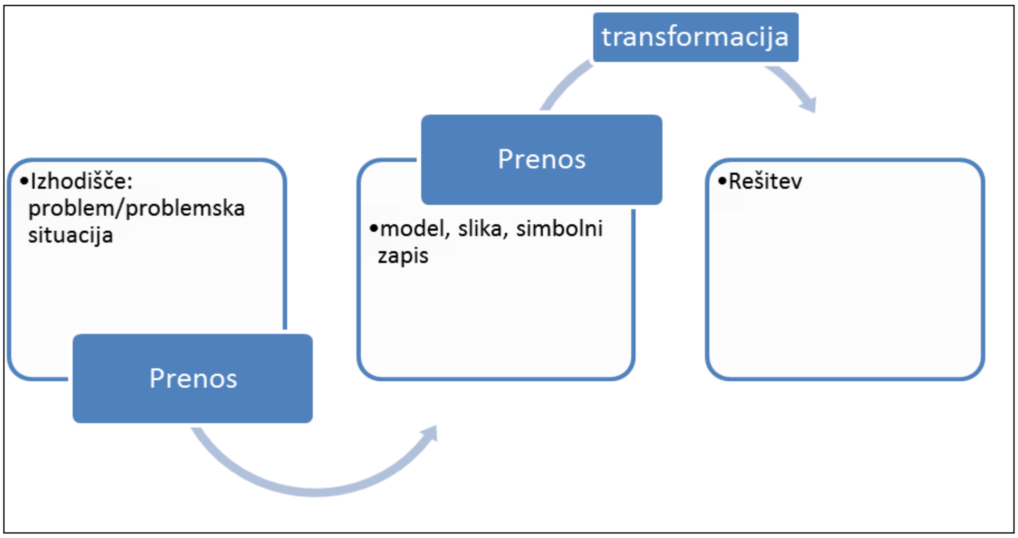
- širši uvid v problem,
- poglabljanje razumevanja (dejstva, koncepte spoznavamo z različnih perspektiv),
- zaradi raznolikosti zahtevajo razvoj različnih oblik mišljenja (induktivno sklepanje, deduktivno sklepanje, analogno mišljenje, transformacija, intuicija, kombinacija miselnih procesov ...),
- prilagajanje posamezniku (npr. reševanje ob grafični podpori ali samo z enačbo, empirično ali algebraično reševanje, logično razčlenjevanje, postavljanje hipotez ...),
- razvoj ustvarjalnosti – samostojno iskanje poti, povezovanje, uporabo znanja, razumevanje in poglabljanje matematike idr.

Za globlji uvid v problem je smiselno kombinirati več različnih predstavitev. Pogosto pri določeni starosti učenec zmore le konkretno ali slikovno obravnavo problema ali empirično raziskovanje, bolj formalno reševanje, npr. z algebraično metodo, se razvije kasneje. Odločitev za izbiro strategije reševanja je odvisna od predznanja, od obvladovanja in poznavanja različnih strategij, od sposobnosti idr. Učenci 7. ali 8. razreda npr. še ne znajo rešiti problema s sistemom enačb, lahko pa analizirajo empirične podatke.

Na koncu je zelo pomembno, da se prepričamo, premislimo, ali je pristop, ki smo ga izbrali, primeren, saj je refleksija oz. razmislek o poteh reševanja problema pomemben del razvoja razumevanja. Pomembno je, da učenec utemelji rešitev, obrazloži korektnost postopka, ki ga je uporabil, ter poišče še druge povezave, morda na drugih področjih matematike. Ob refleksiji razmišljamo o metodah, ki smo jih uporabili, katere povezave smo naredili in uporabili, problematiziramo vse, kar smo naredili. Hiebert idr. (1996) opisujejo razlago ameriškega filozofa in pedagoga Johna Deweya: »Pomembnost utemeljevanja ni le v dejstvu, da rešitev obrazložimo, temveč v tem, da reševalec problematizira o problemu, da bi problem doumel v celoti.«

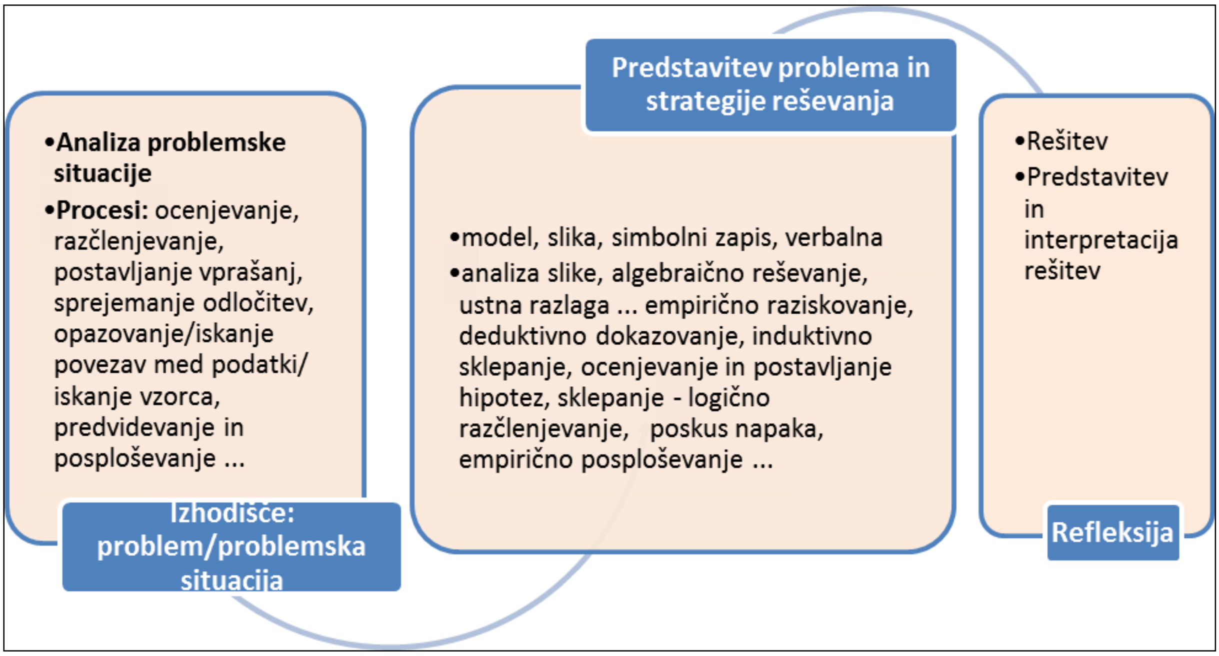
Problem lahko nadgradimo po zahtevnosti in širini uporabe matematičnih vsebin in kognitivnih nivojev.

Osnovno shemo konceptualizacije reševanja problema po Leshu (1983) prikazujemo s sliko 1, ki ponazarja ključne faze reševanja, in sicer: izhodišče problemske situacije, prenos problema v ustrezno predstavitev, izbiro strategije reševanja in rešitev.



Slika 1: Reševanje problemov (Lesh, R., Landau, M. and Hamilton, E. (1983))

Leshevo konceptualizacijo procesa reševanja problemov smo dopolnili s procesi mišljenja pri reševanju problema ter možnimi strategijami reševanja problema (slika 2).



Slika 2: Reševanje problemov

V nadaljevanju na posameznih primerih analiziramo reševanje problema z vidika *procesov mišljenja*, *možnih predstavitev problema* ter *strategij reševanja problema.*

I. Reševanje problema z geometrijskim modelom, z algebraično metodo in raziskovanjem trikotniških števil

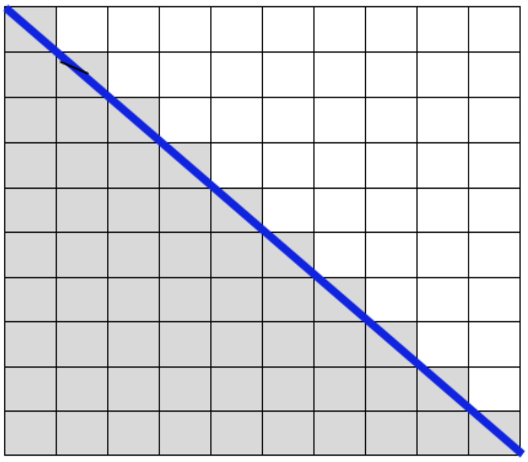
Vsota prvih n naravnih števil: Razišči vsoto prvih n naravnih števil: 1 + 2 + 3+ 4 + ... + n

1. *Uporaba geometrijskega modela (prirejeno po Malešič, 1974)*

Iz kvadratov s stranico 1 cm sestavimo stopnišče iz *n* stopnic. V prvi stopnici je en kvadrat, v drugi sta dva, v tretji so trije ... v n-ti je *n* kvadratkov s stranico 1 cm. Vsota kvadratov (s stranico 1 cm) 1 + 2 + 3 + ... + *n je enaka* ploščini stopničastega lika (v cm^2).

Osenčeni lik na sliki 3 je polovica kvadrata s stranico *n* cm in iz *n* polovičk kvadratkov.

$pl = ½\, n^2 + n\, (½) = ½\, n\, (n + 1)$
$pl = ½\, n\, (n + 1)\ cm^2$
Torej:
$1 + 2 + 3 + 4 + ...+ n= n^2 + n\, (½)= ½\, n\, (n + 1)$



Slika 3: Stopnice

2. *Algebraična metoda*

a) $n = 2k,\ k \in N$
$1 + 2 + 3 + \dots + ½ n + (½ n + 1) + ...+ n = (l + n) + (2 + n - l) + \dots + (½ n + ½ n + l) =$
$= (n + 1) + (n + 1) + ...(n + 1)= = ½\, n\, (n + 1)$
Torej: $1 + 2 + 3 + ... + ½ n + (½ n + l) + ... + n = ½\, n\, (n + 1)$

b) $n = 2k - 1,\ k \in N$
Seštejemo vsa števila od 1 do $n - 1$, kjer je $n - 1$ sodo število:
$1 + 2 + 3 + ... + ½\, (n - 1) + (½\, (n - 1) + l) + ...+ (n - 1) =$
$= (l + n - 1) + (2 + n - 2) + ... + (½\, (n - 1) + ½\, (n - 1) + 1)=\ (n) + (n) + ... (n) =$
$= ½\, (n - 1)n$

Prištejemo n:

$\frac{1}{2}(n-1)n + n = n(\frac{1}{2}(n-1)+1) = n(\frac{1}{2}n + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}n(n+1)$

Torej: $1 + 2 + 3 + \ldots + \frac{1}{2}(n-1) + (\frac{1}{2}(n-1) + l) + \ldots + (n-1) + n = \frac{1}{2}n(n+1)$

3. Raziskovanje trikotniških števil

Trikotniška števila: 1 + 2 + 3 + ... + n

$t_1 = 1$,

$t_2 = 1 + 2 = 3$, če je $n = 2$,

$t_3 = 1 + 2 + 3 = 6$, če je $n = 3$,

....

$t_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$

1

1 + 2

1 + 2 + 3

1 + 2 + 3 + 4

Slika 4: Trikotniška števila

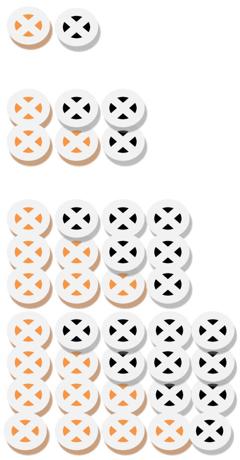
Raziskovanje trikotniških števil ter oblikovanje podvojenih trikotniških števil.

1 x 2

3 x 2

6 x 2

10 x 2



Slika 5: Podvojena trikotniška števila

Podvojena trikotniška števila

$p_1 = 1 \cdot 2$, za $n = 1$

$p_2 = 2 \cdot 3$, za $n = 2$

$p_3 = 3 \cdot 4$, za $n = 3$

$p_4 = 4 \cdot 5$, za $n = 4$

....

$p_n = n \cdot (n + 1)$

Splošno
Podvojeno trikotniško število: $p_n = n \cdot (n + 1)$.
Če je podvojeno n-to trikotniško število $n \cdot (n + 1)$, je n-to trikotniško število $\frac{1}{2} \cdot n \cdot (n + 1)$.

Torej: $1 + 2 + 3 \ldots + n = \frac{1}{2} n (n + 1)$

Analiza reševanja/refleksija

Procesi	Predstavitev problema	Strategija reševanja
- opazovanje, - ugotavljanje povezav, - ugotavljanje zakonitosti, - spretno urejanje algebrskih izrazov, - raziskovanje.	- z geometrijskim modelom (stopnice), - s simbolnim zapisom, - s trikotniškimi števili.	- uporaba geometrijskega modela, - algebraična metoda, - raziskovanje trikotniških števil.

Problem smo rešili z uporabo geometrijskega modela, s spretnim urejanjem algebraičnih izrazov ter z raziskovanjem trikotniških števil ter vzporedno z raziskovanjem reflektirali že znane matematične pojme (npr. ploščina, kvadrat, sodo, liho število, splošni člen zaporedja, algebrski izrazi …), poglabljali njihovo razumevanje ter pridobivali nove pojme in zakonitosti (npr. vsoto prvih n naravnih števil). Tudi učenci, ki še niso usvojili urejanja algebraičnih izrazov, lahko na njim primeren način (npr. z raziskovanjem geometrijskega modela ali pa trikotniških števil) spoznajo vsoto prvih n naravnih števil. Izkušnje, pridobljene z raziskovanjem, bodo dobra podlaga pri razvoju konceptualnega razumevanja.

II. Reševanje problema s pomočjo grafičnih organizatorjev, z algebraično metodo in z empiričnim raziskovanjem

Starostni problem: *Laura je danes stara trikrat toliko, kot je bila Ana, ko je bila Laura stara toliko, kot je Ana danes. Čez dve leti bo Laura stara dvakrat toliko, kot je bila Ana stara pred dvema letoma. Koliko sta stari danes?*

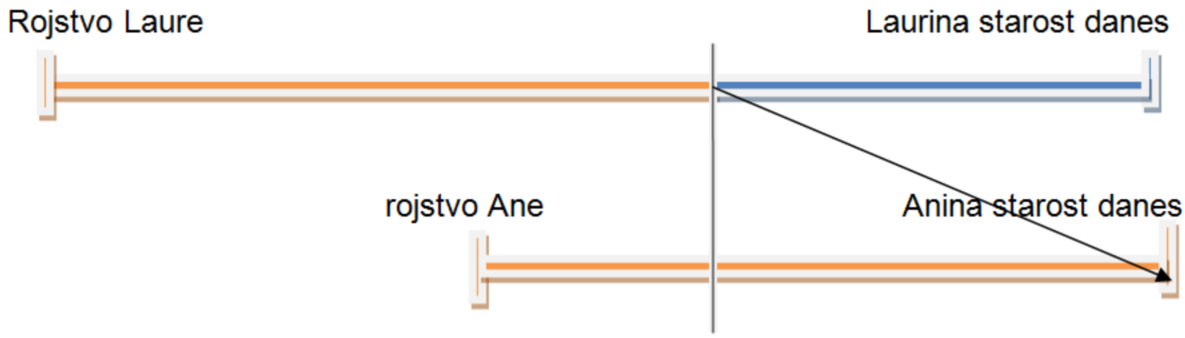
Formulacija problema je za učence v OŠ sorazmerno zahtevna. Predstavitev odnosov med podatki je podana v dveh zankah. V nalogi ni konkretnega podatka. Učencu so lahko v pomoč nazorne predstavitve (tabelarične, grafične ...).
V tabelo/na časovno os za Laurino in Anino starost postavimo podatke: Laura je danes trikrat toliko stara (3x) kot je bila Ana (x), ko je bila Laura stara (y) toliko, kot je Ana danes (y).

a) Predstavitev odnosov med podatki

	rojstvo		starost določenega leta v preteklosti	danes	čez dve leti
Laura	rojstvo Laure		y	3x	3x +2
Ana		rojstvo Ane	x	y	y + 2

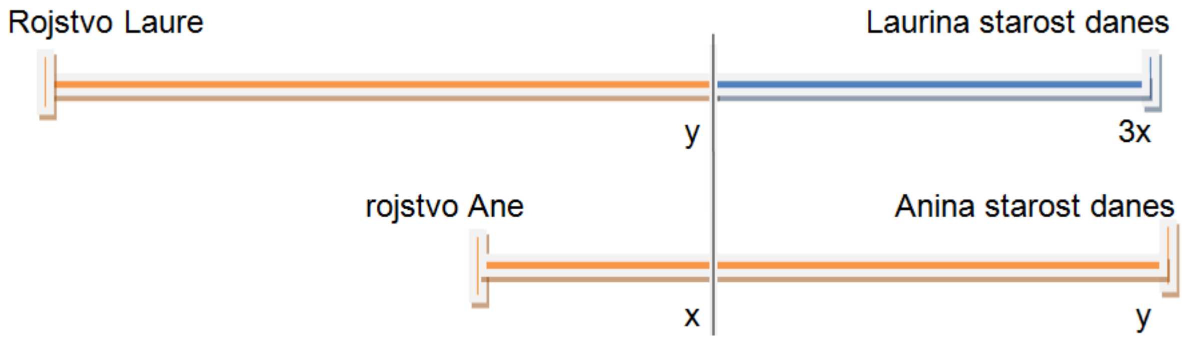
b) Predstavitev problema z grafično podporo

Situacijo postopoma členimo in postopoma dodajamo podatke na skici.



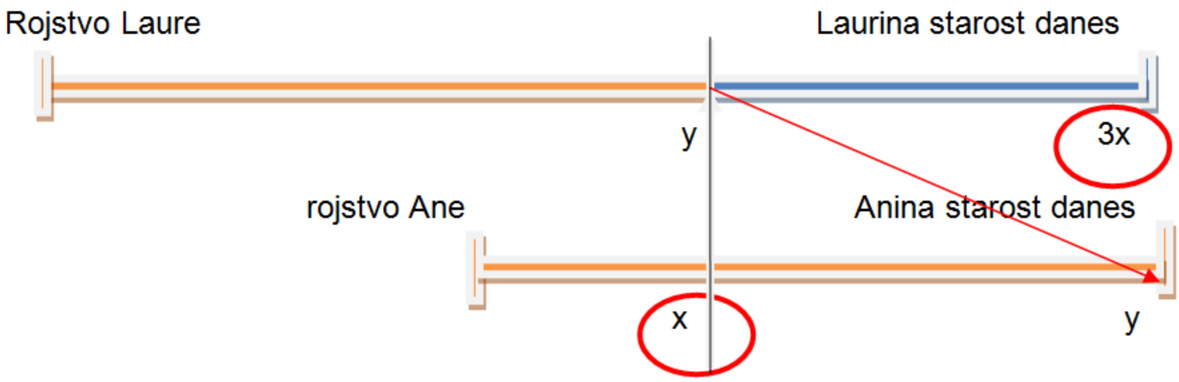
Skica 1: Predstavitev problema (prva faza: glavni oris problema)

S skico 1 predstavimo problemsko situacijo na globalnem nivoju.



Skica 2: Predstavitev problema (druga faza: vključitev podatkov)

S skico 2 predstavimo starost Ane in Laure ob določenem času. Laura je danes trikrat toliko stara (3x) kot je bila Ana (x), *ko je bila Laura stara (y) toliko, kot je Ana danes (y).*



Skica 3: Predstavitev problema (tretja faza: povezave med podatki)

S skico 3 nakažemo odnos med podatki. Laura je danes stara trikrat toliko, kot je bila Ana, ko je bila Laura stara toliko, kot je Ana danes.

S postopnim dopolnjevanjem skice analiziramo podatke v nalogi oz. odnose med podatki.

Ugotovimo, da je obdobje od časa, ko je bila Laura stara y, do danes enako 3x – y in obdobje, ko je bila Ana stara x do danes, enako y – x in da velja:

$$3x - y = y - x$$

Preuredimo, da dobimo odnos med Laurino starostjo danes (3x) in Anino starostjo danes (y).

$$3x = 3y/2$$

Laura je danes stara 3/2-krat toliko, kot je danes stara Ana.

Upoštevajmo še drugi podatek, da bo čez dve leti Laura dvakrat toliko stara, kot je bila Ana pred dvema letoma : $3x + 2 = 2(y - 2)$ in dobimo sistem linearnih enačb

$3x - y = y - x$
$3x + 2 = 2(y - 2)$

V tej točki je nadaljevanje *reševanja oz. izbira strategije reševanja* odvisna od predznanja.

a) Algebraična metoda (sistem linearnih enačb)

$3x - y = y - x$
$3x + 2 = 2(y - 2)$

Rešitev sistema

$x = 6 \quad y = 12$

Ana je danes stara 12 let, Laura je danes stara 18 let.

b) Empirična metoda (analiza podatkov)

Upoštevamo zgornje ugotovitve, računamo in podatke uredimo v tabeli:

- Laurina starost je 3/2 Anine starosti: $3x = 3y/2$ in
- čez dve leti bo Laura dvakrat toliko stara, kot je bila Ana pred dvema letoma: $3x + 2 = 2(y - 2)$.

Anina starost danes	Laurina starost danes (3/2 x Anina starost)	Anina starost pred dvema letoma	Dvakrat Anina starost pred dvema letoma	Laurina starost čez dve leti
1	1 ½	-1	-2	3 ½
2	3	0	0	5
3	4 ½	1	2	6 ½
4	6	2	4	8
5	7 ½	3	6	9 ½
6	9	4	8	11
7	10 ½	5	10	12 ½
8	12	6	12	14
9	13 ½	7	14	15 ½
10	15	8	16	17
11	16 ½	9	18	18 ½
12	**18**	**10**	**20**	**20**
13	19 ½	1	22	21 ½
14	21	12	24	23
15	22 ½	13	26	24 ½

Tabela 1: Analiza Anine in Laurine starosti

Ugotovitev: rešitev naloge je v tisti vrstici, ki izpolnjuje oba pogoja:
- Laurina starost je 3/2 Anine starosti ter
- čez dve leti bo Laura dvakrat toliko stara, kot je bila Ana pred dvema letoma.

Ana je danes stara 12 let, Laura je danes stara 18 let.

Analiza reševanja/refleksija

Procesi	Predstavitev problema	Strategija reševanja
- branje z razumevanjem, - razčlenjevanje besedila, - sprejemanje odločitev, - iskanje povezav med podatki.	- z grafično podporo organizatorjev, - s simbolnim zapisom, - s podatki.	- z uporabo grafičnih organizatorjev, - algebraična metoda - reševanje sistema dveh linearnih enačb, - empirična metoda.

Odločitev za predstavitev problema in izbiro strategije reševanja je odvisna od predznanja, od obvladovanja in poznavanja različnih strategij, od sposobnosti idr. Učenci 7. ali 8. razreda npr. še ne znajo rešiti problema s sistemom enačb, lahko pa analizirajo empirične podatke.

III. Reševanje problema z logičnim razčlenjevanjem in sklepanjem

Domine: na sliki so domine iz kompleta, v katerem je največje število pik na eni domini 18 (9 + 9). Velikost ene domine je 0,8 cm × 1,7 cm. Velikost plošče z dominami na sliki je 6,4 cm × 8,5 cm. Brez štetja ocenite skupno število pik na dominah na sliki.

Slika 6: Plošča z dominami (Vir: Patrick Barmby, Lynn Bilsborough,Tony Harries in Steve Higgins, 2009).

Raziskovalna (pod)vprašanja:

1. *Koliko je domin na sliki?*
   - Ploščina ene domine: 0,8 cm × 1,7 cm = 1,36 cm^2.
   - Ploščina plošče z dominami 6,4 cm × 8,5 cm = 54,4 cm^2.
   - Ocena števila domin na plošči: 54,4 ÷ 1,36 = 40 (gre za oceno, saj so domine naključno razporejene po plošči)

Ugotovitev: na plošči je približno 40 domin.

2. *Koliko pik je na 40 dominah (ocena števila pik)? Koliko je povprečno število pik na eni domini?*

Vse možnosti glede števila pik na dominah nazorno pokažemo s številskim kvadratom.

n	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0	**00**	01	02	03	04	05	06	07	08	09
1	10	**11**	12	13	14	15	16	17	18	19
2	20	21	**22**	23	24	25	26	27	28	29
3	30	31	32	**33**	34	35	36	37	38	39
4	40	41	42	43	**44**	45	46	47	48	49
5	50	51	52	53	54	**55**	56	57	58	59
6	60	61	62	63	64	65	**66**	67	68	69
7	70	71	72	73	74	75	76	**77**	78	79
8	80	81	82	83	84	85	86	87	**88**	89
9	90	91	92	93	94	95	96	97	98	**99**

Preglednica 1: Število pik na dominah

Ugotovitev:
- vseh domin je 100 (10 x 10),
- 45 domin se podvoji, 10 domin ima na obeh polovicah enako število pik,
- 55 različnih domin.

n	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**vsota**
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	45
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	65
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	75
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	85
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	95
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	105
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	115
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	125
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	135
											900

Preglednica 2: Vsota pik na dominah

Ugotovitev: skupno število pik je 900, in sicer 405 na zgornji polovici, 90 na diagonali in 405 na spodnji polovici. Povprečno število pik na eni domini: 900 pik ÷ 100 dominami = 9 pik/domino

Ugotovitev: na 40 dominah je približno 360 pik.

Razmislek o rešitvi

1. Nismo upoštevali praznega prostora med dominami. Torej smo precenili število pik.

2. Domine smo šteli dvojno. V primeru, da domine niso dvojne, ali bi dobili enak rezultat?

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	vsota
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	45
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10	54
2			4	5	6	7	8	9	10	11	60
3				6	7	8	9	10	11	12	63
4					8	9	10	11	12	13	63
5						10	11	12	13	14	60
6							12	13	14	15	54
7								14	15	16	45
8									16	17	33
9										18	18
											495

Preglednica 3: Vsota pik na dominah v kompletu »enojnih« domin

Skupno število pik v kompletu enojnih domin je: 495, na zgornji polovici 405, 90 na diagonali. Povprečno število pik na eni domini v primeru kompleta enojnih domin: 495 pik ÷ 55 dominami = 9 pik/domino

Ugotovitev: tudi v primeru kompleta enojnih domin je na 40 dominah 360 pik, kar pomeni, da število pik ni odvisno od vrste kompleta (»enojni« ali »dvojni«).

Utemeljitev

Če sta povprečni vrednosti n podatkov, katerih vsota je s, in m podatkov, katerih vsota je k, enaki (označimo jo z x): $s/n = k/m = \mathbf{x}$, potem je tudi povprečna vrednost $n + m$ podatkov, katerih vsota je $s + k$, enaka x.

Velja namreč: $(s + k) / (n + m) = (xn + xm) / (n + m)= x(n + m) / (n + m) = \mathbf{x}$

Reševanje problema in utemeljevanje rešitev poglablja tudi razumevanje matematičnih pojmov (v danem primeru aritmetične sredine). Pokazati razumevanje aritmetične sredine v povsem novi, nepričakovani situaciji, zahteva temeljitejši premislek, kot le povedati definicijo aritmetične sredine ali izračunati aritmetično sredino danih podatkov po znani formuli.

Analiza reševanja/refleksija

Procesi	Predstavitev problema	Strategija reševanja
- ocenjevanje, - sklepanje, - sprejemanje odločitev, - postavljanje vprašanj, - posploševanje, - utemeljevanje, - poglabljane razumevanja aritmetične sredine.	- slikovna, - s podatki.	- logično razčlenjevanje, - analiza podatkov.

Stopnjevanje problema

- Problem lahko nadgradimo v smeri raziskovanja praznega prostora med dominami.
- Za razvijanje algebrskega razmišljanja lahko problem posplošimo na komplet domin dimenzije s x s.

Pomen didaktičnega učnega okolja za reševanje problemov

Za uresničevanje predstavljenih idej in pristopov reševanja in raziskovanja problemov je potrebno ustvariti didaktično učno okolje, ki spodbuja ustvarjalnost, raziskovanje, vedoželjnost idr. Učitelj, ki ustvarja spodbudno učno okolje za reševanje problemov, je pri načrtovanju zastavljenih učnih ciljev in izvajanju dejavnosti ustvarjalen in kreativen. Na primer, če je cilj učne ure "*opredeliti in uporabiti ustrezno operacijo za reševanje besedilnih problemov, ki vključujejo števila in količine*«, je za učenca lahko zelo stimulativen izziv, ki izhaja iz njegovega okolja (npr. *izdelati načrt za novo šolsko igrišče, pri katerem prav tako računajo s količinami*), veliko bolj kot le reševanje besedilnih nalog iz učbenika.

Poleg spodbudnega didaktičnega okolja, ki vključuje organizacijo in izvedbo učnega procesa, sodelovanje med učitelji in učenci, učne pripomočke (Jereb, 2011), na motivacijo za učenje ter odnos (do matematike) vplivajo še drugi dejavniki. Marentič Požarnikova izpostavlja (2000), da niso pomembni samo dejavniki učne uspešnosti kot taki, tisti v učnem okolju, ampak tudi to, kako jih učenec dojema in v skladu s tem zgradi svoj odziv nanje. Podobno tudi Cai in Lester (2010), ki poudarjata, da usmeritev na reševanje problemov ne vpliva le na višje ravni mišljenja, temveč tudi na razvoj pozitivnega odnosa do matematike. Pozitvne izkušnje z raziskovanjem krepijo tudi pozitiven odnos do matematike.

Brown et al. (1988), ki so raziskovali odnos učencev do matematike, so ugotovili, da se starejši učenci nagibajo k razmišljanju, da je matematika praktična, vsakodnevno uporabna veda, vendar menijo, da je bolj pomembna za družbo kot za njih osebno.

Schoenfeld (1985, 1989a, 1989b, 1992) je raziskoval prepričanja učencev o matematiki. Študije kažejo, da učenci vidijo matematiko urejeno s pravili in redko kot priložnost za raziskovanje. Nadalje Schoenfeld v ugotovitvah svojih raziskav navaja, da učenci menijo, da je matematika disciplina, ki ni povezana z izkustvenim reševanjem problemov in da je poznavanje pravil in postopkov bolj pomembno kot razumevanje matematike. Tudi Kmetičeva (2012) opozarja, da kljub vključevanju učencev v mnogo dejavnosti z matematičnim pogledom učenci pogosto dojemajo matematiko kot izoliran učni predmet, ki v resnici nima pomena za njihovo življenje.

Tipična prepričanja učencev o matematiki, ki jih navaja Schoenfeld (1985, 1989a, 1989b), so:

- obstaja samo ena prava pot za reševanje problema;
- matematični problemi imajo samo en pravilen odgovor;
- matematika je veda, ki se je učimo individualno;
- matematične probleme rešimo hitro ali pa se jih sploh ne da rešiti;

- matematični problemi in njihove rešitve nimajo velikega pomena v življenju;
- izkustveno učenje, eksperimentiranje je nepomembno za procese odkrivanja in učenje matematike.

Zato je pomembno, da se te globlje nesporazume o naravi matematike lotimo sistematično in dovolj zgodaj, ko učenec še razvija odnos do matematike, gradi znanje matematike in njeno razumevanje. Vloga učitelja je, da s primerno izbranimi dejavnostmi usmerja in pripravi take učne situacije, ki omogočajo poglabljanje razumevanja matematike in učenje veščin ter strategij reševanja problemov kot tudi situacije, ki učencu pokažejo matematiko kot disciplino, ki omogoča raziskovanje. Z izkustvenim učenjem učenec postopoma spoznava pomen in vlogo matematike v družbi in za njega osebno.

Zaključek

Lahko sklenemo, da skozi različne procese reševanja problemov (skozi različne predstavitve in strategije reševanja) ustvarjamo priložnosti za poglabljanje razumevanja matematike, prav tako pa ob refleksiji matematičnega znanja, ki se zgodi vzporedno z reševanjem problemov, usvajamo in se učimo novih strategij reševanja problema. Učenje in poučevanje skozi reševanje problemov pa je učinkovito, če poteka kontinuirano skozi učenje vseh matematičnih vsebin po celotni vertikali in ni ločeno od drugih vsebin. Temu spoznanju sledi tudi posodobljen učni načrt za matematiko iz leta 2011 (Žakelj idr. 2011).

Viri

1. Barmby, P., Bilsborough, L., Harries, T. and Higgins, S. (2009). Primary Mathematics Teaching for Understanding, world wide web: www.openup.co.uk and Two Penn Plaza, New York, NY 10121–2289, USA
2. Brown, C., Carpenter, T., Kouba, V. et al. (1988) Secondary school results from the fourth NAEP mathematics assessment: algebra, geometry, mathematical methods, and attitudes, *Mathematics Teacher*, 81(5): 337–47.
3. Cencič M. in Cenčič M. (2002). *Priročnik za spoznavno usmerjen pouk*. Ljubljana: Mladinska knjiga.
4. *Cai, J. and Lester, F. (2010). Why is teaching with problem solving important to student learning? National council of teachers of mathematics. NCTM.*
5. Goldin, G. A. (1998) Representational systems, learning and problem solving in mathematics,*Journal of Mathematical Behaviour*, 17(2): 137–65.
6. Goldin, G. A. and Shteingold, N. (2001) Systems of representation and the development of mathematical concepts, in A. A. Cuoco and F. R. Curcio (eds), *The Roles of Representation in School Mathematics [2001 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics]*. Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 1–23.
7. Heller, J. I. and Hungate, H. N. (1985) Implications for mathematics instruction of research on scientific problem solving, in E. A. Silver (ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates,pp. 83–112.
8. Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E. et al. (1996) Problem solving as a basis for reformin curriculum and instruction: the case of mathematics, *Educational Researcher*, 25(4):12–21.

9. Jereb, A. (2011). Učno okolje kot dejavnik pomoči učencem z učnimi težavami. V: Pulec Lah, Suzana (ur.), Velikonja, Marija (ur.). *Učenci z učnimi težavami, Izbrane teme*. 1. natis. Ljubljana: Pedagoška fakulteta, 2011, str. 68-79.
10. Kmetič, S.(2012). Procesi razmišljanja pri pouku matematike = Thinking processes in teaching mathematics. V: 1. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike, Maribor, 23. in 24. avgust 2012 Kmetič, Silva, Sambolić Beganović, Amela. *KUPM 2012 : zbornik prispevkov = conference proceedings*. 1. izd. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, 2012, str. 356-365. http://www.zrss.si/pdf/zbornikprispevkovkupm2012.pdf
11. Lambdin, D. V. (2003). Benefits of teaching through problem solving. In Frank K. Lester, Jr., & R. I. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving: Prekindergarten-grade 6* (pp. 3-13). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
12. Lesh, R., Landau, M. and Hamilton, E. (1983) Conceptual models and applied mathematical problem-solving research, in R. Lesh and M. Landau (eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Orlando, FL: Academic Press, pp. 263–343.
13. Lipovec, A. (2012). Je kvadrat ali okvir? = Is square a figure or a frame?. V: 1. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike, Maribor, 23. in 24. avgust 2012 Kmetič, Silva, Sambolić Beganović, Amela. *KUPM 2012 : zbornik prispevkov = conference proceedings*. 1. izd. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, 2012, str. 35-42, ilustr. http://www.zrss.si/pdf/zbornikprispevkovkupm2012.pdf.
14. Malešič J. (1974). O formuli za vsoto prvih n naravnih števil. Presek. List za mlade matematike, fizike, astronome in računalničarje. Letnik 2 (1974/1975), št. 1, str. 24-25.
15. Marentič Požarnik, B. (2000). *Psihologija učenja in pouka*. Ljubljana: DZS.
16. Schoenfeld, A. H. (1979). Explicit heuristic training as a variable in problem-solving performance*. Journal for Research in Mathematics Education, 10,* 173-187.
17. Schoenfeld, A. (1985) *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.
18. Schoenfeld, A. (1989a) Explorations of students’ mathematical beliefs and behavior, *Journal for Research in Mathematics Education*, 20: 338–55.
19. Schoenfeld, A. (1989b) Problem solving in context(s), in R. Charles and E. Silver (eds), *TheTeaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston, VA: National Council ofTeachers of Mathematics, pp. 82–92.
20. Schoenfeld, A. H. (1992) Learning to think mathematically: problem solving, metacognition,and sense making in mathematics, in D. A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, pp. 334–70.
21. Schroeder, T. L., & Lester, F. K., Jr. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton (Ed.), *New directions for elementary school mathematics*, 1989 yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (pp. 31–42). Reston, VA: NCTM.
22. Žakelj, A., Prinčič Röhler, A., Perat, Z., Lipovec, A., Vršič, V., Repovž, B., Senekovič, J., Bregar Umek, Z. *Učni načrt, Program osnovna šola, Matematika*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo, 2011.

VZORCI V SEDMEM RAZREDU OSNOVNE ŠOLE

Patterns in 7th grade

Jožef Senekovič

jozef.senekovic@guest.arnes.si

OŠ Bojana Ilicha, Maribor

Povzetek

V prispevku je predstavljen celovit pristop pri vpeljavi in uporabi vzorcev v sedmem razredu osnovne šole. V uvodnem delu je zapisanih nekaj teoretičnih in praktičnih izhodišč, ki učitelju lahko pomagajo pri delu z vzorci v razredu. V nadaljevanju je prikazan primer obravnave vzorcev - vsebine, s katero nadgradimo razumevanje spremenljivk. V dveh šolskih urah učenci tako sistematično opazujejo vzorce, ugotavljajo pravilnosti, načrtujejo zahtevane slike v vzorcu in pravilo vzorca zapišejo s simbolnim (algebrskim) zapisom. Uporabimo geometrijske vzorce, ki jih prevedemo v številske vzorce (zaporedja števil) in zapišemo splošni člen zaporedja. V drugem delu obravnavo vzorcev nadgradimo s poskusom ocenjevanja. Za ocenjevanje uporabimo nekoliko spremenjeno nalogo iz mednarodne raziskave znanja PISA (Pisa, 2003). Predstavimo zahteve naloge in opišemo dosežke učencev. Ugotavljam, da so vzorci dejansko lahko uspešen didaktični pristop k obravnavi izrazov s spremenljivko, predvsem, če je uporaba vzorcev sistematično načrtovana in izvedena. Hkrati je prikazana tudi dodatna možnost ocenjevanja učenčevega samostojnega izdelka.

Ključne besede: vzorci, poučevanje, izraz s spremenljivko, ocenjevanje

Abstract

The paper presents a comprehensive approach to the deployment and use of patterns in the seventh grade of elementary school. In the introductory part several theoretical and practical standpoints are written that could help the teacher in constituting a patterns learning environment in the classroom settings. An example of instructional path for teaching patterns as a learning content is presented. Patterns are used as gateway to understanding of the variables. Within described two lectures students systematically observe patterns, identify rules, draw images of patterns and set the pattern rule with the symbolic (algebraic) records. Geometric patterns are used at the initial state. These patterns are then translated into numerical patterns (number sequences) and a formula for arbitrary element in a number sequence is written. In the second part of the teaching sequence pattern content is the basis for evaluating students' knowledge. Slightly modified problem from the international study PISA (Pisa, 2003) is used for evaluation. The problem is described and achievements of students are presented. We argue that patterns can actually be successful didactic approach to expressions with variables, especially if the pattern as a content are systematically planned and implemented. Additionally the optional assessment of students' independent product is presented.

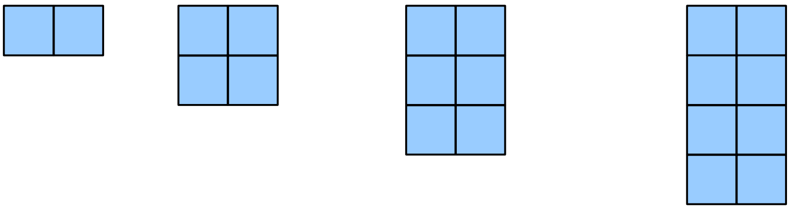
Key words: patterns, teaching, term variable, evaluation

Uvod

Učiteljeva naloga v učnem procesu je, med drugimi nalogami, da učencu omogoči razvoj različnih znanj. Znanje lahko razdelimo na deklarativno, proceduralno in kondicionalno ali strateško znanje (Rutar Ilc, 2003). Strateško znanje omogoča vključevanje različnih strategij, razvoj idej in odločitev, v katerih primerih in kako uporabiti deklarativno in proceduralno znanje. Različni avtorji znanje različno opredelijo. Do vsebin naj bi učenci prihajali predvsem s pomočjo procesov (Marzano v Rutar Ilc, 2003). Eno izmed precej zahtevnih matematičnih vsebin je področje algebre. Učenci na primerni razvojni stopnji s konkretnega prehajajo na področje posplošenega, simbolnega. Prehajanje s konkretnega na splošen nivo spoznavnega procesa poteka v celotnem obdobju osnovnošolskega izobraževanja (UN, 2011). Zaradi razlik med učenci pri dojemanju posplošenega in simbolnega zapisa v praksi opažamo, da nekateri učenci bistveno lažje preskočijo iz konkretnega v simbolno razmišljanje, drugi imajo pri tem prehodu velike težave. Učni načrt predvideva spiralno obravnavo vsebin, kar daje splošne okvire, ki omogočajo postopno, sistematično obravnavo in s tem pomoč tudi učencem, ki neposredno ne vidijo posplošitev in simbolnega jezika. V osmem razredu je poudarjena manipulaciji z algebrskimi izrazi izredno velika. Če do obravnave algebrskih izrazov sistematično nismo ničesar postorili, kar bi lahko učencem olajšalo dojemanje vsebin, bodo imeli pri razumevanju te vsebine precej težav. Predvsem se bodo učili na pamet postopke, ki jih pokaže učitelj. Zato je pri poučevanju pomemben procesni pristop, kjer učenci postopno pridobivajo znanje (znanje je v izgradnji), vsebinsko znanje pokažejo kot procesno znanje (npr. razumevanje koncepta) in pri tem izkažejo posamezna procesna znanja (spretnosti, veščine ...) (Rutar Ilc, 2003). Začeti ta proces, namenjen razvoju razumevanja algebre, šele v osmem razredu, je veliko prepozno.
Eden izmed možnih pristopov k algebri je prepoznavanje in nadaljevanja vzorca (Orton A., 1999, : 104–120). Ker učni načrt uporabo vzorcev sistematično vpeljuje (Žakelj, 2013, : 21), je učencem omogočeno razvijanje ustvarjalnosti, opazovanje in ugotavljanje pravilnosti in zakonitosti ter s tem pridobivanje izkušenj za posploševanje in zapis algebrskih izrazov (prav tam). V nadaljevanju predstavimo konkretne dejavnosti v sedmem razredu, ki prispevajo k učenčevim izkušnjam z vzorci, kjer učenci ugotavljajo pravilo vzorca in napovedujejo naslednje člene (slike) ter zapišejo pravilo s simbolnim (algebrskim) zapisom. Učenci iz zaporedja slik ugotovijo pravilo, po katerem je narisana vsaka naslednja slika. Z ugotovljenim pravilom lahko narišejo naslednjo sliko in spet naslednjo in tako dalje. Z opazovanjem lastnosti posameznih slik učence usmerim v povezavo slikovnega prikaza s številskim (aritmetičnim) opisom posameznega člena (slike). Pri sposobnejših učencih se transformacija znanja iz aritmetičnih zapisov (zaporedje števil) nadaljuje v simbolni zapis poljubnega člena.

Kako v razredu?

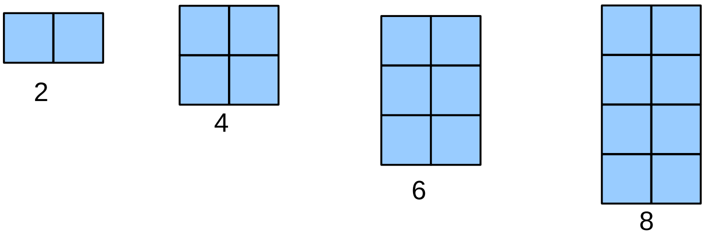
Učenci so do sedmega razreda že pridobili izkušnje z vzorci. Seveda le, če učitelj dosledno upošteva učni načrt (UN, 2011). Že v prvem triletju se učenci srečajo s ponavljajočimi vzorci, v drugem triletju pa z drugimi vzorci (Lipovec, 2013, : 187–193). V šestem razredu učenci rešujejo naloge z vzorci v sklopu naravnih števil, prav tako v sedmem razredu, kjer del sklopa z računskimi operacijami z ulomki obsega tudi računanje s spremenljivkami in delo z vzorci. Pristop k uvodni obravnavi spremenljivk presega okvir tega prispevka, zato predstavim samo delo z vzorci. Delo z vzorci v tem sklopu načrtujem za dve do tri šolske ure, kar seveda pomeni, da vzorce uporabim tudi ob drugih primernih vsebinah. Po obravnavi računanja s spremenljivkami učencem predstavim zaporedje naslednjih slik (slika 1).



1. slika **2. slika** **3. slika** **4. slika**

Slika 1: Zaporedje slik za soda naravna števila

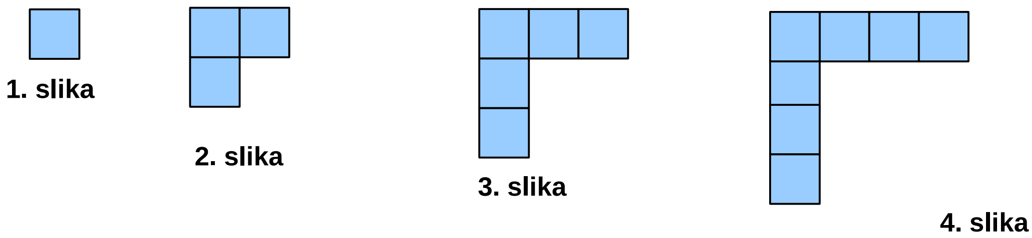
Zaporedje slik prerišejo v zvezek in razmišljajo, kaj lahko o tem zaporedju slik povedo. Pozorni so na spremembe posamezne slike, ki nastanejo v vsakem naslednjem koraku (na vsaki naslednji sliki). Učenci npr. ugotovijo, da je vsaka posamezna slika iz enakih (enotskih) kvadratkov. Število kvadratkov na vsaki sliki se spreminja. Na vsaki sliki so pravokotniki. Na vsaki naslednji sliki sta dva enotska kvadratka več kot na predhodni sliki. Slike so urejene po nekem pravilu. Spreminjata se ploščina in obseg vsakega naslednjega lika.
V naslednjem koraku izkoristim ideje učencev ali pa učencem dam nalogo, da vsaki sliki pripišejo neko število (zaporedno število slike je že pripisano). Brez težav ugotovijo, da lahko vsaki sliki pripišejo število, s katerim zapišemo število enotskih kvadratkov, iz katerih je slika oblikovana. Števila zapišejo pod slike (slika 2).



Slika 2: Vzorcu slik so pripisana števila

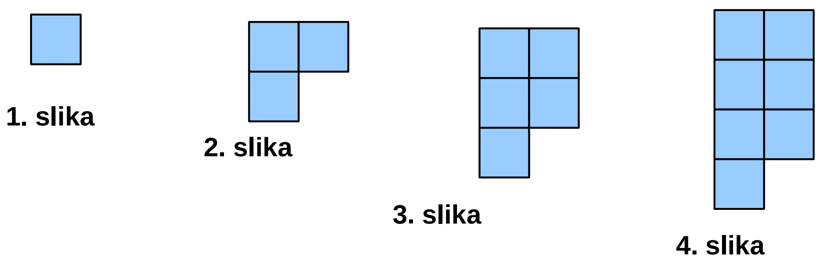
Učence spodbudim, da v zvezek narišejo naslednje tri slike v zaporedju slik in jim pripišejo števila. Samostojno narišejo slike in zapišejo števila 10, 12 in 14. V pogovoru učence izzovem, naj ugotovijo, katero število bi pripisali dvajseti sliki v tem zaporedju slik. Ker so učenci rekurzivni odnos (Van de Walle J., 2004) raziskovali že v prejšnjih razredih, lahko preidemo na funkcijski odnos (Lipovec in drugi, 2013). Tukaj pravilni odgovor učencev ni več takoj prišel od večine učencev, temveč od tistih, ki imajo boljši uvid v povezavo med geometrijsko sliko in števili. Seveda je na dvajseti sliki 40 enotskih kvadratkov. Ker ne spodbujam takojšnje povezave med zaporedno številko slike in številom kvadratkov na sliki, želim slišati utemeljitev. Najobičajnejša utemeljitev učencev je, da gre za zaporedje sodih števil, saj se to „tako vidi“. In dvajseto sodo število je 40. Ti učenci pravzaprav geometrijske ponazoritve zaporedja niti ne potrebujejo. Do pravilne ugotovitve pridejo tudi samo v primeru zapisanega zaporedja sodih števil 2, 4, 6, 8 … Učenci, ki jim geometrijska ponazorila pomagajo pri premislekih, pa utemeljijo tudi tako, da preštejejo število vrstic na vsaki sliki, v vsaki vrstici pa sta dva kvadratka. Tako so npr. na četrti sliki štiri vrstice, torej $4 \cdot 2 = 8$ kvadratkov. Zato je na dvajseti sliki $20 \cdot 2 = 40$ kvadratkov. Če učenci ne uvidijo povezave z vrstno številko slike, jim to nakažem: „Kaj bi

pomenila številka slike v zaporedju slik?“ Brez težav pojme povežejo in odgovorijo, da gre za število vrstic na posamezni sliki.
Na tak način so učenci pripravljeni na vprašanje, koliko enotskih kvadratkov je na poljubni sliki v zaporedju (v oddelkih z več težavami opravim še več konkretnih – številskih primerov, npr. na 15. sliki, 21. sliki …). Najprej želim od učencev slišati utemeljitev, kako izračunajo število kvadratkov. Odgovor je nekako tak: Število vrstic kvadratkov na sliki množimo s številom 2. Ker smo spremenljivke obravnavali, naj bo izbrana slika n-ta slika zaporedja. Zmožnejši učenci hitro povedo, da je število enotskih kvadratkov na tej sliki $2 \cdot n$. Sledi zaključek, da z izrazom s spremenljivko $2 \cdot n$ zapišemo poljubno sodo naravno število v zaporedju sodih števil. Razumevanje preverim tako, da učenci navajajo npr. prvo sodo število, pa deveto sodo število, enaintrideseto sodo število ...
V nadaljevanju ure prikažem naslednji vzorec slik (slika 3).



Slika 3: Zaporedje slik za liha naravna števila

Učenci že imajo izkušnjo z opisom zaporedja slik v vzorcu. Zato samoiniciativno opišejo, kaj opazijo na slikah. Tako npr. povedo, da so enotski kvadrati oblikovani v „vogal“. Da sta na vsaki naslednji sliki dva enotska kvadratka več, kot na predhodni (enako pravilo, kot je bilo pri zaporedju sodih naravnih števil). Nekateri vidijo, da je v vrstici toliko kvadratkov, kot je zaporedna številka slike v zaporedju slik in da je v stolpcu en kvadratek manj kot v vrstici. Brez posebne spodbude vsaki sliki pripišejo števila 1, 3, 5, 7. Ugotovijo, da gre za zaporedje lihih naravnih števil. V nadaljevanju jih spodbudim, da narišejo še naslednji dve sliki in jima pripišejo števili. To sta sliki za števili 9 in 11. Več časa za premislek je za učence potrebnega pri vprašanju, koliko enotskih kvadratkov je na dvajseti zaporedni sliki tega vzorca slik. Ugotovil sem, da največ učencev razmišlja v smeri vsote kvadratkov v vrstici in v stolpcu (brez kvadratka v vrstici), torej 20 + 19 = 39. Kar je najverjetneje posledica razporeditve kvadratkov na slikah. V drugi skupini učencev sem prikazal naslednji vzorec slik (slika 4).



Slika 4: Drugačno zaporedje slik za liha naravna števila

Na tej sliki je nekaj učencev opazilo povezavo z vzorcem, s katerim smo prikazali zaporedje sodih naravnih števil. Na prvi sliki je en kvadratek manj kot na prvi za soda števila (2 – 1). Na drugi sliki je en kvadratek manj kot na drugi sliki za soda števila (4 – 1). In tako dalje.

Razporeditev enotskih kvadratkov v vzorcu slik tako pomembno vpliva na dojemanje vzorca (ugotavljanje pravilnosti, predvsem pa posploševanje). Z vprašanji, ki sledijo, na konkretni ravni preverjam razumevanje, ko učenci sporočajo število kvadratkov na neki poljubno izbrani sliki zaporedja. Poudarim naj, da učencev ne usmerjam v neposredno povezavo z zaporedno številko slike v vzorcu, ampak na utemeljevanje z ugotovljenim pravilom. Seveda se pogovor konča z vprašanjem o številu enotskih kvadratkov na poljubni sliki. Pri prvi razporeditvi (slika 3) učenci največkrat število kvadratkov utemeljijo z vsoto števila kvadratkov v vrstici (toliko jih je, kot je zahtevana številka poljubne slike) in številom kvadratkov v stolpcu (en kvadratek manj kot je število kvadratkov v vrstici). Matematično najdrznejši nimajo težav, ko povprašam za zapis števila kvadratkov, če naj zapišejo število kvadratkov za n-to sliko. Zapišejo $n + n – 1$. Seveda v sedmem razredu učenci nimajo velikih izkušenj z računanjem s spremenljivkami, kar pa učni načrt iz l. 2011 omogoča. Z dejavnostmi pred to vsebino učenci že spoznajo, da je $n + n = 2 \cdot n$. Tako zapišejo algebrski izraz $2 \cdot n – 1$. Učenci pri drugi razporeditvi kvadratkov (slika 4) so imeli nekoliko manj težav, saj so pravilo o številu kvadratkov opisali z razliko med številom kvadratkov pri sodem številu v zaporedju in številom 1. Torej: $2 \cdot n – 1$.

Ta druga razporeditev, ki sem jo lahko naredil v drugem oddelku, se je porodila intuitivno, po razmisleku, kako uporabiti znan vzorec slik in iz njega pridobiti nov vzorec slik.

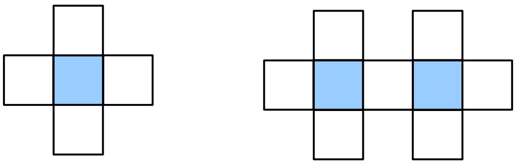
V obeh primerih izhajamo iz geometrijske predstave sodih in lihih števil ter izhodišča, da učenci te razvojne stopnje nekoliko bolje razumejo slikovni prikaz, ki ga nato prevedejo v aritmetični zapis, matematično najuspešnejši učenci v algebrski zapis. Simbolni zapis poljubnega sodega oz. lihega naravnega števila v zaporedju lahko učenci pridobijo tudi samo s pomočjo številskega vzorca. Tako jim npr. za liha števila pripravimo zaporedje razlik, ki ga naj nadaljujejo (operacijski vzorec), saj opazujejo pravilnosti pri izvajanju računske operacije (Orton in ostali, 1999):

Člen 1: 2 – 1 =
Člen 2: 4 – 1 =
Člen 3: 6 – 1 =
Člen 4: 8 – 1 =
…

Tudi tak zapis vsebuje vzorec, po katerem nadaljujejo z zapisi posameznih členov. Potreben pa je nekoliko drugačen premislek, saj učenci opazujejo spreminjanje zmanjševanca (zaporedje sodih števil) in s tem izračunane razlike števil (zaporedje lihih števil). Katero pot ubere učitelj, je predvsem odvisno od razvojne stopnje učencev, torej dojemanja pravil v zapisanih vzorcih.

Naj se vrnem na opravljeno delo v učilnici. Učenci so opazovali geometrijsko predstavljeni vzorec. Slikam v vzorcu so pripisali števila. Iskali so pravilnost vzorca in nadaljevali z risanjem slik vzorca, hkrati so zapisovali naslednja števila v številskem zaporedju. Ubesedili so pravilo in najzmožnejši pravilo zapisali z algebrskim zapisom. Opisane korake so učenci sami navajali v zaključnem delu ure. Dobili so domačo nalogo (Matematika za radovedneže 7, Delovni zvezek, str. 161).

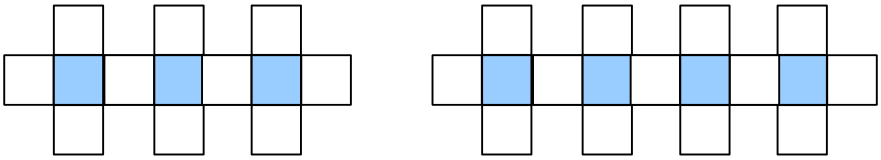
V naslednji uri najprej poročajo o reševanju domače naloge. Izpostavim naslednjo nalogo: *Zapiši pravilo vzorca. Iz koliko pobarvanih in koliko nepobarvanih kvadratkov je 3., 4. in 10. slika?*



1. slika **2. slika**

Slika 5: Matematika za radovedneže 7, DZV, naloga 12

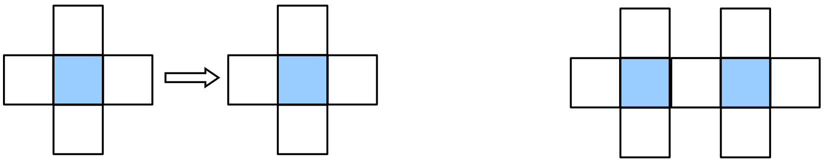
Učenci so večinoma ugotovili, da je na vsaki naslednji sliki en obarvan kvadratek več in trije neobarvani kvadratki več. Tako so narisali naslednji dve sliki v zaporedju (slika 6):



3. slika **4. slika**

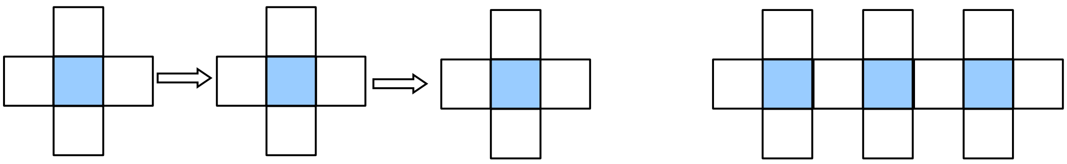
Slika 6: Rešitev domače naloge

Tudi deseto sliko so uspešno narisali, saj vsebuje deset pobarvanih kvadratkov in trideset nepobarvanih kvadratkov. V pogovoru sem učence povprašal, kako bi zapisali število pobarvanih oziroma nepobarvanih kvadratkov na poljubni *n*-ti sliki. Brez težav povedo, da je na *n*-ti sliki *n* pobarvanih kvadratkov. Samostojno pa niso znali odgovoriti, koliko je nepobarvanih kvadratkov. Zato sem jim poskušal slike nekoliko drugače prikazati. Prva slika seveda ostane enaka, na njej so štirje nepobarvani kvadratki. Nato opišejo drugo sliko, kjer pravzaprav združimo dve prvi tako, da se prekrijeta dva kvadratka (slika 7).



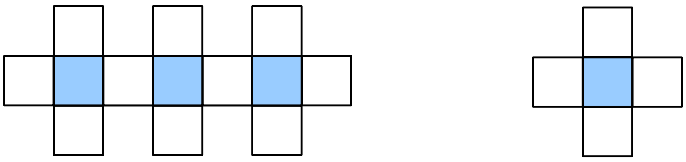
Slika 7: Iz dveh v eno sliko

Učenci z več matematičnega uvida hitro povedo, da bi v primeru dveh ločenih slik imeli 8 nepobarvanih kvadratkov (2 · 4), po združitvi slik pa imamo 7 nepobarvanih kvadratkov (2 · 4 – 1), saj se dva prekrijeta v enega. S skico na tabli jih spodbudim k nadaljevanju razmisleka za tretjo sliko v zaporedju (slika 8).



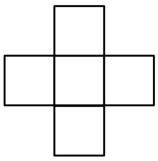
Slika 8: Iz treh v eno sliko

Učenci ugotovijo, da imamo v primeru treh ločenih enakih začetnih slik 3 · 4 = 12 nepobarvanih kvadratkov. Po združitvi na tretji sliki se prekrijeta dva para kvadratkov, tako je skupaj $3 \cdot 4 - 2 = 10$ nepobarvanih kvadratkov. Posamezni učenci nestrpno želijo povedati pravilo, da število nepobarvanih kvadratkov izračunamo tako, da množimo število pobarvanih (zaporedna številka slike v vzorcu) s številom 4; od produkta pa odštejemo število, ki je za ena manjše od števila pobarvanih kvadratkov. Učence povabim, da izračunajo število belih kvadratkov za deseto sliko. To število je $10 \cdot 4 - 9 = 31$. Seveda me je zanimalo, ali bi kdo znal zapisati tudi algebrski izraz za število nepobarvanih kvadratkov na poljubni, tj. n-ti sliki. Pomagam jim tako, da po nekaj narisanih korakih načrtam pikice in zaključim z zadnjo sliko (slika 9).

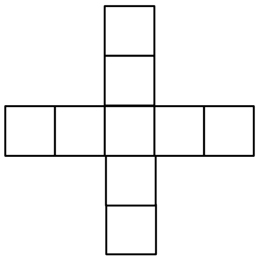


Slika 9: Pomoč pri sklepanju za pravilo

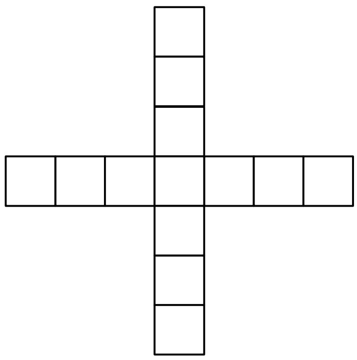
Učenka s precej razvitim občutkom opazovanja hitro pove izraz $4 \cdot n - (n - 1)$. Pri tem izrazu s spremenljivko tudi ostanemo. Cilj namreč ni poenostavljanje izrazov s spremenljivko, saj je to za sedmi razred prezahtevno. Glede na učence v tem oddelku sem prepričan, da bi še kdo izmed učno zmožnejših učencev uspel zapisati posplošitev pravila z algebrskim izrazom, vendar z nekoliko več časa za razmislek. Kar sem navsezadnje ugotovil tudi v nadaljevanju ure, ko sem pred učence postavil še dva izziva z vzorci.
Prvi izziv je bil naslednji (slika 10).



Slika 1



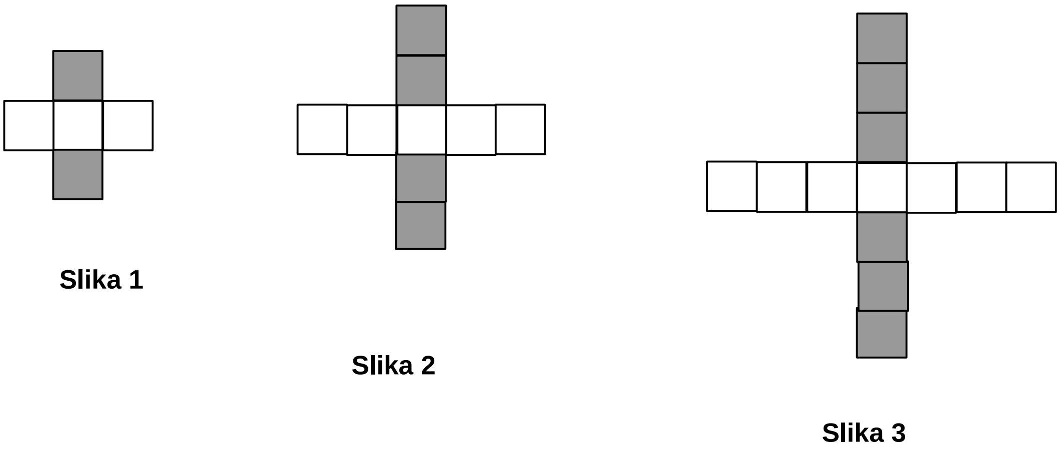
Slika 2



Slika 3

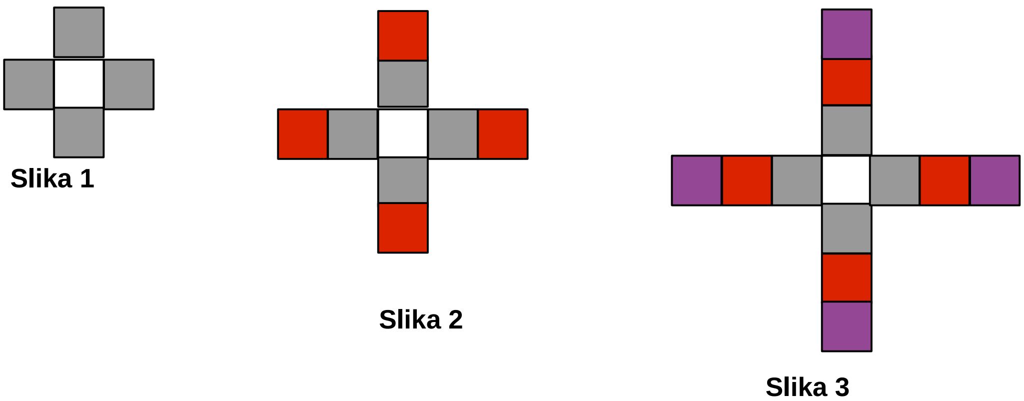
Slika 10: Vzorec slik

Učence spodbudim, da narišejo naslednji dve sliki v vzorcu slik, zapišejo pravilo, po katerem vzorec slik nadaljujejo, zapišejo število kvadratkov na 20. sliki in število kvadratkov na poljubni, n-ti sliki. Brez težav vsi učenci ugotovijo, da so na vsaki naslednji sliki štirje kvadratki več kot na predhodni sliki. Ugotovijo, da bo na četrti sliki 17 kvadratkov in na peti sliki 21 kvadratkov. Prav tako ugotovijo, da je z vzorcem slik prikazano zaporedje števil 5, 9, 13, 17 ... Nekoliko bolj zahtevno je določiti število kvadratkov na dvajseti sliki. Kar nekaj učencev je zapisalo zaporedje števil do 20. člena in ugotovilo, da je na tej sliki 81 kvadratkov. Zmožnejši učenci pri iskanju pravilnosti v vzorcih, so se pogovarjali, iskali ideje in diskutirali o možnem algebrskem zapisu pravila. Nekoliko sem jim ponudil v pomoč idejo, da uporabijo že znana pravila za zaporedje lihih ali sodih naravnih števil. Po kratki razpravi so ugotovili, da lahko na vzorec slik gledajo tudi tako (slika 11).



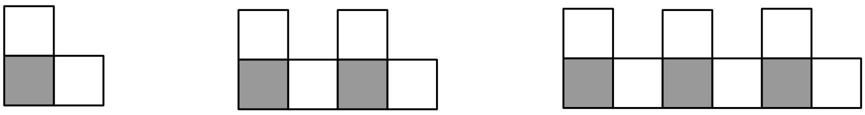
Slika 11: Nekoliko drugačen pogled na vzorec

Zmožnejši učenci hitro opazijo, da se število obarvanih kvadratkov povečuje, kot se je povečevalo zaporedje sodih naravnih števil, torej 2, 4, 6 … Število obarvanih kvadratkov na *n*-ti sliki je zato $2 \cdot n$. Število neobarvanih kvadratkov se povečuje za 2 na vsaki naslednji sliki. Zapišemo zaporedje lihih naravnih števil brez števila 1; torej 3, 5, 7, 9 … Ker vedo, da zapišemo poljubno liho naravno število v zaporedju naravnih števil z $2 \cdot n - 1$, nekaj učencev ugotovi, da se pravilo spremeni v $2 \cdot n + 1$. Skupno število kvadratkov je tako $2 \cdot n + 2 \cdot n + 1$ ali $4 \cdot n + 1$ (kot sem zapisal, učenci že imajo osnovne izkušnje z računanjem s spremenljivkami).
Je pa po „skupnem“ delu ena učenka želela predstaviti svoj način razmišljanja, ker je dobila enak zapis. Na vsaki sliki je opazovala „četvorke“ kvadratkov. Na prvi sliki je ena četvorka in še en kvadratek. Na drugi sliki sta dve četvorki in še en kvadratek, na tretji sliki so tri četvorke in še en kvadratek, kar jo je napeljalo na misel, da bo na *n*-ti sliki *n* četvork in še en kvadratek, torej $4 \cdot n + 1$, kar je po moji presoji precej elegantnejša pot do posplošitve (slika 12).



Slika 12: Učenkin pogled na vzorec

Za konec te ure sem jim prikazal še en vzorec (Matematika za radovedneže 7, učbenik, str. 108, naloga 1) na sliki 13.



Slika 13: Še en vzorec

Glede na to, da večina učencev v sedmem razredu še ni sposobna zapisati posplošitev z algebrskim zapisom, sem uporabil take vzorce, v katerih je možno uporabiti pravila za zapis sodih in lihih naravnih števil v zaporedju. Potem, ko sem predlagal, naj narišejo še dve naslednji sliki, sem tudi tukaj ob običajnih vprašanjih, po katerem pravilu se vzorec nadaljuje, koliko kvadratkov je na dvajseti sliki, poudaril, naj se spomnijo na zapis poljubnega sodega ali lihega naravnega števila v zaporedju števil. V pomoč pri razmisleku jim je obarvanost kvadratkov.

Precej učencev je ugotovilo, da število obarvanih kvadratkov prikazuje zaporedje naravnih števil. Številka slike je hkrati število obarvanih kvadratkov na sliki. Število nepobarvanih kvadratkov se povečuje za 2 na vsaki naslednji sliki. Število nepobarvanih kvadratkov zapišemo z zaporedjem sodih naravnih števil 2, 4, 6 … Najsposobnejši učenci zapišejo (samostojno!) izraz s spremenljivko $n + 2 \cdot n$, oziroma $3 \cdot n$ za število vseh kvadratkov, obarvanih in belih.

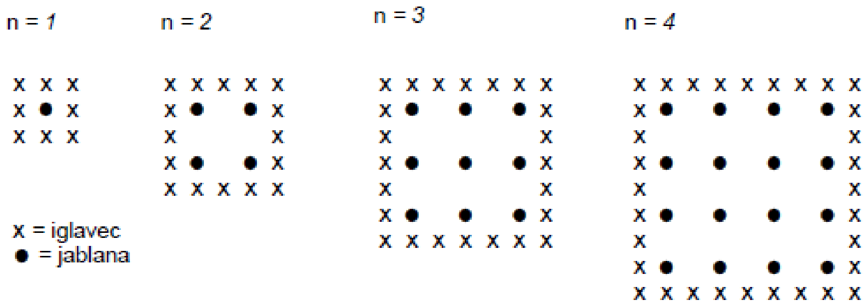
Prav gotovo bi lahko do zapisa $3 \cdot n$ prišli z drugačnim razmislekom, če bi bili vsi kvadratki enake barve. Potem bi najverjetneje zapisali zaporedje števil 3, 6, 9, 12, 15 …, kar so večkratniki števila 3. Tak prikaz večkratnikov uporabim tudi pri vpeljavi pojma večkratnik v sklopu naravnih števil v šestem razredu.

Z domačo nalogo je bila zaključena še ena ura dela z vzorci. Učence sem obvestil, da bodo v eni od naslednjih ur (ne takoj naslednjo uro, ker smo pregledali še domačo nalogo), samostojno prikazali razumevanje reševanja takih nalog (z vzorci). Drugih navodil in obvestil učenci niso prejeli.

Preverjanje znanja o vzorcih

Za nalogo preverjanja sem uporabil nekoliko spremenjeno nalogo iz javno dostopnih nalog PISA 2003. Primer vrednotenja naloge je natančno predstavljen v Posodobitvah pouka v osnovnošolski praksi (S. Kmetič, str. 216). Pri vrednotenju nisem uporabil predstavljenega točkovanja, temveč sem nalogo vrednotil po lastni presoji. Nalogo je sestavlja več korakov. Poglejmo znanja, ki naj jih učenci pri posameznih korakih pokažejo, in dosežke učencev. Naloga se glasi tako:

Kmet je posadil jablane v kvadratni razporeditvi. Da bi zaščitil drevesa proti vetru, je okrog celega sadovnjaka posadil iglavce.
Spodaj je risba, na kateri lahko vidiš razporeditev jablan in iglavcev za katerokoli število vrst (n) jablan.



Slika 14: Naloga, PISA 2003

Nariši sliko za n = 5 (pet vrst jablan).
Od učencev sem pričakoval, da s sliko prikažejo razumevanje nadaljevanja vzorca, skladno s prikazanim zaporedjem slik. Tako za pravilni odgovor štejem sliko s 5 x 5 razporejenimi jablanami in okoli jablan 40 iglavcev. Pri vrednotenju nisem bil toliko pozoren na obliko slike, ampak na sporočilnost. Učenec je torej moral nedvoumno pokazati, da ve, koliko in kako so razporejene jablane in koliko iglavcev je okoli jablan. S številom in razporeditvijo jablan učenci (skupaj 44) niso imeli težav (prav 43 ali 98 %). Več težav so imeli s številom in razporeditvijo iglavcev. Največ napak je zaradi tega, ker v vsakem vogalu stoji iglavec, ki ga nekateri pri štetju upoštevajo dvakrat ali pa sploh ne. Pri nepravilnih odgovorih so recimo napačno narisali število iglavcev na eni stranici sadovnjaka ali pa je bilo skupno število iglavcev premajhno/ preveliko (prav 32 ali 73 %).

2. *Izpolni preglednico.*

n	Število jablan	Število iglavcev
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Preglednica 1

Z izpolnjevanjem preglednice sem od učencev pričakoval, da sistematično spremljajo spreminjanje števila jablan oziroma iglavcev na posameznih slikah v vzorcu. Učencem sem želel omogočiti premislek o pravilu spreminjanja števila jablan in iglavcev, glede na to, da pri samem opazovanju in sistematičnem zapisovanju nimajo veliko izkušenj. Zapis v preglednici jim je lahko tudi v pomoč ali preverjanje predhodne naloge. Z opazovanjem naraščanja števila jablan na že narisanih slikah (1, 4, 9, 16) in števila iglavcev (8, 16, 24, 32) imajo možnost preveriti, ali so peto sliko pravilno narisali. Za 6 jablan v vrsti pričakujem premislek brez načrtovanja slike. Zelo uspešno so učenci izpolnili tabelo za število jablan, tudi za *n* = 6. Nekaj težav so imeli s številom iglavcev. Poglejmo katere. Najbolj zanimiv je primer, kjer je učenec za število iglavcev zapisal zaporedje števil 3, 5, 7, 9, 11, 13. Učenec je preštel in zapisal število iglavcev na eni stranici. Ve, da se število iglavcev spreminja po nekem pravilu, vendar očitno ne dojema pojma v preglednici tako, kot sem sam predvideval in ga je razumela večina učencev. Pojavi se tudi zapis zaporedja 12, 20, 28, 36, 44 in 52. Zapis kaže na to, da je učenec dvakrat upošteval vse vogalne iglavce. Pojavi se tudi zapis zaporedja števil 9, 25, 49, 81, 121, 169. Ta učenec predvideva, da so iglavci razporejeni po celotni površini, ne samo okoli nasada jablan. Ena učenka je dodala vrstico, kjer je pod številom jablan zapisala $n \cdot n$, pod številom iglavcev pa $n \cdot 4 \cdot 2$. Kar je seveda posplošen zapis števila jablan in števila iglavcev. Popolnoma pravilno je to nalogo rešilo 30 učencev (68 %). Nekaj je bilo tudi računskih napak, ki pa kažejo na razumevanje vsebine in na težave z računanjem.

In že smo pri tretji nalogi.

3. *Zapiši število jablan in število iglavcev, če je v vrsti 20 jablan.*

Z nalogo sem želel preveriti, kako učenci, tudi s pomočjo zapisov v preglednici iz naloge 2, uporabijo pravilo. Pravila ni bilo potrebno eksplicitno zapisati, temveč ga le uporabiti. Predvideval sem, da bodo učenci, ki so preglednico pravilno izpolnili (pri tem spoznali in že uporabili pravilo o številu jablan ali iglavcev), pravilno odgovorili tudi na to vprašanje. Nekaj učencev je za število jablan napisalo število 80. Namesto, da bi računali $20 \cdot 20$, so računali $20 \cdot 4$. Za število jablan je bilo 7 nepravilnih odgovorov, torej 84 % pravilnih, za število iglavcev pa kar 21 nepravilnih odgovorov ali 52 % pravilnih. Po preverjanju so učenci v diskusiji povedali da si pravzaprav niso pomagali s podatki iz preglednice, ampak jih je precej izhajalo iz začetne slike. Morda bi bilo število pravilnih odgovorov višje, če bi bilo vprašanje na isti strani, kot je preglednica. Iz nepravilnih odgovorov večinoma nisem mogel ugotoviti, kam so pri reševanju zašli, saj so zapisana samo napačna števila.

Poglejmo še četrto nalogo.

4. *Zapiši izraza s spremenljivko:*

a) za število jablan, če je število vrst n:
b) za število iglavcev, če je število vrst n.

V samem besedilu bi najbrž lahko vprašanji nekoliko natančneje zastavil. Posebej bi lahko opozoril, da število n pomeni število vrst, v katerih so nasajene jablane. To učenci sicer zvedo na začetku naloge, vendar ni nujno, da so navodilo res natančno prebrali, oziroma so to informacijo do tega trenutka že pozabili. Pri tem vprašanju nisem pričakoval visokega deleža pravilnih odgovorov, saj so učenci morali zapisati izraz s spremenljivko po nekem vzorcu z zelo malo izkušnjami. Pojavijo se nepravilni zapisi, npr. $n \cdot 2$, $n \cdot 1$, $n \cdot 10$, $400 \cdot n$ ... Kar nekaj je nalog, kjer odgovor ni zapisan. Kar lahko pomeni, da se naloge sploh niso lotili ali da niso upali zapisati izraza, ker so ga obravnavali kot napačnega. Na prvo vprašanje je pravilno odgovorilo 20 učencev (45 %), na drugo 16 učencev (36 %). Morda izpostavim najzanimivejši pravilni zapis za število iglavcev $4 \cdot (n \cdot 2 + 1) – 4$. Učenec je očitno upošteval, da je na eni stranici liho število iglavcev (zaporedje lihih števil). So štiri stranice, odšteje pa vogalne iglavce, da jih ne podvojimo pri preštevanju. Ostali pravilni zapisi so bili $8 \cdot n$.

Zadnje vprašanje.

5. *Pri nekem številu vrst n je število jablan enako številu iglavcev. Koliko vrst n je to? Zapiši utemeljitev.*

Zelo zahtevno vprašanje, za katerega sem pričakoval zelo malo pravilnih odgovorov. Glede na celotno nalogo, z vsemi vprašanji, pa je tudi to vprašanje v samem kontekstu pomembno. Učenci na tej stopnji še niso sposobni rešiti enačbe $n^2 = 8 \cdot n$, zato lahko tako nalogo rešujejo zgolj s sklepanjem. Menim, da je to za učitelja precej kvalitetna informacija. Z uporabo enačb, ki se jih v naslednjih razredih naučijo, se velikokrat izgubita izvirnost in razumevanje, ki ju nadomesti iskanje zapisa pravilne enačbe in njeno reševanje. Nekaj učencev se je lotilo reševanja naloge, kar se vidi iz zapisov, ki so nastali pri reševanju. V glavnem gre za zapisane izraze s spremenljivko ali poskuse zapisa števila vrst jablan na pamet, tudi s sistematičnim nadaljevanjem zapisa v preglednico. Vsega skupaj je enajst učencev zapisalo pravilen odgovor z utemeljitvami. Zanimiv je odgovor učenke, ki je napisala, da je pri $n = 0$ število jablan 0 in tudi število iglavcev 0. Pravzaprav je odgovor pravilen, sem pa učenki svetoval, naj premisli o smiselnosti te rešitve glede na vsebino naloge. Nekateri učenci so zapisali zaporedje števila jablan in iglavcev in prišli do enakosti v osmem koraku ($n = 8$) z utemeljitvijo: „Vsako n-to število jablan množimo z isto vrednostjo (misli na kvadrat števila 8) in vsako n-to število iglavcev množimo z 8 (misli na $8 \cdot n$).” S kvaliteto odgovorov sem bil zadovoljen in prijetno presenečen nad številom pravilnih rešitev. Nalogo je pravilno rešilo 10 učencev (23 %). Vsi učenci, ki so pravilno rešili zadnjo nalogo, so pravilno rešili tudi predhodne naloge, razen enega, ki je napačno zapisal izraz s spremenljivko za število iglavcev v četrti nalogi. To nalogo pa je rešil s sistematičnim zapisom v preglednici.

Ocenjevanje

Naloga 1: 2 točki. Ena točka za razporeditev in število jablan, druga točka za razporeditev in število iglavcev.
Naloga 2: 3 točke. Ena točka za pravilne vpise do vključno pete vrstice, ena točka za število jablan pri 6 vrstici in ena točka za število iglavcev v šesti vrstici.
Naloga 3: 2 točki. Po ena točka za vsako število.
Naloga 4: 2 točki. Za vsak izraz s spremenljivko po eno točko.
Naloga 5: 2 točki. Za zapisano število eno točko in utemeljitev eno točko.

Dosežki učencev so bili :
dosežek 11 točk: 9 učencev,
dosežek 10 točk: 4 učenci,
dosežek 9 točk: 4 učenci,
dosežek 8 točk: 6 učencev,
dosežek 7 točk: 7 učencev,
dosežek 6 točk: 3 učenci,
dosežek 5 točk: 7 učencev,
dosežek 4 točke: 2 učenca,
dosežek 3 točke: 1 učenec,
dosežek 2 točki: 1 učenec.

Učenci bi dosegli ocene.

Ocena *odlično* za 11 doseženih točk, ocena *prav dobro* za 10 in 9 doseženih točk, ocena *dobro* za 8, 7 in 6 točk ter ocena *zadostno* za 5 ali 4 dosežene točke.

Po pregledu nalog sem ugotovil, da so učenci z nižjim številom točk dosegli točke iz prvih dveh nalog. Kar pomeni, da so prepoznali pravilo nadaljevanja vzorca in bolj ali manj uspešno izpolnili preglednico, kjer so morali pravilo vzorca tudi uporabiti. Za oceno *dobro* so učenci znali uporabiti pravilo vzorca za sliko v vzorcu, ki jo je bistveno težje narisati. Za oceno *prav dobro* so učenci morali pokazati znanje zapisovanja pravila s simbolnim zapisom (posplošitev). Za *odlično* oceno so morali utemeljiti zahtevano situacijo, s primerjavo dveh različnih pravil dveh različnih vzorcev (število jablan in število iglavcev). Četudi posameznih nalog ne bi točkoval, lahko tak tip nalog vrednotimo precej celostno. S prikazanimi rešitvami in z zapisanimi postopki učenec dobro sporoča, katera znanja je usvojil in do katere ravni. Prav tako sporoča, ali razmišlja še vedno na konkretni ravni ali pa je že sposoben razmisleka tudi na bolj abstraktni ravni. Ocenjevanje vzorcev tako ni nujno razdrobljeno na usvajanje posameznih točk (kvantitativno), temveč lahko iz nekoliko bolj celostne naloge učencu damo kvalitativno oceno njegovega znanja. S celostnim pristopom k ocenjevanju lahko brez težav odmislimo katero izmed računskih napak, ki sicer so napake, vendar na kvaliteto razmisleka (razumevanje in uporaba vzorca) ne vplivajo.

Zaključek

Pri delu z vzorci se srečamo s številskimi, geometrijskimi in operacijskimi vzorci. Pri pouku učitelj sam odloča, katere vzorce bo pri razvoju pojmov uporabil. Pri odločitvi upošteva razvojno stopnjo učencev. Prav tako se mora zavedati, da geometrijski vzorci včasih zakrijejo bistvo in celo otežijo posplošitev (Orton in ostali, 1999). Nekateri učenci imajo boljše številske, drugi spet geometrijske predstave. Zato je najbolj primeren preplet tako številskih, geometrijskih in tudi operacijskih vzorcev. Tako poskrbimo za različne tipe učencev.

Učni načrt omogoča in pričakuje uporabo vzorcev v raznih situacijah, tako za razvoj pojmov algebre, pojma števila, računskih operacij s celimi števili, likih in transformacijah, kombinatorki, dokazih … (S. Kmetič, Gradivo za študijske skupine ZRSŠ). Z razvojem IKT so se poenostavili prikaz in oblikovanje geometrijskih vzorcev, saj lahko vzorce aktivno spreminjamo, označujemo njihove dele in tako učencem pomagamo pri iskanju pravilnosti, ubeseditvi pravil in posploševanju. Izkušnje kažejo, da je potrebno včasih vzorce drugače oblikovati (preoblikovati). Posplošitev pravila iz domiselno organiziranega vzorca je lažja, kot pa iz manj preglednega vzorca. Vzorci prav tako učinkovito pripomorejo k razvoju zmožnosti diskusije in utemeljevanja, kar je pomemben cilj poučevanja matematike.

Delo z vzorci lahko tudi ocenimo. Aktivno sodelovanje učencev v fazi pridobivanja znanja, ki vključuje postavljanje vprašanj, nestrinjanje, diskusijo, poskušanje z napakami, napovedovanje, individualne premisleke, skupinske predstavitve … omogoča pripravo takih nalog, kjer učenci lahko pokažejo pridobljena znanja pri novih vsebinah. Učenec lahko predstavi svoje znanje, hkrati predstavljeno služi za analizo močnih in šibkih področij (Lhyle in drugi 1987, v: N. Komljanc, 2007). Pri tem predlagam čim bolj celosten pristop k ocenjevanju, kjer naj bo bistveno spremljanje razumevanja koncepta vzorcev. Učinkovit celosten pristop k ocenjevanju naj poteka ob celovito oblikovani nalogi, kjer lahko spremljamo napredek učenca.

Viri:

1. Suban, M. in ostali, (2013): Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika. Ljubljana: Zavod za šolstvo.
2. Učni načrt za matematiko v OŠ (2011) Ljubljana, Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport: Zavod RS za šolstvo
3. Rutar Ilc, Z.,(2003): Pristopi k poučevanju, preverjanju in ocenjevanju. Ljubljana: ZRSŠ.
4. Orton, A. in ostali, (1999): Pattern in the Teaching and learning of Mathematics. London: Cassel.
5. Lipovec, A., Smolović, S., Antolin, D. (2013): Vzorci brez ponavljanja. *Educa*, letnik 22, št. 5/6, str. 38–45.
6. Van de Walle, J., (2004): Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally. Fifth Edition. Pearson:Boston.
7. Komljanc, N. (2007): Posvet ZRSŠ 2007, Postojna, Ocenjevanje znanja, interno gradivo.
8. PISA 2003 – program mednarodne primerjave dosežkov učencev. Matematična pismenost PISA 2003. Ljubljana: Nacionalni center PISA, Pedagoški inštitut. Dostopno na: http://www.pei.si/UserFilesUpload/file/raziskovalna_dejavnost/PISA/PISA2009/Naloge_iz_matematicne_pismenosti_in_probl_nal%202003.pdf (23. 4. 2014).
9. Senekovič, J., Gazvoda, M. (2012): Matematika za radovedneže 7. Učbenik, Ljubljana: ICO.
10. Senekovič, J., Gazvoda, M.(2012): Matematika za radovedneže 7. Delovni zvezek. Ljubljana: ICO.

ALI LAHKO MATEMATIČNO ZNANJE POMAGA PRI RAZUMEVANJU DEJAVNOSTI PREDMETA ŠPORT

Can Mathematical Knowledge Help Understanding Physical Activities

Nives Markun Puhan, Silva Kmetič

nives.markunpuhan@zrss.si, silva.kmetic@zrss.si

Zavod RS za šolstvo

Povzetek

V prispevku predstavljamo primer medpredmetne povezave predmetov šport in matematika. Realen problem rešujemo v sodelovanju z učitelji športa in matematike. Vsebine se pri obeh predmetih izvajajo zaporedno in prepletajoče. Oba učitelja morata dobro poznati skupni končni cilj, delovati usklajeno in vedeti na kateri stopnji reševanja problemske situacije oz. razmišljanja so učenci.

V prvi fazi učenci napovedo in izmerijo svoj čas ter število korakov pri teku na razdalji 300 m. Primerjajo napovedane vrednosti z izmerjenimi in ugotavljajo razloge za razlike. Nato uporabijo individualno izmerjene rezultate za reševanje problemske naloge, ki jo sestavita učitelja. Oba pedagoga pri svojih predmetih vzajemno osmišljata dejavnosti. Športni pedagog podatke in izračune osmisli tako, da jih uporabi kot izhodišče za utemeljitev oz. podkrepitev izbire vadbene vsebine. Učitelj matematike pa pokaže uporabnost matematike, pomen zmožnosti reševanja kompleksnih problemov in poznavanja potrebnih matematičnih vsebin. Pri meritvah si

učenci pomagajo z merilniki števila korakov/pedometri in štoparico, ki sta lahko tudi aplikaciji na telefonu.

Ključne besede: šport, matematika, timsko delo, reševanje problemov, IKT

Abstract

This paper presents a case study of a cross curricular connection between physical education (PE) and mathematics. An authentic problem is presented through problem solving and team teaching of PE teacher and math teacher. The case study shows how contents are dealt with consecutively or simultaneously in both subjects. Both teachers should be familiar with a common goal and are aware of how students solve problems and go through different stages of a thinking process.
In the beginning students predict and measure their results and number of steps in a 300 m run. Then they compare the predicted values with measured ones and identify the reasons for differences. Students use the individually measured results for the problem-solving task, which is created by both teachers. Teachers make sense of the given tasks in the course of their own instruction. The PE teacher uses results and mathematical calculations to justify or support training activities. The math teacher demonstrates the usefulness of math, as a tool to solve complex problems and the importance of knowledge of necessary mathematical contents. Students use pedometers and stopwatches for measurements. They can also use a smart phone app to perform the task.

Key words: physical education, mathematics, team teaching, problem solving, ICT

1. Uvod s kratkimi teoretskimi osnovami

V posodobljenih učnih načrtih za osnovno šolo (2011) in gimnazije (2008) je, pri vseh predmetih, pomembno načelo tudi povezovanje in prepletanje znanja. Celostno učenje, in s tem celostno znanje, lahko dosežemo, če že v procesu poučevanja povežemo cilje in vsebine različnih predmetov. V prispevku predstavljamo primer medpredmetnega povezovanja predmeta šport[20] in matematika. Oba učitelja, športni pedagog in matematik, skupaj načrtujeta problemski pouk, skozi katerega vodita učence/dijake[21]. Med izvajanjem pouka izmenjujeta mnenja in izkušnje ter evalvirata uspešnost svojega dela in dela učencev.
V uvodu na kratko predstavimo teoretični pomen medpredmetnosti, problemskega pouka, realnih nalog in timskega dela. Didaktični pojem učno okolje v predstavljenem primeru poveže predhodne pojme. Pri reševanju problemov pa imajo pomembno vlogo tudi tehnični pripomočki.

1.1 Medpredmetnost in problemski pouk

B. Marentič-Požarnik (1997) opozarja, da je »… razbitost, 'raztreščenost' znanja eden največjih problemov sodobne šole.« Medpredmetnost je didaktični pristop, s katerim učitelj poskuša določeno vsebino ali problem podati ali obravnavati čim bolj celostno – isti problem poskuša osvetliti z različnih vidikov. To pa zahteva od njega

[20] V prispevku govorimo o predmetu šport, v nadaljevanju besedila pa uporabljamo izraz šport.

[21] V nadaljevanju prispevka uporabljamo poimenovanje učenci.

dobro opredelitev izbranih ciljev, natančno načrtovanje in organizacijsko zahtevnejšo izvedbo pouka (povzeto po Kovač s sod., 2005).
K. Pavlič-Škerjanc (2010) podrobneje analizira različne vidike medpredmetnosti. V našem primeru se vsebine predmetov vzajemno osmislijo in razvija se znanje višje kakovosti pri obeh predmetih.
Problemski pouk je pogosto povezan z več predmetnimi področji ali pa z resničnimi dogodki in pojavi. Problemski pouk Strmčnik (2001) definira kot didaktično načelo, ki omogoča učencem ustvarjalnejše oblike mišljenja, doživljanja, vrednotenja in ravnanja. Problemsko usmerjen pouk je najvišja oblika poučevanja in učenja. Uvrstimo ga lahko v učno strategijo, katere bistvo je učenje z ustvarjalnim in samostojnim iskanjem, odkrivanjem, raziskovanjem in delom (prav tam).
Reševanje problemskih nalog je podlaga za nadaljnje učenje in usvajanje novega znanja, saj reševanje problemskih nalog od učencev zahteva, da se spoprimejo s problemi tako, da razumejo posredovane informacije, prepoznajo bistvene lastnosti in odnose v določeni situaciji, sestavijo ali uporabijo enega ali več lastnih prikazov, odgovarjajo na vprašanja, ki sledijo, in na koncu ovrednotijo in pojasnjujejo rezultate, da bi dodatno osvetlili razumevanje situacije (A. Žakelj, 2013).
Z reševanjem problemske naloge v predstavljenem primeru bomo nakazali, kako lahko z dobrim izhodiščnim vprašanjem spodbudimo v učencih zanimanje, njihovo vlogo pasivnega opazovalca učnega procesa pa spremenimo v aktivno, kjer so sami miselno in fizično dejavni.
Medpredmetno povezovanje in problemski pouk naj bi se prepletala v enovit didaktični pristop, ki se v zadnjem času pogosto omenja. Vemo, kaj je to, kako deluje, in vemo, da lahko dobro deluje, če je zanimivo problemsko vprašanje postavljeno ob pravem času in na pravem mestu. Namen in izvedbena pot morata biti izvajalcem popolnoma jasna. Problem naj bi bil za udeležence zanimiv. Naš primer je za učence tudi trenutno pomemben, če je obravnavan medpredmetno.

1.2 Realne naloge

Magajna (2013:293) v strokovnem prispevku o matematičnem modeliranju omenja enega od namenov pouka matematike, ki ga navaja tudi učni načrt matematike: namreč, da bi znali matematiko uporabljati v vsakdanjem življenju, pri učenju drugih šolskih predmetov in v poklicnem življenju. Učenci naj bi v besedilnih nalogah uporabljali naučene matematične pojme in postopke v drugih, predvsem nematematičnih kontekstih. Isti avtor (2013:295) opozarja tudi na velik pomen realnosti nalog, ko je situacija v besedilni nalogi opisana tako, da jo učenec zmore doživljati kot resnično in do take mere, da lahko vanjo vnaša lastne izkušnje. Učenci si, pri povezovanju realne situacije z matematiko, učinkovito pomagajo z metodo matematičnega modeliranja.
V predstavljenem primeru bomo uporabili eno od metod matematičnega modeliranja. Učenci se srečajo s konkretnim problemom, pri čemer uporabijo podatke svojih meritev in se s pomočjo dobljenih izračunov tudi odločijo o ustrezni obliki vadbe, s katero bi izboljšali svoj dosežek v teku na 300 m.

1.3 Timsko delo

Pogost pristop v procesu iskanja ustvarjalnih rešitev in načinov poučevanja je timsko delo. Med delovno skupino in timom je (po Mayer s sod., 2001) velika razlika. Cilj pri delu skupine je kakovostno standardizirano (rutinsko) delo, medtem ko je cilj tima ustvarjalno delo. Ustvarjalni tim deluje kot intelektualno omrežje, ki spodbuja

sproščanje ustvarjalnih potencialov. Večina učiteljev se s to trditvijo strinja in to tudi spodbuja pri učencih v razredu. Vprašanje pa je, koliko smo učitelji sami vešči sodelovanja in ustvarjanja v timu.
Učitelji mnogokrat povezujejo skupne naloge in skupni interesi. V opisanem primeru gre za nekatere skupne procesne cilje pri matematiki in športu, ki so osnova za doseganje tudi specifičnih ciljev, povezanih s posameznim predmetom. Tim je odprt organizem, ki se nenehno uči in razvija (povzeto po Mayer s sod., 2001). Nujno je medsebojno usklajevanje, sodelovanje, dogovarjanje in poslušanje vseh članov tima. Vsak član mora opraviti svojo nalogo in prevzeti svoj del odgovornosti za uspeh ali neuspeh tima.
V prispevku prikažemo možnost medpredmetnega povezovanja športa in matematike pri problemskem pouku, v realnem kontekstu, in s sodelovanjem obeh predmetnih strokovnjakov. Skupaj delo načrtujeta, spremljata dejavnosti ter dosežke učencev. Dejavnosti se izvedejo pri rednem pouku, smiselno se izmenjujejo pri urah športa in matematike.

1.5 Učno okolje

Učno okolje, kot meni de Corte (2013), je precej več kot fizični prostor z učnimi pripomočki in orodji. Vključuje učence, učitelje in druge strokovnjake, učno vsebino ter opremo, pri tem pa moramo upoštevati še učne prijeme in dejavnosti. Isti avtor učinkovito učno okolje opredeljuje s štirimi ključnimi elementi učenja:

- konstruktivnost, ki pomeni načrtno vpletenost učencev v proces oblikovanja znanja,
- samoregulacijo, ki pomeni osredotočenost predvsem na proces, manj na rezultat,
- umeščenost, ki pomeni interakcijo s socialnim, družbenim in kulturnim okoljem,
- sodelovalnost, ki pomeni, da učenje ni samo premišljevanje, ampak organizirana družbena dejavnost.

V učnem okolju, kjer so učenci v procesu pridobivanja znanja telesno in miselno dejavni in ustvarjalni, lahko pričakujemo, da bo pridobljeno znanje trajnejše in uporabnejše.
Videli bomo, da predstavljeni primer v celoti ustreza zapisani definiciji učinkovitega učnega okolja.

1.5 Pedometri[22]

Kot pomoč pri pridobivanju podatkov oz. meritev, pa tudi za motivacijo učencev lahko uporabimo preprost pripomoček, merilnike števila korakov, ki jih v tem prispevku imenujemo pedometri (Slika 1). Ta naprava šteje število prehojenih ali pretečenih

[22] Prvi preprosti pedometri so bili izdelani že pred 200 leti v ZDA po konceptu naprav starih Rimljanov, ki so na bojnih pohodih s posebno napravo merili premagano dnevno razdaljo. Leonardo Da Vici je že v 15. stoletju risal naprave, ki so jih uporabljali legionarji za merjenje prehojene razdalje vojaških enot.

Osnovni namen sodobnih pedometrov je bil spodbuditi ljudi, da bi dnevno naredili vsaj 10000 korakov. Največkrat se v literaturi se te naprave uporabljajo za motivacijo pri učencih, rekreativcih, pa tudi pri bolnikih s težavami srca in ožilja.

korakov s pomočjo vgrajenega senzorja gibanja. Nihalo namreč zazna nihanje težišča telesa.
Pri športu lahko pedometre uporabljamo za doseganje različnih ciljev pri različnih dejavnostih: npr. pri športnih igrah ali cikličnih dejavnostih, kot sta hoja in tek, največkrat takrat, ko dejavnost učencem ni preveč zanimiva in potrebujejo dodatno spodbudo.
Obstajajo samostojni pedometri ali pedometri kot aplikacije na pametnih telefonih. Za pedometre, ki smo jih uporabili v šolah, smo ugotovili, da je napaka pri merjenju približno ±10%. Zato jih je bolj smiselno uporabljati pri dlje časa trajajočih dejavnostih, manj primerni pa so za uporabo pri natančnih raziskavah ali na krajših razdaljah. Na slikah 1 in 2 je prikazan primer pedometra in mesto namestitve.

Slika 1: Pedometra

Slika 2: Namestitev pedometrov

Foto: Danijela Ledinek

Poleg štetja korakov na izbrani razdalji ali pri izbrani dejavnosti lahko vnesemo v napravo še svojo telesno maso in povprečno dolžino hodnega ali tekalnega koraka. V tem primeru nam naprava sama izračuna pretečeno razdaljo tudi za več dni. Nekatere naprave izračunajo tudi, koliko energije smo pri tem porabili.
Za učence je naprava - kot merilec - zanimiva le kratek čas. Izmerjenim podatkom je zato treba dati dodaten smisel, tako da z njimi nekaj utemeljimo, razložimo, ponazorimo. To pa je naloga učitelja.
Nekaj primerov problemskih nalog z uporabo pedometrov:

- Katera pot je krajša na določeni razdalji: cikcak, vijugasta ali ravna? Svoj odgovor utemelji.
- Katera ekipa bo zbrala v igri več korakov? *Pri tem lahko dogovorjeno število korakov pretvorimo v zadetek in s tem igro naredimo bolj intenzivno in še bolj dinamično.*
- Zakaj nekateri naredijo manj korakov, pa kljub temu prehodijo večjo razdaljo od drugih?
- Primerjajte dolžino hodnega in tekalnega koraka.
- Primerjajte dolžino koraka pri hoji navkreber in hoji po klancu navzdol.

V nadaljevanju predstavljamo, kako lahko učitelj s podatki o številu korakov na neki razdalji spodbudi učence, da utemeljijo vadbo elementov atletske abecede in jo podpro z reševanjem matematičnega problema.

2. Predstavitev problema pri športu in matematiki

Čeprav je šport eden najbolj priljubljenih učnih predmetov, ugotavljamo, da so vsebine in dejavnosti, ki so manj priljubljene. So tudi učenci, ki jih tekanje za žogo ne zanima, še manj pa tekanje kar tako: pri tem se spotiš, si utrujen in na koncu še med zadnjimi, s slabim rezultatom. Podobno velja tudi za dejavnosti vzdržljivostnega teka in atletske abecede. Nekateri elementi atletske abecede so predstavljeni na slikah 3–7.


Slika 3: Visoki skiping


Slika 4: Nizki skiping


Slika 5: Tek s poudarjenim odrivom


Slika 6: Grabljenje


Slika 7: Hopsanje

Vir: http://www.osagpostojna.si/moodle/pluginfile.php/10851/mod_resource/content/0/atletska_abeceda.pdf

Za te dejavnosti učenci vedo, da so del ogrevanja pri urah atletike. Vedo, da je ogrevanje potrebno za pripravo organizma na večji napor in zmanjša možnosti poškodb, sicer je pa relativno dolgočasno in tehnično dokaj zahtevno.
Učitelj športa se zaveda, da so vaje atletske abecede osnova za pravilno tehniko teka, ki je sestavina večine športov. Napačna tehnika je za bolečine ali poškodbe v kolenu, kolku, gležnju, hrbtenici lahko nevarna. Do poškodb lahko pride tako pri teku, kot tudi pri tenisu, nogometu, badmintonu … in pogosto je razlog napačna tehnika teka. Zato je izziv športnega pedagoga učencem predstaviti smisel redne vadbe in vaj atletske abecede za izboljšanje tehnike teka, in s tem pri dejavnostih, ki vključujejo tek, zmanjšati možnost poškodb in izboljšati učinkovitost. Kako mu pri tem lahko pomaga matematika?

2.1 Cilji pri športu in matematiki

Nekateri procesni cilji športa so hkrati tudi procesni cilji matematike: učenci preiskujejo, urejajo in primerjajo podatke in rezultate, napovedujejo, sklepajo, posplošujejo, utemeljujejo. Pri preiskovanju oz. učenju z raziskovanjem, je vključeno sistematično opazovanje, merjenje, beleženje podatkov, urejanje podatkov, reševanje, interpretiranje in testiranje rešitev. Poleg skupnih procesnih ciljev bodo razvijani še drugi, za posamezni predmet značilni cilji.

Cilji pri športu
Po končanem procesu bodo učenci:

- razumeli namen/cilj vadbe elementov atletske abecede,
- razvijali hitrostno vzdržljivost s ponovljenimi teki,
- izboljšali tehniko teka,
- znali primerjati napovedane rezultate z izmerjenimi in ubesediti svoje razmišljanje,

- znali utemeljiti način vadbe s podatki in izračuni,
- spoznali merilnike števila korakov in jih znali namestiti.

Cilji pri matematiki
Po končanem procesu bodo učenci:
- spoznali pomen matematike v realni situaciji,
- uporabljali tehnologijo za obdelavo podatkov,
- znali odčitati in zapisati čas,
- znali razložiti, kaj pomeni odčitani podatek,
- znali računati z izmerjenimi podatki,
- znali interpretirati podatke in rezultat,
- znali razložiti pomen posamezne števke na izbranem mestu v zapisu časa (šestdesetiško, desetiško),
- prepoznali in imenovali spremenljivke,
- znali povezati dvojice spremenljivk,
- sklepali iz množine na enoto, iz enote na množino in iz množine na množino,
- uzavestili razliko med imeni in pomeni pojmov, povezanimi s srednjimi vrednostmi, ki jih uporabljamo v matematiki in v jeziku drugih strok ter v vsakdanjem življenju (povprečje, srednja vrednost, aritmetična sredina, mediana, modus).

Matematični splošni cilj, spoznati pomen matematike v realni situaciji, je tesno povezan z zapisanimi cilji športa: razumeti namen/cilj vadbe elementov atletske abecede, znati primerjati napovedane rezultate z izmerjenimi in ubesediti svoje razmišljanje, znati utemeljiti način vadbe s podatki in izračuni. Poznavanje merilnikov pa se povezuje z načini merjenja, z zapisom podatkov in z razumevanjem zapisa. 'Povezovalni' cilji sodijo v fazo vračanja - iz matematičnega v realni kontekst - in tako osmislijo matematiko. Glede na zapisane cilje pri matematiki, oziroma glede na njihov izbor in glede na določitev globine obravnave pri matematiki, lahko učitelja opredelita primerno stopnjo izobraževanja. Cilje, dejavnosti in izvedbo je potrebno načrtovati timsko od začetka. Dejavnosti se izvajajo zaporedno oz. prepletajoče, med predmetoma z enim učiteljem ali obema, če je to organizacijsko uresničljivo. S takšnim poukom učencem omogočimo, da se pridobljena znanja povezujejo, dopolnjujejo in nadgrajujejo.

2.2 Zaporedje dejavnosti oz. nalog

Pomembno je uvodno navodilo oz. učiteljeva odločitev, v kakšno učno situacijo bo postavil učeče. Uvodno navodilo športnega pedagoga je lahko preprosta predstavitev dejavnosti, kot npr.: »V naslednjih dveh urah športa boste večkrat pretekli razdaljo 300 metrov.« Ob takih navodilih verjetno večina učencev ne bo navdušena. Tudi z … »ob tekih boste opravili še dodatne naloge in meritve« … verjetno ne bo zelo izboljšal razpoloženja.
Morda bi bilo bolje, da bi učitelj na začetku ure predstavil učencem cilj takole: »V naslednjih urah športa boste ugotovili, kako lahko izboljšate svoj rezultat v teku na 300 metrov.«

1. **naloga**: Napoved časa v teku na 300 m, merjenje časa in primerjanje ter ugotavljanje razlogov za razlike v časih

- Šport

Namen naloge je ugotoviti začetno stanje v gibalnem znanju, motoričnih sposobnostih in izkušnjah učencev z napovedovanjem, primerjanjem, sklepanjem … Preden se učenci lotijo naloge, je dobro, da premislijo, kolikšen naj bi bil, po njihovem mnenju, pričakovan rezultat. Izbirajo ustrezno mersko število in merske enote ter upoštevajo velikostne odnose med enotami minuta, sekunda, desetinka sekunde ali minute.
Učenci si pomagajo s pripravljeno razpredelnico na učnem listu ali tablici, v katero beležijo svoje napovedi, meritve in ugotovitve na tekališču.
Torej, glede na predznanje in izkušnje ter poznavanje svojih sposobnosti, učenci najprej napovejo čas, ki ga bodo predvidoma potrebovali, da bodo pretekli razdaljo 300 m. Nato v parih izmenično tečejo in izmerijo čas s štoparico na desetinko sekunde natančno. Napovedane in svoje izmerjene rezultate primerjajo in ugotavljajo, ali so realno ocenili svoje sposobnosti, se precenili ali podcenili. Tako se srečajo s problemom ocene realne situacije[23], ki jo tudi preverijo.
Vsak učenec meritev opravi trikrat. Nato ugotovi in razloži morebitne razloge za razlike med posameznimi meritvami (faza ogrevanja, stopnja utrujenosti, stopnja telesne pripravljenosti, slučajne merske napake …).

- Matematika in šport

Učenec razloži, kako je prišel do napovedi svojega rezultata, na osnovi česa se je odločil za izbrano mersko enoto, zakaj trikrat merimo čas ter išče razloge za razlike v časih. Pri primerjavi meritev več različnih učencev pa učenci iščejo skupne ali prevladujoče lastnosti meritev oziroma razloge za odstopanja. Uporabijo zapise (učne liste), ki so jih izpolnili pri športu.

2. **naloga:** Napoved števila korakov v teku na 300 m, merjenje števila korakov s pedometri, primerjanje rezultatov in ugotavljanje razlogov za razlike

- Šport

Tudi namen te naloge je dobiti informacijo o znanju, motoričnih sposobnostih in izkušnjah učencev z napovedovanjem, primerjanjem, sklepanjem …
Naloga je podobna prvi, vendar učenci še napovedo, koliko korakov bodo naredili v teku na razdalji 300 metrov. Nato število korakov na tej razdalji izmerijo s pomočjo pedometra. Meritev trikrat ponovijo.
Napovedane in izmerjene vrednosti učenci zapišejo v razpredelnico in jih primerjajo. Obkrožijo najboljši rezultat in sklepajo, kaj pomeni večje ali manjše število korakov na enaki razdalji. Ovrednotijo realnost svoje napovedi. Primerjajo zaporedni meritvi časa in števila korakov in poskušajo razložiti opažene razlike.
Priložnost za razmislek učencev:
Kaj lahko sklepaš, ko ima nekdo tri zelo podobne rezultate ali tri zelo različne rezultate? (Kdo ima boljšo kondicijo oz. kdo se je bolje ogrel za tek na 300 m?)

- Matematika in šport

Učenec tudi v tem primeru razloži, kako je prišel do napovedi svojega rezultata, zakaj trikrat merimo število korakov ter išče razloge za razlike v meritvah. Pri primerjavi

[23] Primer rezultatov za 6. razred OŠ (osebni vir N. Markun Puhan): hitrejši tečejo okrog 45 sekund, povprečni okoli 65 sekund, ostali 70-80 sekund. Nekateri so hitrejši od 45 sekund, nekateri pa tudi počasnejši od 80 sekund.

meritev več različnih učencev pa učenci iščejo skupne ali prevladujoče lastnosti meritev oziroma razloge za odstopanja.
Učenci raziščejo pomen meritve (Preglednica 1) glede na zaporednost merjenja. Odgovorijo na vprašanje, kakšno meritev bi dobili, če bi opravili še četrti tek. Razmišljajo tudi o pomenu povprečne vrednosti (aritmetična sredina, modus) v primeru treh meritev (ali več v istem dnevu, v več dnevih). Primerjajo dvojice spremenljivk (število korakov, čas teka, dolžino tekalnega koraka) in razpravljajo o njihovi povezanosti oz. odvisnosti.

Meritev	Čas t (s)	Št. korakov n
1.	69,4	210
2.	66,9	206
3.	77,8	224

Preglednica 1: Primer meritev, kjer sta čas in število korakov merjena hkrati

Učenci opredelijo pojem najboljši čas in razmišljajo o drugi meritvi in možnih vzrokih, ki vplivajo na merjenje in merske podatke (naključne napake in razlike zaradi različnih pogojev). V našem primeru je najboljši čas druga meritev (Preglednica 1). Najboljšemu času pripada tudi najmanjše število korakov. Zakaj? Učitelj matematike lahko že ob meritvah v tabeli 1 spodbuja k razmišljanju o tem, kaj vse lahko izvemo oziroma izračunamo iz izmerjenih podatkov. Preverimo tudi razumevanje mestnega zapisa merskega števila za čas – kaj pomeni števka desno od vejice.

3. naloga: Kako za 2 cm daljši korak vpliva na rezultat teka

- Matematika in šport

Učencem zastavimo problemsko nalogo.
Izračunajte, koliko korakov bi potrebovali za razdaljo 300 m, če bi bil vaš korak ob enaki frekvenci teka za 2 cm daljši. Na kaj vpliva podaljšan tekaški korak?
Problemska naloga z lastnimi meritvami (primer Preglednica 1) je matematični in športni izziv za učenca. Pot reševanja in rešitev naj bi učenci poiskali čim bolj samostojno.
Pri pouku matematike rešujemo številne rutinske naloge, kjer učenci povežejo z računsko operacijo dva podatka. Kaj pomenita posamezna količnika v tem primeru, kaj nam povesta? Transfer, ki poveže rutinsko operacijo s kontekstom, je za mnoge učence zahteven, zato je pomembno, da se učenci s problemom ukvarjajo dovolj časa samostojno. Z dodatnimi vprašanji lahko spodbujamo tiste, ki so obtičali: Kaj vse lahko izračunamo? Kako bomo prišli do odgovora na zastavljeno vprašanje? Po določenem času razpravljamo o pomenu količnikov t/n in n/t (Preglednica 2).

Meritev	Čas t (s)	Št. korakov n	Čas za korak (s)	Število korakov na sekundo
1.	69,4	210	0,33	3,03
2.	66,9	206	0,32	3,08
3.	77,8	224	0,35	2,88

Preglednica 2: Opazovanje količnikov t/n in n/t v dodanih stolpcih

Pri isti frekvenci teka in 2 cm daljšem koraku lahko učenec sklepa, da bo naredil manj korakov na enaki razdalji in lahko izračuna, v kolikšnem času bi v tem primeru pretekel enako razdaljo (Preglednica 3).

Meritev	Čas t(s)	Št. korakov n	Čas za korak (s)	Št. korakov na sekundo	Dolžina tekalnega koraka (cm)	Podaljšana DTK za 2 cm	Št. podaljšanih korakov	Nov čas (s)
1.	69,4	210	0,33	3,03	142,9	144,9	207,10	68,44
2.	66,9	206	0,32	3,08	145,6	147,6	203,21	65,99
3.	77,8	224	0,35	2,88	133,9	135,9	220,70	76,66

Preglednica 3: Dopolnjena preglednica z rešitvijo problema

Učenci morajo sami interpretirati rezultat, nato pa razpravljamo tudi o smiselnosti prikazovanja rezultatov na desetinke in stotinke natančno. Po razpravi zapišemo rezultate v ustreznem številskem formatu in utemeljimo zapis.
Če povzamemo: učenci rešujejo problem, v katerem sklepajo iz množine na enoto (npr. dolžina enega koraka), dolžino tekalnega in podaljšanega tekalnega koraka, število 'podaljšanih' korakov na dani razdalji, napovedo rezultat, sklepajo o krajšem času za pretečeno razdaljo (povezujejo spremenljivke), interpretirajo ter preverjajo rezultate.
Če znajo učenci uporabljati elektronske preglednice, zlahka eksperimentirajo z različnimi podatki, kar lahko pomaga pri razumevanju med seboj povezanih spremenljivk. Za vse matematične dejavnosti je treba predvideti dve šolski uri, v smiselnem prepletanju s športom.

4. naloga: Kako podaljšati tekalni korak

- šport

Na osnovi izračunov tretje naloge, izvedene pri matematiki (koliko hitreje bi pritekli v cilj, če bi bil njihov tekalni korak le za 2 cm daljši), učence športni pedagog spodbudi k razmišljanju o tem, *kako* bi podaljšali korak, pri tem pa ohranili frekvenco teka.
Hitrost, kot temeljna gibalna sposobnost, je namreč v veliki meri (90 %) dedno pogojena, zato jo z vadbo pri rednih urah športa težko izboljšamo. Lahko pa izboljšamo tehniko teka, tako da:

- postavljamo stopala naravnost,
- da izboljšamo moč nog in s tem tudi podaljšamo dolžino koraka,
- da aktivno postavljamo stopala ob podlago.

Učenci v medsebojnem pogovoru in iskanju rešitve problema ugotovijo, da 'umetno' podaljševanje koraka privede do porušenja optimalne tehnike teka. Lahko pa tehniko teka izboljšajo z vajami atletske abecede: nizki in visoki skiping, hopsanje, tek s poudarjenim odrivom, grabljenje.
Ker se vsebine atletike ciklično ponavljajo v vsej izobraževalni vertikali, čas, namenjen reševanju problemske naloge in smiselnim vajam atletske abecede, ni izgubljen. Učenci namreč s tem, ko uzavestijo pomen neke dejavnosti in si zadajo konkreten cilj, se tudi bolj zavzeto lotijo naloge in je zato učinek večji od tistega, kot kadar opravijo nalogo, ker je tako določil učitelj.

Zaključek

Prispevek predstavlja, kako lahko matematično znanje pomaga pri razumevanju športne dejavnosti. Predstavljeni problem je primer učne situacije, ki učence aktivira in motivira za oba predmeta. Izhajamo iz situacije pri športu. Učenci uporabijo podatke, ki jih sami izmerijo. Spodbujamo jih k napovedi rezultata in vrednotenju, ali je dobljen rezultat realen. Če npr. učenci izračunajo, da bi bil pri 2 cm daljšem koraku njihov rezultat v teku na 300 m za 1,5 minute boljši, lahko sklepajo, da je nekje napaka, saj tak rezultat ni mogoč. Pogovarjamo se o merskih napakah in drugih vplivih ter o dejavnikih, ki lahko vplivajo na rezultat.

Pri medpredmetnem povezovanju bi pri *matematiki* na prvo mesto umestili osmišljanje predmeta z uporabo matematičnih znanj v realnem življenju. Čeprav gre za šolsko situacijo pri športu, je ta problem avtentičen, izvedljiv in preverljiv, rešljiv s sklepanjem in poznavanjem osnovnih računskih operacij. Z reševanjem in razširitvijo dejavnosti lahko utrdimo tudi nekatere cilje, kot so: poznavanje količin/spremenljivk, izražanje meritev z različnimi merskimi enotami in razvijanje razumevanja konceptov, kot npr. mestna vrednost števila, srednje in povprečne vrednosti ter pojem časa, ki se zapisuje na napravah v različnih številskih sestavih.

Idejo lahko nadgradimo v kompleksnejši problem z naslednjim izzivom. Na šoli bi radi izbrali najhitrejši razred v teku na 300 m. Katere kriterije bi lahko uporabili? Oblikujte kriterije in izdelajte načrt tekmovanja.

Pri *športu* vsak učenec v dveh šolskih urah načeloma brez večjih težav večkrat preteče razdaljo 300 metrov v svojem tempu – torej je dosežen cilj 'večkrat preteči razdaljo 300 m', pri čemer je omogočena individualizacija oz. personalizacija vadbenega procesa.

Kot posebna pridobitev medpredmetnega povezovanja pri športu je, da učitelj učencem pokaže utemeljeno možnost oz. pot, kako doseči realen osebni cilj – izboljšan rezultat v teku na 300 metrov, v dogovorjenem časovnem obdobju (npr. enem mesecu). Program lahko vsebuje poleg dejavnosti pri urah športa tudi domače naloge. Od posameznika pa je odvisno, ali bo izbral ponujeno pot ali ne, in kako uspešen bo pri tem. Lahko se zgodi, da vadba ne bo uspešna. To bo priložnost za pogovor in iskanje razlogov za neuspeh ali slabši uspeh od načrtovanega. Vloga učitelja v predstavljenem primeru je drugačna kot pri tradicionalnem pouku. Že od vsega začetka so v učni proces aktivno vključeni tudi učenci, ki tako prevzamejo odgovornost za uspešnost svojega dela, kajti, kot pravi I. Lipovšek: »Učitelj ne more, če učenec noče. Lahko pa vsak učenec, če hoče.«

Viri

1. De Corte, E., 2013: Zgodovinski razvoj razumevanja učenja. V: O naravi učenja. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Str. 48-55.
2. Kovač, M., Starc, G., Jurak, G., 2005: Medpredmetno in medpodročno povezovanje pri športni vzgoji. V: *Nekatera poglavja didaktike športne vzgoje v prvem in drugem triletju osnovne šole*. / Uredila Marjeta Kovač. Ljubljana: Fakulteta za šport.
3. Magajna, Z., 2013: Matematično modeliranje v osnovni šoli. V: Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika. Ur. Suban, M. in Kmetič, S., str.193-304. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, dosegljivo na http://www.zrss.si/digitalnaknjiznica/Posodobitve%20pouka%20v%20osnovno%C5%A1olski%20praksi%20MATEMATIKA/# (2.6.2014)
4. Mayer, J., s sodelavci.,2001: Skrivnost ustvarjalnega tima, Ljubljana: Dedalus. Center za razvoj vodilnih osebnosti in skupin.
5. Pavlič Škerjanc, K., 2010: Smisel in sistem kurikularnih povezav. V: *Medpredmetne in kurikularne povezave*. Priročnik za učitelje. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Str. 19 – 48.

Strmčnik, F., 2001: Didaktika – osrednje teoretične teme. Problemskost pouka str. 369-376. Ljubljana: Znanstveni inštitut Filozofske fakultete.
6. Žakelj, A. ,2013: Problemske naloge. V: *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika.* Ur. Suban, M in Kmetič, S. Str. 87 – 112. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, dosegljivo na http://www.zrss.si/digitalnaknjiznica/Posodobitve%20pouka%20v%20osnovno%C5%A1olski%20praksi%20MATEMATIKA/# (2.6.2014)

OBDELAVA PODATKOV V NARAVOSLOVJU

Data analysis in science

Renata Flander, Katarina Tadić

renata.flander@guest.arnes.si, katarina.tadic@guest.arnes.si

OŠ Davorina Jenka Cerklje na Gorenjskem

Povzetek

Prispevek prikazuje primer medpredmetnega povezovanja naravoslovja in matematike v 7. razredu osnovne šole. Učenci so na tehniškem dnevu s pomočjo spleta iskali informacije o zavarovanih območjih, ogroženih vrstah, vrstni pestrosti ter antropogenih in naravnih ekosistemih. Pridobljene podatke so obdelali s programom Excel, kjer so računali odstotke.
Dan dejavnosti vključuje metodo sodelovalnega učenja, zato so morali biti aktivni vsi učenci, ki so, poleg razvijanja spretnosti za iskanje informacij, razvijali tudi komunikacijske veščine. Končni izdelek je bil rešen delovni list, ki so ga učenci uporabili pri naravoslovju, o posamezni temi pa so izdelali tudi plakat.
Pri izvedbi povezave smo si pomagali z Demingovim krogom kakovosti ali PDCA krogom (načrtuj – izvedi – preveri - ukrepaj).

Ključne besede: medpredmetno povezovanje, sodelovalno učenje, ekosistemi, odstotki, PDCA krog

Abstract

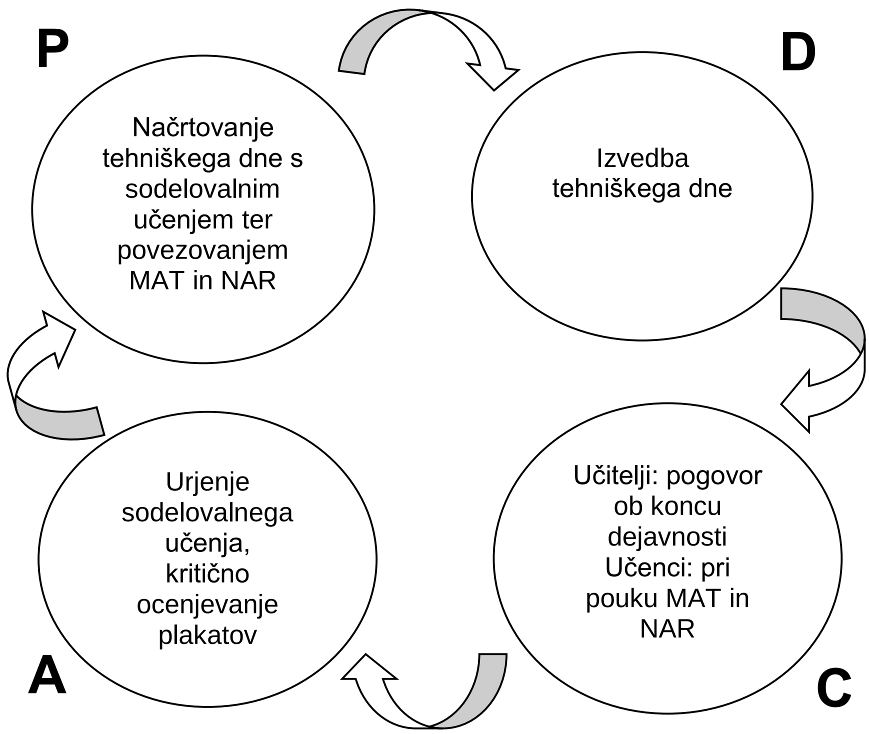
The article shows an example of a cross-curricular link between science and mathematics in 7th grade of primary school. Students took part in a technical activity day where they searched for information on the website about protected areas, endangered species, species variety and anthropogenic and natural ecosystems. The collected data were analysed with the computer program Excel with the emphasis on calculating percentages.
This particular activity day used the method of cooperative learning, which means everyone had to be active. Students not only developed the skills to be able to look for specific information but also communicative skills. They completed a worksheet that was later used in science class and made posters on different topics. To create a successful cross-curricular link we used a Deming cycle or PDCA cycle (plan – do – check – act).

Key words: cross-curricular links, cooperative learning, ecosystems, percentages, PDCA cycle

Uvod

Cilji sodobne šole govorijo o vseživljenjskem izobraževanju (razvijanje sposobnosti za sodelovanje z drugimi, razvijanje spretnosti in sposobnosti za samostojno iskanje in selekcioniranje informacij, za kritično presojo informacij …), o doseganju večje stopnje povezanosti med disciplinarnimi znanji, o preprečevanju preobremenjenosti učencev; z navajanjem na samostojno učenje in oblikovanjem delovnih navad. Pomemben cilj sodobne šole je tudi povečanje kakovosti in trajnosti pridobljenega znanja z razvijanjem različnih strategij mišljenja, z upoštevanjem predhodnega znanja učencev, s povezovanjem znanja (Bevc, 2008). Te cilje lahko dosegamo z medpredmetnim povezovanjem, ki zahteva sodelovanje med učitelji različnih predmetov in področij in omogoča večjo avtentičnost učnega procesa, saj stvarnosti ne zaznavamo po delih, pač pa kot celoto. Možnost za uresničevanje ciljev sodobne šole je tudi sodelovalno učenje. Tako imenujemo učenje v majhnih skupinah, v katerih zastavimo delo tako, da je zaznavna pozitivna povezanost med člani skupine, ko skušajo pri učenju z medsebojno interakcijo doseči skupen cilj. Pri tem delu se ohrani tudi odgovornost vsakega posameznega člana skupine.
Možnost za medpredmetno povezovanje in sodelovalno učenje so dnevi dejavnosti, ki so, kot del obveznega programa, vključeni v predmetnik osnovne šole.
Cilj teh dni je omogočiti učencem utrjevanje in povezovanje znanj, pridobljenih pri posameznih predmetih, uporabljanje teh znanj in nadgrajevanje s praktičnim učenjem, z medsebojnim sodelovanjem in odzivanjem na aktualne dogodke v ožjem in širšem družbenem okolju (Florjančič, 2005).
Pri aktivnostih imajo učenci možnost razvijati vrsto različnih sposobnosti in spretnosti. Zato dneve dejavnosti načrtujemo tako, da pri učencih spodbujamo: vedoželjnost, ustvarjalnost, samoiniciativnost, sodelovanje, utrjevanje in povezovanje znanja, uporabo znanja, praktično učenje in aktualizacijo v okolju.

Slika 1: Prikaz medpredmetnega povezovanja (PDCA krog)



Za neprestano izboljševanje učnega procesa si pri izvedbi takih povezav lahko pomagamo z Demingovim krogom kakovosti ali PDCA krogom (načrtuj – izvedi – preveri - ukrepaj). (Slika 1).

Medpredmetna povezava z uporabo PDCA kroga

NAČRTUJ (Plan)

Pri načrtovanju smo se združili učitelji, ki poučujemo naravoslovje in matematiko v 7. razredu, ter določili cilje, metode, oblike dela in časovni okvir.
Odločili smo se za termin ob koncu aprila saj takrat pri matematiki obravnavamo odstotke, pri naravoslovju pa zgradbo in delovanje ekosistemov. Konec aprila smo izbrali tudi zaradi svetovnega dneva Zemlje in tako z izvedbo dneva in razstavo plakatov obeležili ta dan.
Za sodelovalno učenje smo se odločili, da bi bili pri delu aktivni vsi učenci, tudi molčeči, pa tudi zato, da smo krepili sodelovalno učenje.
Želeli smo tudi, da svoje znanje s pomočjo plakata predstavijo drugim učencem šole, plakate pa izdelajo po kriterijih (glej Prilogo), ki so usklajeni za vse predmete na šoli (povezava na področju dejavnosti učencev).
Pri načrtovanju smo določili cilje posameznih predmetov in medpredmetne cilje, upoštevali pa smo tudi razvojne cilje šole.

Cilji pri matematiki:
- učenci naredijo tabelo in diagram (stolpčni, tortni) o ekosistemih z uporabo Excela,
- učenci izračunajo deleže zavarovanih območij, ogroženih vrst in antropogenih ekosistemov v odstotkih,
- učenci iz tabel in diagramov, ki so jih izdelali pri pouku, preberejo podatke in jih interpretirajo,
- učenci za predstavitev podatkov izberejo primeren diagram.

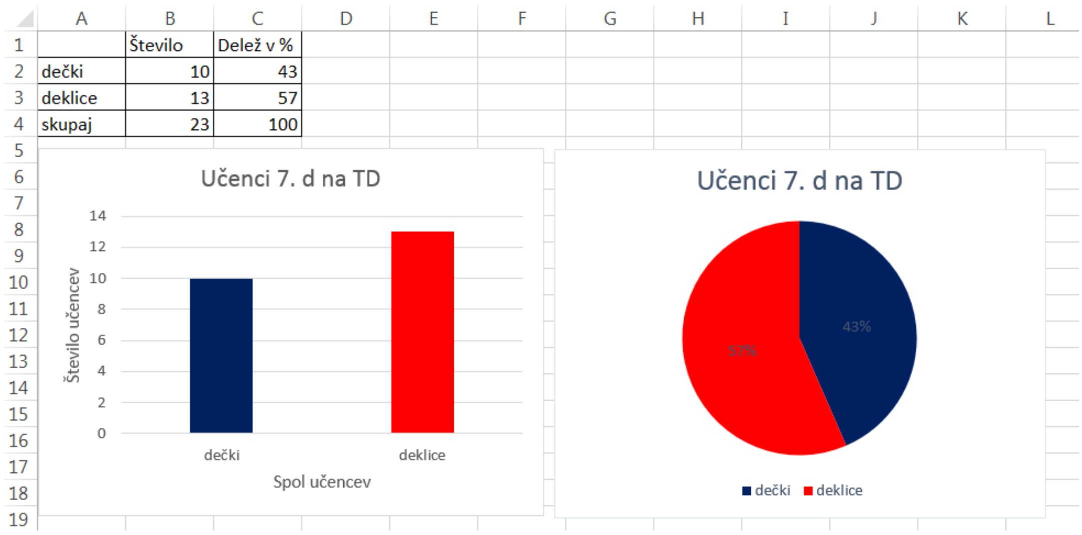
Cilji pri naravoslovju:
- učenci na spletu poiščejo primere antropogenih ekosistemov (npr. njiva, sadovnjak, gojeni travnik, vinograd itd.) in s slikami in nalogami na delovnem listu primerjajo biotsko pestrost v naravnih in antropogenih ekosistemih;
- učenci na spletu poiščejo informacije in slikovno gradivo o zaščitenih območjih in ogroženih vrstah v Sloveniji.

Medpredmetni cilji:
- učenci pridobijo, obdelajo in vrednotijo podatke iz različnih virov (literatura, splet),
- učenci kritično ovrednotijo diagrame in rešitve nalog na delovnem listu,
- učenci vključijo vsebino o zgradbi in delovanju ekosistemov v statistične preiskave,
- sodelujejo v skupini, da bi dosegli isti cilj,
- izdelajo plakat po skupnih kriterijih.

Pri načrtovanju vedno upoštevamo tudi razvojne cilje šole:
- izboljšujemo vzgojno delovanje šole,
- povečujemo obseg trajnostnega in uporabnega znanja,
- spodbujamo ustvarjalnost in inovativnost učencev in delavcev šole,
- razvijamo trajnostno razmišljanje.

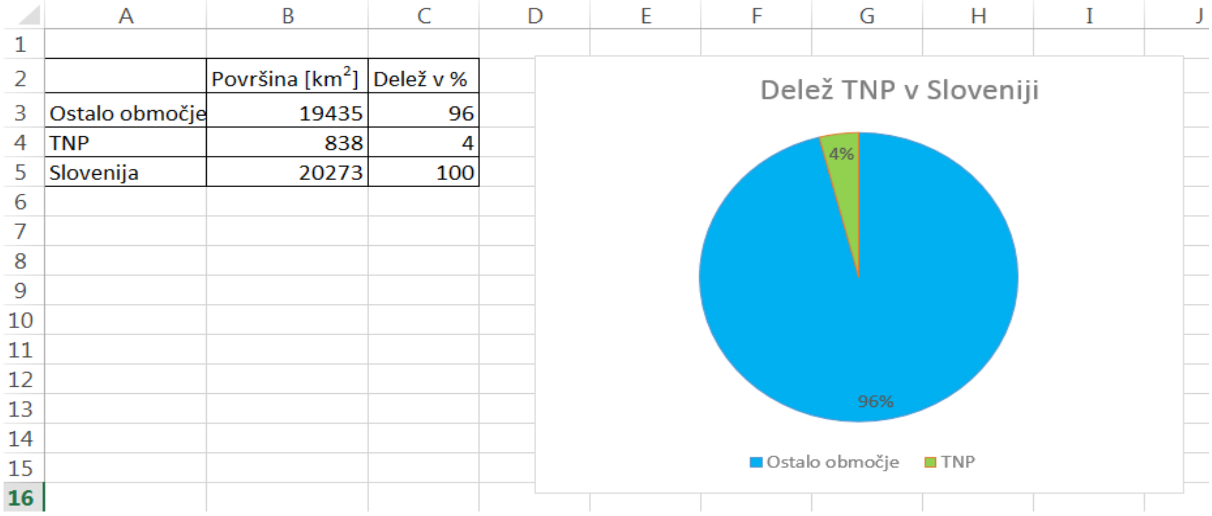
IZVEDI (Do)

Tehniški dan je potekal pet ur. Prvo uro smo začeli s frontalno predstavitvijo pomena varovan narave in nadaljevali z reševanjem nalog po skupinah. Učence smo naključno razdelili v štiri skupine z različnimi nalogami: zavarovana območja, ogrožene vrste, antropogeni in naravni ekosistemi ter vrstna pestrost. Učenci so naloge na delovnem listu reševali s pomočjo spleta.
V drugi uri smo naredili nove mešane skupine tako, da je vsaka skupina imela enega predstavnika prve, druge, tretje in četrte skupine.
Tako je vsak učenec dobil samo del informacij, ki so bile potrebne za rešitev delovnega lista in nihče ni mogel nalog rešiti sam, temveč je bil odvisen od ostalih članov skupine. Zaradi medsebojne odvisnosti so učenci razvijali tudi komunikacijske veščine, veščine za gradnjo in vzdrževanje zaupanja, veščine nudenja in sprejemanja pomoči ter veščine vodenja.
V tretji uri je vodenje skupine prevzela učiteljica matematike. Ker so se učenci obdelave podatkov v programu Excel učili že v šestem razredu, so najprej ponovili, kako narediti in oblikovati tabelo, stolpčni in krožni diagram. Za utrjevanje znanja s pomočjo Excela, so prikazali število učencev v razredu glede na spol. Na koncu ponavljanja so se s programskim orodjem Excel naučili izračunati tudi delež v odstotkih (Slika 2).

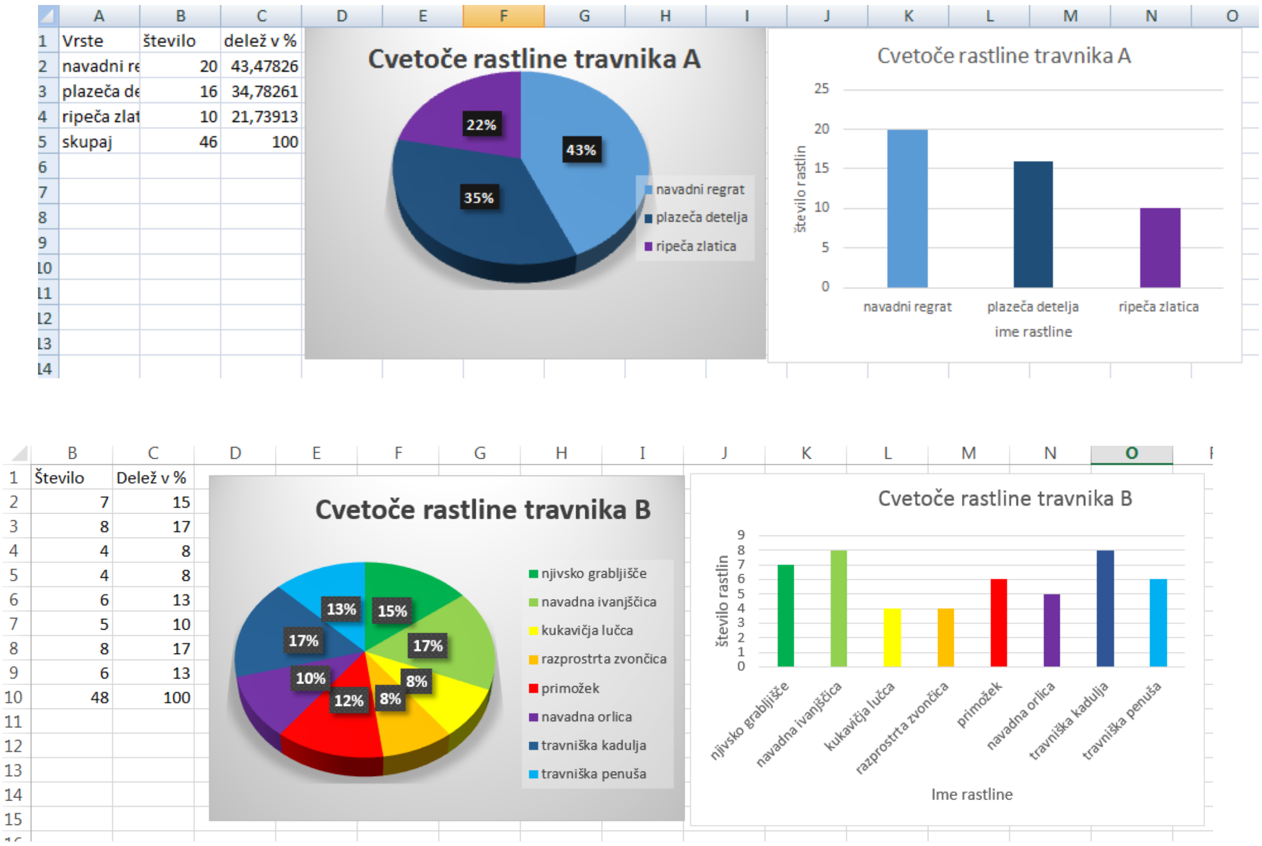


Slika 2: Naloga za ponovitev postopkov oblikovanja tabele, stolpčnega in krožnega diagrama

Po ponovitvi so se učenci zopet razdelili v skupine tako, kot so bili na začetku oziroma tako, da so vsi reševali isto nalogo. Naloge na delovnem listu so dopolnili še z računanjem odstotkov, diagrame in tabele pa so natisnili in jih kasneje uporabili pri izdelavi plakata (Slika 3 in 4).



Slika 3: Končni izgled naloge o zavarovanih območjih

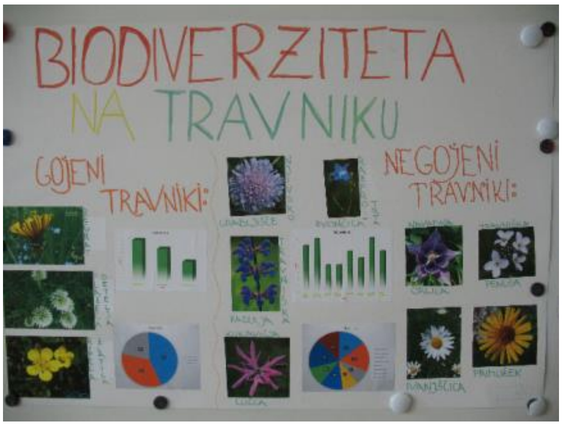


Slika 4: Končni izgled naloge o vrstni pestrosti

V četrti in peti uri so učenci izdelali plakat po naslednjih korakih:

- izbira teme,
- določitev glavnega sporočila plakata,
- načrtovanje vrste in količine obvestil (ločimo bistveni material od nebistvenega);
- načrtovanje oblike,
- poskusna razporeditev gradiva (skica na manjšem formatu).

Pri izdelavi plakata so upoštevali tudi naslednja priporočila:
- plakat je čitljiv z razdalje 3 metrov (črke morajo biti dovolj velike, pisava preprosta, barva papirja nevtralna),
- je jasen, jedrnat in razumljiv tudi brez avtorjevih pojasnil,
- vzbudi našo pozornost,
- vsebuje malo besedila in več slikovnega materiala ali drugih ponazoril (Slika 5).



Slika 5: Plakata o vrstni pestrosti

Plakate smo razstavili na šolskem hodniku, da so vsi učenci dobili vse informacije o dogajanju na tehniškem dnevu, obenem pa smo z obeležitvijo svetovnega dneva Zemlje opozorili tudi na ranljivost in enkratnost planeta, na katerem živimo.

PREVERI (Check)

Ob koncu dejavnosti sva se z učiteljico pogovorili o izvedbi. Ugotovili sva, da bo potrebnih nekaj popravkov na delovnem listu, da imajo učenci težave pri iskanju bistva in izdelavi plakata ter da niso vajeni sodelovalnega učenja kot vrste medsebojne komunikacije, temveč jo uporabijo le za medsebojno prepisovanje.
Kako uspešno sva realizirali cilje posameznih predmetov, sva z učiteljico preverili pri pouku matematike in naravoslovja. Učenci so napisali, kaj jim je bilo pri takem delu, ki spodbuja sodelovanje v skupinah, všeč in kaj bi spremenili.
Posebej so pohvalili delo z računalniki in delo v skupinah, želeli pa bi, da bi si sami izbrali sošolce v skupini.

UKREPAJ (Action)

Ker so imeli učenci pri izdelavi plakata težave s tem, kako obdelano temo predstaviti (s ključnimi besedami, ustreznimi fotografijami ter diagrami), sva se dogovorili, da bomo eno uro naravoslovja namenili vrednotenju plakatov, ki so razstavljeni na hodniku.
Učenci so imeli težave tudi s predstavitvijo teme sošolcem (večinoma so jim ponudili nalogo za prepisovanje), zato bova, poleg tehniškega dneva, omenjeno metodo večkrat uporabili tudi pri pouku.

Zaključek

V opisani medpredmetni povezavi so učenci pridobivali nova znanja:
- iskali in selekcionirali so informacije,

- podatke o ekosistemih, vrstni pestrosti in ogroženih vrstah so predstavili v tabeli in grafično,
- uporabljali so informacijsko – komunikacijsko tehnologijo,
- zaključke so predstavili na plakatih,
- izdelke so kritično ovrednotili,
- sodelovali so v skupini za dosego skupnih ciljev.

Učenci so svoje znanje smiselno povezali, poglobili in nadgradili, saj je bil tehniški dan organiziran kot nadgradnja tehniškega dneva v šestem razredu.

Pri povezavi veliko pridobi tudi učitelj, saj se pri izmenjavi izkušenj rojevajo nove ideje in načrtujejo izboljšave za kakovostnejše in trajnejše znanje. Medpredmetne povezave so še bolj učinkovite, če se povezujeta učitelja, ki se dobro razumeta tudi izven šole.

Predloge za izboljšave ob koncu dejavnosti zapišemo na evalvacijski obrazec tudi zato, da jih pri naslednjem načrtovanju ne pozabimo upoštevati.

Viri

1. Bevc, V. ,2008: Medpredmetno načrtovanje. V: Fini Nolimal: *Fleksibilni predmetnik – pot do večje avtonomije, strokovne odgovornosti in kakovosti vzgojno-izobraževalnega dela*, str. 183-189, Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
2. Florjančič, F., 2005: Tehniški dnevi od 6. do 9. razreda v devetletni osnovni šoli. Zavod Republike Slovenije za šolstvo: Ljubljana.
3. Kerndl, M., 2008: Metode za aktivacijo učenja ali metode za podporo aktivnemu učenju. V*: Fleksibilni predmetnik – pot do večje avtonomije*, *strokovne odgovornosti in kakovosti vzgojno-izobraževalnega dela*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
4. Učni načrt. Program osnovna šola. Naravoslovje (2011). Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo: Ljubljana.
5. Dornik, M., et al., 2002: Kocka 7: matematika za 7. razred osnovne šole, Modrijan, Ljubljana.

PRILOGI:

Učni list TEHNIŠKI DAN: OBDELAVA PODATKOV 7. RAZRED (medpredmetna povezava matematike in naravoslovja)

IZDELAVA PLAKATA (zloženka Navodila učencem za izdelavo plakata)

Kaj je plakat?

- **Plakat** je večji list ali pola papirja z besednim, slikovnim in grafičnim sporočilom.
- Izdelava dobrega plakata je lahko zabavna in je zagotovo izziv. V tej zloženki je nekaj idej za njegovo izdelavo.

Dober plakat:

- je **čitljiv** z razdalje 3 metrov (črke morajo biti dovolj velike),
- je **jasen, jedrnat in razumljiv** tudi brez avtorjevih pojasnil,
- takoj **vzbudi našo pozornost**,
- vsebuje **malo besedila in mnogo slikovnega materiala ali drugih ponazoril**,
- prikazuje **najpomembnejše poudarke v logičnem zaporedju**,
- vsebuje **kratke povedi, preproste besede in ne uporablja žargona ter nenavadnih okrajšav**.

Slab plakat:

- je **neurejen**, vsebina je brez pravega zaporedja,
- **prikazuje podrobnosti**, ne bistva,
- vsebuje **veliko besedila**,
- je **preobložen** s slikami in besedilom (brez razmikov),
- avtor ga mora **posebej razlagati**,
- **ni čitljiv z razdalje 3 metrov**.

Pri **pripravi plakata** je potrebno paziti na:

- vsebino in
- vidno, pisno in tehnično oblikovanost.

Izdelava plakata:

- izberemo **temo,**
- določimo, kaj je **glavno sporočilo plakata,**
- načrtujemo vrste in količine obvestil (**ločimo bistveni material od nebistvenega**),
- načrtujemo **obliko**,
- izmerimo, **koliko prostora** imamo na voljo.

KRITERIJI ZA OCENJEVANJE PLAKATA IN PREDSTAVITVE

Predstavitev	Predstavitev je učinkovita, ponazarja tudi s svojimi primeri	Predstavitev je učinkovita, predstavlja le primere iz literature	Pri predstavitvi se mu/ji zatika ali pa bere s plakata	Pri predstavitvi dobesedno bere s plakata
Delo z viri	Zbere podatke iz različnih virov in jih interpretira. Naredi zaključke.	Zbere podatke iz različnih virov in jih interpretira. Večinoma naredi zaključke.	Ob pomoči podatke zbere in interpretira. Zaključki niso izpeljani.	Podatki zbrani iz enega vira (npr.: učbenika), interpretacija je pomanjkljiva, manjkajo zaključki.
Videz plakata	Plakat je likovno in pisno učinkovit, pravilno so navedeni viri.	Plakat je likovno in pisno ustrezen, navedena je večina virov.	Plakat je likovno in/ali pisno manj ustrezen, viri so pomanjkljivo navedeni.	Plakat je kljub pomoči likovno in pisno manj ustrezen, viri so površno navedeni.
Ocena	5	4	3	2

Pojasnilo besed učinkovit in ustrezen:

- učinkovit - ki dosega tak rezultat, kot se želi, pričakuje (SSKJ, 2000. str. 1441)
- ustrezen - je v skladu z določenimi normativi (SSKJ, 2000, str. 1475)

Vir **:**

1. **Preverjanje in ocenjevanje**. Specializirana strokovna pedagoška revija. letnik 4. št.4, januar 2008, Založba Educa

POVEZOVANJE MATEMATIKE IN FIZIKE V GIMNAZIJI – STALIŠČA IN IZKUŠNJE FIZIKA

Connecting mathematics and physics in grammar school – physics teacher views and experience

Milenko Stiplovšek

milenko.stiplovsek@zrss.si

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Povzetek

V prispevku je predstavljen pomen povezanosti znanja matematike in fizike ter težave, na katere naletimo pri povezovanju pouka teh dveh predmetov. Predstavljeni so tudi primeri povezav s komentarji (težave, uspešnost). Naštete so še aktivnosti, ki smo jih na Zavodu Republike Slovenije za šolstvo na to temo že izvajali, in kaj v zvezi s povezovanjem pouka fizike in matematike načrtujemo.

Ključne besede: fizika, matematika, predznanje, povezano znanje, kritično prijateljevanje

Abstract

The article presents the significance of the knowledge relations between mathematics and physics as well as the obstacles teachers of both subjects meet in case they collaborate. We present the concrete examples accompanied by comments reporting about positive and negative experience. In the article one can find a list of activities carried out by the Institute of Education in the past as well as a list of planned future activities connected to the instruction of physics and mathematics.

Key words: physics, mathematics, prior knowledge, connected knowledge, critical friendship

Uvod

S prispevkom želim spodbuditi učitelje matematike in fizike k tesnejšemu sodelovanju. Prepričan sem, da večina učiteljev fizike in večina učiteljev matematike verjame, da povezovanje pouka matematike s fiziko in pouka fizike z matematiko izboljša kvaliteto in trajnost znanja dijakov pri obeh predmetih. Vendar pa kvalitetno sodelovanje med učitelji matematike in fizike lahko zahteva več časa in vloženega dela, kot smo pričakovali, in morda prinese tudi kakšne težave, ki jih nismo pričakovali.

Učenje in poučevanje za dvig/pridobivanje kognitivnega znanja

Pouk matematike in fizike se veliko ukvarja s povečevanjem kognitivnega znanja. Michael Schneider in Elsbeth Stern iz Inštituta za raziskovanje vedenja – ETH v Zürichu, sta svoj kognitivni pogled na učenje strnila v deset temeljnih ugotovitev, ki so zapisane v spodnji tabeli (Schneider in Stern, 2013). Večina učiteljev matematike in fizike se verjetno strinja z njunimi ugotovitvami – tudi tisti, ki morda veljajo za »konzervativne«. Za podkrepitev te trditve sem v tretjem stolpcu tabele k njunim ugotovitvam pripisal nekaj značilnih izjav, povezanih z ugotovitvijo, s katerimi smo se gotovo že srečali.

Zap. št.	Učenje	Značilne izjave, povezane z ugotovitvami
1.	Izvaja predvsem učenec.	*Namesto vas se ne moremo naučiti.*
2.	Mora upoštevati učenčevo predznanje.	*Če ne znajo …, ne moremo pričeti s …*
3.	Terja povezovanje struktur znanja.	*To je enako, kot ste se učili pri …*
4.	Skrbi za ravnovesje med usvajanjem konceptov, veščin in metakognitivnih kompetenc.	*Ne učite se »na pamet«.*
5.	S hierarhičnim organiziranjem temeljnih koščkov znanja gradi kompleksne strukture znanja.	*Reševanja problema / naloge … se lotite sistematično … Ne skočite kar na prvo žogo – premislite o zadevi.*
6.	Lahko s pridom uporablja strukture zunanjega sveta pri organiziranju struktur znanja v umu.	*Povezovanje tega, kar učimo v šoli, z vsakodnevnimi izkušnjami je zelo pomembno in potrebno.*
7.	Je omejeno z zmožnostmi ljudi za procesiranje informacij.	*Vse si/sem pomešal med seboj.*
8.	Je učinek dinamičnega prepletanja čustev, motivacije in kognitivnih procesov.	*Ko je na urniku …, me mine volja do vsega / komaj čakam začetek ure. Dijaki v … so mi ponovno pokvarili / polepšali dan.*
9.	Gradi prenosljive strukture znanja.	*Če bi nam povedali, da je to naloga iz kemije, bi jo znali rešiti.*
10.	Terja čas in napor.	*Brez vaje ne bo šlo.*

Tesna povezanost matematike in fizike

O tem, da sta matematika in fizika tesno povezani, gotovo ni dvoma. Poglejmo nekaj primerov iz preteklosti, ko sta matematika in fizika navdihovali ena drugo.

Isaac Newton je naredil odločilne korake na področju infinitezimalnega računa, ker ga je potreboval kot orodje za opis fizikalnih pojavov. Res je sicer, da je v istem času do enakih ugotovitev prišel tudi Gottfried Wilhelm Leibniz in da je ta sočasnost povzročila spor med angleškimi in nemškimi znanstveniki o tem, kdo je bil prvi. Po pregledu njunega dela je obveljalo stališče, da sta do odkritja prišla istočasno in neodvisno. Tudi William Rowan Hamilton je, med študijem optičnih, mehaničnih in astronomskih pojavov, razvil pomembna matematična orodja. Sicer pa se veliki umi preteklosti niso opredeljevali o znanosti, s katero se ukvarjajo, kot smo to vajeni danes. Za Ludwiga Eduarda Boltzmanna bi težko rekli, ali je bil fizik, matematik ali filozof, brez težav pa lahko rečemo, da je pomembno prispeval k napredku na področjih, ki jih danes obravnavamo pri fiziki, matematiki in filozofiji.

Zanimivi so primeri, ko je matematika »presenetila« fizike. Gotovo je med najbolj znanimi Einsteinova teorija relativnosti, ki je bila ob nastanku zgolj »matematični konstrukt«. Poskušal je pojasniti eksperimentalno ugotovljeno dejstvo, da opazovalec izmeri enako hitrost svetlobe v vseh opazovalnih sistemih in neodvisno od hitrosti opazovalca glede na izvor svetlobe. Ugotovitve, da se lahko energija pretvarja v maso in obratno, in da čas ne teče povsod enako hitro, so bile ob nastanku teorije relativnosti matematične špekulacije brez eksperimentalne osnove. Podobna zgodba je povezana s kvantizacijo energijskih stanj atoma in z načelom nedoločenosti. Tudi ti dve lastnosti narave sta se najprej pokazali pri študiranju matematičnih modelov, šele nato pa pri opazovanju narave.

Povezanost pouka matematike in fizike v gimnaziji – težave

Ni dvoma, da je pri obravnavi fizikalnih vsebin v gimnaziji matematika nujno potrebno orodje. Vendar zadeva sploh ni enostavna. »Veliko razmišljanj o vlogi matematike pri poučevanju fizike je mogoče najti v angleških revijah, zdi se, da bolj iz zadrege kot zaradi uspešnih rešitev.« (Strnad, 2006, str.50)

Učitelji fizike v gimnaziji poznamo učne situacije, ko bi pri določenih fizikalnih temah dijaki potrebovali neko matematično znanje, pa ga večina nima ali pa je to znanje slabo. S tem ne nameravam grajati učiteljev matematike v znanem destruktivnem stilu: »Nič jih ne naučite, pa imate ogromno ur. Kaj sploh delate? …«. **Tisto, čemur bi se, po mojem mnenju, morali odpovedati učitelji fizike v srednji šoli, je predpostavka, da naj bi vsak dijak ves čas znal vse, kar je v času svojega šolanja kadarkoli slišal pri pouku matematike – v osnovni in v srednji šoli.**

Če se učitelj fizike pozanima o matematičnem izobraževanju, ki so ga dijaki opravili do nekega trenutka, lahko od njih zahteva, da matematične vsebine, ki jih bodo pri fiziki v kratkem potrebovali, samostojno ponovijo, utrdijo. Zelo smiselno je obnovljeno znanje tudi preveriti. Dijakom je treba (pa tudi učiteljem) pri tem pomagati, saj to v našem šolskem prostoru ni pogosta in rutinska praksa. Gre za razvoj pomembne kompetence učenje učenja, ko se morajo dijaki spomniti ali samostojno ponoviti nekaj, kar so že znali, pa so pozabili. Z razvojem te kompetence naj bi sčasoma dosegali vedno večjo samostojnost pri pripravi na pouk fizike.

Lahko se znajdemo v situaciji, ko bi pri fiziki potrebovali določeno matematično znanje, ker se v času svojega šolanja pri matematiki s tem še niso ukvarjali. Kaj je razlog za tako situacijo? V preteklosti je bilo mogoče reči, da so učni načrti neusklajeni (vrstni red obravnavanih vsebin). V prenovljenih učnih načrtih je vrstni red obravnave vsebin prepuščen odločitvam učiteljev, a težava ni izginila. Na srečanju srednješolskih učiteljev matematike in fizike na temo povezovanja pouka obeh predmetov je ena od učiteljic kot radikalno rešitev predlagala: »Dobro, potem pa naj imajo dijaki v 1. in 2. letniku le matematiko, slovenščino, tuj jezik in informatiko, da jih bomo naučili vse, kar potrebujejo. Nato pa naj to znanje v 3. in 4. letniku uporabljajo pri pouku vseh ostalih predmetov.« S svojo izjavo je gotovo popestrila debato, hkrati pa je zelo jasno sporočila, da prevelika vnema za reševanje le enega problema prinese druge, še večje.

Kakšna je realnost? Verjamem, da obstajajo gimnazije, kjer se s tem »problemom« ne ukvarjajo. Učitelji matematike učijo po ustaljenem vrstnem redu in tako, kot se jim zdi najbolj smiselno, učitelji fizike pa prav tako. Če pri fiziki kdaj kakšno matematično znanje manjka, ga učitelji fizike posredujejo in dijaki ga nato uporabljajo. Pri obeh predmetih večina dijakov v predvidenem času obdela in usvoji predpisane cilje, pridobi potrebne ocene, opravi maturo in uspešno zaključi izobraževanje v gimnaziji. V čem je problem in zakaj bi zapletali delo s povezovanjem pouka fizike in matematike?

Težava je vsaj v naslednjem:

1. Vemo, da sta povezovanje struktur znanja in izgradnja prenosljivih struktur znanja pomembni lastnosti učenja in poučevanja, zato da bi pridobili kognitivno znanje. Pravilno povezavo med lastnostmi grafov kotnih funkcij, ki so se jih naučili pri matematiki, in grafi lege, hitrosti ter pospeška v odvisnosti od časa, ki jih obravnavajo pri fiziki, si bodo sami znali in zmogli vzpostaviti le najsposobnejši dijaki. Večina bo naloge na to temo pri matematiki reševala s postopki, naučenimi pri matematiki, naloge pri fiziki pa s postopki, naučenimi pri fiziki. Videli bodo, da imata grafa podobno obliko, kakšnih drugih podobnosti in povezav pa ne bodo zaznali. Nekateri se bodo vprašali in si morda tudi znali pravilno odgovoriti na vprašanje, kaj se je zgodilo z nihalom oz. merjenjem lege nihala v odvisnosti od časa, da je na grafu prišlo do spremembe, ki so jo pri matematiki imenovali vzporedni premik, ali pa razteg vzdolž izbrane osi. Če bodo to uspeli pravilno premisliti in povezati, bo njihovo zanje na področju matematike in fizike s tako povezavo trajnejše in uporabnejše. Večina dijakov tega transfera sama ne zmore. Bi pa s tem, ko bi jim učitelj fizike in učitelj matematike sistematično predstavila razlike in podobnosti grafov pri matematiki in pri fiziki, nekateri od njih le dosegli trajnejše in uporabnejše znanje. Pogoj za takšen pouk pa je sodelovanje med učiteljema – najprej glede časovne usklajenosti obravnave vsebin, nato pa še glede terminologije. Ko se učitelj fizike odloči govoriti »po matematično«, da bodo fizikalne vsebine povezane z matematičnimi, se mora pozanimati pri kolegu matematiku, kateri nabor izrazov uporablja, saj sicer dijaki ne bodo povezali enakih pojmov. Enako velja za učitelja matematike, ki se odloči, da bo povedal nekaj »po fizikalno«.

2. Mnogi učitelji fizike predpostavljajo, da ustrezno predstavijo določeno matematično vsebino, ki jo pri pouku fizike potrebujejo, dijaki pa je pri matematiki še niso obdelali. Redki učitelji fizike pa so se odločili, v skladu z običajno prakso preverjanja pravilnosti predpostavk v fiziki, da bi pravilnost te predpostavke preverili z opazovanjem – npr. se dogovorili z učiteljem matematike, da hospitirajo pri njegovi uri obravnave te iste vsebine, in nato objektivno primerjali svoje delo s kolegovim. Če pa je kdo od fizikov povabil kolega matematika, da hospitira pri »fizikalni« vpeljavi za dijake nove matematične vsebine in nato povprašal za kolegovo mnenje o takem pouku, pa je to še bolje. V bistvu so taki obiski že oblika kvalitetnega sodelovanja učiteljev, ki se gotovo ne bo končalo zgolj z medsebojnim obiskovanjem pri pouku. Pogosto se za tovrstno sodelovanje uporablja izraz kritično prijateljevanje. Sam imam z njim dobre izkušnje in ga zelo priporočam.

3. Praviloma ocenjujemo, da je časa za doseganje ciljev pouka fizike malo. Če ta dragoceni čas namenjamo pouku matematike, ga bomo imeli za pouk fizike še manj.

Razlike med matematiko pri matematiki in matematiko pri fiziki v gimnaziji in težave, ki jih te razlike povzročajo

Začnimo pri pomenu enačaja. V matematiki pomeni, da sta izraza levo in desno od njega enaka na vseh mestih, tudi na tistih, ki niso zapisana. Pri fiziki pa enačaj pomeni, da velja enakost le pri doseženi natančnosti merjenja.

Matematični pomen enačaja je v predstavah dijakov zelo utrjen in jim fizikalni pogled nanj povzroča težave (pa tudi učiteljem matematike – vsaj toliko časa, dokler o razlogih za razliko ne premislijo). Poglejmo primer - podatek o dolžini stranice pravokotnika: a = 5,3 cm. Pri matematiki je to razumljeno kot a = 5,30000000… cm – torej natančno s samimi ničlami, ki sledijo trojki in jih zato sploh ne pišemo. Podatki 5,3 cm, 5,30 cm in 5,300 cm so pri matematiki identični.

Pri fiziki je informacija istega zapisa drugačna. Če podamo vrednost za dolžino stranice 5,3 cm, potem je to ustrezno trditvi, da verjamemo, da je dolžina stranice nekje med 5,25 cm in 5,35 cm; to je na intervalu vrednosti, ki se zaokrožijo na 5,3 cm. Verjetnost, da je prava vrednost za dolžino stranice zunaj tega območja, pa je majhna. Dolžina bi lahko bila tudi 5,29 cm, kar je drugače, kot 5,30 cm. Zato v fiziki podatki za dolžine 5,3 cm, 5,30 cm in 5,300 cm niso identični. Če poznamo še dolžino stranice b = 8,9 cm, bodo pri matematiki zapisali ploščino kot 5,3 cm × 8,9 cm = 47,17 cm^2 in to ne bo sporno. Pri fiziki tak rezultat imenujemo zapis s pretirano natančnostjo in kot smiselno zaokroženo vrednost ploščine priznamo 47 cm^2. V očeh fizika se ploščina, glede na nezanesljivost podatkov o dolžinah stranic, giblje med produktoma najmanjših še verjetnih dolžin stranic 5,25 cm × 8,85 cm = 46,4625 cm^2 in največjih še verjetnih dolžin stranic 5,35 cm × 8,95 cm = 47,8825 cm^2 oz. najverjetneje na intervalu vrednosti, ki se zaokrožijo na 47 cm^2.

Morda se zdi tako razmišljanje komu nepotrebno, vendar se pri fiziki v gimnaziji večkrat ukvarjamo z eksperimentalnim preverjanjem veljavnosti matematičnih modelov, ki opisujejo dogajanje v naravi. Če se ne zavedamo nenatančnosti izmerjenih podatkov in nenatančnosti izračunanih vrednosti, ki iz teh sledijo, ne bomo sposobni ugotoviti ujemanja oz. neujemanja rezultatov eksperimentov in teoretičnih napovedi natančnosti meritev. Še posebej velja to za eksperimente in meritve, ki so podprte z računalniki. Programska oprema za obdelavo rezultatov meritev večinoma ne upošteva omejene natančnosti izmerjenih podatkov in so izračuni narejeni tako kot da so podatki podani z neskončno »matematično« natančnostjo. Po nekaj računskih operacijah lahko tako dobljeni rezultati odstopajo od pričakovanih vrednosti, še posebej, če se želimo s teoretičnim modelom dokopati do vrednosti kakšne od naravnih konstant. To odstopanje je potrebno razumeti in predvsem pravilno oceniti vpliv nenatančnosti meritev (t. i. slučajno napako) in vpliv nenatančnosti teoretičnega modela (t. i. sistematično napako). Ta princip je skupen vsem eksperimentalnim preverjanjem teoretičnih napovedi na vseh področjih znanosti. Zato je zelo pomembno, da ga dijaki v gimnazij, kjer se praviloma pripravljajo na študij na univerzah in na kasnejšo akademsko kariero, res usvojijo. Seveda je poučevanje teh tem naloga učiteljev fizike, za učitelje matematike pa je pomembno, da se tega zavedajo, ko opisujejo z matematičnimi modeli, kaj se okoli nas v resnici dogaja.

Zakaj sem si kot učitelj fizike v gimnaziji želel sodelovanja z učitelji(cami) matematike in kako nam je sodelovanje uspevalo

V učnem načrtu za fiziko so mnogi cilji in vsebine zapisani na način:
Dijaki / dijakinje:

- **Izračunajo …**
- **Izpeljejo …**
- **Poznajo/razumejo … in uporabijo za izračun …**

Naloge, kjer je pri fiziki potrebno izračunati vrednost neznane fizikalne količine, s poznavanjem zakonitosti o povezanosti med količinami in z nekaj podanimi vrednostmi zanje, so pri preverjanju in ocenjevanju pogoste. V priporočilu za sestavo pisnih preizkusov znanja je v učnem načrtu sicer zapisano, da naj bo približno tretjino točk mogoče doseči z neračunskimi nalogami (Planinšič, 2008), vendar pa to pomeni, da ostane približno dve tretjini točk za računske naloge, kjer **je neznanje matematike ovira za dosežek pri fiziki**. Zato sem bil zelo zainteresiran, da dijaki obvladajo tisto matematično znanje, ki ga pri fiziki potrebujejo.

Želel sem, da učitelji matematike pri svojem pouku vsaj povedo, katero matematično znanje bodo dijaki, razen pri matematiki, uporabljali tudi pri fiziki. Če bi nato naredili še kakšen zgled pri matematiki s simboli (ali morda celo zakonitostmi – funkcijskimi zvezami), ki se običajno uporabljajo pri fiziki, bi bila za dijake uporaba matematike pri ustreznih poglavjih fizike razumljivejša in uspešnejša.

Nekateri učitelji matematike v gimnazijah so pripravljeni sodelovati. Kot motiv za to sem zaznal predvsem:
Njihov občutek za poučevanje jim je sporočal, da je znanje matematike bistveno trajnejše, če matematična spoznanja povežejo s konkretnimi primeri iz realnega sveta. Fizika je za to na voljo vedno in za vsako matematično področje. S fizikalnimi zgledi so dodatno osmišljali pouk matematike in bistveno zmanjšali število vprašanj npr.: Zakaj se sploh to učimo? Kje bomo to potrebovali? V bistvu gre pri tem za strinjanje učiteljev matematike z ugotovitvama št. 3 in št. 6 od desetih že navedenih, ki sta jih o učenju in poučevanju z željo, da bi pridobila/poglobila kognitivno znanje zapisala Michael Schneider in Elsbeth Stern.

Med razlogi, ki učitelje matematike odvračajo od povezovanja s poukom fizike, pa sem zaznal predvsem:

- ta povezava se na maturi ne preverja,
- kvalitetnih didaktičnih gradiv in druge podpore učiteljem na to temo ni prav veliko,
- ukvarjati bi se morali s področjem, na katerem niso tako suvereni, kot so na področju matematike,
- zaradi nekaterih konceptualnih razlik med poukom fizike in matematike so se odločili, da pri pouku matematike ne bodo begali dijakov s koncepti, ki niso »strogo matematični«.

Možnih je še veliko drugih razlogov – od »nekompatibilnosti« učiteljev, ki naj bi sodelovali, pa do stališča »ne zapletajmo življenja po nepotrebnem.«

Intenzivno sodelovanje na področju povezovanja pouka matematike in fizike smo uspeli uresničevati predvsem pri obveznih izbirnih vsebinah in pri poučevanju v »evropskih oddelkih« - to je v gimnazijskih oddelkih, v katerih se je v projektu, pod okriljem ZRSŠ, preizkušalo več naprednih, a učiteljem manj znanih in včasih tudi zahtevnejših pristopov k poučevanju. Več o tem sodelovanju in opis konkretnega primera lahko preberete v članku Karmen Hebar v reviji Matematika v šoli (Hebar, 2008). Nekaj tako preizkušenih pristopov smo nato lahko prenesti v vse oddelke, nekaj pa jih še čaka na boljše čase – to je več podpore pri organizaciji pouka in več razpoložljivih gradiv.

V vse oddelke je bilo mogoče prenesti t. i. kritično prijateljevanje (tudi kot osnovo za povezovanje z učitelji drugih predmetov – npr. športa, tujega jezika …). Ugotovili smo, da so medsebojni pogovori o tem, kaj in kako delamo v razredu sicer lahko zelo koristni, vendar pa se učinki takih pogovorov niti približno ne morejo primerjati z učinki, ki jih prinese medsebojno obiskovanje pri pouku in nato pogovor o dogajanju med njim. Učiteljem, ki si med seboj zaupajo in spoštujejo strokovno avtonomijo drug drugega, ta pristop zelo priporočam. Gotovo bodo ideje za izboljšave pouka in učinki realizacije teh idej močno presegli vaša pričakovanja preden se boste odločili za tovrstno sodelovanje. Uspeli smo se tudi dogovoriti za prilagajanje vrstnega reda obravnavanih vsebin pri matematiki in pri fiziki tako, da pri fiziki matematike ni bilo potrebno poučevati (Hebar, 2008). Kot uporabni in učinkoviti sta se izkazali tudi povezavi, ki sta za izvedbo relativno enostavni in se bosta morda kakšnemu učitelju dozdevali celo nepotrebni ali »otročji«, a je pouk pokazal, da to nista:

1. Pri matematiki so dijaki v nalogah, kjer je bilo potrebno izraziti neznanko, obravnavali tudi izraze, ki so predstavljali zveze med fizikalnimi količinami. S tem so posplošili svoje znanje in se ob delu z običajnimi oznakami pri matematiki (a, b, c, x, y …) spoznali tudi z istim matematičnim procesom, v primerih, ko uporabljamo oznake, običajne pri fiziki (x, v, t, a, m, F, T …). Kot gradivo za učitelje matematike je bil za to ustrezen kar list s fizikalnimi enačbami, ki je priložen polam na maturitetnem izpitu iz fizike.

2. Pri fiziki sem pod enačbo, ki je povezovala fizikalne količine, zapisal izraz, kot so ga dijaki vajeni pri matematiki. Primer je izračun stacionarne temperature T za vodo v kalorimetru, potem ko smo vanjo potopili segreto telo. Na osnovi predpostavke, da je količina toplote, ki jo toplejše, trdno telo v kalorimetru odda hladnejši vodi, enaka količini toplote, ki jo voda prejme od telesa, in da voda ni zavrela, dobimo enačbo, ki jo lahko zapišemo kot:

   $$m_1c_1(T - T_1) = m_2c_2(T_2 - T)$$

   V tej enačbi je neznanka stacionarna temperatura T, vse ostalo pa so fizikalne količine z znanimi vrednostmi. Ko sem želel, da dijaki iz enačbe izrazijo T, se je včasih primerilo, da je nalogo opravila uspešno v prvem poskusu manj kot polovica dijakov v oddelku. Ko pa sem na tablo zapisal enačbo:

   $$ab(x - c) = de(f - x)$$

   in naročil, naj iz enačbe izrazijo x, je bila v prvem poskusu praviloma uspešna več kot polovica dijakov. Tisti, ki so imeli težave tudi pri tem, pa so dobili jasno informacijo, da morajo dopolniti znanje matematike, če želijo pri fiziki tovrstne naloge uspešno reševati.

Timskega pouka pa nismo uspeli izvajati v vseh oddelkih drugače kot le med izbirnim delom OIV. To pomeni, da so tak pouk imeli le dijaki, ki so si izbrali kombinacijo fizike in matematike, ostali pa ne. Tudi uporaba fizikalnih zgledov na koncu vsakega poglavja iz matematike je ostala neizpolnjena želja. Tu je prva ovira pomanjkanje kvalitetnih – uporabnih in enostavnih gradiv, ki bi jih učitelji matematike za to potrebovali, in morda še kakšna podpora in spodbuda za učitelje matematike ob začetku uporabe teh gradiv.

Zaključek

Povezovanje fizike in matematike v gimnaziji je pomembno za izgradnjo trajnega in povezanega znanja dijakov pri obeh predmetih. Vendar ni enostavno uskladiti vseh zahtev, interesov in danih možnosti pouka fizike in matematike v gimnaziji do te meje, da lahko smiselno in učinkovito povezavo res vzpostavimo. Svetovalci v Predmetni skupini za fiziko na Zavodu Republike Slovenije za šolstvo želimo ta proces ustrezno podpreti in smo na to temo že izvajali več aktivnosti (Simpozij učiteljev in laborantov fizike v letu 2012, delovno srečanje srednješolskih učiteljev fizike in matematike, priprava drugega dela priročnika za učitelje fizike v gimnaziji). Povezovanje med učitelji bo tudi ena od predvidenih stalnic dela Predmetne razvojne skupine za fiziko; to je skupine, v kateri poleg svetovalcev ZRSŠ sodelujejo še učitelji fizike iz osnovnih in srednjih šol ter strokovnjaki, ki se s poučevanjem fizike ukvarjajo na fakultetah. Verjamemo, da se bo s sistematičnim delom na tem področju in s sistematičnim spremljanjem učinkov tega dela pojavilo nekaj uspešnih in prenosljivih praks in gradiv za učitelje, ki jih bodo lahko, brez večjega tveganja in napora za uvajanje, uporabili pri pouku.

Viri

1. Hebar, K. ,2008: Medpredmetno povezovanje matematika – fizika, Matematika v šoli, letn.14, št. 1-2, str. 74–79.
2. Planinšič, G., Belina, R., Kukman, I., Cvahte, M.,2008: http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_fizika_gimn.pdf (6. 6. 2014)
3. . Schneider, M., Stern, E., 2013: Kognitivni pogled na učenje: deset temeljnih ugotovitev. V: O naravi učenja. Ljubljana: ZRSŠ.
4. Strnad, J., 2006: O POUČEVANJU FIZIKE, DMFA, Ljubljana.

PROJEKT U NASTAVI MATEMATIKE

Project in mathematics

Željka Zorić

zzoric@pmfst.hr

Prirodoslovno matematički fakultet, Sveučilište u Splitu

Sažetak

U dnevnom tisku, na Internetu, zapravo svuda oko nas pojavljuju se članci u kojima se spominju raznorazni projekti – investicijski, edukacijski, EU projekti i dr. S obzirom na taj podatak zapravo je dosta čudno da se projekti u nastavi matematike toliko malo i rijetko rade. Cilj ovog rada je prikazati teorijsku obradu projekta u nastavi matematike te prikazati razvoj projekta od ideje do prezentacije radova. Moderna metodika nastave matematike želi učenike staviti u prvi plan. To se najbolje postiže suradničkim učenjem, samostalnim radom i dozom slobode u kojoj učenici mogu pokazati i razvijati svoju kreativnost. Projekt ima sve te značajke u sebi. Tema projekta treba biti interesantna, motivirajuća, učenicima prilagođena i bliska. Zgodna ideja i korelacija s drugim nastavnim predmetima točno je to što želimo i trebamo. Prilikom smišljanja projekta razmišljamo i o tome što želimo dobiti kao krajnji proizvod i koliko god pustimo mašti na volju uvijek dobijemo nešto što će nas iznenaditi.

Ključne riječi: projekt, suradničko učenje, samostalni rad, kreativnost, korelacije među predmetima

Abstract

In the daily press, on the Internet, actually everywhere around us articles are being published dealing with various projects – investment, educational, EU projects etc. Considering this fact, it is really very strange that there so very few projects in mathematics. The objective of this paper is to show the theoretical treatment of mathematics related projects in the classroom and to illustrate the project development process from the idea until the presentation of papers. The modern methodology in teaching mathematics aims at putting students in the foreground. This can be achieved the best through cooperative learning, individual work and a dose of freedom which enables the students to express and develop their creativity. Work on projects incorporates all these features. The topic of a project should be interesting, motivating, adapted to the students' needs and something they can relate to. A nice idea and correlation with other school subjects is exactly what we wish and need. When we are designing a project, we also think about what we wish to accomplish as final project and to the degree that we give free rein to our imagination, we always obtain surprising results.

Key words: Project, cooperative learning, individual work, creativity, correlation with other subjects

Uvod

Kada biste pitali učenike kakva im je nastava matematike, najčešći odgovor bio bi: "Teška, dosadna jer rješavamo gomilu zadataka na ploči." Dok sam radila u školi, često sam osjećala da mora postojati još nešto u nastavi matematike osim ploče i krede (iako silno volim i ploču i kredu). Smetao mi je stav da matematika nije za svakoga, a posebno stav da matematika nije bitna i da se bez nje može dobro živjeti. Željela sam kod svojih učenika razvijati i njegovati pozitivan stav prema matematici te im pokazati da je matematika svugdje oko njih i da će im poznavanje i razumijevanje matematičkih principa dobro doći u životu. Da bih to uspjela, morala sam pronaći način da im pokažem da je matematika primjenjiva u svakodnevnom životu. Tako sam uvela projekte i projektne zadatke. Učenici nisu baš oduševljeno prihvatili nove zadatke, tj. uzurpaciju slobodnog vremena matematikom. No, rad na projektu vrlo ih brzo zainteresira, zaokupi i jedva čekaju kada će dobiti novi projekt.

Projekt

Riječ *projekt* latinskog je podrijetla i znači plan, namjera, nacrt, skica[24]. Projekt se u rječnicima definira kao svaki zaokružen, cjelovit i složen pothvat čija se obilježja i cilj mogu definirati, a mora se ostvariti u određenom vremenu te zahtijeva koordinirane napore nekoliko ili većeg broja ljudi, službi, poduzeća i sl. Iz te definicije možemo iščitati da je za (dobar) projekt važno:

- da ima cilj i rezultira proizvodom;
- da podrazumijeva složeniji zadatak (koji se razloži na jednostavnije, rutinske zadatke);
- da ima vremensko ograničenje u kojem mora biti realiziran;
- da u pravilu uključuje rad više (grupa) ljudi;
- da podrazumijeva suradnju i koordinaciju svih (grupa) sudionika.

Možemo li i kako projekt kao oblik rada koristiti u nastavi matematike?

Projekt u nastavi matematike

Tradicionalna nastava matematike u Hrvatskoj najčešće je ograničena nastavnim planom i programom jer je fokusirana na njegovu realizaciju. Rijetko kada se izlazi iz njegovih okvira, a gotovo nikad iz okvira školske matematike. Ono što nedostaje u tradicionalnoj nastavi matematike jest povezanost s realnim svijetom i životom.
Suvremeni pristup nastavi matematike zahtijeva od nas da stavimo učenike u prvi plan, da ih postavimo za subjekte nastavnog procesa. Uvođenje novih nastavnih metoda i oblika rada kod učenika potiče motivaciju, interes i aktivno učenje. Učenici koji uče matematiku primjenjujući je u realnim, životnim situacijama, razumiju je i prepoznaju važnost njezina učenja. Zbog svega navedenog preporučljivo je uvesti projekte u nastavu matematike.

Nekoliko je učeničkih kompetencija koje se razvijaju primjenom projekata u nastavi. Rješavanje problema je osnova učenja matematike koja od učenika zahtijeva pronalaženje rješenja problema ne znajući koje će metode i algoritme pri tome koristiti. Dok traže rješenje, učenici se moraju osloniti na svoje znanje, iskustvo i vještine. U procesu otkrivanja odgovora oni će usavršiti svoje vještine, steći nove vještine i razviti interes za matematiku.

[24] B. Klaić, Školska knjiga: Novi rječnik stranih riječi. Školska knjiga: Zagreb, 2012.

Rad na projektima potiče i komunikaciju. Učinkovita komunikacija potiče učenike na kritičko razmišljanje, iznošenje i razmjenu ideja, čime se razvija razumijevanje matematike, te na razvoj vještine donošenja odluka.
Osim rješavanja problema i komunikacije, rad na projektima učenicima omogućava uočavanje povezanosti matematičkih sadržaja, ali i matematike s drugim disciplinama i granama života. Jednako je važno to da matematičke ideje trebaju prezentirati zapisom, simbolima i drugim prikazima (grafovi, dijagrami…).

Uloga nastavnika

Uloga nastavnika mijenja se kada učenici rade na nekom projektu. Osim tradicionalnih odgovornosti upoznavanja koncepata, demonstriranja vještina na primjerima i praćenja i ocjenjivanja učenika, nastavnik sada postaje menadžer i moderator. Nastavnik najprije priprema projekt – pronalazi temu, formulira cilj te okvirno i detaljno planira kako će se projekt odvijati. Dok učenici rade na projektu, nastavnik savjetuje, predlaže, postavlja pitanja koja pomažu u razumijevanju problema, potiče i nagrađuje. Ponekad je potrebno samo nadgledati trud i zalaganje grupe te paziti da grupa ne odluta u pogrešnom smjeru.

Kako osmisliti svoj projekt?

Iako postoje knjige koje sadrže različite vrste projekata, često želimo i sami osmisliti projekt za svoje učenike. Ideje i materijali nalaze se svugdje oko nas. Dok smišljamo projekt, želimo zadovoljiti neke uvjete koji bi osigurali da on bude stimulativan i interesantan našim učenicima.

- Temeljite svoj projekt na životnoj situaciji koja je učenicima smislena.
- Osmislite projekt koji će zainteresirati učenike.
- Pazite da učenici posjeduju matematičko znanje potrebno za rješavanje problema s kojima će se susresti u realizaciji projekta.
- Osmislite projekt koji zahtijeva analizu, kritičko mišljenje i donošenje odluka.
- Kreirajte projekt koji od učenika zahtijeva formiranje plana za traženje rješenja.

Radom na matematičkim projektima učenici dolaze do uvida kako primijeniti matematiku u stvarnom životu. Projekti nam otvaraju vrata nastave matematike za druge predmete i discipline pa učenici dobiju odgovor na vječito pitanje: „Što će nama ovo što učimo?“

Upravljanje projektima u nastavi matematike

Kako uklopiti rad na projektu u nastavni proces, jedno je od najčešćih pitanja koja postavljaju naši nastavnici. Zbog tradicionalne nastave matematike koja prevladava u Hrvatskoj, rad na projektima od nastavnika zahtijeva određenu hrabrost - hrabrost za odstupanje od uskih okvira nastavnog plana, za pronalaženje vremena, za primjenu drukčijih nastavnih metoda, za primjenu drukčijeg, zahtjevnijeg oblika nastave, za prihvaćanje mogućnosti da projekt ne uspije te za rješavanje neočekivanih situacija i problema.

Postoji nekoliko načina kako ukomponirati projekte u svoj plan i program. Najjednostavniji način je odabrati projekt koji se odnosi na trenutačno gradivo koje se

radi na redovnoj nastavi. Projekti koji pojačavaju nastavno gradivo mogu se često koristiti. U tom slučaju možemo odvojiti 20-ak minuta od sata kako bismo predstavili projekt, podijelili materijale, organizirali timove i dali im malo vremena da se dogovore oko strategije.
Drugi način je da se za izradu projekta odvoji neko određeno vrijeme, npr. 4 do 5 dana kada se radi samo na njegovoj realizaciji.
U nekim drugim uvjetima, u zemlji znanja, rad na projektima mogao bi se organizirati na te načine. No, u našoj situaciji najčešći način njegova uvođenja u nastavu podrazumijeva slobodno vrijeme učenika i nastavnika. Projekt može biti individualan ili timski, što, naravno, ovisi o njegovu cilju i ideji. Kod takvih projekata moramo predvidjeti vrijeme na redovnoj nastavi kada će se prezentirati dobiveni rezultati i kada će učenici dobiti povratnu informaciju o svom radu.

Nastava, koja učenicima omogućava slobodu u istraživanju ideja i samostalnost u radu, najbolji je okoliš za rješavanje problemskih situacija. Puno je toga čime nastavnik može utjecati na interes učenika i uspjeh u radu. Da bi se postigao uspjeh, nije dovoljan samo trud, rad i entuzijazam nastavnika. U izradi projekta učenici moraju biti voljni preuzeti više odgovornosti nego na redovnoj nastavi. Velika korist takvog rada je u tome da učenici uče bolje i više, a nastavnik im u tome pomaže svojim entuzijazmom, stvarajući poticajnu atmosferu, budeći znatiželju i želju za učenjem.

Provedba projekta

Postavljanje problema

Svaki matematički projekt mora proći uvodnu fazu u kojoj se prezentira situacija i postavlja problem koji treba riješiti. Jako je bitno da nastavnik dobro obrazloži svoje zahtjeve i očekivanja tako da učenici znaju što se od njih očekuje. To je dobro vrijeme da učenici svojim pitanjima razjasne nejasnoće kod postavljanja problema. Kada su učenici shvatili projekt, treba podijeliti materijale, potrebne za provedbu projekta te dati dodatne upute o literaturi i izvorima koje mogu koristiti. Bitno je naglasiti da se svaka faza rada mora dokumentirati, kroz izvještaje, bilješke, crteže, fotografije, filmove i dr.

U ovoj se fazi organiziraju timovi. Kada biramo timove, trebamo paziti na sljedeće:

- za složenije projekte sastaviti timove od 4 do 6 učenika;
- odabrati timove metodom slučajnog odabira, ali pripaziti na individualne karakteristike i sposobnosti;
- članove timova povremeno mijenjati;
- objasniti smisao i cilj timskog rada te iznijeti očekivanja za ponašanje u timovima (na pano staviti *Pravila ponašanja u timskom radu*);
- predvidjeti različite uloge koje će preuzeti članovi tima:
    - *voditelj*, onaj koji vodi tim prema cilju i pazi da svi rade na zadatku,
    - *zapisničar*, onaj koji vodi zabilješke o radu, idejama, rješenjima,
    - *kontrolor vremena*, onaj koji prati vrijeme i potiče tim na rad,
    - *kontrolor materijala*, onaj koji preuzima odgovornost za materijale koje tim koristi,
    - *korektor*, onaj koji kontrolira rad tima,
    - *predstavljač*, onaj koji prezentira rezultate tima drugima.

Rad na projektu

Učenici u ovoj fazi prikupljaju podatke, komuniciraju s drugim grupama, dokumentiraju sve što rade, smišljaju strategiju djelovanja. Dok učenici rade u timovima, nastavnik promatra rad i ponašanje učenika, potiče i usmjerava timove koji su "zapeli", ali ne nudi rješenja. Na taj način učenici se moraju aktivirati i samostalno smišljati ideje i strategije koje će ih dovesti do rješenja. Nastavnik ponekad mora intervenirati ako je tim izgubio iz vida zadatak. Ako tim radi kako treba, najbolje je ne kvariti radnu atmosferu komentarima i upadicama. Ako ne radi kako treba, nastavnik ih treba upozoriti na primjereno ponašanje, potaknuti suradnju i međusobno pomaganje.

Svaki matematički projekt kojim će se vaši učenici baviti zahtijeva računanje, analizu, rješavanje problema, kritičko mišljenje i donošenje odluka. Budući da priroda projekata varira, ne postoji univerzalna shema, po kojoj bi korak po korak odradili zadatak. Nastavnik je taj koji učenike treba upoznati s različitim strategijama rješavanja problema. Kad učenik pita koja bi bila najbolja strategija za određeni problem, najbolji odgovor bio bi: „Ona koja ti najbolje odgovara." Pokazat će se da različiti učenici koriste različite strategije da bi riješili isti problem.

Objedinjavanje rezultata

U ovoj fazi učenici pišu završni izvještaj, smišljaju prezentaciju rezultata, vrednuju i kritiziraju ostvareno, prezentiraju drugima svoje rezultate. Rezultati se mogu prezentirati putem matematičkog panoa, plakata, članka, časopisa, predavanja za druge učenike (PowerPoint prezentacije) i dr. Razmjena iskustava, kritika i pohvala važan su aspekt rada na projektu pa je bitno osigurati vrijeme za to. Bilo bi jako dobro nakon završetka prezentacije potaknuti postavljanje pitanja i diskusiju o projektu, o uspješnosti pojedine strategije ili metode koju su učenici koristili te o idejama koje su odbacili. Diskusija mora biti pozitivno usmjerena bez negativnih i sarkastičnih komentara jer bi u protivnom učenici izgubili povjerenje i otvorenost u komunikaciji. Jako je važno naglasiti da je pohvala na kraju projekta ulog u budućnost i motivacija za daljnje projekte. Zato, ne štedite na pohvalama!
Bitna faza svakog projekta je dijeljenje rješenja i rezultata. Na taj način učenici imaju mogućnost čuti drugačija gledišta, naučiti metode koje su drugi koristili u rješavanju problema i uvidjeti da nisu jedini koji su imali dvojbe i probleme pri realizaciji projekta. Nedostatak samopouzdanja najvjerojatnije je najveći čimbenik koji učenike sprječava da postanu dobri rješavači problema. Mnogi učenici sumnjaju da su sposobni riješiti neki kompleksniji problem te nakon vrlo malo uloženog truda odustaju. Kao i u svemu u životu, sposobnost rješavanja problema treba vježbati. Upornom i čestom vježbom naši će učenici postati dobri rješavači problema.
Kada svi timovi i sve diskusije završe, nastavnik treba komentirati dobivene rezultate, podsjetiti na neuobičajene strategije i ideje i prodiskutirati o tome kako je matematika primijenjena u stvarnom životu.

Praćenje i vrednovanje projekata u nastavi matematike

Kako se mijenjaju ciljevi i metode rada u nastavi matematike, tako bi se trebale mijenjati i metode praćenja i vrednovanja. Vrednovanjem nastavnici provjeravaju efikasnost nastave i ocjenjuju učeničko razumijevanje i usvojenost gradiva. Učenički rad na projektima može se pratiti na puno načina. Nastavnik može promatrati rad učenika kao pojedinca ili rad cijele grupe. Puno je karakteristika koje možemo pratiti

pa je bitno odlučiti što ćemo promatrati i tada je važno redovito zapisivati komentare da ne bismo nešto previdjeli i zaboravili.
Postoji još jedan način vrednovanja projekta, a to je samovrednovanje učenika. Od učenika možemo zahtijevati da ocijene svoj rad i komentiraju ono što su naučili tijekom izrade projekta; da napišu što im se svidjelo, a što ne; koje su strategije koristili i jesu li njima došli do rješenja problema; koje su strategije mogli koristiti pri rješavanju problema i zašto nisu. Ovaj način vrednovanja, kao i svi ostali, ima svoje karakteristične probleme, a to su:

- prirodna solidarnost učenika koja za posljedicu često ima da kolege u razredu ne žele reći kritike u strahu da će time smanjiti ocjenu onoga koji prezentira
- nedovoljno znanje učenika o onome što se prezentira što ih čini nedovoljno kompetentnima za donošenje realne ocjene.

S obzirom na te nedostatke, postavlja se pitanje čemu onda služi samovrednovanje kada konačnu i realnu ocjenu može dati jedino nastavnik. Samovrednovanje učenika stvara obavezu pažljivog slušanja prezentacije pa je bitno dati na važnosti i tom aspektu vrednovanja.

Na kraju projekta i nastavnik treba samovrednovati svoj udio u projektu.

Jesam li jasno prezentirala projekt? Ako ne, kako bih to bolje napravila?
Jesu li moji učenici razumjeli što trebaju učiniti?
Kako im mogu pomoći da bolje razumiju?
Jesu li učenici bili dobro organizirani u timove? Bih li što mijenjala?
Jesam li postavljala dobra pitanja kako bih vodila učenike bez odavanja rješenja?
Koje je bilo moje najbolje pitanje? A koje najlošije?
Jesu li učenici imali dovoljno vremena za izradu projekta?
Što bih napravila drugačije da poboljšam projekt?

Ideje

Dok sam još radila u školi s učenicima sam provodila neke zgodne projektne zadatke u kojima su trebali istražiti povijest neke matematičke ideje ili životopis poznate ličnosti, riješiti zadani problem ili zadatak. Učenici su uvijek s veseljem sudjelovali u ovakvom načinu rada, a dobivali su i informaciju o tome da je matematika primjenjiva u stvarnom životu. Evo nekoliko takvih zadataka: *M. C. Escher i podjela ravnine, Talesov poučak u mom gradu, Zlatni rez, Kako su računale stare civilizacije?* i dr. Već četiri godine zaposlena sam na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Splitu kao predavač metodičke grupe predmeta. U sklopu metodike prolazimo kroz različite aspekte nastavnog procesa, proučavamo nastavne metode, oblike rada i sve ono s čime se današnji nastavnik u svom radu susreće. Dok smo se bavili projektima, studenti su dobili zadatak osmisliti projekt iz matematike za osnovnu ili srednju školu. Studentica Jelena Vuković osmislila je takav u kojem bi se proučavao pojam sličnosti. Jedna ideja bila je proučiti realnost modela ljepote (snage) prikazanih dječjim igračkama (Barbie, akcijske lutke i dr.), a druga - kako „prizemljiti“ Sunčev sustav.

Prizemljeno Sunce i Devet pogleda

Vjerojatno nema stanovnika ili posjetitelja Zagreba koji u šetnji središtem grada nije uočio poveću zlatnu kuglu. Ambijentalna skulptura Prizemljeno Sunce akademika Ivana Kožarića nalazi se od 1994. u Bogovićevoj ulici, na raskrižju s Ulicom Frane

Petrića. No, dosta stanovnika grada ne zna da su, osim Sunca, „prizemljeni" i svi ostali planeti Sunčeva sustava. Ambijentalna umjetnička instalacija Devet pogleda autora Davora Petrića prikazuje devet „prizemljenih" planeta Sunčevog sustava u umanjenom mjerilu razmjerno Kožarićevu Suncu. Skulpture pojedinačnih planeta smještene su na širem zagrebačkom području od Trga bana Josipa Jelačića sve do Podsuseda i Kozari Boka. Ispod svake skulpture (kugle od nehrđajućeg čelika) nalazi se metalna pločica s podacima o nazivu, promjeru i prosječnoj udaljenosti od Sunca.

Projekt „Prizemljen Sunčev sustav"

Prizemljen Sunčev sustav kao ideja zaokupio mi je misli i vrijeme. Zgodna ideja i korelacija s drugim nastavnim predmetima bilo je točno to što sam trebala i tražila. Jedino što nisam imala je razred u kojem bih ovu ideju provela. Na sreću, matematika i škola su, mogli bismo reći, obiteljski biznis pa sam (brzo i lako) za projekt zainteresirala sestru Mirelu Kurnik, profesoricu u zagrebačkoj V. gimnaziji. Nekoliko smo mjeseci razgovarale i razmišljale kako definirati problem, što je cilj projekta, što želimo dobiti kao završni proizvod i, najvažnije, što reći učenicima. Kao što sam već prije navela, jako je bitno dobro postaviti ciljeve i zahtjeve tako da učenici znaju što se od njih očekuje. Evo što smo mi smislile.

Cilj projekta je „prizemljiti" Sunčev sustav u grad (po odabiru), županiju ili državu[25]. Projekt smo podijelile na nekoliko projektnih zadataka.

1. Odrediti jednadžbe putanja planeta u ovisnosti o polumjeru Sunca. Zanimalo nas je što bi u ovom dijelu posla mogao biti problem te kako su te probleme riješili učenici.
2. Odrediti duljinu polumjera „prizemljenog" Sunca tako da prikaz „prizemljenog" Sunčevog sustava ima smisla.
3. Svaka grupa treba odlučiti s kojom će dimenzijom „prizemljenog" sustava raditi.
4. Nacrtati elipse koristeći se programima dinamičke geometrije (GeoGebra ili The Geometer's Sketchpad).
5. Svaka grupa predlaže turističku turu po svom „prizemljenom" Sunčevom sustavu. Cilj ovog zadatka je vidjeti koje se turističke atrakcije odabranog grada mogu obuhvatiti ovim projektom.
6. Obići već postojeći prizemljeni Sunčev sustav, informirati se o autorima, povijesti instalacije te usporediti podatke s dobivenim rezultatima projekta.

Dodatni (neobavezni) zadaci:

7. Odrediti turističku turu po nekom drugom gradu ili državi.
8. Nove ideje

Učenicima je naglašeno da izrada svake faze treba biti dokumentirana. Sestra je izradu projekta redovito nadgledala tako da je pojedine zadatke vremenski ograničila i tražila redovite izvještaje o napretku. Svaka je grupa na kraju predala i javno prezentirala svoje rezultate.

Učenici su s veliki interesom i voljom pristupili izradi ovog projekta. Bio im je zanimljiv, zabavan, matematički nezahtjevan, edukativan te dobro vođen od strane nastavnika tako da nije došlo do rasipanja energije i odustajanja. Kroz prezentacije radova vidi se koliko je truda, volje, kreativnosti i ambicije uloženo u izradu ovog

[25] U našem slučaju svi su se učenici odlučili za grad Zagreb.

projekta. Sestra i ja nismo ni sanjale da bismo mogle dobiti takve radove. Za kraj mogu samo reći da su djeca izrazito kreativna i maštovita te da je šteta što se te kvalitete ličnosti teško mogu uočiti kroz redovnu nastavu.

Zaključak

U današnje vrijeme jedna od kvaliteta ličnosti koja se traži na području rada je mogućnost rada u timu pa je svako iskustvo koje učenici dobiju o timskom radu kroz školovanje dobrodošlo. Timski rad potiče propitivanje i diskusiju, čime učenici puno više dobivaju nego kada samostalno rješavaju neki problem. Suradničko učenje omogućuje učenicima stjecanje vrijednih socijalnih vještina, pomaže u jačanju učeničkog samopouzdanja, promiče kritičko mišljenje i potiče preuzimanje odgovornosti.

Nastava matematike u kojoj su učenici uključeni u projekte može se činiti potpuno drugačijom od tradicionalne nastave matematike. Pa ipak, ako bolje pogledamo, ti naoko različiti modeli imaju puno zajedničkih karakteristika. U oba modela učenici uče matematiku, disciplina je nužna, a motivacija ključna. Na tradicionalnoj nastavi matematike učenici često ne prepoznaju koliko je matematika važna u stvarnom životu, ne primjećuju da je matematika svuda oko nas. Projekti u nastavi matematike pokazuju učenicima povezanost matematike s ostalim predmetima i omogućuju im upotrebu različitih vještina, metoda i strategija za pronalaženje rješenja životnih problema.

Izrada projekata obiluje aktivnostima, upućuje učenika na istraživanje, suradnju i izmjenu iskustava i ideja te im omogućuje upotrebu različitih vještina u rješavanju autentičnih problema. Učenici rade sami, rade u timu i surađuju s nastavnikom. Na taj način, osim što uče osnovna matematička znanja i vještine, uče se logičkom razmišljanju, analizi podataka, donošenju odluka, rješavanju višeslojnih problema koji se skrivaju u životnim situacijama. Suradnja učenika na projektu omogućava im da pridonesu rješenju i da zajednički proslave uspjeh.

Literatura:

1. Benšić, M. : Projekt u nastavi matematike osnovne škole. *os-vnazor-dj.skole.hr/upload/os-vnazor-dj/images/.../matematika.pdf Dohvaćeno 05.04.2013.*
2. *Bognar, L., Matijević, M.,2002 : Didaktika. Školska knjiga: Zagreb.*
3. Čižmešija, A. : Projektna nastava matematike. *web.math.pmf.unizg.hr/nastava/mnm1/Projekt.ppt* Dohvaćeno 05.04.2013.
4. *Loparić, S. : Projekt matematički kviz.* www.pogledkrozprozor.wordpress.com/2010/04/30/projekt-matematicki-kviz/ *Dohvaćeno 25.04.2013.*
5. Judith A. Muschla, Gary Robert Muschla,2006: Hands-on math projects with real-life applications. Jossey-Bass.,.
6. Zorić, Ž. (2013) : Projekt: Prizemljen Sunčev sustav.Zbornik radova 8. stručno metodički skup,.
7. Zorić, Ž. (2012) : Učenici istražuju povijest matematike, Zbornik prispevkov KUPM 2012.
8. *Element: O projektu u nastavi matematike:* www.element.hr/static/files/O%20projektu%20u%20nastavi%20matematike.pdf *Dohvaćeno 05.04.2013.*
9. *Prizemljeni sunčev sustav:* *http://astrogeo.geoinfo.geof.hr/prizsunce/index.html* Dohvaćeno 11.09.2013

10. Wikipedija: Zagrebački sunčev sustav
http://hr.wikipedia.org/wiki/Zagreba%C4%8Dki_Sun%C4%8Dev_sustav
Dohvaćeno 11.09.2013.
11. Projekt: Javni spomenik u Zagrebu
http://spomenik.pbworks.com/w/page/38607218/Prizemljeno%20sunce
Dohvaćeno 11.09.2013.
12. Universe today:
http://www.universetoday.com/15462/how-far-are-the-planets-from-the-sun/
Dohvaćeno 11.09.2013.

Z ZNANJEM V AMERIKO – PO ŠE VEČ ZNANJA

With Knowledge To America – For More Knowledge

Katja Kmetec, Rosana Jordan

katja.kmetec@guest.arnes.si, rosana.jordan@gmail.com

OŠ Brinje Grosuplje

Povzetek

Na šoli že več let sistematično vpeljujemo medpredmetne povezave, tokrat pa smo si zadali drugačen izziv: izvesti medpredmetno preverjanje znanja o ZDA. Učiteljice matematike, geografije in zgodovine smo ugotavljale, kako učenci 8. razreda dosegajo standarde znanja vseh treh predmetov, predvsem pa, kako se znajdejo pri reševanju nalog, ki terjajo uporabo različnih znanj. Preverjanje je potekalo nekoliko drugače kot sicer: izmišljena turistična agencija je zaposlovala nove sodelavce z odličnim splošnim znanjem, ki dobro rešujejo probleme, so vešči dela z računalnikom, imajo ustrezno orientacijo, znajo angleščino. Vse to so morali učenci dokazati pri preverjanju znanja. Med reševanjem nalog so povezovali znanja različnih predmetov in tako prihajali do novih spoznanj, analogij, boljših predstav in razumevanja vzročno-posledičnih povezav. Ker so se izkazali kot dobri turistični vodiči, so za dve šolski uri odprli lastno turistično agencijo, v kateri so si obiskovalci pod njihovim vodstvom ogledali številne zanimivosti ZDA in se preizkusili v nekaterih zabavnih aktivnostih.

Ključne besede: preverjanje znanja, medpredmetno povezovanje

Abstract

For many years we have been systematically introducing cross-curricular links at our primary school, but this time we have set a different challenge: to carry out interdisciplinary assessment about the USA. Teachers of mathematics, geography and history were ascertaining how the 8th grade students meet the standards of knowledge of all three subjects and in particular, how they orient themselves in solving tasks that require the use of different skills. The testing was done slightly differently as usually: fictional travel agency was employing new staff with excellent general knowledge, who is good at solving problems, is able to work with a computer, has suitable orientation and can speak English. The students had to prove all that in the assessment. During solving the tasks they have integrated knowledge of different subjects and so they have been coming up with new insights, analogies, better perceptions and understanding of cause-and-effect relationships. Because they proved themselves as good tour guides, they opened their own travel agency for two class periods, in which the visitors could see many attractions of the USA and were able to test themselves in some fun activities.

Key words: assessment of knowledge, cross-curricular links

Uvod

***»Amerika. Čarobna beseda** nekoč in danes za veliko število ljudi. Obljubljena dežela, dežela presežkov, naslutenih priložnosti in sanj. Od vedno simbol upanja, sreče, bogastva za revne množice, ki so se tekom preteklih stoletij zlivale vanjo v upanju na boljše življenje.«*
(http://www.agencija-oskar.si/zda/o-dezeli/ , citirano 5. 5. 2014)
Gornje besede, ki nas asociirajo z Ameriko, bi v primeru naše medpredmetne povezave lahko spremenili v naslednji zapis: **Amerika. Dežela priložnosti medpredmetnega povezovanja, uporabe znanja, razvijanja ustvarjalnosti ter reševanja problemov. Simbol upanja na boljše znanje.**

Na šoli že več let sistematično vpeljujemo medpredmetne povezave, predvsem pri utrjevanju učne snovi, nadgrajevanju in poglabljanju ali obravnavi novih učnih vsebin. Pri vsaki izvedbi ugotavljamo njihovo dodano vrednost: povezovanje in uporabo znanja, reševanje avtentičnih nalog, večjo motiviranost učencev za delo. Tokrat pa smo si zadali drugačen izziv: izvesti medpredmetno preverjanje znanja.
Priložnost za to smo videli v Ameriki, natančneje v Združenih državah. Amerika je, po eni strani dežela, ki učence privlači, po drugi strani pa je to učna snov, ki se jo v 8. razredu obravnava tako pri geografiji kot pri zgodovini, ZDA pa nas s svojo »matematično obliko« kar silijo v povezovanje s prej navedenima predmetoma.
Naš glavni namen je torej bil sestaviti preverjanje znanja, ki bi zasledovalo znanje različnih predmetov: geografije, zgodovine in matematike. Učiteljice vseh treh predmetov smo želele dobiti povratno informacijo o tem, kako dobro učenci obvladujejo standarde znanja posameznih predmetov, ter dodatno: kako dobro povezujejo različna znanja in se znajdejo pri reševanju »netipičnih nalog«, kakršnih v okviru rednega pouka niso srečali. Dodatni cilj je bil sestaviti preverjanje znanja, ki bo učencem všeč in ga bodo reševali z veseljem.

1. **Od ideje do izvedbe**

Sestava preverjanja znanja

Glede na to, da je bilo preverjanje znanja izvedeno ob koncu šolskega leta, smo se učiteljice vseh preverjanih predmetov odločile, da se omejimo na bolj splošne standarde. Izpisale smo tiste, ki so kakorkoli povezane z učnim sklopom *Amerika,* ter nanje ustrezno »naslonile« standarde 8. razreda pri matematiki. Ožji nabor standardov je bilo nato potrebno spraviti v neko zgodbo, v nekaj, kar bi učence pritegnilo vsaj do te mere, da bi preverjanje začutili kot izziv in bi se pri reševanju potrudili, pa čeprav brez zunanje motivacije – ocen. Tako je padla ideja: ustanovimo turistično agencijo Krištof Kolumb.

Najboljša turistična agencija Krištof Kolumb

»Najboljša turistična agencija Krištof Kolumb išče nove sodelavce za vodenje potovanj v Ameriko. Od bodočega turističnega vodiča pričakuje naslednje karakteristike:

- *splošno znanje geografije, zgodovine,*
- *dobro orientacijo,*
- *ustrezno matematično podkovanost,*
- *znanje angleščine,*
- *iznajdljivost pri reševanju problemov,*
- *obvladovanje dela z računalnikom.*

Si morda ti ustrezen kandidat? Pa poglejmo …«

Takšen uvodni nagovor je bil namenjen učencem 8. razreda, ki pri matematiki obiskujejo 3. nivo. Vse naštete karakteristike potencialnih turističnih vodičev so bile zares preverjene. Učenci so morali »prestati večplastno testiranje«, ki je potekalo v okviru dneva dejavnosti:

- V 1. delu *Kdor hoče z nami v ZDA, naj pokaže, kaj vse zna,* so reševali naloge z uporabo splošnega znanja geografije, zgodovine in matematike ter brez kakršnekoli tehnologije. V pomoč jim je bil le zemljevid ZDA;
- V 2. delu *Kako pa kaj obvladovanje tehnologije?* so si pomagali s tehnologijo (žepno računalo, GoogleEarth, aplikacije na internetu, Excel). Slednja je bila umeščena v preverjanje znanja zaradi modeliranja nekaterih realnih situacij, za prikaz nekaterih podatkov in s tem zagotavljanja boljše predstavljivosti;
- 3. del *Problemov ni, so le izzivi!* pa je bil namenjen reševanju problema. Učenci so morali povezati različna znanja in vsebine ter rešiti problemsko nalogo.

Turistična agencija Krištof Kolumb je od bodočih sodelavcev – učencev 3. nivoja - pričakovala veliko, spet pa ne toliko, da bi jih s tem prestrašila. Učenci, ki so bili med preverjanjem znanja razdeljeni v dvojice, so se namreč samozavestno lotili reševanja nalog, ki so terjale uporabo znanja kar treh različnih predmetov.

Naloge

Kot pri vsakem drugem preverjanju znanja, smo se tudi pri slednjem učiteljice držale pravila, da naloge preverjajo različna znanja: obvladovanje procedur, razumevanje in problemska znanja oz. sintezna in analizna znanja pri geografiji in zgodovini. Nekatere od nalog so preverjale bralno pismenost. Nič novega, pa vendar se je opisano preverjanje znanja precej razlikovalo od ostalih. Razlika je bila vidna le pri predvsem netipičnih nalogah, ki so terjale znajdenje v novih situacijah, in povezovanje vsebin različnih predmetov.
V nadaljevanju predstavljava nekaj ilustrativnih nalog, ki preverjajo znanje matematike (v kontekstu ZDA) oz. matematike in drugih predmetov.

- Primer 1 (naloga iz sklopa *Kdor hoče z nami v ZDA, naj pokaže, kaj vse zna*)

Zanimivosti ZDA *Ugotovi, katero število sodi k posameznemu opisu, in poveži pare.*

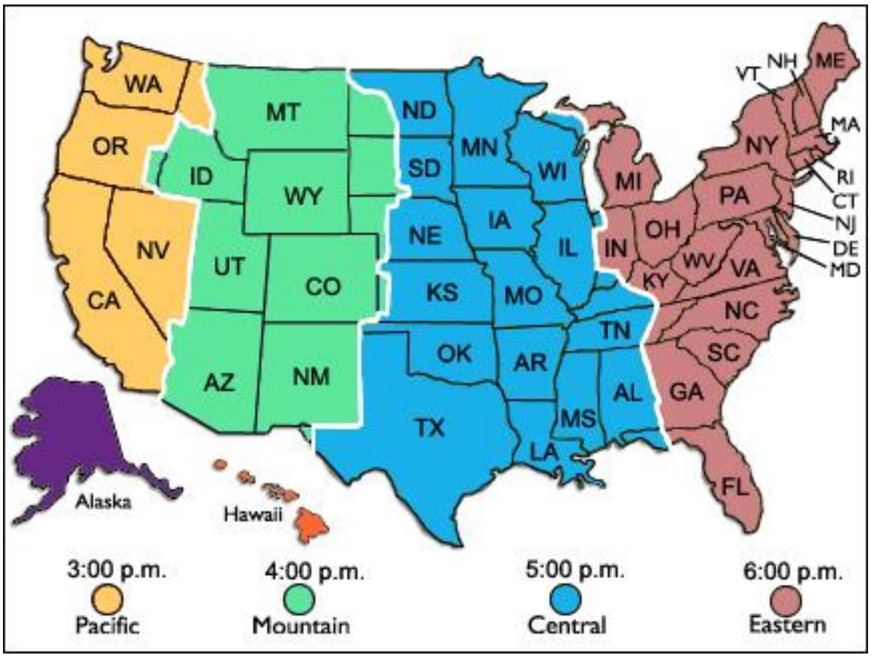
Število zvezd v zastavi ZDA	$\sqrt{\frac{1}{16}-\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{6}-1{,}25\right)+\frac{3}{10}}$
Število pasov v zastavi ZDA	$\sqrt{2890000}+\left(10^2-3^3\right)$
Letnica odkritja Amerike	
Kdaj je bila Bostonska čajanka?	$\left(\frac{1}{2^2\cdot 373}\right)^{-1}$
Koliko ljudi ima v ZDA v povprečju 1 avto?	$10^3-\left(-30^2\right)+\sqrt{1600}+2^3$
Kolikokrat v življenju se povprečno preseli Američan?	$\sqrt{144+25}$
Katerega leta sta brata Dick in Mack McDonald odprla restavracijo McDonald?	$-(-12-13)-16:\left(-\frac{1}{2}\right)-7$

Znanje matematike (izračun vrednosti izrazov, preverjanje postopkov) je bil pri tej nalogi potrebni pogoj, da so učenci lahko pokazali znanje geografije oz. zgodovine.

- Primer 2 (naloga iz sklopa *Kdor hoče z nami v ZDA, naj pokaže, kaj vse zna*)

Časovni pasovi

Pri geografiji ste se učili o časovnih pasovih. Slovenija ima GMT + 1, New York pa ima GMT – 5.



Vir slike: http://www.sixthriver.com/?attachment_id=1236

a) Zakaj so znanstveniki uvedli časovne pasove?
b) Kaj pomeni negativni znak – pri zapisu GMT – 5?
c) Svet je razdeljen na 24 časovnih pasov. Koliko kotnih stopinj obsega vsak od pasov?
d) Oglej si gornjo sliko. Koliko je ura v tem času v Sloveniji?
e) Radi bi poklicali naši nekdanji učenki Niko in Kajo, ki zdaj živita v New Yorku. Od katere do katere ure ju lahko kličemo iz Slovenije, če upoštevamo bonton: ni vljudno telefonariti pred osmo uro zjutraj niti ne po deveti uri zvečer?
f) Morda se ti nekoč nasmehne sreča in greš na izlet v ZDA. Z letališča Jožeta Pučnika ob 6.00 odletiš v Frankfurt (GMT + 1), kamor priletiš ob 7.25. Iz Frankfurta nato ob 10.00 odletiš direktno v New York. Let traja približno 9 ur. Ob kateri uri, po lokalnem času, prispeš v New York?

Pri nalogi so morali učenci povezati znanje geografije (časovni pasovi) z znanjem matematike pri računanju s celimi števili (preverjanje razumevanja).

- Primer 3 (naloga iz sklopa *Kako pa kaj obvladovanje tehnologije*?)

Države ZDA

Nekatere države ZDA imajo obliko večkotnikov.

a) Med državami ZDA poišči:
- *konkavni večkotnik (zapiši ime države),*
- *trapez (zapiši ime države),*
- *večkotnik, katerega vsota notranjih kotov je 720° (zapiši ime države).*

b) Zakaj so države v Ameriki -matematično gledano- tako lepih oblik? Na kakšen način so nastale meje v Ameriki in na kakšen drugje?

c) Z GoogleEarthom izmeri potrebne podatke in izračunaj ploščini Kolorada in Utaha. Katera od držav je večja?

Učenci so morali prepoznati nekatere države ZDA (geografija), jih obravnavati kot večkotnike (matematika), reševati avtentične naloge: s pomočjo GoogleEartha so izmerili potrebne podatke in izračunali velikosti nekaterih držav (matematika). Z znanjem geografije in zgodovine so morali pojasniti, zakaj so v ZDA meje tako »lepe« in zakaj drugod niso.

- Primer 4 (naloga iz sklopa *Kako pa kaj obvladovanje tehnologije?*)

Gostota prebivalstva

a) Pojdi na spletni naslov: http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3580

Primerjaj države ZDA po velikosti.
Primerjaj države ZDA po številu prebivalcev.

a) Ali sta število prebivalcev in velikost države premo sorazmerni količini? Pojasni.

b) Oglej si, kolikšna je gostota prebivalstva v posameznih državah.
V katerih predelih (državah) je gostota prebivalstva največja in v katerih najmanjša?

c) Navedi vzrok, zakaj je gostota v teh predelih (državah) največja / najmanjša.

Naloga je preverjala, ali učenci znajo odčitati ustrezne podatke z različnih prikazov in jih pravilno interpretirati (matematika); ali znajo analizirati vzroke in posledice različne poselitve (geografija). Preverjala je višje taksonomske ravni – sintezo in analizo.

Višje taksonomske ravni pa smo preverjali tudi pri tretjem delu preverjanja, v sklopu *Problemov sploh ni, so le izzivi!* Učenci so morali organizirati 14-dnevno sanjsko potovanje po ZDA, pri tem pa upoštevati dane pogoje, kot je razvidno iz primera 5:

- Primer 5 (naloga iz sklopa *Kako pa kaj obvladovanje tehnologije?*)

Sanjsko potovanje

Organizirati moraš sanjsko 14-dnevno potovanje po ZDA za slovenske turiste. Ker je v ZDA kup zanimivosti, se moraš omejiti le na ožji del države.

Turisti so že vnaprej povedali, kaj bi zares radi videli, in sicer (ne nujno v tem vrstnem redu):
- *Dolino smrti,*
- *orjaško sekvojo (ni nujno, da največjo),*
- *Veliki kanjon,*
- *radi bi se preizkusili pri igrah na srečo v znamenitem casinoju,*
- *si ogledali blišč in bedo filmske industrije,*
- *se vozili po najbolj vijugasti cesti na svetu,*
- *šli čez znameniti viseči most,*
- *si ogledali znameniti zapor.*

Potniki naj na dan prepotujejo največ 100 km.
Načrtuj krožno pot, na kateri bodo stranke videle vse želene objekte.

Izdelaj PPT predstavitev – v angleščini.

Za rešitev problema so morali učenci razumeti in interpretirati realno življenjsko situacijo in povezati znanja različnih predmetnih področij in matematičnih vsebin.
V celotnem preverjanju znanja je bilo skupno 8 nalog v 1. delu, 2 nalogi v 2. delu in 1 naloga v 3. delu.
Za reševanje so učenci porabili dve šolski uri. So se izkazali kot uspešni turistični vodiči?

Merjenje uspešnosti pri reševanju medpredmetnega preverjanja znanja

Pri vrednotenju posameznih odgovorov smo si pomagali z nekakšno »moderirano različico« in vnaprej pripravljenim preprostim programom v Excelu, v katerega smo učiteljice vpisale dosežene točke pri posameznih nalogah ter hitro dobile povratno informacijo o tem, kako uspešno je posamezna dvojica reševala naloge pri matematiki / zgodovini / geografiji.
Naloge, ki so terjale hkratno uporabo znanja več različnih predmetov, so bile večinoma strukturirane. Tako smo tudi pri slednjih lahko zasledovale znanje vsakega predmeta posebej. Nekatere pa so terjale sintezo znanja več različnih predmetov. Te smo uvrstile glede na prevladujoče področje ter kot nalogo višje taksonomske ravni.
Preverjanje znanja so reševali učno boljši učenci, torej so bili višji dosežki pričakovani. Učiteljice smo jih analizirale z več različnih vidikov. Glavne ugotovitve so bile:

- Učenci so zelo dobro reševali naloge vseh treh predmetov, ki so preverjale znanje procedur, osnovnih podatkov, razumevanje (nad 80 %). Nižji dosežki so bili pri zadnji problemski nalogi - organizaciji sanjskega potovanja (pribl. 50 %).
- Večina nalog je vsebovala precej besedila, vendar slednje učencem ni predstavljalo težav.
- Učenci so brez težav povezovali znanja različnih predmetov.
- Potrdilo se je, da so zelo iznajdljivi in spretni pri uporabi tehnologije.
- Čeprav naloge niso bile povsem »klasične« oz. običajne, je bila uspešnost reševanja povsem primerljiva z dosežki pri ostalih preverjanjih znanja.

Učiteljice vseh treh predmetov smo bile z dosežki zadovoljne.

Epilog

Medpredmetno preverjanje znanja, ki ga opisujeva, se je s tem zaključilo, ne pa tudi naše nadaljnje aktivnosti. Ker so se učenci izkazali kot odlični turistični vodiči, se je matematična učilnica prelevila v turistično agencijo Krištof Kolumb. Učenci so v njej, glede na interes oblikovali točke, pri čemer so izbirali med ponujenimi možnostmi:

- pri matematiki: izdelava modela najbolj vijugaste ceste na svetu – Lombard Street - in vožnja z magneti po njej; barvanje zemljevida ZDA s samo štirimi barvami; iskanje zmagovalne strategije pri ameriški matematični igri *picarija*;
- pri geografiji: sestavljanje zemljevida ZDA;

pri geografiji in zgodovini: izdelava igre Gremo v ZDA, izdelava kolaža ZDA;

- pri matematiki in zgodovini: matematika Inkov, izdelava Jeffersonovega kodirnega kolesa;
- drugo: snemanje reklamnega spota za turistično agencijo Krištof Kolumb.

Turistični vodiči so nato predstavili svoje delo drug drugemu, svojim vrstnikom ter nekaterim učiteljem in delavcem šole. Glede na raznolikost ponujenih možnosti in seveda odličnih turističnih vodičev, je bilo zanimanje za našo turistično agencijo veliko. Seveda pa so bili tudi turisti deležni matematičnih, geografskih in zgodovinskih vsebin.

Zaključek

V Učnem načrtu za matematiko je zapisano:
»Za upravljanje določenih dejavnosti je manj pomembno zgolj rutinsko obvladovanje računskih postopkov, vedno pomembnejši so: razumevanje, medpredmetno povezovanje in uporaba matematičnega znanja ter zmožnost reševanja problemov«. (http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf : str. 4, dostop 5. 5. 2014)

Prav slednje smo zasledovali v predstavljenem medpredmetnem preverjanju znanja, ki je bilo izziv tako učiteljicam, ki smo ga sestavile, kot tudi učencem, ki so ga reševali. Učenci so ob koncu povedali, da so jim »drugačne naloge všeč, ker so bolj zanimive.« Tudi med izvedbo je bilo opaziti njihovo zavzetost pri reševanju.
Podobno preverjanje znanja smo doslej izvedle tretjič. Naša prva različica (V dveh urah okoli sveta) je imela precej začetniških napak, kot npr.:

- vsebovala je naloge, ki so preverjale ali naloge matematike ali geografije ali zgodovine, ne pa nalog, pri katerih bi učenci povezovali znanja vseh treh predmetov;
- bila je preobsežna, zaradi česar je učencem popustila koncentracija in tudi motivacija za reševanje,
- učenci so imeli ves čas na voljo tudi računalnike; slednje so s pridom uporabljali, zato nismo dobili verodostojne informacije o tem, kako dobro poznajo nekatere osnovne podatke o ZDA.

Z več izvedbami smo večino teh napak odpravile, še vedno pa obstajajo možnosti izboljšav in novi izzivi. Potrdile smo našo domnevo, namreč: preverjanje znanja, ki učence pritegne in ga radi rešujejo, JE možno sestaviti. Zato je naš naslednji izziv: sestaviti takšno kontrolno nalogo.
Zavedava se, da z opisanim medpredmetnim preverjanjem znanja nismo »odkrili Amerike«. Največja dodana vrednost opisanega preverjanja znanja je v tem, da so učenci med reševanjem nalog in izkazovanjem znanja nehote prihajali do novih spoznanj. Povezali so znanja različnih predmetov in zaradi tega videli pojme z drugačnih perspektiv (*npr. časovni pasovi pri geografiji in pri matematiki*). Na novo so spoznali nekatere analogije (*npr. koordinatni sistem na Zemlji in koordinatni sistem v ravnini*). Izboljšali so razumevanje nekaterih vzročno-posledičnih povezav (*npr. pogoji za življenje, gostota poselitve*) in osmislili nekatera matematična znanja (*npr. preračunavanje vstopnin, podanih v ameriških dolarjih, v evre*). Matematika jim je pomagala tudi pri boljših predstavah in ponazoritvah (*npr. koliko učencev bi se moralo postaviti v 'krog', da bi lahko objeli orjaško sekvojo; koliko bi jih moralo stati drug na drugem, da bi dosegli višino Kipa svobode*). Marsikatero zanimivost o ZDA pa so učenci na novo izvedeli iz spremnega navodila posameznih nalog (*npr. kako so računali Maji; Thomas Jefferson je bil tudi matematik …*).
Pri preverjanju znanja je bilo dovolj priložnosti za ustvarjalnost učencev (*npr. turistom čim bolj nazorno prikaži, kolikšna je višina Kipa svobode in orjaške sekvoje; organizacija sanjskega potovanja po ZDA*), res pa je, da so nam naloge, pri katerih

so bili učenci lahko kreativni, nekoliko otežile vrednotenje dosežkov, saj so bili odgovori nepredvidljivi in zelo raznoliki.
Učitelji se pogosto pritožujemo, kako naši učenci nič ne znajo. V našem primeru se je izkazalo, da nas učenci v doseganju standardov znanja vseh treh predmetov s svojim znanjem prekašajo. Res pa smo se učiteljice tako pri pripravi preverjanja znanja kot med izvedbo naučile marsikaj novega o ZDA.
Amerika se je za nas izkazala kot dežela številnih priložnosti. Nekatere smo izkoristili, druge pa kdaj drugič, ko bomo šli spet na izlet v Ameriko … po novo znanje, seveda.

Viri:

1. Berlinghoff, P. W., Gouvea F. ,2008) Matematika skozi stoletja. Modrijan: Ljubljana.
2. Kolenc-Kolnik K., Korže Vovk A., Otič M., Senegačnik J., 2010: Geografija Afrike in Novega sveta. Učbenik za 8. razred osnovne šole, Modrijan: Ljubljana.
3. Žvanut, M., Vodopivec, P., 2007: Vzpon meščanstva. Zgodovina za 8. razred osnovne šole. Modrijan: Ljubljana.
4. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_zgodovina.pdf (5. 5. 2014).
5. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_geografija.pdf (5. 5. 2014).
6. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (5. 5. 2014).
7. http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3580 (5. 5. 2014).

STOŽNICE – MEDPREDMETNA POVEZAVA Z ANGLEŠČINO

Conic sections - Cross-curricula connection with English

Nevenka Jerebica

nevenka.jerebica@gmail.com

Gimnazija Koper

Povzetek

V šolskem letu 2012/2013 sem bila vključena v projekt *Obogateno učenje tujih jezikov II,* katerega cilj je bil razvijanje strokovne pismenosti v tujem jeziku. Projekt je temeljil na timskem poučevanju, kjer naj bi se povezala učitelj tujega jezika in učitelj nejezikovnega predmeta.
V prispevku je predstavljena medpredmetna povezava matematika – angleščina na temo stožnice. Ta povezava je bila izvedena v sodelovanju s profesorico angleščine v 3. letniku gimnazijskega programa v istem oddelku, vendar ločeno. Dijaki so se najprej pri uri angleščine seznanili s strokovnimi matematičnimi izrazi in utrjevali besedišče ter slovnico ob besedilu z matematično vsebino. Pri uri matematike pa so reševali naloge o stožnicah, zapisane v angleškem jeziku.
Učni uri sta pri dijakih zbudili veliko pozornost in jih motivirali za delo. S takšnim načinom dela dijaki pridobijo temeljne strategije za delo s strokovnimi besedili v tujem jeziku, s katerimi se bodo srečevali pri nadaljnjem študiju.

Ključne besede: medpredmetno povezovanje, matematika in angleščina, strokovna pismenost, stožnice

Abstract

In the school year 2012/2013 I participated in the Enriched Foreign Language Learning Project II with its main goal of developing discipline literacy in a foreign language. The project based on team teaching between a teacher of a foreign language and another subject teacher.
In my article I have presented interdisciplinary teaching of Mathematics and English on the topic of conic sections. The lesson was carried out by both teachers (of Mathematics and English) in the third grade of general secondary education, in the same class but separately at different times. First, in the English class the students learnt suitable mathematical expressions and practiced vocabulary and grammar in a text based on academic content. In the Mathematical class they solved the problems with conic sections in the English language.
The students showed a lot of interest and motivation in both classes. In such a way students gain basic strategies for working with academic texts in a foreign language, which will prove useful in their further studies.

Key words: interdisciplinary teaching, Mathematics and English, discipline or academic literacy, conic sections

Uvod

S prispevkom želim predstaviti medpredmetno povezavo med matematiko in angleščino, katere glavni namen je razvijanje strokovne pismenosti v tujem jeziku. »Strokovna pismenost je zmožnost sprejemanja, razumevanja, tvorjenja in uporabe besedil določenega strokovnega področja.» (K. Pavlič Škerjanc, 2013:4). S povezovanjem učitelja tujega jezika in učitelja nejezikovnega predmeta, se dosežejo dolečeni skupni cilji, ki jih en sam učitelj zagotovo ne bi dosegel oziroma jih ne bi dosegel tako kakovostno. Učitelju tujega jezika manjka ustrezno strokovno znanje, medtem ko učitelj nejezikovnega predmeta ni tako dobro jezikovno podkovan.
Da bi lahko pri dijakih sistematično razvijali strokovno pismenost v tujem jeziku, je potrebno dobro sodelovanje dveh učiteljev in izpeljava več medjezikovnih povezav istega predmeta v enem oddelku. Na ta način bi se dijaki počasi privajali na strokovno literaturo v tujem jeziku, ki bo po končani gimnaziji za večino neizogibna.
Pri pouku matematike razvijamo, poleg matematične, tudi druge kompetence. Kot omenja učni načrt (Učni načrt za matematiko za gimnazijo, 2008: 6, 42), lahko z ustreznimi načini dela spodbujamo razvoj vseh drugih kompetenc, tudi komptence »Sporazumevanje v tujih jezikih«. Učni načrt predlaga, da predstavimo dijakom osnovni matematični tekst v tujem jeziku, s katerim dijak pokaže razumevanje matematičnega teksta v tujem jeziku; spodbujamo dijake, da predstavijo matematično vsebino ustno v tujem jeziku. Dijake spodbujamo k iskanju virov na spletu, matematičnih besedil, delu z interaktivnimi programi v tujem jeziku … To so primeri dejavnosti, s katerimi razvijajo osnovno strokovno besedišče v tujem jeziku. (Učni načrt za matematiko v gimnaziji, 2008: 46). Vsem tem predlogom smo sledili ob načrtovanju medpredmetne povezave matematike in angleščine.
S takšnimi učnimi urami si dijaki širijo strokovno besedišče v tujem jeziku. Tako bodo imeli manj težav pri študiju in zaposlovanju doma ali v tujini. Strokovna liteartura, ki jo

bodo potrebovali pri nadaljnjem študiju, je v večini primerov v tujem jeziku, zato jim bo veliko lažje, če se bodo že sedaj seznanili z načinom dela s strokovnimi besedili.

Priprava učne ure

S kolegico anglistko sva se odločili, da izpeljeva medpredmetno povezavo matematika – angleščina na temo stožnice. Dogovorili sva se, da bova uro izpeljali v istem oddelku, vendar ločeno (3. a oddelek splošne gimnazije, v katerem je 31 dijakov). S to medpredmetno povezavo sva želeli doseči cilje: razviti strokovno pismenost v angleščini s področja stožnic, utrditi razumevanje osnovnih pojmov in definicije stožnic ter razumeti matematično nalogo v angleščini in jo rešiti.
Pri pripravi na učno uro sva se s kolegico pogovorili, katere pojme s področja stožnic naj ona pri svoji uri prevede iz slovenščine v angleščino. Zapisala sem definicije krožnice, elipse, hiperbole in parabole (te so dijaki v prejšnjih urah matematike že spoznali), ki jih bodo dijaki prevedli pri uri angleščine. Na spletni strani sva skupaj poiskali besedilo na temo stožnice, na podlagi katerega je kolegica anglistka sestavila nalogo iz tvorjenja besed »word formation«. Sama sem iz angleške knjige »Algebra and Trigonometry« poiskala naloge, ki so jih kasneje dijaki pri uri matematike samostojno reševali.
Pri prevajanju pojmov in definicij v angleščino je kolegica anglistka imela kar nekaj težav, saj ne obvlada strokovne terminologije, zato si je pomagala s spletnim brskalnikom in knjigo »Algebra and Trigonometry«.

Matematika pri uri angleščine

Pri učni uri angleščine so dijaki, s pomočjo profesorice, iz slovenščine v angleščino prevedli naslednje pojme: stožnica, gorišče, velika os, mala os, teme, krožnica, ekscentričnost, asimptota, vodnica, presečišče, izhodišče. Naslednja naloga je zahtevala, da dijaki povedo definicije stožnic v slovenščini in jih nato prevedejo v angleščino. Delali so v dvojicah, pri delu pa so lahko uporabljali slovarje. Po desetih minutah dela so predstavili svoje rešitve, profesorica jih je opozorila na napake, nato pa so si z učiteljevo pomočjo vsi zapisali jezikovno pravilno definicijo.

Naloga:
Zapiši (prevedi) definicije krožnice, elipse, hiperbole in parabole v angleščini.

Krožnica je množica točk v ravnini, ki so enako oddaljene od izbrane točke (središča). To razdaljo imenujemo polmer ali radij krožnice.

A circle is a line forming a closed loop, every point on which is a fixed distance from a center point or A circle is the locus of all points equidistant from a central point.The ***radius*** *of a circle is the distance from the center of a circle to any point on the circle.*

Elipsa je množica točk v ravnini, katerih vsota razdalj do dveh izbranih točk (gorišč) je konstantna.
An ellipse is the set of points in a plane the sum of whose distances from two fixed points F1 and F2 is a constant.

Hiperbola je množica točk v ravnini, katerih absolutna razlika razdalj do dveh izbranih točk (gorišč) je konstantna.

A hyperbola is the set of points for which the absolute difference of the distances from two fixed points F1 and F2 (the foci) is a constant.

Parabola je množica točk v ravnini, ki so enako oddaljene od izbrane točke (gorišča) in od izbrane premice (vodnice).
A parabola is the set of points in a plane that are equidistant from a fixed line (the directrix) and a fixed point F (the focus).

Ko so dijaki definicije prevedli, so dobili učni list – angleško besedilo z matematično vsebino, v katerega je bilo potrebno vstaviti manjkajoče besede – glagole, pridevnike, predloge ... (»word formation«). Ob kocu šolske ure, so skupaj preverili rešitve in še enkrat ponovili nove pojme o stožnicah.

Učni list 1- ANG – Conic Sections
Read the text and do the exercise; form words from those given in brackets or fill the gaps with one word only.
The ellipse was first studied by Menaechmus, investigated by Euclid, and named by Apollonius. The focus and conic section directrix of an ellipse were considered by Pappus. In 1602, Kepler believed that the orbit of Mars was oval; he later discovered that it was an __________ with the Sun at one _____. In fact, Kepler introduced the word "focus" and published his ___________ (*discover*) in 1609. In 1705 Halley showed that the comet now named after him moved in an _____________ (*ellipse*) orbit around the Sun (MacTutor Archive). An ellipse rotated about its minor _________ gives an oblate spheroid, while an ellipse rotated about its major __________ gives a prolate spheroid.

The special case of the rectangular hyperbola, corresponding to a hyperbola with _______________ (*eccentric*) $e = \sqrt{2}$, was first studied by Menaechmus. Euclid and Aristaeus wrote about the general hyperbola, _________ only studied one branch of it. The hyperbola was given its present name by Apollonius, _________ was the first to study both branches. The ___________ and conic section directrix were considered by Pappus (MacTutor Archive). The hyperbola is the shape of an orbit of a body on an escape trajectory (i.e., a body with positive energy), such as some comets, about a fixed mass, such as the sun.

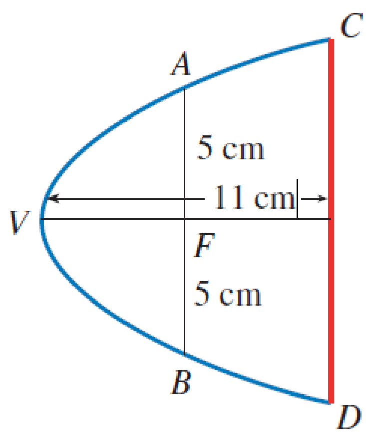
The parabola was studied by Menaechmus in an attempt to achieve cube _____________ (*duplicate*). Menaechmus solved the problem ________ finding the intersection of the two parabolas $x^2 = y$ and $y^2 = 2x$. Euclid wrote about the parabola, and it was given its present name by Apollonius. Pascal considered the parabola as a _____________ (*project*) of a circle, and Galileo showed that projectiles falling under uniform gravity follow parabolic paths. Gregory and Newton considered the catacaustic properties of a parabola that bring parallel rays of light to a _________.

Angleščina pri uri matematike

Pri učni uri matematike, ki je sledila naslednji dan, smo najprej ponovili osnovne pojme stožnic, ki so jih dijaki spoznali pri uri angleščine. Nato so dobili učni list z nalogami o stožnicah v angleščini, ki so jih samostojno reševali. Ob koncu šolske ure smo preverili rešitve. Dijaki, ki v šoli niso uspeli rešiti vseh nalog, so to dokončali za domačo nalogo.

Učni list 2 - MAT– Conic Sections
Solve the following problems.
1. Write the equation of the ellipse with vertices at (2, -2) and (2, 10) as ends of the major diameter and focus at (2, 6).
2. Find the equation of the hyperbola with the lines $y = 2x - 10$ and $y = -2x + 2$ as asymptotes and focus at (3, 2).
3. Find the equation of the parabola with the line $y = 4$ as directrix and the point (2, -1) as focus.

4. Find the equation of the circle that goes through the two foci and the upper y-intercept of the ellipse $36x^2 + 100y^2 = 3600$.
5. Write the equation of the ellipse with foci $(\pm 2, 2)$ that goes through the origin.
6. A cross-section of a parabolic reflector is shownin the figure. The bulb is located at the focus and the opening at the focus is 10 cm.
a) Find an equation of the parabola.
b) Find the diameter of the opening ICDI, 11 cm from the vertex.



Evalvacija učnih ur:

Medpredmetna povezava je bila dobro in skrbno načrtovana. Evalvacijo sem opravila skupaj s profesorico angleščine.
Pri uri angleščine so se dijaki seznanili z osnovnimi pojmi stožnic v tujem jeziku, kar so uporabili pri zapisu definicij in kasneje pri uri matematike pri reševanju nalog. Profesorica angleščine je povedala, da so imeli dijaki težave že z definicijami v slovenščini (niso znali natančno definirati stožnic), zato so tudi pri samem prevajanju v angleščino nastopile precejšnje težave. Že če natančno poznaš neko definicijo, se namreč s prevodom kaj hitro lahko spremeni bistvo, oziroma pomen. Pri tej nalogi je bila potrebna precejšnja pomoč profesorice angleščine, vendar se tudi ona na trenutke počutila malo nemočno, saj ni razumela pomena teh definicij. Ugotovili sva, da bi bilo v bodoče bolj smiselno, da se takšna naloga izvede v razredu le ob prisotnosti obeh profesorjev, angleščine in matematike, kajti en sam nima dovolj strokovnega oziroma jezikovnega znanja za kvalitetno izpeljavo takšne naloge.
Naloga »word formation and gap fill« je bila zelo primerna, še posebej, ker so dijaki hkrati uresničevali cilje angleščine in matematike.

Kar se tiče učne ure matematike, dijaki pri razumevanju besedišča niso imeli težav, problemi so se pojavili pri samem reševanju nalog. Za reševanje so porabili več časa, kot če bi bile naloge napisane v slovenščini. Razlog je verjetno v tem, da so si nalogo najprej prevedli iz angleščine v slovenščino, šele potem so se lotili reševanja. Individualno delo je med učno uro preraslo v delo v parih. Dijaki so vneto reševali naloge, si pomagali pri prevodih in pri samem matematičnem delu.
Verjetno bi se ob večkratnem takem načinu dela (angleščina – matematika) dijaki hitreje in uspešneje vključevali v samo delo. Tako pa so imeli še nekaj težav s samim načinom dela, saj je bilo za njih to novo oziroma drugače.

Zaključek

Z izvedeno medpredmetno povezavo so dijaki dobili vpogled v strokovno matematično besedilo v angleščini. Spoznali so, da je razumevanje strokovnega matematičnega besedišča v angleščini lahko precej zapleteno, saj brez nepoznavanja strokovnega besedišča težko rešiš matematične naloge. Dosegli so zastavljene cilje, kar so pokazali z razumevanjem matematičnega besedila in usvojitvijo strokovnega besedišča v angleščini. Z medpredmetno povezavo smo poskušali uresničiti vsaj en del kompetence sporazumevanja v tujem jeziku, ki je zapisana v učnem načrtu.
Zavedati se je treba, da je ena sama takšna učna ura premalo za poglobljeno razvijanje strokovne matematične pismenosti. Menim, da bi v posameznem oddelku pri predmetu matematika morali izvesti več medjezikovnih povezav, da bi zares dosegli napredek na tem področju. Z medpredmetnimi jezikovnimi povezavami dosežemo cilje, ki jih sami ne moremo oziroma jih ne moremo doseči tako dobro. Takšne ure v največji meri bogatijo dijake, pa tudi učitelje same, saj na ta način doživljajo profesionalno in osebnostno rast.
V bodoče si želim več takšnih medpredmetnih jezikovnih povezav in upam, da bodo kolegice anglistke pripravljene sodelovati z menoj.

Viri:

1. Fleming, W., Varberg, D., Kasube H., 1992: Algebra and Trigonometry. A problem solving approach. Prentice – Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Yersey 07632.
2. Pavlič Škerjanc, K., 2013: Obogateno učenje tujih jezikov. Jezikovne povezave. Ljubljana: ZRSŠ
3. Učni načrt. Matematika. [Elektronski vir]. 2008: Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport
4. http://mathworld.wolfram.com/Hyperbola.html (april 2013).
5. http://mathworld.wolfram.com/Ellipse.html (april 2013).
6. http://mathworld.wolfram.com/Parabola.html (april 2013).

ANGLEŠKE MERSKE ENOTE - MEDPREDMETNA POVEZAVA

The English measurement system - Interdisciplinary teaching

Irena Olenik

olenik.irena@gmail.com

Gimnazija Koper

Povzetek

Cilj medpredmetne povezave matematike s tujim jezikom je bil spoznati strokovno matematično literaturo v tujem jeziku in razvijati strokovno pismenost.
Tema medpredmetne povezave med matematiko in angleščino so bile angleške merske enote. Predstavljena je bila zgodovina nastanka angleških merskih enot, njihove medsebojne pretvorbe in pretvorbe v mednarodni merski sistem ter njihova uporaba v nalogah iz prostorske geometrije.

Ključne besede: angleške merske enote, medpredmetna povezava

Abstract

The aim of the interdisciplinary teaching of mathematics and a foreign language was to study scientific writings in a foreign language and to develop the discipline literacy.
The topic of the interdisciplinary teaching of mathematics and English was the English measurement system. The history of English measurements was presented as well as their mutual conversion, their conversion in the international measurement system and their use in spacial geometry problems.

Key words: English measurements, interdisciplinary teaching

Uvod

Sodelovanje v projektu *Obogateno učenje tujih jezikov II* me je spodbudilo, da sem začela bolj poglobljeno razmišljati o tem, kako pomembno vlogo imajo pri razvijanju strokovne pismenosti medpredmetne povezave matematike s tujim jezikom (angleščina ali italijanščina).
Pri pouku matematike z dijaki uporabljam slovenski jezik in slovensko literaturo. Ker sem dijake želela pripraviti na delo s tujo strokovno literaturo na univerzi, sem jim začela za utrjevanje snovi in razvijanje matematične strokovne pismenosti v tujem jeziku pripravljati delovne liste z nalogami v angleškem jeziku. Naloge so bile enakovredne nalogam, ki jih delamo pri pouku.
Dijakom se je zdelo reševanje nalog v angleščini zanimivo. Ugotovili so, da intuitivno poznajo pomen tujih neznanih besed in da naloge lahko uspešno rešijo.
Nato sem se odločila, da bi dijakom pri razvijanju pismenosti ponudila še zahtevnejši izziv. Izbrala sem angleške merske enote, ki so zelo specifične. Angleži so namreč razvili svoj merski sistem. Njegov nastanek je zgodovinsko zanimiv. Enote so bile nekaterim dijakom sicer poznane, zanje so že slišali, niso pa poznali njihove natančne vrednosti in pretvorb, ker jih v vsakdanjem življenju ne uporabljamo. Zato sem se povezala s profesorico angleščine in skupaj sva pripravili medpredmetno povezavo. Izbrali sva sodelovalno poučevanje na temo angleških merskih enot.

Medpredmetno povezavo sem izvedla v tretjem letniku, ki po učnem načrtu dopušča nekaj več ur za utrjevanje snovi. Izbrala sem oddelek, v katerem so dijaki bolj jezikovno usmerjeni. Ker sem imela na voljo kar nekaj ur za utrjevanje snovi pri ravninski geometriji in telesih, je bil ta način dela dobrodošla sprememba pri ustaljenem ponavljanju snovi.

Opis medpredmetne povezave

Medpredmetna povezava je bila izvedena v dveh delih. Prvi del je potekal pri pouku angleščine s profesorico angleščine, drugi del pa je bil izveden pri pouku matematike, s profesorico matematike.
Pri pouku angleščine so se dijaki pogovarjali o nastanku angleškega merskega sistema. Predstavili so zgodovinske zanimivosti, nastanek in razvoj nekaterih merskih enot (jard in čevelj), razložili njihov pomen ter se pogovarjali o razširjenosti angleških merskih enot po svetu, do katerega je prišlo zaradi kolonializma. Profesorica je pripravila učni list na to temo, ki ga je z dijaki tudi jezikovno predelala. Utrjevali so jezikovne spretnosti, kot so: uporaba glagolskih oblik in besedotvorje, ter vadili bralno razumevanje.
Naslednji dan smo pri pouku matematike najprej definirali pojme: jard, čevelj, palec, funt, unča in galona ter pretvorbe med njimi. Nato sem pri dijakih preverila razumevanje novih enot z enostavnimi primeri iz vsakdanjega življenja. V nadaljevanju ure so dijaki v parih reševali štiri naloge iz ravninske geometrije in teles, v katerih so bile uporabljene angleške merske enote (Učni list Volume and Surface Area of Prisms).
Podrobneje bom predstavila le del povezave, ki sem jo naredila sama pri pouku matematike.

Priprava na učno uro

Učni sklop: Geometrijski liki in telesa
Učne teme: Prostornina in površina prizme in piramide, pretvarjanje merskih enot, angleške merske enote
Tip učne ure: ura nove učne snovi, ponavljanja in utrjevanja, urjenja in uporabe
Učna oblika: frontalni pouk, samostojno delo, delo v dvojicah
Učne metode: razlaga, razgovor, delo s tekstom
Pripomočki: računalo, učni listi
Cilji učne ure:

- utrjevanje znanja iz ravninske geometrije in teles,
- utrjevanje pretvarjanja med merskimi enotami,
- spoznavanje angleških enot za dolžino (palec, čevelj, jard), težo (funt, unča) in volumen (galona) in pretvorbe med njimi ter pravilna uporaba novih merskih enot pri nalogah.

Pričakovanja:

- dijake bo pritegnila ponovitev in utrditev snovi ravninske geometrije in teles z drugačnimi nalogami,
- ker naloge matematično niso zelo zahtevne, predvidevam, da bodo vsi dijaki sposobni rešiti vse naloge,
- dijaki bodo usvojili osnovne pretvorbe med novimi merskimi enotami.

Struktura učne ure:
Uvod (10 min)
Definiram angleške enote za dolžino (jard, čevelj in palec) ter njihove pretvorbe, enoti za težo (funt in unča) ter enoto za volumen (galona). (Glej učni list Volume and Surface Area of Prisms.)
Njihovo razumevanje preverim z vprašanji iz vsakdanjih situacij: Koliko čevljev je visok Jakob? Koliko jardov je dolga učilnica? Koliko mleka je v eni galoni? V kolikem času ga popijemo? Koliko unč salame je dovolj za en sendvič? Ali lahko z enim funtom moke spečemo kruh?...
Glavni del (25 min)
Dijaki rešujejo učni list *Volume and Surface Area of Prisms* v dvojicah.
Pričakujem, da s prvo, drugo in četrto nalogo ne bodo imeli težav. Pri tretji nalogi bom komentirala optimalno polaganje škatel in pomagala pri reševanju naloge.
Zaključek (10 min)
Zadnjih deset minut ure preverimo rešitve nalog, tako da jih dijaki napišejo na tablo. Cilj je, da imajo na koncu ure vsi dijaki rešene vse štiri naloge. Spodbudim jih k pretvorbi rezultatov v angleških merskih enotah v enote mednarodnega merskega sistema.

Evalvacija učne ure

Dijakom medpredmetne povezave nisem napovedala. Na začetku ure so bili veseli, da bomo nadgradili znanje, ki so ga pridobili pri angleščini. Zdelo se jim je koristno, da bodo matematično snov znali izraziti tudi v tujem jeziku.
Med uro so aktivno sodelovali pri predstavitvi zgodovinskih zanimivostih in tvorjenju definicij ter uporabi merskih enot. Angleške merske enote so poznali iz filmov in z interneta, vendar niso poznali njihovih točnih vrednosti in pretvorb med njimi, zato so z zanimanjem poslušali uvodno razlago novih pojmov. Zelo zavzeto so tudi sami navajali primere iz vsakdanjega življenja, v katerih so uporabljali nove enote.
V drugem delu ure so v parih reševali naloge. Pri reševanju nalog je navdušenje splahnelo. Potrebovali so veliko spodbude za uporabo že usvojenih računskih postopkov in znanih formul za površino in prostornino. Pri reševanju tretje naloge sem jim pomagala s pravilnimi skicami. Morda je bilo počasno delo dijakov posledica dejstva, da je bila to naša zadnja ura pred prvomajskimi počitnicami.
Posebej naj omenim, da so dijaki, ki so boljši v angleščini kot v matematiki, zelo zavzeto reševali naloge (bolj kot navadno). Z veseljem so mi pokazali, da oni tudi znajo in razumejo. Ravno ti dijaki so bili med to uro najbolj aktivni (kar zanje ni običajno).

Zaključek

Menim, da je potrebno dijakom pri pouku matematike nuditi tudi gradiva, ki so v tujih jezikih. Pozitivni učinki so naslednji:

- dijaki ugotovijo, da matematika uporablja univerzalni jezik, strokovno literaturo v tujem jeziku (ne preveč zahtevno – primerno njihovemu znanju) so dijaki sposobni razumeti tudi, če je njihovo znanje tujega jezika šibko, pomembno pa je tudi, da jih s takim povezovanjem navajamo na vseživljenjsko učenje in na povezovanje znanja,
- dijaki, ki so boljši v tujem jeziku kot v matematiki, so bolj sproščeni in lažje ter z večjim veseljem rešujejo matematične probleme, transfer znanja matematike je pri njih boljši pri nalogah v tujem jeziku kot pri nalogah v slovenščini.

Pri pouku tujih jezikov se dijaki redko srečajo s temami iz naravoslovja, zato so naše pobude dobrodošle tudi za učitelje tujih jezikov.
Za uspešnost medpredmetnega povezovanja pa so potrebni nekateri pogoji, na primer ustrezna skupina dijakov, dovolj časa in spodbuden tim učiteljev, ki nudi podporo in razumevanje ter spodbuja razvijanje novih idej.
Tema *Angleške merske enote* se mi zdi zanimiva in uporabna za medpredmetno povezovanje med angleščino in matematiko in jo bom izvajala tudi v naslednjih šolskih letih.
Spremenila pa bi samo izvedbo učne ure. Pri načrtovanju bi se osredotočila na manj novih pojmov (manj enot), ki bi jih predstavila v interaktivnem timskem poučevanju, kar pomeni, da bi bili obe profesorici hkrati v razredu. Najprej bi definirali angleške merske enote (mat.) in predstavili zgodovino njihovega nastanka (ang.). Nato bi rešili dve uporabni matematični nalogi, ki vključujeta angleške merske enote (nalog bi bilo manj, kot sem jih pripravila za to povezavo). Zaključili bi s kako zanimivostjo v zvezi z uporabo novih enot. Celotno povezavo bi naredili v eni uri.

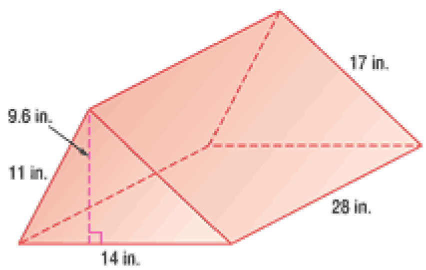
Viri:

1. Bon Klanjšček M. et al. ,2011: Matematika 3. Zbirka nalog za gimnazije. DZS: Ljubljana.
2. Bon Klanjšček M. et al., 2011: Matematika 3. Učbenik za gimnazije. DZS: Ljubljana.
3. http://en.wikipedia.org/wiki/English_units (18. 5. 2014).
4. http://www.algebralab.org/practice/practice.aspx?file=Word_VolumePrisms.xml (18. 5. 2014).
5. http://www.gaston.k12.nc.us/schools/cramerton/faculty/kllasky/Course%20Outline%20and%20Syllabus/Textbook/Ch%2012/Text%2012.3%20Surface%20Area%20Rectangular%20Prism.pdf (18. 5. 2014).

Priloga:
UČNI LIST

Volume and Surface Area of Prisms

1. Find the surface area of the triangular prism.



2. A room is 13 feet long, 11 feet wide, and 10 feet high. In the room, there are three windows that are each 4 feet wide and 5 feet tall. If one gallon of paint covers 350 square feet, how many gallons of paint do you need to paint the walls and door of the room? Explain.

3. a) Trailers that travel on the road behind trucks are rectangular prisms. A typical height for the inside of these trailers is 108 inches. If the trailer is 8 ft wide and 20 ft long, what is the volume of the trail?

b) A shipping company wants to ship its boxes in a trailer like the one described in the first problem. The boxes have dimensions of 2 feet by 5 feet by 3 feet which can also be written as: 2 ft x 5 ft x 3 ft. How many of these boxes can fit in the trailer if they have to be stacked so that the bottom of each box measures 3 ft x 5 ft?
c) What is the volume of space left "over" after the trailer in the previous question has been loaded?

4. A right prism with regular hexagonal bases has a height of 20 inches and a radius of 5 inches. What are the surface area and volume?

A **yard** (abbreviation: yd) is a unit of length. It is equal to 3 feet or 36 inches. Under an agreement in 1959 between Australia, Canada, New Zealand, South Africa, the United Kingdom and the United States, the yard (known as the "international yard" in the United States) was legally defined to be exactly 0.9144 metres.
A **foot** (plural: feet; abbreviation or symbol: ft or ′) is 0.3048 m exactly. It is subdivided into 12 inches.
An **inch** (plural: inches; abbreviation or symbol: in or ″) is exactly 25.4 mm. Inch is defined as $\frac{1}{12}$ of a foot and is therefore $\frac{1}{36}$ of a yard.
The **gallon** is a measure of volume that was used in many parts of Western Europe and is still used in the United States. The **imperial (UK) gallon**, defined as 4.54609 litres, is used in some Commonwealth countries and was originally based on the volume of 10 pounds of water at 62 °F (17 °C). The **US gallon**, which is equal to 3.785411784 litres is legally defined as 231 cubic inches. The **US dry gallon** is exactly 268.8025 cubic inches or 4.40488377086 L.
The gallon was removed from the list of legally defined primary units of measure catalogue, for trading and official purposes, with effect from 31 December 1994.

Z MATEMATIKO IN BARVO KREATIVNO DO HARMONIJE

With Math and Colour Creative to Harmony

Elena Rudolf, Marija Janja Ipavic

elena.rudolf@ses-mb.si, janja.ipavic@ses-mb.si

Srednja ekonomska šola Maribor

Povzetek

Zlati rez je, kot najbolj skladen in dinamičen odnos dveh količin, v različnih časovnih obdobjih navdihoval številne umetnike in znanstvenike pri njihovem ustvarjanju. Poznavanje in razumevanje tega načela skladnosti, lepote in harmonije sodi k splošni razgledanosti vsakega bodočega intelektualca. V želji, približati to tematiko dijakom gimnazijskega programa, se sama po sebi nakazuje ideja po izvedbi medpredmetne povezave matematike in umetnosti. Vsebinsko je najlažje navezati omenjeno načelo na tematski sklop *Zaporedja in vrste*, ki ga dijaki obravnavajo v četrtem letniku pri matematiki. Na ta način postane njihovo znanje zaokrožena celota, ki jo lahko vidijo in začutijo tudi v umetnosti. Matematične teoretske osnove so temelj, na katerem lahko dijake usposobimo za lastno ustvarjanje likovnih del v zlatem rezu, nato pa jih prepustimo njihovi domišljiji in navdihu.

Ključne besede: zlati rez, zlato število, razmerje, zaporedje, harmonija

Abstract

The golden ratio, as the most harmonious and dynamic relation of two quantities has inspired numerous artists in their work in various stages of history. Knowing and understanding this rule of harmony and beauty is a part of basic worldliness of every would-be intellectual. In order to present this subject to highschool students an idea has surfaced, namely to create a program which combines math and art. Thematically the mentioned rule is easiest to relate to the topic of Sequences and rows, discussed by senior-year students in the subject of math. This way their knowledge becomes a well-rounded whole, which can also be seen and felt in art. The basics of mathematical theory are the cornerstone of teaching highschool students how to apply the golden ratio to their art, and then leaving them to their imagination and inspiration.

Key words: golden ratio, golden number, proportion, progression, harmony

Uvod

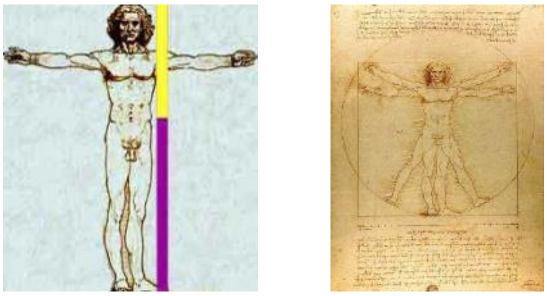
Namen prispevka je poiskati odgovor na vprašanje: Kako na ravni gimnazijskega izobraževanja ustvarjalno in na zabaven način obravnavati temo zlatega reza z matematičnega vidika ter kako uporabiti pridobljena znanja v praksi z očmi umetnosti. Medpredmetna povezava matematike in umetnosti je bila realizirana v oddelku 4. letnika ekonomske gimnazije pri projektu, ki ga v prispevku predstavljava.
Kako se torej lotiti problema, ki zahteva uporabo pridobljenih teoretičnih matematičnih znanj v praksi, s pomočjo likovne umetnosti?
Ob opazovanju umetniških del ali čudovitih stvaritev narave pogosto začutimo skladnost in lepoto. Občutek za estetsko skladnost je preprosto že v posamezniku.
Najpogosteje ne znamo z besedami opredeliti ali definirati, kaj je tisto »več« ali »nekaj«, kar pritegne našo pozornost in daje občutek, da je, kljub navidezni naključnosti, vsaka stvar tako v naravi kot v največjih umetniških delih na pravem mestu. Najpogosteje za to občutenje uporabimo izraz lepota.
Dosedanja proučevanja in vedenja, ki jih iz navidezno suhoparne matematike in zgodovine umetnosti lahko prenesemo v naravo in umetniška dela, nas prepričujejo, da v teh stvaritvah obstaja neka skupna vez, logična razlaga te povezave. Naše delo nas pripelje do ugotovitve, da je vse igra skladnosti, harmonije in ravnotežja, ki se jo da zelo natančno razložiti z razumom matematike in dušo umetnosti. Še najbližje našemu iskanju odgovora je ZLATI REZ.
Celotna narava temelji na zlatem rezu, ki velja za najpopolnejši kompozicijski zakon, kar nazorno prikaže *Slika 1: Narava slika svojo lastno umetnino.* Človek se ga sicer ne zaveda, vendar pa ga intuitivno čuti. Zlatemu rezu gre pripisati navzočnost številnih popolnih matematičnih razmerij v naravi.

Slika 1: Narava slika svojo lastno umetnino

Celo v človeškem telesu marsikaj temelji na zlatem rezu. V zlatem rezu je:

- višina človeškega telesa in višina popka;
- razdalja od vrha glave do spodnjega dela brade in od spodnjega dela brade do popka;
- širina ramen in širina najožjega dela pasu;
- širina ustnic in širina posameznega očesa;
- dolžina srednjega prstnega člena katerega koli prsta in dolžina končnega prstnega člena posameznega prsta.

Antični in renesančni umetniki so pogosto uporabljali zlati rez, ko so hoteli ustvariti idealni prikaz človeka. Najbolj znan primer prikazuje Slika 2 z naslovom *Vitruvijev človek* Leonarda da Vincija. Vitruvij je bil mnenja, da se idealna razmerja človeškega telesa, ki ima navzven iztegnjene roke in noge, do popolnosti prilagajajo v geometrični telesi kroga in kvadrata. Leonardo pa je to tezo v skici nekoliko popravil zato, da bi rešil navedeno. Genialno je prilagodil lego in odnos med krogom in kvadratom in v sliki natančno uresničil Vitruvijeve besede. Središče kvadrata je postavil nekoliko nižje od središča kroga. V skici je popravil mere človeškega telesa, ki jih je, na podlagi lastnih opazovanj in preučevanj, izdelal Vitruvij. S pomočjo svojih meritev je ustvaril sliko, ki izraža idealna razmerja človeškega telesa.



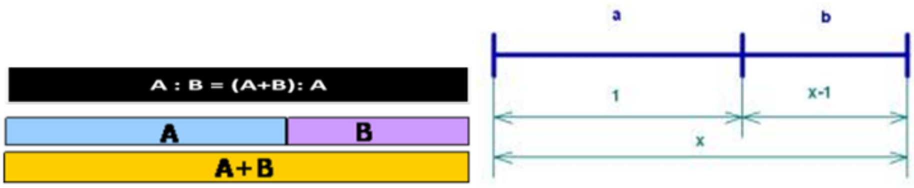
Slika 2: Leonardo da Vinci: Vitruvijski človek

Veliko umetnikov je to razmerje zavedno ali nezavedno vključevalo v svoja dela. Zlati rez se je v celotni zgodovini pojavljal v arhitekturi (Slika 3), kiparstvu, slikarstvu in glasbi. Ni sicer povsem jasno, ali so ga ljudje uporabljali namensko ali naključno. Originalni načrti se le redko ohranijo, sami materiali pa vodijo do manjših odstopanj, zaradi katerih ne moremo potrditi uporabe zlatega reza, zagotovo pa so uporabljeni Fibonaccijevi približki za zlati rez, kar pomeni, da je uporaba osnov zlatega reza utemeljena.

Slika 3: Akropola in Mona Liza

Zlati rez velja za najpopolnejši kompozicijski zakon v naravi, človeškemu očesu se zdi popoln in predstavlja harmonijo med linearno, skorajda neznosno preciznostjo in nepravilnostjo, nepopolnostjo.
Pojem zlati rez je v svojem delu Elementi prvi zapisal grški matematik Evklid leta 300 p. n. št. kot kompozicijski zakon, po katerem je manjši del (minor) proti večjemu (major) v istem razmerju kot večji del proti celoti. To razmerje je vedno 1 : 1,618 033 989.

Kot prikazuje naslednja slika, lahko gledamo tudi malo drugače: Če daljico razdelimo na dva neenaka dela, tako da je razmerje manjšega dela proti večjemu enako razmerju večjega dela proti celotni dolžini daljice, to predstavlja zlati rez.



Slika 4: Zlati rez

Zlato število x, ki določa delilno točko, izračunamo tako, da zapišemo razmerje: $x:1=1:(x-1)$ in iz njega dobimo kvadratno enačbo $x^2-x-1=0$, za katero je smiselna le pozitivna rešitev $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1{,}618033989...$ in predstavlja zlato število ϕ.
ZLATO število običajno označujemo z veliko grško črko fi (ϕ).
Včasih uporabljamo malo črko (φ) za obratno vrednost (ϕ = 1/φ), ki je SREBRNO število.
Zanimivo je, da je:

$$\Phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1{,}618033989... \text{ in } \varphi=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\approx 0{,}618033989...$$

Nadgradnja pojma zlati rez je konstrukcija zlate točke, zlatega pravokotnika, zlatega trikotnika, zlatega kota in zlate spirale, ki ne presega okvirov srednješolske matematike in jo je možno vključiti v pouk v gimnazijskem programu.
Pojem zlatega reza je tudi povezan z italijanskim matematikom Leonardom Fibonaccijem, ki je v 12. st. poskrbel, da je tedanja Evropa spoznala in sprejela arabske številke in decimalni zapis števil. V svoji knjigi Liber Abaci je predstavil in rešil problem rasti hipotetične populacije kuncev (Slika 5), ki je temeljil na določenih hipotezah. Predpostavil je, da na polje spustimo novo skoteni par kuncev, samico in samca. Ker se kunci lahko parijo pri enem mesecu starosti, lahko samica konec drugega meseca svoje starosti skoti nov par kuncev. Ob predpostavki, da kunci nikoli ne poginejo in da samice skotijo en nov par (samico in samca), vsak mesec, od

svojega drugega meseca starosti dalje, je grafično in računsko prikazal zaporedje števila parov kuncev.
Tako dobljeno zaporedje števil imenujemo FIBONACCIJEVO ZAPOREDJE:

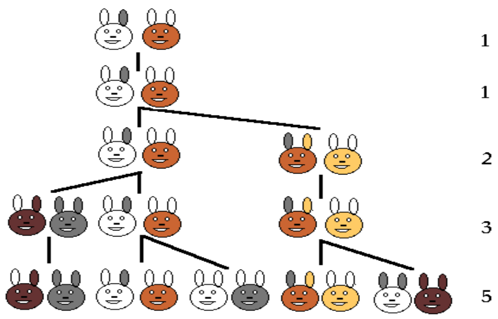
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233 … in ga lahko zapišemo z rekurzivno

formulo $F_1 = 1, F_2 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n > 2, n \in N$.

Kvocienti členov Fibonaccijevega zaporedja so ulomki $\frac{F_{n+1}}{F_n}$ in konvergirajo k

znamenitemu iracionalnemu zlatemu številu ϕ.

$$\frac{F_{n+1}}{F_n}: \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, ... \quad \to \quad \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618...$$



Slika 5: Fibonaccijevi kunci

Fibonaccijevo zaporedje lahko spoznajo dijaki v 4. letniku, zato je tematiko zlatega reza najlažje navezati na to temo in kompleksno obravnavati celotno vsebino tako pri matematiki kot pri umetnosti in drugih znanstvenih disciplinah.

Vsebinsko-didaktična priprava projekta

Kurikularna (medpredmetna) povezava: matematika in umetnost
Vloga predmetov: nosilna – MATEMATIKA, poudarjena – LIKOVNA UMETNOST
Tip povezave: interdisciplinarna, vertikalna, parcialna, interaktivno timsko poučevanje tipa A-vzporedno (skupno načrtovanje, izvedba in evalvacija)
Skupni cilji:

- Spoznati matematični izračun in izris zlatega reza ter njegovo uporabo kot estetskega ideala, ob primerih iz narave in posameznih zgodovinskih obdobij.
- Razumevanje vloge matematike v likovni umetnosti (številska razmerja, geometrijski liki in telesa).
- Spoznati umetnostno-zgodovinski pregled rabe zlatega reza, s poudarkom na obdobju renesanse in delih Leonarda da Vincija.
- Prepoznavanje matematičnih prvin v likovni umetnosti.
- Ustvariti svoj likovni izdelek, na katerem je izbrani motiv konstruiran in upodobljen z uporabo kompozicijskega načela zlatega reza.
- Razvijanje dijakove ustvarjalnosti s praktičnim likovnim izražanjem – procesni vidik (koncept, realizacija, refleksija).

– Razvijanje doživljanja in razumevanja likovne umetnosti z matematičnimi koncepti.

Časovni okvir: oktober 2013
Oddelki: 4. letnik ekonomske gimnazije
Organizacija pouka: projektni način dela (strnjeno 6 učnih ur)
Povezovalni elementi: *vsebina* – Zlati rez**;** *aktivne oblike in metode dela* – projektni pristop, avtentično učenje, kritično mišljenje, reševanje problemov
Prostorske možnosti: likovna učilnica z interaktivno tablo

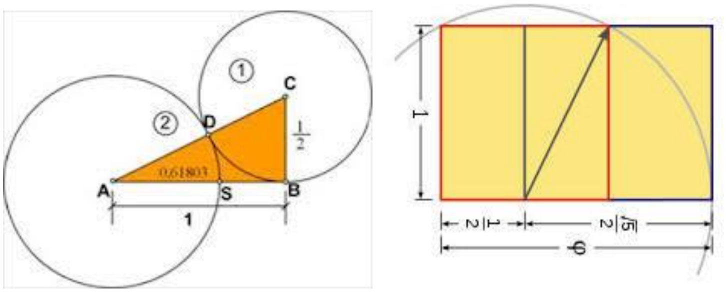
Izvedba projekta

Ob zaključku obravnave vsebinskega sklopa *Zaporedja in vrste,* v 4. letniku ekonomske gimnazije, sva se odločili za nadgradnjo usvojenega znanja z izvedbo projekta z medpredmetno povezavo matematike in likovne umetnosti.
Časovno sva projekt umestili v petek popoldne in ga izvedli v strnjeni obliki šestih učnih ur.
Za spodbujanje notranje motivacije dijakov sva k sodelovanju povabili Adelo Kelhar, dipl. univ. sociologinjo (Slika 6). V uvodu je spregovorila o soočanju posameznika s težavami pri učenju matematike, prepoznavanju, sprejemanju in odpravljanju strahu pred matematiko.

Slika 6: Adela Kelhar in dijaki med predavanjem

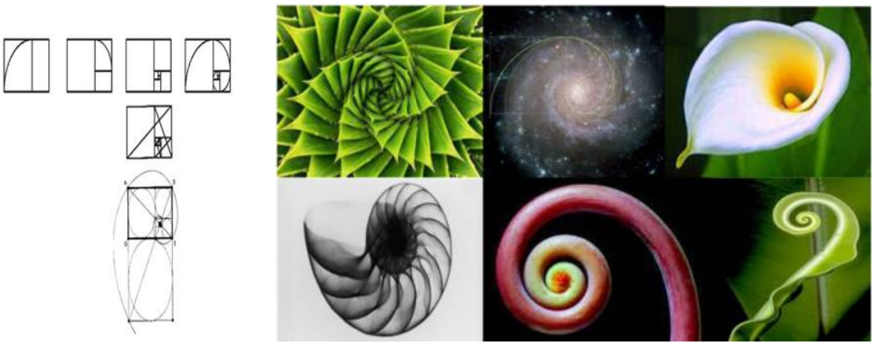
Nadaljevali sva z viharjenjem možganov z geslom: Ko pomislim na matematiko …
Izstopali so naslednji odgovori: … dobim mravljince, začnem razmišljati, začnem igrati harmoniko, pomislim na šolo, se spomnim, da nimam domače naloge, pomislim na znanstvenike, pomislim na stvarnost, se vprašam o smislu življenja.
Dijaki so svoje ideje glasno predstavili in se ob tem dodobra nasmejali in sprostili vse sodelujoče. Tudi zato prehod na matematične vsebine, ki je vključeval zgodbo o Fibonaccijevih kuncih, ni bil pretežak. Dijaki so sami grafično prikazali rast števila Fibonaccijevih kuncev v enem letu in zapisali Fibonaccijevo zaporedje z rekurzivnim predpisom. Sledila je vpeljava pojma zlati rez in njegov geometrijski pomen ter povezava s členi Fibonaccijevega zaporedja. Na podlagi prikaza delitve daljice v zlatem rezu so dijaki samostojno izračunali zlato število ϕ z uporabo znanja o razmerjih in reševanjem kvadratne enačbe. Sledila je konstrukcija *zlate točke* in *zlatega pravokotnika* (Slika 7) ter reševanje nalog:

– Računsko preveri, ali bel A4-list (297 mm x 210 mm) res ne predstavlja zlatega pravokotnika.
– Na koliko mm bi morali zmanjšati širino A4-lista, da bi dobili zlati pravokotnik?



Slika 7: Konstrukcija zlate točke in pravokotnika

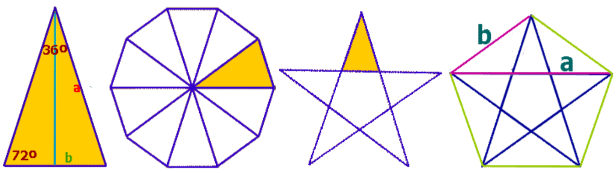
Po prikazu primerov zlatega pravokotnika v zgodovini umetnosti, naravi in vsakdanjem življenju, smo se lotili konstrukcije *zlate spirale* (Slika 8) in izračuna *zlatega kota* (Slika 9) ter njunih primerov v naravi. Pri razdelitvi polnega kota v razmerju zlatega reza dijaki niso imeli težav s sklepanjem, pri individualnem izrisu zlate spirale pa so nekateri dijaki potrebovali izdatno pomoč učitelja, še zlasti pri zaporedju korakov v sami konstrukciji.


Slika 8: Zlata spirala

Cvetni listi in veje dreves so pogosto razprti v zlatem kotu.

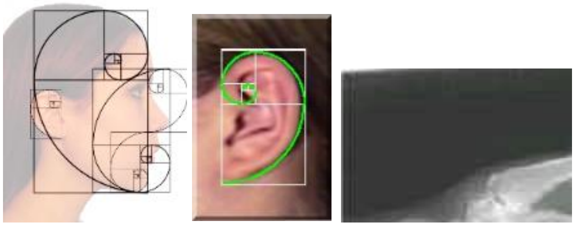
Slika 9: Zlati kot

Matematični del smo zaključili z obravnavo *zlatega trikotnika* in izračuna kotov v njem z uporabo kotnih funkcij. Dobimo ga, ko sta dve njegovi stranici v zlatem razmerju. Iz takih trikotnikov sta sestavljena npr. pentagram in pravilni desetkotnik, kot kaže Slika 10.



Slika 10: Liki z zlatimi trikotniki

Po predstavitvi matematičnega dela sva na usvojeno vsebino navezali pojem lepota, ki ga ljudje povezujemo s pojmovanjem umetnosti. Najprej smo si na YouTube ogledali film Nature by numbers, nato pa smo v obliki pogovora iskali strokovno utemeljitev tega pojma in našli rešitev – umetniki so s svojimi deli določili merila, ki opredeljujejo in utemeljujejo pomen besed, kot so: lep, lepota, vzvišena, klasična lepota, harmonija. Gre za določena estetska merila, ki jih lahko utemeljimo tudi z razlago zlatega reza in njegovo uporabo v likovnem snovanju. Pogovor sva podkrepili z zanimivostmi o zlatem rezu pri človeškem telesu, torej z razmerji posameznih delov človeškega telesa glede na celoto, kar prikazuje slika 11.



Slika 11: Zlati rez v človeškem telesu

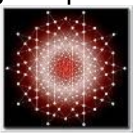
To je seveda poudarilo dejstvo, na katerem je temeljil ves projekt – matematika in umetnost sta neločljivo povezani z znanstveno dokazljivimi izračuni zlatega reza, z zgodovino, ki potrjuje nastanek in razvoj pojma zlati rez, z analizo likovnih del svetovnih umetnikov, ki jih proučuje zgodovina umetnosti, pa vse do ustvarjalnosti mladega, sodobnega človeka, ki naj bi svojo ustvarjalnost izrazil ob podpori matematike ter ustvaril lastno kreativno harmonično likovno delo.
Skupaj smo si ogledali še nekaj primerov iz narave in analizirali umetniška dela (primer Mona Liza, slika 3). Sledila so navodila za samostojno delo dijakov in priprava na lastno likovno ustvarjanje (Slika 12). Skupaj smo pripravili učilnico za delo z barvami, zaščitili površine in pripravili slikarski pribor.

Slika 12: Dijaki med ustvarjanjem

Dijaki so za načrtovanje lastnega motiva uporabili pridobljeno matematično znanje o zlatem rezu in pri izrisu motiva v zlatem rezu razvijali ustvarjalnost ter iskali pot do harmonije. Motiv so načrtovali in izrisali na list papirja, kasneje pa so motiv prenesli na tekstilno podlago in ga obarvali.
Izvajalki sva želeli dijake dodatno motivirati za delo s tem, da sva za likovno ustvarjanje uporabili podlago in likovne materiale, ki sicer niso običajni pri delu v srednji šoli. Z barvami za tekstil smo slikali na bombažne majice.
Izdelke smo osušili, jih zlikali in postavili na ogled v šolsko razstavišče. Ob koncu šolskega leta so dijaki prejeli vsak svojo majico kot spomin na izvedeni projekt.

Zaključek

Matematika se je z računalniškimi programi še bolj približala reprodukciji umetniških podob. Prispeva lahko k samemu umetniškemu delu, umetnik jo lahko vključuje v svoje delo - ali pa ne.
Matjuška Teja Krašek, slovenska slikarka, uporablja, poleg klasičnih slikarskih tehnik tudi računalnik. Računalniški programi so zanjo izziv in omogočajo raziskovanje umetnosti in računalniško generirane slike. Omogočajo tudi več izdelkov in veliko variacij v kratkem času. Umetnico zanima umetnost v povezavi z znanostjo in tehnologijo. To ji omogoča proučevanje geometrije in simetrije s sodobnimi programskimi orodji.
Matematika in umetnost sta lahko zelo zabavni, sploh kadar hodita z roko v roki. Matematika ne kaže zunanjega rezultata – npr. estetike. Umetnost jo lahko naredi dostopno – vidno, občuteno in doživeto. Način poučevanja, ki je predstavljen v tem prispevku, pripomore k razvijanju kreativnega uma; gre za obojestranski preplet približevanje učne snovi dijaku. Računalniško generirano slikanje pa je motivacija za nadgradnjo opisanega projekta in njegovo posodobitev v prihodnjem šolskem letu.



Slika 13: »Sweet Quiver« (B. Cipra, T. Krašek)

Viri:

1. Adam, J. A., 2003: Mathematics in nature. Princeton University Press: Princeton.
2. Hemenway, P., 2005: The secret code, Köln: Evergreen GmbH.
3. Kalajdzievski, S., Padmanabhan, R.,2008: Math and art: an introduction to visual mathematics. London: Boca Raton.
4. Rau, P. 2012: Zlati rez. V:Zbornik šolskih razvojnih projektov 2010/11. Ljubljana: Konzorcij strokovnih gimnazij.
5. Rutar Ilc, Z., Pavlič Škerjanc, K.,2010: Medpredmetne in kurikularne povezave: priročnik za učitelje. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
6. Stakhov, A., Olsen, S., 2009:The mathematics of harmony. Singapore:World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Spletni viri (dostopni 19. 5. 2014):

http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=kkGeOWYOFoA.

http://sl.wikipedia.org/wiki/Zlati_rez.

http://en.wikipedia.org/wiki/Golden_ratio.

http://www.akropola.org/zanimivosti/zanimivost.aspx?id=38.

http://www.akropola.org/zanimivosti/zanimivost.aspx?id=40.

http://www.kvarkadabra.net/article.php/zlati-rez.

http://www.goldennumber.net/.

http://www.ibars.si/category/arhitektura/.

http://bernierosage.blogspot.com/2013/03/math-and-art-huh.html.

http://www.egradiva.net/moduli/racunalnisko_oblikovanje/93_zlati_rez/03_datoteka.html.

http://www.phimatrix.com/nature-animals-golden-ratio/.
http://predmet.fa.uni-lj.si/taok/10_ksk/10_2/10_2_2.html.
http://enrichla.org/fibonacci-flowers/.
http://enrichla.org/wp-content/uploads/2012/06/ear-spiral.jpg.
http://cabinet-of-wonders.blogspot.com/2007_09_01_archive.html.
http://www.bridgesmathart.org/art-exhibits/bridges06/krasek.html.

ZAKAJ NAM TRETJA TABLICA ČOKOLADE NE TEKNE TAKO KOT PRVA?

Why does not the third chocollate bar taste the same as the first?

Klavdija Živko Pal, Mira Jug Skledar
pal.klavdija@gmail.com, mira.jug-skledar@guest.arnes.si
Prometna šola Maribor

Povzetek

V prispevku predstavljava primer medpredmetnega povezovanja med splošnoizobraževalnim predmetom, matematiko in strokovnim predmetom, podjetništvom in gospodarskim poslovanjem v programu srednjega strokovnega izobraževanja *Logistični tehnik*. Prikazan je primer uporabe sodobne informacijsko komunikacijske tehnologije pri povezovanju lastnosti funkcij in koristnosti dobrin.
Dijaki, ki so pri šolskem delu običajno manj uspešni, so pri reševanju dovolj lahkih problemov iz vsakdanjega življenja samostojni in uspešni. To dviga njihovo samozavest in poveča motivacijo za nadaljnje delo. Pridobljeno znanje je trajnejše. Problemi so zastavljeni tako, da imajo tudi vzgojno funkcijo.

Ključne besede: medpredmetno povezovanje, informacijsko-komunikacijska tehnologija, celotna koristnost dobrine, mejna koristnost dobrine, lastnosti funkcij

Abstract

This article presents cross-curricularlinks between school subjects of general education subject, maths, and a vocational subject, business and enterprise operation, in the course of high school education Logistics Technician. The paper shows an example of usage of contemporary information communication technology in connection with function properties according to usefulness of goods.
High students, who are usually less successful at their performance, are consequently capable of individual work and successful, when dealing with enough easy tasks from daily life. This encourages their self-confidence and increases motivation for further work.
Acquired knowledge is more durable. The problems are formulated in a way that they have edifying function.

Key words: cross-curricular links, information – communication technology, overall usefulness of goods, limited usefulness of goods, functions properties

Uvod

Učitelji, ki poučujemo v programih srednjega strokovnega izobraževanja, se zadnja leta srečujemo z vse večjimi težavami, kako učne vsebine prilagoditi interesom in sposobnostim dijakov.
Velikokrat se zgodi, da dijaki izgubijo voljo do šolskega dela, saj ne zmorejo slediti pouku in ne zmorejo rešiti primerov, ki jih učitelji pripravimo. Dijaki želijo biti uspešni. Najmočnejša motivacija za dijake je uspešno rešen primer, ki ga tudi razumejo. Zato je naloga učiteljev, da poskušamo poiskati primerne in praktične primere, ki jih dijaki zmorejo razumeti in pravilno rešiti. Seveda to ni lahka naloga. Učitelji različnih predmetov se moramo med seboj povezati in si pomagati pri iskanju takšnih primerov in skupaj pripravljati gradiva za pouk. Medpredmetno povezovanje vsebin različnih predmetov je zelo pomembno, saj dijaki na ta način osmislijo znanja, pridobljeno znanje pa je trajnejše.
Učiteljici podjetništva in gospodarskega poslovanja ter matematike sva skupaj pripravili gradivo, ki povezuje vsebine obeh predmetov v 2. letniku. Uporabljeni primeri so prilagojeni sposobnostim naših dijakov in nudijo veliko možnosti za nadaljnje diskusije.

Uvodoma sva zastavili naslednje cilje medpredmetnega povezovanja:
- dijaki spoznajo kompleksnost obravnavane snovi;
- dijaki znajo s pomočjo spleta samostojno poiskati razpoložljiva e-gradiva;
- dijaki samostojno ponovijo in utrdijo obravnavano snov s pomočjo e-gradiva;
- dijaki razlikujejo med celotno (TU) in mejno (MU) koristnostjo dobrin;
- dijaki samostojno grafično prikažejo celotno in mejno koristnost dobrine, z računalniškim programom Graph in razložijo pojme: definicijsko območje, povezan in nepovezan graf funkcije, naraščajoča, padajoča funkcija;
- pri reševanju praktičnih primerov dijaki uporabljajo različna orodja na interaktivni tabli.

Povezali sva vsebine pri predmetu podjetništvo in gospodarsko poslovanje z matematiko programa logistični tehnik.

Medpredmetno povezovanje

Medpredmetno povezovanje je povezovanje vsebin različnih predmetov in predmetnih področij (Kovač, Starc in Jurak, 2003). Učitelji poskušamo določeno vsebino obravnavati čim bolj celostno, isti problem poskušamo osvetliti z različnih vidikov in tako dijakom predstaviti uporabnost teoretičnih vsebin.
»Medpredmetno povezovanje naj bi premagovalo meje med učnimi predmeti, vzpostavljalo zveze med sorodnimi učnimi vsebinami znotraj enega učnega predmeta ali med več predmeti, da bi dosegli čim bolj enotne ali celostne izobraževalne učinke, ki bi omogočili učencem nadpredmetno razumevanje sveta« (Blažič idr., 2003: 233).
V programih srednješolskega strokovnega izobraževanja so medpredmetna povezovanja splošno-izobraževalnih predmetov (skoraj) nujno potrebna, saj na ta način dijakom omogočimo učinkovito in celostno specializacijo za izbrani poklic (Jerenec, 2011).

Medpredmetno povezovanje prispeva k vsebinski racionalnosti in ekonomičnosti, boljši učni uspešnosti, zlasti pri celovitejšem spoznavanju in sodobnejši didaktično-metodični organizaciji pouka (Strmčnik, 2001).
Cilj učiteljev mora biti, da dijaki pridobijo znanje, ki bo: celostno, trajno, aktivno, kritično, uporabno, sistematično. Takšno znanje dijaki pridobijo s procesnim učenjem, učenjem po metodi »Learning by doing« ter povezovanjem z znanji pri drugih predmetih, s prejšnjim znanjem, aktualnimi dogajanji itd. Le takšen način pridobivanja znanja pripomore, da dijaki smiselno povežejo znanja, kar vpliva tudi na motivacijo za nadaljnje učenje (Marentič Požarnik, 2000).
Takšen način poučevanja pozitivno vpliva na razvoj samostojnega in kritičnega mišljenja. Najpomembnejše pa je, da se z razvijanjem različnih strategij mišljenja in povezovanjem znanja povečata kakovost in trajnost pridobljenega znanja (Markelj, 2005).
Cilj medpredmetnega povezovanja je tudi doseči večjo stopnjo povezanosti med disciplinarnimi znanji, kot tudi pripraviti dijake na vseživljenjsko učenje z razvijanjem spretnosti za sodelovanje z drugimi, navajanjem na samostojno učenje, na samostojno iskanje informacij in njihovo kritično presojo ter razvijanje spretnosti uporabe IKT (Bevc, 2008).

Primer medpredmetnega poučevanja

Obravnava snovi ločeno, po predmetih

Obravnavanje snovi pri obeh predmetih je potekalo ločeno. Pri predmetu Podjetništvo in gospodarsko poslovanje smo najprej spoznali dobrine, vrste dobrin in njihove lastnosti. Ugotovili smo, da je potreb veliko več kot razpoložljivih dobrin in je zato potrebno gospodariti. Snov o temeljnem ekonomskem problemu, ki obravnava tudi dobrine in koristnost dobrin, so dijaki samostojno utrdili z ogledom e-gradiva, ki je brezplačno dostopno na spletnem naslovu: http://www.egradiva.si/?page_id=72 in e-gradivo za ponovitev lastnosti funkcij: http://www.e-um.si/.

Spoznali smo, da je glavna značilnost dobrin njihova koristnost, kar pomeni sposobnost zadovoljiti potrebo. Odvisna je od intenzivnosti potrebe, saj bolj kot si določene dobrine potrošnik želi, bolj je zanj koristna. Potrošnik, ki obožuje čokolado, ji daje veliko koristnost. Za nekoga, ki čokolade ne mara, ta nima koristnostna. Koristnost je subjektivna, kot so subjektivne potrebe. (Fortič, 2002: 29)
Predstavljamo si tovornjak čokolade. Pa bi nam čokolada, če bi jo imeli, kolikor bi hoteli, res še toliko pomenila?
Prva tablica čokolade, ki jo pojemo, nas najbolj razveseli in delno zadovolji našo željo po sladkosnednosti. A ker ena ni nobena, kupimo še drugo. Nam bo enako teknila? Zagotovo ne, saj se koristnost druge čokolade zmanjša. Lahko si zaželimo še druge in tretje in nadaljnje. Čokolade smo seveda že »siti«, saj je koristnost vsake naslednje manjša. Peta in šesta čokolada sploh nimata nobene koristnosti, saj ju ne moremo več pojesti. Mejna koristnost je torej zadovoljstvo, ki nam ga daje dodatna enota dobrine. (Fortič, 2002: 29)
Pri matematiki so dijaki zadnjih nekaj ur obravnavali lastnosti funkcij. Dijaki že vedo, kaj je graf funkcije in kako ga narišejo. Za risanje grafov funkcij znajo uporabiti tudi računalniški program Graph.
S konkretnim in enostavnim primerom s strokovnega področja dijaki ponovijo pridobljena matematična znanja in osmislijo pojme kot so: naraščanje in padanje funkcije, definicijsko območje funkcije, povezan oz. nepovezan graf funkcije.

Mejna koristnost s kratico MU (ang. Marginal utility) je, po Fortičevi (2002: 29), torej sprememba oz. prirastek celotne koristnosti zaradi porabe dodatne enote količine določene dobrine. Prikazuje dodatno zadovoljstvo, do katerega pride potrošnik, ko potroši dodatno enoto dobrine pri nespremenjeni potrošnji drugih dobrin. Mejna koristnost z vsako dodatno enoto dobrine pada. Govorimo o padajočem načelu mejne koristnosti, kar ponazorimo z enačbo:

$$MU_n = TU_n - TU_{n-1} = \Delta TU \, .$$

Mejna koristnost se linearno spreminja glede na enoto dobrine. Lahko jo modeliramo kot linearno padajočo funkcijo dobrine na definicijskem območju, ki je definirano s količino dobrine. Celotna koristnost na definicijskem območju, definiranim s količino dobrine, je padajoča funkcija.

Uporaba usvojenih znanj

Pri podjetništvu in gospodarskem poslovanju smo se vprašali: zakaj nam tretja čokolada ne tekne tako kot prva? Vprašali smo učiteljico matematike ali lahko to izračunamo?
Za reševanje praktičnih primerov sva bili v razredu obe učiteljici hkrati. Pouk je potekal v računalniški učilnici, kjer je imel vsak dijak osebni računalnik in za reševanje praktičnih primerov tudi naslednja orodja: interaktivno tablo Interwrite, računalniški program Graph, dostop do spletne učilnice Moodle. Vsa orodja so bila dijakom na voljo, ker sva želeli, da dijaki samostojno osmislijo znanja. Uporabili sva metodo Learning by doing, kjer dijaki s praktičnim delom, reševanjem praktičnih primerov pridobijo uporabna znanja.
Dijaki so stopili v spletno učilnico, kjer so imeli na voljo učni list z dvema praktičnima problemoma. Samostojno so, s programom Graph, narisali zahtevane grafe in jih vstavili v spletno učilnico. Učiteljici sva jih pri delu spremljali in usmerjali. Rešitve obeh praktičnih primerov smo skupaj pregledali z interaktivno tablo. Opazili sva tipično napako, da so dijaki želeli točke na vseh grafih funkcij povezati. To je bilo odlično izhodišče za pogovor o lastnostih danih grafov funkcij. Z dijaki smo se pogovarjali o lastnostih funkcij in njihovih definicijskih območjih. Prišli smo do spoznanja, v katerem primeru in zakaj točke na grafu lahko povežemo.
Oba zastavljena problema sta računsko zelo preprosta, vendar lahko z obema problemoma preverimo razumevanje obravnavane snovi. Dijaki so pri reševanju problemov uspešni.

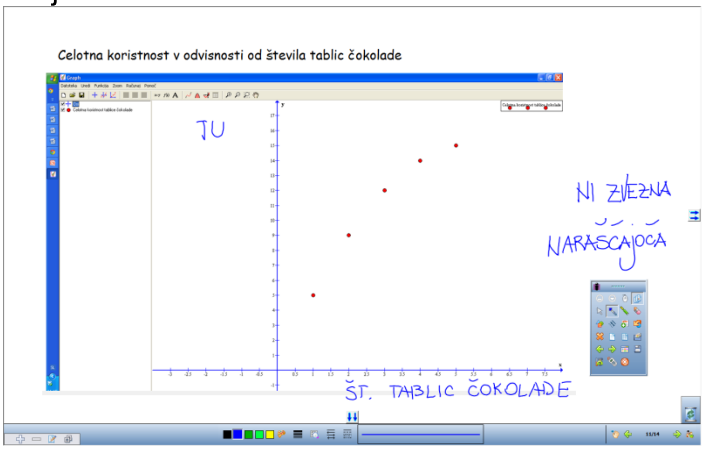
Problem 1
Sanja je po pouku začutila veliko željo po čokoladi, zato si je kupila tablico čokolade. Spodnja preglednica prikazuje celotno koristnost posameznih tablic čokolade:

Tablica čokolade (x)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Celotna koristnost (TU)	0	5	9	12	14	15
Mejna koristnost (MU)						

a) Zapišite splošno enačbo za računanje celotne koristnosti.
b) Zapišite splošno enačbo mejne koristnosti za n-to tablico čokolade.
c) Zapišite enačbo za mejno koristnost tretje tablice čokolade.
d) Izračunajte mejne koristnosti posameznih tablic čokolade.
e) Narišite graf funkcije $TU = f(x)$ z $Df\{1,2,3,4,5,6\}$ računalniškim programom Graph in ga oddajte v spletni učilnici.

f) Izpolnite tabelo in narišite graf funkcije $MU = f(x)$ z računalniškim programom Graf in ga oddajte v spletni učilnici.
g) Primerjajte oba grafa in zapišite, katera funkcija je naraščajoča in katera padajoča.

Na interaktivni tabli smo pregledali narisane grafe. Dijaki so opravili obveznosti v spletni učilnici in bili pri reševanju uspešni. Dijaki niso pravilno označili koordinatnih osi; to so popravili na interaktivni tabli, kar je razvidno iz slike 1. Ob grafu smo skupaj ponovili lastnosti funkcij.



Slika 1: Tabelska slika – problem 1

Drugi problem je bil podoben prvemu, le da je dobrina masa kruha v dekagramih, tako da lahko rečemo, da se količina dobrine spreminja zvezno.

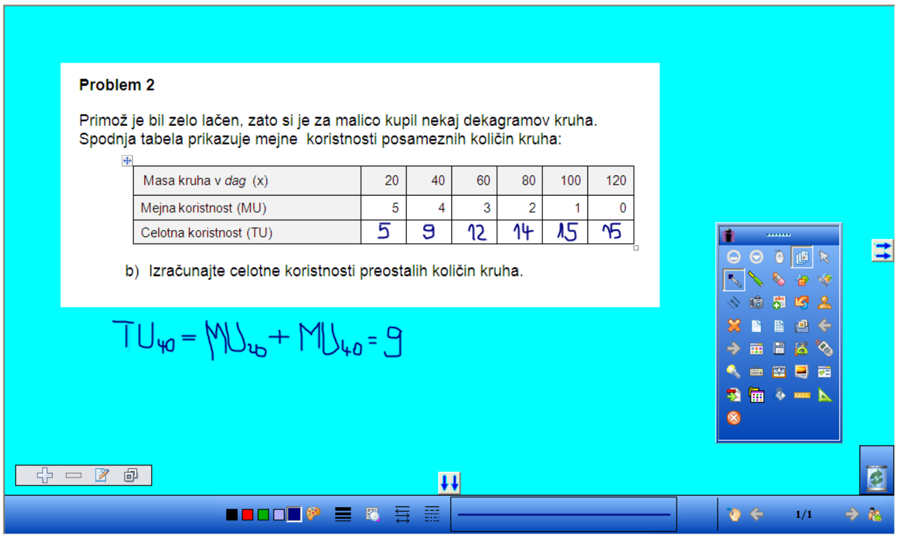
Problem 2

Primož je bil zelo lačen, zato si je za malico kupil nekaj dekagramov kruha. Spodnja preglednica prikazuje mejne koristnosti posameznih količin kruha:

Masa kruha v *dag* (x)	20	40	60	80	100	120
Mejna koristnost (MU)	5	4	3	2	1	0
Celotna koristnost (TU)						

a) Zapišite enačbo za celotno koristnost 40 *dag* kruha.
b) Izračunajte celotne koristnosti preostalih količin kruha.

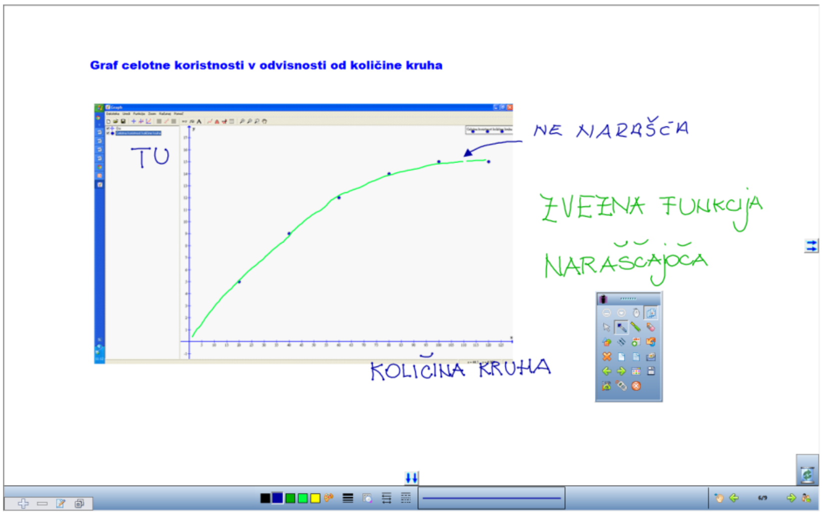
Dijaki so izračunali celotno količino dobrine, kar prikazuje slika 2



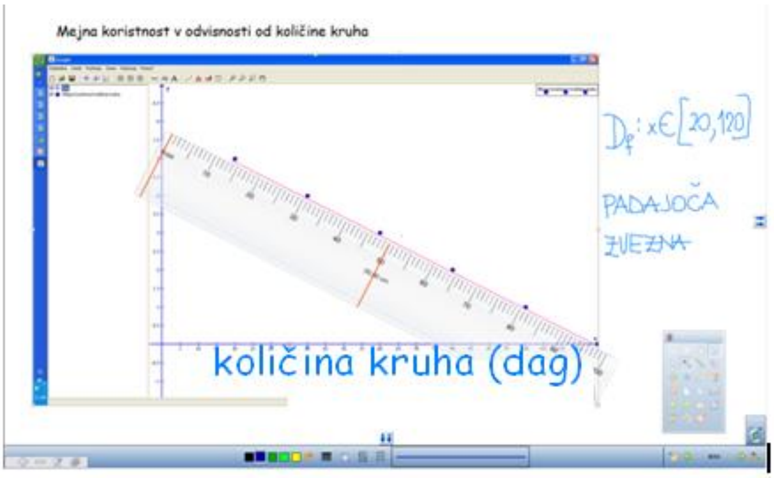
Slika 2: Tabelska slika; računanje celotne koristnosti.

c) Upoštevajte podatke v tabeli in narišite graf funkcije $TU = f(x)$ z računalniškim programom Graf in ga oddajte v spletni učilnici.
d) Upoštevajte podatke v tabeli in narišite graf funkcije $MU = f(x)$ z računalniškim programom Graf in ga oddajte v spletni učilnici.
e) Primerjajte oba grafa in zapišite, katera funkcija je naraščajoča in katera padajoča.

Nato smo ugotavljali še, ali lahko povežemo točke na grafih mejne koristnosti, v odvisnosti od mase kruha in celotne koristnosti, v odvisnosti od mase kruha in zakaj. Dijaki so zapisali, katera funkcija je naraščajoča, katera padajoča. Zapisali so še definicijsko območje funkcij. Tabelski sliki sta na sliki 3 in sliki 4.



Slika 3: Tabelska slika - celotna koristnost v odvisnosti od mase kruha



Slika 4: Tabelska slika - mejna koristnost v odvisnosti od mase kruha

Pri obeh problemih smo večkrat poudarjali tudi pomen gospodarne rabe dobrin in nesmiselnosti kopičenja dobrin, saj nam te ne prinašajo več koristi in ugodja. Na ta način smo tudi vzgojno vplivali na dijake in odgovorili na vprašanje iz naslova.

Zaključek

Medpredmetno povezovanje se je v najinem primeru izkazalo za uporabno in smiselno, saj so dijaki programa *Logistični tehnik* povezali znanja podjetništva in gospodarskega poslovanja ter matematike in jih osmislili.
Zastavljeni cilji so bili doseženi, dijaki so povezali vsebine strokovno izobraževalnega predmeta z vsebinami strokovno teoretičnega predmeta in ob problemih iz realnega življenja spoznali pomen obravnavane snovi. Samostojno so uporabljali IKT, dostopali do spletnih e-gradiv in rezultate dela prikazali na interaktivni tabli.
Pojem *količina dobrine* so povezali s pojmom *definicijsko območje funkcije* in pri realnem primeru razlikovali med *povezanimi* in *nepovezanimi grafi* funkcij. Za načrtovanje takšne oblike izvedbe pouka je potrebno veliko sodelovanja in usklajevanja med učitelji. Učitelji moramo pri pripravi takšne izvedbe pouka vložiti več dela, saj je priprava na pouk obsežnejša. Poznati je potrebno tudi vsebinska področja drugih predmetov; v najinem primeru matematike in strokovnega predmeta Podjetništvo in gospodarsko poslovanje (PGP). Vendar ugotavljava, da dijaki pri tej obliki pouka dosegajo boljše rezultate, pri delu so uspešnejši, pridobljeno znanje je trajnejše. Dijaki so bolj motivirani tudi za nadaljnje delo.

Viri:

1. Bevc, V., 2008: Medpredmetno načrtovanje in povezovanje vzgojno-izobraževalnega dela, str. 183-189 v fani Nolimal: Fleksibilni predmetnik, ZRSŠ Ljubljana.
2. Blažič, M., Ivanuša-Grmek, M., Kramar, M. in Strmčnik, F., 2003: Didaktika, Visokošolsko izobraževalno središče Novo mest: Novo mesto.
3. Fortič, H., 2002: Temelji ekonomije. Učbenik. Ljubljana: DZS.
4. http://sciget.com/Predogled/3165/33ebce995b511646b236b3c4490d2aee172fdad2 (15. 4. 2014)
5. Jerenec, S. ,2011: Medpredmetno načrtovanje vsebin pri pouku matematike v srednji šoli. Diplomsko delo,. Univerza v Mariboru: Fakulteta za naravoslovje in matematiko. Oddelek za matematiko in računalništvo.

6. Kovač, M., Starc, G., Jurak, G. ,2003.: Medpredmetno in medpodročno povezovanje pri športni vzgoji. V: Šport. letn. 51, št. 2, str. 11 – 15.
7. Marentič Požarnik, B. (2000). Psihologija učenja in pouka, DZS, Ljubljana.
8. Markelj, N., 2005: Medpredmetno povezovanje. Dostopno na: www.fsp.uni-lj.si/didaktika/vaje/2006-07/stv_vaja06_06.doc (10.1.2008).
9. Strmčnik, F. ,2001: Didaktika: osrednje teoretične teme. Znanstveni inštitut Filozofske fakultete: Ljubljana.
10. www.egradiva.si/?page_id=72 (22.4.2014).
11. www.e-um.si/ (21.4.2014).
12. http://sciget.com/Predogled/3165/33ebce995b511646b236b3c4490d2aee172fdad2 (15.4.2014).

TUDI MATEMATIKA V ODPRTEM KURIKULU

Mathematics can be in an open curriculum as well

mag. Vesna Parkelj

Vesna.Parkelj@sc-nm.si

Srednja elektro šola in tehniška gimnazija, Novo mesto

Povzetek

Odprti kurikul, v prenovljenih srednješolskih programih, omogoča šoli, v dogovoru s socialnimi partnerji, oblikovanje vsebin, s katerimi ponudi dijakom dodatno znanje v **strokovnih modulih**, ki omogočajo širšo in poglobljeno strokovno usposobljenost ali pridobitev dodatne poklicne kvalifikacije ali za doseganje **dodatnih splošnoizobraževalnih ciljev** (dodatno znanje jezika, funkcionalna pismenost, priprava na poklicno maturo). Na naši šoli smo v programih srednjega strokovnega izobraževanja, za poklic elektrotehnik in tehnik računalništva, oblikovali predmet uporabna matematika, s katerim povezujemo strokovne vsebine in pri dijakih dosegamo višje taksonomske ravni znanja. Eden izmed glavnih argumentov za vpeljavo omenjenega predmeta, je bila poklicna matura. Za razliko od ostalih predmetov, za katere pripravljajo kataloge znanja na državni ravni, je to živ predmet, ki je lahko drugačen za vsako generacijo dijakov. Tudi pri nas je v veljavi že tretja različica, naslednje leto pa se bomo posvetili -predvsem na pobudo učiteljev strokovnih predmetov - še temeljitejši prenovi.

Ključne besede: odprti kurikul, uporabna matematika, ključne kompetence

Abstract

Open curriculum in the reformed secondary education programmes enables the school in arrangement with its social partners to create the contents with technical modules and therefore provide the students with additional knowledge, improved and specialized technical competence, additional vocational qualifications as well as general educational objectives (additional language knowledge, functional literacy, training for secondary-school leaving exam (poklicna matura)). Our school has implemented the course of Applied Mathematics in technical secondary education programmes of electrial engineeing and computer science. The course, which is a combination of various technical contents, enables students to achieve higher

taxonomic levels of knowledge. Secondary-school leaving exam was one of the main arguments for implementing the course of Applied Mathematics. In comparison with other courses that are based on the national curriculum, the course of Applied Mathematics is completely flexible and can therefore be adapted to each generation of students. Our school has implemented the third version of this course so far. However, as recommended from the teachers of technical subjects, we are going to introduce even more improved version of the course next year.

Key words: open curriculum, applied Mathematics, technical competence

Uvod

Šole so pri pripravi izobraževalnega programa upoštevale *Izhodišča za pripravo izobraževalnih programov nižjega in srednjega poklicnega ter srednjega strokovnega izobraževanja* (Strokovni svet RS za poklicno in strokovno izobraževanje, 2001) ter metodološki priročnik *Kurikul na nacionalni in šolski ravni v poklicnem in strokovnem izobraževanju* (CPI, 2006). V teh dokumentih je bilo predlagano oblikovanje odprtega kurikula, torej ciljev in vsebine, ki naj bodo dodane na podlagi izraženih potreb gospodarstva, vključenih dijakov, predlogov staršev, učiteljev in drugih socialnih skupin. Na državni ravni je določenih približno 80 % izobraževalnega programa, preostalih 20 % pa ostaja odprtih. Socialni partnerji vplivajo na hitrejše prilagajanje izobraževalnih programov zahtevam razvoja okolja, tehnologij in izdelkov. Z odpiranjem kurikula se šole lažje odzivamo na potrebe in želje delodajalcev, okolja in različnih socialnih skupin ter tako krepimo svojo razvojno vlogo in povečujemo stopnjo družbene odgovornosti. Odprti kurikul omogoča tudi večjo prilagodljivost in individualizacijo izobraževalnega procesa. Nudi možnost za boljšo in ustreznejšo usposobljenost dijakov, ki bodo, po zaključenem izobraževanju, s pridobljenim znanjem, spretnostmi in kompetencami konkurenčni na trgu dela ali imeli dobre podlage za nadaljnji študij (Leban, 2010). Odprti kurikul je živa tvorba in ga šole nenehno dopolnjujejo in spreminjajo, deloma zaradi sprememb v družbi in gospodarstvu, deloma pa zaradi pridobivanja novih informacij o okoliščinah, kot so: težave dijakov pri nadaljevanju študija, povezovanje matematike in stroke s temami, ki ne sodijo v obvezni del učnega načrta za srednje strokovno izobraževanje, nov koncept matematike na poklicni maturi.

Na naši šoli smo uporabno matematiko prvič vključili šele v šolskem letu 2011/12 z eno uro na teden, v šolskih letih 2012/13 in 2013/14 pa z dvema urama tedensko, v obeh programih srednjega strokovnega izobraževanja: *elektrotehnik* in *tehnik računalništva.* Namen prispevka je prikazati razloge za vpeljavo matematike v odprti kurikul, predstaviti značilnosti poučevanja, cilje in posledice ter nakazati razvoj v prihodnje.

Priprava odprtega kurikula

Pri pripravi odprtega kurikula se mora šola posvetovati s socialnimi partnerji na delovnih sestankih posvetih, z anketami, pogovori z dijaki in z drugimi učitelji … Na osnovi rezultatov analiz interesov in potreb šola načrtuje in oblikuje module odprtega kurikula za posamezni izobraževalni program po naslednjih korakih:

- opredelitev temeljnih ciljev in kompetenc odprtega kurikula;
- oblikovanje strukture odprtega kurikula za vse izobraževanje ene generacije dijakov v programu;

- določitev obsega in kreditno vrednotenje;
- umestitev odprtega kurikula v izvedbeni kurikul izobraževalnega programa (Leban, 2010).

Iskanje argumentov za matematiko

Prvotno oblikovanje izvedbenega kurikula na šoli ni vključevalo dodatnih ur za splošnoizobraževalne predmete in je zajemalo poglobljena znanja v stroki. Učitelji naše šole smo ugotovili, da je pri obstoječi razporeditvi ur, tj. v prvih treh letnikih po tri ure, in v zaključnem letniku dve uri tedensko, težko uresničiti kompetence, ki jih opredeljujeta katalog znanja in predmetni izpitni katalog za poklicno maturo za matematiko, v srednjem strokovnem izobraževanju. Za dijake v strokovni šoli ima matematika dvojni pomen: prepoznavanje in razumevanje (matematičnega) problema ter razvijanje zmožnosti iskanja njegove rešitve, predvsem v povezavi z dijakovo stroko in vsakdanjim življenjem. Cilje matematike dosegamo z razvijanjem dvanajstih ključnih kompetenc, kot jih navaja katalog znanja za matematiko v SSI in PTI programih. Dodatni argument smo našli v predmetnem izpitnem katalogu za matematiko, ki ustni del poklicne mature vrednoti s 30 % točk, sestavljen pa je iz ene situacije iz stroke ali vsakdanjega življenja in treh teoretičnih vprašanj, ki izhajajo iz te situacije oziroma se nanjo smiselno navezujejo (RIC, 2010 in 2012). V katalogu znanja je na strani 8 jasno zapisano, da je za izbirne tematske sklope potrebno zagotoviti dodatne ure matematike, na strani 10 pa priporočila CPI-ja za oblikovanje kurikula med cilji navajajo tudi pridobitev dodatnega splošnega znanja oziroma ključnih kompetenc, ki omogočajo doseganje strokovnih ciljev. Največ posluha za našo željo so imeli učitelji strokovnih predmetov (osnove elektrotehnike, upravljanje s programirljivimi napravami, zajemanje in obdelava procesnih veličin, praktično programiranje), saj se:

- dijaki z nekaterimi matematičnimi pojmi najprej srečajo pri matematiki, pri strokovnih predmetih pa njihovo uporabo osmislijo in poglabljajo razumevanje;
- z nekaterimi pojmi se najprej srečajo pri drugih predmetih, kar pripomore k uporabnosti določene vsebine, lahko pa prihaja do napačnega ali pomanjkljivega razumevanja določene matematične vsebine;
- včasih posamezne teme obravnavamo istočasno pri več predmetih, kar poteka na različne načine (slučajna usklajenost, načrtovana ura medpredmetnega povezovanja, timsko poučevanje, projektni teden). (RIC, 2012: 8).

Pri vseh treh načinih je nujno sodelovanje med učitelji matematike in stroke, saj je na tak način delo najbolj načrtovano in usmerjeno h konkretnim ciljem.

S temi argumenti smo dobili podporo kolektiva. Delodajalci in nato svet šole niso ugovarjali našim predlogom, saj so matematiki naklonjeni in jo vidijo kot pomemben del elektrotehnike in računalništva. Večina naših dijakov študij nadaljuje na prvi in drugi bolonjski stopnji visokih šol ali se vključijo v višješolsko izobraževanje. Po pogovoru z nekaterimi višje in visokošolskimi predavatelji ter študenti smo ugotovili, da dijakom srednjega strokovnega izobraževanja manjka znanje določenih vsebin, kot so: na primer kompleksna števila, vektorji in integralni račun (slednji ne sodi niti med izbirna poglavja). Zaradi pomembnosti omenjenih tem in njihove uporabnosti v elektrotehniki in računalništvu, so se dijaki takoj strinjali z uvedbo dodatnih ur.

Načrtovanje odprtega kurikula za uporabo matematiko

Programski učiteljski zbor načrtuje izvedbo modulov odprtega kurikula za celotno izobraževanje ene generacije dijakov. Pri načrtovanju upoštevamo ustrezno

zaporedje doseganja ciljev in razvijanja kompetenc v posameznem modulu odprtega kurikula v odnosu do celotnega izobraževalnega programa oziroma programskih enot, ki jih dopolnjujejo ali nadgrajujejo. Skladno s cilji oziroma kompetencami določimo ustrezno število ur, in kjer je smiselno, predvidimo integracijo ključnih kompetenc ter povezave med programskimi enotami. Načrtovanje vseh podrobnosti izvedbe modulov odprtega kurikula v posameznem letniku izobraževalnega programa upošteva/vključuje opredelitev manjših, vendar celovitih pedagoških enot (bodisi učnih tem ali učnih situacij), določitev ciljev, vsebin in metod dela, s katerimi se bo razvijalo in doseglo določena znanja, spretnosti in kompetence, ter časovni okvir izvedbe, ki mora upoštevati vse faze učnega procesa (Leban, 2010).
Programski učiteljski zbor je z načrtovanjem izvedbenega kurikula leta 2011 prvič sklenil, da eno uro tedensko, v četrtih letnikih odobri za povezovanje matematike s stroko v posebnem predmetu uporabna matematika, kjer smo načrtovali skupaj učitelji matematike in stroke. Ena ura ni pomenila veliko, a zaradi uspešnega dela in rezultatov smo v šolskem letu 2012/13 dobili dodatno uro. Od takrat na naši šoli uporabni matematiki namenimo 68 ur letno. Ime modula *Uporabna matematika* smo izbrali glede na navodila CPI-ja. »Kadar se v odprtem kurikulu oblikuje modul, katerega cilji oziroma vsebine so nadgradnja določenega strokovnega modula ali splošnoizobraževalnega predmeta, je potrebno izbrati drugačno ime, kot ga nosi matični strokovni modul ali predmet.« (Leban, 2010: 14)
Sledila je priprava kataloga znanja z vsemi obveznimi elementi: ime modula, usmerjevalni cilji, vsebinski sklopi in operativni cilji. Usmerjevalni cilji so namenjeni učitelju in vključujejo tudi ključne kompetence. Operativni cilji določajo in razčlenjujejo pot, po kateri učitelj uresničuje usmerjevalne cilje modula. Zapisane so tudi poklicne kompetence in opredeljeni operativni cilji, ki jih ločimo na informativne in formativne. Služijo lahko tudi kot temelj za oblikovanje učnih tem ali situacij (Leban, 2010). V katalog znanja smo vključili tudi druge, neobvezne vsebine: število ur, ocenjevanje znanja dijakov in število kreditnih točk. Dijaki so v vsakem ocenjevalnem obdobju ocenjeni enkrat pisno in ustno. Učitelj predmeta je učitelj matematike.

Primer iz kataloga znanj za predmet uporabna matematika

V nadaljevanju bom podala primer ciljev, navedenih v katalogu znanja, in primer nalog, ki iz tega sledijo (naloge niso del kataloga znanja).

<u>Usmerjevalni cilji:</u>

Dijak:

- spoznava elemente in zakonitosti v enosmernem tokokrogu;
- računa osnovne veličine elektrotehnike v enosmernih tokokrogih;
- računa vrednosti elementov v enosmernih tokokrogih.

<u>Poklicna kompetenca:</u> računanje preprostih električnih vezij

<u>Operativni cilji:</u>

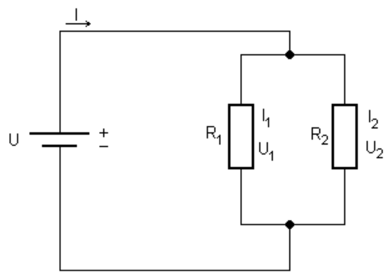
Informativni cilji	**Formativni cilji**
Dijak: • zna opisati pomen osnovnih električnih veličin, medsebojno povezanost (tok, napetost, upornost,	Dijak: • uporabi osnovne zakone elektrotehnike za izračun veličin v električnih krogih; • smiselno uporabi matematična orodja za reševanje problemov v enosmernih tokokrogih;

Informativni cilji	Formativni cilji
moč); • loči med premim in obratnim sorazmerjem • razlikuje med vzporedno in zaporedno vezavo; • poišče neznane količine z reševanjem enačb.	• prikaže odvisnost toka od napetosti in upora; • izračuna nadomestno upornost v vzporedni, zaporedni in mešani vezavi in prikaže odvisnost nadomestne upornosti od izbranih uporov; • prepozna enačbo in strategije za njeno reševanje.

<u>Operativni cilji matematike, ki se nanašajo na dani primer</u>
Dijak:

- pozna naravna, cela, racionalna in realna števila in računa z njimi,
- računa z algebrskimi izrazi,
- uporablja pojem razmerje, razlikuje premo in obratno sorazmerne količine,
- pozna definicijo funkcije,
- rešuje enačbe,
- prepozna enačbo racionalne funkcije,
- pozna in uporablja lastnosti racionalnih funkcij in nariše graf racionalne funkcije.

<u>Primer nalog:</u>



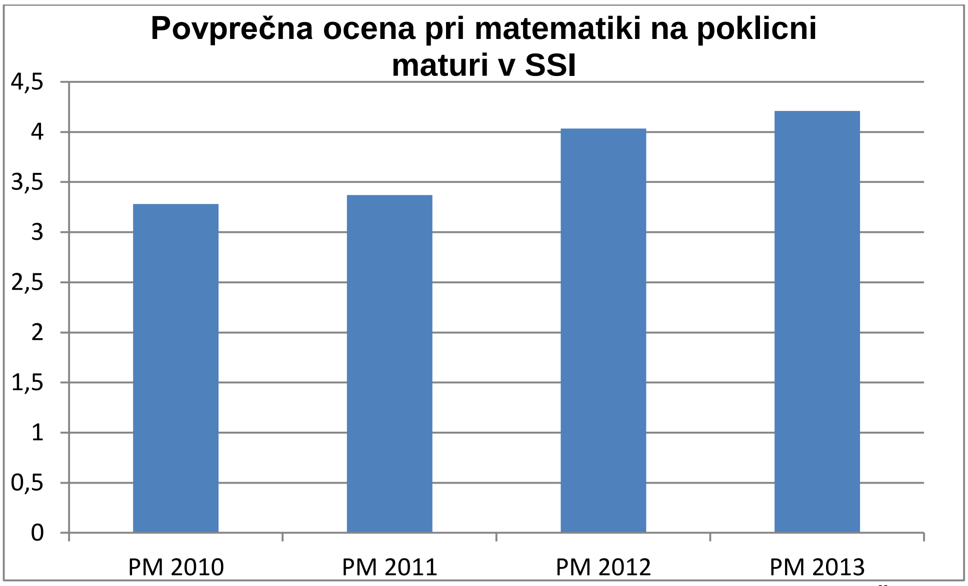
Slika 1: Vezje z dvema vzporedno vezanima uporoma [SEŠTG]

1. Prvi upor ima upornost $R_1 = 10\ \Omega$, drugi pa $R_2 = 15\ \Omega$. Izračunajte nadomestno upornost R vezja.
2. Naj bo nova upornost prvega upora $R_1 = 4\ \Omega$, druga pa neznana $R_2 = x\ \Omega$. Izrazite nadomestno upornost R in opišite dobljeno odvisnost ter nato skicirajte njen graf $R(x)$.
3. Zapišite enačbo za izračun toka I v odvisnosti od napetosti U, če sta upora $R_1 = 2\ \Omega$ in $R_2 = 4\ \Omega$. Izračunajte napetost U, pri kateri bo skozi vezje tekel tok $I = 2{,}25$ A.
4. Za vrednosti uporov $R_1 = 2\ \Omega$ in $R_2 = 4\ \Omega$ narišite UI-karakteristiko (graf $I(U)$). Katero matematično funkcijo predstavlja nastala karakteristika?
5. Izračunajte tok I_2, ki teče skozi drugi upor, če je vezje priključeno na napetost $U = 12$ V ($R_1 = 2\ \Omega$ in $R_2 = 4\ \Omega$).

Analiza odprtega kurikula

Odprti kurikul je sestavni del letnega delovnega načrta in ga sprejme svet šole. Prav tako mora biti v skladu z ZOFVI javno objavljen skupaj z nameni, cilji in katalogi znanja. Analiza odprtega kurikula je sestavni del poročila o kakovosti, kar nam daje možnost za izboljšave in dopolnjevanja. Analiza odprtega kurikula pri uporabni matematiki kaže na:

- dvig povprečne ocene pri matematiki na poklicni maturi v zadnjih letih (graf 1);



Graf 1: Povprečne ocene pri matematiki na poklicni maturi (Vir: SEŠTG)

- dijaki lažje prenašajo izkušnje s stroke na matematiko in obratno, je pa res, da so aktivnosti bolj usmerjene;
- dijaki prepoznajo in pojasnijo, zakaj so izbrali določeno strategijo in preverijo rešitev;
- faktor pozabljanja je manjši, saj pri več predmetih govorimo o isti stvari;
- učitelj matematike se mora učiti jezika in snovi elektrotehnike, kar pomeni, da določene tematike ne uspemo obdelati;
- časovna umestitev v četrti letnik je dobra zaradi poklicne mature, za koncept povezovanja pa je pozna;
- pojavila se je razlika med dijaki srednjega strokovnega in poklicno-tehniškega izobraževanja, saj v tem programu še nismo uspeli dobiti dodatnih ur;
- predmet nam daje podlago za razmišljanje, iskanje in pripravljanje vedno novih poklicnih in učnih situacij;
- posegamo po višjih taksonomskih ravneh znanja;
- zavedamo se, da nismo edina šola, ki je matematiko podprla z odprtim kurikulom, kar je predvsem posledica spremembe ustnega izpita poklicne mature;
- potrebujemo povratno informacijo dijakov, ki bodo vključeni v nadaljnje izobraževanje in večjih delodajalcev Dolenjske. V ta namen bomo pripravili spletno anketo in jo izvajali nekaj let, saj je uporabnost izobraževanja vidna z zamikom.

Zaključek

Uporabna matematika je matematiko na naši šoli okrepila s primeri, s katerimi se dijaki dnevno srečujejo pri elektrotehniki, računalništvu in v vsakdanjem življenju. Oblikovanje kataloga znanja in njegova potrditev je potekala skladno s priporočili Centra za poklicno izobraževanje. Čeprav smo si izborili dve uri tedensko, moramo vsako leto dokazovati, da je takšna odločitev pravilna. Na to kažejo rezultati ob zaključku izobraževanja in preverjanje po etapah, predvsem tam, kjer se snovi prekrivajo. Dijaki so pridobili predvsem na višjih taksonomskih ravneh, kot so: analiza (preuči določeno situacijo, razdeli na posamezne dele in povezuje v nove celote), sinteza in vrednotenje. V naslednjem šolskem letu se bomo še bolj povezali z učitelji obveznih modulov in skupaj načrtovali uporabno matematiko ter časovno preuredili poučevanje matematike, v katero bomo vključili več medpredmetnega povezovanja. Naš drugi cilj je preureditev odprtega kurikula na poklicno-tehniškem izobraževanju in tudi tem dijakom omogočiti enak standard. Naj zaključim še z mislijo:« Če menite, da sveta ni mogoče spremeniti, to pomeni le, da vi niste eden tistih, ki ga bodo!« (Jacques Fresco, futurist)

Viri:

1. Kurikul na nacionalni in šolski ravni v poklicnem in strokovnem izobraževanju (2006): Center RS za poklicno izobraževanje: Ljubljana.
2. Leban, I., Žnidarič, H., Šibanc, M.,2010: Priporočila za načrtovanje in izvedbo odprtega kurikula v programih poklicnega in strokovnega izobraževanja. Center RS za poklicno izobraževanje: Ljubljana.
3. Medveš, Z., Svetlik, I. in drugi, 2010:Izhodišča za pripravo izobraževalnih programov nižjega in srednjega poklicnega izobraževanja ter programov srednjega tehniškega, poklicno-tehniškega oziroma drugega strokovnega izobraževanja. Center RS za poklicno izobraževanje, Strokovni svet za poklicno in strokovno izobraževanje: Ljubljana.
4. Katalog znanja za matematiko: http://eportal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/Ssi/KZ-IK/KZ_MAT_SSI_383_408.pdf (30. 4. 2014).
5. Katalog znanja za modul izdelovanje osnovnih vezij: http://www.cpi.si/files/cpi/userfiles/Datoteke/kurikulum/Programoteka/07-08/Elektrotehnik-SSI/SSI_elektrotehnik__KZ_Izdelava_osnovnih_vezij.doc (30. 4. 2014).
6. Predmetni izpitni katalog za matematiko: http://www.ric.si/mma/pik_pm2012_mat/2010090308085862/ in http://www.ric.si/mma/P-MAT-2014%20ISSN/2012092610051575/ (30. 4. 2014).

MATEMATIKA REŠUJE ŽIVLJENJA

Mathematics save lives

Andrej Oberwalder Zupanc

andrej.oberwalder@guest.arnes.si

Srednja šola Domžale, Poklicna in strokovna šola

Povzetek

Prispevek predstavlja načine približanja matematike dijakom srednjega poklicnega izobraževanja. Pri poučevanju matematike je potrebno matematiko osmisliti s primeri iz življenja, ki ga živijo dijaki. V prispevku predstavljamo izpeljano uro pouka, kjer smo z dijaki srednjega poklicnega izobraževanja pri vsebini *realna funkcija* spoznavali in utrjevali pojme odvisna in neodvisna spremenljivka s primeri iz življenja. To sta padec z višine in trk z mopedom.

Ključne besede: poučevanje matematike, srednje poklicno izobraževanje, povezovanje znanj

Abstract

The article presents ways of approaching mathematics to students of secondary vocational education. When teaching mathematics it is necessary to use examples from students' lives to make sense of the subject. In this paper we present a lesson in which students of secondary vocational education in the topic of a real function have learned about and revised the concepts of dependent and independent variable with examples from life. This is a fall from height and an impact of a moped.

Key words: teaching mathematics, vocational secondary education, knowledge correlation

Uvod

Matematika v srednjem poklicnem izobraževanju je tema, ki jo obravnavajo različni strokovnjaki in praktiki – učitelji v poklicnih izobraževalnih programih. S skupnimi močmi iščemo rešitve, kako približati matematiko dijakom srednjega poklicnega izobraževanja. V delo se je že pred leti vključil tudi Zavod za šolstvo, ki je oblikoval Delovno skupino za razvoj matematike v srednjem poklicnem izobraževanju. Ta je obravnavala pouk matematike v srednjih poklicnih šolah. Kasneje je bilo napisanih veliko strokovnih člankov v reviji Matematika v šoli ter v reviji Vzgoja in izobraževanje. Skupna ugotovitev je bila, da je matematika v poklicnem šolstvu doživela veliko sprememb zaradi spremenjenih zahtev v poklicih, lažje dostopne tehnologije, ki je uporabo matematike zakrila in – navsezadnje - zaradi spremenjene strukture vpisa dijakov v srednje poklicno izobraževanje. Zaradi te ugotovitve je bil pripravljen spremenjeni katalog znanj, ki je v večji meri upošteval nastale spremembe.
Cilj vseh teh dejavnosti je bil pomagati dijakom srednjega poklicnega izobraževanja, da bi dosegali večjo matematično kompetentnost v poklicu. Vsi so se trudili na nek način združiti matematiko in primere iz poklicne prakse. Učitelji matematike so se zato morali povezovati z učitelji strokovno teoretičnih predmetov. Nastalo je veliko primerov dobrih praks, ki so jih učitelji predstavili tudi na Konferenci o učenju in poučevanju matematike 2012 v Mariboru.
Ugotavljam, da je povezav med poklicnim področjem in matematiko veliko in da to zelo pripomore k večji matematični kompetentnosti dijakov srednjega poklicnega izobraževanja.
Med dolgoletnim poučevanjem matematike v srednjem poklicnem izobraževanju pa sem prišel tudi do ugotovitve, da je potrebno, poleg povezav s primeri poklicne prakse, narediti tudi povezavo matematike z življenjem, ki ga živijo dijaki. Torej približati matematiko njihovemu življenjskemu stilu, njihovim izzivom in problemom, ki jih imajo v življenju, jim z matematiko pomagati razrešiti kakšen izziv, ne pa ustvariti problema.

Matematika in življenje

Kot so ugotavljali že različni avtorji (Marčić, 2006; Sambolić Beganović, 2008), je potrebno povezati matematiko in primere iz poklicne prakse. Za nekatere primere pa lahko rečemo, da povežejo matematiko in življenje. V šoli, kjer sem zaposlen, imamo skoraj vsako leto primer hude prometne nesreče, v katerih je udeležen kakšen naš dijak. Nesreče so si podobne: pri vožnji z mopedom ali motornim kolesom se zaletijo v avto, avtobus, drevo ... Ker so to nesreče, ki se končajo s hudimi posledicami – tudi smrtjo, sem se spraševal, ali bi lahko med poukom matematike na kakšen način ozavestil dijake o bolj odgovornem ravnanju v prometu in jih seveda ob tem naučil kakšne matematične resnice.

Realna funkcija in mopedi

Primer na prvi pogled želi povezati nepovezljivo – le kaj imajo mopedi z matematiko in z realno funkcijo? Na podlagi svojih izkušenj lahko zagotovim, da pri dijakih srednjega poklicnega izobraževanja vse, kar je v povezavi z mopedi, takoj vzbudi zanimanje. Posebej to velja za avtoserviserje, domnevam pa, da tudi za vse ostale tehnične poklice (inštalater, elektrikar, računalnikar, gradbinec …).
V prvem letniku srednjega poklicnega izobraževanja imajo dijaki tudi nekaj ur obravnave realne funkcije in kasneje linearne funkcije. Kvadratna funkcija se ne obravnava posebej, omeni pa se pri realni funkciji. Zato sem prišel na idejo, kako bi jim lahko na zanimiv način predstavil kvadratno funkcijo in linearno funkcijo, jim pokazal bistveno razliko med njima in jih ob tem tudi naučil zelo pomembno stvar za njihovo mladostniško razposajenost na mopedih in motornih kolesih.
Brez medpredmetnega povezovanja seveda ne gre, zato je dijake potrebno spomniti na fiziko iz osnovne šole: potencialna energija: W_p=mgh, kinetična energija: $W_k=\frac{1}{2}$ mv^2. Oba izraza pretvorimo v obliko zapisa realne funkcije:
Zapis realne funkcije: $f_1(x)$= mgx, x.…višina
Zapis realne funkcije: $f_2(x)=\frac{1}{2}mx^2$, x.…hitrost
Ob tem jim razložim, da delamo za potencialno energijo primer padca neke osebe z določene višine. Slika 1 nam prikazuje tipičen primer, kje se lahko zgodi padec z neke višine.

Slika 1: Primer možnosti padca z višine (Slika iz avtorjevega arhiva, 2013.)

Za prikaz kinetične energije pa izberemo primer trčenja neke osebe pri določeni hitrosti vožnje z mopedom (slika 2).

Slika 2: Primer možnosti nesreče pri vožnji
(Slika iz avtorjevega arhiva, 2013.)

Zanimivo je, da si dijaki lažje predstavljajo, kaj pomeni za ljudi padec z višine 2 m, 3 m, 4 m, 5 m ... Težje si predstavljajo, kaj pomeni trčenje z mopedom pri 20 km/h, 30 km/h, 40 km/h, 50 km/h ...
Hitrost vožnje z mopedom je potrebno izraziti v metrih na sekundo. Spet novo medpredmetno povezovanje: 1 m/s = 3,6 km/h.
Naredimo pretvorbe hitrosti iz običajne enote kilometer na uro, v manj pogosto enoto v življenju – meter na sekundo. Hkrati še tabeliramo kvadratno funkcijo za kinetično energijo pri vožnji mopeda
$f_2(x)= \frac{1}{2} mx^2$.
Za maso vzamemo 85 kg. Preglednica 1 prikazuje pretvorbo enot hitrosti in izračunano kinetično energijo.

hitrost km/h	hitrost m/s	kinetična energija J
10	2,78	328,457
20	5,56	1313,828
30	8,33	2949,028
40	11,11	5245,864
50	13,89	8199,614
60	16,67	11810,28

Preglednica 1: Pretvorba enot za hitrost in izračun kinetične energije

V tem trenutku dijaki nimajo nobene predstave, kaj ta količina energije pomeni za ljudi, ki bi doživeli takšno trčenje. Lažje si torej predstavljajo padec z neke višine. Zato tabeliramo še linearno funkcijo pri padcu z višine $f_1(x)$= mgx. Za primerljivost izračunane energije seveda spet vzamemo maso 85 kg. Preglednica 2 prikaže izračunano potencialno energijo.

višina m	potencialna energija J
2	1700
4	3400
6	5100
8	6800
10	8500
12	10200

Preglednica 2: Izračun potencialne energije

Ko vidijo izračunane vrednosti za kinetično in potencialno energijo, se začnejo zavedati, kako velika energija se sprosti pri trku. Matematično gledano dobijo predstavo, kako hitro narašča vrednost kvadratne funkcije, v primerjavi z linearno funkcijo. Vidijo, da je kinetična energija pri 60 km/h opazno večja kot potencialna energija na višini 12 m. Življenjsko gledano, se začnejo zavedati posledic trka pri hitrosti 60 km/h. To je namreč hitrost, s katero se 15-letniki največkrat vozijo z mopedi. Že od prej jim je jasno, da padca z 12 metrov višine ne morejo preživeti. Od tega trenutka naprej jim je jasno, da skoraj nimajo možnosti za preživetje tudi pri trku s hitrostjo 60 km/h. Ta hitrost je, po njihovem mnenju, še nenevarna. Z manjšo predelavo njihovi mopedi to hitrost hitro dosežejo ali celo presežejo.

Utrjevanje predelane snovi

Sprotno utrjevanje predelane snovi ima v srednjem poklicnem izobraževanju zelo velik pomen. Sposobnosti dijakov za matematiko so namreč manjše kot pri dijakih srednjega tehniškega izobraževanja. Zato bi vsa razlaga in trud približevanja matematične snovi življenjskih problemom šel v nič, ker bi dijaki vse skupaj hitro pozabili. Da to preprečimo, je potrebno takoj ponoviti preračun z drugimi podatki. Zato vsak dijak tabelira obe funkciji s svojim podatkom o masi. Nariše novi tabeli in jih izpolni z novimi preračuni kinetične in potencialne energije. S takim načinom dela si dijaki zapomnijo predelano snov.
Za domačo nalogo pa izračunajo kinetično in potencialno energijo - z maso od enega družinskega člana npr.: brata, sestre ali starša. Naslednjo uro pri pregledu domače naloge lahko ugotovim, da domačo nalogo naredijo praktično vsi. To sicer ni pogosta navada po »navadno« izpeljanih učnih urah.

Matematika in prometna varnost

V dosedanjem opisu smo videli, kako dijaki spoznajo količino energije, ki se sprosti pri padcu z višine in pri trku. Zato, da bi delovali preventivno, oziroma preprečili kakšno novo nesrečo, si vzamem še pet minut za prikaz spletnih strani: www.varna-pot.si in www.motosvet.com.
Na obeh spletnih straneh pokažem tematiko prometnih nesreč mopedistov in motoristov, posledice in preventivno ravnanje pri vožnji enoslednih vozil v prometu.

Zaključek

Opisan primer je znova pokazal, kako pomembna je zanimivost obravnavanega primera za dijake srednjega poklicnega izobraževanja. V primeru, da jim uspem vzbuditi zanimanje z življenjskim primerom, bodo tudi matematično snov lažje razumeli. Tudi pri dijakih, ki niso takoj razumeli, kaj sploh je realna funkcija, so bili pripravljeni razmišljati, se truditi po njihovih najboljših močeh. Poleg tega so tudi pripravljeni nekaj narediti, vložiti energijo in napor za končni rezultat. Lahko zagotovim, da so po tej učni uri razumeli pojme neodvisna količina oziroma spremenljivka, odvisna količina oziroma spremenljivka, pojem funkcije oziroma odvisnosti ene količine od druge.
Nenazadnje pa si želim, da bi ta izpeljana učna ura preprečila vsaj eno novo prometno nesrečo, kjer bi bil udeležen moj dijak. Če bo to res, sem svoj namen dosegel.

Viri:

1. Magajna, Z., 2006: Razvoj pouka matematike v poklicnih in srednjih strokovnih šolah. Matematika v šoli,.L. 12,št. 3-4 12, 3-4, str. 144-164.
2. Marčić, N., 2006: Povezovanje matematičnih in drugih znanj pri pouku matematike v poklicnih šolah. Matematika v šoli.L. 12, št. 3-4, str. 186-206.
3. Oberwalder Zupanc, A., 2012: Učitelj strokovno teoretičnih predmetov hkrati učitelj matematike. KUPM 2012.
4. Sambolić Beganović, A., 2008: Matematika ni k'r neki. Vzgoja in izobraževanje, L. XXXIX, št. 1, str. 59-67
5. Katalog znanja za matematiko v programih srednjega poklicnega izobraževanja, Dolocil Strokovni svet RS za splošno izobraževanje na 99. seji 15. 2. 2007, http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2010/programi/SPI/KZ-IK/SPI_KZ_MAT_213.pdf (20.5.2012).

KAJ PA MERJENJE

What about measurement

Marija Pisk

pisk.marija@gmail.com

Povzetek

V prispevku je opisan pogled na obravnavo merjenja v osnovnošolskem izobraževanju od ena do pet, z zornega kota vertikale in horizontale. Z njim želim opozoriti na to, da je to vsebina, ki je, za obravnavo, razumevanje in uporabo znanja v novih situacijah, ena najzahtevnejših. V osrednjem delu so opisana izhodišča za matematični sklop *geometrija* in *merjenje,* s poudarkom na merjenju, vse to v povezavi z že zapisanim v strokovni literaturi. V nadaljevanju je predstavljen pregled o tem, kako so cilji tega sklopa umeščeni v učni načrt posameznega razreda in kako se povezujejo med razredi. Nato so predstavljeni primeri, ki –poudarjeno- nakazujejo izkušenjsko učenje. Le ta je zanesljivo zagotovilo, da bodo imeli učenci dovolj možnosti, da oblikujejo matematične pojme, strukture, veščine in procese ter pridobijo zmožnost, da pridobljeno znanje uporabijo v novih okoliščinah.

Ključne besede: učni načrt, geometrija, merjenje, izkušenjsko učenje

Abstract

In this contribution the perception of measurement treatment in primary education from one to five is described, from the vertical and horizontal point of view. With it I wish to point out that this is one of the most difficult parts in terms discussion of a new subject matter, understanding and applying the knowledge to new situations. In the main part the starting and emphasis points for the mathematical topics of geometry and measurement are described, with an emphasis on measurement based on findings in technical literature. This is followed by a presentation of the overview of how the goals of this topic are included in the curriculum of each class and how they are connected between classes. Then I present cases which emphasise and demonstrate learning through experience. This is the only assurance that the pupils will have enough opportunities to form mathematical concepts, structures, skills and processes and gain the ability to use the acquired knowledge in new circumstances.

Key words: curriculum, geometry, measurement, experiential learning

Uvod

"Merjenje je postopek, ki ga uporabimo, ko želimo oceniti količino določene snovi, ki je ne moremo prešteti, lahko pa jo opišemo z meritvami." (Japelj Pavešič, 2001:189)
V učnem načrtu za predmet matematika je ena od tem *Geometrija in merjenje*, v njej pa sklop *Merjenje*. Te vsebine so vključene tudi v Kurikul za predšolsko vzgojo. Otroci že zelo zgodaj pridobijo prve izkušnje z merjenjem. To se jim dogaja takrat, ko dvigujejo predmete, tekajo po igrišču, izbirajo med krajšimi in daljšimi potmi, zaznajo predmete, ki so daljši, večji, polagajo igrače po igralni površini in načrtujejo svoje igre glede na prostor in ploskve, ki so jim na razpolago. Zavedajo se dimenzije časa, vedo, da obstaja. Didaktična pot, ki nakazuje obravnavo, vodi preko štirih premišljenih didaktičnih korakov, do dejavnosti primerjanja dveh količin, merjenja z relativnimi enotami, merjenja s konstantnimi nestandardnimi enotami in, nazadnje, merjenja s standardnimi enotami. Z igro in privlačnimi dejavnostmi otroci merijo; pri tem pa uporabljajo enote in merilne instrumente. Ti so sprva preprosti in jih najdejo v svojem okolju, postopoma pa preidejo k uporabi standardnih merilni instrumentov in merskih enot za merjenje količin.
Razvite miselne predstave so trdna podlaga za razumevanje matematičnih pojmov in dejstev. To pa je bistveno za razumevanje matematike, za gradnjo znanja na uporabni ravni. Pedagoški delavci smo po svoji poklicni usmeritvi dolžni, da pouk in učenje organiziramo tako, da bo imel učenec dovolj možnosti, da novo znanje gradi na izkušnji in ga uporabi v novih situacijah ter se tako potrjuje. Učitelj se mora zavedati, kako se oblikujejo koncepti. Žakljeva (Žakelj, 2003:8) pravi, da mora učni proces vsebovati štiri faze:

- uporabo ene povezave,
- uporabo več povezav sočasno,
- zgraditi povezavo med posameznimi povezavami,
- integracijo povezav in fleksibilno prehajanje.

To potrjuje tudi Piaget v svoji izjavi:

> *"Matematiko v prvi vrsti in predvsem predstavljajo dejavnosti s pripomočki." (Labinowicz, 2010: 148).*

S svojim prispevkom želim nakazati, kako zelo je to potrebno in mogoče pri obravnavi merjenja, naj bo to v prvem ali v drugem triletju, pa tudi kasneje. To je čas, ko smo strokovno odgovorni, da učencem pomagamo, da postavijo trden temelj za vse nadaljnje učenje teh vsebin.

MERJENJE V PRVEM IN DRUGEM TRILETJU

Merjenje v učnem načrtu

V predšolskem obdobju in v prvem razredu je merjenje usmerjeno v primerjanje ter merjenje z relativnimi in konstantnimi nestandardnimi enotami. V prvem triletju uvedemo večji del standardnih merskih enot, ki jih po učnem načrtu uvedemo na razredni stopnji (Preglednica 1). Dejavnosti merjenja so najprej praktične in prehajajo od primerjanja dveh količi k merjenju z relativnimi in nato k merjenju z nestandardnimi konstantnimi merskimi enotami. Sledi prehod na merjenje s standardnimi merskimi enotami. V prvem razredu prevladujejo prvi trije metodični koraki, v drugem pa je že prehod na četrti didaktični korak merjenja in prehod na merjenje s standardnimi merskimi enotami ter spoznavanje osnovnih merskih enot: pri merjenju dolžin (m, cm), mase (kg), prostornine (ℓ) in denarni zneski (€, cent). Učitelj dejavnosti merjenja organizira tako, da učenec zazna in razume potrebo po uvedbi standardne merske enote. V tretjem razredu se osnovnim merskim enotam pridruži še po ena ali dve manjši ali večji merski enoti in prve enote za merjenje časa. V četrtem in petem razredu učenci postopoma spoznajo še druge merske enote za merjenje dolžin, mase, prostornine in časa. V petem razredu se vsemu pridruži še merjenje ploskve z merskimi enotami, ki so za učenca predstavljive (m^2, dm^2, cm^2, mm^2). Tudi te vpeljemo po vseh štirih didaktičnih korakih. V šestem razredu učenci spoznajo še kubične merske enote za merjenje prostornine in nekatere druge s pripono mili ter kotne (1°, 1'). Denar in denarne enote vpeljemo v 2. razredu, ko spoznajo decimalni zapis v povezavi z denarjem na ravni branja. Količine prikazujejo z didaktičnim materialom.

Pri vsakem merjenju moramo biti pozorni na postopek merjenja, zapis meritve, izbiro merilnega instrumenta in merske enote, velikost enote, ocenitev ter primerjanje količin (Učni načrt, 2011).

	1. razred	2. razred	3. razred	4. razred	5. razred	6. razred
dolžina		m, cm	m, cm, **dm**	m, cm, dm, **km**	m, cm, dm, km	m, cm, dm, km
masa		kg	kg, **dag**	kg, dag, **g, t**	kg, dag, g, t	kg, dag, g, t, **mg,**
prostor-nina		ℓ	ℓ, **dℓ**	ℓ, dℓ, **cℓ**	ℓ, dℓ, cℓ, **hℓ,**	ℓ, dℓ, cℓ, hℓ, **mℓ m^3, dm^3, cm^3, mm^3**
denar		**€, cent**	€, cent	€, cent	€, cent	€, cent
čas			**teden, dan, ura, min**	**s**, min, **h**, dan, **teden, mesec, leto**	s, min, h, dan, teden, mesec, leto	s, min, h, dan, teden, mesec, leto

ploskev					m², dm², cm², mm²	
kotne						1° 1'

Preglednica 1: Postopno širjenje in spoznavanje merskih enot

Podrobnejša predstavitev posameznega didaktičnega koraka

Prvi didaktični korak: Primerjanje dveh količin

Pri uvajanju in obravnavi merjenja izvajamo najprej dejavnosti, ki učencem omogočijo, da primerjajo (dolžine, mase, prostornine, ploskve, časa, denarne vrednosti). Pri tem smo na začetku pozorni tudi na to, da jim v primerjavo ponudimo pare predmetov, ki se po zunanjih lastnostih ne razlikujejo preveč, tako, da učenčeve pozornosti ne pritegnejo druge lastnosti (npr. širina, če bi radi, da so učenci pozorni na dolžino; velikost, če bi radi, da so učenci pozorni na maso ali prostornino).

Ko predmete primerjamo po dolžini, višini, širini, globini, debelini, jim v primerjavo ponudimo dve ravnili enake širine, različne dolžine; dve knjigi enake velikosti in različne debeline; dve okni enake višine in različne širine; dva peskovnika enake širine, dolžine in različne globine; dve zadrgi enake širine in različnih dolžin; dve svečki enake debeline in različnih višin, ipd.

Ko predmete primerjajo po masi, jih učenci težkajo. Takrat jim v primerjavo ponudimo dva predmeta z različno maso, ki ju pripravimo v enakih embalažah, mi pa poskrbimo, da ju napolnimo z materialom, ki bo omogočil, da bo en predmet težji, drugi pa lažji (npr.: vžigalični škatli napolnimo npr.: eno s kamni, drugo z žagovino). Med predmeti lahko poiščemo tudi take, ki so si zelo podobni po velikosti, razlikujejo pa se v masi (npr.: žoga iz pene in enako velika tenis žoga; kocka iz lesa in enako velika kocka iz blaga, ipd.).

Ko predmete primerjamo po prostornini, delamo s posodami in za primerjanje pripravimo pare posod, ki so npr.: enako visoke in različno široke, enako široke in različno visoke. Šele kasneje jim ponudimo take posode, pri katerih le z opazovanje oblike ne nudi dovolj podatkov, da bi lahko zanesljivo trdili, katera ima večjo/manjšo prostornino. V takih primeri nujno potrebujemo praktično, izvedeno merjenje.

Ko predmete primerjamo po velikostih ploskev, so zato zelo priročni papirnati prtički različnih velikosti, npr.: prti, predpražniki, preproge ipd.

Primerjamo tudi posamezne dogodke (čas trajanja) in ugotavljamo kaj traja dlje in kaj manj. Primerjamo tudi količine, ki so povezane z denarnimi zneske/vrednostmi, ugotavljamo, kaj stane več/manj, kaj je cenejše/bolj poceni, dražje/bolj drago.

Drugi didaktični korak: Merjenje z relativno mersko enoto

V tem didaktičnem koraku učenci urijo veščino merjenja in so pozorni na postopek merjenja ter posredovanje podatka po opravljeni meritvi. Navajajo se na uporabo preprostih merilnih priprav/instrumentov in oblikovanje pojmov: merjenje, merska enota, mersko število, merska priprava/instrument. Prejšnje primerjave in ugotovitve, do katerih so prišli z opazovanjem, težkanjem, sedaj preverijo z merjenjem. V te namene za enote uporabimo pripomočke, za katere ne moremo zagotoviti, da je vsak izmed njih enak drugemu (glede na dolžino, glede na maso, glede na velikost ploskve, glede na čas trajanja, glede na prostornino), zato pravimo, da so to relativne enote. Pomembno je tudi, da se zavedamo, da moramo imeti na razpolago dovolj merskih enot, s katerimi bomo opravili merjenje.

Pri merjenju dolžine jih mora biti toliko, da jih bo dovolj, da jih bomo položili po celotni merjeni dolžini. Za to lahko uporabimo: dlani, pedi, korake, stopala, copate, čevlje, torbe, zaprte/odprte dežnike, šale, naša telesa, peresnice, ipd. Predmete, ki jih

uporabimo kot mersko enoto, polagamo po merjeni dolžini in jih nato preštejemo ter povemo, da je npr. učilnica dolga 25 copatov.
Pri merjenju mase moramo imeti na razpolago toliko relativnih enot, da jih bomo imeli dovolj, ko jih bomo polagali na tehtnico do trenutka, da se bo tehtnica uravnovesila. Takrat lahko uporabimo: orehe, kamne, lešnike, kostanje, želode in podobno. Nato predmete na tehtnici preštejemo in povemo, koliko npr. kostanjev tehta tenis žoga. Uporabimo lahko zelo preprosto tehtnico (Slika 1), ki jo izdelamo iz obešalnika, dveh plastičnih posod in vrvic.

Slika 1: Improvizirana tehtnica (Posnetek avtorice.)

Pri merjenju prostornine lahko delamo z vodo ali materiali, ki so tekočinam zelo podobni, se "obnašajo" kot tekoči (kot so: mivka, moka, zdrob in podobno). Takrat najpogosteje uporabimo zajemanje s pestmi. A pri tem nastane težava, saj mora biti tisti, ki meri, pozoren na sprotno preštevanje pesti. V primeru, da ga med merjenjem kaj zmoti, pozabi na štetje in začeti mora znova. Prav zaradi tega je tukaj smiselno razmišljati o uporabi pripomočka, ki bi otroku omogočil, da bi se najprej posvetil merjenju, nato pa bi preštel, koliko merskih enot je rabil, da je napolnil posodo. Tu lahko uporabimo posodice, ki si jih izdelamo iz mandarin. Mandarino prečno prerežemo na polovico. Nato iz nje previdno izdolbemo sredico, tako, da nam v rokah ostane olupek, ki tvori posodico (Slika 2). Posodice še posušimo in jim tako podaljšamo uporabno dobo. Pripravimo si toliko posodic, kolikor predvidevamo, da jih bomo potrebovali pri merjenju prostornine. Enako pripravne so polovice orehovih lupin, še zlasti, če si jih pripravimo iz velikih orehov. Ta način omogoča tudi napovedovanje oziroma ocenjevanje pred samo izvedbo merjenja. Učenec napove, predvideva, napoveduje, koliko posodic bo/bi moral napolniti z vodo, mivko, zdrobom, da bo vsebino potem pretresel v posodo, jo napolnil in tako izmeril njeno prostornino. Po opravljenem merjenju bo povedal, da je v posodo prelil/pretresel npr. 6 mandarininih posodic.

Slika 2: Posodice iz olupkov mandarin (Posnetek avtorice.)

Pri merjenju ploskve moramo imeti prav tako na razpolago toliko merskih enot, da bomo z njimi prekrili celotno merjeno ploskev. Za to lahko uporabimo dlani učencev. Izmerimo npr. ploskev šolske klopi, prta, risalnega lista ipd. Pri tem pa izpeljemo merjenje tako, da učenci drug za drugim polagajo dlan na merjeno ploskev. Vsaka položena dlan ostaja na ploskvi toliko časa, dokler jih ne položimo toliko, da je ploskev prekrita. Nato položene dlani preštejemo in povemo, koliko dlani je ploskev velika. Obstaja verjetnost, da bodo učenci pri takem merjenju izrazili pomislek, saj med položenimi dlanmi nastanejo prazni prostori. V tem primeru učence spodbudimo k temu, da poskušajo s svojimi dlanmi čim bolj natančno prekriti ploskev. Lahko pa prav ta trenutek izkoristimo za to, da predlagajo, s čim bi izmerili velikost te ploskve, da bi bili pri tem bolj natančni. S tem odpremo pot k tretjemu didaktičnemu koraku, merjenju s konstantno nestandardno enoto.
Pri merjenju časa lahko za relativno enoto uporabimo ploskanje, udarjanje z nogo ob tla, roko ob klop, štetje in podobno. Izberemo neko dogajanje in izmerimo njegovo trajanje.
Pri merjenju vrednosti, ki bi jo prikazali kot denarni znesek, bi lahko kupovali in prodajali za gumbe, kamenje in podobno.

Tretji didaktični korak: Merjenje z nestandardno konstantno enoto
V tem metodičnem koraku pri merjenju uporabimo enoto, ki je konstantna. Za merjenje si pripravimo dovolj veliko število teh enot, s katerimi želimo meriti.
Pri merjenju dolžine si za ta korak pripravimo precej enako dolgih letvic, trakov iz papirja, slamic in podobno. Dolžino bomo izmerili z enim od teh pripomočkov. Pri tem koraku morajo imeti učenci vedno na razpolago toliko trakov, slamic ..., da jih bodo lahko položili po celotni merjeni dolžini in jih potem prešteli. Tako položene nestandardne konstantne enote, v vsakem trenutku omogočajo pregled nad njihovim številom, v vsakem trenutku omogočajo preštevanje in ubeseditev ugotovitve. Učenci povedo, koliko letvic/slamic ... je dolga/široka/visoka npr. omara. Izziv so krive črte in način, kako izmeriti njihovo dolžino. Iskanje rešitev prepustimo učencem in njihovi izvirnosti. Svoje ideje nato predstavijo in med sabo komentirajo, opazijo dobre in slabe rešitve in ideje.
Pri merjenju mase lahko uporabljamo improvizirano tehtnico, ki je omenjena v prejšnjem metodičnem koraku, izdelano iz obešalnika in dveh plastičnih posodi. Za tehtanje uporabimo predmete, za katere lahko rečemo, da so enaki po masi. Priročni so različni gradniki, le da poiščemo enake po masi, a ne 1 g ali 1 dag. Uporabimo lahko tudi igralne kocke - enake po masi, zamaške - enake po masi - in podobno. Na eno stran tehtnice postavimo predmet, ki mu želimo izmeriti maso, na drugo stran pa polagamo predmete, izbrane enote, s katerimi bomo izmerili maso. Polagamo jih do trenutka, ko se tehtnica uravnovesi.
Pri merjenju prostornine pripravimo v tem koraku posode, ki imajo enako prostornino. Posod naj bo toliko, da se nam pri merjenju ne zgodi, da bi nam jih zmanjkalo. S tem hočem povedati, da bo merjenje opravljeno tako, da vanj lahko vključimo tudi napovedovanje in se vprašamo, koliko posodic moramo napolniti in potem vsebino pretresti/preliti v večjo posodo, katere prostornino želimo izmeriti, da bo ta posoda polna. Hkrati nam ta način omogoča, da imamo ves čas izvajanja merjenja pred sabo podatek o tem, koliko posodic smo pri merjenju uporabili. Tako otrok, ki opravlja merjenje, ni obremenjen s štetjem, pač pa se lahko posveti napovedovanju in merjenju.

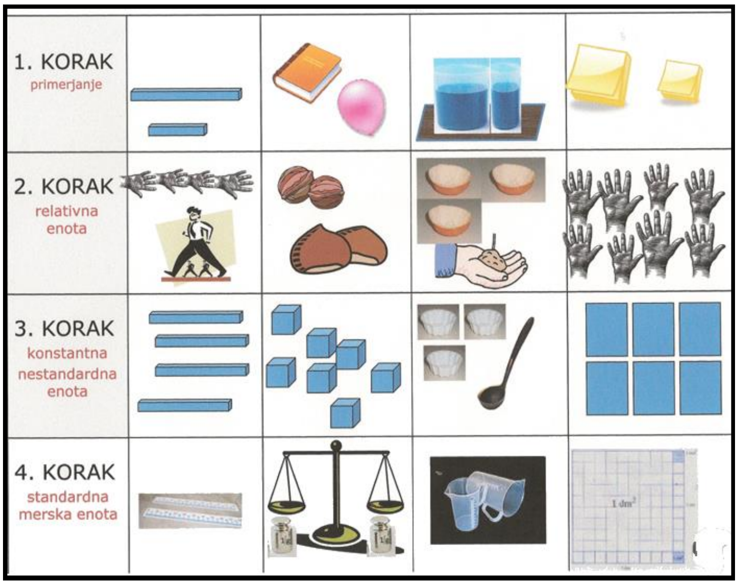
Pri merjenju uporabimo posodice, ki jih imamo v igralnih kotičkih; uporabna je tudi plastična embalaža Kinder jajčk, pokrovčki različnih plastenk in podobno. Izogibamo se kozarcem, za katere vemo, da držijo 1dℓ, 2 dℓ, 5 dℓ (Slika 3).

Slika 3: Posode za merjenje prostornine z nestandardno konstantno mersko enoto (Posnetek avtorice.)

Pri merjenju ploskve v tem koraku uporabimo enako velike kose papirja, ki smo jih v ta namen pripravili. Uporabimo lahko tudi različne papirnate servete enakih velikosti, enake zvezke, knjige, papirnate robčke, zavitke robčkov in podobno. Ponovno moramo imeti v mislih to, da mora biti elementov, ki jih bomo polagali na ploskev, in bodo to naše merske enote, toliko, da bomo z njimi lahko prekrili celotno ploskev, ki jo bomo merili.
V 4. razredu v tem koraku pripravimo dejavnost, ki ponudi izkušnjo za primerjanje in razumevanje situacije, ko pri merjenju uporabimo večjo in manjšo mersko enoto, in opazujemo podatek v enem in drugem primeru. Tu je možnost za pridobivanje izkušnje o tem, da je število položenih merskih enot odvisno od njihove velikosti. Če so večje, jih rabimo manj, če so manjše, pa več. Ploskve merimo z različnimi liki, tudi takimi, ki niso le štirikotne oblike (trikotniki, različni večkotniki, ki omogočajo sestavljivost).
Za merjenje časa s konstantno nestandardno enoto lahko uporabimo metronom, (ki ne sme biti naravnan na 1 sek) ali pa enakomerno izrekanje enega od števil (npr.: 1, 1, 1...) ali ene od besed (npr.: voda, voda, voda ...). Po izteku dogodka, ki smo merili trajanje, povemo, kolikokrat smo morali besedo, število izgovoriti oziroma, koliko udarcev metronoma smo slišali/našteli.
Pri merjenju vrednosti, ki bi jo prikazali kot denarni znesek, bi lahko kupovali in prodajali, pri tem pa plačevali z link kockami, plastičnimi zamaški (morali bi biti vsi enako veliki) in podobno.

Četrti metodični korak: Merjenje s standardno mersko enoto
V tem didaktičnem koraku predstavimo standardne merske enote in standardni merilni instrument, s katerimi merjenje opravimo: metrsko palico, tehtnico in uteži, merilne posode, ki držijo 1ℓ, 1dℓ, 1 cℓ; kvadrate v velikosti 1dm x 1dm = 1dm^2, 1cm x 1cm = 1cm^2, 1m x 1m = 1m^2; uro ali štoparico, EVRE in cente, kocke (1cm x 1cm x 1cm = 1cm^3, 1dm x 1dm x 1dm = 1dm^3).
Tudi pri tem koraku poskrbimo, da imamo na razpolago dovolj merskih enot, ki jih pri merjenju uporabimo. Poskrbimo tudi, da imamo nad merjenjem, ki ga opravljamo, ves čas pregled. Tako lahko kadarkoli preštejemo enote, ki smo ji porabili pri merjenju posamezne količine. Nekatera merjenja sama po sebi opravljamo tako, da je to mogoče (npr.: masa, ki jo izmerimo tako, da na drugo stran tehtnice polagamo merske enote, ki ji moramo imeti dovolj/toliko, da se bo tehtnica uravnovesila). Pri drugih primerih merjenja pa moramo za to poskrbeti mi, učitelji. Za merjenje dolžin moramo imeti dovolj metrskih palic, za merjenje prostornine dovolj merilnih posodic,

za merjenje ploskve dovolj dm², cm², m². Spodnja preglednica (slika 4) prikazuje nekaj možnosti za izbiro enot, s katerimi izmerimo posamezno količino v posameznem didaktičnem koraku.



Slika 4: Preglednica didaktičnih korakov (Posnetek avtorice.)

Zaključek

Merjenje učence zanima, še posebno takrat, ko delajo konkretno. Prav to jim da izkušnjo, na kateri lahko gradijo znanje za uporabo v novih situacijah. Učitelji se tega zavedamo, zato tako tudi delamo. Res pa je, da te vsebine zahtevajo veliko materialnih priprav in organizacijskih spretnosti. Vloženo delo se bogato obrestuje, tako nam kot učencem. Nam tako, da pri učencih zaznamo razumevanje, znanje in zmožnost uporabe v novih vsebinah, učencem pa v navdušenju za raziskovanje in poglabljanje znanja na tem področju, ki sicer ni čisto enostavno. V prvi in drugi triadi je zagotovo delo usmerjeno v to, da se učenci učijo s konkretno izkušnjo in novo znanje gradijo na starih, trdnih temeljih. Če so taki, je uspeh zagotovljen. Zato premagajmo odpor pred tem, da bo takrat, ko bomo pretakali in presipali, v razredu kakšna luža in sledi materialov. A je vredno. Obrodi sadove. To pa odtehta luže in škripanje sipkih materialov pod nogami.

Viri:

1. Cotič, M., Felda, D., Hodnik, T. ,2002: Igraje in zares v svet matematičnih čudes. DZS: Ljubljana.
2. Japelj Pavešič, B., 2001: Matematika. Marjanovič Umek, L.(ur.): Otrok v vrtcu: priročnik h kurikulu za vrtce. Založba Obzorja, Maribor.
3. Labinowicz, E., 1989: Izvirni Piaget. DZS: Ljubljana.
4. Žakelj, A., 2003: Kako poučevati matematiko: teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. ZRSŠ. Ljubljana.
5. Žakelj, A. [et al.], 2011: Učni načrt. Matematika - osnovna šola. MŠŠ, ZRSŠ: Ljubljana.

RAČUNSKI POSTOPEK – RAZHAJANJA MED IZVAJANJEM, PRIČAKOVANJI IN VREDNOTENJEM

A calculation method - discrepancy between the implementation, expectations and assessment

Vesna Vršič

vesna.vrsic@zrss.si

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Povzetek

Na začetku šolanja je velik del vsebine pri matematiki namenjenega spoznavanju in obvladovanju računskih operacij. Ob zadnji posodobitvi Učnega načrta za matematiko (2011) so učitelji izrazili veliko pomislekov o računanju s prehodom v dani množici naravnih števil za eno leto mlajše učence. Snovalci učnega načrta so upoštevali različne raziskave in nova spoznanja o pristopih k poučevanju računskih postopkov ter jih zapisali v didaktičnih priporočilih. V prispevku podrobneje predstavljamo nekatere pristope k poučevanju računskih postopkov in pomen razvoja lastnih strategij za razumevanje računskih algoritmov. Upoštevanje ali neupoštevanje navedenih pristopov v pedagoški praksi se kaže kot pomanjkljivosti v znanju učencev ter razhajanje zlasti pri preverjanju in ocenjevanju znanja.

Ključne besede: računski algoritem, matematične reprezentacije, postopek računanja, pričakovanja učiteljev, vrednotenje

Abstract

At the beginning of primary education, a big part of the content in mathematics is intended to getting to know and to mastering arithmetic operations. When introducing the latest updated curriculum for mathematics (2011), teachers expressed many concerns about subtraction problems with a sum under 10 in the set of natural numbers for one year younger pupils. The authors of the curriculum considered various researches and new insights about approaches to teaching calculation methods and recorded them in didactic recommendations. In the article, we are presenting some approaches to teaching calculation methods and the importance of developing pupils' own strategies for understanding arithmetic algorithms. In teaching practice, considering or disregarding the stated approaches are reflected as deficiencies in pupils' knowledge and divergences, particularly in assessing pupils' knowledge.

Key words: arithmetic algorithm, mathematical representations, method of calculation, teachers' expectations, assessment

Uvod

Pri poučevanju matematičnih vsebin na začetku šolanja se posebej poudarja razvijanje predstav, spoznavanje in obvladovanje računskih postopkov, graditev

pojmov in povezav, razvijanje različnih (lastnih) strategij in logičnega mišljenja ter uporaba spoznavnih postopkov kot so: primerjanje, urejanje, razporejanje, razvrščanje. V pedagoški praksi učitelji največ časa namenjajo spoznavanju in obvladovanju računskih postopkov, saj učenci v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju spoznajo vse štiri računske operacije: seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje.
V posodobljenem učnem načrtu za matematiko (2011) so snovalci želeli ponovno povezati prej ločeni »didaktični vsebini« računanje brez prehoda in računanje s prehodom, v omejeni množici naravnih števil. Taka obravnava računskih postopkov se bolj približa življenjskim situacijam in ne temelji na umetnem ločevanju vsebine v množici naravnih števil.
Avtorja Vidmar in Tymmas (2009, str. 7) sta v svoji raziskavi o merjenju otrokovih kompetenc ob vstopu v šolo (preizkus PIPS-BA) na populaciji slovenskih prvošolcev ugotovila, »da zna večina otrok ob vstopu v šolo seštevati in odštevati (ob pomoči slikovnega gradiva).« Nadalje sta avtorja ugotovila, da zna polovica otrok ob vstopu v šolo odštevati s prehodom čez desetico (npr. 16 – 8), petina otrok pa obvlada seštevanje s prehodom čez desetico (npr. 8 + 5). Tudi s prepoznavanjem zapisa številk večina otrok ni imela težav, saj je 60 % otrok pravilno poimenovalo vse enomestne številke in le 8 % otrok nobene.
V posodobljenem učnem načrtu za matematiko so, v didaktičnih priporočilih pri temi Aritmetika in algebra, oblikovane smernice za poučevanje računskih postopkov, ki temeljijo na nekaterih raziskavah in novih spoznanjih. V prvem razredu učenci spoznajo in razvijajo strategije računanja s pomočjo konkretnih materialov, vsako situacijo najprej ubesedijo, jo prikažejo grafično (z risbo, s skico), spoznajo matematične simbole in situacijo predstavijo z matematičnim zapisom. Računanje s prehodom temelji na preštevanju konkretnih materialov (krogcev, palčk, kock …). V drugem razredu učenci pri računanju uporabljajo didaktični material, s katerim lahko ločijo in prikažejo mestne vrednosti (desetiške enote) števil. Učence spodbujamo, da pri delu s konkretnim materialom razvijajo tudi (uspešne) lastne strategije računanja. V tretjem razredu pričnemo uvajati pisni algoritem seštevanja in odštevanja, zlasti pri računanju s prehodom v množici naravnih števil do 1000, kljub temu pa ne smemo zanemariti ustnega računanja oz. računanja na pamet (npr. 200 ± 400, 250 ± 30, 120 ± 100 …).

Kako poučevati računske postopke

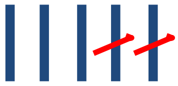
Učenci spoznavajo računske algoritme pri načrtovani množici naravnih števil postopoma, z uporabo različnih zunanjih reprezentacij (konkretne, grafične, simbolne). Hodnik Čadeževa (2007, str. 190 -191) loči konkretne strukturirane reprezentacije, ki se uporabljajo izključno za poučevanje matematičnih vsebin (npr. Dienesove paličice) in konkretne nestrukturirane reprezentacije (npr. link kocke, žetoni, perle, fižol, itd.), s katerimi si učenci pomagajo pri razvijanju matematičnih pojmov.
Kot navaja avtorica Hodnik Čadeževa (2007, str. 191), pa različne raziskave na področju uporabe konkretnega materiala pri pouku, še ne zagotavljajo uspešnega učenja in razumevanja matematičnih vsebin. Avtorica pravi, »da rokovanje s konkretnim materialom, ki ni osmišljeno z natančno refleksijo procesa rokovanja in ni obravnavano v relaciji z drugimi reprezentacijami v matematiki, ne more voditi k uspešnemu učenju o matematičnih pojmih« (prav tam). Da bo učenec izvedel računsko operacijo in jo tudi razumel, mora, v fazi usvajanja vsebine, preiti vse ravni reprezentacij od konkretne, grafične in simbolne ter si ob vsaki od njih izoblikovati

pomen. Tak pristop zagotavlja interakcijo med konkretno in miselno aktivnostjo, ki privede do povezav in ga imenujemo aktivno učenje (Žakelj, 2003, str. 20).

Slika 1 in 2 predstavljata učno situacijo, ob kateri učenec opiše nastalo matematično in si zastavi vprašanje oz. cilj reševanja.


Sliki 1 in 2: Konkretna situacija (Fotografija avtorice.)

Situacijo nariše oz. jo predstavi grafično (Slika 3) in nato z matematičnimi simboli (Slika 4).



Slika 3: Grafični prikaz

$\boxed{5 - 2 = 3}$ $\boxed{5 - \square = 3}$

Slika 4: Zapis z matematičnimi simboli

V raziskavi (Hodnik Čadež, 2003) je bilo potrjeno, da učenci, ki popolnoma prehajajo med različnimi reprezentacijami seštevanja in odštevanja do 100, lahko razvijejo svojo učinkovito strategijo računanja tudi v obsegu do 1000. Ugotovljeno je bilo tudi, da tak način dela učencem pomaga pri razumevanju računskih operacij.
Učitelji na različnih strokovnih srečanjih poročajo, da v pedagoški praksi, pri poučevanju seštevanja in odštevanja, še velikokrat uporabijo številski trak in stotični kvadrat. Uporaba zgolj teh pripomočkov pri razvoju računskih postopkov prinaša slabosti, saj spodbuja učence k preštevanju (dodanega ali odvzetega števila) in k odčitanju »končnega« rezultata. Tak način dela z didaktičnimi pripomočki dela učence »miselno pasivne«, saj jim omogoča, da le »berejo« rezultate, in jih ne spodbuja k razvoju strategij računanja. Tako učenci pri uporabi tega pripomočka ne vlagajo dovolj potrebnega miselnega napora za to, da bi usvojili računske postopke in jih na koncu tudi ne usvojijo. V praksi tak pristop zasledimo zlasti pri delu z učenci z učnimi težavami in s posebnimi potrebami, ki pri računanju večinoma uporabljajo številski trak in stotični kvadrat.
Na Nizozemskem so želeli razvili didaktični pripomoček, ki bi odpravil pomanjkljivosti uporabe številskega traku in stotičnega kvadrata. Zato so začeli uporabljati »prazno številsko os«, ki pomaga učencem pri razvijanju lastnih strategij računanja (Anghileri, 2001, po Hodnik Čadež, 2007, str. 193). »Prazna številska os« omogoča učencem, da se premikajo po poljubnih korakih, si predstavljajo števila na njej in razvijajo lastne strategije računanja (prav tam).
Ugotavljamo, da sodoben pristop k poučevanju računskih postopkov temelji na spodbujanju, da učenci razvijejo lastne strategije računanja in jih tudi razumejo. V naši pedagoški praksi pa še vedno zasledimo poučevanje računskih postopkov s predstavitvijo oziroma demonstracijo primera (kot je zapisano v učbeniku) in nato urjenje sosledja korakov v postopku na točno takšen način, kot ga je predstavil učitelj. Tak pristop ne spodbuja učenčevih miselnih zmožnosti, zavira njegovo ustvarjalnost in daje vtis, da pri matematiki poznamo zgolj eno »pravo« pot, ki pelje do pravilne rešitve. Na tak način lahko postane pouk matematike »dolgočasen« in

»nezanimiv«. Učitelji se morajo pri poučevanju računskih postopkov zavedati, kaj je »cilj« obvladovanja računskih operacij in kaj je »pot«.

Od poučevanja do izkazovanja obvladovanja računskih postopkov

a) Ustni in pisni algoritem

V didaktiki začetnega poučevanja matematike poznamo različne pristope učenja in poučevanja računskih algoritmov. Frobisher (1996, po Slapar 2012) loči naslednje strategije:

- neformalne, pri katerih si učenec sam razvije lastno strategijo in priporoča, da bi jih učitelji morali uporabiti kot odskočno desko za razvoj ostalih strategij,
- formalne oblike, kjer loči ustni in pisni algoritem.

Tudi v naših strokovnih dokumentih in pedagoški praksi ločimo ustni in pisni algoritem. Kot primer navajam množenje z dvomestnim številom, katero vsebino obravnavamo v 5. razredu.

a) *Ustni algoritem:*

$$32 \cdot 25 = 32 \cdot 20 + 32 \cdot 5 = 640 + 160 = 800 \text{ ali}$$

$$32 \cdot \underset{\underset{5}{\downarrow}}{\overset{\overset{20}{\uparrow}}{25}} = 640 + 160 = 800$$

V fazi usvajanja ustnega algoritma korake zapisujemo, dokler jih učenci ne usvojijo, v fazi urjenja pa zapis postopoma opuščajo in ga izvajajo ustno kot računanje na pamet oziroma strategijo avtomatizirajo.

b) *Pisni algoritem:*

1. način $\underline{32 \cdot 25}$	2. način $\underline{32 \cdot 25}$
640	640
+ $\underline{160}$	+ $\underline{160}$
800	800

Zapis delnih zmnožkov lahko zapišemo pod prvi faktor ali pod drugi faktor.
S pisnim algoritmom se učenci srečajo že v 3. razredu, pri seštevanju in odštevanju, v množici naravnih števil do 1000. V 4. razredu pa učenci spoznajo pisni algoritem še pri operaciji množenja in deljenja.

b) Daljši in krajši način računanja

Pri »računanju s prehodom čez desetico« v začetku, zaradi lažjega razumevanja postopka, uporabljamo daljši način računanja, kjer je postopek prikazan po posameznih korakih. Te strategije so se v praksi pokazale kot zelo zahtevne, velikokrat tudi kot nepotrebne, zlasti pri učencih, katerih računanje v dani množici naravnih števil je že avtomatizirano.

Ta pristop poznamo pri seštevanju in odštevanju s prehodom čez deseto, v množici naravnih števil do 20, kjer se razčleni drugi seštevanec.

Enakost z razčlenitvijo drugega seštevanca

7 + 8 = 7 + 3 + 5 = (7 + 3) + 5 = 10 + 5 = 15

Enakost z razčlenitvijo odštevanca

12 – 4 = 12 – 2 – 2 = (12 – 2) – 2 = 10 – 2 = 8

Učenci imajo pri razumevanju tega postopka velike težave, tudi tisti, ki sicer brez težav »na pamet« računajo v množici naravnih števil do 20. Markovac (1990, str. 143) pravi, da bi bil tak pristop razumljivejši, če bi temeljil na upoštevanju lastnosti računskih operacij o konstantnosti (ohranitvi) vsote in razlike. To lastnost seštevanja in odštevanja morajo učenci najprej razumeti in jo tudi trajno usvojiti.

Zgornja primera bi se izvajala po tem zakonu:

7 + 8 = (7 + 3) + (8 – 3) = 10 + 5 = 15

12 – 4 = (12 – 2) – (4 – 2) = 10 – 2 = 8

V posodobljenem učnem načrtu za matematiko je skupina avtorjev predlagala krajši zapis za razčlenjevanje drugega števila v izrazih seštevanja in odštevanja:

7 + 8 = 15
3 5

12 – 4 = 8
2 2

Podoben primer daljšega načina računanja poznamo tudi v 2. razredu. Pri računanju v množici naravnih števil do 100, pri seštevanju in odštevanju dvomestnih števil, učenci spoznajo postopek razstavljanja drugega člena in njegov prikaz kot vsoto desetic in enic. Pri računanju se tako k prvemu členu najprej prištejejo ali odštejejo desetice, nato pa še enice.

26 + 43 = 26 + 40 + 3 = (26 + 40) + 3 = 66 + 3 = 69

85 – 32 = 85 – 30 – 2 = (85 – 30) – 2 = 55 – 2 = 53

Učenci naj bi to strategijo usvojili in jo uporabljali pri krajšem postopku oz. računanju na pamet.

26 + 43 = 69

85 – 32 = 53

Pri tem se je potrebno zavedati, da je daljši postopek seštevanja in odštevanja samo sredstvo, s katerim želimo učencem pomagati pri usvojitvi postopka računanja, da bi znali računati na krajši način oz. na pamet. Učenec ob zapisovanju korakov postopoma usvaja računski postopek na miselni ravni.

Tudi pri pisnem deljenju ločimo daljši in krajši način računanja.

a) daljši način

```
 24825 : 25 = 993
-225
 232
-225
  75
 -75
   0
```

b) krajši način

```
24825 : 25 = 993
232
 75
  0
```

Pri daljšem postopku računanja se želimo prepričati, ali učenci postopek razumejo. Postopek pisnega deljenja z dvomestnim deliteljem na krajši način je izredno zahteven, zlasti za učence, ki imajo težave s poštevanko in številskimi predstavami. Ker večina učiteljev zahteva krajši način računanja, si učenci pomagajo z obrobnimi računi.

a) krajši način deljenja

24825 : 25 = 993
232
75
0

b) obrobni računi

$\underline{25 \cdot 9}$	248
225	$- \underline{225}$
	23
$\underline{25 \cdot 9}$	232
225	$- \underline{225}$
	7
$\underline{25 \cdot 3}$	75
75	$- \underline{75}$
	0

Pri zapisu obrobnih računov pogosto prihaja do zmede, velikokrat pa učenci obrobne račune po izračunu rezultata pobrišejo in s tem onemogočijo izvedbo analize postopka in analize pravilnosti delnih zmnožkov in razlik. Zastavlja se vprašanje, ali je smiselno, da od učencev, ki ne obvladajo avtomatizacije računanja, zahtevamo krajši način pisnega deljenja.

c) Avtomatizacija računskih operacij

Preden učitelj začne uriti računske postopke, morajo učenci računsko operacijo usvojiti z razumevanjem. Nato se postopoma stopnjuje zahtevnost nalog in natančnost ter hitrost računanja. Učiteljeva naloga v tej fazi je, da spremlja napredek učencev, zazna morebitne težave pri izvajanju postopkov, pripravlja vaje za odpravljanje težav in učence navaja na samovrednotenje. Pri ponavljanju in urjenju algoritma ne smemo pozabiti preverjati razumevanja računskih operacij, zato učencem v reševanje ponudimo tudi naloge, ki od njih zahtevajo razlago in interpretacijo. To pa niso naloge, kot jih poznamo iz prakse, npr. »reši računa na dolg način« ali »reši račune na kratek način«. Da bodo učenci usvojili računski algoritem do avtomatizacije, je pomembno, da vaje potekajo sistematično in vsakodnevno (Markovac, 1990).

Učenci na razredni stopnji naj do avtomatizma usvojiti računske operacije do naslednjih stopenj (Markovac, 1990, str. 89):

- seštevanje in odštevanje v množici naravnih števil do 20,
- množenje z enomestnimi števili in deljenje dvomestnih števil z enomestnimi števili brez ostanka v množici naravnih števil do 100 (v okviru poštevanke 10 x 10),
- seštevanje in odštevanje desetičnih in stotičnih števil (npr. 40 + 30, 90 – 50, 300 + 400, 800 – 300),
- prištevanje enic k večmestnim številom in odštevanje enic od večmestnih števil (npr. 53 + 6, 85 – 9, 345 + 6, 876 – 4, 6785 + 7, 8769 – 8),
- množenje in deljenje števil z 10, 100 in 1000,
- množenje večkratnikov števila 10, 100 in 1000 z enomestnim številom (npr. 50 · 8, 600 · 7, 5000 · 6).

Pričakovanja učiteljev in vrednotenje računskega postopka pri preverjanju in ocenjevanju

Iz analize zbranega gradiva učiteljev (sestava pisnih preizkusov in rešenih preizkusov znanja pri matematiki) ugotavljamo, da želijo učitelji pri preverjanju in ocenjevanju znanja pogosto preveriti in ovrednotiti obvladovanje računskih postopkov, tako kot je po didaktičnih korakih potekala njihova obravnava.
Tako lahko pri preizkusih znanja zasledimo naslednje naloge.

a) Izračunaj na dolg način.
$6 + 7 =$ ____
$9 + 5 =$ ____
$12 – 8 =$ ____
$14 – 6 =$ ____
b) Izračunaj na kratek način.
$4 + 7 =$ ____ $17 – 9 =$ ____
$9 + 8 =$ ____ $11 – 3 =$ ____
$7 + 5 =$ ____ $15 – 8 =$ ____

Pri prvem primeru, kjer so učenci postopek izvajali na dolg način, so učitelji vrednotili tako zapis postopka kot pravilnost rezultata, zato so vsakemu primeru dodelili 2 točki. V drugem sklopu, kjer so učenci izvajali računski postopek na miselni ravni (»na pamet«) in zapisali le rezultat, so učitelji vsak primer vrednotili z 1 točko. Če upoštevamo, da je dolg način obravnavanja računanja namenjen temu, da učenca po korakih pripeljemo do razumevanja računskega postopka in do tega, da bi pozneje znal računski postopek izvesti miselno (na pamet), potem preverjanje in vrednotenje računanja na dolg način ni smiselno. Drug pomislek pa se poraja v povezavi z vrednotenjem višjega miselnega procesa (računanje »na pamet«) z manj točkami, nižjega miselnega procesa (zapis z daljšim postopkom) pa z dvema točkama. Pri obeh primerih pa preverjamo standard znanja: *učenec sešteva in odšteva do 1000* (Učni načrt za matematiko, 2011, str. 64).

Ob naslednjih primerih reševanja računskih izrazov in enačb bomo poskušali razjasniti, kakšna so pričakovanja učitelja pri izvajanju računskih postopkov in kako so jih vrednotili.
a) Izračunaj številske izraze.
$25 – 12 + 2 \cdot 8 =$ ____
$7 \cdot 8 – 81 : 9 =$ ____

Pričakovanja učitelja o postopku računanja:
$25 – 12 + 2 \cdot 8 = 25 – 12 + 16 = 13 + 16 = 29$
$7 \cdot 8 – 81 : 9 = 56 – 81 : 9 = 56 – 9 = 47$

Izvajanje postopka računaja učenca:

$25 – 12 + \overset{16}{2 \cdot 8} = 29$ $\overset{56}{7 \cdot 8} – \overset{9}{81 : 9} = 47$

Ker je učitelj vrednotil vsak številski izraz z 2 točkama, tako da je dodelil 1 točko »pričakovanemu zapisu postopka« računanja in 1 točko izračunani pravilni vrednosti številskega izraza. V našem primeru je učenec za izkazano znanje prejel - za vsak številski izraz - le po 1 točko. V prikazanem primeru je učenec postopek računanja izvedel »na pamet«. Iz zgoraj zapisanih delnih izračunov pa lahko sklepamo, da učenec pozna postopek reševanja številskih izrazov, saj je upošteval vrstni red izvajanja računskih operacij v številskem izrazu in pravilno izvedel vse računske operacije. Učitelj bi moral v tem primeru nameniti točke smiselni izvedbi postopka, čeprav ni zapisan tako, kot so ga pri pouku zapisovali, vendar je »matematično pravilno izveden«.

b) Zapiši, reši in naredi preizkus enačb.

a) $X \xrightarrow{-15} 105$ $X \xleftarrow{+15} 105$	b) $X \xrightarrow{:8} 40$ $X \xleftarrow{\cdot 8} 40$	c) $540 \xrightarrow{:x} 60$ $540 \xleftarrow{\cdot x} 60$

Pričakovanja učitelja o postopka reševanja:

a) x – 15 = 105 x = 105 + 15 x = 120	b) x : 8 = 40 x = 40 · 8 x = 320	c) 540 : x = 60 x = 540 : 60 x = 9
Pr.: 120 – 15 = 105	Pr.: 320 : 8 = 40	Pr. : 540 : 9 = 60

Izvajanje postopka reševanja učenca:

a) x – 15 = 105 x = 120	105 <u>+15</u> 120	b) x : 8 = 40 x = 320	<u>40 · 8</u> 320	c) 540 : x = 60 x = 9	540 : 60 = 9
Pr.: 120 – 15 = 105		Pr.: 320 : 8 = 40		Pr. : 540 : 9 = 60	

Tudi v tem primeru učitelj ne upošteva učenčevega načina reševanja in njegovi zapisi obrobnih računov zanj niso ustrezni. Veliko učiteljev vztraja pri zapisu takega postopka reševanja kot ga predstavijo pri obravnavi vsebine in tak način, kot edini pravilen, upošteva tudi pri preverjanju in ocenjevanju.
Naslednji primer nam nazorno prikazuje neupoštevanje pravilnega postopka reševanja, saj je učenec pri zapisu preizkusa le zamenjal faktorja.

c) Izračunaj.

$\frac{1}{3}$ od $\boxed{}$ = 9, ker je ____________________________

$\frac{1}{4}$ od $\boxed{}$ = 2, ker je __________________________

Pričakovanja učitelja:

$\frac{1}{3}$ od $\boxed{27}$ = 9, ker je <u>3 · 9 = 27</u>

$\frac{1}{4}$ od $\boxed{8}$ = 2, ker je <u>4 · 2 = 8</u>

Izvajanje postopka reševanja učenca:

$\frac{1}{3}$ od $\boxed{27}$ = 9, ker je <u>9 · 3 = 27</u>

$\frac{1}{4}$ od $\boxed{8}$ = 2, ker je <u>2 · 4 = 8</u>

Faza preverjanja in ocenjevanja je zelo občutljiv del vzgojno-izobraževalnega procesa in prav v tej fazi se pokažejo vse anomalije pri usvajanju znanja, saj velja pravilo »kakor poučuješ - tako ocenjuješ«.

Zaključek

Poučevanje računskih algoritmov je za nekatere učitelje postalo rutinsko delo, kjer demonstrirajo zapis sosledja števil in matematičnih znakov (kot so zapisani ali so bili zapisani v učbeniških gradivih). Le učitelji, ki se poglabljajo v svojo pedagoško prakso in se zavedajo, kaj želijo učence naučiti in vedo, s katerimi pristopi bodo tako znanje razvijali, se zavedajo pomena sodobnih pristopov pri poučevanju računskih operacij, ki pomagajo učencu razvijati lastne strategije in razumeti računske postopke.
Uporaba različnih reprezentacij pripomore k razvoju strategij reševanja računskih algoritmov. Učenci si, pri delu z različnimi reprezentacijami razvijajo lastne strategije računanja, številske predstave in nova spoznanja z izkušenjskim učenjem. Praksa kaže, da učitelji najpogosteje uporabljajo konkretne reprezentacije za demonstracije; učenci pa imajo le redko možnost individualnega dela na konkretni ravni.
Najpogosteje se razhajanja - ob takem načinu poučevanja - kažejo pri preverjanju in ocenjevanju znanja, kjer učenci izvajajo računske operacije svoj način, ki je matematično ustrezen, a se razlikuje od načina, ki ga je učitelj uvajal pri obravnavi snovi in ga pričakuje ter zahteva kot edino pravilnega tudi pri preverjanju in ocenjevanju.
Ko si učitelj postavi kriterije preverjanja in ocenjevanja, naj premisli, s katerimi nalogami lahko res preveri obvladovanje postopka računanja in kdaj je to smiselno. Pri vrednotenju oz. dodeljevanju točk za pravilnost/ustreznost rešitev pa mu naj bo vodilo »matematična pravilnost rešitve« in ne »tako je zapisano v učbeniku.«

Viri:

1. Hodnik Čadež, T., 2003: Pomen modela reprezentacijskih preslikav za učenje računskih algoritmov. Didactica Slovenica (Pedagoška obzorja), letnik 18, številka 1, str. 3 – 22.
2. Hodnik Čadež, T., 2007: Vloga različnih reprezentacij matematičnih konceptov pri učenju z razumevanjem. V: Internacional Scientific Colloquium. Mathematics and children (How to teach and learn mathematics). Uredila: Margita Pavleković. Osijek, april 13, 2007, http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED518708.pdf#page=190, (9. 6. 2014).
3. Markovac, J.,1990: Metodika početne nastave matematike. Zagreb: Školska knjiga
4. Slapar, A. ,2012: Razumevanje računskih operacij pri drugošolcih. [Elektronski vir]. Diplomsko delo. Mentorici: T. Hodnik Čadež, V. Manfreda Kolar. Ljubljana: Pedagoška fakulteta. http://pefprints.pef.uni-lj.si/841/1/Razumevanje_ra%C4%8Dunskih_operacij_pri_drugo%C5%A1olcih.pdf, (9. 6. 2014).
5. Vidmar, M., Tymmas P., 2009: Preizkus temeljnih kompetentnosti otrok ob vstopu v šolo (PIPS-BA). [Elektronski vir].: izhodišča, prevod, priredba in aplikacija preizkusa v Sloveniji = Performance indicators in primary schools: on –entry baseline assessment and follow – up material (PIPS-BA): introducing pips into Slovenian context – background, translation, adaptation, and application of the assessment. Znanstveno poročilo 08/09. Ljubljana: Pedagoški inštitut, http://www.dlib.si/details/URN:NBN:SI:DOC-JDHR70V3/?query=%27keywords%3dPreizkus+temeljnih+kompetentnosti+otrok+ob+vstopu+v+%c5%a1olo%27&pageSize=25 SŠ.

6. Žakelj, A. et al., 2011: Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod republike Slovenije za šolstvo http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (9. 6. 2014).
7. Žakelj, A., 2003: Kako poučevati matematiko: teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. Ljubljana: ZRSŠ

POUČEVANJE ODŠTEVANJA Z RAZLIČNIMI STRATEGIJAMI

Teaching subtraction through different strategies

Dušanka Škamlec

skamlec.dusanka@gmail.com

Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta, Oddelek za razredni pouk

Povzetek

Učenci se pri računskih operacijah običajno srečujejo s težavami. Frontalna oblika dela in le učiteljeva razlaga ne pripomoreta k razumevanju postopkov in boljšim rezultatom. Učenci se morajo aktivno vključiti v delo in iskati svoje predloge ter poti za dosego rešitve. Podlago si učenci pridobivajo že v predšolskem obdobju, in sicer z razvojem pojma število. V prispevku so predstavljene tri skupine strategij, s katerimi učencem približamo odštevanje in jim ga olajšamo. Delo vključuje konkreten material in didaktični pripomoček (10-okvir), kar učencem omogoča aktivno vključenost v učni proces. Učenci lahko preizkušajo vse strategije in izberejo sebi najbolj učinkovito. Empirična raziskava je pokazala, da učenci s pomočjo strategij računajo hitreje in z manj napakami.

Ključne besede: razvoj strategij, strategije, odštevanje

Abstract

Pupils usually encounter problems with mathematical operations. Frontal work and the teacher's explanation solely do not contribute to the understanding of processes and to better results. Pupils must be actively involved in work and make their own suggestions, as well as find ways to achieve solutions. Pupils already gain the basic knowledge in the preschool period by developing the concept of number. The article presents three groups of strategies, with which we approach the subtraction to the pupils and make it easier to them. This work includes factual material and teaching aid (10-frame), which allows pupils an active participation in the learning process. Pupils can test all strategies and choose which one is the most effective for them. Empirical research has shown, that pupils who use strategies calculate faster and with fewer mistakes.

Key words: development strategies, strategies, subtraction

Uvod

Učitelji se vsakodnevno srečujemo z izzivi, kako učencem približati snov, da jo bodo ti razumeli in usvojili. Samo frontalno podajanje snovi in prikaz enega načina reševanja ni učinkovit. Tako kot pri drugih predmetih, moramo tudi pri matematiki vključiti čim več različnih strategij. Marentič Požarnik (2000) opredeljuje strategije kot sosledje učnih aktivnosti, ki nas pripeljejo do določenega cilja. Učitelji moramo poznati čim več uspešnih strategij, da jih bomo pri učencih prepoznali, jih znali razvijati in jih pri poučevanju čim bolje izkoristili (Van de Walle, Karp in Bay-Williams, 2013). Učitelji običajno poznamo premalo strategij in se ne znamo »spustiti« na učenčevo raven. S tem prispevkom želim učiteljem približati nekaj strategij za odštevanje (v 2. razredu osnovne šole), ki jih lahko uporabijo pri delu z učenci. Strategije so inovativne in učence aktivno vključujejo v pouk, hkrati pa računsko operacijo odštevanja prikažejo na nov in zanimiv način.

Razvoj strategij v predšolskem obdobju

Podlaga za razvoj učenja in razumevanja strategij se prične že v predšolskem obdobju, z razvojem pojma število in štetjem. Otrok mora znati prešteti vse elemente, ki jih ima pred sabo, pri tem pa nobenega elementa ne sme šteti dvakrat. Šteti mora v pravilnem vrstnem redu (ena, dve, tri ...), saj so naravna števila urejena. Ne glede na vrsto elementov, ki ji ima pred sabo, mora otrok vedno šteti na enak način. Ni pomembno, pri katerem elementu začne šteti, pomembno je, da prešteje vse elemente (Hodnik Čadež, 2002). Po usvojitvi načel štetja, začnejo otroci počasi prehajati s konkretne na abstraktno raven po naslednjih korakih: konkretno štetje, konkretno verbalno štetje, verbalno-mentalno štetje in izpeljan priklic dejstev ter priklic aritmetičnih dejstev (Fuson, 1992, Baroody in Ginsburg, 1986, Kavkler 1997; povz. po Manfreda Kolar, 2006).
Z ustrezno podlago in prehodom čez vse reprezentacije lahko nato v osnovni šoli začnemo z aktivnim vključevanjem raznih strategij. V tem prispevku se bom osredotočila na strategije za odštevanje, saj običajno ta računska operacija učencem povzroča težave.

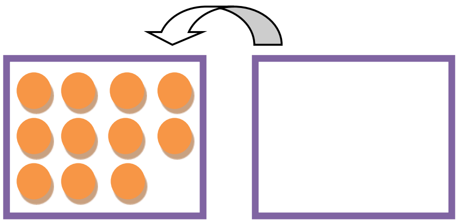
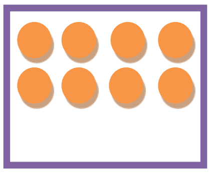
Strategije za odštevanje

Strategije za odštevanje so razčlenjene v tri skupine: odštevanje kot miselno dodajanje, odštevanje v množici naravnih števil do 10 in odštevanje v množici naravnih števil do 20 s prehodom (odvzemi skozi 10, dodaj skozi 10, razširjeno miselno dodajanje). Vpeljevanje strategij poteka kot proces, pri katerem sodelujejo učitelji in učenci. Učenci morajo biti aktivni, ne le pasivni sprejemniki novih informacij, če želimo, da bo kakovost razumevanja in usvajanja večja ter učinkovita. Postopek učenja in urjenja strategij je:

- predstavitev strategij pred učenci (predstavitev strategij, skupno poimenovanje, izdelava plakata),
- urjenje že vzpostavljenih strategij (aktivnosti urjenja uporabimo takrat, kadar so učenci zmožni strategije uporabljati mentalno; poteka lahko samostojno, v parih ali v manjših skupinah),
- pravočasno urjenje (s prehitrim urjenjem ne dosegamo pozitivnih učinkov),
- individualiziranje (prilagajanje individualnim značilnostim učencev) (Van de Walle, 2007).

Odštevanje kot miselno dodajanje

Pri tej strategiji odštevanja si pomagamo s seštevanjem. Od otrok pričakujemo, da se bodo ob zastavljenem številskem izrazu vprašali: »Kaj gre k temu delu, da bo nastala celota?«. S tem bodo uporabili že znane odnose med števili in prepoznali manjkajoči del. Najprej začnemo s konkretnim materialom, šele nato preidemo na slikovnega in abstraktnega. Konkretni material so lahko zamaški in učencem približamo strategijo dodajanja po spodaj prikazanem primeru, modelu (prikaz 1) (Van de Walle, 2007).

Naštej 11 zamaškov in jih pokrij.	
Umakni 3 zamaške in jih postavi na vidno mesto.	
Premisli: 3 in koliko je 11?	8; 11 – 3 = 8
Odkrij zamaške.	8 + 3 = 11 

Prikaz 1: Model odštevanja kot miselnega dodajanja

Odštevanje v množici naravnih števil do 10

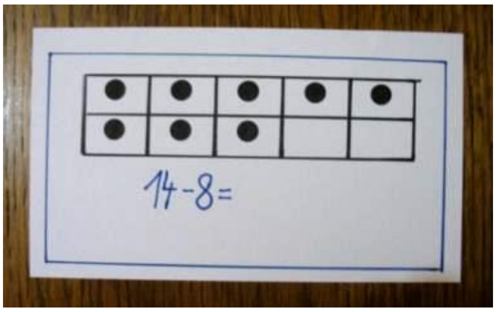
Pri tej strategiji je zelo uporabno, če učenci predhodno obvladajo naslednje odnose med števili: za ena več, za dve več, prištevanje števila 0. Npr.: učenci morajo vedeti koliko je 4 + 3, da se bodo lahko naučili, koliko je 7 – 3 in 7 – 4. Posebno pozornost moramo nameniti primerom, ki vključujejo števila 0, 1 in 2. Takšni primeri so zelo povezani z osnovno relacijo med števili in če imajo učenci z njimi težave, moramo raziskati njihove številske predstave. Primer: Otrok, ki misli, da je 9 – 0 = 8, ima morda posplošeno mnenje, da je rezultat odštevanja vedno manjše število od zmanjševanca (Van de Walle, 2007). Pri odštevanju v drugi desetici (prim. 16 – 3) so strategije podobne.

Odštevanje v množici naravnih števil do 20 s prehodom

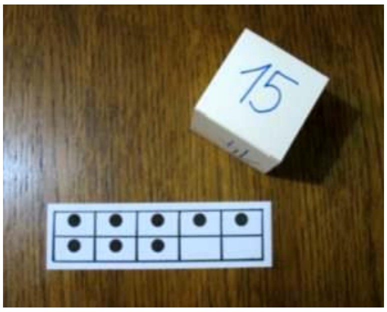
Pri tej strategiji se ukvarjamo s tremi pristopi: odvzemi skozi 10, dodaj skozi 10 in razširjeno miselno dodajanje. Pristopi temeljijo na že razvitih idejah, in sicer na relacijah med seštevanjem in odštevanjem ter na številu 10 kot referenčni točki/sidru. Kot didaktični pripomoček se uporablja 10-okvir (ang. 10-frame), oziroma 2 x 5 polje (glej sliko 1) (Van de Walle, 2007). Izraz 10-okvir je povzet po Clements (1999) in Van de Walle (2003), v slovenski šolski prostor pa sta ga uvedli A. Lipovec in D. Antolin (2013).

- Dodaj skozi 10

V ta pristop uvrščamo številske izraze, kjer je zmanjševanec število med 11 in 18, odštevanec pa je število 8 ali 9 (npr.: 13 – 9, 15 – 8). Postopek predstavljanja in urjenja strategije je naslednji (Van de Walle, 2007):
Na tablo pripnemo 10-okvir, ki je napolnjen z devetimi pikami. Z učenci se pogovarjamo o številih, ki so večja od 9. Nato podamo eno število (npr. 13) in vprašamo učence, koliko pik nam manjka do števila 13 *(9 in 1 je 10; 10 in 3 je 13; 1 plus 3 je 4; manjkajo 4 pike)*. Podamo še več primerov in od učencev poskušamo izvedeti, kako so prišli do odgovora. Pomembno je, da poslušamo in si zapomnimo njihove ideje. Čez nekaj dni aktivnost ponovimo z okvirjem, v katerem je 8 pik. S to aktivnostjo učence spodbujamo, da pike najprej dopolnijo do 10 in nato do števila, ki nas zanima. Pri okvirju z 9 pikami poudarjamo idejo za 1 več, pri okvirju z 8 pikami pa idejo za dve več. Po tem, ko učenci ti ideji usvojijo, lahko izdelamo kartice z računi (slika 1), učne liste in prilagojeno igralno kocko (slika 2), da bodo pristop še urili (Van de Walle 2003; Van de Walle, 2007).



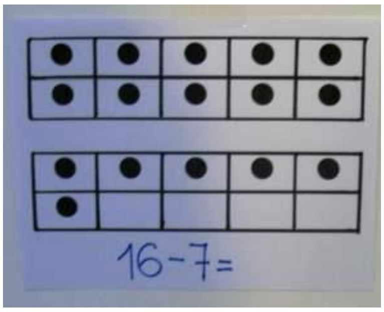
Slika 1: Kartica z računom



Slika 2: Prilagojena kocka in 10-okvir

- Odvzemi skozi 10

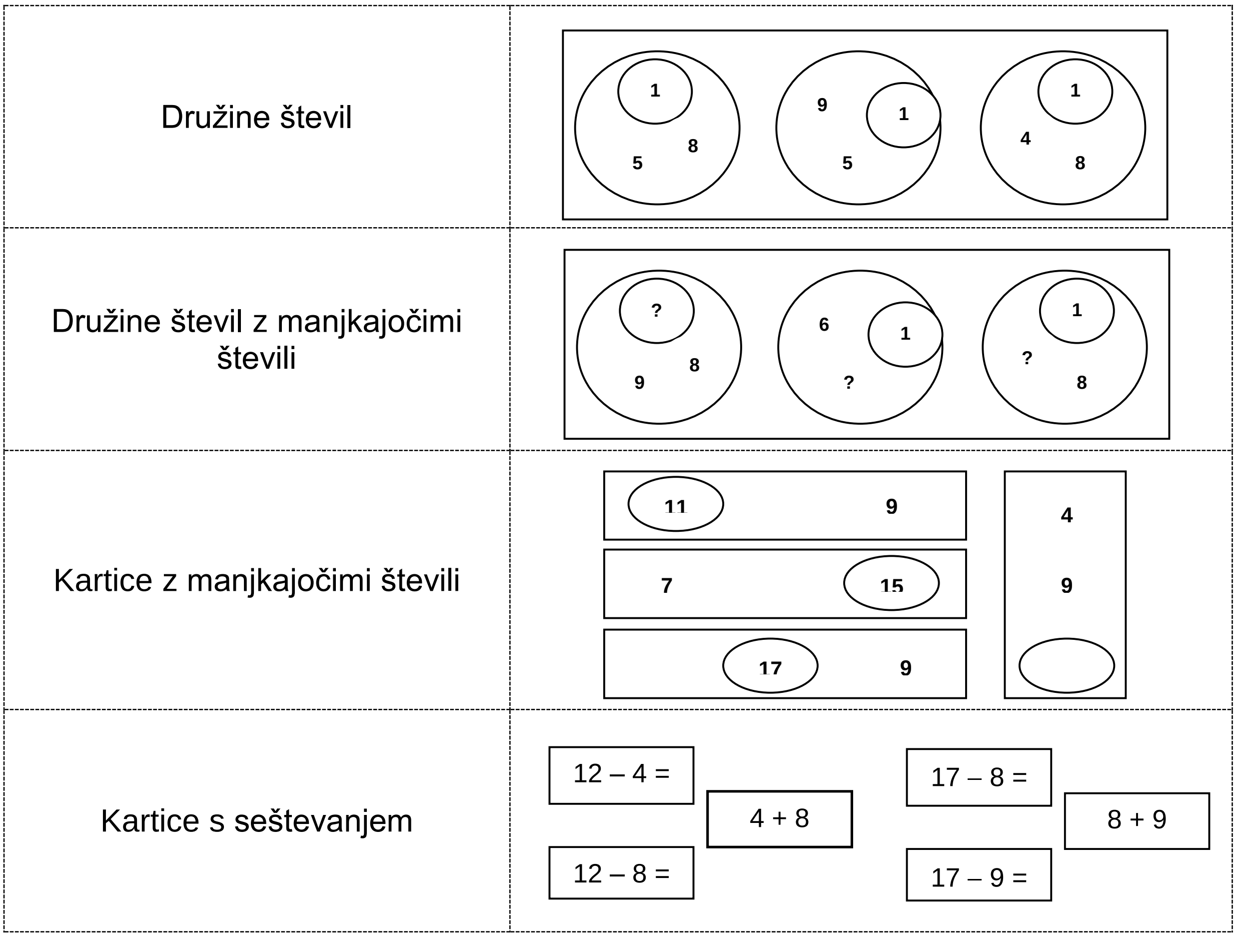
Pri drugem pristopu potrebujemo dva 10-okvirja, saj z njima ponazorimo število, ki nastopa kot zmanjševanec. Eden izmed okvirjev je zapolnjen z vsemi 10 pikami, drugi pa ne. Ta pristop je najbolj uporaben takrat, kadar je odštevanec zelo blizu enice v zmanjševancu (npr.: 13 – 4, 15 – 6, 16 – 7 ...) (Van de Walle, 2007).
Za ponazoritev predstavljam primer 16 – 7 (slika 3). Na tablo pripnemo 10-okvirja in se pogovarjamo o številu pik. Po tem, ko ugotovijo, da okvirja predstavljata 16 pik, jih vprašamo, kako bi najhitreje odšteli število 7. S pogovorom jih usmerimo na to, da najprej odštejemo 6 (tako pridemo do 10) in nato še 1 (Van de Walle, 2003).



Slika 3: Odvzemi skozi 10

- Razširjeno miselno dodajanje

S strategijo razširjenega miselnega dodajanja povezujemo operaciji seštevanja in odštevanja. Aktivnosti, s katerimi razvijamo to strategijo, so družine števil (z manjkajočimi števili), kartice/listi z manjkajočimi števili in kartice s seštevanjem (prikaz 2). Učenci sami ugotavljajo povezave med števili in rešujejo naloge. K razširjenemu miselnem dodajanju štejemo tudi strategije dvojčkov. Pri odštevanju do dvajset, imamo štiri primere dvojčkov (12, 14, 16 in 18) (Van de Walle, 2007).



Prikaz 2: Aktivnosti razširjenega miselnega dodajanja

Raziskava

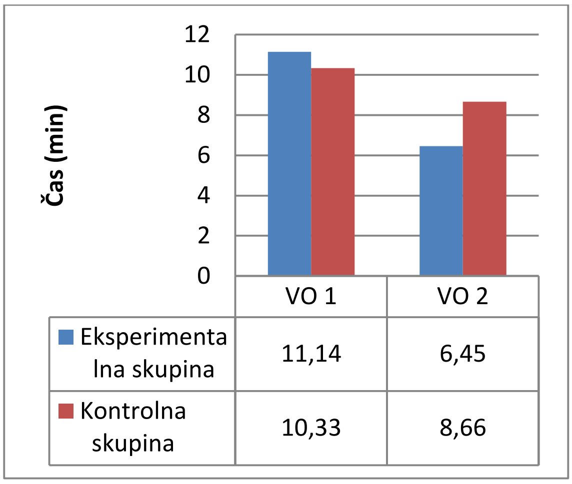
Teoretično predstavljene strategije sem preizkusila tudi v razredu. Zanimalo me je, ali bodo učenci po predstavljenih strategijah številske izraze odštevanja rešili hitreje in z manj napakami. Neslučajnostni namenski vzorec je vseboval 58 učencev 2. razreda (36 – eksperimentalna skupina, 21 – kontrolna skupina). Raziskovala sem s kvantitativno tehniko, in sicer s preizkusom znanja. Začetni in končni preizkus sta vsebovala 36 številskih izrazov; izrazi obeh preizkusov so bili enaki, vendar zapisani v različnem zaporedju.

Potek raziskave je trajal 14 dni. Prvi dan je tako kontrolna kot eksperimentalna skupina reševala začetni preizkus. Zaradi kasnejše primerjave med preizkusoma se je reševanje časovno spreminjalo. Naslednjih 14 dni so učenci v kontrolni skupini vsak dan vadili odštevanje (2 – 3 primere na dan). Pri tem so odštevali na njim običajen način, predstavljena jim ni bila nobena strategija. Eksperimentalni skupini sem v nadaljevanju predstavljala strategije. Drugi dan poteka raziskave sem jim predstavila strategiji dodaj skozi 10 in odvzemi skozi 10. Učenci so se seznanili z 10-okvirjem in aktivno delali z njim. V naslednjih dneh so odštevanje vadili s pomočjo teh dveh strategij. Osmi dan sem učencem predstavila še tretjo strategijo: razširjeno miselno dodajanje. Strategijo sem prilagodila, saj sem se osredotočila le na dvojice (6 + 6, 7 + 7, 8 + 8, 9 + 9). Pri predstavljanju strategije smo z učenci uporabljali konkreten material – kocke. Nadaljnjih 6 dni so učenci vadili odštevanje s pomočjo vseh treh strategij. Po preteku 14 dni so vsi učenci (eksperimentalna in kontrolna skupina) pisali končni preizkus znanja.

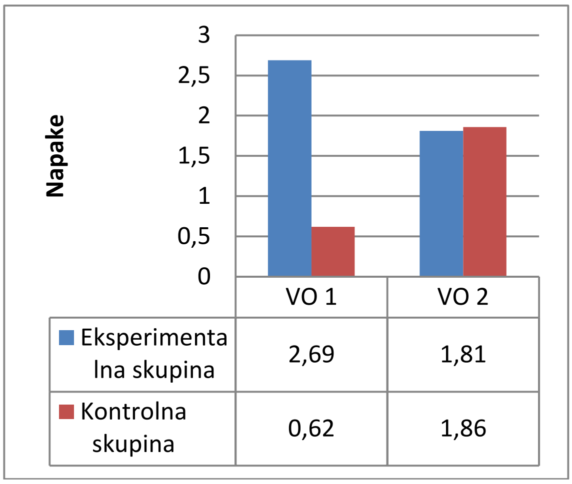
Sledila je obdelava podatkov. Podatki so bili obdelani s kvantitativnim postopkom obdelave, z deskriptivno statistiko v programu Microsoft Office Excel. Podatka, ki sta me pri obdelavi zanimala, sta bila čas reševanja in napake (nepravilno rešeni številski izrazi odštevanja). Spraševala sem se, ali se bo čas reševanja drugega preizkusa znanja (v primerjavi s časom reševanja prvega preizkusa) eksperimentalne skupine zmanjšal, ali bo eksperimentalna skupina, v primerjavi s kontrolno skupino, drugi preizkus znanja rešila hitreje, ali se bo število napak eksperimentalne skupine pri reševanju drugega preizkusa znanja zmanjšalo in ali bo število napak eksperimentalne skupine pri reševanju drugega preizkusa znanja manjše od števila napak kontrolne skupine.

Eksperimentalna skupina je začetni preizkus znanja reševala povprečno 11,14 minut (min. 4 minute, maks., 26 minut), končni preizkus pa 6,45 minut (min. 2 minuti, maks. 12 minut). Njihov čas reševanja se je izboljšal za 43,7 %. Kontrolna skupina je začetni preizkus reševala 10,33 minut (min. 5 minut, maks. 18 minut), končnega pa 8,66 minut (min. 3 minute, maks. 15,3 minut). Njihov čas reševanja se je izboljšal za 16,2 %. Čas reševanja preizkusa se je zmanjšal pri obeh skupinah, vendar se je čas eksperimentalne skupine veliko bolj očitno (graf 1). Izboljšanje časa eksperimentalne skupine pripisujem predstavljenim strategijam. Ti učenci so bili ves čas spodbujeni z 10-okvirjem. Pripomoček je bil zanje nov, zato so bili za delo motivirani, s konkretnim pripomočkom pa so si številske izraze tudi lažje predstavljali. Učenci kontrolne skupine pa so odštevanje urili na tradicionalen način. Njihov čas reševanja se je zato le malo skrajšal.

Izboljšanje eksperimentalne skupine se je pokazalo tudi pri številu napak. Iz povprečno 2,69 napak (min. 0 napak, maks. 12 napak) se je število napak zmanjšalo na 1,81 napak (min. 0, maks. 11 napak). Pri kontrolni skupini pa se je število napak povečalo iz povprečno 0,62 napak (min. 0, maks. 3 napake) na 1,86 napak (min. 0 napak, maks. 12 napak) (graf 2). Pri razlogih za povečanje števila napak je potrebno izpostaviti dva učenca, ki na začetnem preizkusu nista naredila napake, na končnem pa sta naredila kar nekaj napak. Prvi učenec je naredil 12, drugi pa 7 napak, s čimer sta močno povečala povprečno vrednost (na malem vzorcu učencev posamezna odstopanja močno vplivajo na rezultate). Poleg teh dveh učencev so napake delali tudi drugi. Predvidevam, da učenci kontrolne skupine za reševanje drugega preizkusa znanja niso bili dovolj motivirani. Preizkus so želeli rešiti hitreje, pri tem pa so delali napake.



Graf 1: Čas reševanja začetnega in končnega preizkusa



Graf 2: Število napak pri začetnem in končnem preizkusu

Čeprav ne moremo poznati vseh dejavnikov, ki vplivajo na reševanje preizkusa (motivacija, slabo počutje, razredna klima ...), menim, da imajo strategije velik vpliv na reševanje, kar se je tudi pokazalo na rezultatih. Učenci, ki so bili seznanjeni s strategijami in so uporabljali 10-okvir, so drugi preizkus znanja rešili hitreje in z manj napakami. Drugačen pristop k odštevanju je spodbudil in motiviral učence, kar se je opazilo že med samim predstavljanjem strategij. Ob koncu raziskave so bili zmožni mentalne predstave 10-okvirja, kar jim je olajšalo odštevanje. O pozitivnih učinkih uporabe strategij je pisala tudi Bucholzova (2004). Ob koncu obravnave strategij v njenem razredu so učenci postali odlični misleci, bili so pripravljeni na matematične izzive, postali so hitrejši, vestnejši, natančnejši in pridobili so smisel za števila.

V raziskavo bi morali vključiti še več učencev 2. razreda, da bi lahko podatke posplošili na celotno populacijo, prav tako bi morali podatke dodatno obdelati z inferenčno statistiko. Med seboj bi morali primerjati skupine številskih izrazov po strategijah. Tako bi izračunali, kateri izrazi delajo učencem največ težav in katere obvladajo.

Zaključek

Pravilen način dela in poučevanja mora potekati od prvega šolske dne. Učitelji moramo poznati značilnosti otrok in njihovo predznanje, da bomo na njem lahko gradili. Učencem moramo ponuditi širok spekter idej, pristopov in strategij, da bo njihovo znanje trdnejše in trajnejše. Prav tako jim moramo prisluhniti in jih opazovati, da bomo prepoznali njihove načine dela ter jih vključevali v svoje poučevanje. Ne smemo vsiljevati le enega načina, ene prave poti, temveč moramo spodbujati divergentnost in fluentnost idej. Pri predstavljenih strategijah spodbujamo različnost in drugačne pristope, saj se pomembno razlikujejo od klasičnega računanja na tablo ali v zvezek. Z uporabo strategij učence aktivno vključimo v pouk in razvijamo koncept števila, abstrakten pojme pa z uporabo 10-okvirja konkretiziramo in osmislimo.
Tudi v raziskavi se je pokazal pozitiven učinek strategij, saj so učenci vidno izboljšali odštevanje. Za to je bil potreben le majhen premik od klasičnega načina poučevanja. Poudarila bi ravno to majhno spremembo, ki prinese velike učinke. V pouk bi morali vnašati še več takšnih strategij in preverjati njihovo učinkovitost. Iščimo, raziskujemo in uporabljamo drugačne pristope pri vsakodnevnem poučevanju.

Viri:

1. Buchholz, L., 2004: Learning strategies for Addition and Subtraction Facts: The Road to Fluency and the License to Think, Teaching Children Mathematics, letn. 10, str.362-367. http://schoolwires.henry.k12.ga.us/cms/lib/GA01000549/Centricity/Domain/4011/fact%20fluency.pdf (17. 3. 2013).
2. Clements, D. H., 1999: Subitizing: What is it? Why Teach it?, Teaching Children Mathematics, letn. 5, 400–405.
3. Hodnik Čadež, T., 2002: Cicibanova matematika. Priročnik za vzgojitelja. Ljubljana: DZS.
4. Lipovec, A. in Antolin, D., 2013: Subitizacija. Didakta, letn. 22, št. 162, str. 54-56.
5. Marentič Požarnik, B., 2000: Psihologija učenja in pouka. Ljubljana: DZS.
6. Manfreda Kolar, V., 2006: Razvoj pojma število pri predšolskem otroku. Ljubljana: Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani.
7. Van de Walle, J. A., 2003: Elementary and Middle School Mathematics: teaching developmentally. Boston: Pearson.
8. Van de Walle, J. A., 2007: Elementary and Middle School Mathematics: teaching developmentally. Boston: Pearson.
9. Van de Walle, J. A., Karp, K. S. in Bay-Williams, J. M., 2013: Elementary and Middle School Mathematics: teaching developmentally. Boston: Pearson.

UPORABA PRSTOV V OBSEGU DO 20

Use of fingers with numbers up to 20

Gabrijela Kverh Žgur, Tina Bizjak

zgur.gabrijela@gmail.com, biztina@gmail.com

Osnovna šola Kozara Nova Gorica, Osnovna šola Danila Lokarja Ajdovščina

Povzetek

V prispevku vam predstavljava primer dobre prakse v sklopu inovacijskega projekta *S števili se igrajmo in jih spoznajmo*, ki sva ga skupaj z učiteljico razrednega pouka, izvajali v prvem razredu osnovne šole. Predstavljen je le tisti del, ki se nanaša na prikazovanje števil, štetje in računanje s prsti, v številskem obsegu do 20.
Sistemi prikazovanja števil se, po svetu in tudi v različnih državah, med seboj razlikujejo. Nekateri se oprejo na otrokovo prednostno roko, drugi na smer od leve proti desni, tretji pa na zmožnost prikazovanja števil, večjih od 5, z mejnikom 5. Sistem prikazovanja števil, ki sva ga uporabili, temelji na smeri od leve proti desni, kar pomeni, da število 1 prikažemo z mezincem leve roke, nato pa sledimo smeri v desno za prikazovanje ostalih števil. Z dodatnimi aktivnostmi, ki sva jih izvajali, omogoča tudi osvajanje mejnika števila 5, razdruževanje števil, subitizacijo števil in računanje v številskem obsegu do 20.

Ključne besede: številske predstave, subitizacija, prikaz števil s prstki, štetje, računanje

Abstract

In this paper we present the example of good practice in the context of innovation project *Let's play with numbers and get to know them* that was implemented in the first grade of elementary school. The paper includes only the part related to showing, counting and calculating the numbers up to 20 with fingers.
The differences in the systems of showing the numbers are noticed within and between countries worldwide. Some of them are based on the child's preferred hand, some on the left-to-right direction, and others on the ability of showing the numbers larger than 5 with benchmark number 5. The system of showing the numbers that we used is based on the left-to-right direction, i.e. number 1 is shown with the left little finger, and to show the other numbers, we continue to the right. With additional activities that we have carried out, such system enables also learning the benchmark number 5, separating numbers, subitizing and calculating to 20.

Key words: early number concepts, subitizing, showing the numbers with fingers, counting, calculating

Uvod

Vsak otrok se sreča s števili in štetjem že pred vstopom v šolo. Števila si zapomni med poslušanjem pravljic, izštevank in otroških pesmi, ko prisluhne pogovoru staršev. Sprva so števila za otroka abstrakten pojem, ki za seboj ne pušča nobene sledi ali slike. Ko se z njimi sreča izkustveno, ko se začne igrati s konkretnim materialom, ga prešteva, prireja, ureja in prikazuje, število ni več le pojem, ampak se za tem pojmom ustvari predstava, ki mu ga pomaga razumeti in ga lahko vse pogosteje uporablja v različnih življenjskih situacijah.
Števila in štetje sta dve ločeni znanji, ki podpirata druga drugo. Majhni otroci spontano prepoznavajo manjšo skupino predmetov (npr. žlic na mizi) ali pikic na igralnih dominah, ne da bi jih prej prešteli. To sposobnost imenujemo subitizacija. Subitizacija je »takojšnje videnje koliko«. Je direktna zaznava oz. občutljivost za številnost skupine (Douglass, 1925). Lahko bi jo poimenovali tudi hitro prepoznavanje oz. hitro imenovanje števil.
Perceptualne subitizacije, tj. prepoznavanja števila, brez uporabe matematičnih procesov, so sposobni že majhni otroci. Nekateri otroci zmorejo subitizirati manjša števila, preden znajo šteti. Sabina Strelec (2013) je v svoji raziskovalni nalogi ugotovila, da so petletni otroci uspešno prepoznali šest ali manj pik, štiriletni štiri ali manj in triletni manj kot 3 pike. V šolskem obdobju učenci uporabljajo štetje in prepoznavanje struktur in vzorcev za razvoj konceptualne subitizacije, za katero so potrebni matematični procesi razdruževanja in združevanja. Ta bolj napredna sposobnost grupiranja in hitrega prepoznavanja števila enot spodbuja razvoj številskih predstav in aritmetičnih sposobnosti (Clements, 1999).
Zelo zgodaj otroci tudi štejejo igrače, barvice, prste na rokah … Otrok pravilno šteje šele takrat, ko osvoji pet principov štetja. Princip povratno enoličnega prirejanja predstavlja načelo ena na ena, kar pomeni, da otrok k vsakemu predmetu, ki ga šteje, pove le eno številko. Torej nobenega elementa ne izpusti ali ne šteje večkrat. Princip urejenosti predstavlja načelo ustaljenega vrstnega reda. Otrok mora šteti v ustaljenem vrstnem redu od 1 naprej in ne poljubno (npr. pet, dve, tri…). Princip kardinalnosti pomeni, da je zadnja uporabljena številka hkrati končno število predmetov, ki jih otrok šteje, ne glede na to, pri katerem predmetu je začel šteti.

Princip nepomembnosti vrstnega reda štetja je spoznanje, da je nepomembno, kje otrok začne šteti. Princip abstrakcije pomeni, da je štetje neodvisno od narave štetih predmetov, da se vsa ostala našteta načela uporabljajo pri kateremkoli predmetu.
Otroci iz številnih kulturnih okolij uporabljajo prste pri štetju in reševanju matematičnih nalog, vendar se načini prikazovanja števil s prsti in štetja ob pomoči prstov močno razlikujejo. Nevrokognitivna znanost je uporabi prstov veliko bolj naklonjena kot pa šola in izobraževalni sitem. Uporaba določenih konstantnih prstnih gibov pri štetju pomaga učencem pri zapomnitvi niza preštetih elementov, z vzpostavitvijo korespondence ena na ena med prsti in preštetimi elementi ter pri boljšem razumevanju in razvoju številskih konceptov, kot sta kardinalnost in ordinalnost števil (Di Luca in Pesenti, 2011).
Izkušnje s števili, ki jih učenci pridobijo v predšolskem obdobju, se od učenca do učenca močno razlikujejo, zato naj bi učitelj v prvem razredu prvošolcem nudil takšno matematično okolje, ki učencem na konkretni, slikovni in simbolni ravni omogoča, da razvijejo številske predstave in razumejo matematična pravila, hkrati mora biti to okolje tako strukturirano, da v poplavo števil, s katerimi se učenec sreča, vnaša red in zakonitosti.
Namen najinega prispevka je predstavitev prikaza števil do 20 s prsti, kot sva ga skupaj z učiteljico razrednega pouka razvijali in poučevali pri inovacijskem projektu *S števili se igrajmo in jih spoznajmo*, ki ga razvijamo tudi v sodelovanju z Zavodom Republike Slovenije za šolstvo. Projekt smo zasnovale na spoznanju, da učenci sprejemajo informacije celostno, po različnih senzornih poteh, zato smo učenje števil, številskih predstav in računanja v obsegu do 20 zastavile z najrazličnejšimi dejavnostmi in igrami, ki vključujejo tako zgodbice, izštevanke, gibanje, manipuliranje s konkretnim materialom, poslušanje in izvajanje ritma, prikazovanje števil s prsti, domino in aplikati. Števila, številke in računanje so učenci osvajali na konkretni, slikovni in simbolni ravni. Za pripravo aplikatov številk, zgodbic in izštevank sva izhajali iz otrokovih izkušenj in izbirali tak predmet oziroma bitje, ki je otroku blizu, ga pozna in nedvoumno predstavlja obravnavano število. Z načrtovanimi aktivnostmi sva spodbujali vse ravni matematičnega znanja: štetje, perceptualno in konceptualno subitizacijo števil, priklic in zapis številk, aritmetične sposobnosti seštevanja in odštevanja v obsegu do 20. Aktivnosti sva tako zasnovali, da so učenci videli v njih igro in so se jih radi igrali ter jih pričakovali. V tem prispevku bova predstavili le del inovacijskega projekta S *števili se igrajmo in jih spoznajmo*, in sicer tisti del, ki se nanaša na prikazovanje števil v obsegu do 20 s prsti in računanje ob pomoči prstov, v obsegu do 20 ter razloge za tovrstno poučevanje učencev; predstavljenih pa bo tudi nekaj primerov prikazovanja števil s prsti, ki sva jih zasledili v domačih delovnih učbenikih in po svetu.

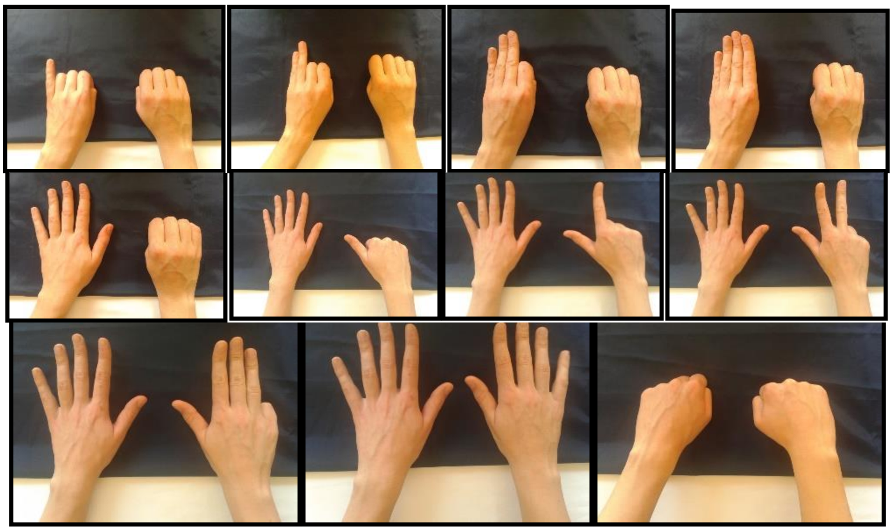
Zakaj učence učiti prikazovanja, štetja in računanja s prsti?

Številni učitelji v prvem razredu osnovne šole dopuščajo učencem, da si pri matematičnih nalogah, ki zahtevajo štetje, priklic simbolov (številk), količinsko predstavo števil in računanje, s prsti pomagajo na njim lasten način, manj pa je takih učiteljev, ki učence tudi sistematično in načrtno učijo nastavljati števila s prsti. Večkrat se izkaže, da se, ob nesistematični uporabi prstov, otrok pri seštevanju, odštevanju in dopolnjevanju do 20 pogosto moti in si s prsti ne more pomagati. Posledica tega je, da so učitelji še bolj skeptični pri uporabi prstov pri poučevanju števil do 20. Naše izkušnje in izsledki številnih tujih raziskav potrjujejo, da je uporaba prstov pri razvijanju številskih predstav zaželena in da jo velja v prvem razredu osnovne šole načrtno poučevati.

Prsti so naravna danost, ki jo nosimo vedno s seboj in jo - po potrebi- lahko kadarkoli uporabimo. Učenci uporabljajo prste v povezavi s števili in štetjem spontano in celo slepi učenci (Collen in ostali, 2011) ter učenci z amputacijo rok (Poeck po Di Luca, 2011) uporabljajo svoje (fantomske) roke in prste kot zunanji pripomoček za štetje.
Štetje s prsti nam z nevrokognitivne perspektive omogoča multisenzorno zaznavo, ki prinaša informacije o kardinalni in ordinalni vrednosti števila (Moeller in ostali, 2011) in velja za mediatorja med notranjim občutkom za števila in razvitim simboličnim konceptom števila (Fayol in Seron, po Di Luca, 2011).

Prikazovanje števil, štetje in računaje s prsti v projektu *S števili se igrajmo in jih spoznajmo*

Prikazovanje števil, štetje in računanje s prsti, kot sva ga pri našem projektu uporabljali, ni bil edini način razvijanja številskih predstav in tudi ne sme biti edini način, saj mora biti učencu dana možnost, da vidi število v različnih prostorskih pozicijah in da razvija svoje aritmetične sposobnosti na konkretni, slikovni in simbolni ravni.
Z učenci sva izvajali različne aktivnosti, ki sva jih med seboj prepletali in tako omogočili generalizacijo številskih predstav, povezavo strategij in celostno učenje. Tako so učenci npr. poslušali ritem bobna in s prsti prikazali število udarcev oz. prikazano število na domini pokazali še s prsti.
Že pri obravnavi vsakega števila posebej in pri vseh nadaljnjih utrjevanjih sva posvečali veliko pozornost doslednemu štetju od leve proti desni in hitremu nastavljanju števil. Učenci so uspešno subitizirali vrednosti števil, prikazanih s prsti, in so tudi sami brez štetja prikazovali števila s prsti v dogovorjenem sistemu. Na tem sistemu sva nato uspešno gradili tudi seštevanje, odštevanje in dopolnjevanje v obsegu do 20 in prikazovanje števil do 100.
Sistem prikazovanja števil v obsegu do 20 so nam zaupale starejše učiteljice, katerih imena niso zapisana na naslovnicah učbenikov, njihova sistematična in dosledna metodika poučevanja matematike je, velikokrat na škodo otrok, pozabljena, opuščena ali nedosledno uporabljena v delovnih zvezkih, s katerimi se srečujejo naši učenci. Dogradili sva ga za prikazovanje števil v obsegu do 100.
Sistem prikazovanja števil, ki ga bova predstavili, spada v skupino tistih sistemov prikazovanja števil, ki upoštevajo orientacijo od leve proti desni in povezujejo manjša števila z levo smerjo. Sistem ne temelji na otrokovi prednostni roki, ki je običajno desna, ali prstu, ki je običajno za število 1 palec desne roke, ampak uvaja enotno smer štetja in nastavljanja števil od leve proti desni, ki je hkrati tudi smer branja, pisanja, računanja, orientacije na številskem traku in v stotičnem kvadratu.
Učenci so števila s prsti vedno nastavljali na svojih mizicah, učitelj pa, je obrnjen proti tabli, prikazoval števila na tabli. Na mizi so vedno imeli obe roki. Število 1 so pokazali učenci z mezincem leve roke, število 2 z mezincem in prstancem leve roke, 3 z mezincem, prstancem in sredincem leve roke; po tem sitemu so prikazovali vsa števila do 10 (Slika 1). Po obravnavi števila 5 so učenci obravnavali in prikazovali število 0. Pri prikazu števila 0, so ostali vsi prsti stisnjeni v pesti.
Učenci imajo vedno obe roki na mizi, tako, da odprti in zaprti prsti vedno predstavljajo dve števili, katerih vsota je vedno 10. Učenci so sprva prste šteli tako, da so nastavili ustrezno število prstov, kasneje so nastavljali števila brez štetja.



Slika 1: Prikaz števil s prsti v obsegu od števila 1 do števila 10 in število 0

Števila v drugi desetici so učenci prikazovali tako, da so najprej pokazali 10 prstov (desetico), nato so obe dlani zaprli in prikazali še enice. Zapiranje desetih prstov sva povezali z zapiranjem desetih jajc v škatlo, ki nam je predstavljala desetico, in je otroci niso preštevali.

Slika 2: Prikaz števila 11

Kasneje, ko učenci usvojijo načelo, da desetico predstavlja tudi stolpec desetih link kock ali paličica, lahko števila do 20 nastavljajo tudi tako, da za desetico ne nastavijo več 10 prstov, ampak z mezincem leve roke narišejo paličico, ki predstavlja število 10. Nato nastavijo še enice. S tem sistemom nastavljanja števil lahko s prsti nastavljajo števila do 100.

Ko učenci brez napak nastavljajo števila s prsti, se lahko nekoliko poveča zahtevnost nalog tako, da učenci nastavljajo prste z zaprtimi očmi oz. učenci dajejo navodila sošolcu, kako naj nastavi števila (npr. za št. 7: *Odpri vse prste leve roke in še dva prsta na desni roki).* S tem še dodatno spodbujamo številske predstave.

S pomočjo omenjenega sistema nastavljanja števil s prsti, so učenci seštevali, odštevali in dopolnjevali. Seštevali so tako, da so najprej nastavili s prsti prvi seštevanec, nato pa od leve proti desni odprli toliko prstov, kot je znašal drugi seštevanec. Vsoto so uspeli ogledati oz. prepoznati, tako v prvi kot drugi desetici. Odštevali so tako, da so nastavili s prsti zmanjševanec, nato pa zaprli od desne proti levi toliko prstov v ustreznem zaporedju, kot je zahteval odštevanec. Razliko so učenci prepoznali. Dopolnjevali so tako, da so prvo število nastavili s prsti, nato šteli ter kasneje dogledali, koliko prstov jim manjka do želenega števila.

Sistem nastavljanja, štetja in računanja s prsti v obsegu do 20, ki sva ga uporabili, se je dobro izkazal pri vseh učencih, tudi pri tistih, ki imajo splošne učne težave in primanjkljaje na področju matematike. Učenci so zaradi doslednega izvajanja hitro usvojili sistem štetja, prikazovanje števil s prsti brez štetja, seštevanje, odštevanje in dopolnjevanje do 20 – tudi s prehodom čez desetico – in s pomočjo ostalih aktivnosti razvili dobre številske predstave, ki so v drugem razredu omogočile avtomatizacijo računanja in računskih strategij. Avtomatizacijo računanja v prvi in drugi desetici sva razvijali postopoma. V 2. razredu tako, da so učenci pri lažjih primerih pospravili prste pod mizo. Tem primerom smo postopoma dodajale nove. Kot sva že omenili, so nam bili v pomoč tudi drugi didaktični pripomočki, ponazorila in strategije, ki jih v tem članku ne predstavljava in ponujajo učencem drugačne predstave števil.

Prikaz števil s prsti v različnih delovnih učbenikih za matematiko in didaktičnih igrah pri nas in po svetu

Pri pregledu delovnih učbenikov za matematiko, ki jih naši učenci uporabljajo v prvem razredu, sva ugotovili, da nekateri delovni učbeniki nimajo prikazov števil s prsti; v drugih, kjer ti prikazi so, pa se med seboj razlikujejo in niso enaki najinemu sistemu prikazovanja števil s prsti.
V delovnih učbeniku *Igraje in zares v svet matematičnih čudes* (Založba DZS) se število 1 prikaže z iztegnjenim palcem leve roke, število 2 z iztegnjenim palcem in kazalcem leve roke in tako naprej do števila 5, število 6 pa se sestavi iz števila 5 in števila 1, kar pokažemo tako, da iztegnemo vse prste leve roke in palec desne roke. Ta sistem prikazovanja števil omogoča razgradnjo števil od 5 do 10 na konstanto 5 in ostanek, ki je prezrcaljeno število leve roke. Pri posameznih nalogah, kjer so prikazana števila do 5, se jih s prsti prikazuje z desno roko. Omenjeni delovni učbenik torej ne upošteva smeri naraščanja števil od leve proti desni in tudi nedosledno prikazuje števila enkrat z desno, drugič z levo roko. Tak sitem prikazovanja števil uporabljajo v zahodnoevropskih državah, kot so: Nemčija, Italija, Francija, Španija in v skandinavskih državah.

Slika 3: Prikaz števil v zahodni Evropi

V Rusiji uporabljajo isti sistem, le da začnejo šteti z iztegnjenimi prsti in za prikaz števil zapirajo prste v dlan. Zaprt palec leve roke z vsemi ostalimi odprtimi prsti predstavlja število 1 (Yutaka, 2010).
V delovnem učbeniku *En dva tri, odkrij jo ti* (založba Modrijan) je prikazan podoben sistem prikazovanja števil s prsti, ki se nekoliko razlikuje od tistega v prej omenjenem delovnem učbeniku, saj upošteva, da je prednostna roka večine učencev desna, zato učenci nastavljajo števila od 1 do 5 z desno roko in šele pri številu 6 začnejo dodajati prste leve roke.
Poseben sistem nastavljanja števil s prsti sva zasledili pri didaktični igri slovenskega podjetja Si.toy d.o.o. *Štejmo s prsti*. Število 1 je tam prikazano s kazalcem desne roke, število 2 s kazalcem in sredincem desne roke, tako da se palec odpre šele pri številu 5. Pri številu 6 se odpre leva roka in kazalec desne roke. Tudi ta sistem omogoči učenje razstavljanja števil, večjih od 5, na konstanto 5 in ostanek, ki je

prezrcaljena slika števil leve roke in ne upošteva smeri naraščanja števil od leve na desno.
Tak sistem nastavljanja števil uporabljajo v Severni Ameriki, Angliji in občasno v Avstraliji.

Slika 4: Prikaz števil v Severni Ameriki, Angliji in v Avstraliji

Na Japonskem štejejo in prikazujejo števila spet nekoliko drugače. Skrit palec desne roke pomeni število 1. Skrita palec in kazalec desne roke število 2, skriti palec, kazalec in sredinec desne roke pa število 3. Število 5 tako predstavlja zaprta pest desne roke. Ko pridejo do števila 6, spet odprejo kazalec desne roke. Ko preštejejo do 10, imajo spet odprte vse prste desne roke. Ko pa morajo prikazati posamezna števila s prsti, uporabljajo sistem, ki ga uporabljajo v Severni Ameriki, v Angliji in Avstraliji (Yutaka, 2010).
Na Kitajskem uporabljajo za štetje v obsegu do 10 le eno roko. Števila od 1 do števila 5, štejejo na enak način kot Angleži, število 6 pa predstavljata iztegnjeni palec in mezinec desne roke. Število 7 predstavljajo iztegnjeni palec, kazalec in sredinec desne roke. Pri tem se palec kazalca in sredinca dotika. Število 8 predstavljata iztegnjeni palec in kazalec, število 9 pokrčen kazalec in palec, ki se dotika sredinca, prstanca in mezinca, skritih v pest. Število 10 lahko prikažemo na dva načina. Prvi je ta, da se palec desne roke dotika vseh ostalih prstov, stisnjenih v pest; druga pa ta, da se iztegnjena kazalec in sredinec desne roke prekrižata, palec pa se dotika sredinca in mezinca, ki sta skrita v pest (Yutaka, 2010).
Pri raziskovanju sistemov štetja s pomočjo prstov, ki jih otroci uporabljajo po vsem svetu, sva naleteli tudi na karte s ponazorili prstov za števila do 100, katerih sistem je enak sistemu, ki sva ga uporabljali pri projekta *S števili se igrajmo in jih spoznajmo* in ga predstavljamo v tem prispevku. Avtor omenjenih kart z imenom Deca Cards je Brian Tickle (2007).

Zaključek

Prsti so naravni pripomoček za štetje in učenci jih spontano uporabljajo, ne glede na to, ali jih tega učimo ali ne. Naše izkušnje in izsledki raziskav potrjujejo, da sistematična uporaba prstov učencem pomaga razvijati številske predstave in da jo velja v prvem razredu osnovne šole načrtno poučevati.
Po svetu in pri nas se uporabljajo različni sistemi prikazovanja števil in štetja s prsti, od katerih nekateri upoštevajo smer od leve proti desni, drugi prednostno roko, možnost razgradnje števil od 6 do 10 na konstanto 5 ali načelo prikazovanja števil samo z eno roko. V prispevku nisva ocenjevali teh sistemov, niti ne trdiva, da je kateri boljši ali slabši kot sistem štetja, prikazovanja in računanja s prsti v obsegu do 20, ki sva ga uporabljali pri inovacijskem projektu *S števili se igrajmo in jih spoznajmo*. Sistem, ki sva ga uporabljali in razvijali, in je predstavljen v prispevku, upošteva zaporednost nastavljanja števil in smer od leve proti desni. Ker omogoča ob pomoči prstov tudi subitizacijo; to je hitro prepoznavanje števil do 20, seštevanje, odštevanje in dopolnjevanje brez prehoda in s prehodom desetice ter nadgradnjo štetja do 100,

je bil, z vsemi aktivnostmi, strategijami in ponazorili, ki sva jih tudi uporabljali pri poučevanju, v številčnem razredu, v katerega je bilo vključenih več otrok s posebnimi potrebami, zelo učinkovit. Tudi učenci in starši so ga lepo sprejeli.
V prihodnje bi veljalo vpeljati ta sistem v več prvih razredov in izvesti raziskavo in primerjavo najinega načina poučevanja števil s poučevanjem v razredih, kjer tega načina ne uporabljajo.

Viri in literatura:

1. Clemens, D., 1999: Subitizig: What Is It? Why Teach It? *Teching Children Mathematics. 5(7) 400-405.*
2. Cotič, M., Felda, D. in Hodnik, T.,2009: Igraje in zares v svet matematičnih čudes. Učbenik za matematiko za 1. razred. DZS: Ljubljana.
3. Douglass, H. R., 1925: The Development of Number Concept in children of Preschool and Kindergatren Ages. Journal of Experimental Psychology.8.443-470.
4. Moeller, K., Martignon, L., Wessolowski, S., Engel, J., Neurk, H., 2011: Effects of Finger Counting on Numerical Development- The OpposingViews of Neurocognition and Mathematics Education. *Frontiers in Psychology.2,328.*
5. Mulec, I., Petrič, M. in Uran, T., 2010: En dva tri, odkrij jo ti. 1. Matematika za 1. razred osnovne šole. Modrijan: Ljubljana.
6. Linderman, O.: Finger Counting Habits in in Middle-Eastern and Western Individuals: An Online Survey. http://www.dcc.ru.nl/anc/~files/Lindemann-JCCP-inpress.pdf. Donders Institute for Brain, Cognition and Behaviour (22.2.2014).
7. Strelec, S., 2013: *Prostorske predstavitve števil pri otrocih v predšolskem obdobju.* Diplomsko delo. Univerza v Mariboru Pedagoška fakulteta Maribor.
8. Yutaka Nishiyama. (2010): Counting with the fingers. http://www.osaka-ue.ac.jp/zemi/nishiyama/math2010/finger.pdf (24.2.2014).

Sliki 1 in 2: (Last avtoric prispevka.)
Sliki 3 in 4: http://www.suitqaisdiaries.com/count-numbers-on-hand/ (24.2.2014).

RAZVOJ TEMELJNIH ŠTEVILSKIH KONCEPTOV S POMOČJO NUMICONA

Development of basic numerical concept for children with Numicon

Danilo Kozoderc, Katja Čadež, Polona Čuk Kozoderc

info@simetris.si, katja.cadez@gmail.com, polona.ck@gmail.com

Zavod Simetris Morje, Osnovna šola Davorina Jenka Cerklje na Gorenjskem, Zavod Simetris Morje

Povzetek

V prispevku opišemo izkušnjo kontinuiranega poučevanja matematike v 1. in 2. razredu osnovno šole s številskim didaktičnim sistemom Numicon. Prikažemo, kako poteka spoznavanje števil, učenje seštevanja in odštevanja ter delo z vzorci. Predstavimo tudi temeljna teoretična izhodišča, ki omogočajo uspešnost tega načina učenja matematike. Gre za postopen prehod od konkretnosti k abstraktnosti, veččutni pristop, razvoj matematičnega razmišljanja ter vzpodbujanje miselne predstave. Dveletne izkušnje potrjujejo uspešnost in učinkovitost takšnega način dela.

Ključne besede: številski koncepti, konceptualne podobe, računanje, matematično razmišljanje, Numicon

Abstract

In this paper we describe a concrete experience of continuous teaching of mathematics in 1st and 2nd class elementary school with a numeric didactic system Numicon. We clearly demonstrate how the learning numberal concepts, learning basic arithmetic operations and work with patterns take place.We iIntroduce the basic theoretical frameworks that enable the success of this method of teaching mathematics. It is a gradual transition from concreteness to abstraknosti, multi-sensory approach, the development of mathematical thinking and promoting mental images. Two years' experience confirms the effectiveness and efficiency of such a way of working.

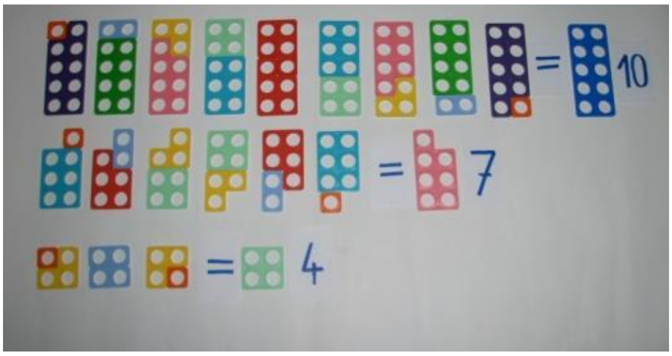
Key words: numeric concepts, conceptual image, computing, mathematical thinking, Numicon

Uvod

V prispevku želimo predstaviti poučevanje številskih konceptov, osnovnih računskih operacij in delo z vzorci s konceptualnimi podobami (Atkinson, Tacon, Wing, 2010). Konceptualne podobe, ki sta jih leta 1981 uvedla Tall in Vinner[26], predstavljajo nebesedno predstavo v našem umu s konkretnim konceptualnim imenom. Konceptualne podobe nastajajo s konkretnimi izkušnjami in vtisi. Te konceptualne

[26] http://en.wikipedia.org/wiki/Concept_image_and_concept_definition

podobe omogočajo otrokom, da rešujejo (matematične) probleme. To reševanje ne poteka tako kot pri »odrasli logiki«, je pa vseeno učinkovito in uspešno. Ker konceptualne podobe temeljijo na izkušnjah in vtisih, potrebujemo za ta način poučevanja in učenja matematike konkretne materiale. Ko se otroci ukvarjajo s temi materiali, pridobivajo konkretne izkušnje in vtise.
Pri tem sledimo tudi veččutnemu pristopu. Ta omogoča, da otroci vidijo, začutijo, slišijo, rečejo in pokažejo stvari, pojme, rezultate. Ob tem sledimo tudi načelu Marie Montessori, ki pravi: »Roke so instrument človekove inteligence.«[27]. Ali kot pravi Montessori (2009) na drugem mestu: »Naše izkušnje govorijo, kako zelo pomembna je vloga, ki jo pri izgradnji otrokovega uma igra okolje.« Tega se še posebej zavedajo vsi tisti, ki učijo otroke s posebnimi potrebami in tiste z učnimi težavami pri matematiki. Med njimi niso redki, ki k uram v kovčkih tovorijo didaktične materiale ali pa imajo kabinet, podoben dobro založeni delavnici. S tem le sledijo nekaterim temeljnim didaktičnim načelom: načelu nazornosti, zavestne aktivnosti, individualnosti, trajnost znanja, ekonomičnost pouka.



Slika 1: Ena od konceptualnih podob

Pri učenju številskih konceptov je pomembno, da otroci vidijo odnose med števili (Atkinson, Tacon, Wing, 2010). Najbolj nazorno se te povezave vidijo pri manipulacijah s konkretnimi materiali, ko otroci povezave dobesedno ustvarjajo. Te predstavljene povezave so konkretne izkušnje, ki se shranijo kot konceptualne podobe. Na sliki 1 je primer konceptualne podobe, ki predstavlja vse možnosti, kako lahko določeno število sestavimo kot vsoto dveh drugih števil. Do te konceptualne podobe pridejo otroci s konkretno izkušnjo, ko s kombinacijo dveh Numiconovih oblik sestavijo npr. število 10. Ko otroci to nalogo večkrat ponovijo, se ta podoba vtisne v njihov spomin. V nadaljevanju jim pomaga pri npr. seštevanju, odštevanju, prehodu preko desetice.
Z razvojem matematičnega razmišljanja moramo začeti takoj, ko začnemo poučevati matematiko. Ključni elementi matematičnega razmišljanja so: logičnost, sistematičnost, posploševanje in uporaba abstraktnih matematičnih idej v realnih situacijah (Atkinson, Tacon, Wing, 2010). Če govorimo o logičnosti, ne gre za logičnost na odrasel način. To pa ne pomeni, da z otroci s svojo logiko ne zmorejo reševati zahtevnih matematičnih problemov. Otroci, ki določenih operacij še niso osvojili, pa rešijo te probleme na svoj način, s svojo logiko in to s pomočjo nekih minulih izkušenj in ustvarjenih povezav med števili. Otrokom moramo pokazati, da je njihov način razmišljanja za nas pomemben, sprejet in spoštovan.

[27] http://www.okemosschools.net/education/components/scrapbook/default.php?sectiondetailid=9823.

Čeprav začenjamo učenje številskih konceptov s konkretnimi materiali, je pomembno da postopoma prehajamo k vedno bolj abstraktnim konceptom in opogumljamo otrokovo miselno predstavo.
V prispevku predstavljamo delo s konkretnimi didaktičnimi materiali pri pouku matematike v prvem triletju in pri učenju učencev višjih razredov, ki imajo učne težave pri matematiki. Poudariti želimo pomen in učinkovitost dela s konkretnimi materiali, ki omogočajo veliko konkretnost in tudi postopno prehajanje v vse večjo abstraktnost. Po drugi strani, ob začetnih konkretnih izkušnjah, poudarjamo tudi razvoj miselnih predstav, kar vodi v postopno opuščanje dela s konkretnimi materiali.

Številski didaktični sistem Numicon – osnovni opis in konkretna uporaba v šoli

V nadaljevanju bomo opisali konkretni didaktični material in izkušnje pri njegovi uporabi v prvem in drugem razredu osnovne šole in pri starejših učencih, ki imajo pri matematiki učne težave.

Opis didaktičnega materiala

Didaktični sistem Numicon je sestavljen iz različnih barvih elementov. Vsako sodo ali liho število je predstavljeno s svojo obliko in barvo. Drugi element so Numicon čepki. Predstavljajo posamezne elemente in hkrati povezujejo oblike. Plošča omogoča prekrivanje z oblikami in je hkrati dobra opora za različne dejavnosti. Različne oblike številskih premic so korak v abstrakcijo. Elemente igre vnašajo kocke s števili, vrtavke in tudi tehtnica.

Slika 2: Numicon oblike, čepki in plošča


Slika 3: Čepki predstavljajo posamezne elemente in so vezni člen

Možnosti, ki jih ponuja Numicon pri učenju matematike

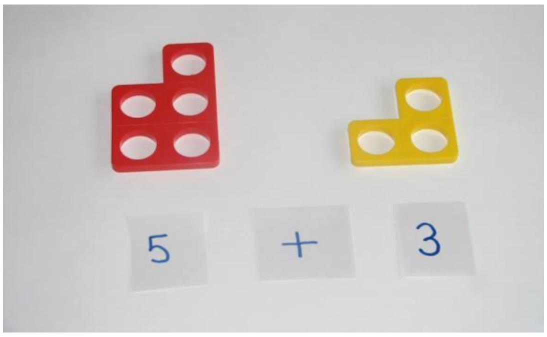
- Omogoča poglobljeno učenje številskih konceptov in osnovnih računskih operacij (seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje).
- Ponuja veliko možnosti za igre, ki v sebi zopet skrivajo učne priložnosti in so hkrati motivacija za učenje in element za sprostitev.
- Omogoča delo na različnih nivojih znanja.
- Elementi so zelo kompaktni in otroci jih zlahka primejo ter z njimi manipulirajo. Brez težav jih uporabljajo tudi otroci z manjšimi gibalnimi težavami.
- Materiali so lepi in nagovarjajo tudi čut za lepoto otrok.
- Primeren je tako za vodeno učenje, individualno delo in eksperimentiranje s števili.
- Numicon lahko sorazmerno hitro uvedemo - z igro.
- Numicon razvija sposobnost računanja brez uporabe prstov in sposobnost štetja brez dejanskega štetja posameznih elementov.
- Zelo nazorno je razlikovanje med sodimi in lihimi števili.

Praktično delo z Numiconom – izkušnje iz prakse

Individualno delo s hčerko z zmerno motnjo v duševnem razvoju

Z Numiconom sva se najprej igrali in učili s hčerko doma. Oblike je imela doma in se z njimi neusmerjeno igrala na različne načine. Jemala jih je iz škatle, jih razvrščala po barvi, iz njih delala figure. Predvsem pa je zelo rada v luknjice vtikala prste, vanje polagala barvne čepke ali skoznje napeljevala vrvico. Pogosto sem ji dala na razpolago tudi Numicon ploščo, da jo je po svoje zapolnila z oblikami ali pa sem nanjo položila še vzorec, ki ji je narekoval, kam mora postaviti določene oblike.
● Razvrščali sva oblike po barvi. Vsako barvo – številko na svoj kupček. Naloga je postala bolj zapletena že samo s tem, da oblik hči ni več dajala zgolj na kup, ampak jih je morala polagati eno na drugo. Pri tej nalogi je imela nekaj težav z oblikami lihih števil. S poskusi in napakami jih je obrnila tako, da so druga drugo ustrezno prekrivale. Presenečena sem bila, da so imeli, ob prvem stiku z oblikami, tovrstne težave tudi učenci v prvem razredu. Predvsem tisti, pri katerih se je kasneje izkazalo, da imajo slabše prostorske in tudi številske predstave. Konkretna težava z oblikami

lihih števil izhaja verjetno iz slabših prostorskih predstav, ki so delno tudi razvojno pogojene.
● Razvrščanju in prekrivanju sva dodali štetje in preštevanje. Pri tem so nama zelo prav prišli čepki, ki se prilegajo luknjicam v oblikah. Pri otrocih, ki imajo s preštevanjem težave, se rado zgodi, da izrekanje števil prehiteva ali pa zaostaja za sledenjem preštevanih predmetov z očmi in/ali gibu (kazanju s prstom na predmete, ko jih prešteva). Tako prihaja do napak pri preštevanju. Postavljanje čepkov v luknjice otroka prisili, da oko sledi gibu, kar pomaga pri natančnosti pri štetju in preštevanju, hkrati pa razvija tudi fino motoriko.
● Z oblikami sva se učili tudi seštevati in odštevati v obsegu do deset.



Slika 4: Seštevanje z Numicon oblikami

Ko je videla zapisana seštevanca, je, zaradi zgoraj opisane vaje, že brez napak izbrala ustrezni obliki. Nekaj vaje je potrebovala, da je obliki, ko je šlo za vsoto dveh lihih števil ali sodega in lihega števila, združila v ustrezni smeri. Pri računanju vsote nisem dovolila, da je preštevala luknjice, ampak je morala na združeni obliki najprej položiti tretjo - tisto, ki obe ustrezno prekriva. Pri tem je imela nekaj težav in je sprva izbirala oblike s poskusi in napakami. Ko je našla ustrezno obliko, se je s pomočjo barve običajno spomnila, za katero število gre, vseeno pa sva luknjice nato še prešteli, ampak šele potem, ko je našla ustrezno obliko in z njo prekrila združeni spodnji dve. Tu je bil opazen, saj je bilo poskusov in napak pri izbiri oblike, ki pomeni vsoto, vedno manj; pri vsoti do pet pa se ji je že tudi zgodilo, da oblik niti ni več potrebovala.

Primer: 3 + 5 = 8
1. korak: Pogledam prvi seštevanec in vzamem ustrezno obliko 3 (rumena).
2. korak: Pogledam drugi seštevanec in vzamem ustrezno obliko 5 (rdeča).
3. korak: Združim obliki.
4. korak: Pogledam združeni obliki in poiščem tisto, ki ju bo natanko prekrila.
5. korak: Prekrijem združeni rumeno in rdečo obliko. Če se ujemajo, lahko preštejem luknjice in določim rezultat. Prava je temno zelena oblika. To je osem.
6. korak: Zapišem rezultat.

Ko je prvi seštevanec liho število in drugi sodo, poteka seštevanje do 10 brez težav. Obliko, s katero vsoto prekrijejo, morajo le drugače obrniti. Na omejitev pa naletijo pri prehodu preko 10. Takrat morajo uporabiti komutativnost ali pa odčitati od leve proti desni najprej enice in šele potem desetice.

Opazila sem, da je hči pri preštevanju tudi v drugih situacijah naredila precej manj napak in da si je tudi takrat, ko ni imela na razpolago oblik, znala učinkoviteje pomagati s prsti. Izkušnje, ki sem jih pridobila pri delu s hčerko, sem uporabila tudi pri delu s svojimi učenci.

Delo z Numiconom v prvem in drugem razredu osnovne šole

● Obravnavanje števil do 10

Numicon oblike so spoznavali sproti, ko so usvajali števila. Vsa števila do 10 so obravnavali po enakem postopku. S sodelavko vzgojiteljico sva otrokom pripravili obravnavano število različnih predmetov. Otroci so jih preštevali in imenovali število (npr.: tri žoge, trije avtomobilčki, tri krede…). Nato je vsak otrok dobil v roke NUMICON čepke. Vztrajali sva pri tem, da so pri preštevanju, čepke tudi premaknili, nanje niso zgolj pokazali s prstom. Nato so si sami poiskat obliko, ki je ustrezala številu. Spremljali sva delo otrok in opazili, kako velike razlike so med njimi.

V zvezku so obrisali NUMICON obliko in vrisali luknjice obravnavane številke, jo pobarvali z enako barvo kot je oblika. Poleg oblike so narisali ustrezno število poljubnih predmetov. Nato so prevlekli s kredo že zapisano številko na tabli ter z barvicami učiteljičino, s svinčnikom že zapisano številko v zvezku, ter nadaljevali z vajo v zapisu številke v dogovorjeni smeri in obliki.
V prvem razredu del vsakdanjega pouka poteka po kotičkih. Vzgojiteljici, s katero sva delali skupaj, sem zelo hvaležna, da mi je predstavila tovrsten način dela. V vsakem kotičku je naloga oz. delo, povezano z obravnavano učno vsebino, ki ga/jo mora otrok opraviti. Tovrsten način dela omogoči otroku, da tempo dela prilagodi svojim zmožnostim, lahko je bolj aktiven in večja je možnost notranje diferenciacije in individualizacije pouka; hkrati pa je vpogled v aktivnost posameznega otroka in njegov način dela, večji. Otrok konča delo, ko obišče vse kotičke oz. tiste, ki so mu določeni. V matematičnem kotičku je bil pogosto tudi Numicon. V njem so bile naloge kot npr.:
● odtiskovanje oblike v pesek, plastelin,
● izdelovanje figur,
● urejanje oblik od najmanjše do največje in obratno,
● prekrivanje bele plošče (poljubno ali pa že pripravimo točno določene oblike, kar je težje).

Slika 5: Prekrivanje plošče

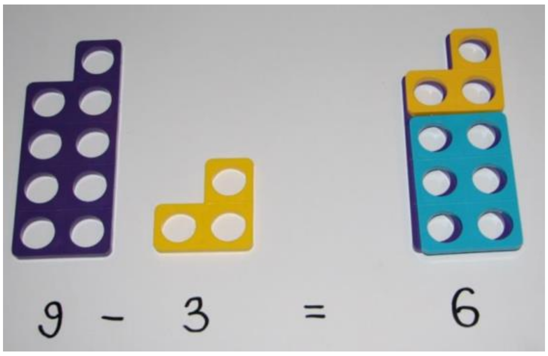
● Igra v paru ali v skupini:

Vsak otrok ima svojo belo ploščo. Mečeta kocko ali žrebata številke. Zmaga tisti, ki prvi prekrije ploščo. Pri tej igri so otroci sprva brez posebne strategije polagali oblike na veliko belo ploščo. Ko so ugotovili, da jim na koncu ostaja le ena vrsta, ki jo lahko prekrijejo le z enkami ali dvojkami, so bili pri polaganju oblik bolj strateško naravnani, kar je prav tako pripomoglo k razvijanju prostorske predstavljivosti in številskih predstav. Igro lahko še otežimo tako, da otrok vrže dve kocki hkrati, izbere pa le eno obliko in pri tem sešteva, ne da bi se tega sploh zavedal. Sprva so oblike izbrali tako, da so preštevali pike na kockah, kasneje pa so to fazo že preskočili in hitro, brez preštevanja, izbrali ustrezno obliko, kar pomeni seštevanje brez uporabe ponazoril. Učitelj lahko le kratek čas opazuje otroke pri tej igri in ugotovi, kako dobre so otrokove številske predstave in kako spreten je v računanju. To isto igro lahko sprva ponudimo spretnejšim učencem, tudi pri dodatnem pouku, kasneje pa je primerna za otroke, ki imajo pri seštevanju še težave.

● Računanje v obsegu do 10

Seštevati in odštevati so se - s pomočjo oblik - učili po enakem postopku kot je opisan pri delu s hčerjo. Včasih so, pri enakostih namesto števil, pobarvali kvadratke z barvami, ki so se ujemale z barvami oblik. Otrok rezultata ni napisal s številko, ampak je kvadratek v zvezku pobarval z ustrezno barvo oblike. To jih je zelo zabavalo in motiviralo za delo.

 + =  (3 + 4 = 7)



Slika 6: Odštevanje

Numicon je bil posebej učinkovit pri iskanju neznanega števila v dani enakosti. S polaganjem oblik eno na drugo, so konkretno videli in zato lažje razumeli enakosti z neznanim številom. To je veljalo tako za seštevanja kot tudi odštevanje. Oblike sem uporabila pri frontalni razlagi, podkrepljeni z demonstracijo, nato pa je vsak otrok dobil svojo enakost in je moral problem ubesediti ter prikazati z oblikami.

Primer: 2 + ___ = 6 ali ___ + 2 = 6 → Dve že imam. Če želim prekriti šest, potrebujem štiri.

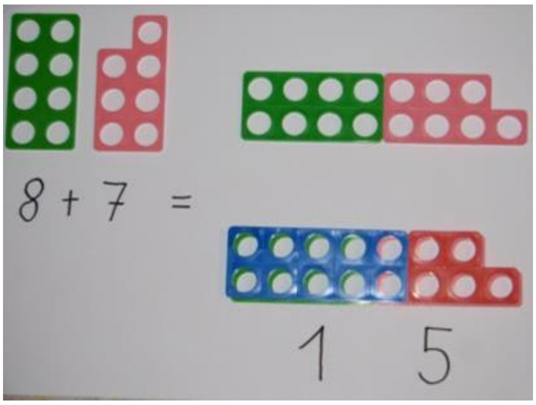
8 – ___ = 3 → Imam osem lukenj, če želim, da mi bodo ostale samo še tri, jih moram 5 zamašiti s čepki.

___ – 5 = 3 → Imel sem obliko, ki sem jo zamenjal tako, da sem pet lahko podaril, tri pa je ostala meni. Katero obliko sem imel prej? Otroci lahko tovrstne uganke zastavljajo drug drugemu in odgovor tudi preverijo s prekrivanjem oblik. Reševanje ugank jih motivira in možnost samokontrole je velika. Pomembno je, da otroci sami uporabljajo oblike in da svojo ponazoritev tudi ubesedijo. Na ta način tudi preverimo, ali so postopek iskanja neznanega števila v dani enakosti (zasnova enačb) zares usvojili.

Slika 7: Enakost, neenakost in enačbe lahko ponazorimo s tehtnico

Sprva sem pri računanju uporabo oblik zahtevala, ker sem želela, da imajo otroci številske predstave dobro usvojene in da njihovo seštevanje in odštevanje ne temelji zgolj na preštevanju. V kasnejši fazi sem oblike zgolj ponudila in vsi jih niso enako hitro opustili. Pri vseh pa je bil očiten napredek pri hitrosti računanja in manjšem številu napak pri računanju.

● **Računanje s prehodom čez desetico**



Slika 8: Seštevanje s prehodom preko 10

V prvem koraku so posamezna števila dopolnjevali do desetice tako, da so na desetico položili drugo obliko in ugotavljali, koliko še manjka do 10.
Nato so, po enakem postopku kot do 10, združevali dve obliki – dva seštevanca. Poleg so položili desetico, opazovali oblike in svoja opažanja ubesedili.
Primer: 7 + 5 = 12
Koliko lukenj manjka sedmici, da bo enakovredna desetici? Tri luknje.
Kje te luknje lahko dobi? Pri petici.
Če bo petica svoje tri luknje posodila sedmici, koliko jih ji bo potem ostalo? Dve.
Šele, ko so naredili veliko tovrstnih primerov, pri čemer še enkrat poudarjam, da otroci z oblikami delajo sami, ne le opazujejo učitelja, so zapisali enakost kot je npr.:

$7 + 5 = \underbrace{7 + 3} + 2 = 10 + 2 = 12$

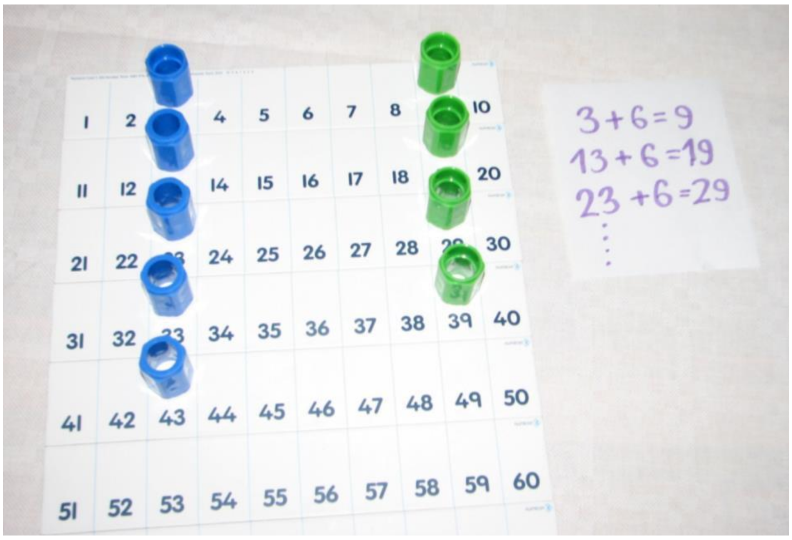
V nasprotju z izkušnjami v preteklosti, so otroci vmesno stopnjo opustili hitreje. Kot je bilo že rečeno, pa vsota lihega in sodega števila zahteva zamenjavo členov ali branje enic in desetic od leve proti desni.

Tudi odštevanja smo se lotili z nastavljanjem in opazovanjem oblik.
Primer: 12 - 5 = 7
Koliko moramo najprej odšteti od 12, da dobimo 10? Dve.
Koliko lukenj prekriva še desetico? Tri.
Koliko lukenj ostane? Sedem.
12 – 5 = 12 – 2 – 3 = 10 – 3 = 7

Ker imajo otroci ves čas oblike pred sabo in ubesedijo, kar opažajo, postane računanje s prehodom, tudi tistim otrokom, ki imajo pri matematiki učne težave bistveno lažje, predvsem pa razumljivo.
Naj poudarim, da se pri računanju nikoli nismo posluževali številskega traku. Sem pa otrokom dopustila, da so sami opustili oblike, ko so to želeli. Tu pa so se pokazale razlike med otroki. Tisti najbolj spretni jih že takoj po demonstraciji niso več potrebovali, nekateri so jih opustili kasneje; ravno tako vmesni korak pri računanju na simbolni ravni.

Usvajanje števil do 100

Pri usvajanju števil do 100 učenci niso nastavili vseh števil, saj so bili nekoliko omejeni tudi pri količini oblik, ki so jih imeli na razpolago. Že pri usvajanju števil do 20, so otroci razumeli koncept in zato s števili do 100 niso imeli veliko dela. Števila so se morali naučiti brati in zapisovati. Malo jih je begalo, ker pri branju najprej izgovorimo enice nato desetice, zapisujemo pa jih ravno obratno. Stotičnega kvadrata skorajda nismo uporabljali. Pokazala sem jim ga. Opazovali smo, katera števila so skupaj v vrsti in v katera v stolpcu, kaj ostaja enako, kaj se spreminja, nisem pa jim dovolila, da z njim računajo.
Stotični kvadrat pri računanju do 100 pomaga pri posploševanju. Otroci vidijo, da lahko iz ene vsote (npr.: 3 + 6 = 9) sklepajo na ostale vsote (13 + 6 = 19, 23 + 9 = 29 …). Če poznajo eno vsoto, s posplošitvijo poznajo 9 drugih vsot.



Slika 9: Uporaba stotičnega kvadrata in čepkov pri posploševanju

Računanje do 100

»Učiteljica, pa saj mi to že znamo! To je čisto lahko.« se je glasil odgovor, ko so se postopoma učili seštevanja in odštevanja v obsegu do 100. Ni bilo za vse enako lahko, vsekakor pa je bilo lažje kot bi bilo brez oblik. Otroci so sami prišli do ugotovitve, da si pri seštevanju in odštevanju desetic pomagajo s seštevanjem in odštevanjem enic (50 + 20 → 5 + 2), da pri računu, kjer je večje število desetic ni težje, če seštevaš in odštevaš le enice, da je tudi pri računanju s prehodom postopek podoben. Bistveno se mi je zdelo, da so si otroci oblike znali priklicati tudi v mislih, s tem pa tudi številsko predstavo. Tudi pri računanju do 100 smo si najprej pomagali z oblikami, potrebno pa je bilo narediti precej manj konkretnih primerov, hitreje smo lahko prešli na grafični in nato na simbolni nivo računanja.

Zaključek

Lastne izkušnje kažejo, da je Numicon lahko odličen pripomoček za učenje matematike. Števila dobijo svojo barvo in obliko in ključno je, da se jih lahko primemo v roke. Res je, da lahko stolpce naredimo tudi iz kock, ter jih združujemo in razdvajamo. Samo v tem primeru bodo otroci spet šteli in preštevali. Štetje in preštevanje je zelo pomembno, ne smemo pa se pri tem ustaviti. Otroci morajo razviti številsko predstavo, to pa jim Numicon ponuja. Z Numiconom matematika postane lažje razumljiva, je oreh, ki se ga da streti in se pri tem tudi zabavati. Učitelje, ki bodo delali z njim, spodbujamo, da ga otrokom ponudijo že na samem začetku in naj ga pri učenju matematike ves čas uporabljajo. Naj jim ne bo žal časa, ko se otroci igrajo z oblikami. Naj se zelo posvetijo prvi desetici, ki je ključna.
Nekaj slabosti se kaže pri določenih kombinacijah seštevanja, predvsem pri prehodu čez 10, ko je prvi element liho in drugi sodo število, kot smo že predhodno zapisali. Omejitev je tudi pri tem, da je ta didaktični pripomoček uspešen, če ga otroci redno uporabljajo. Le z redno uporabo usvojijo posamezne oblike - in to je predpogoj za uspešno delo. Z občasno in redko uporabo lahko sicer predstavimo določene matematične elemente, učinkovitost pa je veliko slabša, kot če s pripomočkom redno delamo.

Viri:

1. Atkinson, R., Tacon, R., Wing, T., 2010: Numicon Kit 2. Teaching Guide, Oxford University Press, Oxford.
2. Atkinson, R., Tacon, R., Wing, T., Elliott, S., 2010: Closung the Gap with Numicon, Oxford University Press, Oxford.
3. Moontessori, M., 2009: Skrivnost otroštva. Uršulinski zavod za vzgojo, izobraževanje in kulturo, Ljubljana.

SEŠTEVANJE IN ODŠTEVANJE S PREHODOM ČEZ DESETICO

Addition and subtraction by bridging through ten

Mojca Stergar

mojca.stergar@gmail.com

Osnovna šola Dekani

Povzetek

Matematika nas v življenju spremlja praktično na vsakem koraku, predvsem pa v času našega šolanja. Lahko bi celo rekli, da je eden ključnih predmetov v osnovni šoli, saj ima, kot pravi posodobljeni Učni načrt (2011), številne izobraževalno-informativne, funkcionalno-formativne in vzgojne naloge.
V šolskem letu 2011/2012 se je pričelo sistematično uvajanje posodobljenih učnih načrtov v osnovno šolo. Učni načrti v posamezne razrede prinašajo kar nekaj novosti. Veliko učiteljev je, ob uvedbi posodobljenih učnih načrtov, izrazilo dvom o umestnosti uvrstitve učne vsebine seštevanje in odštevanje do 20 s prehodom čez desetico v učni načrt prvega razreda. V prispevku želimo razjasniti umestnost odločitve kurikularne komisije in ugotoviti, ali imajo učenci težave pri usvajanju omenjene učne vsebine. V ta namen smo spremljali pouk v dveh oddelkih prvega razreda, kjer smo želeli ugotoviti, ali so spremembe, ki jih je posodobljeni učni načrt prinesel v prvi razred, smotrne.

Ključne besede: seštevanje in odštevanje s prehodom preko desetice, števila do 20, konkretni pripomočki, učni načrt

Abstract

Math actually follows us at every turn, especially during our education time. We could even say that it is one of the key subjects in elementary school, because it has, as stated in the updated Curriculum (2011), numerous educational-informative and functional-formative tasks.
In the school year 2011/2012 the systematic introduction of the updated curricula in elementary schools has started. The new curricula bring a lot of innovations into individual grades. With the introduction of the updated curricula, many teachers have doubted the relevance of collocating addition and subtraction to 20 by bridging through ten into the first grade curriculum. In this article we would like to explain the relevance of the curriculum committee’s decision and find out if students have difficulties with the acquisition of the new teaching contents. Therefore we monitored lessons in two classes of the first grade aiming to determine whether the changes that were introduced into the first grade with the updated curriculum, i.e. addition and subtraction by bridging through ten, are reasonable.

Keywords: addition and subtraction bridging tens units, numbers up to 20, concrete manipulatives, curriculum

Uvod

Matematika je v osnovni šoli temeljni predmet. Pri pouku matematike učenci razvijajo osnovno matematično kompetenco, to je sposobnost uporabe matematičnega načina razmišljanja pri reševanju najrazličnejših matematičnih problemov in problemov iz vsakdanjega življenja (Učni načrt, 2011). Kot pravi Učni načrt (2011), matematična kompetenca vključuje matematično mišljenje, matematično pismenost in poudarja pomen matematike v vsakdanjem življenju.

Za konstrukcijo matematičnega znanja sta bistvenega pomena razvoj miselnih predstav ter razumevanje matematičnih pojmov in dejstev (Žakelj, 2001). Za transfer znanja je nujno razumevanje pojmov (prav tam).

Učenci pri matematiki usvojijo osnovna znanja, ki jih med izobraževanjem še poglobijo in nadgradijo. Kot pravi Piaget (Labinowicz, 1989), se otrokovo razumevanje bolj razvija, če ima v okolju več izkušenj s predmeti, ki ga obdajajo. Piaget pravi, da je potrebno, pred uporabo simbolne ravni - učencem ponuditi dovolj konkretnih izkušenj. Ponuditi mu je torej treba predmete oziroma didaktična ponazorila, ki so mu blizu, in mu omogočiti interakcijo z vrstniki, saj različne perspektive pripomorejo h konstrukciji znanja in izgradnji pojmov. Na tak način bo, pri pouku kot pravi Marentič Požarnikova (2000), prišlo ne le do transmisije znanja, pač pa do žive transakcije in transformacije, katerih rezultat bo trajnost znanj. Poudariti velja tudi dejstvo, da ni nujno, da bodo učenci uspeli razumeti povezavo med računanjem s konkretnim materialom in računanjem z matematičnimi simboli (Ojose, 2008).

V prvem razredu je ena izmed ključnih vsebin seštevanje in odštevanje do 20, s prehodom čez desetico. Učenci se v prvem razredu naučijo računati na dva načina: na kratek (s štetjem oziroma preštevanjem) in na dolg (s strategijo dopolnjevanja do desetice). Ko se je s šolskim letom 2011/2012 omenjena vsebina prenesla v obravnavo iz drugega razreda v prvi, smo o umestnosti te odločitve lahko slišali val nasprotujočih si mnenj.

Posodobitve učnega načrta pri matematiki za 1. razred

Posodobljeni učni načrt pravi, da je v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju poudarek predvsem na izgradnji številskih predstav, ki naj bo, v prvi fazi, predvsem na konkretni ravni. Učencem je torej potrebno nuditi primerne konkretne materiale, didaktična sredstva in ponazorila. Učni načrt opozarja, da ni dovolj, da je material, s katerim operiramo pri oblikovanju pojma število, le slikovni, saj ta učencem ni dovolj blizu s kognitivnega stališča. Učiti se je treba z igro, opazovanjem in izkušenjskim učenjem (Učni načrt, 2011).

Učenci po posodobitvah, uveljavljenih v šolskem letu 2011/2012, v prvem razredu seštevajo in odštevajo do 20, s prehodom čez desetico s pomočjo konkretnih predmetov. V didaktičnih usmeritvah za prvi razred je posebej poudarjeno dejstvo, da se učenci matematike učijo s konkretnimi materiali (prsti, palčke, testenine …), nato z govorjenjem ter šele nato s slikovnim in nazadnje – na simbolni ravni.

Ravno tako učni načrt v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju poudarja, da:

- je izjemnega pomena konkretno ponazarjanje števil, denimo z link kockami,
- moramo poudarjati desetiški zapis,
- šele v zaključni fazi preidemo na številski trak in stotični kvadrat (2. razred).

S šolskim letom 2011/2012 so v slovenskih šolah pričeli uvajati posodobljene učne načrte. Uvedli so jih v prvem, četrtem in sedmem razredu. Nekateri učitelji z uvedbo posodobitev niso bili zadovoljni, saj so menili, da bi se morali na posodobitve dobro pripraviti in jih v ta namen za eno leto odložiti. Posebej veliko pripomb učiteljev je bilo usmerjenih v obravnavo učne vsebine seštevanje in odštevanje do 20, s prehodom čez desetico (ob konkretnih pripomočkih), ki se je s tem šolskim letom premaknila iz 2. v 1. razred. Učitelji so menili, da je omenjena vsebina zelo zahtevna, morda celo prezahtevna za obravnavo v 1. razredu.

Raziskava

Cilji raziskave
Namen raziskave je bil ugotoviti, ali so spremembe, ki jih je posodobljen učni načrt prinesel v prvi razred, konkretno seštevanje in odštevanje s prehodom čez desetico, smotrne. Veliko učiteljev je bilo namreč skeptičnih do prenosa te vsebine v prvi razred.
Zato smo spremljali pouk v dveh oddelkih prvega razreda. Zanimalo nas je:

- kako učitelji vpeljejo seštevanje in odštevanje do 20, s prehodom čez desetico,
- ali ima učiteljev didaktični pristop vpliv na kakovostnejše usvajanje snovi,
- ali bodo imeli učenci, ki so bolje usvojili seštevanje in odštevanje do 20 brez prehoda, manj težav tudi s seštevanjem in odštevanjem do 20, s prehodom čez desetico,
- ali sta starost učencev in razumevanje obravnavane tematike med seboj povezani, saj imajo nekateri učenci že dopolnjenih sedem let, drugi pa še ne.

Osnovna raziskovalna metoda in raziskovalni pristop
V raziskavi je bila uporabljena kvalitativna raziskovalna metoda, strukturirano opazovanje, pri kateri raziskovalec vnaprej določi, kaj in kako bo opazoval ter kako si bo svoja opažanja beležil (Sagadin 1998, str. 347, Sarantakos 2005, str. 222; v: Vogrinc, 2008). Pri opazovanju smo si pomagali s ček listami.

Vzorec
Opazovali smo dva oddelka 1. razreda ene izmed obalnih osnovnih šol. V vsakem oddelku je bilo 14 učencev.

Potek raziskave in zbiranje podatkov
Raziskava je potekala tri tedne, junija, v šolskem letu 2011/2012. Sestavljena je bila iz štirih faz.

1. faza	Preverjanje predznanja (seštevanje in odštevanje do 20, brez prehoda čez desetico).
2. faza	Opazovanje obravnave seštevanja do 20, s prehodom čez desetico (a) oddelek).
3. faza	Opazovanje obravnave odštevanja do 20 s prehodom čez desetico (b) oddelek).
4. faza	Preverjanje znanja (seštevanje in odštevanje do 20, s prehodom čez desetico).

Preglednica 1: Prikaz poteka raziskave.

Preverjanji znanja (začetnega in končnega) za raziskavo smo izdelali sami. Preverjanje predznanja je vsebovalo devet nalog, od tega:

- nalogo številskih izrazov seštevanja in odštevanja do 20, vključno s številom 0, brez prehoda,
- dve nalogi, kjer so morali učenci, s pomočjo slikovnega materiala zapisati ustrezen številski izraz in ga izračunati,

- dve nalogi primerjanja števila posameznih predmetov po velikosti (ena naloga na slikovnem, druga na simbolni ravni),
- nalogo določanja predhodnika in naslednika danega števila,
- dve nalogi določanja manjkajočega člena v enačbi (ena naloga na slikovni, druga na simbolni ravni), čeprav učni načrt za prvi razred enakosti z neznanim členom ne predvideva,
- nalogo primerjanja števil po velikosti in njihovega razvrščanja - od največjega do najmanjšega.

Preverjanje predznanja je bilo sestavljeno iz dveh delov, in sicer iz glavnega dela, ki je vseboval štiri naloge, in štirih dodatnih nalog. Preverjanje znanja smo zasnovali v dveh delih, po nasvetu učiteljic, ki sta menili, da bi šibkejše učence dodatne naloge, s tem pa tudi obseg preverjanja, že na začetku ure, zmotile. Tako so učenci na začetku ure dobili prvi del nalog. Ko so jih rešili, smo jim razdelili še dodatne naloge. Na listu z dodatnimi nalogami sta bili zadnji dve nalogi podobni dvema nalogama iz preverjanja predznanja, pri katerih so imeli učenci največ težav. Ponovno smo ju uvrstili v preverjanje znanja pod dodatne naloge, saj nas je zanimalo, ali so učenci v treh tednih preteklo znanje utrdili.
Preverjanje znanja je vsebovalo:

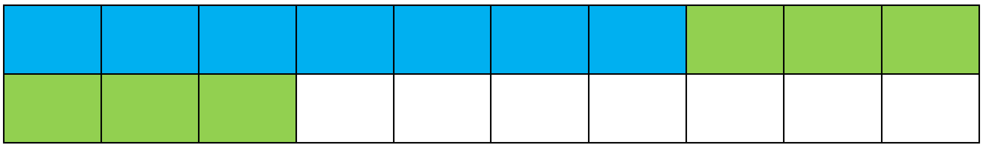
- nalogo seštevanja in odštevanja v množici naravnih števil do 20, kjer so učenci izračunali vrednost številskega izraza na dva načina, dolgega in kratkega (prehod: ob konkretnih pripomočkih s štetjem čez desetico),
- dve nalogi, pri katerih učenci s pomočjo slikovnega gradiva zapišejo in izračunajo vrednost številskega izraza na krajši in daljši način,
- nalogo seštevanja in odštevanja do 20 s prehodom, vključno s številom 0, kjer je bilo potrebno izračunati vrednosti številskih izrazov (prehod: ob konkretnih pripomočkih s štetjem čez desetico).

Didaktična uresničitev

Učenci 1. razreda računajo do 20, ob konkretnih ponazorilih. Učiteljici sta učence naučili dva načina računanja do 20. Prvi način je način računanja na kratko (s štetjem oziroma preštevanjem). Učenci so na kratek način v A oddelku računali s pomočjo številskega traku, učenci B oddelka pa so računali na prste in z barvanjem mreže. Računali so tako, da so prvemu številu prišteli drugo in zapisali rezultat.
Drugi način računanja je računanje na dolg način, z dopolnjevanjem do desetice. Pri tem načinu učenci najprej pogledajo, koliko manjka od prvega seštevanca ali zmanjševanca do desetice, in nato prištejejo ali odštejejo še preostanek. Učenci A oddelka so za ta način računanja uporabljali didaktični pripomoček »trgovino« (mrežo z dvakrat po desetimi vrsticami), v katero so postavljali link kocke. Učenci B oddelka so na začetku uporabljali didaktični pripomoček »trgovino«, nato pa so prešli na slikovni nivo mreže, v kateri so barvali kvadratke. Učenci B oddelka so konkretne pripomočke uporabljali krajši čas kot učenci A oddelka.
Učencem predstavlja dolgi način reševanja velik problem, saj je zanje preabstrakten. Zavedati se moramo, da so učenci te starosti na stopnji konkretnih operacij in da se jim razcepljanje števil, ki je nujno, če želimo seštevati ali odštevati, s prehodom čez desetico, z dopolnjevanjem do desetice, ne zdi logično. Učencem je kratek način računanja logičen in popolnoma razumljiv, zato se nam način seštevanja in odštevanja, s prehodom čez desetico dopolnjevanjem do desetice ne zdi primeren za obravnavo v prvem razredu.

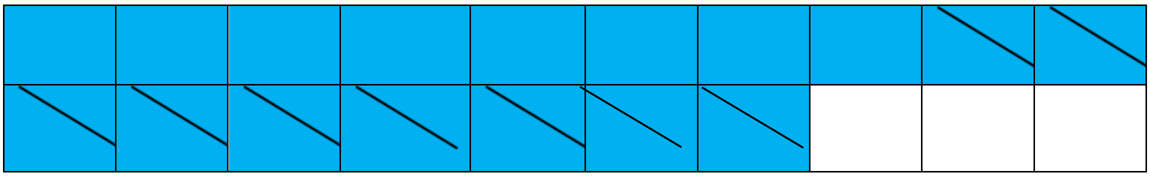
$7 + 6 = 13$

$7 + 6 = 7 + \underline{3 + 3} = 13$



$17 – 9 = 8$

$17 – 9 = 17 \underline{– 7 – 2} = 8$



Rezultati in interpretacija

Rezultati preverjanja predznanja

Naloga	Odstotek pravilnih odgovorov	
	Oddelek A	**Oddelek B**
1.	88 %	97 %
2.	100 %	100 %
3.	75 %	100 %
4.	73 %	93 %
5.	81 %	85 %
6.	94 %	100 %
7.	83 %	54 %
8.	74 %	77 %
9.	83 %	86 %

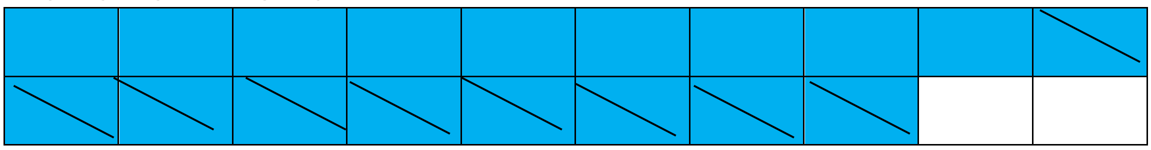
Preglednica 2: Odstotek pravilno rešenih nalog po oddelkih, pri preverjanju predznanja.

Preverjanje predznanja je v oddelku A reševalo 12, v oddelku B pa 14 učencev.
Največ težav je učencem povzročala sedma naloga. V A oddelku sta dva učenca zgrešila oba primera določevanja manjkajočega člena v enačbi s pomočjo slikovnega materiala). Učenca kljub pomoči učiteljice nista razumela naloge. Učenci B oddelka so imeli z nalogo ogromno težav. Le dobra polovica učencev je nalogo rešila pravilno. Učenci, ki so se motili, so običajno vse narisane predmete sešteli v prazno okence.
Pri osmi nalogi so imeli učenci A oddelka večinoma pravilno rešene najmanj štiri primere od šestih. En učenec ni rešil niti enega primera pravilno, saj je razumel, da je potrebno v prazne okvirčke zapisati znak <, >, =. En učenec pa je rešil le en primer izmed šestih, saj mu je za ostale zmanjkalo časa. Učenci B oddelka so pri osmi nalogi, pri kateri je bilo potrebno določiti manjkajoči člen v enačbi, imeli manj težav kot s sedmo nalogo, čeprav je bila naloga na simbolni ravni, ki naj učencem, gledano razvojno, ne bi bila tako blizu. Morda gre iskati vzrok v tem, da se učitelji raje lotevajo reševanja enačb le na simbolni in ne tudi na konkretni in slikovni ravni in učence tako prikrajšajo za konkretne izkušnje.

Tu velja poudariti dejstvo, da učni načrt ne predvideva obravnave te vsebine v prvem razredu, torej je bilo pri tej nalogi mogoče pričakovati težave. Nalogi smo, po nasvetu učiteljic, vseeno uvrstili v preverjanje.
Pri preverjanju predznanja je bilo moč doseči 50 točk. Učenci A oddelka so dosegli povprečno dosegli 42 točk, učenci B oddelka pa 44 točk.

Obravnava seštevanja in odštevanja, s prehodom čez desetico

Učiteljici v opazovanih oddelkih sta se obravnave snovi lotili na zelo različna načina. Učiteljica v A oddelku je obravnavala najprej seštevanje s prehodom, ga utrjevala, nato je obravnavala odštevanje s prehodom, ga utrjevala. Ob koncu pa je namenila čas utrjevanju seštevanja in odštevanja s prehodom. Učiteljica B oddelka je prvo uro obravnavala seštevanje, naslednjo uro odštevanje, nato pa z učenci vadila predvsem odštevanje.
Učiteljica A oddelka je, poleg seštevanja in odštevanja na kratek način, s pomočjo številskega traku veliko časa namenila tudi seštevanju in odštevanju na dolg način, z dopolnjevanjem do desetice. Učiteljica B oddelka strategiji dopolnjevanja do desetice ni posvečala toliko pozornosti. Učenci tega oddelka so za obe vrsti računanja uporabljali mrežo, z dvakrat po desetimi kvadratki, ki so jih barvali in si tako pomagali pri računanju. Učenci A oddelka so pogosto utrjevali novo usvojeno snov v dvojicah in skupinah, učenci B oddelka pa večinoma samostojno.
Ob spremljanju pouka smo opazili, da učenci z računanjem na kratek način (s preštevanjem) nimajo težav, posebej z računanjem s pomočjo številskega traku in prestavljanju žabice, ki skače, so učenci snov zelo hitro usvojili. Nekoliko bolj tuje jim je bilo barvanje kvadratkov, saj so se pogosto motili v štetju in niso prav dobro razumeli, kaj jim je početi - barvati ali črtati kvadratke, vendar so nato snov vseeno vsi razumeli. Veliko težav pa smo zaznali pri seštevanju in odštevanju, s prehodom čez desetico, z dopolnjevanjem do desetice.
Ob vsem tem velja še enkrat poudariti, da bi bilo najbolje, da bi učitelji pri obravnavi in utrjevanju omenjene matematične vsebine resnično uporabljali konkretne pripomočke in ne zgolj didaktična ponazorila.
Učenci grafične predstavitve naloge pogosto niso razumeli:
npr.: 18 – 9=18 – 1 – 8 = 9.



Učenec je vrednost številskega izraza sicer pravilno izračunal, vendar ne tako, kot kaže slika, saj sta učiteljici učence učili, da od 18 najprej odvzamemo 8, da pridemo do deset, nato pa odštejemo še 1. Za učence je računanje do 20, s prehodom čez desetico, z dopolnjevanjem do desetice zelo težko in abstraktno:
npr.: 18 – 9 = 18 – 8 – 1=10 – 8 =2.
Veliko učencev je primer rešilo tako. Učenci se sicer zavedajo, da je potrebno nekaj odšteti in kakšen mora biti rezultat, postopek pa jim je nekaj nerazumljivega. Zaznali smo torej, da se učenci postopkov reševanja učijo na pamet, ne pa tudi z razumevanjem. Morda bi bilo potrebno učitelje opozoriti, da razlago resnično prilagodijo učencem in njihovemu kognitivnemu razvoju. Za računanje na dolg način (tj. s strategijo dopolnjevanja do desetice) so učenci morda še nezreli. Po našem mnenju bi bilo bolje tak način računanja izpustiti, kot pa prisiljeno utrjevati in napačno usvojiti.

Zaključno preverjanje znanja

Ob zaključku obravnave seštevanja in odštevanja do 20, s prehodom, smo za učence pripravili preverjanje znanja. Struktura nalog je bila za oba oddelka enaka, s to razliko, da so učenci B oddelka imeli pri prvi nalogi narisano mrežo za vrisovanje predmetov, saj so snov obravnavali in utrjevali s pomočjo slednje.
Učenci A oddelka mreže niso potrebovali, saj so predmete nastavljali v didaktični pripomoček »trgovino« (mreža z 2-krat po desetimi kvadratki, za pomoč pri računanju) in direktno odčitali podatke za sestavo številskega izraza.

Analiza zaključnega preverjanja znanja

V A oddelku je zaključno preverjanje znanja pisalo 11 učencev od štirinajstih, v B oddelku prav tako.

Naloga	Odstotek pravilnih odgovorov	
	Oddelek A	**Oddelek B**
1.	84 %	82 %
2.	73 %	63 %
3.	91 %	78 %
4.	92 %	73 %

Preglednica 3: Odstotek pravilno rešenih nalog po oddelkih, pri zaključnem preverjanju znanja.

Učenci A oddelka so pri reševanju preverjanja znanja uporabljali konkretna ponazorila – link kocke, ki so jih vstavljali v »trgovino«. Učenci B oddelka konkretnih ponazoril, po nasvetu učiteljice, niso uporabljali. Pri 1. nalogi smo jim, na željo učiteljice, narisali mrežo, v katero so vrisovali potrebno število elementov ali barvali kvadratke. Učenci so imeli z barvanjem težave. Pogosto so pobarvali preveč kvadratkov, motilo jih je, da se pobarvanega ni dalo zbrisati; z brisanjem so izgubljali dragoceni čas, na koncu pa so vseeno prišteli ali odšteli ta kvadratek. Menimo, da bi bilo veliko bolje, da bi tudi učenci B oddelka uporabljali konkretni material, saj bi z nastavljanjem in odvzemanjem kock lažje in bolje računali.
Učenci A oddelka so imeli največ težav pri drugi nalogi, reševanju številskega izraza seštevanja, ob katerem je bil ta podan s slikovnim materialom. Učenci so morali ugotoviti, za katero računsko operacijo gre, in zapisati številski izraz na dva načina, na dolgo, z dopolnjevanjem do desetice, in na kratko, s pomočjo številskega traku. Tudi učenci B oddelka so imeli pri reševanju te naloge enake težave.
Učencem situacije s slikovnim materialom niso bile posebej ljube, saj se jim zdijo težke za razumevanje. Po našem mnenju kaže vzroke iskati v načinu obravnave snovi. Učitelji vse premalo uporabljajo konkretne materiale. Ob začetku obravnave sta učiteljici uporabljali konkretni material, vendar sta hitro prešli na simbolno raven. Slikovni nivo je nekako postavljen na stran, to pa za učence ni dobro, saj so obravnavani pojmi zanje kar zahtevni, glede na njihovo razvojno stopnjo (učenci so na stopnji konkretnih operacij in težko razumejo simbolni jezik). Slikovna raven je zelo pomemben element pri obravnavi snovi, ki ga nikakor ne smemo zapostavljati in se mu ogniti.
Učenci B oddelka so imeli veliko težav tudi pri reševanju četrte naloge, kjer je bilo potrebno izračunati vrednosti danih številskih izrazov na kratek način. Veliko učencev do četrte naloge sploh ni uspelo priti, saj so veliko časa izgubili pri prvi nalogi, ki je veliko učencev ni razumelo. Učenci, ki so četrto nalogo reševali, so zaradi nenatančnosti veliko računov zgrešili, slabo so si ogledali računsko operacijo, ki jo je

bilo potrebno uporabiti pri danem računu, pogosto so tudi površno odšteli (napaka v štetju).
Ob pregledovanju zaključnega preverjanja znanja smo ugotovili, da ni bilo neke omembe vredne povezave med starostjo učencev (dopolnjenih sedem let) in razumevanjem obravnavane tematike. Poudariti velja tudi ugotovitev, da so imeli učenci, ki so bolje usvojili seštevanje in odštevanje do 20, brez prehoda tudi manj težav z razumevanjem seštevanja in odštevanja do 20, s prehodom čez desetico. Učenci, ki že seštevanja in odštevanja brez prehoda niso obvladali, so imeli v nadaljevanju še toliko večje težave, saj praktično niso vedeli, kako računati. Takih učencev je bilo na srečo malo.

Zaključek

V naši raziskavi smo ugotovili, da obravnava seštevanja in odštevanja do 20, s prehodom čez desetico, učencem iz opazovanih prvih razredov ne povzroča večjih težav. Tako smo lahko popolnoma pomirjeni, da so spremembe, ki jih prinaša posodobljeni učni načrt v 1. razred pri aritmetiki in algebri, umestne in primerne. Tega sicer ne moremo posplošiti, saj je bil v raziskavi zajet premajhen vzorec.
Kazalo pa bi spremeniti nekaj podrobnosti pri samem načrtovanju pouka matematike. Po našem mnenju bi bilo bolj smiselno, da bi z obravnavo števil začeli že v oktobru, tako bi črke in številke obravnavali vzporedno. To bi za seboj potegnilo tudi prejšnjo obravnavo seštevanja in odštevanja do 10 in 20 ter – posledično - tudi seštevanja in odštevanja do 20, s prehodom.
V opazovanih oddelkih so z obravnavo seštevanja in odštevanja, s prehodom čez desetico, pričeli v začetku junija. Učenci so junija že naveličani šole in težko sledijo pouku. Ravno zaradi tega snov ni usvojena tako dobro, kot bi lahko bila. Zaradi vseh težav, ki so se pojavile pri učencih, menimo, da bi bilo smiselno v prvem razredu računati le na kratek način, dopolnjevanje do desetice pa izpustiti. Učitelje velja opozoriti, naj snov obravnavajo tako, da tematiko jemljejo iz okolja, ki je učencem blizu. Tako jih bodo pritegnili in motivirali za delo. Naloge morajo v učencu vzbuditi kognitivni konflikt. Ta nastane ob soočanju različnih stališč. Kot pravi A. Žakelj (2001) učenci v kognitivnem konfliktu začutijo potrebo po razširitvi znanja in smiselni vgraditvi tega v mrežo obstoječega znanja. Ista avtorica (2003) poudarja tudi pomen nenehnega preverjanja poznavanja pojmov in vsebin, ki so jih učitelji že obravnavali, saj naj bi to pripomoglo k boljšemu usvajanju znanja in razumevanju pojmov. Menimo, da bi učiteljici lahko učencem ponudili pestrejše in njim zanimivejše naloge. Večinoma sta imeli naloge tipa: Mama je imela 14 jajc. 5 se ji jih je razbilo. Koliko jajc ji je ostalo?
Učencem je potrebno zagotoviti čimveč konkretnih izkušenj, torej dela s konkretnim materialom (čimveč različnih predmetov in učnih pripomočkov za preštevanje). Učenci morajo pojem števila najprej usvojiti na konkretni ravni, šele nato lahko preidejo na slikovno in nato na simbolno raven. Menimo, da bi učiteljici lahko več časa namenili računanju s konkretnimi predmeti. Učiteljica A oddelka je sicer uporabljala link kocke, vendar bi lahko namesto tega uporabljala fižolčke, palčke, kamenčke, torej konkretni material, ne zgolj didaktično ponazorilo. Poudariti velja, da je tudi slikovna raven pomembna, zato ga učitelji nikakor ne smejo izpustiti. Učitelji bi lahko z učenci izdelali različne učne pripomočke za računanje do 20, recimo naprstno žabico, ki skače po številskem traku, ali »svoje računalo«. Izdelavi pripomočkov bi denimo lahko posvetili tehniški dan. Tudi slikovno raven sta učiteljici malo zapostavljali. Zdi se, da sta si želeli kar se da hitro preiti na simbolno raven, kar pa za otroke zagotovo ni dobro. Ravno zaradi tega so imeli pri preverjanju znanja, po

našem mnenju, toliko težav z nalogami s slikovnim materialom. Morda se zdi slikovni nivo učiteljem brezpredmeten in izguba časa, vendar se moramo zavedati, da je ravno to vezni člen med konkretno in simbolno ravnjo.
Pri opazovanju obravnave dane vsebine nas je tudi nekoliko zmotilo dejstvo, da je učiteljica B oddelka izrazila željo, da učenci pri zaključnem preverjanju znanja, pri reševanju prve naloge, ne uporabljajo konkretnih pripomočkov. Zaradi tega je bil B oddelek po svoje prikrajšan. Kljub temu uspeh B oddelka pri omenjeni nalogi ni nič kaj slabši od uspeha A oddelka.
Tudi pri rabi oblik dela predlagamo, da učitelji uporabljajo - ne le frontalne in individualne oblike dela, pač pa tudi delo v dvojicah in skupinske oblike dela, saj učence tako navajamo tudi na sodelovanje, učenci pa drug drugemu lažje in na preprostejši način razložijo snov. Učenci tako kognitivne sposobnosti razvijajo tudi v socialni interakciji (Žakelj, 2003). Na tak način učenje ne poteka individualno, pač pa v nekem dialogu in v sodelovanju, z ostalimi učenci in učiteljem. Učenci spoznavajo različne poglede o dani tematiki. Te izkušnje pa jim pomagajo, da med razmišljanjem ne upoštevajo le lastne perspektive, pač pa znanje izgrajujejo skupaj (Labinowicz, 1989). Zelo zanimivo bi bilo, če bi učenci, ki snov bolje obvladajo, pomagali učencem s težavami pri računanju, s prehodom čez desetico.
Menimo tudi, da bi pester nabor učnih metod omogočil kvalitetnejši pouk in s tem dvignil motivacijo učencev za delo. Med našo raziskavo je bilo moč zaznati, da so učenci za delo pogosto nemotivirani. Pouk jih ne pritegne, zato so nemirni. Učitelji bi, po našem mnenju, morali skrbno izbirati metode dela in skrbeti za njihovo umestnost. Učitelji bi morali redno uporabljati metodo izkušenjskega učenja. Morda bi bilo dobro uvesti pouk z računalnikom, lahko bi delali v spletni učilnici ali reševali interaktivne naloge na i-tabli. Tak način pouka sicer zahteva veliko učiteljeve priprave, vendar se moramo zavedati, da je IKT učencem blizu in bi jih zagotovo spodbudila in motivirala za delo.
Pester in zanimiv pouk je, po našem mnenju, ključen za dosego učnih ciljev, pri pouku matematike in pri ostalih predmetih. Če bodo učitelji poskrbeli za dovolj veliko mero konkretnih izkušenj, vzetih iz okolja, ki je učencem blizu in ki jih zanima, ter v njih sproža kognitivni konflikt, bodo cilji skoraj gotovo uresničeni. Učitelji se morajo zavedati, da je pomembno pojem število usvojiti, zato je potrebno prehajati med konkretnim, slikovnim in simbolnim nivojem. Učenci, ki so sodelovali v naši raziskavi, so bili seštevanja in odštevanja do 20, s prehodom čez desetico, zmožni že v prvem razredu, saj je raziskava to potrdila. Za morebiten neuspeh učiteljev pri obravnavi te vsebine lahko iščemo razloge v premalo skrbnem načrtovanju vsebinskega sklopa, v pomanjkanju konkretnih pripomočkov iz vsakdanjega življenja, ki so otrokom blizu, in premalo slikovnega materiala, ki omogoča lažji prehod na simbolno raven.

Viri in literatura:

1. Cotič, M. idr. (2011): Igraje in zares v svet matematičnih čudes. Učbenik z elementi delovnega zvezka za matematiko v 1. razredu devetletne osnovne šole. Ljubljana: DZS.
2. Labinowich, Ed. (1990): Izvirni Piaget: mišljenje-učenje-poučevanje. Ljubljana: DZS
3. Marentič Požarnik, B. (2000): Psihologija učenja in pouka. Ljubljana: DZS.
4. Ojose, B. (2008): Applying Piaget's Theory of Cognitive Development to Mathematics Instruction. V: The Mathematics Educato, letn. 18, št. 1, str. 26-30.
5. Pipenbaher, P. (2011): Usvajanje pojma števila kot ukvarjanje s predmeti. V: Didakta, letn. XXI, št. 147, str. 42-44.
6. Vogrinc, J. (2008): Kvalitativno raziskovanje na pedagoškem področju. Ljubljana: Pedagoška fakulteta.

7. Žakelj, A. (2001): Učenec in učitelj v učnem procesu matematike. V: Matematika v šoli, letn. 9, št. 3, 4, str. 167-174.
8. Žakelj, A., Prinčič Röhler, A., Perat, Z., Lipovec, A., Vršič, V., Repovž, B:, Senekovič, J:, in Bregar Umek, Z. (2011): Učni načrt. Matematika: osnovna šola. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo.
9. Žakelj, A. (2003): Novi pristopi pri poučevanju matematike v devetletki. V: Vzgoja in izobraževanje, letn. XXXIV, št. 4, str. 20-27.

MATEMATIČNA PISMENOST IN MATEMATIČNI PROBLEMI

Mathematical literacy and mathematical problems

Metoda Močnik, Alenka Podbrežnik

metoda.mocnik@guest.arnes.si, alenka.podbreznik@guest.arnes.si

OŠ Petrovče

Povzetek

Že od nekdaj je zelo pomemben cilj poučevanja in učenja matematike prav uporaba naučenega matematičnega znanja, vendar samo to v današnjem času ni dovolj. Predvsem je pomembno razvijanje t.i. matematične pismenosti. Prav tako je odvisno od posameznikove sposobnosti, da matematično znanje in veščine, ki se jih je naučil v šoli, prenese v dejanske situacije v resničnem življenju.
Matematično pismenost razvijamo preko reševanja matematičnih problemov, ki jih, glede na pot in cilj, lahko razvrstimo v različne kategorije. Pri iskanju rešitev matematičnih problemov samostojno kombiniramo že naučene zakonitosti v princip višjega reda.
Z raziskavo smo želeli predvsem ugotoviti, v kolikšni meri so učenci uspešni pri samostojnem, nevodenem reševanju matematičnih besedilnih, problemskih nalog. Ugotavljamo, da učenci namreč ne znajo uporabljati svojega matematičnega znanja in se vse prevečkrat zanašajo na reševanje nalog po ustaljenem vzorcu. Vse navedeno potrjuje naša predvidevanja, da je še vedno premalo problemskega pouka.

Ključne besede: matematična pismenost, matematični problemi

Abstract

Usage of mathematical knowledge has always been a very important goal Math teaching and learning but it does not suffice in modern times. Developing mathematical literacy is therefore of utmost importance. It also depends on one’s abilities to transfer mathematical knowledge and skills taught in school into real-life situations.
Mathematical literacy is developed through solving mathematical problems which can be classified into different categories according to paths and goals. When solving mathematical problems we independently combine already learnt principles into a principle of higher order.

The research was aimed to find out to what extent the students are successful at independent, unguided solving of mathematical text and problem tasks. It has been found out that the students namely cannot use their mathematical knowledge and rely on solving that kind of tasks according to customary patterns. All stated above confirms our assumptions that there is still not enough problem-based teaching.

Key words: mathematical literacy, mathematical problems

UVOD

Že od nekdaj je bila prav uporaba naučenega matematičnega znanja zelo pomemben cilj poučevanja in učenja matematike. Vendar v današnjem času to ni dovolj. Učenec naj bi pridobil veliko več kot le rutinska znanja. Polya (1985, str. 197; cit. po Cotič, 1999, str. 7) navaja, da so rutinske naloge pomembne pri poučevanju matematike, vendar pa je neopravičljivo, če učencev ne navajamo, da rešujejo tudi druge vrste problemov.

V SSKJ je *problem* definiran kot: *kar je v zvezi z določenim dejstvom nejasno, neznano in je potrebno pojasniti ali rešiti, vprašanje ...* Nadalje je po definiciji (prav tam) *matematični problem z besedami izražena naloga, ki jo je treba izraziti in rešiti matematično*.

Rističeva (2004, str. 49) pravi, da je beseda problem ena najbolj rabljenih besed današnjega časa. Prepletena je z vsakdanjim življenjem ljudi in jih spremlja od zgodnjega otroštva pa vse do starosti. Reševanje problemov je torej pomembno v vsakem trenutku našega življenja in v vseh družbenih procesih, tako da ni nič čudnega, če je postalo tudi eden najpomembnejših elementov in ciljev vseh izobraževalnih ustanov na vseh ravneh izobraževanja – od vrtca do univerze.

Učitelji učence pogosto postavijo v situacije, ki sicer so konkretne, njim pa so popolnoma tuje. Npr. vprašanje, koliko nafte porabi ladja, ne izhaja iz otrokove realne izkušnje. Prav tako za učence niso najbolj koristne naloge, pri katerih vstavlja drugačne podatke v že prej rešeni problem ali pa nalogo rešuje po predlogi nekega splošnega naučenega vzorca, pri katerem mu ni potrebno uporabljati lastne presoje, lastnih sposobnosti, ampak jo rešuje po spominu. Tako je bilo predvsem tradicionalno poučevanje matematike.

Še danes je pouk matematike največkrat usmerjen v učenje matematičnih konceptov in algoritmov, ne da bi upoštevali njihovo uporabo v vsakdanjem življenju. Osvajanje in poglabljanje matematičnega znanja pa ne zagotavlja večje matematične pismenosti.

Matematična pismenost

Cotičeva (2010, str. 264) pravi, da matematična pismenost temelji na matematičnem znanju in zaživi v naravnem in socialnem okolju. Posameznik jo razvija vse življenje. Matematično pismenost razvijamo pri reševanju realističnih problemov, z uporabo šolskega znanja in širših kompetenc v manj strukturiranem kontekstu, kot je šolska situacija. Ko pridemo do matematičnega problema, se moramo odločati o tem, katere informacije in znanje so v dani problemski situaciji pomembne in kako naj jih smiselno uporabimo.

Definicija matematične pismenosti v raziskavi PISA se glasi:

Matematična pismenost je posameznikova sposobnost prepoznavanja in razumevanja vloge, ki jo ima matematika v svetu, sposobnost postavljanja dobro utemeljenih odločitev in sposobnost uporabe in vpletenosti matematike na načine, ki izpolnjujejo potrebe posameznikovega življenja kot konstruktivnega in

razmišljujočega posameznika (http://www.pei.si/UserFilesUpload/file/raziskovalna_dejavnost/PISA/PISA2009/PISA2006_Izhodisca_Matematicna_pismenost.pdf).
Matematična pismenost vsakega posameznika je odvisna tudi od učitelja, in sicer od njegove pozornosti do učenja matematike, ki jo učenec uporablja vsak dan, oziroma takrat, ko jo potrebuje. Učenci danes niso več samo pasivni prejemniki informacij, ampak posamezniki, ki znanje uporabljajo za uspešno vsakodnevno reševanje problemov. Učitelj lahko učencu pomaga spretno rešiti problem ali pa razvije njegove sposobnosti tako, da bo lahko v prihodnosti samostojno reševal probleme učenec sam.

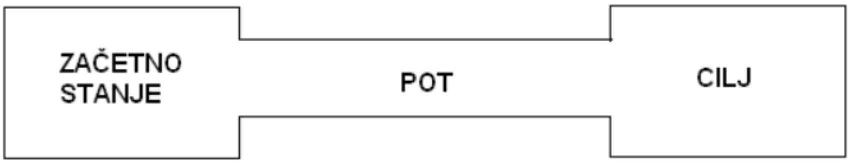
Matematični problemi

Matematična obravnava problemov sloni tako na poznavanju pomembnih vsebin (oblikovanje pojmov, sposobnost izvajanja operacij ipd.) kot procesov (zbiranje in analiziranje podatkov, izbira ustrezne strategije, kritična ocena veljavnosti rešitve, obravnava rešitve pri variiranju podatkov itd.). Vendar za reševanje problemov ne zadostuje zgolj poznavanje vsebin in procesov, potrebno je znati nadzorovati potek reševanja ter upoštevati svoje znanje in sposobnosti pri načrtovanju in izvajanju načrta rešitve problema (Tomšič idr., 1998, str. 7-8).
Matematični problem je vprašanje, na katerega moramo najti rešitev s proučitvijo naloge in izbiro prave strategije. Matematične probleme rešujemo zato, da se učenec z vsakim uspešno rešenim problemom nauči novih spretnosti in znanj.
Pri posamezniku se pojavi problem, ko se znajde v notranjem ali zunanjem stanju, ki mu ne ustreza, a ne razpolaga s sredstvi, da bi ga spremenil in s tem dosegel želeni cilj (Cotič, 1999, str. 6). Cotičeva (prav tam) navaja, da so za problem tipične naslednje značilnosti:

- nerešena problemska situacija;
- subjektivna pomembnost te situacije;
- neobvladovanje te situacije le z obstoječim predznanjem in izkušnjami;
- občutek subjektivne spoznavne konfliktnosti, ki teži k razrešitvi.

Večina matematično-didaktične literature navaja pri definiciji matematičnega problema tri komponente (Cotič, 1999):

- začetno stanje ali situacija, v kateri je dana vsebina problema, z ustreznimi podatki in informacijami;
- cilj, ki ga mora reševalec problema doseči;
- pot od začetnega stanja ali situacije do cilja, ki jo mora reševalec poiskati, da reši problem.



Po:http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/Strukturni_skladi/Gradiva/Gradivo_Strukturni_skladi_Usposabljanje_KZI_2faza_Cotic_sola.pdf

Če je pot iz začetnega stanja do cilja znana, in je ni treba poiskati, potem to ni več matematični problem. Torej, če reševalec pozna strategijo reševanja, ne moremo več govoriti o problemu, ampak o problemu - vaji.

Po:http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/Strukturni_skladi/Gradiva/Gradivo_Strukturni_skladi_Usposabljanje_KZI_2faza_Cotic_sola.pdf

Ločimo več vrst matematičnih problemov, ki jih lahko opredelimo glede na pot in cilj. Cotičeva (1999, str. 14) navaja naslednje kategorije problemov:

Mialeretova kategorizacija problemov:
- Vodeni problemi (tekst že določa vrstni red reševanja).
- Nevodeni problemi (učenec mora sam odkriti pot do cilja).
- Nepopolni problemi (odprta je tako pot do cilja kot cilj sam).

Frobisherjeva kategorizacija problemov:
- Problem z zaprto potjo in zaprtim ciljem.
- Problem z odprto potjo in zaprtim ciljem.
- Problemi z odprto potjo in odprtim ciljem.

Učencem na razredni stopnji naj bi pri pouku matematike zastavljali, poleg obstoječih matematičnih problemov, še naslednje vrste problemov:
- probleme, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev;
- probleme, ki imajo več podatkov, kot jih je potrebnih za rešitev;
- probleme z več rešitvami;
- probleme, ki jih rešimo na različne načine;
- probleme, v katerih so si podatki nasprotujoči, oziroma nimajo rešitev.

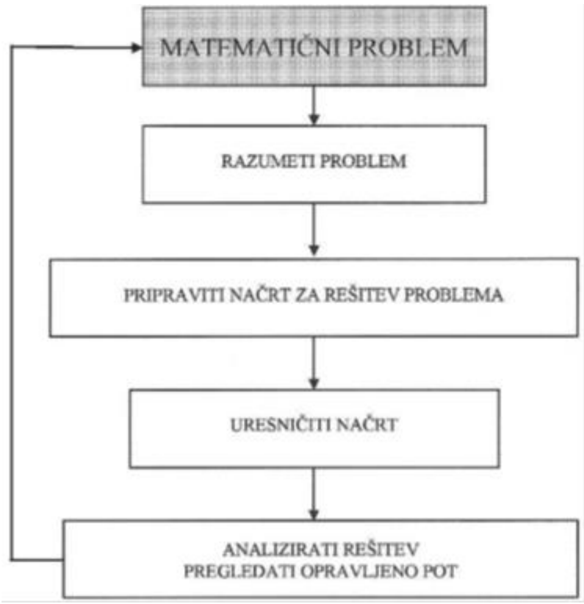
Reševanje problemov

Psihologi razlikujejo tri osnovne metode ali načine reševanja problemov (Marentič Požarnik, 2003, str. 78):
- Reševanje problemov po metodi poskusov in napak s slučajnim preizkušanjem.
- Reševanje problemov z nenadnim vpogledom.
- Reševanje problemov s postopno analizo, ki poteka po različnih fazah.

Problemski pouk naj bi bila tista metoda pouka, katere naj bi se učitelj lotil čim pogosteje, saj v učencih vzbuja vedoželjnost in radovednost, spodbuja pa njihovo samostojno reševanje matematičnih problemov.
Polya (1971; po Cotič, 1999, str. 6) pa je zapisal, da rešiti problem pomeni poiskati izhod iz določene težave; poiskati pot, ki pelje do zastavljenega cilja, ki ni takoj dosegljiv. Reševanje problemov je specifična dejavnost razuma, razum pa je specifičen samo za človeka: torej je reševanje problemov osnovna človeška aktivnost.

Problemski pouk naj bi bila tista metoda pouka, katere naj bi se učitelj lotil čim pogosteje, saj v učencih vzbuja vedoželjnost in radovednost, spodbuja pa njihovo samostojno reševanje matematičnih problemov.
Reševanja problemov je pri pouku premalo. Učitelji med vzroki navajajo: premalo časa, pomanjkanje pripomočkov, preveliki razredi, preobsežen učni načrt. Reševanja problemov ne moremo enačiti z reševanjem nalog po ustaljenem vzorcu. Tu gre za sposobnost uporabe znanja v novih situacijah. Pri reševanju problemov gre predvsem za razvijanje učenčevega mišljenja, saj mora pot do rešitve najti sam. Dobro reševanje problemov je predvsem odvisno od posameznika in njegovega predhodnega znanja, sposobnosti, motiviranosti, pomoči od zunaj in različnih strategij, ki mu pomagajo najti rešitev problema na več načinov reševanja.

Faze reševanja po shemi matematika Polye:



Polya, 1984, str. 78.

Anita Woolfolk (2002, str. 254) pa navaja nekaj smernic za reševanje problemov, ki naj bi bile v pomoč učiteljem pri izvajanju pouka:

1. Vprašajte učence, če so prepričani, da razumejo problem.
2. Spodbujajte poskuse, da bi videli problem z različnih zornih kotov.
3. Učencem pomagajte razviti sistematične načine preverjanja alternativ.
4. Poučujte hevrizme (naj učenci pojasnijo korake, ki so jih naredili pri reševanju problema).
5. Naj učenci razmišljajo – ne »servirajte« jim rešitev.

Polya (1989) kot najpogostejše pomanjkljivosti pri reševanju problemov navaja:

- nepopolno razumevanje problema
- šibko osredotočenost na problem,
- površnost,
- pomanjkanje potrpežljivosti pri preverjanju vsakega koraka,
- nepreverjanje rezultata.

Raziskava

Namen raziskave

Namen raziskave je ugotoviti, kako spretni so pri reševanju matematičnih problemov učenci 4. a in 5. b razreda in kako uspešni so. Učenci so reševali tri naloge. Prva je vsebovala vse potrebne podatke za iskanje odgovora na zastavljena vprašanja. Druga naloga je imela premalo podatkov. Učenci so si manjkajoč podatek lahko izmislili. Tretja naloga pa je vsebovala tudi podatek, ki ni bil potreben za reševanje.
Zanimalo nas je, kakšne so njihove sposobnosti reševanja matematičnih problemov in kaj jih pri tem omejuje. Ob predpostavki, da gre pri reševanju matematičnih problemov predvsem za preplet bralnih strategij posameznika, razumevanja prebranega, različnih strategij reševanja problema in za njegovo matematično znanje, nas predvsem zanima, v kolikšni meri je razlog za uspešnost reševanja nalog prav soodvisnost naštetih dejavnikov. Zanima nas tudi, zakaj so med rešenimi nalogami med učenci tako velike razlike. Kateri dejavnik najbolj vpliva na pravilnost rešitve zastavljenih matematičnih problemov in kaj je razlog za neuspešnost pri reševanju.
Razvijanje pismenosti je pomembno pri vseh predmetih, tudi pri matematiki. Z nalogo smo želeli ugotoviti, v kolikšni meri so učenci uspešni pri samostojnem, nevodenem reševanju matematičnih besedilnih, problemskih nalog. Za uspešnost učencev je najbolj pomembno, kako in s kakšnim razumevanjem učenci preberejo besedilno nalogo. Seveda pa je pri reševanju teh nalog pomembna še matematična pismenost – kako učenci matematično znanje uporabijo v besedilnih, problemskih nalogah.

Raziskovalna vprašanja

Upoštevajoč namen in cilj naloge smo zastavili naslednja raziskovalna vprašanja:

- Ali starost učencev, njihove življenjske izkušnje in bolj razvite bralne strategije vplivajo na reševanje problemov?
  1. Pri reševanju podobnih nalog bodo uspešnejši učenci petega razreda.

- Ali vrsta naloge (naloge vsebujejo dovolj, preveč ali premalo podatkov) vpliva na boljšo uspešnost reševanja?
  2. Učenci bodo uspešnejši pri reševanju prve besedilne naloge, z vsemi potrebnimi in smiselnimi podatki.

- Ali lahko učenci sami sestavijo smiselno dodatno nalogo?
  3. Dodatna naloga bo smiselno povezana z vsebino naloge.

Potek raziskave

Rezultati in interpretacija

Naloge 4. razred

V 4. razredu je 22 učencev. Nekaj ur pred reševanjem besedilnih (problemskih) nalog so obravnavali pisno seštevanje in odštevanje do 1000. Ob koncu utrjevanja so reševali tudi besedilne naloge. Poleg nalog, ki so v učbeniku in delovnem zvezku (uporabljajo gradiva založbe DZS), jim je učiteljica pripravila še dodatne besedilne naloge, tudi nekaj nalog, kjer je bilo podatkov premalo. Pri reševanju jim je učiteljica nudila precej pomoči, jih spodbujala k iskanju drugačnih poti reševanja.

Naloge, ki smo jih pripravili, pa so reševali samostojno. Na začetku ure smo jih le spomnili, na kaj naj bodo še posebej pozorni, ko rešujejo naloge (koraki pri reševanju besedilnih nalog).
Trije učenci so končali vse tri naloge med uro. Ostali so rešili eno ali dve. Preostanek nalog so reševali doma. Čeprav smo se dogovorili, da rešene naloge prinesejo naslednji dan, tega niso storili vsi.

1.naloga

Petra lahko gre v šolo po različnih poteh. Z zemljevida razberi, katere poti lahko izbere. Izračunaj dolžine treh različnih poti.
Petrine poti so označili pravilno (razen enega učenca). Prav tako so razumeli in pravilno izračunali dolžine poti. En učenec je zapisal le odgovore, izračunov ni imel, odgovori pa so bili napačni. Napačne izračune je imela tudi ena učenka, ki je zamenjala števki (83 – 38).

Na zemljevidu z barvicami označi najdaljšo in najkrajšo pot. Koliko metrov je razlike med njima?
Pri računanju razlike med najkrajšo in najdaljšo potjo pa se je pojavilo že več napak. Pravilen rezultat je izračunalo samo 5 učencev. Pri ostalih se je pojavljalo napačno podpisovanje pri pisnem računanju oz. so izračuni napačni, ker so narobe prepisali predhodne rezultate.

Petrina sošolka Metka je zbolela in je ni bilo pri pouku. Na poti iz šole se bo Petra oglasila pri njej. Koliko metrov bo prehodila?
Pri računanju poti od šole do Metke je bilo uspešnih osem učencev. Kar deset jih je izbralo napačne podatke (razdalja med Petrinim in Metkinim domom). Nekaj učencev pa se je zmotilo pri računanju zaradi napačnega podpisovanja oz. zamenjave števk (65 – 56).

Ob 15. uri Petro doma čaka kosilo. Da bo prišla pravočasno, mora od Metke po najkrajši poti. Koliko metrov bo dolga njena pot?
Najkrajšo pot od Metke do Petre je pravilno izračunalo šest učencev. Večina je izbirala napačne podatke ali jih napačno prepisala (zopet obračanje števk 83 – 38). Štirje pa so narobe podpisovali oz. so se zmotili pri računanju.

Še sam/a dodaj kakšno nalogo in jo izračunaj.
Na koncu je večina (13) učencev dodala nalogo, ki sploh ni v povezavi z dano.
Pri lažjih, manj zahtevnih nalogah učenci nimajo težav z razumevanjem. Pri zahtevnejših delih naloge pa je opazna slabša bralna pismenost (izbrati pravilne podatke). Veliko napak je pri računanju zaradi napačnega podpisovanja. Presenetila nas je zamenjava števk. Pojavlja se pri več učencih, ne le pri enem.

2.naloga (premalo podatkov) – 17 oddanih nalog

Novakovi in Kovačevi so kupili ozimnico. Vsaka družina je kupila 243 kg krompirja, 86 kg jabolk, 12 kg fižola in 25 kg čebule. Kovačevi pa so kupili še nekaj kilogramov hrušk. Koliko tehta vsa ozimnica družine Novak?
Večina učencev je pravilno rešila nalogo (13), napačni rezultati so posledica napak pri seštevanju (štirje učenci).

Koliko kg krompirja in jabolk skupaj so kupili Novakovi?

Napačen izračun je samo eden – zaradi narobe prepisanih podatkov (zamenjava števk 86 – 68).

Koliko tehta ozimnica družine Kovač?
Polovica učencev je sama dodala ustrezen podatek o količini hrušk. Trije učenci pa so imeli napačen izračun zaradi računske napake pri prejšnjem vprašanju. Ostali odgovori so bili: 366 kg (ozimnica družine Novak), ta naloga ni mogoča, 366 kg in nekaj hrušk, 329 kg (jabolka in krompir).

Koliko kg ozimnice skupaj sta kupili družini Novak in Kovač?
Pet učencev od tistih, ki so sami dodali podatek o količini hrušk, je nalogo pravilno izračunalo. Dva sta izračunala narobe, ker sta imela napako pri seštevanju pri prvem vprašanju. Ostali so napisali iste račune kot pri predhodnih dveh vprašanjih, en odgovor pa je bil, da naloga ni mogoča.

Ker so učenci podobne naloge že reševali, sem predvidevala, da bodo bolj uspešni. Precej je napak pri pisnem računanju. Učenci površno podpisujejo in se zmotijo pri računanju.
Razlog za slabšo uspešnost pri zadnjih dveh vprašanjih je slabša pismenost.

<u>3.naloga (preveč podatkov)</u> – 16 oddanih nalog
Šola je za malico kupila 286 lončkov navadnega jogurta in 159 lončkov manj sadnega jogurta. Koliko vseh jogurtov skupaj je šola kupila?
Samo pet učencev je pravilno rešilo nalogo. Kar devet jih seštelo 286 in 159, eden pa je izračunal samo razliko med obema številoma.

Na šoli je 219 deklic in 194 dečkov. Koliko otrok je malicalo, če je ostalo še 48 jogurtov?
Pravilnih izračunov je bilo devet. Vsi pa so najprej sešteli število dečkov in deklic ter nato odšteli preostanek jogurtov. In ker je ta seštevek enak skupnemu številu jogurtov, je tudi rezultat pravilen. Ali bi bil postopek računanja enak, če bi se ti dve števili med seboj razlikovali (npr.: Naročeno število jogurtov bi bilo manjše od števila vseh učencev).
Ostali so: sešteli število dečkov in deklic, sešteli vsa tri števila, izračunali razliko med številom dečkov in deklic.

Z razumevanjem in reševanjem nalog nižje ravni zahtevnosti učenci večinoma nimajo težav. So pa včasih površni pri zapisovanju (podpisovanju) števil in zaradi tega se pojavljajo napake pri računanju. Pri nalogah višje ravni zahtevnosti je pravilnost rešitev občutno manjša. Učenci si ne podčrtujejo ali označijo pomembnih podatkov, pri branju nalog so hitri in površni.

<u>Naloge 5. razred</u>
V 5. B razredu je 15 učencev. Učenci so naloge reševali samostojno, zavzeto in z velikim interesom. Med reševanjem niso spraševali, potek reševanja jim je bil jasen. Pogled po razredu med reševanjem je dajal vtis radovednosti, znanja, zagnanosti in nekoliko tekmovalnosti, kdo je katero nalogo oziroma učni list že rešil. Pred reševanjem nalog smo motivirali učence s problemsko situacijo v učilnici in v njih vzbudili interes in nujo za iskanje različnih strategij za reševanje matematičnega

problema. Pogovorili smo se tudi o poteku reševanja in opozorili učence na sosledje upoštevanja navodil. Na panoju so vseskozi bila dana navodila za reševanje.

(Cotič, 2011)

1. <u>naloga</u>

Družina Novak se odpravlja na dopust. Na voljo imajo več poti. Izračunaj dolžino treh različnih poti.

V večini so učenci pot družine Novak do hotela pravilno zarisali, le štirje učenci tega niso zmogli, na skici so označili le najdaljši in najkrajši del poti. Seveda ti štirje učenci tudi niso pravilno izračunali dolžine treh različnih poti. Med seboj so le sešteli zarisane dele poti. Druge ugotovitve pri reševanju naloge so bile:

- En učenec je pravilno zarisal pot na skici, vendar na njegovem listu ni niti enega računa, in zarisana pot je bila tudi vse, kar je v tej šolski uri zmogel narediti.
- En učenec je vse dele poti med seboj seštel in prišel do rezultata 971.
- Le osem učencev je uporabilo mersko enoto km pri rezultatu.
- Ena učenka je zapisala tudi odgovor.

Na zemljevidu z barvicami označi najdaljšo in najkrajšo pot. Koliko km razlike je med njima?

Ker so imeli učenci pri označevanju najkrajše in najdaljše poti velike težave, so bili večinoma napačni tudi njihovi odgovori. Le pet učencev je obe poti pravilno zarisalo, vendar je med njimi le ena učenka pot tudi pravilno izračunala. Njena strategija reševanja je bila takšna, da si je vse podatke sproti izpisovala, odgovarjala je na vprašanja in si vse zapisala na list k vprašanju. Tisti, ki so zarisali le dele poti (4), sploh niso vedeli, kaj računati in kaj naloga od njih zahteva, dva učenca pa sta pustila prazen prostor in nista računala in odgovarjala.

Ker bodo nekaj hrane in pripomočkov za počitnice nakupili spotoma, se bodo ustavili še v trgovskem centru. Koliko km bo njihova pot zaradi tega daljša od najkrajše možne poti?

Presenetljivo je bilo ugotoviti, da sta le dve učenki pravilno začrtali, izračunali in odgovorili na to vprašanje. Še bolj pa nas je presenetilo, da sta to učenki, ki nista imeli pravilno začrtani poti, ena izmed njiju je celo samo zarisala najdaljši in najkrajši del poti. Ostali učenci so imeli napačne rezultate, dva učenca pa od tu naprej sploh nista več reševala naloge. Presenetljivo, saj nihče ni niti zastavljal vprašanja med reševanjem, niti se pogovarjal, dolgočasil … Vsi so dajali vtis zavzetosti in zadovoljstva pri reševanju problema.

Ob vračanju z dopusta si bodo ogledali podzemno jamo. Koliko km bodo prevozili ob povratku?
Štirje učenci so pravilno izračunali in odgovorili na vprašanje. Ostali učenci so računali dele poti; pot samo do jame, štirje učenci pa te naloge niso rešili.

Koliko prevoženih km bo na števcu njihovega avtomobila, če pred odhodom kaže 54 287 km.
Analiza tega vprašanja je bila prav zanimiva. Namreč, kar štirje učenci so izračunali tako, da jim ob povratku kaže manj kilometrov na števcu, kot ob odhodu. Ostali učenci naloge niso reševali. Ob analizi smo razmišljali, da je morda iskati razloge za napačno rešeno nalogo v tem, da problem ne izhaja iz otrokove življenjske bližine in si situacije ne zna predstavljati.

Še sam/a dodaj kakšno nalogo in jo izračunaj.
Trije učenci naloge niso rešili, ostali učenci so postavili smiselno vprašanje, povezano z nalogo in podatke v njej. Dva izmed njih pa sta imela posebno vprašanje.

- Ali je še kakšna krajša pot? Odgovor: Ne.
- Koliko km bodo še prevozili? Vse izračunaj. Odgovor: Vse poti so seštete.

2. naloga (premalo podatkov) – 12 oddanih nalog

Na tekmovanju v košarki je bilo odigranih pet tekem.

tekma	*število gledalcev*
1.	*53 163*
2.	*92 352*
3.	*145 362*
4.	*214 133*
5.	*308 396*

Koliko gledalcev je bilo na prvi in tretji tekmi skupaj?
Deset učencev je pravilno rešilo nalogo, ena učenka je dobila napačen rezultat, ker je napačno prepisala število 53 163 – 33 163, en učenec pa je izločil napačne podatke.

Koliko več gledalcev je bilo na zadnji tekmi kot na prvi in drugi skupaj?
Šest učencev je pravilno odgovorilo, njihovi odgovori so bili smiselni in povezani z vprašanjem. Šest učencev je dobilo napačen izračun, vendar so smiselno odgovorili na vprašanje.

Koliko sedežev je bilo prostih na četrti tekmi?
Ena deklica je vprašala, kje piše, koliko je bilo vseh sedežev. Na vprašanje ni odgovarjala, naredila je vprašaj. Dva učenca sta napačno izračunala, ostali učenci pa so vzeli kot največ sedežev podatek s pete tekme, kjer je bilo največ gledalcev. Tako so, po svojih predvidevanjih, dobili pravilno izračunan rezultat, da je prostih sedežev 94 263.

3. naloga (preveč podatkov) – 9 oddanih nalog

V vrtnarskem centru so imeli 10 000 sadik zelenjave. Prejšnji teden so jih prodali 3528 sadik, ta teden pa 1843 manj kot prejšnji teden. Koliko sadik zelenjave so prodali v obeh tednih skupaj?

Samo ena učenka je pravilno rešila nalogo in smiselno odgovorila na vprašanje. Ostali so operirali s števili na različne načine in iskali različne kombinacije. Tudi tukaj predvidevamo, da je bil razlog v slabem razumevanju besedila. Morda so bili preveč obremenjeni s števili samimi, lahko pa, da so nalogo le preleteli in izluščili števila. Morda bi bili rezultati drugačni, če bi bila števila manjša in bi bile rešitve bolj logične.

Prodali so še 375 sadik dreves in 1300 sadik cvetja. Koliko sadik zelenjave jim je še ostalo?

Ista učenka, ki je imela pravilno rešeno prejšnjo nalogo, je bila uspešna tudi pri tej nalogi in jo pravilno rešila. Najuspešnejša je bila že pri reševanju prve in druge naloge. Vsi ostali učenci so nalogo rešili napačno in med seboj pomešali sadje, zelenjavo in cvetje. Seštevali in odštevali so vse vprek in dobili zanimive rezultate. Tudi tukaj je razlog v slabo prebrani in razumljeni nalogi. Pojavi se celo številski izraz 375 – 1300.

UGOTOVITVE RAZISKAVE

1. *Raziskovalno vprašanje: Pri reševanju podobnih nalog bodo uspešnejši učenci petega razreda. Ali starost učencev, njihove življenjske izkušnje in bolj razvite bralne strategije vplivajo na reševanje problemov?*

Učenci 4. in 5. razreda se v uspešnosti reševanja ne razlikujejo med seboj. Pri nalogi s preveč podatki so bili četrtošolci nekoliko bolj uspešni. Vendar pa je ta uspešnost lahko posledica naloge (nalogi nista bili popolnoma enaki). Ne moremo z gotovostjo trditi, da učenci ne razumejo prebranega, ker so površni, osredotočijo se predvsem na števila, ki so zapisana. Pogledajo še, katera računska operacija bi bila še uporabna (seštevanje ali odštevanje), nato pa izračunajo. Malokdaj ali skoraj nikoli naloge ne preverijo.

2. *Raziskovalno vprašanje: Učenci bodo uspešnejši pri reševanju prve besedilne naloge, z vsemi potrebnimi in smiselnimi podatki. Ali vrsta naloge (naloge z dovolj, preveč ali premalo podatki) vpliva na boljšo uspešnost reševanja?*

Tukaj se pokaže, kako izjemno pomemben je preplet bralnega razumevanja, bralne pismenosti, matematične pismenosti in reševanje matematičnih problemov. Trditev ovržemo, ker so bili učenci pri reševanju prve besedilne naloge najmanj uspešni. Pri nalogi z vsemi potrebnimi podatki so bili uspešni predvsem pri vprašanjih nižje ravni zahtevnosti. Bolj uspešni so bili pri nalogi s premalo podatki, znali so izbrati podatek, ki je manjkal.

3. *Raziskovalno vprašanje: Dodatna naloga bo smiselno povezana z vsebino naloge. Ali lahko učenci sami sestavijo smiselno dodatno nalogo?*

Četrtošolci so v večinoma dodajali naloge, ki sploh niso povezane z dano nalogo. Napisali so enostavne naloge, podobne tistim, ki so jih reševali za utrjevanje pisnega računanja. Tisti, ki so smiselno dodali povezano nalogo, pa so zastavili vprašanja nižje ravni zahtevnosti. Petošolci so bili veliko bolj uspešni, saj so vsi, ki so nalogo napisali, zastavili vprašanje, povezano z dano nalogo.

Zaključek

Najbrž bi se večina učiteljev strinjala, da gre pri pouku matematike največkrat še vedno za način poučevanja in usmerjenost v učenje za preizkus znanja in za ocene. Ugotovitve v naši raziskavi za nas sicer niso bile presenetljive, potrdile pa so določena predvidevanja. Potrdilo se je predvsem tisto, kar se nam je kot vprašanje zastavljalo kasneje ali med nalogo samo ali v vsej naši raziskavi. Ugotavljamo, da je še vedno premalo problemskega pouka in preveč tradicionalnega poučevanja, kjer je učenčeva vloga pasivna, učitelj znanje posreduje verbalno, enosmerno; učenec utrdi in poglobi novo znanje z urjenjem, pri vsem tem pa uporablja le osnovne učne pripomočke, kot sta tabla in grafoskop. Učenci namreč ne znajo uporabljati svojega matematičnega znanja in se vse prevečkrat zanašajo na reševanje nalog po ustaljenem vzorcu. Res je, da je temelj matematične pismenosti prav uporabnost matematike v vsakdanjem življenju, vendar se to močno razlikuje od izkušenj, pridobljenih v šoli. Hkrati pa, v povezavi z bralno pismenostjo, ugotavljamo, da si naloge ne preberejo, ne upoštevajo vrstnega reda reševanja naloge, nalogo preletijo in če je naloga - na prvi pogled -, z vstavljanjem podatkov, rešljiva je v redu, če pa ni, naloge niso pripravljeni ponovno prebrati in v reševanje vložiti kaj več napora. Zanje je naloga nerešljiva.
Pri naši raziskavi se je pokazalo, da se učenci reševanja besedilnih nalog lotevajo po določenem postopku kot ga je pokazal učitelj v šoli in kot so se ga sami naučili, s podobnimi nalogami doma ali iz učbenika. Zelo malo učencev je pri reševanju poiskalo lastne strategije za reševanje problema, večinoma so reševali kar nekaj na pamet.
Na nek način lahko odgovornost za takšne rezultate iščemo učitelji prav pri sebi, saj za vsak problem oz. nalogo nakažemo učencem rešitev in natančno določen postopek reševanja. Tako učenci v nalogi ne vidijo problemske situacije in dobljenega rezultata ne znajo smiselno povezati z besedilom, oziroma smiselno odgovoriti na vprašanje. Učenci poiščejo rešitev, znajo rešiti problemsko situacijo in ne razumemo, kje in zakaj se pojavi tista blokada pri učencih, ko reševanje naloge kasneje, ko sami berejo, seštevajo, odštevajo … odpove.
Raziskovalni vzorec v naši raziskavi je sicer zelo majhen, bi se nam zdelo pa zelo zanimivo raziskati tudi, v kolikšni meri smo za uspešnost reševanja matematičnih problemov odgovorni - s svojim načinom učenja matematike - predvsem učitelji. Kakšen je naš način poučevanja in ali sledimo z načinom poučevanja sodobnim trendom, didaktičnim priporočilom UN in smernicam pismenosti za 21. stoletje - izobraziti matematično pismenega človeka.

Viri:

1. Cotič, M., Felda, D. (2011): Razvijanje matematične kompetence: postavljanje in reševanje problemov pot do matematične pismenosti. Koper: Univerzitetna založba Annales.
2. Cotič, M. (2010): Razvijanje matematične pismenosti na razredni stopnji. Sodobna pedagogika 1. Str. 264 – 283.
3. Cotič, M. (1999): Matematični problemi v osnovni šoli 1-5:teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
4. Pečjak, S., Gradišar, A. (2002): Bralne učne strategije. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

5. Polya, G. (1985): Kako rešujemo matematične probleme. Ljubljana: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS.
6. Učni načrt (2011). Matematika. Ljubljana: Ministrstvo RS za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.
7. Marentič-Požarnik, B. (2003): Psihologija učenja in pouka. Ljubljana: DZS.
8. Ristič, A. (2004): Matematični problemi malo drugače, Matematika v šoli. L. 11, str. 49.
9. http://www.pei.si/UserFilesUpload/file/raziskovalna_dejavnost/PISA/PISA2009/PISA2006_Izhodisca_Matematicna_pismenost.pdf

PROBLEMSKE NALOGE PRI POUKU MATEMATIKE V 2. RAZREDU OŠ ZA VSAKOGAR

Problem-based tasks in mathematics lessons in the second grade of primary school for everyone

Tanja Jerončič

tanja.jeroncic@t-2.net

Osnovna šola Mihe Pintarja Toleda Velenje

Povzetek

Matematični problemi so sestavni del učnega načrta za matematiko v osnovni šoli. Pogosto se reševanje problemskih nalog povezuje z učenci, ki so sposobnejši in pri pouku potrebujejo dodatne naloge in zapletenejše matematične izzive.
V drugem razredu osnovne šole sem pripravila problemsko nalogo, ki sem jo v praksi najprej preizkusila pri dodatnem pouku, prilagojeno različico pa zatem še pri dopolnilnem pouku, in sicer z učenci, ki so pri matematiki manj uspešni. Zanimalo me je, ali je mogoče na tak način reševanje matematičnih problemov približati tudi učencem z učnimi težavami.
Z izvedbo sem se prepričala, da je, z ustreznimi prilagoditvami, to mogoče.
Poglobljeno učiteljevo načrtovanje in pravilno izvajanje takšnih dejavnosti je, spodbuda za uporabo in razvoj različnih strategij pri reševanju matematičnih problemov; to znanje pa je pravica vseh učencev, tudi tistih, ki jim matematika, zaradi nižjih sposobnosti ali drugih razlogov, ni tako blizu.

Ključne besede: matematični problem, drugi razred, prilagoditve

Abstract

Mathematical problems are an inevitable part of the course syllabus for mathematics in primary education. Very often, solving problem-based task is associated with more-able learners who require additional tasks and more complex mathematical challenges during lessons.
In the second year of primary school, I have prepared a problem-based task that was initially put into practice during additional classes for the more-able students. An

adapted version of the task was then tested during remedial classes with students who are less successful in mathematics. My aim was to find out whether this type of solving mathematical problems could be made familiar to less-able students as well. By carrying out the exercise, I proved that with suitable adaptations, this is indeed possible.
If a lesson is thoroughly planned and the activity is appropriately carried, it can be an incentive to use and develop various problem-solving strategies in mathematics. This knowledge is the right of all students, especially those who are less fond of mathematics due to lower abilities or other reason.

Key words: mathematical problems, second grade, adaptations

Uvod

V prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju je odnos učencev do matematike še zelo pozitiven. Na lestvici najbolj priljubljenih predmetov se matematika, zanimivo, kot po pravilu, uvršča zelo visoko. Učenci se ur matematike veselijo.
V pogovorih z njimi opažam, da na vprašanje, kaj jim je pri matematiki všeč, najpogosteje navajajo računanje, a jih je na tej razvojni stopnji precej enostavno motivirati tudi za reševanje problemov, ki so jim v vsebinskem smislu prilagojeni tako, da se nekako dotikajo njihovih interesov, okolja, predmetov, ki jih obkrožajo in tem, ki so jim blizu. Celo slabši bralci, seveda ob določeni pomoči pri branju, ostajajo motivirani za tovrstno delo.
V prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju pri pouku matematike namenjamo del časa sklopu o matematičnih problemih in problemih z življenjskimi situacijami. Gre za različne naloge, pri katerih »učenci ne poznajo vnaprej poti do rešitve in jo morajo samostojno načrtovati« (Posodobljeni učni načrt za predmet matematika v osnovni šoli, 2011, str. 20).
Učenci so pri reševanju matematičnih problemov različno uspešni, kar je precej odvisno od njihovega predznanja, predstav, izkušenj, sposobnosti in interesa za delo. Praviloma pa je tako, da se pri problemskih nalogah dobro znajdejo in so uspešni sposobnejši učenci, učencem z učnimi težavami pa problemske naloge, izvedene brez vodenja ali prilagoditev, večinoma predstavljajo večjo, pogosto tudi nepremostljivo oviro, kar pa na njihov odnos do matematike, po določenem obdobju neuspešnih poskusov, verjetno ne deluje več spodbudno. »Za samostojno reševanje matematičnih problemov mora učenec razviti spretnosti za reševanje problemov, oziroma se seznaniti z njihovim načinom reševanja in poleg tega razviti tudi svoje metode, s katerimi na utemeljen način pride do rezultata«: (http://www.zpm-mb.si%20/attachments/sl/1168/OS_Matematika_Resuj_me_s_smehom.pdf) Ravno zato, da ohranjamo pozitiven odnos do matematike, pa tudi zato, ker to znanje pri učencih vrednotimo z opisno ali številčno oceno, je potrebno učence na reševanje matematičnih problemov postopno in sistematično navajati ter jim približati strategije razmišljanja in reševanja. Pri tem je zelo pomemben pravilen učiteljev pristop. »Od tega, kako pojmujemo matematiko, je odvisno, kako jo poučujemo in kakšnega pouka so deležni naši učenci«: (http://pefprints.pef.uni-lj.si2005/1/ Matematika.pdf).
Med splošnimi cilji pouka matematike najdemo tudi cilj, da učenci »razvijajo zaupanje v lastne (matematične) sposobnosti, odgovornost in pozitiven odnos do dela in matematike« (Posodobljeni učni načrt za predmet matematika v osnovni šoli, 2011, str. 5). Tudi sama sem problemske naloge pogosto hitreje povezovala s sposobnejšimi učenci in manj s tistimi, ki imajo z matematičnimi predstavami,

štetjem, računanjem, branjem in še s čim več težav. Po bolj poglobljenem ukvarjanju s tem in ko sem dojela dejstvo, da so matematični problemi in poznavanje strategij za reševanje, pravica vseh učencev, sem se odločila svojo prakso spremeniti tako, da sem približevala ta vsebinski sklop tudi učencem z učnimi težavami.
Pripravila sem problemsko nalogo v drugem razredu, pri čemer me je zanimalo, ali jo je mogoče prilagoditi tako, da jo bodo lahko čim bolj samostojno reševali tudi učenci z učnimi težavami.

Problemska naloga v 2. razredu

Za izvedbo preizkusa v praksi sem najprej izbrala primerno problemsko nalogo. Odločila sem se za sestavo naloge, ki bo povezana z matematičnim pripomočkom, ki smo ga pogosto uporabljali pri pouku matematike v prvem razredu, matematičnimi paličicami. Učencem sem pri nalogi želela pomagati tudi z risanjem. Prav tako sem se odločila za dvodelno strukturo naloge, saj sem ocenjevala, da ravno to nalogo naredi problemsko.
Običajno bi takšno nalogo zastavila le učencem z višjimi sposobnostmi, tokrat pa sem jo, v prilagojeni obliki, nameravala ponuditi tudi učencem z učnimi težavami.
Da bi si olajšala neposredno opazovanje učencev med delom, sem se odločila, da dejavnost izvedem v dveh delih in nalogo sposobnejšim učencem ponudim pri dodatnem pouku, učencem s težavami pa pri dopolnilnem pouku.
Primeri nalog so dodani v prilogi, na koncu prispevka.

<u>Pri dodatnem pouku</u>
Priprav na matematično tekmovanje »Mednarodni matematični kenguru« se je pri dodatnem pouku matematike udeležilo 12 učencev 2. razreda.
Ko sem razdelila učne liste s problemsko nalogo, so jo učenci najprej samostojno prebrali. Po branju sem zastavila naslednji vprašanji: O čem naloga govori? V čem je problem?
Učenci so z odgovori dokazali, da razumejo, da naloga govori o matematičnih paličicah in da je glavno vprašanje število sestavljenih hišic. V omari smo skupaj poiskali tudi matematične paličice in jih pripravili na vidno mesto, če bi si kdo od učencev med reševanjem želel z njimi pomagati. Učencem sem povedala, da bodo nalogo reševali samostojno, saj so navajeni, da pri dodatnem pouku pogosto delajo tudi v parih ali manjših skupinah.
Sledilo je samostojno delo in učenci so se s precejšnjo vnemo lotili reševanja.
Šest učencev je bilo med reševanjem povsem samostojnih, ostali so vmes iskali pomoč ali pa samo potrditve svojih razmišljanj. Največ težav so imeli v drugem delu naloge, ko so o skupnem številu sestavljenih hišic kar sklepali na osnovi prve rešitve.
K nadaljnjemu razmišljanju sem jih usmerjala z vprašanji: Ali ti je kaj paličic ostalo? Kaj pa sošolcu? Ali bi se iz preostanka dalo še kaj sestaviti?
Za delo so učenci potrebovali od 25 do 35 minut. Nihče ni pri reševanju uporabljal konkretnih predmetov – matematičnih paličic.

<u>Analiza 1. izvedbe:</u>
Nalogo je reševalo 12 učencev. Od teh so 4 rešili nalogo povsem samostojno in pravilno. Vsi ostali so pri delu potrebovali več ali manj pomoči, dva sta sicer delala samostojno, a sta nalogo v drugem delu rešila narobe.
Ocenjujem, da je bil opravljeni preizkus uspešen, predvsem zaradi velike motiviranosti za delo, ki jo je bilo opaziti med učenci pri reševanju, zelo zavzeti pa so bili tudi med analizo svojega dela, ko so se eni veselili svoje pravilne rešitve, drugi pa

iskali razloge, zakaj jim tokrat ni šlo brez napak. Ves čas je bilo med njimi pozitivno vzdušje.
Nekoliko me je presenetilo dejstvo, da se med reševanjem nihče od učencev ni odločil za uporabo paličic, ki so bile pripravljene v bližini. Ko sem jih v pogovoru pri analizi vprašala, zakaj so se odločili tako, so mi zatrjevali, da jim je risanje dovolj pomagalo.
Zanimivo se mi je zdelo tudi to, da so imeli učenci pri risanju hišic tako različne ideje, saj sem si pri sestavljanju naloge predstavljala, da bodo vsi sestavili enake hišice, torej spodnji del iz rumenih paličic, streho pa iz dveh rdečih. Naslednji dan sem z učenci analizirala opravljeno delo. Učenci so si še enkrat ogledali nalogo ter svoje rešitve, jih med seboj primerjali in se pogovorili. Izpolnili so tudi anketni vprašalnik.

VPRAŠANJA	ODGOVORI UČENCEV
Kakšna se ti je zdela naloga?	• Zdela se mi je lahka. • Meni se je zdela zanimiva in težka. • Naloga o hiškah je bila kar zahtevna. • Bila je kar težka. • Zdela se mi je zakomplicirana, ampak na koncu je bila lahka.
Kaj je bilo pri nalogi težko?	• Težko je bilo razvrščanje paličic. • Drugi del naloge. • To, da si moral šteti paličice.
Kaj si se ob nalogi naučil-a?	• Ne vem točno. • Naučila sem se, da jo lahko rešim, če pomislim. • Seštevati. • Da moram najprej premisliti, preden napišem račun. • Da se splača narisati, ker se potem ne zmotiš
Kaj misliš, da moraš izboljšati?	• Vse mi gre super. • Seštevanje. • To, da ne pozabim na palčke, ki so ostale. • Izboljšati moram branje in zraven razmišljanje.
Kaj pri matematiki najraje počneš?	• Računam dolge račune. • Razvrščam predmete. • Računam in barvam. • Kaj zanimivega ali zapletenega, da nihče takoj ne reši. • Rešujem naloge, pri katerih se lahko pogovorim s sošolcem ali celo skupino. • Kaj težkega, ker velikokrat dobim dobro idejo in sem potem določen, da še sošolcem razložim.

Preglednica 1: Anketni vprašalnik z odgovori

Pri dopolnilnem pouku

Prilagojena problemska naloga je bila pripravljena na treh učnih listih, ki naj bi jih učenci postopoma dobivali na mizo, da bi se pri delu bolje znašli.

Pri dopolnilnem pouku je prilagojeno nalogo reševalo 8 učencev. Štirje od teh dopolnilni pouk obiskujejo redno, štirje učenci, ki sem jih tokrat izjemoma povabila, pa velikih težav pri matematiki nimajo, se pa slabše znajdejo pri reševanju besedilnih nalog. Pri delu mi je pomagala tudi učiteljica razrednega pouka, ki opravlja usposabljanje na delovnem mestu.

Nalogo so učenci najprej brali samostojno, zaradi slabše tehnike branja pri večini učencev pa sem jo, v nadaljevanju, glasno prebrala še jaz. Zastavila sem kontrolni vprašanji, s katerima sem preverila razumevanje naloge in problema.
Vsi učenci so si takoj zatem brez posebne spodbude na mize začeli pripravljati matematične paličice in začeli s samostojnim delom.
Že na začetku je bilo veliko težav z nastavljanjem rumenih paličic, ki jih je bilo 12 več kot rdečih. Prav vsi so namreč 11 rumenim dodali le 12 rdečih in s sodelavko sva veliko časa porabili za pojasnjevanje, koliko je 12 več.
Zatem je sledilo konkretno nastavljanje hišic, pri čemer so se pojavile nove težave, saj so paličice pri tem padale na tla, nekaterim učencem je v etuijih zmanjkalo rumenih paličic in so si jih morali sposojati od sošolcev.
Ko so bile vse hišice nastavljene, je bila miza polna, ni bilo prostora za učni list in je bilo nastavljeno težko narisati, vmes se je kakšna hišica »podrla« ipd.
Ob vodenju so tako učenci v 40 minutah rešili le prvi del naloge.

Analiza izvedbe pri dopolnilnem pouku:
Pri delu je bilo veliko težav. V razpoložljivem času je učencem uspelo opraviti bistveno manj dela, kot sem načrtovala. Največja težava je bila manipulacija z matematičnimi paličicami, ki se je izkazala za zelo zamudno.
Imeli so opravka z velikim številom paličic, ki jih niso obvladovali, saj so jim padale na tla, hiške so se zaradi premikanja paličic »rušile«, ob tem so se učenci jezili, se ukvarjali s pobiranjem, med seboj pomešali paličice, ponovno sestavljali …
Težko rečem, da je bila ura povsem neuspešna, me je pa dogajanje precej presenetilo in me spodbudilo k razmišljanju, kako naprej.
Najprej sem razmišljala o nadaljevanju reševanja iste naloge naslednji dan, a sem odločila drugače in pripravila podobno problemsko nalogo z manjšim številom gradnikov in z drugim materialom – z link kockami.

Tretja izvedba
Tudi tokrat je nalogo reševalo 8 učencev. Izvedba je bila v korakih zelo podobna predhodni. Učenci so hitro dojeli problem naloge in začeli razmišljati o številu potrebnih kock. Dva učenca sta pri delu potrebovala več vodenja, ostali so nalogo reševali precej samostojno.
Delo je v prvem delu poteklo brez težav. V drugem delu pa so se nekateri učenci začeli združevati v dvojice ali pa so vsaj pogledovali k sosedom in njihovemu številu sestavljenih stolpcev. Štirje učenci so nalogo rešili povsem samostojno in pravilno, ostale sem pri delu vodila z dodatnimi vprašanji, ponovnim branjem naloge ipd. Reševanje naloge je trajalo od 25 do 35 minut. Takoj zatem so učenci odgovarjali še na anketna vprašanja.

VPRAŠANJA	ODGOVORI UČENCEV
Kakšna se ti je zdela naloga?	• Ni bilo težko. • Naloga je bila na koncu zavita. • Zabavna. • Vse sem znala, ker sem gledala kocke.
Kaj je bilo pri nalogi težko?	• Da kaj ne pozabiš. • Kocke so bile trde za sestavljanje. • Ugotavljanje števila kock.
Kaj si se ob	• Računat.

nalogi naučil-a?	• Seštevat. • Da si lahko pomagam, če pogledam k sošolki in potem razmislim. • Da ne smem pozabiti na tisto, kar ostane. • Lažje je, če si vse narišeš.
Kaj misliš, da moraš izboljšati?	• Nič, ker sem sama vse rešila pravilno. • Da ne pozabim na tiste kocke, ki so mi ostale. • Počasen sem še. • Slabo še berem. • Močnejša moram postati, ker kocke težko sestavljam v stolpce.
Kaj pri matematiki najraje počneš?	• Računam in barvam ali računam, izrezujem in lepim. • Najraje sem pri dopolnilnem pouku, ker sem večkrat na vrsti, ko dvignem roko. • Seštevam. • Take naloge z veliko vprašanji bi večkrat reševala, ker mi pomagajo vse razmislit.

Preglednica 2: Anketni vprašalnik z odgovori

Zaključek

Problemske naloge so sestavni del učnega načrta, zato jim pri pouku matematike tudi v 2. razredu odmerjamo določen čas in prostor. Če učitelj reševanja problemskih nalog ne načrtuje in ne izpelje ustrezno, se lahko začne uspešnost učencev pri tej dejavnosti močno polarizirati tako, da so pri delu uspešni samo sposobnejši učenci, tisti z učnimi težavami pa praviloma teh nalog ne zmorejo. Negativne izkušnje, ki jih ti učenci doživljajo dalj časa, gotovo nanje ne vplivajo spodbudno, odnos do matematike se postopoma začne spreminjati. Glede na to, da so na začetku šolanja učenci za delo pri matematiki zelo motivirani, je prav, da to pozitivno naravnanost ohranjamo. Ena od možnih poti je tudi pravilen pristop k poučevanju reševanja problemskih nalog in nalog z življenjskimi situacijami.
S praktičnim preizkusom v oddelku 2. razreda sem dokazala, da lahko učitelj - z ustrezno prilagoditvijo problemske naloge to približa tudi učencem z učnimi težavami. Posledica tega je večja samostojnost učencev pri delu, v veliki meri tudi pravilnost rešitev, s čimer učenci ob reševanju takšnih nalog doživljajo uspeh.
Gre za pomembne pozitivne izkušnje, ki bistveno vplivajo na motivacijo za nadaljnje delo pri reševanju matematičnih problemov in matematike nasploh.
Sklop o matematičnih problemih in problemih z življenjskimi situacijami tako ni več domena le sposobnejših učencev, ampak postane dostopen in zanimiv tudi učenem z učnimi težavami.
Z učiteljevim premišljeno načrtovanim, primerno prilagojenim in pravilno izvedenim delom, so v proces učenja uporabe in razvijanja različnih strategij pri reševanju problemov aktivno in uspešno vključeni vsi učenci oddelka.

Viri:

1. Žakelj, A. (2004): Uporaba Gagnejeve taksonomije pri pouku matematike. Matematika v šoli. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
2. http://zpm-mb.si/attachments/sl/1168/ (1. 5. 2014).
3. http://pefprints.pef.uni-lj.si/2005/1/Matematika.pdf (25.6.2014).

4. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (25.6.2014).

Priloge:

Primer problemske naloge

Na mizi imaš 11 rdečih paličic, rumenih pa imaš 12 več. Največ koliko hišic lahko sestaviš, če za vsako porabiš 4 rumene in 2 rdeči paličici?

REŠEVANJE:

ODGOVOR:

____

____

Največ koliko hišic pa lahko sestavita skupaj s sošolcem, ki ima enako število paličic, če paličice združita in skupaj sestavljata hišice?

REŠEVANJE:

ODGOVOR:

____

____

Primer prilagojene naloge

Na mizi imaš **11 rdečih** paličic, **rumenih** pa imaš **12 več.** Največ koliko hišic lahko sestaviš, če **za vsako** porabiš **4 rumene** in **2 rdeči** paličici?

Na mizi imaš **11 rdečih** paličic, **rumenih** pa imaš **12 več.**
Nariši:

Koliko imaš rdečih paličic? __

Koliko imaš rumenih paličic?__

Z**a vsako** hišico porabiš **4 rumene paličice**, za streho pa **2 rdeči. Največ koliko hišic lahko sestaviš?** Uporabi matematične paličice.
Nariši.
Ena hišica:

Sestavljanje hišic:

Odgovor:____

____

Največ koliko hišic pa lahko sestavita **skupaj s sošolcem,** ki ima **enako število** paličic, če paličice združita in skupaj sestavljata?
Reševanje:

Tvoje hišice:

Preostale paličice:

Sošolčeve hišice:

Preostale paličice:

Kaj lahko narediš iz preostalih paličic?

Število **tvojih** hišic:___
Število **sošolčevih** hišic:___
Število **novih** hišic: ___

Skupaj:
Reševanje:

Največ koliko hišic pa lahko sestavita **skupaj s sošolcem,** ki ima **enako število** paličic, če paličice združita in skupaj sestavljata?
Odgovor:____
____

Drugi primer prilagojene naloge

Jan ima **8 modrih** link kock, **zelenih** pa imaš **3 več.** Sestavlja stolpce tako, da sta **v vsakem 2 modri in 3 zelene kocke**. **Največ koliko takšnih stolpcev lahko sestavi?**

Reševanje:

Modre kocke: __   Zelene kocke:_______

Sestavljeni stolpci:

Kaj mu je ostalo?

Koliko stolpcev pa lahko Jan sestavi **skupaj s sošolcem,** ki ima povsem enake kocke?

Reševanje:

Janovi stolpci:_____________ Preostale kocke:_______________________

Sošolčevi stolpci:__________ Sošolčeve preostale kocke:______________

Kaj lahko sestavita iz preostalih kock?

Koliko stolpcev pa lahko Jan sestavi **skupaj s sošolcem,** ki ima povsem enake kocke?

Reševanje:

Odgovor:____

PRIMER PROBLEMSKEGA POUKA V KOMBINIRANEM ODDELKU

An example of problem-based teaching in a multi-age class

Frančiška Klančnik

devetletka.POS-plesivec@guest.arnes.si

Osnovna šola Mihe Pintarja - Toleda Velenje, Podružnica Plešivec

Povzetek

Predstavljeni primer prikazuje način spoprijemanja s problemskim poukom pri matematiki v kombiniranem oddelku prvega vzgojno-izobraževalnega obdobja. Racionalizacija časa v kombiniranem oddelku narekuje smotrne vsebinske rešitve, zato so imeli učenci v konkretnem primeru podoben tip problemskih nalog, ki se z višjim programskim razredom nadgrajuje, skladno z razširitvijo matematičnih znanj.
Ugotavljam, da so učenci na tej razvojni stopnji v precejšnji meri sposobni samostojnega reševanja problemskih nalog. Učenci so do pravilnih rešitev prihajali po različnih miselnih poteh; večina učencev je nalogo rešila na abstraktni ravni, ena učenka s poskušanjem, en učenec pa s pomočjo vodenja ob učnem materialu. Iz dosedanjih izkušenj ob reševanju problemskih nalog, so bile za manj sposobne učence predvidene in pripravljene prilagoditve (kartončki s števkami in števili). Ob problemski nalogi, s katero sem želela ugotoviti transfer pridobljenega znanja, so učenci hitreje prišli do končne rešitve.

Ključne besede: problemski pouk, prvo vzgojno-izobraževalno obdobje, kombinirani oddelek

Abstract

The presented example demonstrates the manner of »tackling« problem-based math lessons in a multi-age class in the first three-year period. Rationalisation of time in a multi-age class dictates effective conceptual solutions; therefore, in this particular case, the pupils were presented with a similar type of problem-based tasks which were upgraded in the higher grade class in accordance with the extension of mathematical knowledge.
I note that pupils at this stage of their development are to a considerable extent capable of independent solving of problem-based tasks. The pupils arrived at correct solutions via different cognitive paths; the majority of pupils solved the task on the cognitive level, one pupil obtained the results by means of partial concretisation and one pupil needed guidance and use of learning materials. Based on previous experience with solving of problem-based tasks, I planned and prepared adjustments

for pupils with lower abilities (cards with digits). When solving the problem-based task that I used in order to determine the transfer of acquired knowledge, the pupils arrived faster at the final solution.

Key words: problem-solving, first three-year period, multi-age class

Uvod

Učiteljeva zanimanja povezana s praktičnim primerom problemske naloge

Vprašanje je bilo, v kolikšni meri so učenci sposobni čim bolj samostojno rešiti zastavljeno problemsko nalogo. Pričakovano je bilo, da bodo zastavljeno nalogo rešili sposobnejši učenci, hkrati pa sem si zastavljala vprašanje, kako se bodo naloge lotili manj sposobni učenci ter ali se nalogo lahko prilagodi tako, da jo bodo manj sposobni učenci lahko rešili vsaj delno.
Upoštevati je bilo potrebno še dejstvo, kako čim bolj ekonomično uporabiti posamezno nalogo, da bo zadovoljevala vsebinske značilnosti treh različnih in hkrati zaporednih razredov prvega vzgojno-izobraževalnega obdobja.

Problemske naloge

Vprašali so otroka: » Zakaj jočeš?«
Odgovoril je: »Ker mi v vsem ustrežejo.« (armenski pregovor)
Sklepamo lahko, da ta otrok ni imel problema. Nihče mu ni postavil nobene življenjske situacije, da bi jo zaznal kot problem in ga začel reševati. V življenju pa smo dnevno postavljeni pred različne problemske situacije in izziv nam mora biti reševati jih.
»Rešiti problem pomeni poiskati izhod iz določene težave, poiskati pot, ki pelje do zastavljenega cilja, ki ni takoj dosegljiv. Reševanje problemov je specifična dejavnost razuma, razum pa je specifičen samo za človeka: torej je reševanje problemov osnovna človeška aktivnost (Polya, 1971; po Cotič,1999 : 6).«
O pogostosti reševanja problemov, njihovi prepletenosti z vsakdanjim življenjem ter o vključenosti v izobraževanje, pa meni A. Ristič: »Beseda problem je, po mojem mnenju, ena najbolj rabljenih besed današnjega časa. Prepletena je z vsakdanjim življenjem ljudi in jih spremlja od zgodnjega otroštva pa vse do starosti. Reševanje problemov je torej pomembno v vsakem trenutku našega življenja in v vseh družbenih procesih, tako da ni nič čudnega, da je postalo tudi eden najpomembnejših elementov načrtov in ciljev vseh izobraževalnih ustanov na vseh ravneh izobraževanja, od vrtca do univerze.« (Ristič, 2004 : 49)
Problemske naloge so sestavni del učnega načrta za matematiko in se morajo realizirati v vsakem učnem sklopu pouka matematike.
Problemska naloga zajema osnovno konceptualno znanje in proceduralno znanje. Učenec bo v novi situaciji z reševanjem zajel vsa znanja in razvijal problemsko znanje. Problemsko znanje pa je najvišji dosežek, ki ga učenec lahko doseže (Gagnejeva taksonomija; povzeto po Vršič, Flisar, 2014).

O kombiniranem pouku

V kombiniranem oddelku so v razredu hkrati učenci dveh, treh, štirih ali celo več različnih programskih razredov. V tem primeru so v razredu učenci treh zaporednih

razredov prvega vzgojno-izobraževalnega obdobja. V šolskem letu 2013/2014 je v tem kombiniranem oddelku 1., 2. in 3. razreda 7 učencev.
Delo v kombiniranem oddelku je izredno specifično in za učitelja izrazito dinamično. Učitelj mora biti pri delu fleksibilen. Upoštevati mora individualne posebnosti posameznega učenca, učne cilje, standarde znanja, učno motivacijo … hkrati pa še, kako čim bolj ekonomično razporediti čas dela učenca z učiteljem ter samostojno delo učencev.
Prednost kombiniranega pouka je zagotovo v tem, da se učenci že zelo zgodaj navadijo na samostojno učno delo. Učno uspešnejši učenci pogosto predstavljajo svoje strategije reševanja sošolcem in se navajajo, kako pomagati sošolcem, zato je velikokrat pri pouku prisotno sodelovalno učenje.

Primer reševanja problemske naloge v kombiniranem oddelku

Učiteljeva priprava na reševanje problemske naloge

Ob vsakem primeru problemske naloge se poraja vprašanje, kateremu programskemu razredu je naloga namenjena in katero znanje je potrebno za uspešno reševanje problemske naloge. Poleg tega pa je vprašanje ali lahko izbrano nalogo uporabimo v vsaj dveh zaporednih programskih razredih, mogoče celo v vseh treh. S takšno strategijo časovno pridobimo.
Potrebno se je zavedati, da se učenci iz različnih programskih razredov lahko med seboj dopolnjujejo, spodbujajo in pohvalijo. Ob nekaterih problemskih nalogah pa se lahko celo zabrišejo meje med programskimi razredi.
V pripravi na učno uro so bili upoštevani cilji učnega načrta za matematiko za vse prve tri razrede OŠ. Izbrana je bila problemska naloga za 2. razred. Naloga je bila prirejena tako, da je bila vsebinsko uporabna za prvošolce in za tretješolce. Ugotovljeno je bilo predznanje učencev (pojma števka in število), z učenci 2. in 3. razreda pa še (pojma vsota in razlika).

Reševanje problemske naloge
Učenci so se spoprijeli s problemskimi nalogami:

LARA BO ŠTEVKI 1 IN 2 ZAPISALA V PRVA DVA KVADRATKA, V VSAK KVADRATEK ENO ŠTEVKO.

$$\square\square + \square = 17$$

KATERO ŠTEVILO MORA ZAPISATI V TRETJI KVADRATEK?
O:____

Primer 1: Problemska naloga za 1. razred

RENATA BO ŠTEVKE 1, 2, IN 3 ZAPISALA V KVADRATKE, V VSAK KVADRATEK ENO ŠTEVKO.

$$\square\square + \square =$$

NAJVEČ KOLIKO JE LAHKO VSOTA?
REŠEVANJE:
O:____

Primer 2: Problemska naloga za 2. razred

JANEZ BO ŠTEVKE 9, 5, 7 IN 8 ZAPISAL V KVADRATKE, V VSAK KVADRATEK ENO ŠTEVKO.

□□□ + □ =

NAJVEČ KOLIKO JE LAHKO VSOTA?
REŠEVANJE:
O:____

Primer 3: Problemska naloga za 3. razred

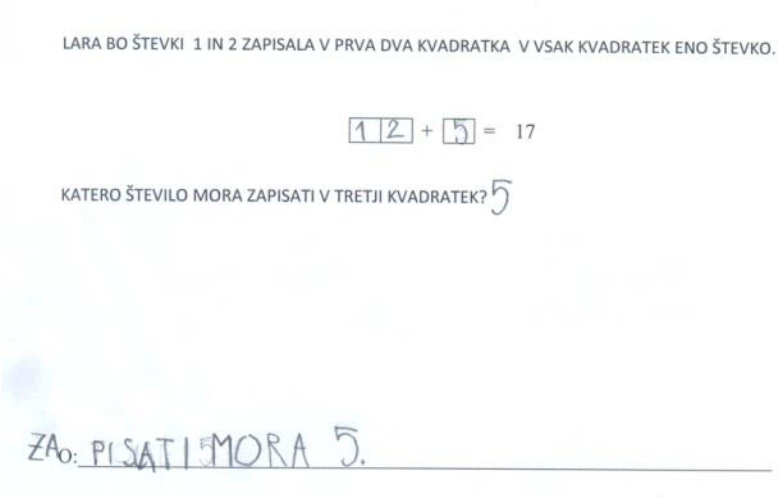
Opazimo, da so naloge na prvi pogled enake in se vsebinsko skoraj ne razlikujejo, a vsaka posebej sledi zahtevam in številskemu obsegu določenega razreda.

Različni pristopi reševanja problemske naloge

Pristope, ki so jih učenci uporabili pri reševanju te problemske naloge, lahko strnemo v štiri skupine:

- Reševanje problemske naloge brez dodatnega številskega izraza

Štirje učenci so nalogo samostojno rešili z vpisom števk v pripravljene okvirčke, pravilnim izračunom in pravilno končno rešitvijo. Ti učenci ob nalogi niso zapisali nobenega dodatnega številskega izraza. Ob ogledu njihovega reševanja lahko le sklepamo o poti njihovega miselnega procesa.


LARA BO ŠTEVKI 1 IN 2 ZAPISALA V PRVA DVA KVADRATKA V VSAK KVADRATEK ENO ŠTEVKO.

12 + 5 = 17

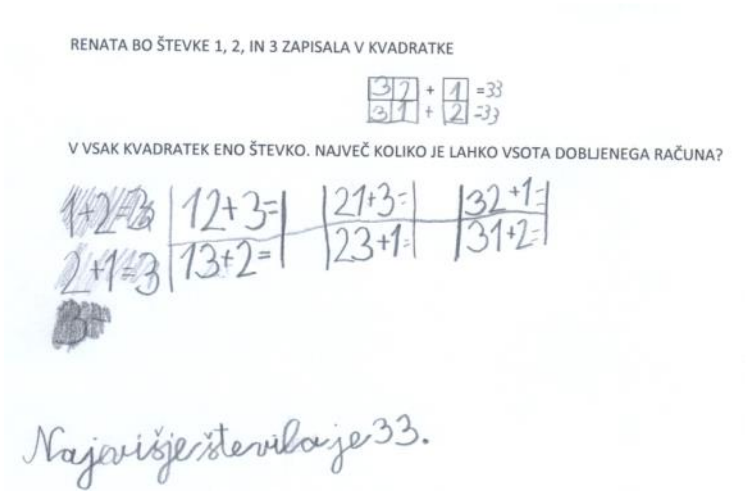
KATERO ŠTEVILO MORA ZAPISATI V TRETJI KVADRATEK? 5

ZA O: PISATI MORA 5.

Primer 4: Prvošolkino reševanje problemske naloge

- Reševanje problemske naloge s številskimi izrazi

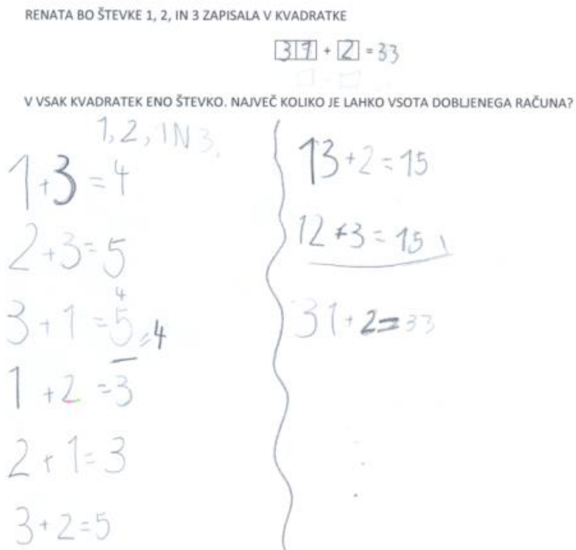
Učenca sta nalogo reševala z zapisom številskih izrazov tako, da sta tvorila in zapisala vse možne prve seštevance (dvomestne/trimestne), jim prištela drugi seštevanec in tako pridobila različne vsote. S primerjanjem vsot sta prišla do največje vsote in tako tudi do rešitve. Oba sta ugotovila, da rešitev problemske naloge za 2. razred ponuja dva različna številska izraza, v obeh primerih pa je vsota pravilno izračunane vrednosti številskega izraza enaka.



Primer 5: Tretješolčevo reševanje problemske naloge

- Reševanje problemske naloge s poskušanjem

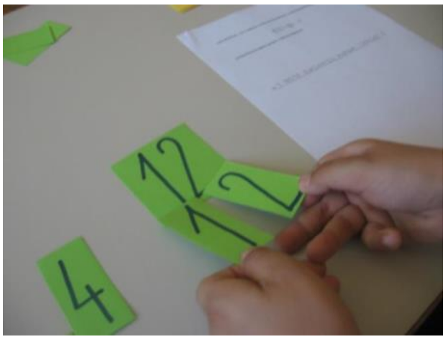
Drugošolka je samostojno zapisovala številske izraze seštevanja sestavljene iz samih enomestnih števil. Uporabila je tudi števke, ki jih v naboru ni bilo. Ob ogledu ji je bilo zastavljeno vprašanje, koliko števk mora uporabiti za tvorjenje prvega števila. Spoznala je, da mora tvoriti dvomestno število. Le eno vprašanje je bilo potrebno, da je, z zapisom nekaj možnih številskih izrazov seštevanja, samostojno prišla do končne rešitve.



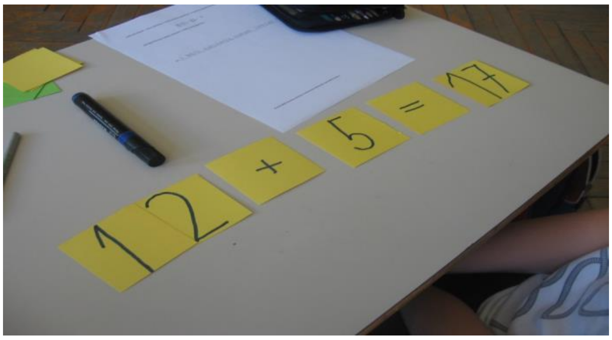
Primer 6: Drugošolkino reševanje problemske naloge

- Reševanje problemske naloge s pomočjo kartončkov

Tega učenca - prvošolca je bilo potrebno voditi. Običajno je potrebno, da je pri njem učitelj, da mu pomaga z vprašanji, s katerimi ga korakoma vodi k cilju. Pogovor je stekel o pojmih število in števka. S pomočjo kartončkov z zapisanimi števkami, je sestavljal dvomestna števila, povedal, katero dvomestno število je tvorjeno in kateri števki ga sestavljata. Učenec je sedaj prepoznal, kateri števki ima na voljo v nalogi. Ob namigu je zapisal števki na nova kartončka in od tu dalje nalogo reševal samostojno. Kartončke s števkami je prestavljal tako dolgo, da je prišel do pravilno izračunane vrednosti številskega izraza. Tako je tudi ta učenec prišel do pravilnega rezultata.



Fotografija 1: Pomoč s kartončki – prvi razred



Fotografija 2: S kartončki do rezultata

Po pravilno rešeni nalogi, so učenci drug drugemu razložili, kako so prišli do rešitve. Povzeli so svoje znanje in o njem pripovedovali. Spoznavali so tudi drugačne načine reševanja, ki so jih predstavili njihovi sošolci.

Uporaba znanja v novi situaciji

Sledila je naloga transfera – nova problemska naloga, v kateri je bilo potrebno uporabiti znanje v drugačni situaciji. Naloga je omogočala učencem prikazati problemsko znanje.

NINA BO ŠTEVKI 1 IN 6 ZAPISALA V PRVA DVA KVADRATKA, V VSAK KVADRATEK ENO ŠTEVKO.

$$\square\square - \square = 12$$

KATERO ŠTEVKO MORA ZAPISATI V TRETJI KVADRATEK?

O:____

Primer 7: Problemska naloga za 1. razred

JAKA BO ŠTEVKE 9, 5, IN 3 ZAPISAL V KVADRATKE, V VSAK KVADRATEK ENO ŠTEVKO.

$$\square\square - \square =$$

NAJVEČ KOLIKO JE LAHKO RAZLIKA?

O:____

Primer 8: Problemska naloga za 2. razred

JAKOB BO ŠTEVKE 9, 5, 7 IN 8 ZAPISAL V KVADRATKE, V VSAK KVADRATEK ENO ŠTEVKO.

$$\square\square\square - \square =$$

NAJVEČ KOLIKO JE LAHKO RAZLIKA?

O:____

Primer 9: Problemska naloga za 3. razred

Primere problemskih nalog, ki so zahtevale prenos znanja (transfer), so učenci hitro rešili. En učenec je nalogo reševal s pomočjo kartončkov. Z učencem, ki ni imel več volje za reševanje, sva zadnjo nalogo rešila individualno pri uri dopolnilnega pouka.

Zaključek

Učenci so z reševanjem predstavljene problemske naloge potrdili, da jo lahko skoraj vsi v razredu samostojno rešijo. Omeniti je potrebno, da ti učenci pogosto rešujejo problemske naloge. Kljub majhnemu številu učencev v oddelku, primer prikazuje različne načine reševanja, ki odražajo njihovo razmišljanje. Sestava problemske naloge je bila racionalna, saj je z minimalnimi spremembami zadostila vsebinskemu znanju in številskemu obsegu v posameznem razredu. Problemsko nalogo je bilo možno prilagoditi, da je bila primerna za tri učne skupine. Predstavljeni primer je bil preizkušen in je zagotovo uporaben tako v kombiniranih oddelkih kot tudi v samostojnih razredih.

Viri:

1. Cotič, M. (1999): Matematični problemi v osnovni šoli 1- 5: teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava, Zavod Republike Slovenije za šolstvo: Ljubljana.
2. Ristič, A. (2004): Matematični problemi malo drugače. Matematika v šoli, letn. 11, št. 1/2, str. 49.
3. Vršič, V., Flisar, M. (2014): Seminarsko gradivo: Pristopi k reševanju matematičnih problemov na razredni stopnji: Matematični problemi pri preverjanju in ocenjevanju znanja. Zavod Republike Slovenije za šolstvo: Ljubljana.
4. ©:2014 DMFA Slovenije, Komisija za tekmovanje Mednarodni matematični kenguru (8.5.2014).
5. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (8.5.2014).

MNENJA STARŠEV O SMISELNOSTI VPELJAVE MATEMATIČNIH VSEBIN V VRTEC

Parents' opinions on advisability of introducing mathematical content in kindergarten

mag. Romana Šepul

romana.sepul@gmail.com

Osnovna šola Mežica, enota Vrtec Mežica

Povzetek

Eno od pomembnih vprašanj sodobne pedagoške teorije je zagotovo vprašanje, povezano s sodelovanjem med vzgojitelji in starši. Zelo je pomembno tudi pri oblikovanju pozitivnega odnosa do matematike. V prispevku izpostavljamo pomen sodelovanja in izmenjavanja izkušenj med starši in vzgojitelji, za uspešen matematični razvoj predšolskega otroka. Rezultati raziskave nudijo poglobljen pogled na mnenje staršev o usvajanju matematičnih vsebin v vrtcu; na prepoznavanje matematike kot področja kurikula ter poznavanje različnih vsebin, ki naj bi jih otroci usvajali že v predšolskem obdobju. Preseneča mnenje staršev o odnosu do matematike v času njihovega šolanja. Ugotovitve potrjujejo dosedanja spoznanja, da izobrazba staršev pomembno vpliva na vključenost v izobraževanje otrok. Kljub spodbudnim rezultatom naše raziskave, pa se sprašujemo, v kolikšni meri vzgojiteljice sistematično načrtujejo izvajanje matematičnih vsebin tudi z zahtevnejšimi cilji in kolikšno je zavedanje staršev, kako lahko spodbujajo in razvijajo matematično mišljenje otrok že v predšolskem obdobju.

Ključne besede: matematika, predšolsko obdobje, starši, otrok, vzgojitelj

Abstract

One of the important questions of modern educational theory is certainly the question of the cooperation between educators and parents, which is also a very important issue for creating a positive attitude towards mathematics. In this paper, the importance of cooperation and exchange of experience between parents and educators for a successful development of mathematical skills with preschool children is highlighted. The survey results provide an in-depth look at the opinion of parents on the acquisition of mathematical content in kindergarten, at identifying mathematics as a curriculum area and at understanding of various contents, which are to be assimilated already by children in the preschool period. The parents' opinion on attitude towards mathematics during their own schooling is surprising. The findings confirm some previous ones, namely that the parents' education has a significant impact on their involvement in their children's education. Despite the encouraging results of our study, there remains a question of to what extent do teachers systematically plan the performance of the mathematical content with more complex aims and what is the parents' awareness scope of how to encourage and develop the mathematical thinking of children already in the preschool period.

Key words: mathematics, preschool period, parents, child, educator

Uvod

Matematika je eden izmed osnovnih predmetov v našem izobraževalnem sistemu, vendar se, kljub temu mnogo ljudi, pri reševanju matematičnih nalog počuti neugodno, nekateri so celo prestrašeni. Lutovčeva (2008) v raziskavi ugotavlja, da se strah in tesnoba pred matematiko pojavljata že v zgodnjih šolskih letih. Pri tem pa imamo pomembno vlogo tudi vzgojitelji in vzgojiteljice. Z vključevanjem matematike v vsakodnevne rutinske dejavnosti, priložnostnim vključevanjem matematike v izvajane dejavnosti ter načrtovanim izvajanjem matematičnih vsebin lahko otrokom približamo matematiko kot nekaj potrebnega, nujnega in prijetnega. Raziskave (Japelj Pavešić idr., 2011) kažejo pomembno razliko med matematičnimi dosežki otrok, ki so obiskovali vrtec in tistimi, ki ga niso že v četrtem razredu osnovne šole. Prav tako pa je zaskrbljujoč podatek, da v teh letih otroci že izražajo anksioznost pred učenjem matematike.

NCTM (Nacionalni svet učiteljev matematike v Ameriki) ugotavlja, da je uživanje v matematiki, in s tem oblikovanje pozitivnega odnosa, eden najpomembnejših nacionalnih ciljev matematike. Izziv vsakega starša je doseči ta cilj, hkrati pa razvijati zaupanje otrok v svoje zmožnosti, da lahko svoje matematično znanje uporabijo za reševanje problemov v vsakdanjem življenju (Hartog in Brosnan, 1994).
Vključevanje staršev je odvisno od osebnega prepričanja staršev, da lahko otroku pomagajo pri usvajanju znanj, da zaznajo, kdaj otrok potrebuje pomoč, da zaupajo v svoje sposobnosti in verjamejo v učinek sodelovanja. Vključevanje je odvisno tudi od otrokove starosti, zaznave povabila, izobrazbe, časa, energije, ipd. (Hoover-Dempsey idr., 2005; Walker idr., 2005; Walker, 2010)

Podpora staršev pri usvajanju matematičnih vsebin že v predšolskem obdobju

Starši imamo čudovito priložnost in odgovornost za vzgojo svojih otrok. Medtem ko velikokrat najdemo čas za branje ter s tem spodbujamo pozitiven odnos do literature, nam pogosto zmanjka idej, kako otrokom približati matematiko - kot nekaj zanimivega, zabavnega, vsakdanjega in potrebnega ter s tem spodbuditi ljubezen in spoštovanje do nje. Tako kot branje, je tudi matematika nujno potrebna za ustrezno delovanje v družbi. Odnos staršev do matematike vpliva na odnos, ki ga bo razvil otrok. Otroci, katerih starši se zanimajo za matematiko, vpletajo matematiko v vsakdanje življenje, bodo bolj verjetno razvili pozitiven odnos do nje. (Hartog in Brosnan, 1994).
Dojemanje otrok je velikokrat povezano s sposobnostjo staršev za nudenje primerne opore pri izgradnji otrokovega znanja. Petričičeva (2011) in Antolinova (2010) poudarjata, da so matematiki kot starši bolj občutljivi, ko gre za matematično znanje in razumevanje njihovih otrok. Petričičeva (2011) v svoji raziskavi ugotavlja, da starši, ki so učitelji matematike, nudijo otrokom pestro izbiro matematičnih aktivnosti, ki se velikokrat zgodijo spontano in prispevajo k razvijanju matematičnih in drugih vrlin. Poleg razvijanja matematičnih sposobnosti so razvijali odnos do matematike, zavest o njeni pomembnosti v vsakdanjem življenju ter sposobnost sodelovanja in razumevanja pravil. Ob tem pa povzema ugotovitve Antolinove (2010), da imajo otroci staršev matematikov določene prednosti pri oblikovanju matematične identitete, saj imajo zgled, ki močno vpliva na njihov odnos do matematike (Petričič, 2011).
Preden se bo otrok lahko učil matematiko, je pomembno, da verjame v svoje sposobnosti. Pri tem imamo starši pomembno vlogo. Mi smo otroku prvi resnični zgled za učenje in njegova opora. Naša naloga je vzpostavitev prijetnega vzdušja, v katerem bo otrok užival v raziskovanju in odkrivanju novega in se zabaval v matematiki (Hartog in Brosnan, 1994).
Naloga staršev je, da gremo v korak z otrokom. Otroci radi ponavljajo aktivnosti, veliko zadovoljstvo jim predstavljajo naloge, ki jih že znajo in jih rešujejo vedno znova in znova. Dejstvo je, da se otroci s ponavljanjem učijo in da ponavljanje izboljša učenje. Vsak otrok ima svoj tempo razvoja in veliko otrok potrebuje dodatna navodila pri opravljanju določenih nalog in aktivnosti. Mlajši kot je otrok, bolj pomembna je časovna razporeditev aktivnosti, motivacija, koncentracija in uporaba konkretnega materiala, s katerim lahko otroci manipulirajo. Otroci se najbolje učijo, kadar so dobro motivirani ali celo v pričakovanju. Starši imamo pri tem veliko priložnost, da dnevno ustvarimo trenutke radovednosti. Otrokom moramo dati čas za razmišljanje in sprejeti njihov pogled na problem. Otroci mislijo drugače kot odrasli. Zaradi kratkotrajne koncentracije je pomembno, da vsebine usvajamo počasi in postopno ter tako zagotovimo motiviranost otrok (Framboluti in Rinck, 1999).

Starši se moramo zavedati, da je matematika vsepovsod in da jo uporabljamo v vsakdanjem življenju. Čeprav mislimo, da nismo dobri v matematiki, jo kljub vsemu zadovoljno uporabljamo: ko kupujemo, kuhamo kosilo, se vozimo v avtomobilu ali avtobusu, gledamo nogometno tekmo, razdelimo pizzo. Dasiravno ste v času svojega šolanja menili, da matematika ni zanimiva, lahko otroku, s pomočjo matematičnih iger iz vsakdanjega življenja privzgojite pozitiven odnos do nje in mu pomagate, da bo pri reševanju matematičnih nalog in problemov užival. Z vprašanji lahko spodbudite otrokovo razmišljanje. Pri učenju matematike in usvajanju matematičnih konceptov ne gre samo za aktivnosti, ki pomagajo otroku usvajati matematično znanje. Pomembno vlogo pri učenju matematike ima komunikacija z otrokom, ki vključuje pogovor in poslušanje otroka. Pri tem starši in otroci sprašujemo in odgovarjamo, ter smo pri tem pozorni na to, da pogovor podkrepimo z matematičnimi cilji in tako pomagamo otroku razmišljati na matematični način (prav tam, 1999).
Starši so pomemben partner pri otrokovem učenju matematike. Če najdejo pot za aktivnosti z otrokom in pri tem spodbujajo pogovor in razmišljanje, so zagotovili pomemben ključ za kasnejši uspeh (Hartog in Brosnan, 1994).

Metodologija

Raziskava, ki jo predstavljamo, je nastala pri širši raziskavi *Mnenje staršev o smiselnosti vpeljave matematičnih vsebin v vrtec*. Namen raziskave je bil proučiti pomen vključevanja ter poznavanja vloge staršev pri usvajanju matematičnih konceptov že v predšolskem obdobju. Z anketnim vprašalnikom za starše smo pridobili odgovore na vprašanja o njihovem prepoznavanju matematike kot enega izmed področij kurikula, mnenje o smiselnosti vpeljave matematičnih vsebin in mnenja o usvajanju le teh že v vrtcu. Zanimalo nas je, če so starši ozaveščeni in vedo, kako pomembno je, za kasnejši razvoj, pridobivanje konkretnih matematičnih izkušenj z različnih, vsebinskih, matematičnih področij že v predšolskem obdobju. Prav tako nas je zanimalo, kakšen je bil njihov odnos do matematike v času šolanja. Proučili smo tudi, kakšen vpliv imata na omenjena vprašanja spol in izobrazba anketirancev.

Raziskava temelji na neslučajnostnem (priložnostnem) vzorcu N = 300 staršev, različno starih otrok, iz štirih koroških vrtcev: Vrtec Ravne na Koroškem, Vrtec pri Osnovni šoli Franja Goloba Prevalje, Vrtec pri Osnovni šoli Mežica in Vrtec pri Osnovni šoli Miloša Ledinka Črna na Koroškem ter Vrtec pri Osnovni šoli Puconci.

Na anketni vprašalnik je odgovarjalo 47 (15,7 %) moških in 253 (84,3%) žensk, različnih starosti. Največ 221 (73,7 %) je bilo staršev starih od 30-39 let, najmanj 29 (9,7 %) pa staršev starih od 40-49 let. Staršev starih od 20-29 let je bilo 50 (16,7%). Sodelujoči starši so imeli različno stopnjo izobrazbe. Največ 132 (44,0 %) je bilo staršev s četrto in peto stopnjo izobrazbe, le za enega manj 131 (43,7 %) je bilo staršev s šesto in sedmo stopnjo izobrazbe, bistveno manj 37 (12,3%) pa staršev z drugo in tretjo stopnjo izobrazbe. Starši so izpolnjevali en anketni vprašalnik, ne glede na to, koliko otrok imajo vključenih v vrtec. Pri tem smo jih opozorili, da se, pri izpolnjevanju, osredotočijo na najstarejšega otroka, ki obiskuje vrtec. Največ anketirancev je imelo dva otroka, le teh je 159 (53 %), enega 87 (29%) anketirancev, 54 (18 %) anketirancev pa je imelo tri ali več otrok. Anketirani starši so se razlikovali tudi glede na to, koliko časa je otrok vključen v vrtec 101 otrok (33,7 %) je bilo vključenih v vrtec tri leta, 53 otrok (17,7%) je bilo vključenih v vrtec eno leto, 73 otrok

(24,3 %) dve leti in 73 otrok (24,3 %) anketirancev je bilo vključenih v vrtec štiri leta ali več.

Uporabljeni sta bili kvalitativni metodi pedagoškega raziskovanja, in sicer: deskriptivna in kavzalno-neeksperimentalna metoda pedagoškega raziskovanja. Podatke smo obdelali na nivoju deskriptivne in inferenčne statistike ($\chi 2$), s programom SPSS 20.

Rezultati in interpretacija

Odnos do matematike v času šolanja

Starše smo vprašali, kakšen je bil njihov odnos do matematike v času šolanja. Odgovori so nas presenetili glede na to, da je uveljavljeno prepričanje, da matematika ni med najbolj priljubljenimi predmeti v izobraževanju. Samo 20 (6,7 %) anketiranih staršev je imelo negativen odnos do matematike v času svojega šolanja, 105 (35 %) staršev je imelo nevtralen odnos, 175 (85,3 %) staršev pa pozitiven odnos. Prav zaradi slednjega nas je zanimalo, ali obstaja korelacija med spremenljivkama: odnos so matematike v času šolanja in stopnja izobrazbe anketiranca. Glede na rezultate inferenčne statistike ($\chi 2$ = 10,50; P = 0,033) lahko trdimo, da med spremenljivkama obstaja statistično značilna razlika, in sicer: odnos do matematike v času šolanja je odvisen od stopnje izobrazbe anketiranca. Anketiranci s VI. in VII. stopnjo izobrazbe so imeli povprečno bolj pozitiven odnos do matematike kot anketiranci z nižjo stopnjo izobrazbe. Lutovčeva (2008) v svojem članku navaja, da imajo ljudje z višjo stopnjo izobrazbe bolj pozitivne matematične izkušnje in izražajo manj anksioznosti do matematike, kot ljudje z nižjo stopnjo izobrazbe. Glede na dosedanja spoznanja (Chiu and Henry´, 1990; povzeto po Lutovac, 2008) obstaja statistično pomembna razlika v odnosu do matematike med ljudmi, ki imajo izobrazbo nižjo od VI. stopnje in tistimi, ki imajo VI. stopnjo izobrazbe ali več.

Starševsko prepoznavanje matematike

Pri sklopu vprašanj o starševskem prepoznavanju matematike predstavljamo rezultate na anketni vprašanji (mnenja staršev o zastopanosti matematike kot področju kurikula ter mnenja staršev o smiselnosti usvajanja matematičnih vsebin v vrtcu). Pri obeh prikazujemo tudi korelacijo s spremenljivkama spol in izobrazba anketiranca.

Matematika - področje kurikula

Najprej nas je zanimalo, če bodo starši prepoznali matematiko kot področje, ki je zastopano v kurikulu za vrtce. Pozitivni odgovor o zastopanosti matematike v vrtcu kot področju kurikula, je podalo 225 (75 %) staršev, le 11 (3,7 %) staršev meni, da matematika ni zastopana v kurikulu za vrtce, 64 (21,3 %) staršev pa tega ne ve. Iz tega lahko sklepamo, da so starši dobro seznanjeni o kurikularnih področjih v vrtcu. Pri proučevanju vpliva spola na omenjeno vprašanje ugotavljamo, da obstaja glede na rezultate inferenčne statistike ($\chi 2$ = 8,72; P = 0,013) statistično značilna razlika med moškimi in ženskami o vedenju o zastopanosti matematike v kurikulu za vrtce.

		Spol anketiranca		
Matematika v kurikulu		Moški	Ženska	Skupaj
Da	f	30	195	225
	f %	63,8	77,1	75
Ne	f	0	11	11
	f %	0	4,3	4,3
Ne vem	f	17	47	64
	f %	36,2	18,6	21,3
Skupaj		47	253	300

Rezultati hi kvadrat preizkusa: $\chi 2$ = 8,721 P = 0,013; g = 2

Preglednica 1: Matematika kot področje kurikula, glede na spol

Da je matematika, kot področje kurikula zastopana v vrtcu (Preglednica 1), je ocenilo 63,8 % moških in 77,1 % žensk. Negativno je odgovorilo 4,3 % žensk, pri čemer je zanimivo, da nihče izmed anketiranih moških ne meni, da matematika ni zastopana v kurikulu. Vendar kar 36,2 % moških ne ve, ali je matematika zastopana v kurikulu ali ne. Tako je odgovorilo tudi 18,6 % žensk. Glede na rezultate inferenčne statistike ugotavljamo, da ženske, v primerjavi z moškimi, vedo, da je matematika zastopana v kurikulu, kar se izpostavlja tudi v literaturi (Kolar, 2005), da se matere bolj vključujejo v izobraževanje otrok, kot očetje. Odstotek je pri njih višji.

Prav tako so rezultati inferenčne statistike ($\chi 2$ = 37,07; P = 0,000; g = 4) pokazali, da so razlike pri prepoznavanju matematike, področju dejavnosti v kurikulu za vrtce - glede na stopnjo izobrazbe.

Rezultati ne presenečajo, saj se tudi v literaturi izpostavlja pomen izobrazbe staršev (Japelj Pavešić idr., 2011; Kalin, 2008; Kozjan, 2011) na vključenost v izobraževanje otrok. Starši z višjo stopnjo izobrazbe se bolj aktivno vključujejo v izobraževanje otrok, kot starši z nižjo stopnjo izobrazbe.

Smiselnost usvajanja matematičnih vsebin v vrtcu

Večina, kar 282 (94 %) vseh staršev je podalo mnenja (Preglednica 2), da je vpeljava matematičnih vsebin v vrtec smiselna, le 12 staršev (4 %) je mnenja, da vpeljava matematičnih vsebin ni smiselna, 6 (2 %) staršev pa se je odločilo za odgovor *drugo.*

Vpeljava matematičnih vsebin v vrtec	f	f %
Da	282	94
Ne	12	4
Drugo	6	2
Skupaj	300	100

Preglednica 2: Mnenja staršev o smiselnosti vpeljave matematičnih vsebin v vrtec

Pri tem vprašanju smo staršem ponudili možnost, da definirajo svoj odgovor in pridobili zanimive komentarje. Starši, ki menijo, da je vpeljava matematičnih vsebin v vrtec smiselna, poudarjajo pomen njihovega usvajanja z igro, razvijanje matematičnega mišljenja, priprave na šolo; precej staršev poudarja pomen štetja za nadaljnji otrokov razvoj, usvajanje osnov, omenjajo matematiko kot stalnico v življenju, pridobivanje pozitivnega odnosa, za razvijanje matematične predstavljivosti, za lažji prehod v šolo. V nadaljevanju navajamo nekaj konkretnih komentarjev ter pri tem uporabljamo izmišljena imena staršev.

Ana: »Da skozi igro postavimo temelje, osnove, kasnejšemu matematičnemu načinu razmišljanja.«
Miha: »To mu pomaga pri vsakdanjih opravilih.«
Mojca: »Zaradi lažjega razumevanja kasneje v šoli in zainteresiranosti otroka.«
Jaka: »Ker se učijo šteti.«
Tina: »Otroci so v predšolskem obdobju dovzetni za nove informacije, matematika nas obkroža vsak dan in prav je, da jo vpeljemo na svojstven način med naše najmlajše.«
Uroš: »Za lažje nadaljnje učenje.«
Metka: »Da se preveri, kako je otrok pripravljen pred vstopom v šolo.«
Eva: »Vsak otrok ima prirojeno željo po učenju. S primernimi materiali in pristopom lahko že v predšolskem obdobju razume veliko več, kot si odrasli sploh lahko predstavljamo. V obdobju 0 – 6 let otrok vse vsebine – tudi matematične, vsrkava neobremenjujoče, brez ocenjevanja in velikega pričakovanja odraslih. Pomembno je, da pri otroku spodbudimo zanimanje, da ga ne primerjamo z drugimi in mu z našim načinom ne vzamemo veselja do učenja. Ker je vsak otrok oseba zase, istočasno pa vseh otrok ne zanimajo iste vsebine, je treba biti pozoren na čas, ko otrok pokaže zanimanje za neko temo in mu takrat nuditi vse, da iz določene teme vsrka čim več znanja. Vendar menim, da je najpomembnejše, da je v predšolskem obdobju otrok obdan z ljudmi, ki mu nudijo toplino in sprejemanje, da se lahko razvije v srečno, odgovorno in samozavestno osebnost.«

Starši, ki menijo, da vpeljava matematičnih vsebin v vrtec ni smiselna, so pri argumentiranju svojih odgovorov največkrat navajali, da je otrokom potrebno dati čas, da je še prehitro, da bodo kasneje v šoli dovolj obremenjeni in da v vrtcu potrebujejo čas za igranje. V nadaljevanju navajamo nekaj konkretnih komentarjev ter pri tem uporabljamo izmišljena imena staršev.
Urša: »Mislim, da je prehitro, ker je že v šoli preveč zahtevno.«
Pika: »So še premajhni, imajo v šoli preveč.«
Vera: »Je prehitro.«
Nika: »Mislim, da otrok rabi v vrtcu igranje, saj so potem v šoli preveč obremenjeni. Šola zahteva preveč!«

Starši, ki pa so se pri izpolnjevanju anketnega vprašalnika odločili za odgovor *drugo,* so navajali, da je vpeljava smiselna, in ne, da še odrasli nimajo matematičnih predstav, da jih sicer lahko vpeljujemo, vendar ni potrebno in da je najpomembnejši jezik.
Rezultati inferenčne statistike so pokazali, da ne obstaja razlika v mnenju o smiselnosti vpeljave matematičnih vsebin v vrtec glede na spol. K temu pa je zagotovo pripomogel vzorec anketiranih staršev, saj so močno prevladovale ženske.
Pri preverjanju mnenja smiselnosti vpeljave matematičnih vsebin - glede na stopnjo izobrazbe, so rezultati inferenčne statistike ($\chi 2$ = 16,04; P = 0,003; g = 4) potrdili razlike o smiselnosti vpeljave matematičnih vsebin v vrtec -glede na stopnjo izobrazbe staršev.
Z višjo stopnjo izobrazbe se povečuje tudi zavedanje o smiselnosti vpeljave matematičnih vsebin v vrtec, kar smo opazili tudi pri obdelovanju podatkov, saj so starši z višjo in visoko stopnjo izobrazbe pogosteje, pozitivno argumentirali pomen vključevanja matematike pri delu s predšolskimi otroki. Starši menijo: da so mlajši otroci bolj dovzetni za učenje; da so kot vpijajoča goba; da je vrtec priprava za šolo;

da se v vrtcu učijo spontano; da lahko otroci preko igre spoznajo prve osnove matematičnih operacij, ker so otroci zelo dojemljivi in pripravljeni sprejemati; da ima vsak otrok prirojeno željo po učenju; s primernimi materiali in pristopom lahko otrok tudi matematične vsebine vsrka neobremenjujoče, brez primerjanja z drugimi in velikega pričakovanja odraslih. Rezultati so v skladu z dosedanjimi spoznanji (Kalin, 2008; Japelj Pavešič idr., 2011), da izobrazba staršev vpliva na sodelovanje staršev v izobraževanju njihovih otrok.

Analiza prepoznavanja vsebin iz področja matematike

V kurikulu za vrtce področja dejavnosti pri matematiki niso posebej opredeljena, zato smo si pri tem pomagali z učnim načrtom za osnovne šole. Zaradi lažjega prepoznavanja vsebin smo dejavnosti še podrobneje obdelali. V anketo smo zato vključili devet področij dejavnosti, in sicer:

- **Geometrija z merjenjem**: merjenje, spoznavanje osnovnih teles in likov.
- **Aritmetika in algebra**: preštevanje in štetje, osnove računskih operacij.
- **Druge vsebine:** razvrščanje in urejanje, naloge, pri katerih spodbujamo logično mišljenje, poznavanje grafičnih prikazov podatkov, vzorci.
- **Drugo**: pri čemer so imeli starši odprte možnosti odgovora.

Starše smo vprašali, katere vsebine naj bi otroci, po njihovem mnenju, usvajali že v vrtcu (Preglednica 3).Preštevanje in štetje je bilo tisto področje, za katerega so menili, naj bi ga otroci usvajali že v vrtcu. 251 staršev (83,7 %) meni, da otroci v vrtcu usvajajo te vsebine, 49 (16,3 %) pa meni, da otroci v vrtcu ne usvajajo teh vsebin. Zelo pogosto so prepoznali tudi vsebine urejanja in razvrščanja; teh staršev je bilo 242 (80,7 %) in vsebine spoznavanja osnovnih likov in teles, teh staršev je bilo 241 (80,3 %). 212 (70,7 %) staršev meni, da otroci v vrtcu usvajajo vsebine, pri katerih spodbujamo logično mišljenje, 166 (55,3 %) pa, da usvajajo vsebine vzorcev in zaporedja. Manj pogosto so starši spoznavali vsebine merjenja, teh je bilo 95 (31,7 %) in osnov računskih operacij. Staršev, ki so področje osnov računskih operacij spoznali kot vsebine, ki naj bi jih otroci usvajali v vrtcu, je bilo samo 85 (28,3 %). Posebej presenečeni pa smo bili nad neprepoznavanjem področja grafičnih prikazov podatkov, vsebin, ki naj bi jih otroci usvajali v vrtcu. Le 56 (18,7 %) staršev meni, da otroci v vrtcu usvajajo te vsebine in kar 244 (81,3 %) teh vsebin ni prepoznalo. Samo 4 starši pa so dodali, da otroci v vrtcu usvajajo tudi druge vsebine in pri tem navedli barve in seznanjanje z matematičnimi simboli (+, -, ◦, <, >, in uporabo množic ter podmnožic).

Področja dejavnosti, ki naj bi jih po mnenju staršev otroci že usvajali v vrtcu		Da	Ne	skupaj
Urejanje in razvrščanje	f	242	58	300
	f %	80,7	19,3	100
Preštevanje in štetje	f	251	49	300
	f %	83,7	16,3	100
Osnove računskih operacij	f	85	215	300
	f %	28,3	71,7	100
Vzorci in zaporedja	f	166	134	300
	f %	55,3	44,7	100
Merjenje	f	95	205	300
	f %	31,7	68,3	100

Poznavanje grafičnih prikazov podatkov	f	56	244	300
	f %	18,7	81,3	100
Naloge, pri katerih spodbujamo logično mišljenje	f	212	88	300
	f %	70,7	29,3	100
Spoznavanje osnovnih teles in likov	f	241	59	300
	f %	80,3	19,7	100
Drugo	f	4	296	300
	f %	1,3	98,7	100

Preglednica 3: Prikaz porazdelitve področij dejavnosti, ki naj bi jih otroci usvajali v vrtcu

Ugotavljamo, da so starši najpogosteje navajali vsebine iz logike in jezika. Zelo pogosto so spoznavali tudi vsebine iz aritmetike in algebre, pri čemer je zanimivo, da starši menijo, da otroci v vrtcu ne usvajajo kompleksnejših vsebin aritmetike. Kljub temu, da največ staršev meni, da otroci v vrtcu usvajajo vsebine štetja in preštevanja, jih precej manj meni, da usvajajo vsebine osnov računskih operacij. Prav tako obstajajo velike razlike v mnenju staršev pri geometriji z merjenjem. Otroci naj bi se v vrtcu, po mnenju staršev, seznanjali z osnovnimi telesi in liki, z merjenjem pa ne v tolikšni meri. Presenetljivi pa so podatki o usvajanju vsebin o grafičnih prikazih podatkov, ki so jih so starši manj pogosto prepoznali, kot tiste vsebine, ki naj bi jih otroci usvajali v vrtcu.
Inferenčna statistika ni pokazala razlik mnenja staršev, glede na spol, o usvajanju matematičnih vsebin: urejanje in razvrščanje, preštevanje in štetje, osnove računskih operacij, vzorcev in zaporedja, merjenja, poznavanje grafičnih prikazov podatkov, spodbujanje logičnega mišljenja in pri možnostih navedb drugih področij. Pri usvajanju osnovnih teles in likov pa se kaže tendenca ($\chi 2$ = 3,613, P = 0,057), in sicer: ženske so pogosteje navajale, da naj bi otroci v vrtcu že usvajali te vsebine. Odgovori so nas, glede na dosedanja spoznanja, malce presenetili, kajti v literaturi zasledimo podatek, da so ženske bolj vključene v izobraževanje otrok kot moški. Možnosti za dobljene rezultate pripisujemo vzorcu, ki je zajemal precej manjše število moških, kot žensk ter vprašanjem, ki so bila povezana z mnenjem o usvajanju vsebin v vrtcu, ne pa s konkretnimi primeri, pri katerih bi imela večji pomen vključenost oziroma sodelovanje staršev z izobraževalnimi institucijami.
Prav tako obstajajo razlike pri spoznavanju vsebin, ki naj bi jih, po mnenju staršev, otroci usvajali že v vrtcu, glede na stopnjo izobrazbe staršev in sicer pri vseh naštetih vsebinah, razen pri možnosti navajanja drugih vsebin, kjer razlik ni. Le štirje od staršev so izkoristili to možnost in poleg naštetih navedli še druge vsebine, med katerimi pa so bile tudi nematematične (barve). Tudi dosedanja spoznanja v literaturi (Japelj Pavešić idr., 2011; Kalin, 2008, Kozjan, 2011) ugotavljajo razlike glede stopnjo izobrazbe in vključenost v izobraževanje otrok. Naša raziskava je potrdila ta spoznanja, hkrati i ugotavljamo, da so največje razlike pri vsebinah algebre: vzorci ter vsebinah merjenja in poznavanja grafičnih prikazov podatkov.

Zaključek

Z našo raziskavo smo potrdili nekatera dosedanja spoznanja v literaturi in dobili širši pogled o prepoznavanju matematike - področju dejavnosti v vrtcu, prepoznavanje vsebin matematike, ki naj bi jih otroci usvajali že v vrtcu ter odnos staršev do matematike, v času njihovega šolanja.
Z raziskavo ugotavljamo, da se starši zavedajo, kako pomembno je, za kasnejše izobraževanje, usvajanje matematičnih vsebin že v vrtcu in poudarjajo njihovo

usvajanje z igro, pomen matematike za lažji prehod v šolo, za razvijanje logike in kompleksnega razmišljanja ter opisujejo matematiko kot del našega vsakdana. V zelo visokem odstotku so starši pritrdilno odgovarjali na sklop vprašanj v zvezi s prepoznavanjem matematike. Na rezultate je zagotovo vplival vzorec anketirancev, ki so imeli v povprečju višjo izobrazbo, kot je povprečna izobrazbena struktura Slovencev.

Pri prepoznavanju področij matematike, ki naj bi jih otroci usvajali že v vrtcu, so starši manj pogosto navajali vsebine: merjenja, usvajanja osnov seštevanja in odštevanja ter grafičnih prikazov. Zanimivo je, da se, glede na izkušnje, grafični prikazi velikokrat pojavljajo na hodnikih vrtcev, a starši kljub temu niso prepoznali tistih vsebin, ki naj bi jih otroci usvajali že v vrtcu. Prav tako pa rezultati raziskave TIMSS (Japelj Pavešić idr., 2011) kažejo, da se otroci v vrtcu seštevanja in odštevanja učijo le, če zato sami pokažejo svojo željo in interes. Poudarjajo pa zelo visoke dosežke otrok v četrtem razredu osnovne šole, če so ti pred vstopom v šolo obvladali osnove računskih operacij. Prav zaradi slednjega je zelo pomembno, da otroke spodbujamo pri usvajanju zgodnjih računskih spretnosti, tako v vrtcu kot doma.

Z raziskavo potrjujemo tudi dosedanja spoznanja, da izobrazba staršev pomembno vpliva na vključevanje staršev v izobraževanje otrok in na poznavanje pomena pridobivanja matematičnih kompetenc že v predšolskem obdobju.

Kljub temu, da raziskave (Japelj Pavešić idr., 2011) kažejo pomembno razliko med matematičnimi dosežki otrok, ki so obiskovali vrtec, in tistimi, ki ga niso, pa se pojavlja vprašanje, koliko in katere matematične dejavnosti otroci dejansko usvajajo v vrtcu in koliko na to vpliva tudi zavedanje vzgojiteljic o tem za kasnejši razvoj. Mednarodne primerjave o zgodnjem učenju matematike kažejo, da več znanja matematike pomeni več znanja v poznejših letih. in tudi, da se otroci drugod zmorejo naučiti mnogo več kot v Sloveniji. Od njih to pričakujemo starši in strokovni delavci (Japelj Pavešić idr., 2011).

Kljub spodbudnim rezultatom naše raziskave, pa se nam kljub temu pojavlja vprašanje, v kolikšni meri starši vedo, na kakšen način razvijati matematično mišljenje pri otroku in koliko vzgojiteljice dejansko načrtujejo izvedbo matematičnih dejavnostih tudi s postavljanjem zahtevnejših ciljev; in sicer na vseh področjih matematike.

Viri:

1. Antolin, D. (2010): Parental involvement of mathematicians in their children's learning mathematics. V: A. Jurčević Lozančić, (ur.), *Expectations, achievements and prospects in theory and practice of early and primary education: collected papers of Special Focus Symposium 11th Days of Mate Demarin, Zagreb, Croatia, November 11th and 13th 2010 and ECNSI – 2010. 4th International Conference on Advanced and Systematic Research, 11-13 November 2010,* str.19-30. Zagreb: University of Zagreb, Faculty of Teacher Education.
2. Carpenter, T. P., Fennema, E., Loef Franke, M., Levi in L., Emspon, S. B. (1999): Chidren's Mathematics. Cognitively Guided Instructions. Reston, VA:NCTM.
3. Framboluti, S. C. in Rinck, N. (1999): Mathematical activities for parents and their 2-to5-years-old children. *Early Childhood: Where learning begins Mathematics.*Pridobljeno: 20. 4. 2013: http://www2.ed.gov/pubs/EarlyMath/index.html
4. Freiberg, R. M. (2004): Getting Everyone Involved in Family Math. *The mathematics Educator,14 (1),* 35-41. Pridobljeno: 17. 2. 2013: http://math.coe.uga.edu/tme/issues/v14n1/v14n1.Freiberg.pdf.
5. Hartog, M. D., Brosnan, P. A. (1994): *Doing Mathematics with Your Child.* ERIC Digest. Pridobljeno 3. 4. 2013, iz http://www.math.com/parents/articles/domath.html

6. Hoover-Dempsey, V. K., Walker, M. T. J., Sandler, M. H., Whetsel, D., Green, L. C., Wilkins, S. A., Cloosson, K. (2005)*: Why Do Parents Become Involved? Reserch Findings and Implications. The Elementary School Journal, 106. Pridobljeno: 5. 3. 2013:* http://www.jstor.org/stable/3654866?seq=1&show_all_authors_jstor=true.
7. Japelj Pavešić, B., Svetlik, K., Kozina, A. (2011): *Znanje matematike in naravoslovja med osnovnošolci v Sloveniji in po svetu. Izsledki raziskave TIMSS 2011.* Ljubljana: Pedagoški inštitut, Ljubljana.
8. Kolar, M. (2005): Komuniciranje med šolo in starši kot element kakovosti v vzgoji in izobraževanju. Magistrsko delo, Ljubljana: Univerza v Ljubljani,Fakulteta za družbene vede.
9. Lutovac, S. (2008): *Matematična anksioznost.* Pridobljeno: 15. 2. 2013: http://www.dlib.si/results/?query='keywords%3dmatemati%c4%8dna+anksioznost'&pageSize=25
10. Petričič, A. (2011): *Učitelji matematike v vlogi staršev.* Diplomsko delo. Maribor: Univerza v Mariboru. Fakulteta za naravoslovje in matematiko.
11. Šepul. R. (2013): *Mnenja staršev o smiselnosti vpeljave matematičnih vsebin v vrtec.* Magistrsko delo. Maribor: Univerza v Mariboru. Pedagoška fakulteta Maribor.
12. *Statistični urad Republike Slovenije.* (b.d.). Pridobljeno dne: 9. 8. 2013: http://www.stat.si/novica_prikazi.aspx?id=3801.
13. Walker, M. T. J. (2010): Why Do Parents Become Involved in Their Children's Education? Implications for School Counselors. *Professional School Counseling*. Pridobljeno: 5. 3. 2013: http://www.readperiodicals.com/201010/2161479781.html.
14. Walker, M. T. J., Wilkins, S. A., Dallaire, R. J., Sandler, M. H., Hoover-Dempsey,V. K. (2005): Parental Involvement. Model Revision trought Scale Development. The Elementary School Journal, 106. Pridobljeno: 23. 2. 2013: http://www.jstor.org/discover/10.1086/499193?uid=3739008&uid=2134&uid=2&uid=70&uid=4&sid=21101966301843.

KAKO POUČUJEJO MATEMATIKO BODOČI UČITELJI RAZREDNEGA POUKA?

How are future primary school teachers teaching mathematics?

Manja Podgoršek

podgorsek.manja@gmail.com

Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta, Oddelek za razredni pouk

Povzetek

V prispevku predstavljamo rezultate empirične raziskave, kjer je bila uporabljena kombinacija kvalitativne in kvantitativne metodologije pedagoškega raziskovanja. V raziskavi so sodelovali 104 bodoči učitelji razrednega pouka. Rezultati kažejo, da so študenti svoje poučevanje matematike ob koncu izobraževalne poti izboljšali, razloge za nastale napake so iskali v sebi in se pri poučevanju zavedali pomembnosti matematičnih segmentov. Prav tako pa so didaktične prvine, kot so: podajanje navodil, upoštevanje časovne omejitve in upoštevanje predznanja učencev, pri svojem načrtovanju in poučevanju matematike bolj dosledno i uresničevali - kot pa v začetku – v tretjem letniku študija, ko so se seznanili z nastopi. Kljub temu, da je pri opazovanih elementih zaznati napredek, pa je splošno stanje poučevanja matematike, pri nekaterih segmentih, še vedno zaskrbljujoče.

Ključne besede: empirična raziskava, lokus kontrole, poučevanje matematike, bodoči učitelj, učenec

Abstract

Article presents results of an empiric research in which the combination of qualitative and quantitative methodology of pedagogic researching was used. Research was done in cooperation with 104 students of pedagogic faculty. Results show, that students improved their knowledge of mathematics at the end of their time in faculty. They found out that they are the reason for mistakes and they learned about importance of mathematical segments at teaching. The didactic elements, such as feeding instructions, taking into account time constraints and taking into account students pre-knowledge, were consistently implemented in their planning and teaching to a greater extent than at the beginning of their appearances in 3rd year of study. Despite the progress in observed elements, the overall situation of teaching mathematics in some segments is still concerning.

Key words: empirical research, locus of control, teaching mathematics, future teacher, student

Uvod

S čisto pravo učno snovjo in nastopi pred učenci se bodoči učitelji razrednega pouka na fakulteti seznanijo v tretjem letniku. Do tega, da se oblikujejo tako osebnostno in profesionalno, pridejo šele čez čas, ko imajo s poučevanjem v razredu že nekaj izkušenj. Ker pa je cilj izobraževanja na fakulteti, da so bodoči učitelji dobro teoretično podkovani, da bi razvijali in oblikovali znanje v praksi, je, v prvi vrsti, potrebno znati dobro načrtovati učne ure ter nato, po izvedbi, dosledna in kritična refleksija napak, saj le takšno ravnanje vodi k boljši kvaliteti poučevanja (Jay in Johnsonn, 2000).

Matematika v osnovni šoli

Matematika je zelo široko področje v posameznikovem življenju, s katerim se srečujemo praktično na vsakem koraku. Zaradi razvoja novih tehnologij se opaznost vpletenosti matematike manjša, čeprav je, v ozadju, njena vloga prevladujoča.
Pri pouku matematike gradimo pojme in povezave, spoznavamo in učimo postopke, kar nam pomaga pri vključitvi v kulturo, v kateri živimo (Žakelj idr., 2011: 4). Matematika je tista, ki pomaga učencu, da se razvije njegova celovita osebnost. Učenci se pri pouku matematike učijo abstraktno-logičnega mišljenja, geometrijskih predstav, povezovanja znanja pri matematiki in širše; spoznavajo uporabnost matematike v vsakdanjem življenju (Žakelj, 2013: 17).

Učenje in poučevanje

Marentič Požarnik (2000) navaja, da se lahko pojmovanja o učenju od posameznika do posameznika razlikujejo. UNESCO (1993, v: Marentič Požarnik, 2000: 10) pa navaja definicijo: »*Učenje* je vsaka sprememba v vedenju, informiranosti, znanju,

razumevanju, stališčih, spretnostih ali zmožnostih, ki je trajna in ki je ne moremo pripisati fizični rasti ali razvoju podedovanih vedenjskih vzorcev.« Učenje pa opredeljujemo tudi kot človekovo aktivnost, s katero pridobivamo znanja ter razvijamo spretnosti in sposobnosti (Balažič idr., 2003).
Slovar slovenskega knjižnega jezika pod terminom *poučevanje* navaja razlago, da je to poklicno ukvarjanje s podajanjem učne snovi v šoli. Gre predvsem za to, da tisti, ki poučuje, prenaša učno vsebino na učencem dojemljivo raven, in jih spodbuja ter vodi (Balažič idr., 2003).

Osredotočenost pouka in točka kontrole

Van de Walle (2006) pravi, da učenje poteka predvsem takrat, kadar so učenci aktivno vključeni v dejavnosti. Glede na to loči dve vrsti pouka, v katerem je objekt poučevanja usmerjen ali na učitelja ali na učence. V prvem primeru je težišče objekta poučevanja učitelj, zato tej vrsti pouka pravimo *pouk, osredotočen na učitelja*. Za takšen pouk je značilno, da učitelj z učenci obravnava učno snov že po vnaprej točno določenih korakih. Pri tem ne upošteva učenčevih lastnih zamisli in idej, ki bi lahko prav tako vodile do pravilne rešitve. Učenci so postavljeni v pasivni okvir, v katerem sprejemajo podano učiteljevo strategijo, ne da bi bili spodbujeni v razmišljanje in osmišljanje lastnega znanja. Posledica takšnega načina poučevanja je, da bodo učenci uporabljali prikazano strategijo kot nekakšno »pravilo«, ne da bi dejansko razumeli, kako pridemo do rešitve.
Nasprotno pa je pouk, ki je *osredotočen na učenca*, zasnovan tako, da spodbuja učenčevo lastno razmišljanje, posredovanje idej in izgrajevanje lastne strategije. Učiteljeva naloga pri tako zasnovanem pouku je, da beleži odgovore učencev na tablo, jih rangira in, pri začetnem delu zbiranju idej, ne daje povratnih informacij. Po pogovoru z učenci učitelj nadaljuje z razvojem njihovih idej. Učenci se tako seznanijo z drugačnimi idejami, ki se jih sami ne bi spomnili, kar pa jih spodbuja k temu, da začnejo kreirati različne rešitve tako, da uporabijo ideje sošolcev, ki so jih slišali.
Ker se tako usmerjena pouka razlikujeta tudi po tem, kdo nosi odgovornost za neučinkovito poučevanje, Weiner (1986) rešuje takšna in podobna vprašanja s teorijo atribucije. Gre za iskanje razlogov za kognitivne procese, pri katerih, s pomočjo vzrokov dogodkov, iščemo sklepe. Sklep je lahko povezan z vzrokom, ki je za posameznika videti najpomembnejši pri odločitev, ki jo sprejme. Vpliv na situacijo lahko posameznik vidi kot nekaj, kar je v njem (išče vzroke zanjo v sebi, svojem delovanju, odločitvah) ali zunaj njega (išče vzroke v okolici). Weinerjeva teorija atribucije za takšno delovanje vpeljuje termin *točka ali lokus kontrole*.

Refleksija

Za razlago pojma refleksija Slovar slovenskega knjižnega jezika ponuja razlago, da je to premišljanje oz. razglabljanje o nečem. Deweyeva definicija (1933, v Jay in Johnson, 2000) pa pravi, da je refleksija aktivno in skrbno premišljevanje o prepričanju oz. predpostavki znanja. Omogoča nam vpogled v preteklo situacijo, na podlagi katere lahko naredimo sklepe o tem, kaj je bilo dobrega in kaj je potrebno še izboljšati (Jay in Johnson, 2000). Refleksijo uvrščamo v tri podkategorije: *opisna, komparativna in kritična refleksija.* Pri opisni gre za opisovanje dogodkov učne ure, kot so si sledili po določenem časovnem zaporedju. Komparativna refleksija se od opisne razlikuje po tem, da so, poleg opisa, zaznane in predlagane spremembe ter ideje, vendar brez prave nakazane rešitve. Kritična refleksija pa se nanaša na aktivnost ali proces, v katerem si učitelj aktivnost prikliče v spomin, jo premisli in ovrednoti ter predlaga rešitve za boljšo izvedbo.

Metodologija

Namen prispevka je raziskati najpogostejše težave, s katerimi se pri poučevanju matematike soočajo bodoči učitelji razrednega pouka ter ugotoviti, komu pripisujejo razloge za neuspeh pri učni uri. Zanimalo nas je tudi, v kolikšni meri so bodoči učitelji pozorni na matematične prvine pouka ter kakšno vrste refleksije zapišejo po nastopu. V raziskavi smo uporabili kombinacijo kvalitativne in kvantitativne metodologije. Najprej smo izhajali iz zapisov refleksij študentov po opravljenem nastopu (poučevanju učne ure), iz katerih smo določili kategorije, točko kontrole, osredotočenost študenta na matematične oz. didaktične vidike poučevanja ter uvrstili vrsto refleksije. Nato je sledila tematska analiza, s katero smo oblikovali bistvene teme, ki so se pojavljale v refleksijah študentov. V zadnjem delu smo podatke kvantificirali, uporabili smo deskriptivno in inferenčno statistike.
V raziskavi so bili zajeti 104 študenti razrednega pouka 3. in 4. (tj. zadnjega) letnika Pedagoške fakultete v Mariboru. Analizirali smo dve refleksiji istega študenta; eno je napisal po koncu nastopa pri učni uri matematike v 3. letniku, ko še ni imel skoraj nobenih izkušenj z nastopi, bodisi pri matematiki bodisi pri kakšnem drugem predmetu, eno pa po koncu nastopa v 4. letniku, ko je imel za sabo že najmanj en nastop pri vsakem izmed predmetov. V 3. letniku je šlo za refleksijo študenta, ki se šele uvaja v poučevanje, medtem ko so refleksije študentov 4. letnika refleksije bodočega učitelja, ki je tik pred tem, da stopi v razred in začne s samostojnim poučevanjem. Zbrani podatki so prikazani v preglednici z navedbo strukturnih odstotkov (f %).

Rezultati in interpretacija

Podatki v Tabeli 1 kažejo, da se je točka kontrole pri bodočem učitelju iz tretjega v četrti letnik znatno povišala.

	3.letnik	4.letnik
Točka kontrole - znotraj	23 %	49 %
Osredotočenost - matematična	26 %	41 %

Preglednica 1: Prikaz strukturnih odstotkov pogostosti pojavljanja točke kontrole pri bodočih učiteljih in matematične osredotočenosti

Hkrati pa naveden podatek kaže na to, da kljub vsemu dobra polovica bodočih učiteljev še vedno išče razloge za napake zunaj sebe. Tako npr. Sonja v 3. letniku ni uvidela svojih preskopih navodil in je za to krivila učence: *»Učenci enega izmed navodil niso dobro razumeli oz. ga niso upoštevali. Kjer je bilo potrebno z voščenko napisati veliko števko 4 čez cel list, so nekateri učenci zapisovali več manjših števk na ta list.«* Medtem ko Iva v 4. letniku opaža težave pri sebi in nastalo situacijo opisuje: *»Naredili sva samo en primer, kar je bilo bistveno premalo, saj sva kasneje ugotovili, da učenci niso vsega dojeli, sploh pa ne navodil, ki so bila sicer jasno postavljena, vendar sva premalo vrtali vanje in vlekli iz njih.«*

Bodoči učitelji pa se pri poučevanju matematike vse preveč osredotočajo na didaktične vidike poučevanja in pozabljajo na pomembnost matematičnih vidikov. Pogostost pojavljanja matematične osredotočenosti bodočega učitelja se sicer, iz 3. v 4. letnik poveča, vendar se bodoči učitelji še vseeno v večji meri ukvarjajo z disciplino, motivacijo in organizacijo učilnice kot pa s samo vsebino poučevanja.

Ob prebiranju refleksij bodočih učiteljev smo te refleksije tudi smiselno uvrstili v eno izmed treh kategorij - glede na ovrednotenje lastnih izkušenj in smiselnost predlaganih rešitev.

Vrsta refleksije	3.letnik	4.letnik
Opisna	23 %	20 %
Komparativna	57 %	54%
Kritična	20 %	26 %

Preglednica 2: Prikaz strukturnih odstotkov pogostosti pojavljanja različnih vrst refleksij

Deleži refleksij so sicer ostali približno enako zastopani pri celotnem vzorcu študentov, vendar je zaznati napredek, zmanjšata se opisna in komparativna refleksija, večja je kritična refleksija. Ta podatek sicer kaže na to, da znajo bodoči učitelji v 4. letniku bolj kritično videti svoje ravnanje in mu v večji meri poiskati smiselne rešitve in izboljšati ponovno izvedbo, vendar je delež kritičnih refleksij še vseeno relativno majhen.

Teme	3.letnik	4.letnik
Uspešna ura po mnenju študenta	56 %	62 %
Uspešna uvodna motivacija	54 %	57%
Nenatančna navodila	51 %	34 %
Neupoštevanje učenčevih znanj, sposobnosti in spretnosti	46 %	23 %
Slabo časovno planiranje	37 %	30 %
Doseženi cilji učne ure	34 %	49 %
Težave z disciplino	19 %	21 %
Neustrezna organizacija učilnice	16 %	20 %
Slaba tabelska slika	15 %	15 %

Preglednica 3: Prikaz strukturnih odstotkov pogostosti pojavljanja najpogostejših tem v refleksijah bodočih učiteljev

Zadovoljstvo bodočih učiteljev z uspešnostjo izpeljane učne ure je kategorija, ki je bila v refleksijah zastopana v najvišji meri. Kot je prikazano v Tabeli 3, se odstotek zadovoljstva, iz 3. v 4. letnik še poviša, in Maja ga opisuje takole: »*Najbolj pa mi bo v spominu ostal konec ure, ko me je ena izmed učenk vprašala: »Učiteljica, kdaj pa spet pridete?« Zaradi tega trenutka se je splačalo delati dolgo pripravo in izdelovati pripomočke, saj na takšen način ugotoviš, da so te učenci sprejeli in jim je bila ura všeč.«* Klavdija pa o svoji izkušnji in zadovoljstvu pove: »*Glede na to, da je to bil to moj prvi nastop v razredu, lahko rečem le, da je občutek dober. Predvsem takrat, ko pride kakšen učenec za tabo po koncu ure in ti razlaga kakšno stvar, ki ti je med uro ni uspel povedati.«*

Kljub zelo dobro izpeljani uvodni motivaciji, pa se lahko zgodi, da se učenčeva pozornost preusmeri drugam in želenega sodelovanja od učencev učitelj vseeno ne dobi. Artikulacija učne ure v začetni fazi učnega procesa predvideva uvodno motivacijo. Pri njej gre predvsem za to, da učitelj pritegne učenčevo pozornost in si zagotovi njegovo sodelovanje za nadaljnje delo pri učni uri (Balažič idr., 2003). Refleksije bodočih učiteljev so razkrivale veliko podatkov o trudu za izvedbo dobre uvodne motivacije. Iz zapisanega lahko ugotovimo, da se študenti z uvodno motivacijo ukvarjajo v veliki meri, hkrati pa se zgodi, da pozabijo, da je potrebno vzdrževanje motivacije vso učno uro, saj pride drugače do težav. Tajda o tej izkušnji pove: *»Uvodna motivacija z lepljenjem okraskov, na katerih so bili računi, je bila primerna, saj sva z njo pritegnili pozornost učencev. Prva napaka, ki sva jo naredili, se je pa pojavila ob tem, ko so učenci svoje okraske z računi lepili na tablo. Ostali učenci, ki so čakali, da zalepijo svoj okrasek, niso bili aktivni. Če bi uro izvajali še enkrat, bi tukaj vključili tudi ostale učence, ki bi s prstki nastavljali račune. V najinem primeru so pa samo sedeli na svojih mestih in čakali, kdaj bodo na vrsti. In ker je bil najin cilj utrditi seštevanje in odštevanje, bi morali pri tem sodelovati vsi učenci.«* Padec motivacije učencev pa je v tem primeru privedel tudi do pasivne vloge učencev.

Bodoči učitelji v refleksijah razkrivajo, da se v razredu pogosto srečajo s situacijami, ko učenci ne delajo točno tistega, kar so si zamislili. Zgodi se, da po koncu posredovanega navodila učenci naredijo drugače, kot jim je bilo naročeno. Tina se spomni svoje izkušnje: »*Pri posredovanju navodil nisva bili vedno dovolj dosledni, saj se je izkazalo, da nekateri učenci niso vedeli, kaj morajo delati, ostali pa so si izmislili svoja pravila. Zdi se mi, da je nam "starejšim" težko povedati navodila na enostaven način, saj zelo radi dolgovezimo.«* Nekateri študenti so tako svojo izkušnjo iz 3. letnika reflektirali in ugotovili vzroke za nastale težave. Zato v 4. letniku zasledimo upad pogostosti navajanja problemov pri podajanju navodil (od začetne polovice - do zmanjšanja na tretjino). Hkrati pa je še vedno skrb zbujajoče dejstvo, da tretjina bodočih učiteljev učencem ne zna dovolj natančno posredovati navodil.

Ob nepravilno predvidenem razvoju kognitivne stopnje učencev, prihaja pri učni uri do nerazumevanja, neznanja in tudi do neprimerne časovne razporeditve. Otrokov kognitivni razvoj najbolj podrobno opisuje Piageteva teorija kognitivnega razvoja, zato je pri načrtovanju dejavnosti v razredu potrebno upoštevati vse sposobnosti in znanja otrok, ki jih bomo poučevali (Marjanovič Umek idr., 2004). Bodoči učitelji se s to težavo v 3. letniku srečujejo (skoraj polovica primerov), v 4. letniku pa se pogostost za polovico zmanjša in je opazna pri četrtini primerov.

Ena izmed težav, s katerimi se srečujejo bodoči učitelji razrednega pouka, je tudi časovno planiranje učne ure in njena izvedba v načrtovanem časovnem obsegu. Ugotavljamo, da si študenti zastavijo učno uro v časovnem okviru, ki pa ga ni mogoče izvesti, saj se določena etapa učne ure oz. dejavnost zavleče dlje, kot so pričakovali. Simona o svoji izkušnji zapiše: *»Za slab element nastopa označujem dejstvo, da zaključnega dela priprave pri pouku nisem realizirala in sem bila zato primorana uro podaljšati v odmor. Najverjetneje je omenjena pomanjkljivost posledica tega, da je bil uvodni del daljši, kot sem načrtovala. Povzamem lahko, da sta oba izpostavljena elementa posledica slabega časovnega planiranja.«*

Zadovoljstvo z izvedbo učne ure pri doseganju učnih ciljev je zaznati pri dokaj velikemu deležu študentov. Presenetljivo je dejstvo, da kljub temu, da opisujejo težave pri učni uri, samo uro ocenjujejo kot uspešno. Valerija deli naslednjo izkušnjo: *»Menim, da so učenci splošne globalne cilje (spoznavajo pomen uporabe standardnih enot in osvojijo osnovne merske enote; računajo z njimi; jih pretvarjajo) dosegli. Operativni cilj »znajo rešiti matematično uganko« so v večini dosegli. Matematične uganke smo reševali na način, da je postopek povedal nekdo v razredu, ki je med prvimi rešil nalogo. Nato smo postopek še skupaj analizirali. Operativna cilja »znajo pretvarjati enote«, »znajo računati z enotami« so učenci prav tako dosegli.«* Kot ugotavljajo avtorice Lipovec, Podgoršek in Antolin (2013), je zanimivo dejstvo, da bodoči učitelji velikokrat navajajo svoje zadovoljstvo po izvedeni uri, medtem ko je iz njihovih refleksij hkrati jasno razvidno, da ciljev učne ure niso dosegli.

Pri poučevanju matematike se z disciplinskimi težavami srečuje približno petina bodočih učiteljev, tako v 3. kot tudi v 4. letniku. O svojih izkušnjah z disciplino v razredu Anja razmišlja: *»Napaka, ki sem jo naredila je bila, da sem šla od enega do drugega učenca in vsakega posebej mirila. Tako se je tisti, ki sem ga umirila prvega, na koncu, preden sem prišla do zadnjega, spet začel igrati in noreti. Morala bi biti bolj odločna in jih umiriti vse naenkrat. Ampak v tistem trenutku sem imela občutek, kot da se mi vse podira in sploh nisem več vedela, kako jih naj pripravim do tega, da bodo sodelovali.«*

Bodoči učitelji navajajo tudi težave s samo organizacijo postavitve miz in pripomočkov v učilnici. Natalija o tem pove: *»Ob pogovoru s profesorico sva ugotovili, da tudi organizacija miz ni bila najboljša, saj so trije učenci bili s hrbti obrnjeni proti tabli in so se morali obračati. Zdaj veva, da je organizacija miz zelo pomembna za dobro počutje in sodelovanje učencev.«* Iz pridobljenih podatkov je zaznati, da se ta težava iz 3. v 4. letnik še poveča, kar pa lahko pripisujemo dejstvu, da v tretjem letniku študenti na to težavo niso bili tako pozorni, medtem ko so po letu in pol, potem, ko so pridobili več izkušenj, (tudi pri poučevanju ostalih predmetov) postali bolj senzibilni.

Pomembnosti tabelske slike se zaveda precej manjši delež bodočih učiteljev kot bi bilo pričakovati. Le slaba sedmina jih opazi, da bi lahko posvetili tabelski sliki več pozornosti že pri samem načrtovanju učne ure. Sandra tako pove: *»Naredili smo tabelsko sliko za tiste, ki si najbolj zapomnijo vidne reči, in da bo ostalo za zmeraj. Tabelska slika je zelo pomembna, saj je vidna opora med uro in pomembna med učenjem, saj prikliče v spomin uro. Zaradi tega mora biti pregledna in jasna. Moja je bila prenatrpana.«*

Zaključek

Glede na pridobljene rezultate v tej raziskavi lahko povzamemo, da so bodoči učitelji v 4. letniku že bližje temu, kar naj bi učitelj matematike oz. nasploh učitelj razrednega pouka postal, kot pa so bili v 3. letniku. Pri večini zabeleženih in izmerjenih postavk je opazen napredek, kar kaže na to, da so bodoči učitelji po letu in pol nastopov ter predavanj in vaj bogatejši tako za izkušnje kot za znanje, ki so ga pridobili. Bodoči učitelji v 4. letniku v večji meri zaznavajo tudi pomembnost pripisovanja napak samemu sebi, namesto da bi vzroke za neuspeh iskali v okolici, saj se zavedajo, da jim takšno delo dolgoročno ne bi prineslo spodbudnih rezultatov. Glede na podatke, ki jih dobimo iz te raziskave, lahko zaključimo, da je napredek iz 3. v 4. letnik opazen, vendar pa se nam ob tem pojavi vprašanje, ali je končni rezultat dejansko takšen, kot bi si ga želeli pridobiti od skorajda »pravih« učiteljev. Ob pogostosti pojavljanja vsake izmed opazovanih postavk, je moč zaznati, da imajo bodoči učitelji kljub zaznanemu napredku pri poučevanju še vedno veliko težav.

Raziskavo bi lahko nadaljevali tako, da bi spremljali iste osebe, ki so bile udeležene v že tej raziskavi, zato, da bi spremljali napredek potem, ko bi bili že pravi učitelji in bi imeli za sabo veliko več izkušenj s poučevanjem, kot so jih imeli sedaj, med izobraževanjem na fakulteti. Ker pa je bila raziskava narejena pri »nebolonjskih« študentih, bi bilo zanimivo raziskati, če je poučevanje matematike bolonjskih študentov, ki so bili na fakulteti deležni spremenjenega programa, kaj drugačno.

Viri:

1. Balažič, M., Ivanuš Grmek, M., Kramar, M., Strmčnik, F. (2003): Didaktika: visokošolski učbenik. Visokošolsko središče. Inštitut za raziskovalno in razvojno delo: Novo mesto.
2. http://bos.zrc-sazu.si/sskj.html (1. 5. 2014).
3. Jay, J. K., Johnson, K. L. (2000): Capturing complexity: A typology of reflective practice for teacher education .V: Teaching and Teacher Education. Washington: Pergamon.
4. Lipovec, A., Podgoršek, M., Antolin, D. (2013): Lokus kontrole in matematična osredotočenost študentov razrednega pouka. V: Pedagoška obzorja. Novo mesto: Pedagoška obzorja.
5. Marentič Požarnik, B. (2000): Psihologija učenja in pouka. DZS: Ljubljana.
6. Marjanovič Umek, L., Zupančič, M., Pinter, T., Krhin, K. (2004): Razvojna psihologija. Znanstvenoraziskovalni inštitut Filozofske fakultete: Ljubljana.
7. Van de Walle, J. (2006): Teaching student centered mathematics. Grades 3-5. Pearson: United States.
8. Weiner, B. (1986): An attributional theory of motivation and emotion. V: Psyhological Review. New York: Springer-Verlag.
9. Žakelj, A., Prinčič, A., Perat, Z., Lipovec, A., Vršič, V., Repovž, B., Senekovič, J., Bregar Umek, Z. (2011): Program osnovna šola: Matematika. Učni načrt, Ministrstvo za šolstvo in šport: Ljubljana.
10. Žakelj, A. (2013):. Novosti v posodobljenem učnem načrtu. V: Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. MATEMATIKA. Zavod republike Slovenije za šolstvo:Ljubljana.

PREDSTAVE BODOČIH UČITELJEV MATEMATIKE V OŠ O NEFORMALNEM FORMATIVNEM PREVERJANJU ZNANJA

Prospective mathematics teachers' conceptions of informal formative assessment

Adrijana Mastnak

Adrijana.Mastnak@pef.uni-lj.si

Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

Razširjen povzetek

Preverjanje znanja ima v vzgojno-izobraževalnem sistemu eno osrednjih vlog. Precej literature, tako slovenske kot tuje, se zadnjih nekaj desetletij osredotoča na formativno preverjanje znanja, s katerim se v učnem procesu zbirajo in interpretirajo informacije o učenčevem učenju zato, da bi spremljali napredek učenca pri učenju. (Black, 1998; Bell in Cowie, 2001). Black (1998) je v svoji metaanalizi tudi dokazal, da formativno preverjanje znanja spodbuja učenje, vendar mora potekati precej pogosto, povezano mora biti z dejanskim poučevanjem in uporabno za nadaljnje vodenje pouka. Da to dosežemo, je smiselno, da na formativno preverjanje znanja

gledamo v najširšem pomenu, ki vključuje tudi spontano, nenačrtovano ugotavljanje znanja učencev med vsakodnevnimi učnimi dejavnostmi. V skladu s tem Shavelson (2003) pravi, da se kontinuum formativnega preverjanja znanja razteza od formalnega do neformalnega, odvisno od formalnosti sredstev, ki jih uporabljamo za izražanje učenčevega znanja. Na osnovi različnih opredelitev neformalnega formativnega preverjanja znanja (Bell in Cowie, 2001; Duschl, 2003; Ginsburg, 2009; Ruiz-Primo in Furtak, 2004; Shavelson, 2003; Song in Koh, 2012; Zupanc, 2004) lahko določimo kriterije, na podlagi katerih se odločimo, ali je neko preverjanje znanja formalno ali neformalno. Ti kriteriji so: stopnja načrtovanosti, stopnja formaliziranosti (v smislu eksplicitnosti instrumentarija) in osnovni namen dejavnosti med ugotavljanjem znanja. Formativno preverjanje znanja je formalno, če ga izvajamo načrtovano kot dejavnost preverjanja in z oblikovanim instrumentarijem. V kolikor način preverjanja znanja odstopa od tega, bomo rekli, da je preverjanje (bolj ali manj) neformalno. Najbolj tipične metode neformalnega preverjanja znanja pri pouku matematike so: razgovor učitelja z učenci o snovi, opazovanje učencev in reševanje nalog. Raziskave so pokazale, da uporabljene metode neformalnega preverjanja znanja pomembno vplivajo na učenje učencev in kvaliteto učnega procesa, saj učitelj, na osnovi teh informacij, prilagaja učni proces, vzpostavlja interakcijo z učenci in izraža tudi svoja pričakovanja do učencev. Pomembno pa ni le poznavanje metod neformalnega preverjanja znanja, ampak tudi način njihovega izvajanja ter kritično vrednotenje na ta način pridobljenih informacij o učenčevem znanju. V magistrskem delu smo tako raziskali, kakšne predstave o neformalnem preverjanju znanja imajo bodoči učitelji matematike ter ali so razlike v njihovih predstavah glede na študijski program (matematika, razredni pouk) in letnik študija (2. in 4. letnik). Pri tem smo želeli ugotoviti, kakšen pomen ima za študente neformalnemu preverjanju znanja v odnosu do formalnega, katere metode neformalnega preverjanja znanja poznajo in kakšno vlogo jim pripisujejo pri ustvarjanju slike o znanju učenca pri za nadaljnjem poučevanju. Zanimalo nas je tudi, kako študenti vidijo način izvajanja izbranih metod za čim boljše ustvarjanje učiteljeve slike o znanju učencev. Pri študentih matematike smo tudi raziskali, katere načine ugotavljanja znanja zaznajo pri pouku matematike in kakšno pomembnost jim pripisujejo, vendar pa se bomo v prispevku omejili na predstavitev deklariranih predstav o neformalnem ugotavljanju znanja. Na vprašanja smo odgovorili na podlagi analize podatkov, ki smo jih zbrali z vprašalnikom. Statistično analizo smo izvedli s programom SPSS 20. Pri tem smo opravili opisno in inferenčno statistiko. Statistične metode, ki smo jih pri tem uporabili: izračun opisnih parametrov (frekvence, odstotki, standardni odkloni), analiza razlik s hi-kvadrat preizkusom in t-testom, faktorska analiza. V nadaljevanju predstavljamo ključne ugotovitve.

Predstave študentov o neformalnem ugotavljanju znanja - v odnosu do formalnega

S faktorsko analizo smo ugotovili, da se študenti na ravni deklariranih predstav zavedajo, da je ugotavljanje znanja pri pouku lahko nenačrtovano, nenapovedano in da poteka neprestano. Študenti ob pričetku študija se, v primerjavi s študenti ob koncu študija, še vedno nekoliko bolj nagibajo k bolj občasnim sumativnim in formalnim načinom ugotavljanja znanja. Vsi študenti se premalo zavedajo subjektivnosti neformalnega ugotavljanja znanja in bi tako tovrstne načine zbiranja informacij o znanju učencev verjetno sprejemali premalo kritično. Študenti 4. letnika matematike so, v primerjavi s študenti 2. letnika matematike in 4. letnika razrednega pouka, neformalnemu preverjanju znanja pripisali večji pomen za kvaliteten učni proces. Se pa študenti 4. letnika obeh študijskih programov v večji meri kot študenti 2. letnika matematike zavedajo pomembnosti učiteljevega neformalnega ugotavljanja za ustvarjanje slike o znanju učenca in preverjanje razumevanja med obravnavo. Pri tem pa ne moremo sklepati, ali tovrsten pomen pripisujejo samo pri učitelju, ali se jim zdi pomemben tudi za učenca.

Metode neformalnega ugotavljanja znanja

V povezavi z učiteljevim ustvarjanjem slike o znanju učencev z neformalnim ugotavljanjem znanja pri pouku, smo z rezultati raziskave ugotovili, da tudi študenti, podobno, kot kažejo izsledki iz teorije, zaznavajo neformalno preverjanje znanja pri pouku kompleksno - kot prepletanje različnih metod ugotavljanja znanja. Študenti so kot učiteljev način ugotavljanja znanja, v različnih kontekstih, najpogosteje navajali metodo razgovora in reševanja nalog. V manjšem deležu pa so navajali in zaznavali še druge metode, kot so: učiteljevo opazovanje učencev pri delu, sledenje pouku, neverbalna komunikacija, učenčeva (ne)vprašanja, sklicevanje na snov in razlago ter učiteljevo možnost subjektivne presoje o učenčevem znanju. Študenti so: ne glede na letnik študija in študijski program, med vsemi metodami, največjo pomembnost za pridobivanje informacij o učenčevem znanju in za učiteljevo ustvarjanje slike o učenčevem znanju pripisali metodi razgovora in reševanja nalog. Študenti 2. letnika so se v več kontekstih bolj nagibali k navajanju metode razgovora, medtem ko študenti 4. letnika matematike, v posameznih kontekstih bolj k reševanju nalog, v drugih pa k razgovoru. Študenti razrednega pouka pa so se, večinoma, sklicevali na metodo reševanja nalog. Pri študentih razrednega pouka bi tako predlagali, da med študijskim procesom pri pouku nekoliko bolj spoznajo pomembno vlogo razgovora pri učiteljevem ugotavljanju znanja ter nekoliko širši spekter vseh možnih načinov neformalnega ugotavljanja znanja. Posebno pozornost bi bilo, v obeh študijskih programih, potrebno posvetiti metodi opazovanja učencev pri delu in pomenu neverbalne komunikacije za ugotavljanje znanja. Ugotovili smo namreč, da študenti teh metod večinoma niso navajali, čeprav jih učitelji med poukom nenehno uporabljajo. Metodi nikakor ne zmotita učnega procesa, od učitelja pa dobro zaznavanje dogajanja v razredu in ustrezno interpretiranje tako pridobljenih informacij ter – večinoma - takojšnje odzivanje nanje. Večjo pozornost bi bilo potrebno posvetiti tudi metodi postavljanja učenčevih (ne)vprašanj pri pouku, saj so jo študenti redko navedli kot način ugotavljanja znanja. Več avtorjev (Barnes, 1976, v Moyles s sod., 2003; Ruiz Primo, 2011; Kline, 2008, v Kinman, 2010) namreč pravi, da bo razgovor v razredu veliko bolj kvaliteten, če bodo učitenci zastavljali več vprašanj, oz., da so v razredu najbolj produktivne tiste diskusije o matematičnih idejah, v katerih učenci spontano postavljajo vprašanja in o njih med sabo diskutirajo.

Način izvajanja posameznih metod ugotavljanja znanja

Pri metodi razgovora in opazovanja smo analizirali tudi, kako študenti vidijo način izvajanja teh dveh metod pri pouku, v danih hipotetičnih situacijah. Večina študentov - ne glede na študijski program in letnik študija - se zaveda, da lahko učitelj pri skupinskem delu ali pri individualnem reševanju nalog, z opazovanjem spremlja delo učencev in tako tudi ugotavlja njihovo znanje ter informacije uporabi za nadaljnje poučevanje. Manjši delež študentov 2. letnika matematike in 4. letnik razrednega pouka kljub vsemu še vedno meni, da pri skupinskem delu ni mogoče ugotavljati znanja učencev oz., da učencev pri individualnem reševanju nalog ni potrebno opazovati. Ugotovili smo tudi, da bi večina študentov, ne glede na letnik študija ali študijski program, učence pri individualnem reševanju nalog opazovala in individualno opozarjala na napake, manjši delež študentov pa bi, pri reševanju naloge, ob tem razvil razgovor. Pri metodi razgovora so študenti 4. letnika matematike, v primerjavi s študenti 2. letnika matematike in 4. letnika razrednega pouka, v danih, hipotetičnih situacijah pogosteje reagirali tako, da so od učenca zahtevali utemeljitev, razlago rešitve, večkrat so tudi reagirali tam, kjer bi lahko z učenci razčistili morebitna napačna razumevanja o obravnavanem pojmu in z njimi razvili nekoliko bolj poglobljeno diskusijo. Pri študentih razrednega pouka bi bilo tako smiselno bolj sistematično obravnavati metodo razgovora pri pouku. Ne le o tem, kakšno vlogo ima, ampak tudi, kako kvalitetno voditi razgovor pri matematiki, da bo pri njem predvsem poudarjeno raziskovanje učenčevih predstav o obravnavanih pojmih in razčiščevanje morebitnih, napačno izoblikovanih predstav. Vsekakor bi tudi pri študentih matematike želeli, da bi bilo tovrstnih ustreznih odzivov, v danih, hipotetičnih situacijah še več, zato, da bi tudi pri njih lahko, med študijem, še bolj poudarili metodo razgovora. Pri obeh študijskih programih bi bilo tudi smiselno nekoliko bolj analizirati smiselnost uporabe posameznih metod ugotavljanja znanja - glede na obravnavano snov. Ugotovili smo namreč, da študenti večinoma ne razlikujejo primernosti izbora posamezne metode, glede na to, ali je obravnavana snov bolj proceduralna ali bolj konceptualna.

Rezultati kažejo na to, da bi bilo, pri študentih obeh študijskih programov, smiselno nekoliko bolj sistematično obravnavati posamezne metode neformalnega ugotavljanja znanja, predvsem primernost uporabe posameznih metod, v povezavi z različnimi dejavniki (npr. obravnavana snov, značilnosti učencev) ter evalviranje subjektivnosti. Pri študentih razrednega pouka smo zaznali nekoliko večje primanjkljaje pri predstavah o neformalnem ugotavljanju znanja, zato predlagamo, da se, med študijskim procesom, da spoznavanju, razumevanju in izvajanju neformalnega formativnega preverjanja znanja več poudarka. Pri njih je potrebno še posebej ozavestiti pomen tako pridobljenih informacij o učinkovitejšem vodenju učnega procesa. Pri študentih matematike smo ugotovili, da imajo ob koncu študija že nekoliko bolj ustrezno izoblikovane predstave o neformalnem preverjanju znanja, kažejo pa se primanjkljaji na posameznih področjih, ki smo predstavili, in bi jih bilo smiselno med študijem nekoliko bolj sistematično obravnavati.

Ključne besede: ugotavljanje matematičnega znanja, formativno preverjanje znanja, neformalno preverjanje znanja, razgovor, opazovanje, reševanje matematičnih nalog

Extended abstract

Assessment of knowledge plays one of the central roles in the educational system. A large part of literature in the recent decades, both Slovenian and foreign, has been focusing on the formative assessment, which the educational process uses to gather and interpret information on the student's knowledge with the intention of the student progressing in his learning (Black, 1998; Bell and Cowie, 2001). Black (1998), in his meta analysis, also proved that formative assessment encourages learning, however it must take place fairly frequently, must be connected to actual teaching and useful for further class conduction. To achieve that, it is sensible to perceive formative assessment in its widest interpretation, which also includes spontaneous, unplanned

assessment of students during daily teaching activities. Adherent to this, Shavelson (2003) says, that the continuum of formative assessment reaches from formal to informal, depending on the formality of assets, used to express the student's knowledge. Based on various definitions of informal assessment (Bell and Cowie, 2001; Duschl, 2003; Ginsburg, 2009; Ruiz-Primo and Furtak, 2004; Shavelson, 2003; Song and Koh, 2012; Zupanc, 2004), we can define criteria, based on which we decide, whether an assessment is formal or informal. These criteria are: level of planning, level of formalisation (in the sense of how explicit the instrumentarium is) and basic purpose of the activity during knowledge assessment. Formative assessment is formal, if we plan it as an activity of assessment and use a formed instrumentarium. Should the means of assessment deviate from this, we will call the assessment (more or less) informal. The most typical methods of informal assessment during mathematics class are the conversation of teacher with the students on the subject, observation of students and solving of problems. Research has shown, that used informal assessment methods have a significant influence on the learning of students and the quality of the educational process, as the teacher, based on this information, adjusts the educational process, establishes an interaction with the students and expresses their own expectations for the students. It is not only important to be familiar with the methods of informal assessment, but also the means of their implementation and critical evaluation of information on student's knowledge, gained this way. The masters dissertation thus researches, how the prospective teachers of mathematics envision informal assessment and if there are differences in their envisagement in regards to the study programme (mathematics, primary classroom teaching) and the year of study (2nd and 4th year). Therein, we wished to find out what importance the students ascribe to informal assessment in relation to formal assessment, which methods of informal assessment they are familiar with and what role they ascribe to them in the generation of an image of a student's knowledge and in further conduction of classes. We were also interested in how students perceive the means of implementation of chosen methods for the generation of the best possible image of the student's knowledge. Among the students of mathematics, we also conducted research about which methods of assessment they detect in the mathematics classes and what importance they ascribe to those methods, but have limited ourselves to the presentation of declared envisagement of informal assessment. We have answered the questions based on data analysis, with the data being gathered by means of a questionnaire. A statistical analysis has been conducted with the SPSS 20 software. Therein, we have carried out descriptive and inference statistics. Statistical methods used were: calculation of descriptive parameters (frequencies, percentages, standard deviations), analysis of differences with the chi - square test and the t - test, factor analysis. In the ensuing section, we will present our key findings.

Student conception of informal assessment in relation to the formal one

We used factor analysis to find out that student, based on declared envisagement, are aware that the assessment in classes may be unplanned, unannounced and that it takes place constantly. Students of mathematics towards the beginning of their studies, as opposed to students towards the end of the studies, still tend somewhat more towards periodical, summative and formal assessment methods. All students do not have sufficient awareness of the subjectivity of informal assessment and could thus accept such methods of gathering information on pupil knowledge without required criticism. Students of the 4th year of mathematics are, in comparison with the students of the 2nd year of mathematics and 4th year of primary classroom teaching, ascribing more importance to the informal assessment to ensure quality of the education process. However, the students of the 4th year of both programmes are more aware of the importance of the teacher's informal assessment for the generation of an image of the pupil's knowledge and understanding during the process as opposed to the students of the 2nd year. Therein we may not conclude, whether such a meaning is only ascribed as important for the teacher, or if they consider it important for the student as well.

Methods of informal assessment

In relation with the teacher's generation of an image on student knowledge through informal assessment during class, the research results have shown, that students, similar to theoretical findings, identify informal assessment during class as a complex entwining of various methods of assessment. Students listed conversation and solving mathematical tasks as the most frequent assessment methods in various context. A smaller share listed and identified other methods such as teachers observation the pupils at work, following the classes, non - verbal communication, pupils' (non) questions, references to subject matter and explanation as well as the teacher's possibility of subjective assessment of a pupil's knowledge. The students, regardless of the year of study and study programme, ascribed the most importance among all methods for the acquisition of information on the pupils' knowledge and teachers' generation of image on the pupils' knowledge, to the methods of conversation and solving mathematical tasks. Students of the 2nd year have, in the majority of contexts, tended towards listing the conversation, while students of the 4th year of mathematics, in some contexts, to solving mathematical tasks and in others to conversation. The students of primary classroom teaching have, for the most part, referred to the solving mathematical tasks method. For the students of primary classroom teaching we could thus recommend, that the study process introduces the role of conversation in class in the teacher's assessment somewhat better, and provides a wider spectrum of possible methods of informal assessment in class. Special attention, in both programmes, should be given to the method of observation pupils during work and the importance of non - verbal communication in assessment. We have found that the students mainly did not list these methods, even though teachers constantly use them during class. The methods do not, in any way, disturb the education process, but demand that a teacher has good awareness of the events in the classroom and suitable interpretation of information, acquired in that way, as well as, for the most part, immediate response to it. More attention should also be given to the method of pupil's (non) questions in class, as students only rarely list it as a methods of assessment. Several authors (Barnes, 1976, v Moyles et al., 2003; Ruiz Primo, 2011; Kline, 2008, v Kinman, 2010) state, that the conversation in the classroom will be at a much higher quality level, if more questions are asked by the pupils, or that the discussions on mathematical ideas that are the most productive in classroom are the ones, where pupils spontaneously ask questions and discuss them among themselves.

Means of implementation of assessment methods

In the scope of the methods of conversation and observation, we also analysed, how students see the means of implementing these two methods in given hypothetical situations in class. Most students, regardless of study programme and year, are aware that the teacher may follow work of the pupils through observation in times of group or individual student's work, and thus identifies their knowledge, using the information to conduct the classes further. However, a minority of the 2nd year students of mathematics and 4th year of primary classroom teaching students still state, that group work makes it impossible to assess pupil knowledge or that the pupils do not need to be observed during individual work. We have also found that most students, regardless of the programme or the year, would observe pupils during individual work and notify them of errors individually, while a small margin of students would evolve a conversation with the students as they solve problems. The method of conversation saw the students of the 4th years of mathematics, in comparison with the students of the 2nd year of mathematics and 4th year of primary classroom teaching, in given hypothetical situations, more often react in ways, where they demanded that the pupil justifies and explains the solution, often also reacting in a way, where they could clarify wrong understandings of the subject matter to the pupil and evolve a somewhat more in depth discussion. It would thus be sensible for the students of classroom teaching to be subject to a systematic presentation of the method of conversation in class. Not only what its role is, but how to lead quality conversation during math classes, where the emphasis is on the exploration of the pupil's views on the taught subject matter and clarification of potential wrongly formed perceptions. Of programme, among the mathematics students also, there is a wish for even more such appropriate responses in given hypothetical situations, which is why one would assign the conversation method an even higher importance during the study. It would also be reasonable to analyse the sensibility of use of individual assessment methods regarding the subject matter taught in class somewhat more in both study programmes. We have found out, that students mainly do not distinguish the suitability of a particular method based on whether the taught subject matter is of a more procedural or more conceptual nature.

Results show, that it would make sense to also process individual methods of informal assessment more systematically in both study programmes, mainly the suitability of use of individual methods related to various factors (e.g. the taught subject matter, characteristics of pupils) and an evaluation of methods from the subjectivity perspective. Among the students of primary classroom teaching programme, we have detected a somewhat higher lack in the envisioning of informal assessment, so we suggest that during the study process, familiarisation with, understanding and implementation of informal formative assessment is given a higher emphasis. Specifically, the meaning of information gathered in this way for a more efficiently conducted education process should be impressed upon them. The students of mathematics have shown that, towards the end of the study, they have somewhat more suitably formed envisagement on informal assessments, but demonstrate a lack in individual fields, as presented, wherein it would be sensible to provide a more systematic presentation during the course of the studies.

Key words: mathematics assessment, formative assessment, informal assessment, conversation, observation, solving mathematical tasks

Viri:

1. Black, P. (1998): Assessment and Clasroom Learning, Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, let. 5, št. 1, str. 7-74.
2. Bell, B. , Cowie, B. (2001): The Characteristics of Formative Assessment in Science Education, Science Education, let. 85, št. 5, str. 536-553.
3. Duschl, R. (2003): Assessment of Inquiry. V: J.A. Cocke s sod. (ur.): Everyday assessment in the science classroom. USA: NSTA.
4. Ginsburg, H.P. (2009): The Challenge of *Formative* Assessment in Mathematics Education: Children's minds, teachers' minds, Human Development, let. 52, št. 2, str. 109-128.
5. Kinman, L.R. (2010): Communications speaks, Teaching Children Mathematics, let. 17, št. 1, str. 22-30.
6. Moyles. J., Hargreaves, L., Merry, R., Paterson,F., Esarte-Sarries, V. (2003): Interactive teaching in the primary school. USA: Open University Press.
7. Ruiz Primo, A. (2011): Informal formative assessment: The role od instructional dialogues in assessing students' learning, Studies in Educational Evaluation, let. 37, št. 1, str. 15-24.
8. Ruiz Primo, A. in Furtak, E. M. (2004): Informal formative assessment of students' understanding of scientific inquiry, CSE Report 639. Los Angeles: University of California.
9. Shavelson, R. (2003): On The Integration Of Formative Assessment in Teaching and Learning with Implications for Teacher Education. Ogledano na (13.02.2014): http://www.stanford.edu/dept/SUSE/SEAL/Reports_Papers/On%20the%20Integration%20of%20Formative%20Assessment_Teacher%20Ed_Final.doc.
10. Song , E., Koh, K. (2012): Assessment for Learning: Understanding Teacher's Beliefs and Practices. Ogledano na (8.02.2014): http://www.iaea.info/documents/paper_2fb234cf.pdf .
11. Zupanc, D. (2004): Problematika pri ne-testnih oblikah preverjanja znanja.Preverjanje in ocenjevanje, let. 1, št. 4, str. 7-14.

SISTEM OSNOVNEGA MATEMATIČNEGA IZOBRAŽEVANJA V MEHIKI

The System of Basic Mathematical Education in Mexico

mag. Cvetka Rojko, mag. Alfonso Ledesma Guerrero

Asociación Yoga en la Vida Cotidiana México A.C.,

Escuela Secunadaria 324 Alfonso Caso Andrade, Mexico City

Povzetek

V članku predstavljamo bistvene poteze mehiškega šolskega sistema, spremembe, ki jih doživlja ter vpogled v matematično izobraževanje predvsem na ravni slovenske osnovne šole. V prvem delu predstavljamo sistemske spremembe in splošne usmeritve osnovnega izobraževanja, ki traja od 3. do 15. leta starosti. V osrednjem

delu sledi predstavitev matematičnega izobraževanja, s posebnim poudarkom na četrtem triletnem obdobju, ki je primerljivo s slovenskim tretjim triletjem osnovne šole. V zadnjem delu je vpogled v izzive in težave, s katerimi se sooča mehiško šolstvo in učitelji in ki jih želi premostiti ali omiliti novi sistem.

Ključne besede: šolski sistem, osnovno izobraževanje, sekundarij, kompetence, standardi znanja

Abstract

In the article we present the essential features of Mexican school system, the changes which it is experimenting and the insight to the Mexican education especially at the level of Slovenian primary school. In the first part we present the system changes and general directions of the Basic education, which last from 3 years of the age of the children to 15 years of their age. In the central part follows the presentation of the mathematical education whit the emphasis on the fourth three-year period, which is comparable with the Slovenian third three-year period of the primary school. In the last part there is an insight to the challenges and problems that Mexican school system and teachers are facing with and which the new system wishes to overcome or to gilt.

Key words: school system, basic education, secundaria, competences, standards of the knowledge

Uvod

Namen prispevka je predstaviti udeležencem konference mehiški šolski sistem na ravni, ki ga v Mehiki imenujejo *Educación Básica*, osnovno izobraževanje. Mehiški šolski sistem doživlja v zadnjih letih sistemske in vsebinske spremembe, podobno kot nekaj let prej evropski in slovenski šolski sistem.
Predstavitev izhaja iz osnovnih dokumentov, ki jih je pripravilo mehiško Ministrstvo za šolstvo in nadaljuje z izkušnjami iz prakse.
Bralca želimo usmeriti na primerjavo s slovenskim sistemom matematičnega izobraževanja, na podobnosti in razlike. Podobno kot v Sloveniji, je tudi mehiški sistem izobraževanja sedaj osnovan na kompetencah in standardih znanja.
V zaključnem delu članka predstavljamo nekatere izzive in težave, s katerimi se mehiško šolstvo sooča, in ki je v nekaterih potezah podobno, vendar pa je, situacijsko, veliko bolj kontrastno kot v Sloveniji.

Mehiški šolski sistem

Mehika je v zadnjih nekaj letih temeljito posegla v dosedanji sistem osnovnega in srednjega izobraževanja in, podobno kot Evropa, naredila sistemske, programske in vsebinske spremembe.

Raven osnovnega izobraževanja (Educación Básica) vključuje:
- predšolsko vzgojo (Preescolar), traja tri leta, od 3. do 6. leta starosti,
- osnovna šola (Primaria), traja šest let, od 6. do 12. leta starosti,
- srednja šola (Secundaria), traja tri leta, od 12. do 15. leta starosti.

Naslednja raven je srednje višje izobraževanje (Medio superior), Bachillerato. Traja tri leta, od 15. do 18. leta starosti. Je predvsem priprava na študij. Po končani prenovi bo del Osnovnega izobraževanja (Educación Básica)

Sledi višješolsko in univerzitetno izobraževanje, ki ima različne možnosti in ni tema tega članka.

Prenova šolskega sistema se je začela s prenovo osnovne šole (Primaria), leta 2009, sledile so prenova srednje šole (Secundaria), leta 2011, nato predšolske vzgoje (Preescolar), leta 2013 in leta 2014 je pričakovana/je načrtovana/je predvidena prenova srednjega višjega izobraževanja (Bachillerato).

Za razliko od slovenskega osnovnošolskega izobraževanja želimo opozoriti, da srednja šola (Secundaria), ki je primerljiva z našo tretjo triletko osnovne šole, vsebuje tri smeri oz. modalitete:

- Secundaria general (splošna), ki vsebuje tudi nekatere praktične izbirne predmete ali delavnice kot npr.: tehnično risanje, mizarstvo, kovinarstvo, krojenje in šivanje itd.
- Secundaria técnica, ki je priprava na določen praktični poklic (električar, mehanik, frizer itd.) in
- Telesecundaria, kjer vse predmete poučuje en sam učitelj, ob podpori video-materialov, ki jih oddaja ministrstvo preko televizijskega signala v realnem času. V teh šolah se ne izvajajo praktični predmeti oz. delavnice. Ta oblika je namenjena predvsem oddaljenim krajem z manjšim številom učencev, kjer ni mogoče imeti učiteljev za vsak posamezen predmet.

Bistvene značilnosti prenovljenih učnih programov v osnovnem izobraževanju

V Mehiki je, v šolstvu, vodilna inštitucija Ministrstvo za javno šolstvo (SEP – Secretaría de Educación Pública) in njen del Ministrstvo za osnovno šolstvo (SEB - Secretaría de Educación Básica). Ministrstvo je organiziralo prenovo s projektom Celovita prenova osnovnega izobraževanja (RIEB - Reforma Integral de la Educación Básica). Ključni dokument osnovnega izobraževanja je skripta *Učni načrt 2011, Osnovno izobraževanje*. V naslednjih vrsticah v kratkem predstavljamo usmeritve in načrt, kakršen je v tem dokumentu.

Za celotno osnovno izobraževanje (skladno z gornjo definicijo), so definirane naslednje skupne usmeritve:

1. kompetence za življenje,
2. profil ob koncu izobraževanja,
3. izobraževalni standardi in
4. pričakovana znanja.

1. Kompetence (zmožnosti) za življenje

Omenjeni dokument opredeljuje pet ključnih kompetenc: zmožnosti za stalno izobraževanje, zmožnosti za upravljanje z informacijami, zmožnosti za obvladovanje situacij, zmožnosti za sobivanje in zmožnosti za življenje v družbi.

2. Profil ob koncu izobraževanja

Ta usmeritev definira profil učenca, kakršen naj bi bil, ko konča osnovno izobraževanje. Definira značilnosti njegovega znanja in to, kako ga pokaže.

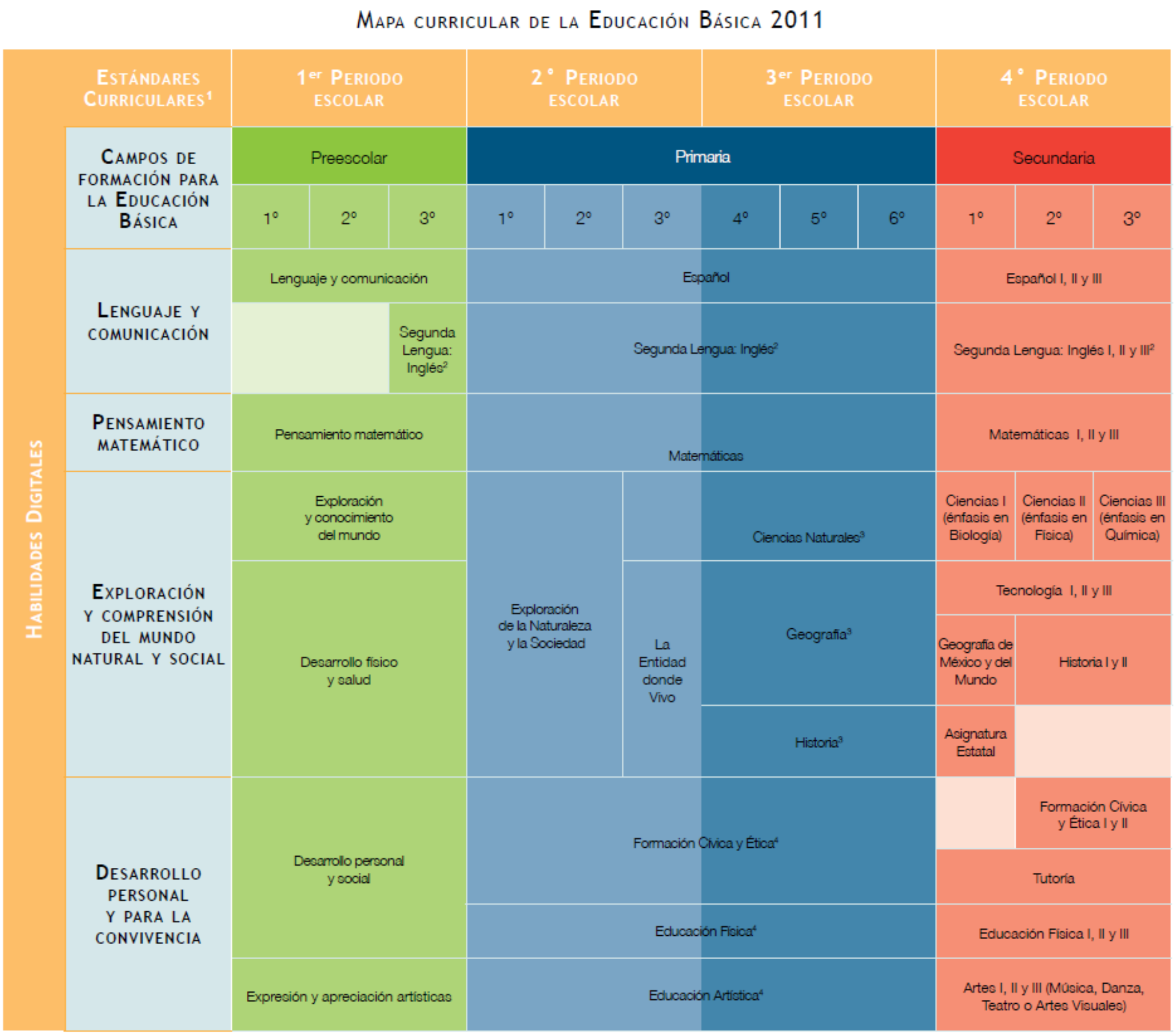
3. Izobraževalni standardi

Izobraževalni standardi so definirani v štirih skupinah:

- Jezik in sporazumevanje
- Matematično mišljenje
- Raziskovanje in razumevanje narave in družbe
- Osebni razvoj in razvoj za sobivanje

Naslednja razpredelnica prikazuje sistem osnovnošolskega izobraževanja in določa področja in predmete, ki podpirajo razvoj znanj za doseganje omenjenih štirih skupin standardov.

Skupina standardov matematičnega razmišljanja je podprta z *Matematičnim razmišljanjem* na ravni predšolske vzgoje (preescolar) in z *Matematiko* na osnovni in srednji ravni (primaria z secundaria). Pri tem je poudarjeno, da je potrebna smiselna nadgradnja od začetka do konca osnovnega izobraževanja. Na osnovni ravni (primaria), je poudarek na poznavanju in uporabi jezika aritmetike, algebre in geometrije, in tudi na interpretaciji informacij in procesov merjenja. Na srednjem nivoju (secundaria) je bistven prehod od induktivnega in intuitivnega na deduktivno mišljenje.



Razpredelnica 1: Sistem osnovnošolskega izobraževanja 2011[1]

4. Pričakovana znanja
Pričakovana znanja opredeljujejo bolj natančno učni programi posameznih področij in predmetov.

Matematično izobraževanje

Učni programi za matematiko so ločeni po ravneh; v tem članku predstavljamo predvsem učni program za zadnje obdobje (Secundaria), ki je primerljivo s slovenskim tretjim vzgojno-izobraževalnim obdobjem osnovne šole.

Osnova za predstavitev je dokument *Učni programi 2011. Vodila za učitelje. Osnovno izobraževanje. Secundaria. Matematika.* Podajamo ključne sestavine tega dokumenta in primere, ki naj ponazorijo njegovo sestavo. Obenem menimo, da je zanimiva primerjava s slovenskimi učnimi načrti, ki je prepuščena bralcu.

Namen učenja matematike
Uvodne usmeritve so predstavljene v poglavju o namenu učenja matematike, splošno v osnovnem izobraževanju in natančneje, v zadnjem, triletnem obdobju (Secundaria).

Namen učenja matematike v osnovnem izobraževanju
Z učenjem matematike v osnovnem izobraževanju je pričakovano, da učenci:
- razvijejo načine mišljenja, ki jim omogočajo oblikovati domneve in postopke za rešitev problemov in razložijo določena številska ali geometrijska dejstva;
- uporabljajo različne tehnike in sredstva za učinkovitejše postopke reševanja;
- pokažejo voljo za učenje matematike in za samostojno in sodelovalno delo.

Namen učenja matematike v zadnjem triletnem obdobju (Secundaria)
V tej fazi izobraževanja se, kot rezultat učenja matematike, pričakuje, da učenci:
- uporabljajo računanje na pamet, ocenjevanje rezultatov ali operacij s celimi števili, ulomki ali decimalnimi števili, za rešitev problemov, ki se izražajo z vsoto ali produktom;
- modelirajo in rešijo probleme, ki vključujejo uporabo enačb - do vključno druge stopnje, linearno funkcijo ali splošne izraze, ki definirajo vzorce;
- razložijo lastnosti premic, daljic, kotov, trikotnikov, štirikotnikov, pravilnih in nepravilnih večkotnikov, kroga, prizem, piramid, stožca, valja in krogle.
- za reševanje problemov uporabljajo Pitagorov izrek, pravila skladnosti in podobnosti, trigonometrijska pravila in Talesov izrek.
- Razložijo in uporabljajo formule za izračun obsega, ploščine, površine in prostornine raznih likov in teles, in izrazijo ter interpretirajo mere z različnimi merskimi enotami.
- iščejo, organizirajo, analizirajo in interpretirajo podatke, v preglednicah ali grafičnih prikazih različnih tipov, zato, da bi lahko uporabili informacije in odgovorili na vprašanja, ki si jih postavljajo sami ali so jim dana. Izberejo najustreznejšo obliko in organizacijo podatkov (preglednica ali prikaz) za posredovanje matematične informacije.
- identificirajo vrednosti, ki so ali niso sorazmerne in izračunajo manjkajoče vrednosti ali odstotke z uporabo naravnih števil in ulomkov kot sorazmernih faktorjev.
- Izračunajo verjetnost preprostih, neodvisnih poskusov.

Standardi znanja

V nadaljevanju so predstavljeni standardi znanja. Delijo se v štiri skupine:

1. Številske predstave in algebraično mišljenje
2. Oblika, prostor in merjenje
3. Obdelava podatkov
4. Odnos do učenja matematike

1. Številske predstave in algebraično mišljenje Ta tematska os se deli na štiri teme:
   - 1.1. Števila in številski sestavi
   - 1.2. Problemi, ki se izražajo z vsoto
   - 1.3. Problemi, ki se izražajo s produktom
   - 1.4. Vzorci in enačbe

   Standardi znanja za to tematsko os:

   Učenec:

   reši probleme, ki vsebujejo spreminjanje ulomkov v decimalna števila in obratno;

   - 1.1.1. reši probleme, ki vsebujejo spreminjanje ulomkov v decimalna števila in obratno;
   - 1.1.2. reši probleme, ki vključujejo izračun najmanjšega skupnega večkratnika ali največjega skupnega delitelja;
   - 1.2.1. reši probleme, ki se izražajo z vsoto in vsebujejo algebrajske izraze;
   - 1.3.1. reši probleme, ki se izražajo s produktom in vsebujejo algebrajske izraze, razen deljenje polinomov;
   - 1.4.1. reši probleme, ki zahtevajo izražanje in uporabo splošnega linearnega ali kvadratnega pravila zaporedja;
   - 1.4.2. reši probleme, ki vsebujejo uporabo linearnih ali kvadratnih enačb.

2. Oblika, prostor in merjenje Ta tematska os se deli na dve podtemi:
   - 2.1. Liki in telesa
   - 2.2. Merjenje

   Standardi znanja za to tematsko os

   Učenec:

   - 2.1.1. reši probleme, ki vsebujejo konstrukcijo krogov in pravilnih večkotnikov iz raznovrstnih podatkov in uporablja odnose med oglišči in stranicami;
   - 2.1.2. uporablja ravnilo in šestilo za konstrukcijo višin trikotnikov, simetral, rotacij, simetrij itd.;
   - 2.1.3. reši probleme, ki vključujejo lastnosti skladnosti in podobnosti različnih večkotnikov.;
   - 2.2.1. računa vrednost katerekoli spremenljivke, ki nastopa v formulah za obseg, ploščino, površino in prostornino;
   - 2.2.2. določi velikost različnih elementov kroga, kot npr.: obseg, ploščino, obodni in središčni kot, krožni lok, krožni izsek in kolobar;
   - 2.2.3. pri reševanju problemov uporabi Pitagorov izrek in trigonometrične lastnosti sinusa, cosinusa in tangensa.

3. Obdelava podatkov Ta tematska os se zdeli na teme:
   - 3.1. Sorazmerje in funkcije
   - 3.2. Osnove verjetnosti
   - 3.3. Analiza in reprezentacija podatkov

   Standardi znanja za to tematsko os:

   Učenec:

1.1.1. reši probleme, povezane s premim, obratnim ali večstopenjskim sorazmerjem, npr.: odstotke, razmerja, enostavne ali sestavljene obresti;
1.1.2. izrazi na algebrajski način linearni ali kvadratni odnos med dvema količinama;
1.2.1. računa verjetnost nasprotnih dogodkov, medsebojno nezdružljivih in neodvisnih;
1.3.1. odčita in predstavi informacije z različnimi tipi prikazov, računa in razloži pomen ranga in mediane.

4. Odnos do učenja matematike
V osnovnem izobraževanju, učenec:
4.1. razvije pozitivno predstavo o samem sebi - uporabniku matematike, se dobro počuti in je naklonjen razumevanju in uporabi matematičnih osnov, besedišča in postopkov.
4.2. uporabi matematično razmišljanje pri reševanju osebnih, družbenih in naravnih problemov in sprejema dejstvo, da obstajajo različni postopki za rešitev posameznih problemov;
4.3. navajen je logično razmišljati in uporabljati pravila matematične diskusije pri oblikovanju razlag ali prikazu rešitev.
4.4. pri reševanju problemov izmenja ideje.

Razvoj znanj

Razvoj znanj v zadnjem triletnem obdobju (Secundaria) traja tri leta in se v vsakem letu deli na pet blokov. Predstavljamo primer zadnjega bloka na tej stopnji:

Blok V

Kompetence, ki se razvijajo: - Samostojno reševanje problemov - Komuniciranje matematične informacije - Vrednotenje postopkov in rešitev – Efektivno obvladovanje tehnik.			
Pričakovana znanja	Osi		
	Številske predstave in algebraično mišljenje	Oblika, prostor in merjenje	Obdelava podatkov
• Reši in predstavi probleme, ki vsebujejo linearne enačbe sisteme enačb in enačbe druge stopnje. • Reši probleme, ki vsebujejo računanje prostornine valjev in stožcev ali katerekoli spremenljivke, ki nastopajo v uporabljenih formulah. Predpostavlja spremembo prostornine pri povečanju ali zmanjšanju katere od dimenzij. • Bere in predstavi linearne	VZORCI IN ENAČBE • Rešitev problemov, ki vsebujejo uporabo linearnih ali kvadratnih enačb ali sisteme enačb. Formulacija problemov na osnovi dane enačbe.	MERJENJE • Analiza ploskev, ki se dobijo pri prerezu pokončnega valja ali stožca. Računanje polmerov krogov, ki se dobijo ob vzporednem prerezu pokončnega stožca. • Konstrukcija formul za izračun volumna valja in stožca, izhajajoč iz formul za prizme in piramide.	SORAZMERJE IN FUNKCIJE • Analiza problemskih situacij, povezanih s fiziko, biologijo, ekonomijo ali drugimi disciplinami, v katerih nastopa linearni ali kvadratni odnos med dvema količinama. OSNOVE VERJETNOSTI • Analiza potrebnih

in kvadratne odnose, na grafični in algebrajski način. • Reši probleme, ki vključujejo računanje verjetnosti nasprotnih, medsebojno nezdružljivih in neodvisnih dogodkov.		• Ocenitev in izračun prostornine valjev in stožcev ali katerekoli spremenljivki, ki nastopajo v formulah.	pogojev, da je določena igra na srečo pravična, na osnovi pojmov z enakimi ali različnimi verjetnostmi.

Preverjanje in ocenjevanje znanja

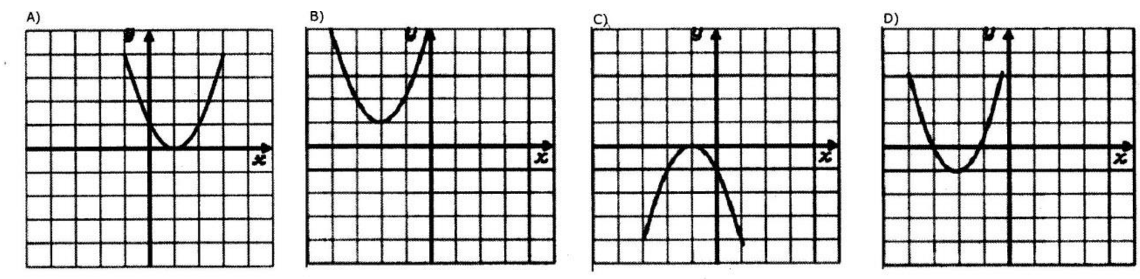
Za ocenjevanje znanja izbere učitelj več različnih metod, ki vplivajo na končno oceno. Pisno ocenjevanje poteka po vsakem od petih blokov - z internimi preverjanji in na koncu šolskega leta; tretji teden junija in z eksternim preverjanjem znanja, ki ga, enotno, organizira ministrstvo. je organizirano enotno s strani ministrstva.

Predstavljamo nekaj izbranih primerov nalog eksternega preverjanja znanja, ob koncu zadnjega triletnega obdobja (secundaria):

1) Učitelj Adrian je postavil učencem nalogo: $3x^2 - 192 = 0$.
   Ko so jo učenci rešili, so dobili naslednje rezultate:
   Juan je dobil 32, Karla $\sqrt{64}$, Brenda $\sqrt{-8}$ in Oliver –64
   Kdo je dobil pravilen rezultat?
   A) Juan
   B) Karla
   C) Brenda
   D) Oliver

2) Opazuj naslednje zaporedje števil: 1, 5, 11, 19, ...
   S katerim izrazom se lahko izračunajo členi tega zaporedja?
   A) 2n + n + 1
   B) n + n – 1
   C) $n^2 + n - 1$
   D) $n^2 - n + 1$

3) Štirje učenci imajo nalogo načrtati graf kvadratne funkcije, ki nima korenov. Grafi, ki so jih narisali, so na sliki. Katera rešitev je pravilna?



4) Lucia ima predal s starimi nogavicami, pomešanimi, brez parov, v isti barvi. V predalu je 5 modrih nogavic, 7 belih in 3 črne. Iz predala potegne eno samo

nogavico, ne da bi pogledala, izbere. -Kolikšna je verjetnost, da je izbrana nogavica črna ali modra?

A) 0,0666 B) 0,4666 C) 0,5333 D) 0,6666

Izzivi in težave mehiškega šolstva

Nerealiziran kurikulum

Zaradi pomanjkanja sredstev, tehnologije in človeških virov, se določeni deli kurikuluma ne uresničujejo skoraj nikjer. Na primer:

- Angleški jezik, ki naj bi se začel poučevati kot tuji jezik že v zadnjem letu predšolskega izobraževanja in nato v osnovni šoli (Primaria), se v praksi izvaja le v zadnjem triletju (Secundaria). Nekatere šole to težavo rešujejo same, ob finančni pomoči staršev, večina pa ima tuji jezik samo v zadnjih treh letih.
- Pred prenovo se je predšolsko izobraževanje izvajalo le eno leto (starost otrok od 5 do 6 let), in v praksi se, v veliki meri, nadaljuje tako, saj ministrstvo ne uspe dovolj hitro posodobiti in razširiti prostorov in plačati učiteljev.
- V programu izobraževanja je navedena umetnost, ki vključuje razne umetnosti in gledališče, vendar je v praksi zožena pravzaprav samo na učenje glasbe, pouka umetnosti pa ni. Predvsem zaradi pomanjkanja sredstev in zato tudi učiteljev.
- Peša računalniško izobraževanje zaradi pomanjkanja tehnologije in pomanjkljive izobrazbe učiteljev. Uporaba IKT je zožena na šole, kjer tehnologija je in predvsem pri pouku družboslovnih predmetov.

Velike socialne in kulturne razlike

Velike socialne in kulturne razlike v Mehiki so tako specifične, da model izobraževanja, ki v veliki meri kopira tuje modele, Mehiki. Naj navedemo nekaj primerov:

- Po podatkih INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía – Nacionalni inštitut za statistiko in geografijo) navaja, da približno 6% populacije nad 5 let starosti govori enega od indijanskih jezikov; kar pomeni približno 6,7 milijona prebivalcev. Teh jezikov je 98, najbolj zastopani so: Nahuatl (jezik ljudstva Meksika), ki jih pomotoma imenujemo Azteki), Maya (jezik Majev) in razna narečja Miksteka. Poleg svojega jezika pripadniki posamezne indijanske skupnosti ohranjajo tudi svojo kulturo, običaje in navade. Za mehiški šolski sistem je velik izziv vključitev otrok posameznih indijanskih skupnosti, zagotavljanje okolja brez diskriminacije in nudenje enakih pogojev za razvoj kot ostalim otrokom.
- Socialni pogoji v okolici mest in na vaseh so popolnoma drugačni kot v mestih. Marsikje šola nima svoje stavbe, vasi nimajo elektrike, ponekod niti vode, ni učiteljev. Zato je precej imaginarno, da bi otroci lahko dobili približno enako kvalitetno izobraževanje kot njihovi vrstniki v mestih.
- Skupine »migrantov«, ki delajo na poljih, se selijo po potrebi iz ene zvezne države v drugo, odvisno od potreb. Možnosti njihovih otrok za vključitev v šolski sistem so minimalne, tako, da večina otrok migrantov nikoli ne vstopi v šolo.

Učenci s posebnimi potrebami

Učenci s posebnimi potrebami so vključeni v redne šolske programe, vendar ni poskrbljeno, da bi jim bila nudena dovolj velika podpora. Primanjkujejo tako ustrezni materiali kot tudi usposobljeni učitelji Ker so bile specializirane šole za otroke s posebnimi potrebami pred leti ukinjene, je večina teh otrok prepuščena »životarjenju« v okolju, ki jih ne razume ali pa se ne vključijo v izobraževanje. Cilj novega kurikula pa seveda je, da se iščejo načini za njihovo ustrezno vključitev in enake možnosti.

Ključne težave učiteljev

Poleg opisanih situacij je za učitelje bistven problem njihovo strokovno izobraževanje in nadaljnje izobraževanje, ki ga ministrstvo zahteva, a ga finančno in organizacijsko (časovno) ne podpira.
In drugi večji problem učiteljev je plačilo, ki ne zagotavlja možnosti preživetja, še posebej, če morajo s svojo plačo preživljati vso družino. Zato poskušajo povečati svoje število ur poučevanja, tako, delovno obveznost povečujejo, in sicer z osnovnih 19 ur tedensko – tudi do 44 ur na teden.
Kot zanimivost navajamo še podatek o številu učencev v posamezni skupini. Minimalno predpisano število učencev v posamezni skupini je 35. To pomeni, da se lahko neka skupina razdeli na dve v skupini šele takrat, ko doseže 70 učencev. Zato učitelj poučuje precej velike skupine, v povprečno je v eni skupini okrog 50 učencev.

Zaključek

Zaradi svoje naravne, kulturne in socialne situacije ima Mehika precej drugačne pogoje za izobraževanje kot Slovenija. V sistemu izobraževanja in v ključnih dokumentih So vidne vzporednice in podobna vizija, pogoji v praksi in socialno in kulturno ozadje pa so precej drugačni.

Viri

1. *Plan de Estudios 2011. Educación Básica.* (2011). México D.F.: Secretaría de Educación Pública.
2. *Programas de Estudio, 2011: Guia para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas.* México D.F.: Secretaría de Educación Pública.
3. *Secretaría de Educación Básica*. (s.f.). Pridobljeno iz: http://basica.sep.gob.mx .
4. *Hablantes de lengua indígena en México*, 2013. Pridobljeno iz: http://cuentame.inegi.org.mx/poblacion/lindigena.aspx?tema=P (20. 6. 2014)
5. *ENLACE 2013. Secundaria 3er Grado.* (2013). México D.F.: Secretaría de Educación Pública.

USPEŠNE SPOPRIJEMALNE STRATEGIJE UČENCEV Z UČNIMI TEŽAVAMI

Successful Coping Strategies of **Pupils with Learning Difficulties**

Iris Kravanja Šorli, Tatjana Božič Geč

iris.sorli@gmail.com, tatjana.bozic-gec@guest.arnes.si

OŠ Martina Krpana Ljubljana

Povzetek

V prispevku so predstavljeni rezultati mini raziskave o aktivni participaciji učencev v izvirnem delovnem projektu pomoči, ki smo jo izvedli v OŠ Martina Krpana. Z kvalitativno raziskavo smo želeli dobiti boljši vpogled v koncept soudeleženosti učencev z učnimi težavami pri matematiki, v projektu pomoči, pri razvijanju uspešnih spoprijemalnih strategij za zmanjševanje šolskih težav. Zanimalo nas je, kako učenci zaznavajo učne težave pri matematiki, katerih prilagoditev so deležni in katere spoprijemalne strategije so razvili med šolanjem in jih tudi uspešno uporabljajo. Te informacije nam lahko veliko povedo o tem, kako v praksi poteka soustvarjanje, o odnosu med učiteljem in učencem, v vsakodnevni šolski praksi.
Opravili smo intervjuje z osmini učenci, ki imajo pri matematiki učne težave. Rezultati so pokazali, da učenci le redko poznajo svoje »diagnoze«, a učne težave pri matematiki zelo dobro ubesedijo z opisi in razlagami. Za uspešno pomoč je pomembno, da imajo učenci možnost povedati, kaj jim pomaga pri premagovanju težav, da sami, s svojimi besedami povedo, kaj zmorejo in česa ne, katere strategije so se izkazale za uspešne, ob kakšni podpori zmorejo in kaj vse so do sedaj že poskusili.

Ključne besede: učenec, učne težave, matematika, soustvarjanje

Abstract

This paper presents the results of a mini research about the active participation of students in the original work project of help, which was carried out in Martin Krpan Primary School. The purpose of the qualitative research was to gain a deeper insight into the concept of co-creation of pupils with learning difficulties in mathematics in the project of help and in developing successful strategies to reduce academic difficulties. We were interested in how students perceive their learning difficulties in mathematics, which adjustments they received and what coping strategies were developed over the course of schooling and are now successfully used. This information tells us a lot about how the co-creation in the relationship between teachers and students is carried out in everyday school practice.
We conducted interviews with eight pupils with learning difficulties in mathematics. The results showed that students rarely know their "diagnosis", but they still describe learning difficulties in mathematics very well with their own words. For successful implementation of the assistance, it is important that students have the opportunity to say with their own words what helps them to overcome the problems, what they can

do and what not, which strategies have proven successful, with what kind of support they can do it and what they tried so far.

Key words: pupils, learning difficulties, mathematics, co-creation

Uvod

Vzgoja in izobraževanje učencev z učnimi težavami pred učitelje postavlja nove izzive, ki so usmerjeni v človekove potenciale, sposobnosti, v to, kar posameznik potrebuje in zmore. Priprava, izvajanje in evalvacija individualiziranega programa in izvirnega delovnega projekta pomoči zahteva - na eni strani dobro poznavanje učnih težav, motenj in primanjkljajev učenca, na drugi strani pa timsko delo vseh udeležencev v vzgoji in izobraževanju (učiteljev, svetovalne službe, specialno pedagoške mobilne službe, vodstva šole, učencev in staršev). Inkluzivna naravnanost pomeni nov miselni pristop: sodelovanje namesto tekmovanja, soudeležba in ne prisila, kvalitetni odnosi in ne izolacija, sprejemanje in ne odklanjanje, sprejetost namesto osamljenosti. Vsakodnevna šolska praksa pokaže, da se učitelji na učence z učnimi težavami, in na samo delo z njimi, zelo različno odzivajo: Še vedno obstaja tudi precej ovir pri razvijanju partnerstva z učenci in njihovimi starši. Učitelji so bolj usmerjeni na poučevanje nove snovi in preverjanje naučenega, kot pa na soudeležbo otrok pri tem (Akerman, 2011: 154). Ni v navadi, da bi na težavo pogledali z otrokovimi očmi, prav nasprotno, vse prevečkrat je učenec zgolj pasiven prejemnik pomoči odraslih in je, povrhu vsega, še grajan za neuspeh. Če posameznik pozna slog učenja, ki mu najbolj ustreza, se bolj zaveda svojih prednosti in pomanjkljivosti ter lahko učinkoviteje upravlja z lastnimi zmožnostmi (Magajna, 1995: 133).
Akerman (2011) poudari, da, če želimo težavo uspešno rešiti, moramo ustvariti prostor za dialog, v katerem slišanega ne preverjamo s svojo, vnaprej oblikovano predstavo o posamezniku, in njegovih sposobnostih, temveč si prizadevamo na težavo gledati z očmi drugega. Zato je bila kvalitativna raziskava, predstavljena v prispevku, opravljena z željo, da bi dobili boljši vpogled v koncept soudeleženosti učencev z učnimi težavami pri matematiki, pri razvijanju uspešnih spoprijemalnih strategij za zmanjševanje šolskih težav. Zanimalo nas je, kako učenci pri matematiki zaznavajo učne težave, katerih prilagoditev so deležni in katere spoprijemalne strategije so razvili med šolanjem in jih uspešno uporabljajo. Učencu je potrebno pomagati odkriti, kako se najlažje uči ter kako naj svoj slog čim bolj utrdi in razvije. Prav te informacije nam lahko veliko povedo o tem, kako v praksi poteka raziskovanje uspešne poti do rešitev in soustvarjanje, o odnosu med učiteljem in učencem v vsakodnevni šolski praksi.

Izvirni delovni projekt pomoči

Čačinovič Vogrinčič (2011: 17) z izvirnim delovnim projektom pomoči učencem z učnimi težavami prenese koncept delovnega odnosa v šolsko prakso in opredeli odnos med učencem in učiteljem. Ta odnos zelo slikovito opiše z besedami: »Odnos med učencem in učiteljem je odnos med ekspertom iz izkušenj in spoštljivim in odgovornim zaveznikom, ki vzpostavljata in varujeta procese in prostor raziskovanja in udeleženosti v želenih izidih.« Poudari, da prav vsaka beseda v taki opredelitvi šteje: učitelj je zaveznik v procesu skrbi in podpore, da učenec razišče in razvije svoje darove, sposobnosti, da napreduje v znanju, da se nauči trdo delati zanj. Da je učitelj kot zaveznik spoštljiv, pomeni, da se pridruži učencu kot ekspertu - iz izkušenj in pomoč začne z učencem tam, kjer učenec je. Ob tem nas tudi opozori, da smo odrasli odgovorni, da se naučimo vzpostavljati in vzdrževati odnos, ki soustvarjanje omogoči. Ne smemo pozabiti, da se izvirni delovni projekt pomoči soustvarja v delovnem odnosu, kajti vsak projekt pomoči učencu z učnimi težavami mora vsebovati dogovorjeno zaporedje nalog in odločitev v procesu pomoči ter zapis o vseh udeleženih v projektu, o njihovih prispevkih in učenčevih uspehih, ob tem se projekt zapisuje in evalvira sproti (Koncept dela, 2008). Projekt je deloven, ker konkretizira dogovorjene spremembe, naloge, delež učenca, delež učitelja, delež vsakega člana in časovne okvire, poudarjeno je delo, sodelovanje, učenje, odpravljanje učne težave, dejavnosti, ki vodijo k želenim izidom (Čačinovič Vogrinčič, 2011).

Čačinovič Vogrinčič (2008) opozori, da v vsakdanjem življenju opise učnih težav ali primanjkljajev prepogosto uporabljamo kot diagnoze, pa tega ne bi smeli. Opisi niso diagnoze, temveč izhodišča za raziskovanje in dialog. Opredelitev primanjkljajev, posebnih potreb ali učnih težav se pogosto oblikujejo v navidezno objektivnem jeziku odraslega, ne da bi dodali učenčev delež. Izvirni projekt dela z učenci s šolskimi težavami želi v šolskem prostoru spremeniti prav to paradigmo o strokovnjaku, učitelju, ki objektivno vse ve, saj ta paradigma v šoli še vedno močno prevladuje. Izvirni delovni projekt pomoči postavi v središče učenca, premakne pozornost od primanjkljajev k močem, k podpornim mehanizmom, spoprijemalnim strategijam in socialnim mrežam. Proces soustvarjanja pomoči vzpostavi učitelj, ko se pridruži učencu, da bi skupaj z njim raziskoval težavo in poiskal rešitve in se nadaljuje v odnosu, ki spodbudi učenca, da ubesedi težave (Čačinovič Vogrinčič, 2008). Učitelj postane zaveznik v procesu skrbi in podpore, da učenec razišče in razvije svoje darove, sposobnosti, da napreduje v znanju, da se nauči trdo delati zanj (2011).

Izvirni delovni projekt pomoči zagotovo pomeni korak naprej, ker natančno opredeljuje potrebne korake za uresničitev procesa pomoči. Izvirni delovni načrt pomoči je individualni načrt pomoči, ki obsega: dnevnik pomoči, v katerem se beležijo vse tekoče odločitve, timske sestanke, pogovore z učencem, starše, opise težav, načrt rešitve, dogovore, ocene uspešnosti in vse spremembe v načrtu.

V izvirnem delovnem projektu pomoči lahko soustvarimo ugodne rešitve, ko zagotovimo čas in prostor za raziskovanje, razumevanje težave in poti k rešitvi (Mešl, 2011). Mešl poudari, da pri tem izhajamo iz preteklih dobrih izkušenj, raziskujemo situacije, ki so bile izjemne, ko se problem ni pojavljal ali je bil manjši, proslavljamo najmanjše premike v želeno smer, dogovorimo se o konkretnih korakih in z učencem razvijamo konkreten načrt pomoči. Vzajemno preverjanje razumevanja, puščanje odprtega prostora za dialog in pogovor in konkretiziranje dogovorov so temeljna vodila ravnanja, ki nas varuje pred tem, da bi učencu vsiljevali svojo rešitev.

Specifične učne težave pri matematiki

Učenci z učnimi težavami so zelo raznolika skupina učencev z različnimi kognitivnimi, socialnimi, emocionalnimi in drugimi značilnostmi. Najpogostejše ovire, s katerimi so povezane učne težave pri matematiki, Zupančič Danko in Žunko-Vogrinc (2011) vidita v jezikovnih in komunikacijskih težavah, ki učenca ovirajo pri pisanju in branju matematičnih besedil ter pri pogovorih o matematičnih idejah in strategijah reševanja matematičnih problemov. Za te učence so značilne tudi: nizka motivacija, slaba samopodoba in daljša zgodovina učne neuspešnosti. Primanjkljaji so povezani z razumevanjem in s procesi in strategijami reševanja besednih problemov ter se nanašajo tudi na prevedbo informacij besednega problema v matematični jezik.

Učenci imajo težave s spominom in slabše razvite strategije, ki pri učencu ovirajo razvoj in zmožnost predstavitve pojmov in matematičnih operacij, priklic matematičnih dejstev, razvoj pojmov, učenje algoritmov ter formul ter vplivajo na težave pri reševanju besednih problemov.

Specifične učne težave pri matematiki delimo na diskalkulijo in specifične aritmetične učne težave. Magajna (2011) vidi diskalkulijo kot možno posledico možganske okvare, ki se kaže kot težava dojemanja števil in aritmetičnih operacij. Prav tako pa meni, da je diskalkulija, lahko tudi razvojna in povezana s slabšim konceptualnim, proceduralnim in deklarativnim matematičnim znanjem.
Specifične učne težave pri aritmetiki se pojavljajo pogostejše kot diskalkulija in se kažejo kot slaba avtomatizacija aritmetičnih dejstev in postopkov (Reid in drugi, 2007). Težave lahko nastanejo pri sprejemu ali predelavi informacij, pa tudi pri predstavitvi rezultata.

Prepoznavanje specifičnih učnih težav pri matematiki
Kroflič (2006) meni, da ne gre zanemariti vpliva individualnih praks, ki so se sčasoma močno zasidrale v ključnih akterjih (šolskem pedagoškem kadru).Ti so velikokrat obremenjeni s predsodki, stereotipi, ki močno vplivajo na uresničevanje posameznih idej na konkretni ravni. Tako vzrok za šolski neuspeh učitelji pogosto pripisujejo učencem samim in izhod vidijo v bolj resnem in odgovornem delu: »ne dela pri pouku, ne piše domačih nalog, je len, ne hodi na dopolnilni pouk, se ne uči sproti, moti pouk …«
Učitelji učencem pogosto namenijo pasivno vlogo, sami opredelijo težavo in tudi predpišejo recept za reševanje. Ta recept se večinoma sestoji iz mantre »učiti se, učiti se in še enkrat učiti se sproti.« Prilagoditve se jim zdijo nekaj, kar je sicer zapisano v individualiziranem programu (IP) ali izvirnem delovnem projektu pomoči (IDPP) in jih je zato potrebno izvajati, toda pogosto v tem ne vidijo smisla.: » Zdaj piše izven oddelka že pol razreda. Kakšen smisel sploh ima to?« Septembra 2013 smo v OŠ Martina Krpana med učitelji izvedli anketo o tem, kako prepoznajo pri učencih specifične učne težave, zato, da bi ugotovili, kako učitelji prilagajajo in individualizirajo delo pri pouku, s kom pri svojem delu najbolj sodelujejo, kako se na svoje delo pripravljajo in kako ocenjujejo svoj odnos z učenci. Raziskava je pokazala, da učitelji pogosteje prepoznajo specifične učne težave pri jeziku in motnje pozornosti kot pa učne težave pri matematiki.
Ugotovili smo, da učitelji pri matematiki najpogosteje odkrijejo učence z učnimi težavami z opazovanjem in spremljanjem in s pregledovanjem njihovih pisnih izdelkov. Učitelji ocenjujejo, da so zelo uspešni pri izvajanju prilagoditev pri preverjanju in ocenjevanju znanja ter pri poučevanju strategij o uporabi pripomočkov. Svoj največji vpliv na učence vidijo pri tem, da učenci usvojijo minimalne standarde znanja. Ocenjujejo, da imajo velik vpliv tudi na to, da učenci delajo domače naloge ter usvojijo strategije učenja pri njihovem predmetu.
Raziskava je pokazala, da učitelji svojo udeleženost v projektu soustvarjanja in svoj odnos z učenci zelo pozitivno ocenjujejo. Skoraj vsi učitelji menijo, da učenci radi prihajajo k njihovim uram pouka, da so pri pouku sproščeni in komunikativni, da imajo radi njihov predmet ter da jim zaupajo in se nanje obračajo, ko so v stiski in v težavah. In prav ta ugotovitev je bila izhodišče za nadaljnjo raziskavo, ki bi te trditve preverila tudi med učenci in pokazala, kako učenci doživljajo vlogo, ki jim je namenjena v *Konceptu dela z učenci z učnimi težavami.*

Subjektivni opisi učnih težav pri matematiki in spoprijemalne strategije za reševanje težav

Inkluzivna naravnanost pomeni nov miselni pristop: sodelovanje namesto tekmovanja, soudeležbo in ne prisila, kvalitetne odnose in ne izolacije, sprejemanje in ne odklanjanje, sprejetost namesto osamljenosti V izvirnem delovnem projektu pomoči je v praksi namenjena učencem izrazito pasivna vloga; a učenci, ki aktivneje sodelujejo, pogosteje razvijejo uspešne strategije ravnanja s šolskimi težavami. Hkrati pa se tudi učitelji, ki si vzamejo čas za pogovor z učencem ter z njim raziskujejo in soustvarjajo v procesu pomoči, bolj osredotočeni na uspešnost učenca, na to, kar učenec zmore in zna, kot pa na njegovo motnjo in primanjkljaje.

Pri raziskavi smo uporabili kvalitativno metodo raziskovanja, ker nas je zanimal problem zaznavanja učnih težav pri matematiki in udejanjanje soustvarjanja v vsakodnevni šolski praksi s perspektive posameznega učenca z učnimi težavami. Zanimali so nas predvsem subjektivni opisi težav in spoprijemalne strategije, s katerimi se spoprijemajo, da bi pri matematiki zmanjšali učne težave, kar je ključno za in uspešno učno pomoč. Z učenci smo opravili polstrukturirane intervjuje. Vprašanja so bila postavljena odprto.

V raziskavi je sodelovalo 8 učencev od 2. do 9. razreda z učnimi težavami pri matematiki (2 fanta in 6 deklet). Za vse intervjuvane učence so pripravljeni izvirni delovni projekti pomoči, v katerem so posamezni koraki pomoči podrobno opredeljeni.

Intervjuji z učenci so potekali aprila 2014, v OŠ Martina Krpana, v Ljubljani. Vsak intervju je trajal približno eno šolsko uro.

Intervjuji z učenci

Opisi težav

Učenci niso poznali diagnoz, ki so zapisane v strokovnem mnenju Komisije za usmerjanje in v individualiziranih programih in izvirnih delovnih projektih pomoči, a so zelo natančno, s svojimi besedami, zajeli vse tisto, kar stroka prepoznava kot specifične učne težave pri matematiki.

Zanimiva se zdi ugotovitev, da imajo vsi intervjuvani učenci, kljub učnim težavam pri matematiki, matematiko radi, in da se nihče tega predmeta ne boji. Učenka S. (7. razred)je povedala: »Matematika mi je všeč, ker moraš veliko računat, rada računam ulomke, všeč sta mi množenje in deljenje.« Učenki A. (7. razred) se zdi matematika zanimiva, ker »…se ji zdijo zanimivi liki in telesa.« Tudi učenka T. (9. razred) ima raje geometrijo kot algebro: »… najbolj mi je fajn, ko se učimo obrazce za krog, pa trikotnik, kvadrat, pa računamo ploščino in obseg.« Učenka Š. (3. razred) meni, da je najboljša pri geometriji: »Daljice mi gredo pa najboljš. Liki mi gredo tudi ful dobro.«

Njihovi opisi težav pri matematiki so zelo nazorni. Učenec N. (2. razred) ima diskalkulijo in zato večje težave z dojemanjem števil, razmerji med števili in z razumevanjem računskih operacij. Sam zase pravi, da se hitro zmoti in da ne zna odštevati: »Ne znam računati na minus, ker se vedno zmotim in narobe napišem, ker je premalo prstov.« S. in A. imata težave s procenti: »Ne vem, kako to spremeniti v ulomek. Pozabim, čeprav so mi že večkrat pokazali. Sploh si ne morem zapomnit. Se ne spomnim, katero operacijo moram naredit.«

Tudi učenka Š. ima diskalkulijo in je podala obsežen opis težav: »Ne znam napisat številke 1000, pa številke težko preberem. Pa tudi deljenje mi gre mal težje, pa to na primer, ko je koliko, 19+ koliko = … Malo mi gre težje, ko so v kontrolki tri številke in jih moram seštet ali odštet. Pa tudi hitro pozabim.« Tudi učenec J. (9. razred) ima pri matematiki kup težav in pravi: »Ne razumem snovi in potem ne znam domače naloge. Ne zapomnim si formul in ne vem, kam spada katera formula. Tekstnih nalog ne razumem, sploh ne vem, kaj moram delat.« Vsi učenci omenjajo težave s kratkoročnim delovnim spominom. Učenka E. (4. razred) ima težave z avtomatizacijo in priklicem aritmetičnih dejstev in postopkov, zato že naučeno hitro pozabi in sama to opiše z besedami: »Večkrat se moram učiti isto stvar, ki sem se jo že učila. Na primer poštevanko, pa kako se odšteva, deli.«

Učenci imajo težave s prevedbo informacij besednega problema v matematični jezik, zato so zanje tekstne naloge velik problem. Učenka A. to dobro opiše, ko pravi: »Zmede me, ko vidim skupaj besede in številke in potem ne vem, kaj moram narediti.« S. si številke iz tekstne naloge izpiše: »Izpišem si številke, zmede me, ker jih je veliko in potem ne vem, kaj moram z njimi naredit, ali je na plus ali na minus, a moram množit ali delit.«

Veliko učencev ne sledi razlagi pri pouku in ne razume navodil, vendar učenci na predmetni stopnji učitelja le redko vprašajo za dodatno razlago ali bolj razumljiva navodila. Učenka S. je povedala: »Če ne razumem, ne vprašam učitelje. Bom raje potem vprašala sošolko …« Učenka A. je opisala, kako se uči matematiko: »Razumem tako - tako, če ne razumem, se usedem doma, pogledam učbenik, naredim iste primere, kot so v učbeniku in pogledam, kje sem zgrešila.« Učenka T. pravi: »Razlaga je kar nekaj, ko delajo vaje, ne sledim, prepisujem s table in zraven ne razmišljam.«

Nekateri se odločijo, da ne bodo odgovarjali na učiteljeva vprašanja, ker vprašanja sploh niso razumeli, drugi odgovorijo kar na slepo in upajo, da so zadeli pravilen odgovor. Strah jih je posmeha sošolcev. Učenec J. je povedal: »Raje sem tiho, ker če se zmotim, se mi A. smeje. Zadnjič sta mi N. in K. rekli, da sem butast.«

Na dopolnilni pouk in na individualno skupinsko pomoč gredo samo pred pisnim in ustnim ocenjevanjem znanja. Učenka T. pravi: »Na dopolnilni grem pred testom, drugače pa ne«. Matematike se ne učijo sproti, ampak pred ocenjevanjem. Nekateri redno pišejo domačo nalogo (razredna stopnja), drugi občasno ali nikoli.

Kaj mi pomaga?

Prav soustvarjanje v odnosu v procesu pomoči omogoča, da učenec (z učiteljem) razišče in razvije svoje darove, sposobnosti, da napreduje v znanju, da se nauči trdo delati zanj (Čačinovič Vogrinčič, 2011). Če učenec v projektu pomoči aktivno sodeluje z učitelji (ali vsaj z razrednikom), in so posamezni koraki jasno opredeljeni, in izhajajo tudi iz opisa težave, kot jo zaznava učenec, učenec razvije uspešne strategije ravnanja s šolskimi težavami.

Pri poučevanje matematike je pomembno, da učenca učimo poslušati, brati in obnavljati poslušano ali brano besedilo ter navodila. Po potrebi mu pomagamo s podvprašanji. Preverjamo tudi razumevanje posameznih izrazov ali pojmov, učenca naučimo prepoznati bistvene podatke, jih podčrtati in izpisati. Pomembno je, da učencu pripravimo pester nabor nalog, ki ga spodbujajo k različnim dejavnostim in mu nadalje omogočajo razvoj različnih miselnih procesov (pomnjenje, izpis podatkov, uporaba podatkov idr.). Učenci morajo usvojiti vsaj osnovne pojme, jih prepoznati, razumeti in jih znati uporabljati. Avtomatizirati morajo postopke in posamezne korake reševanja nalog. Učencu je v veliko pomoč, če ga naučimo notranjega govora, ki ga vodi skozi postopek reševanja problema.

Na vprašanje, kaj jim najbolj pomaga, smo dobili od učencev zelo različne odgovore. Učenka S. se obrne na pomoč k učiteljici: »Najprej ne razumem, potem dvakrat preberem, če še ne razumem, pokličem učiteljico. Če še ne razumem, grem k

dopolnilnemu pouku, kjer si učiteljica vzame več časa zame. Mi potem še nekajkrat razloži in pokaže, potem pa razumem.« Učenki T. pogleda na vzorčni primer rešene naloge: »Primerjam z drugo podobno nalogo in jo enako rešim. To še nekajkrat ponovim.« Učenki A. pomaga sošolka: »Če ne razumem domače naloge, pokličem sošolko N. in potem pride k meni ali pa grem jaz k njej. Sošolka mi razloži in napišem nalogo. Skupaj se učiva tudi pred kontrolko.«
Učenci na razredni stopnji vsi omenjajo, da se po pomoč obrnejo na učiteljico, ki jim snov, ki jo ne razumejo, dodatno razloži. Učencem na predmetni stopnji pogosteje pomagajo sošolci. Pomoči so deležni še v družini (brat, sestra, mati) ter pri specialno pedagoški službi v šoli in šolski svetovalni službi. Učenka Š. pove: »Če naloge ne razumem, mi učiteljica potem da lažjo nalogo, pa tudi če drugi prej končajo, mi potem pomagajo.« Učenki E. pomoč sošolcev ne pride prav, ker »… učenci računajo na svoj način, jaz pa na svojega, pa potem jaz njih ne razumem.«
Učenca je potrebno navaditi na uporabo pripomočkov in ponazoril za boljše razumevanje in zapomnitev snovi, predvsem uporabo kartončkov in tabel za priklic podatkov (npr. številski trakovi, stotični kvadrat, kartončki z zapisom strategij reševanja problemov, tabele z večkratniki, delitelji, z enotami za pretvarjanje mer idr.). Če učenec ni avtomatiziral osnovnih matematičnih operacij, mu lahko omogočimo uporabo žepnega računala pri zahtevnejših matematičnih nalogah. Učenca naučimo tudi uporabe grafičnih in barvnih opor (npr.: poudarjanje, podčrtavanje, uporaba skic, slik), ki so mu v pomoč pri priklicu ali usmerjanju pozornosti.

Učenci v intervjuju naštejejo različne pripomočke, ki pri matematiki jih uporabljajo pri šolskem in domačem delu i: kalkulator, pomožni računi, prazen list papirja za pomožne račune, kartonček s formulami, tabele za pretvarjanje enot, preglednica s poštevanko, stotiček, računanje s prsti …
Učenci so deležni številnih prilagoditev pri pouku matematike, pa tudi pri preverjanju in ocenjevanju znanja. Učenec J. dobro pozna, katere prilagoditve mu pripadajo: »Imam podaljšan čas, ko pišem test, Vprašan sem izven razreda. Vprašan sem po delih, skor vse sem bil vprašan po delih, enkrat znam, enkrat pa ne, sam si dam datum, kdaj bom vprašan. Pri večjih številih imam kalkulator.«
Pomembno je, da imajo učenci možnost povedati, kaj jim pomaga pri premagovanju težav, saj so v resnici za svoje težave oni eksperti z izkušnjami, kot jih slikovito poimenuje Gabi Čačinovič Vogrinčič. Pomembno je, da posameznik pozna slog učenja, ki mu najbolj ustreza, saj se tako bolj zaveda svojih prednosti in pomanjkljivosti ter lahko učinkovitejše upravlja z lastnimi zmožnostmi (Magajna, 1995: 133). Prav je, da izvirni delovni projekt pomoči v središče postavi učenca in mu tako da priložnosti za aktivno sodelovanje in participacijo, pozornost pa od primanjkljajev premakne k močem, k podpornim mehanizmom, spoprijemalnim strategijam in socialnim mrežam. Ne smemo pa pozabiti, da proces soustvarjanja pomoči vzpostavi učitelj, ko se pridruži učencu, da bi skupaj z njim raziskoval težavo in poiskal rešitve, in se nadaljuje v odnosu, ki spodbudi učenca, da ubesedi težave in strategije reševanja težav (Čačinovič Vogrinčič, 2008).

Zaključek

Učenci so svoje težave pri matematiki ubesedili s svojimi opisi in razlagami. Kot je v svoji raziskavi ugotovila že B. Akerman (2011), njihovi opisi težav pokažejo, da učenci v vlogi soustvarjalcev projekta pomoči lahko prispevajo vrsto izjemno pomembnih deležev pri odpravi učnih težav. Tako lahko dobimo konkretno

informacijo o tem, kaj zmorejo, v čem so dobri, kje pa potrebujejo dodatno pomoč in prilagoditve. Pomembno je, da učenec pove svojo definicijo težav, saj samo na ta način lahko prispeva k raziskovanju želenih rešitev in se aktivno vključi v proces pomoči.
Soustvarjanje v izvirnem delovnem projektu pomoči pomeni učenje ravnanja s težavami ter preizkušanje novih in uspešnih strategij za reševanje. In prav odnos, ki ga soustvarimo z učencem, sodelovanje, pogovor, jezik so ključni elementi izvirnega delovnega projekta pomoči. Pri tem je pomembna aktivna vloga učitelja (predvsem razrednika).
Da bi nov koncept pomoči resnično zaživel v praksi, je potrebno učence in učitelje spodbujati k sodelovanju in aktivni udeleženosti pri reševanju šolskih težav, jih ozaveščati o pomenu aktivne participacije učencev, predvsem pa dati možnost in glas učencu, da sam pove, s svojimi besedami, kaj zmore in česa ne zmore, na kakšen način, in ob kakšni podpori zmore, kaj vse je do sedaj že poskusil, kaj se je dobro obneslo in kaj ne.

Na matematičnem in naravoslovnem področju je pomembno poznavanje, razumevanje, uporaba osnovnih pojmov in povezav med njimi. Nadalje je potrebno delovati na tem, da se postopki in koraki reševanja nalog čim bolj avtomatizirajo. Pozornost je potrebno usmeriti tudi v to, da učenca naučimo uporabe notranjega govora, ki ga vodi skozi postopek reševanja problema. Temeljna naloga učitelja je, da učenca nauči strategij reševanja problemov. Pri tem uporabljamo konkretne materiale in pripomočke in izhajamo iz učenčevega okolja.
Nekateri učenci potrebujejo za izvajanje dejavnosti več časa, zato je pomembno, da to upoštevamo in učencu omogočimo več časa za izvajanje dejavnosti, za sprejemanje, predelavo in razumevanje informacij in pri tem uporabimo multisenzorni pristop. Ne smemo pozabiti na pomen učenčevega stila učenja, kateremu moramo prilagoditi metode in oblike dela. Večkrat je potrebno preveriti zapis učenca; pogosto se namreč zgodi, da je njegov zapis nepravilen ali nepopoln Iz takega nepopolnega zapisa pa se težko uči. Učenca ves čas navajamo na uporabo pripomočkov in ponazoril za boljše razumevanje in zapomnitev snovi. Omogočiti mu potrebno uporabo kartončkov in tabel za priklic podatkov (npr. številski trakovi, stotični kvadrat, kartončki z zapisom strategij reševanja problemov, tabele z večkratniki, delitelji, z enotami za pretvarjanje mer idr.).

Če želimo, da izvirni delovni projekt pomoči učencem z učnimi težavami zaživi v praksi, potem morajo biti tudi učenci na timskih sestankih, pri pripravi, izvajanju in evalvaciji individualiziranih programov in izvirnih projektov pomoči. In pri tem je potrebno izvajanje prav vseh korakov v projektu pomoči. Ne smemo pozabiti, da se izvirni delovni projekt pomoči soustvarja v delovnem odnosu, kajti vsak projekt pomoči učencu z učnimi težavami mora vsebovati dogovorjeno zaporedje nalog in odločitev v procesu pomoči učencu ter zapis o vseh udeleženih v projektu, o njihovih prispevkih in učenčevih uspehih. Projekt je deloven, ker konkretizira dogovorjene spremembe, naloge, delež učenca, delež učitelja, delež vsakega člana in časovne okvire, poudarek je na delu, na sodelovanju, učenju, odpravljanju učne težave, na dejavnostih, ki vodijo k želenim izidom (Čačinovič Vogrinčič, 2011).

Viri:

1. Akerman, B. (2011): Od monologa k dialogu, od sprejemanja k soustvarjanju pomoči. V: Učenci z učnimi težavami: Izvirni delovni projekt pomoči. Ljubljana: Fakulteta za socialno delo.
2. Čačinovič Vogrinčič, G. (2008): Soustvarjanje v šoli: učenje kot pogovor. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
3. Čačinovič Vogrinčič, G. (2011): Soustvarjanje v delovnem odnosu: izvirni delovni projekt pomoči. V Učenci z učnimi težavami: Izvirni delovni projekt pomoči. Ljubljana: Fakulteta za socialno delo.
4. Kroflič, R. (2006): Kako udomačiti drugačnost? Tri metafore drugačnosti v evropski duhovni tradiciji. *Sodobna pedagogika, 57 (posebna izdaja), 26-39.*
5. Magajna, L. (1995): Stili učenja – Dunn, Dunn.V: Izzivi raznolikosti: Stili spoznavanja, učenja, mišljenja. Nova Gorica: Educa.
6. Magajna, L., Kavkler, M., Čačinovič Vogrinčič, G., Pečjak, S. in Bregar Golobič, K. (2008): Koncept dela: učne težave v osnovni šoli. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
7. Magajna, L., Kavkler, M., Košir, J. (2011): Osnovni pojmi. V: Učenci z učnimi težavami - Izbrane teme. Ljubljana: Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani.
8. Mešl, N. (2011): Proces dela v izvirnem delovnem procesu pomoči: od definiranja problemov k soustvarjanju želenih izidov. V: Učenci z učnimi težavami: Izvirni delovni projekt pomoči. Ljubljana: Fakulteta za socialno delo.
9. Reid, G., Kavkler, M., Viola, S. G., Košak Babuder, M., Magajna, L. (2007): Učenci s specifičnimi učnimi težavami: Skriti primanjkljaj - skriti zakladi. Društvo Bravo – društvo za pomoč otrokom in mladostnikom s specifičnimi učnimi težavami: Ljubljana.
10. Zupančič Danko, A., Žunko-Vogrinc, S. (2011): Otroci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja. V: Delo z otroki s posebnimi potrebami: Praktična podpora in strokovni napotki za delo z otroki s posebnimi potrebami. Maribor: Založba Forum Media.

DINAMIKA IZJAV IN IZJAVNIH POVEZAV

Dynamics of learning propositional logic

Mojca Tomšič

mojca.tomsic@z-ams.si

Škofijska gimnazija A. M. Slomška, Maribor

Povzetek

Prispevek je opis učne ure, kjer dijaki aktivno pridobivajo ustrezno znanje o izjavah in izjavnih povezavah. Z izbranim načinom poučevanja želimo doseči, da se bodo dijaki vedno bolj čutili protagonisti lastnega učenja. Pri tem se učitelj iz vloge posredovalca prestavi v vlogo usmerjevalca in koordinatorja učnega procesa. V pripravo in izvedbo učne ure je vključena sodobna IKT, s pomočjo katere smo želeli nagovoriti različne zaznave in učne stile učencev (Marentič Požarnik, 2003.). Pri tem uporabimo orodja Socrative, kviz ustvarjen v spletni učilnici (Moodle) in power-pointove prosojnice. Prispevek se osredotoči na spodbujanje kompetenc 21. stoletja, ki bodo mladim omogočale hitrejše vstopanje na trg dela, boljše timsko delo in zmožnost vseživljenjskega učenja, ki vedno v večji meri poteka tudi na daljavo.

Ključne besede: pouk matematike, kombinirano učenje, informacijsko-komunikacijska tehnologija (IKT), izjave in izjavne povezave

Abstract

The article presents a classroom lesson where the students actively acquire adequate knowledge about propositional logic. A specific teaching model is selected to foster students to be responsible for their own knowledge construction. The teacher's role shifts from a »knowledge deliverer« to the facilitator and coordinator of the learning process. The preparation and implementation of the lessons include modern ICTs to address different perceptions and learning styles of students described by Marentič Požarnik (2003). Therefore *Socrative* software, a quiz created in *Moodle* virtual learning environment and power-point presentations are used. The article is focused on the promotion of the competences for 21st century, which will enable the young an easier and faster access to the job market, better teamwork and the ability of a lifelong learning, which is already being performed online in virtual environments.

Key words: mathematics instruction, blended learning, information and communications technology (ICT), learning propositional logic

Uvod

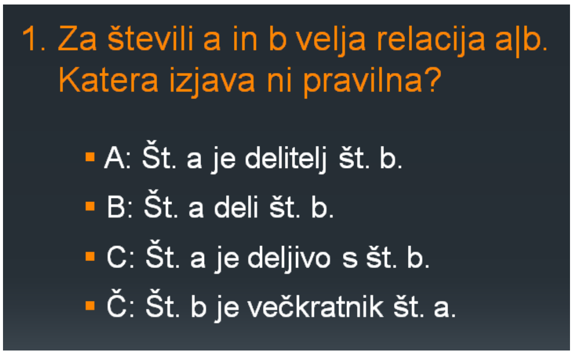
Pri delu z dijaki opažam, da ima vse več dijakov pri pouku težave z zbranostjo. Vse težje se osredotočijo na pouk in le redki so sposobni slediti pouku, če ta ni razgiban in če niso sami zares aktivni soustvarjalci učne ure. Zato se pri načrtovanju učne ure vse bolj ukvarjam z vprašanjem, kako pridobiti pozornost dijakov med poučevanjem, in kakšen pristop izbrati, da ne bo razkorak med mano in njimi prevelik ter da bom lahko uresničila cilje predmeta. Ne delam si utvar, da je matematika všeč vsem dijakom, želim pa si, da je nihče ne bi sovražil samo zato, ker se mu zdi težka in se je ne more naučiti sam. Zato skušam pri pouku spodbujati različne pristope in tehnike učenja. Ker učim v inovativnem razredu, to je razred, kjer imajo vsi dijaki na voljo svoj tablični računalnik, uporabljam tudi tehnologije, kjer vidim, da je to smiselno. Vendar pa uporabljam tudi druge didaktične pristope, ki so meni blizu in za katere menim, da lahko pripomorejo h kvalitetnejšemu pouku. V prispevku bom pokazala potek učne ure z naslovom »Dinamika izjav in izjavnih povezav«, kjer sem skušala aktivno vključevati dijake vso uro. Ti so aktivno sodelovali v vseh fazah učenja.
V uvodu te ure je šlo za ponovitev, utrjevanje in preverjanje znanja predhodne šolske ure s pomočjo uporabe spletnega orodja Socrative (http://www.socrative.com). To orodje učitelju omogoča, da hitro preveri, ali so dijaki obravnavano snov usvojili, vsak dijak uporablja svojo mobilno napravo, odgovori vseh dijakov so vidni na projekciji, kar omogoča takojšnjo interakcijo med dijaki in učiteljem. Prednost tega sistema je izredno hitra in enostavna uporaba ter dostopnost z vseh možnih naprav, ki se lahko povežejo v internet.
Pri učni uri sem uporabila individualne in skupinske oblike dela ter metode razlage, razgovora, argumentiranja, reševanja problemov, delo s tekstom, prikazovanje.

Potek učne ure

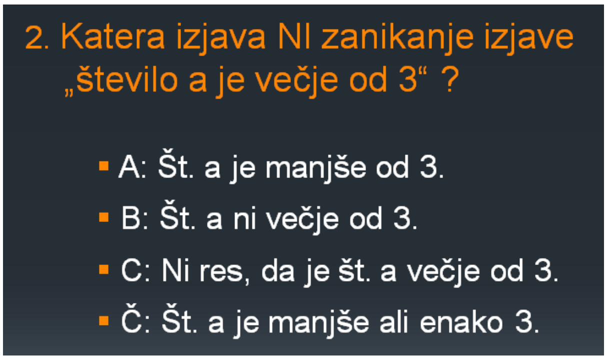
V predhodni šolski uri matematike smo obravnavali osnove izjavnega računa, izjavne povezave in pravilnostne tabele (Pavlič in drugi, 2011: 63-65). Omenjeno snov smo v začetku te šolske ure ponovili z uporabo internetnega programa Socrative (Socrative). Dijakom sem zastavila spodaj našteta vprašanja, na katera so odgovarjali s svojih tabličnih računalnikov, ki jih imajo tudi sicer zmeraj pri pouku.

1) Kaj je izjava? (Vsak dijak zapiše svojo trditev.)
2) Slika je lepa. (Z DA/NE odgovorijo, ali je dana trditev izjava.)
3) Naštej izjavne povezave.

Odgovori, ki so jih podali dijaki, so se sproti prikazovali na projekciji in so bili vidni vsem dijakom. Omenjen pristop je povečal sodelovanje vseh navzočih.
Po tej aktivnosti so dijaki v zvezkih poiskali pravilnostne tabele, saj sem ugotovila, da jih večina dijakov še ne obvlada, četudi je to bila njihova domača naloga, ki so jo morali opraviti do te ure.
Ker sem v nadaljevanju želela upoštevati različne zaznave in učne stile učencev: vizualni (vidni), avditivni (slušni), kinestetični-čutno-čustveni stil (Marentič Požarnik, 2003: 153), sem besedilo z nalogami dijakom posredovala na prosojnicah.
S prosojnice, ki je bila vidna vsem, sem prebrala prvo vprašanje (slika 1). Dijakom sem pojasnila, naj se, glede na izbran odgovor, razvrstijo v enega izmed kotov učilnice. Kote sem predhodno označila s črkami A, B, C in Č. S tem vprašanjem sem želela preveriti tudi poznavanje že znanega (relacija deljivosti).

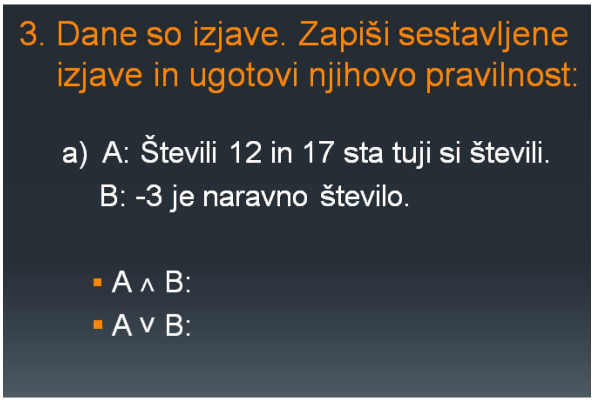


Slika 1: Prosojnica 1

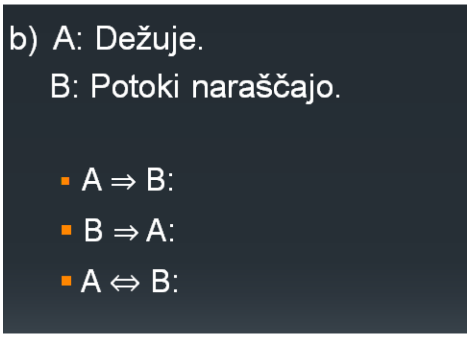


Slika 2: Prosojnica 2

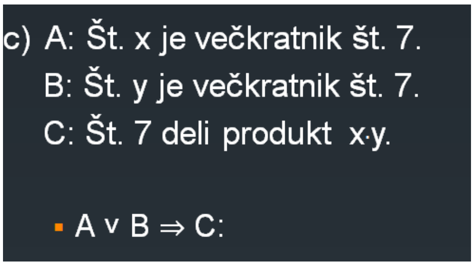
Podobno sem ravnala pri drugem vprašanju, kjer sem vključila še poznavanje relacije »biti manjši/večji« (slika 2). Dijaki so se ponovno razvrstili v ustrezen kot učilnice, glede na izbran odgovor. Po vsakem vprašanju je sledil povzetek in razlaga dijakov, zakaj so izbrali določen odgovor in se razvrstili v določen kot učilnice. S tem, ko smo se pogovorili o vsakem izbranem odgovoru, sem pri dijakih spodbujala aktivno vključevanje in argumentacijo.
V nadaljevanju sem dijake razdelila v 5 skupin. V vsaki skupini je bilo 4-5 dijakov, ki so skupaj odgovorili na 4 vprašanja, ki sem jih, v ustreznih časovnih intervalih, projicirala (slike 3, 4, 5, 6).



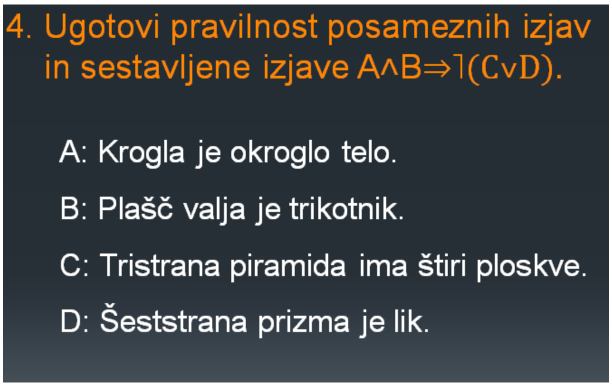
Slika 3: Prosojnica 3



Slika 4: Prosojnica 4

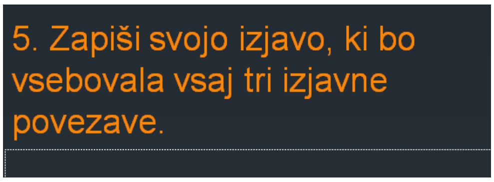


Slika 5: Prosojnica 5



Slika 6: Prosojnica 6

V tem sklopu vprašanj sem vključila matematične vsebine (naravno število, tuji si števili, deljivost, večkratnik, telesa) in osnove geografije. Ob koncu te ure sem preverila odgovore na vsa vprašanja in se o odgovorih z dijaki pogovorila.
Sledila je domača naloga (slika 7)



Slika 7: Prosojnica 7

in kviz (slika 8), ki sem ga naložila v spletno učilnico.

Kviz – izjave in izjavne povezave

1
Točke: 1

Katere od naslednjih povedi predstavljajo izjave? Izberi pravilne odgovore.

Izberite vsaj en odgovor.

- ☐ a. Na Zemlji živijo marsovci.
- ☐ b. Kvadrat je geometrijsko telo.
- ☐ c. Takoj prenehaj klepetati.
- ☐ d. Ni res, da je Zemlja okrogla.
- ☐ e. Mi lahko poveš, koliko je ura?
- ☐ f. Število 2 je sodo število.
- ☐ g. Ojoj!

2
Točke: 1

Katera izmed spodnjih izjav ni negacija izjave "Paramecij je enoceličar"?

Izberite en odgovor.

- ○ a. Paramecij je večceličar.
- ○ b. Paramecij ni enoceličar.
- ○ c. Ne vemo, ali je paramecij enoceličar.

3
Točke: 1

Naj bo izjava A nepravilna in izjava B nepravilna. Ugotovi, katere izjave so pravilne:

Izberite vsaj en odgovor.

- ☐ a. (B=>A)
- ☐ b. (A<=>B)
- ☐ c. ((¬A)=>B)

4
Točke: 1

Ali je spodnja izjava pravilna?

(x = 2) => (x^2 = 4)

Odgovor:

- ○ Drži
- ○ Ne drži

5
Točke: 1

Ali je spodnja izjava pravilna?

Vsa naravna števila so tudi racionalna.

Odgovor:

- ○ Drži
- ○ Ne drži

6
Točke: 1

Ali je spodnja izjava pravilna?
(x+7 < 0) <=> (x > −7)

Odgovor:

- ○ Drži
- ○ Ne drži

7
Točke: 1

Izjava A = >(B =>A∧B) je tavtologija.

Izberite en odgovor.

- ○ a. da
- ○ b. ne

Slika 8: Kviz - izjave in izjavne povezave

Evalvacija izvedbe učne ure

Menim, da so bili dijaki celo uro zares aktivni in prisiljeni razmišljati. Ves čas so morali biti zelo pozorni tako na navodila za reševanje kot na vsebino določene naloge, ki so jo morali opraviti. Delali so individualno in skupinsko. Pri tem se je posameznik težko skril med množico, saj so izbrani posamezniki morali pojasniti svoje odločitve, in nihče ni vnaprej vedel, vnaprej ni vedel, kdo bo izbran. Izbirala sem jaz, glede na to, kako so dijaki reagirali. Če sem imela občutek, da je posameznik le sledil skupini, sem preverila, ali je ta dijak nalogo razumel. Nekateri dijaki so imeli težave že z bralnim razumevanjem (nenatančno branje navodil in tudi površno branje odgovorov). Nekaj več časa sem porabila tudi za ponovitev že znanega, saj se mi je to zdelo zelo pomembno za reševanje nalog, ki so sledile (nekateri so imeli težave že z osnovnim razumevanjem, kaj sploh izjava je, kaj šele s poimenovanjem in pravilnostjo posameznih izjav; mnogi tudi z matematičnimi vsebinami, ki smo jih obravnavali v predhodnih učnih urah). Kljub vsemu sem uspela izpeljati vse aktivnosti, ki sem jih načrtovala. Menim, da je bilo dobro, da nisem dijakov obremenjevala z nepotrebnim pisanjem v zvezke med uro, saj sem jim sam tekst naložila v spletno učilnico. Tako so se lahko med učno uro res osredotočali zgolj na reševanje posameznih nalog. Naloge so lahko dijaki ponovno rešili doma, saj so bile, po končani uri, v spletni učilnici dostopne vsem. Osebno sem sicer mnenja, da je zapis v zvezke zelo pomemben, in to vedno poudarjam vendar menim, da je bila vsebina te ure primerna za drugačen pristop.
Po preverjanju, kako so dijaki reševali kviz v spletni učilnici, sem ugotovila, da ga je rešilo le 12 dijakov od 23, ki so bili pri uri prisotnih , kar me je presenetilo in na nek način tudi razočaralo. Želela sem, da bi jih domača naloga pritegnila in bi se je z veseljem lotili, saj je bila drugačna od ostalih, ki so jih dijaki do sedaj navajeni (naloge iz učbenika). Kljub vsemu pa sta 2 dijaka 100 % pravilno rešila kviz, kar me seveda veseli. Rezultati so vidni v spodnji preglednici (slika 9).

Začeto dne	Dokončano	Porabljeni čas	Ocena/10	#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7
28. november 2013, 20:21	28. november 2013, 20:31	10 min 28 s	6,79	1,07	1,43	1,43	1,43	1,43	0	0
28. november 2013, 19:36	28. november 2013, 19:39	2 min 20 s	6,07	1,07	0	0,71	0	1,43	1,43	1,43
29. november 2013, 07:54	29. november 2013, 07:57	2 min 33 s	10	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43
28. november 2013, 19:16	28. november 2013, 19:24	8 min 5 s	5	0,71	0	0	1,43	1,43	1,43	0
28. november 2013, 19:43	28. november 2013, 19:59	16 min 5 s	6,07	1,07	0	0,71	1,43	1,43	0	1,43
28. november 2013, 19:09	28. november 2013, 19:16	7 min 30 s	5,36	1,07	0	0	1,43	1,43	0	1,43
29. november 2013, 07:48	29. november 2013, 07:50	1 min 28 s	6,31	0,6	1,43	0	1,43	1,43	0	1,43
28. november 2013, 23:04	28. november 2013, 23:12	8 min 23 s	8,57	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43	0	1,43
28. november 2013, 23:16	28. november 2013, 23:20	3 min 55 s	10	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43
28. november 2013, 19:41	28. november 2013, 19:43	1 min 53 s	3,21	1,07	0	0,71	0	1,43	0	0
28. november 2013, 21:29	28. november 2013, 21:30	1 min 29 s	10	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43
29. november 2013, 07:50	29. november 2013, 07:51	1 min 5 s	6,79	1,07	1,43	0	1,43	1,43	0	1,43
28. november 2013, 19:25	28. november 2013, 19:35	9 min 33 s	6,07	1,07	0	0,71	0	1,43	1,43	1,43

Slika 9: Rezultati kviza

Po pogovoru z dijaki v okviru naslednje učne ure sem prišla do zaključka, da so dijaki to učno uro jemali kot igro in zabavo, ki jih ne obvezuje, zato tudi niso resno pristopili k domači nalogi. Ta ura je bila ena izmed prvih ur v tem razredu, ki je bila v celoti izvedena z intenzivno uporabo IKT, zato je mnogi niso jemali resno. Sicer sem kasneje še večkrat uporabljala različne metode dela in pristope ter vključevala tudi IKT, tako da so dijaki kasneje vendarle začutili, da so take ure naravne in morajo po njih pokazati enako znanje kot pri klasičnih urah. Domače naloge so za dijake obvezne in jih morajo dijaki opravljati sproti, vendar jih ne pregledujem redno, vsako uro pa se pogovorimo o morebitnih nejasnostih. S tem želim dijake navajati na samostojnost in odgovornost. Menim, da so sami odgovorni za to, kako vestno in

redno opravljajo naloge, in v kolikšni meri jih rešujejo sami. V primeru domače naloge, ki so jo dijaki dobili po koncu te ure, pa je bilo sila preprosto preveriti, kdo je reševal nalogo in je bilo jasno, koliko se jih je naloge sploh lotilo. Posameznik se je težko skril ostale v razredu. Najbrž bi se delež dijakov, ki samostojno in redno opravljajo domače naloge, povečal, če bi bili zanjo nagrajeni. Vendar sem mnenja, da je opravljanje domačih nalog dijakova dolžnost, ne pa usluga učitelju. Z njimi učitelj samo daje navodila dijaku in ga usmerja, kako se doma učiti in utrditi snov, ki smo jo obravnavali v šoli.
Pri pregledovanju dela domače naloge, ki se je navezoval na zapis lastne izjave (slika 7), sem ugotovila tudi, da večina tistih, ki so jo reševali, naloge ni ustrezno opravila. Velike težave so imeli tako z izbiro samih izjav kot tudi njihovo povezavo z izjavnimi povezavami. Zato sem naslednjo uro potrebovala veliko časa, da smo to nalogo skupaj opravili. Opazila sem, da imajo dijaki velike težave z izražanjem in da pri ustvarjanju svojih primerov niso bili preveč inovativni. Velika večina je govorila o vremenu ali pa so skušali posnemati moj primer.
Taka ura je za učitelja psihično zelo naporna, saj je zelo tanka meja med ustvarjalnim vzdušjem in kaosom v razredu. Zato menim, da je še toliko bolj pomembno, da smo po vsaki aktivnosti te opisane učne ure naredili povzetek, ki so ga slišali vsi dijaki.
Za to uro sem potrebovala veliko časa za samo pripravo. Izdelala sem kviz v spletni učilnici, sestavila avtorske naloge, ki sem jih projicirala na tablo, izbrala sem vprašanja, na katera so dijaki odgovarjali v Socrativu in skušala smiselno uporabiti metodo učenje učenja pri konkretnih vsebinah (Pečjak, 2012). Z izbiro nalog sem želela ponoviti matematične vsebine in jih povezati tudi z ostalimi predmeti (biologija, geografija in splošna znanja). To postavlja pred učitelja pomislek o tem, kolikšno naj bo razmerje med vloženim trudom in dejanskim učinkom. Res je sicer, da na začetku učitelju to vzame veliko časa, a izdelava takih e-gradiv vzame sorazmerno veliko časa tudi kasneje in učitelj mora vedno znova presoditi, katere aktivnosti so vredne velikega časovnega vložka in katere ne (smiselne so npr. takšne, kjer jih učitelj lahko uporabi v različnih situacijah), kaj naj izdela sam čisto na novo in kaj naj uporabi od tega, kar ima na razpolago že na spletu.

Zaključek

Tekom opisane učne ure so dijaki usvajali učno vsebino na način, da so bili ves čas aktivni in to na različne načine (uporaba Socrativa za hitro ponavljanje, gibanje po prostoru - glede na izbran odgovor, delo po skupinah). Menim, da je opisan način dela ustvaril pogoje za razvoj različnih kompetenc, kot so: kritično mišljenje (critical thinking), informacijska pismenost (information literacy), reševanje problemov (problem solving), komunikacija (communication), odločanje (decision making; (Finegold, Spencer Notabartolo, 2010)), ki jih skušam razvijati vse šolsko leto. S pomočjo IKT sem lahko dosegla, da se dijaki niso ukvarjali z zapisi v zvezek, saj je bilo po končani uri vse zapisano in objavljeno v spletni učilnici, tako, da so dijaki lahko naloge rešili še enkrat doma in ponovili ter utrdili naučeno v šoli.
Dodana vrednost izvedene ure se kaže v uporabi sodobne informacijsko komunikacijske tehnologije, ki je mladim blizu in, v upoštevanju različnih zaznav in učnih stilov (Marentič Požarnik, 2003).
Kljub mojemu dobremu občutku in odzivnosti dijakov po koncu izvedene ure, se mi zastavlja vprašanje, kako dijake naučiti uporabljati IKT, da bo sredstvo za načrtovano ustvarjalno učenje in ne zgolj za nenačrtovano zabavo (kot mašilo in nadomestek realnih odnosov) kot jo sicer uporabljajo v vsakdanjem življenju.

Viri:

1. Finegold, D., Spencer Notabartolo, A. (2010): *21st-Century Competencies and Their Impact.* Dostopno na: http://www.hewlett.org/uploads/21st_Century_Competencies_Impact.pdf *(17.5.2014).*
2. Marentič Požarnik, B. (2003): *Psihologija učenja in pouka*. DZS: Ljubljana.
3. Pavlič, G., Kavka, D., Rugelj, M., Šparovec, J. (2011): Linea nova. Modrijan: Ljubljana.
4. *Socrative*. Dostopno na: http://www.socrative.com (11. 5. 2014).

SPODBUJANJE MATEMATIČNO NADARJENIH DIJAKOV NA POLETNEM TABORU MARS

Encouraging mathematically gifted students at MARS summercamp

dr. Boštjan Kuzman

bostjan.kuzman@pef.uni-lj.si

Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta, in DMFA Slovenije

Povzetek

Kljub izobilju in raznovrstnosti informacij v sodobni družbi je spodbujanje nadarjenih učencev dandanes za učitelja vedno večji izziv. Številna matematična tekmovanja mnoge učence in dijake sicer spodbudijo k bolj sistematičnemu delu, vendar pogosto zamegljujejo njihovo sliko o tem, kaj dejansko pomeni raziskovanje in ustvarjalnost pri matematiki. Kot eno možnih alternativ v tem prispevku predstavljamo projekt MARS, poletni raziskovalni tabor za srednješolce, na katerem dijake k matematičnemu raziskovanju spodbujamo s pripravo skupinskih projektov in drugimi strokovnimi aktivnostmi. V sklopu predstavitve se bomo z video povezavo povezali tudi s skupino letošnjih udeležencev, ki bodo v živo predstavili svoje vtise in delo na taboru.

Ključne besede: matematika, nadarjeni, motivacija, raziskovalni tabori, srednja šola

Abstract

In spite of the abundance and diversity of available information in our society, encouraging the mathematically gifted pupils is becoming an ever increasing challenge for a teacher nowadays. Although a number of available mathematical competitions may in fact motivate many pupils to work more systematically, it may also obscure their perception of what research and creativity mean in the field of mathematics. As one of possible alternatives, we present our experience with MARS, a research summercamp for high school students, where the students are encouraged to involve in mathematical research by working on group projects and other activities. Within the presentation, we shall connect live through a videolink to a group of MARS 2014 participants, who will present their impressions of this years' event.

Key words: mathematics, gifted, motivation, young researcher camps, secondary school

1. Uvod

MARS (ali MAtematično Raziskovalno Srečanje) je matematični poletni raziskovalni tabor, namenjen srednješolcem iz vse Slovenije, ki poteka vsako poletje od leta 2006 dalje. Namen tabora je dijakom razširiti pogled na matematiko in jo predstaviti kot zrelo, živo in zelo aktualno znanstveno vedo, ki neprestano spremlja razvoj človeške civilizacije, in ne zgolj kot zaključeno zbirko računskih postopkov za uspeh na maturi ali na matematičnih tekmovanjih. Program od leta 2008 dalje poteka pod okriljem DMFA Slovenije, pri izvedbi pa sodelujejo strokovnjaki z različnih slovenskih fakultet in tudi gostje iz tujih ustanov. Tabor običajno traja 6-8 dni, doslej pa smo ga izvajali na treh različnih lokacijah (na UP FAMNIT in UP PeF v Kopru ter v CŠOD Fara in Bohinj). V prispevku natančneje predstavljamo naše izkušnje in načine dela z udeleženci ter opišemo nekaj konkretnih primerov skupinskih projektov udeležencev.

Predstavitev strokovnega programa

Struktura udeležencev

Programa se vsako leto udeleži med 15 in 30 dijakov. Pri tem sta oba spola približno enakomerno zastopana, prav tako tudi razporeditev dijakov, od prvega do četrtega letnika. Večina udeležencev doslej je prihajala iz gimnazij (najpogosteje iz Gimnazije Bežigrad, I. gimnazije v Celju in Gimnazije Vič). Vsako leto je približno polovica dijakov novih, druga polovica pa takih, ki so se tabora že udeležili v prejšnjih letih. Dijaki se k udeležbi prijavijo sami, morebitni tekmovalni uspehi niso pogoj ali kriterij za udeležbo. Eden od ciljev programa je sicer tudi ta, da bi veselje do matematike in raziskovanja odkrili tudi dijaki, ki se tekmovanj sicer ne udeležujejo ali na njih niso posebej uspešni. Zahteva za kratko motivacijsko pismo ob prijavi se je doslej izkazala kot zadosten filter, da so se tabora udeleževali le dijaki, pripravljeni na zavzeto celotedensko sodelovanje v strokovnih aktivnostih.

Zasnova dela na taboru

Tabor v zadnjih letih običajno traja 7 dni od nedelje popoldne do sobote dopoldne. Približno 8-10 ur strokovnega programa vsak dan poteka delno v obliki predavanj in delavnic, delno pa v obliki skupinskega dela pri projektih. V strokovni del so vštete tudi nekatere delavnice, ki bolj kot matematično vsebino razvijajo socialno razsežnost – spoznavne igre, krepitev moštvenega duha in sodelovanja, vaje za nastopanje in predstavitev projektov. Pri izvedbi strokovnega in družabnega programa aktivno sodelujejo študentje matematike z ustreznimi kompetencami.
Matematični del strokovnega programa poteka v naslednjih oblikah, katerih vsebino opisujemo v nadaljevanju:

- matematično-računalniške delavnice,
- krajša poljudna predavanja gostujočih predavateljev in (občasno) daljši nizi predavanj o izbrani temi,
- priprava skupinskih projektov in zaključne predstavitve.

Matematično računalniške delavnice

V delavnicah dijaki spoznajo nekaj računalniških orodij za matematiko in pridobijo ideje, kako jih uporabiti pri pripravi svojih projektov. Vsebina je običajno izbrana tako, da udeleženci hkrati s tehničnimi možnostmi programov spoznavajo tudi zanimive matematične zglede in zanimivosti. Vsa leta doslej sta bili izvedeni delavnici oblikovanja matematičnih besedil v LaTeXu in uporabe programa GeoGebra za dinamično geometrijo in interaktivne ponazoritve. Občasno pa so v delavnicah dijaki pridobili tudi druge veščine, denimo osnove programiranja v programskih jezikih Python ali Java ter uporabo programske opreme Mathematica.

Predavanja

Kot predavatelji na taboru sodelujejo raziskovalno ali pedagoško aktivni matematiki z različnih slovenskih in občasno tudi tujih ustanov. Večina predavateljev za dijake pripravi večerno poljudno dvourno predavanj, v katerem dijakom predstavijo matematično temo po lastnem izboru (vsako leto so običajno na urniku 4 takšna predavanja). Predavatelje spodbujamo, da se v predavanju navežejo tudi na lastno raziskovalno delo in dijakom predstavijo svojo študijsko in karierno pot, s čimer se še bolj približajo mladim poslušalcem. Poleg vrste visokošolskih učiteljev in raziskovalcev iz slovenskih ustanov je z večernimi predavanji na Marsu doslej gostovalo tudi nekaj matematikov mlajše generacije, ki zelo uspešno delujejo v tujini ali pa so v tujini opravili doktorski študij (celoten seznam predavanj in predavateljev je dostopen na spletnih straneh).
V nekaterih letih pa smo na taboru organizirali tudi večdnevna predavanja oziroma delavnice (v obsegu od 6 do 10ur) o izbrani matematični temi, s katerimi naj bi dijaki pridobili tudi bolj poglobljeno znanje. Dosedanje teme so bile: *Grupe in simetrija* (Boštjan Kuzman, 2008), *Projektivna geometrija* (mag. Milan Mitrović, 2011), *Kriptografija* (dr. Jernej Tonejc, 2012), *Kompleksna števila in geometrija* (dr. Uroš Kuzman, 2013). Žal se je večkrat izkazalo, da je težko izbrati temo, ki je hkrati dostopna in zanimiva za dijake, saj je njihovo predznanje zelo raznovrstno. V interni anketi za udeležence programa MARS 2013 je, denimo, približno polovica dijakov odgovorila, da so bila predavanja na temo *Kompleksna števila in geometrija* odlična in razumljiva tudi tistim, ki o kompleksnih številih še ničesar niso vedeli, druga polovica pa je odgovorila, da so bila predavanja precej nezanimiva, ker so večino vsebine že poznali in niso izvedeli veliko novega. Zato težišče strokovnega programa na taborih ostajajo skupinski projekti, kjer se izbira teme in zahtevnosti lažje prilagodi predznanju udeležencev.

Skupinski projekti dijakov

Priprava skupinskih projektov o različnih matematičnih temah in problemih je osrednja aktivnost dijakov, ki pri projektih delajo v skupinah od 2 do 4 dijaka. Pri tem jim pomagajo mentorji, običajno študentje matematike ali fizike, ki pogosto tudi sami predlagajo teme za projekte, nad celotnim vsebino in delom pa ima pregled strokovno kompetentna oseba.
Projekti so zastavljeni tako, da mora vsaka skupina dijakov v približno 10-12 urah dela:

1. rešiti oziroma primerno opisati izbrani matematični problem,
2. seznaniti se z njegovim širšim ozadjem,
3. izdelati morebitna dodatna gradiva (računalniške programe, ilustracije, interaktivne ponazoritve),
4. napisati krajši strokovni članek o problemu (4-6 strani),
5. pripraviti zaključno predstavitev.

Do sedaj raznovrstne teme za projekte običajno niso v srednješolskih učnih načrtih (Preglednica 1). So različno zahtevne (potrebno predznanje), kar omogoča ustrezno diferenciacijo udeležencev glede na predznanje - v skupine običajno združujemo dijake s podobnim predznanjem in jim dodelimo primerne projekte. Kadar je za izdelavo projekta potrebno dodatno posebno predznanje (npr. programiranje) ali pa ima kdo od dijakov svojo idejo za projekt, to prav tako upoštevamo pri sestavi skupin. Tako kot teme projektov so raznovrstni tudi končni rezultati. Nekateri so odlični in jih dijaki pripravijo praktično povsem samostojno, pri drugih pa je potrebna precejšnja mentorjeva pomoč, da se projekt nekako dokonča.

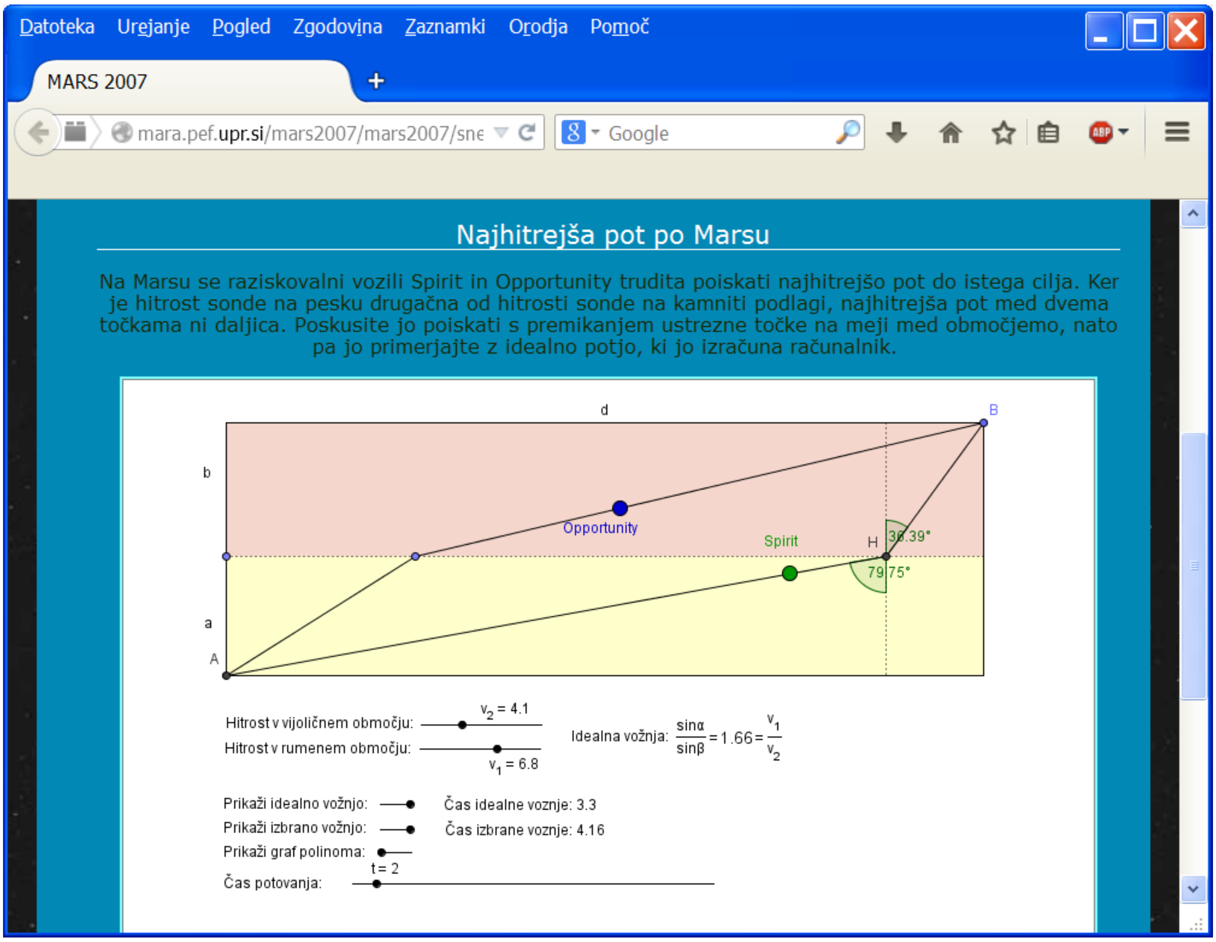
Geometrija:	Fermatova točka, Pogled z Neevklidovimi očali, Nemogoče razporeditve, poliedri, ploščine in Eulerjeva formula, Zlati rez, Krožec pri krožcu – Pappusova veriga, Poliedri, Mrežni mnogokotniki, Lov na komete, Vozli, Hiperbolična ravnina, Prvi koraki po sferični geometriji, Bilijard, Eulerjeva karakteristika torusa, Inverzija in Moebiusove transformacije, Najhitrejša pot po Marsu, Končna projektivna geometrija, modelirana na vektorskem prostoru nad končnim obsegom (štud. projekt)
Analiza:	Cikloidne krivulje in Marsovi sateliti, Riemannova Zeta funkcija in Eulerjev produkt, Hotel neskončno, Peanova krivulja, Ko neskončen obseg obsega končno ploščino, Bezierjeve krivulje, Kako narisati bicikl?, Stožnice v taksi razdalji, Bernoullijevi polinomi
Verjetnost:	Igra Risk, Buffonov poskus, Diskontiranje in njegova uporaba, Košarka, zaporniki in teorija iger, Kockarjev propad
Algoritmi:	Pravična delitev, Regularni jeziki in končni avtomati, Nagradno potovanje na Mars, Problem trdnih zakonov, GPS pa take fore, Kako povezati marsovce?, Turingov stroj in Postov problem (štud.)
Kombinatorika:	Finančna perspektiva projekta MARS d. o. o., Tibetanska meniha, Popotniška kombinatorika, Celoštevilsko linearno programiranje, Razdelitev ravnine s premicami, Hiperkocke, Uganka 15, Matematične strukture, Radojev graf
Kriptografija:	Vigenerjeva šifra, Šifra:Mars
Fizika:	Met košarkarske žoge, Vrste v fiziki, Strjevanje želatine
Algebra:	Desno distributivni kolobar brez leve enote, Komplementarna zaporedja naravnih števil, Marsovec v hribih

Preglednica 1: Naslovi dosedanjih 54 projektov udeležencev programa MARS 2006-2013.

V nadaljevanju so predstavljeni štirje primeri projektov, ki se vsebinsko dotikajo fizike, kriptografije, geometrije, teorije grafov in verjetnosti.

Projekt *Najhitrejša pot po Marsu* (MARS 2007, mentor Boštjan Kuzman)
Skupina dijakov 3. letnika je raziskovala problem: *iskanja najhitrejše poti med dvema točkama na terenu*, ki je sestavljen iz dveh delov, ki dopuščata različne hitrosti (na primer gladka površina in pesek).
Dijaki so najprej reševali računsko nalogo, s konkretnimi numeričnimi podatki o razdaljah ter hitrosti telesa, v prvem in drugem mediju. Z uporabo trigonometrije je moč nalogo - brez infinitezimalnega računa - prevesti na reševanje enačbe 4. stopnje, podatki pa so bili izbrani tako, da je bila ustrezna rešitev celoštevilska in jo je bilo mogoče uganiti. Iskana pot je seveda lomljena črta, katere oblika je odvisna od razmerja hitrosti na različnih terenih. Dijaki so nato postopek reševanja brez težav

posplošili tudi na neznane količine, seveda pa so v tem primeru splošno rešitev lahko opisali le kot ničlo ustreznega polinoma na primernem intervalu. V nadaljevanju so z GeoGebro izdelali interaktivno ponazoritev naloge in optimalne rešitve problema (slika 1), pri kateri lahko uporabnik sam nastavlja različne vhodne parametre (hitrost v različnih medijih, meje območja in položaj končne točke). Za izračun optimalne rešitve so uporabili kar GeoGebrino vgrajeno funkcijo za računanje ničel, za ustrezno animacijo gibanja točke pa je bilo potrebno uporabiti še nekaj znanja analitične geometrije in najti ustrezno parametrizacijo daljice.



Slika 1: Interaktivna ponazoritev gibanja vozila po naključno izbrani in po optimalni poti, ki so jo izdelali dijaki v okviru projekta

V zaključni fazi so dijaki pripravili končne izdelke. O problemu so z urejevalnikom LaTeX napisali krajši članek in v njem, matematično korektno, opisali rešitev in jo ilustrirali s primeri, dodali pa so tudi nekaj zgodovinskih podatkov in fizikalnega ozadja (Fermatovo načelo, lomni zakon...). Izdelano interaktivno ponazoritev so objavili na spletni strani in pripravili še ustno predstavitev, ki so jo nato predstavili občinstvu (pretežno staršem) ob zaključku tabora. Projekt bi bilo mogoče seveda še razširiti na različne načine. Dijaki bi lahko raziskovati najhitrejšo pot po treh ali več različnih tipih terena, spremenili obliko meje med območji, uporabili infinitezimalni račun pri reševanju ali pa se seznanili s katero od numeričnih metod za računanje ničel polinoma in jo sami implementirali v svojo konstrukcijo.

Projekt *Vigenérjeva šifra* (MARS 2012, mentor Matej Roškarič)
Vigenérjeva šifra je način šifriranja besedil, ki so ga prvič uporabili v 17. stoletju in je veljal za nezlomljivega do začetka 20. stoletja. Cilj projekta je bil napisati program, ki

dano besedilo zakodira z uporabo Vigenerjeve šifre in poljubno izbranega ključa, nato pa še zahtevnejši program, ki šifrirano besedilo dekodira brez poznavanja izvirnega ključa (za uspeh mora biti zakodirano besedilo dovolj dolgo). Vsebinsko se je projekt navezoval na tečaj kriptografije, ki ga je tisto leto za udeležence izvedel dr. Jernej Tonejc. Izziva so se lotili dijaki 3. in 4. letnika, z dobrim predznanjem programiranja, ki so, ob študiju ustrezne literature, praktično samostojno napisali ustrezne programe in projekt korektno predstavili.

Projekt *Igra Risk* (MARS 2013, mentorica Maja Alif)
Risk je namizna igra, pri kateri igralci polagajo svoje figure na zemljevid sveta in tako osvajajo različne države oziroma celine. Kadar pri igri pride do spopada med dvema igralcema, deloma odloča moč posameznika (število zavzetih sosednjih držav), deloma pa sreča (met dveh kock). Optimalno strategijo za igranje je mogoče zato iskati tudi s pomočjo matematike.
Dijaki so pri projektu opisali zemljevid igre *Risk*, v jeziku teorije grafov in se seznanili z njenimi osnovnimi pojmi (vozlišča, stopnje, sprehodi, Eulerjevi in Hamiltonovi sprehodi). Nato so izračunali tabelo verjetnosti za zmago v posamezni bitki, glede na moč osvajalcev in branilcev, pri različnih izidih meta kocke, tako, da so nekaj začetnih vrednosti izračunali na roko, ostale pa z ustrezno rekurzivno funkcijo, ki so jo vnesli v računalniški program. Za preverbo pravilnosti so isto tabelo izračunali tudi z računalniško simulacijo, ki je vsako mogočno bojno situacijo velikokrat ponovila in izračunala povprečje uspehov. Tako so ocenili, katere strategije napada oziroma branjenja so v posamezni bitki najuspešnejše; glede na medsebojno lego posameznih držav in celin pa nato naprej ugotavljali, kakšne so prednosti in slabosti zavzemanja posameznih celin.

Projekt *Hiperbolična ravnina* (MARS 2011, mentor David Gajser)
Na Marsu 2011 so se, pri predavanjih mag. Milana Mitrovića, vsi udeleženci seznanili z zgodovino odkrivanja neekvlidskih geometrij in osnovami projektivne geometrije. Izbrana skupina dijakov 2. in 3. letnika pa je dobila nalogo izdelati interaktivni model hiperbolične ravnine v programu GeoGebra in nato z eksperimentiranjem odkriti nekaj izrekov v tej geometriji in jih primerjati z evklidskimi.
Dijaki so se najprej seznanili z aksiomi hiperbolične geometrije in nekaj znanimi modeli hiperbolične ravnine, kot so: Beltrami-Kleinov disk, Poincaréjeva polravnina in Poincaréjev disk. Nato so v GeoGebri izdelali model Poincaréjevega diska, pri katerem točke ležijo v odprtem disku, premice pa predstavljajo premeri diska in tisti krožni loki, ki so na rob diska pravokotni. Kot ključno orodje za geometrijske konstrukcije v tem modelu so dijaki preučili lastnosti inverzije točke čez krožnico in jih uporabili pri konstrukciji orodij za risanje hiperboličnih premic in daljic. Nato so z opazovanjem izdelanega interaktivnega modela ugotovili, da se težiščnice v hiperboličnem trikotniku vedno sekajo v skupni točki, višinska točka pa v hiperboličnem trikotniku obstaja le, kadar se sekata vsaj dve višini, kar ni vedno izpolnjeno.

Zaključek

Kot eden pobudnikov in organizator dosedanjih taborov MARS menim, da so tovrstni tabori v današnjem času smiseln in nujno potreben del promocije znanosti in spodbujanja mladih za matematično raziskovanje. Poleg matematično-strokovne se mi zdi pomembna tudi socializacijska vloga programa: na taboru se med seboj povežejo nadarjeni in motivirani dijaki iz različnih slovenskih šol ter študentje, ki

sodelujejo pri izvedbi programa; vzpostavijo pa se tudi stiki s pedagogi in raziskovalci iz fakultet, informacije o "marsovskih matematičnih odkritjih" pa kapljajo v širšo javnost tudi s pomočjo dijakov, njihovih staršev, mentorjev, sošolcev, spletnih strani. Aktivnosti potekajo v sproščenem vzdušju in mnogi nadarjeni dijaki v tem okolju dobijo nove spodbude. Več dijakov je po udeležbi na Marsu z mentorji v šolah izdelalo tudi obsežnejše raziskovalne naloge, iz marsovskih skupinskih projektov sta bila doslej objavljena 2 strokovna članka udeležencev v reviji Presek in še nekaj reportaž o samem taboru, na ambicioznejše razmišljanje o nadaljnji poklicni poti pa kažejo študijske poti vrste nekdanjih udeležencev, ki danes opravljajo diplomski ali doktorski študij na uglednih ustanovah doma in v tujini.
Zelo dobrodošlo je, da podobne programe za svoje dijake izvajajo tudi nekatere šole, kar ima tudi nekatere prednosti (npr. boljši vpogled mentorja v predznanje in sposobnosti dijakov). Vseeno pa je dobro, da najbolj nadarjenim dijakom obzorja odpirajo tudi aktivni raziskovalci in pedagogi, ki imajo posebej poglobljeno znanje na nekaterih matematičnih področjih. Krajši zaokroženi tečaji o različnih elementarnih poglavjih matematike (npr. teorija števil, izbrana poglavja iz geometrije, kombinatorike, kriptografija) so za nadarjene srednješolce vsekakor smiselni in bi jih kazalo razviti in izvajati bolj sistematično (morda v obliki obveznih izbirnih vsebin ali projektnih tednov). Za učinkovitejšo izvedbo na tovrstnih taborih ali poletnih šolah pa bi jih bilo kazalo izvajati za bolj homogene skupine s podobnim predznanjem.

Viri:

1. Spletna stran projekta MARS. Dostopno na: http://mars.dmfa.si.
2. Kuzman, B. (2013): Nadarjeni in prosti čas ob matematiki. V: Kuzman, Boštjan (ur.). Motiviranje nadarjenih učencev za matematiko, računalništvo in tehniko : zbornik povzetkov. Str.11. Ljubljana: Pedagoška fakulteta.
3. Kuzman, B. (2012): Uvajanje nadarjenih dijakov v raziskovalno delo. V: Kuzman, Boštjan (ur.). Strokovno srečanje in 64. občni zbor DMFA Slovenije, Rimske Toplice, 19. in 20. oktober 2012.Str. 73. Ljubljana: DMFA - založništvo.

PAPER ROLL MATHEMATICS IN THE CLASSROOM

Matematika z zvitkom papirja

dr. Adriaan Herremans

Adriaan.Herremans@UAntwerp.be

University of Antwerp, Faculty of Applied Economics, Department Engineering Management

Abstract

In this interactive workshop, everyone will work in small groups on different assignments: all involve intuitive mathematics and everyone will fold with paper rolls. The mathematics is suitable for pupils between 11 and 18 years old. Everyone can join an assignment that is interesting for the pupils he has in class.

After a short intro and working in small groups, we will discuss the results and didactics. Topics that will pass the road: rational numbers, regular polygons, calculating angles, exterior/inscribed angles, rotations, invariance group, divisors, geometry in 3D versus 2D, convergence, accuracy and differentiation. We will use paper rolls, pencils, glue sticks, scissors… so all mathematics will be experienced in a very visible manner. For further details you'll have to join this workshop of self-discovery mathematics!

Key words: geometry, folding paper, regular polygon, flexagon

Povzetek

V delavnici bodo udeleženci reševali različne naloge z zgibanjem papirja. Delo bo potekalo v manjših skupinah, udeleženci pa bodo lahko izbrali tiste naloge, ki so najbolj primerne za njihove učence. Za izvedbo v razredu je dejavnost primerna za učence in dijake med 11 in 18 letom. Po krajši uvodni predstavitvi in delu v skupinah bo potekala razprava o rezultatih in didaktičnih vidikih izvedene dejavnosti. Ob obravnavanih matematičnih vsebinah: racionalna števila, pravilni večkotniki, koti, vrteži, invariantne grupe, delitelji, 3D geometrija v primerjavi 2D geometrijo se bomo dotaknili še natančnosti in diferenciacije. Udeleženci bodo v delavnici uporabljali papir, svinčnike, lepilo, škarje… Torej matematična izkušnja, ki jo lahko doživite in vidite! Za vse ostalo pa se boste morali pridružiti delavnici!

Ključne besede: geometrija, prepogibanje papirja, pravilni mnogokotnik, fleksigon

Introduction

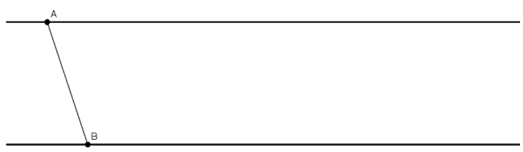
In this article, we want to promote the use of a paper roll in mathematics lessons. It is a very cheap material that gives a lot of opportunities: pupils can experience mathematics, one can do different things with the same material (differentiation) and one can stimulate the creativity of pupils. We advise the reader to try out actively the things that are mentioned in the text with a paper roll. § 1-3 describe in detail how to fold with a paper roll, § 4-5 are mathematically a little bit more demanding, but they can be skipped. In § 6 we talk about flexagons and make didactical conclusions in § 7. We added an appendix where we give an example how one can instruct pupils to fold an easy flexagon correctly.

The mathematics and notations are mainly inspired by [4] and [5]. I would like to thank the editors of the journal Wiskunde & Onderwijs for their permission of using pictures and translate pieces that are published earlier in Dutch in [3].

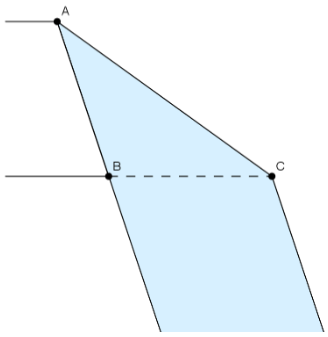
How to fold a paper roll

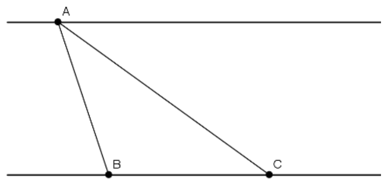
We all know a paper roll well from shopping stores. It is in fact a long strip of paper with parallel edges. The aim is to do some mathematics by folding with this material.

When creating folding lines, we will always think from left to right. Only the last folding line will be important for the next one. This left-to-right thinking also holds for the name of the folding lines (line AC will be different from the line CA). Suppose we start with an arbitrary folding line on the paper roll, and name it AB as shown.



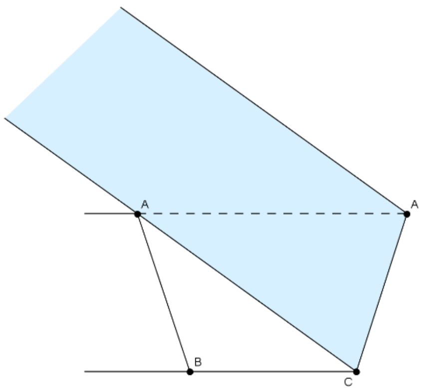
There are two ways of creating a new folding line on your strip. First, you can fold downwards (we will call this move D). You put the upper edge of the paper roll from point A on top of the fold line AB (see left-hand drawing, where the back of the strip is colored). This creates a new folding line in a natural way. If you fold your paper roll back open, you have a new line AC visible on the paper roll as in the right-hand picture.



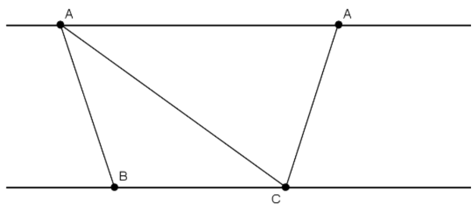


Folding Downwards (D)

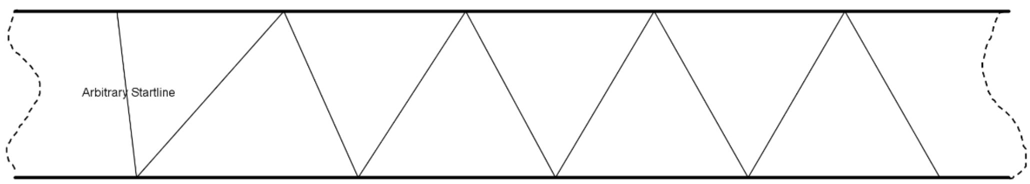
Secondly, you can fold upwards (we will call this folding U). You then put the bottom edge from point C along the line AC (see picture below on the left). You get another new folding line. When you unfold the paper roll you have a new visible line CA (as noted earlier, this is something else than the AC line): see picture below on the right. The line most on the right is a CA line, the line in the middle is an AC-line.



Folding Upwards (U)



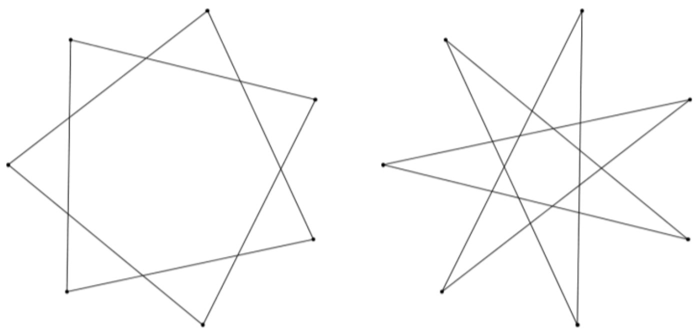
You can carry on. In order to fold regular figures with this paper roll, you will have to repeat a series of foldings.
For example, you can start with an arbitrary line and consequently fold U_1D_1 (one time folding Up, and then one time folding Down) for several times. You'll end up with something like the picture below. You can see that all the lines form 'triangles' and, as you are continuing to fold, experience that the triangles become more equilateral. It does not matter what line you start with, the triangles always tend to equilateral triangles. This is a truly visible fact of the convergent behavior when folding paper roll (see § 3) and lies at the basis of the mathematics that follows.



Regular polygons

A regular n-gon is a convex polygon with n equal angles and n sides of equal length. When you connect the vertices, but not with their nearest neighbors, you get a non-convex regular polygon.
This calls for a correct definition. *If you connect each vertex of a regular n-polygon with his a^th^ next neighbor, you get a regular figure with equal sides and equal angles on the condition that* gcd(a, n) = 1*. We define this to be a* $\left(\frac{n}{a}\right)$*-gon.* We also agree that we always take into account the inequality $2a < n$. This is possible because a $\left(\frac{n}{a}\right)$-gon is identical to a $\left(\frac{n}{n-a}\right)$-gon. The condition that gcd(a, n) = 1, is because otherwise you will not reach all vertices. For example, a $\left(\frac{6}{2}\right)$-gon will only give you a triangle. If you follow the definition, the other three vertices of the regular hexagon will never be reached. Therefore a better name for that figure is clearly a $\left(\frac{3}{1}\right)$-gon.

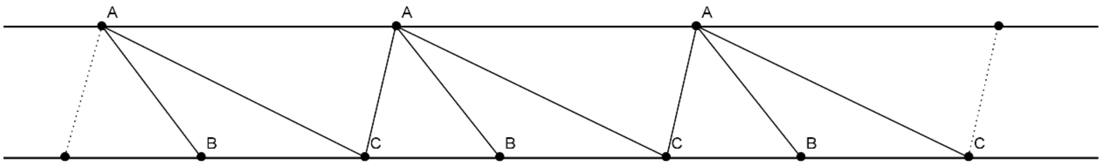
Examples. A regular n-polygon is nothing but a $\left(\frac{n}{1}\right)$-gon. In the figures below, you see both a $\left(\frac{7}{2}\right)$-gon and a $\left(\frac{7}{3}\right)$-gon.



Later on, we will need the exterior angle of a regular polygon. Pupils at the end of primary school should be able to calculate this. You can start with a regular n-polygon: the exterior angle is than equal to 2π/n.
For a $\left(\frac{n}{a}\right)$-gon, you can draw a regular n-polygon, and all its diagonals. The exterior angle will be 2aπ/n (you can show this as an application of central and inscribed angles in a circle).

Folding regular polygons with a paper roll

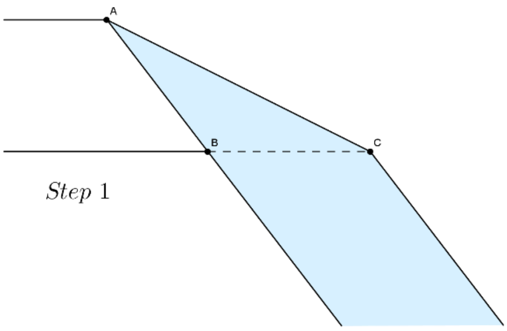
Suppose you started with a random folding line, and you repeat to execute D_2U_1. When we give similar vertices the same name: all vertices at the top edge are labelled A; vertices at the bottom edge are labelled alternated B and C (see figure below). It is convenient that you have this labelling on your roll when you try this for the first time.

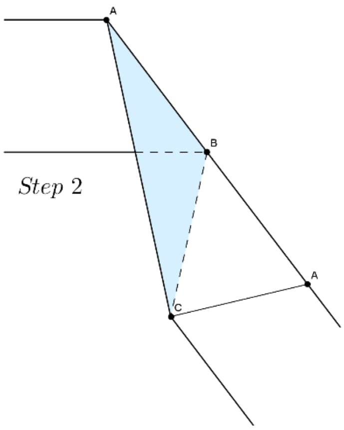


To get any precision, it is best that you cut away the first lines: do 10 times movements D2U1, cut on the third line AB and let your strip start at this ‘third’ line AB. You get a strip of paper that looks like the picture above. We call this strip full of folding lines a D2U1-strip.

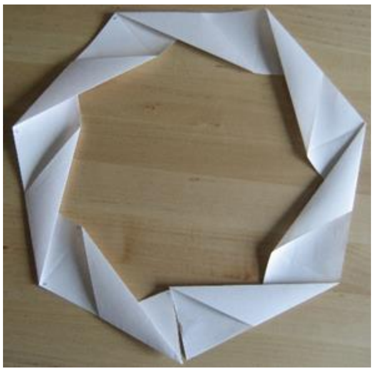
If you look carefully, you can see already signs of regularity: the distances between the points A are equal, the folding lines with the same name are all parallel...
The folding of the regular polygon asks for some attention. There are two major steps:

1. Fold (or turn) along the leftmost line AC, the paper roll downwards (see picture left). The rest of your paper roll (everything on the right hand side of the line on which you have folded) is now facing downwards (colored in the picture). When you put the letters on your paper roll, you’ll notice that these letters are not readable because they are facing downwards.
2. Therefore fold (or turn) further along line AB, so that the letters are visible again (see picture on the right). It is important that you twist the paper always in the same direction!





Probably, you’ll have to exercise this folding a little bit. Remark that by these two steps, you have created an angle in A with the top edge of the paper roll. We will prove in this paragraph that this angle will be the exterior angle of a regular heptagon.



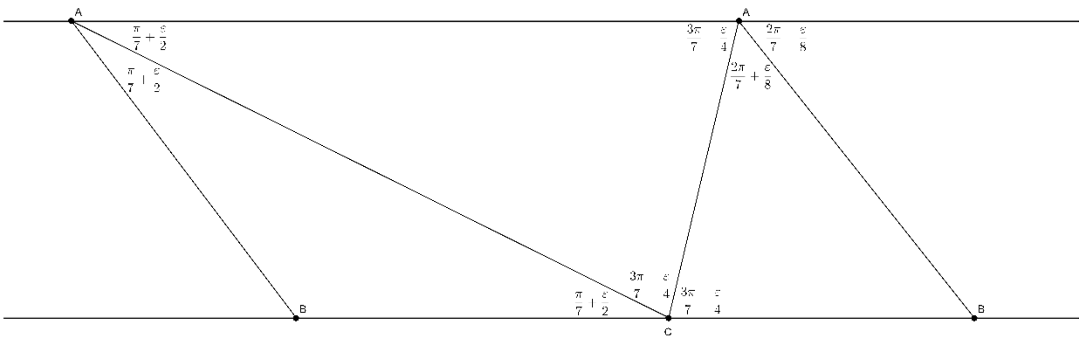
Furthermore, if you do the same two steps with the next point A on your strip, you'll make the same angle in the top edge over and over again. If you complete to do this procedure on every next point A, your paper roll will become a regular heptagon if you look at the top edge. Notice that after completing this 2-step-procedure on a D_2U_1-strip seven times, the paper roll is exactly at the starting point again. In the picture you see the result of doing this 2-step-procedure seven times.

On the other hand, when you start in step 1 with folding on a line AB (you can start with the second AB line from the left) and in step 2 you fold/turn further along line AC, and continue to do this for every point A on the top edge, you'll end up with another regular figure: a $\left(\frac{7}{2}\right)$-gon.

Remark that we started with an arbitrary starting line and that we never used a protractor. Nevertheless we end up with a regular figure. How does this happen? The answer is both surprising and simple: it is the folding movements, in our case D_2U_1, that will determine which figures are possible. In a lesson with pupils, I let them now calculate what all different angles are, if you – by accident – started with an angle that was exactly 2π/7. Notice that this is the exterior angle of a regular heptagon or in other words a $\left(\frac{7}{1}\right)$-gon.

Now we can prove the general case where we start with an arbitrary angle. We call it 2π/7 + ε. The term ε stands for the error, i.e. how much the starting angle differs from 2π/7 (remark that ε can be both positive and negative).

Since with every new folding line, we bisect the angle, the error-term ε is divided by two. This gives us an error-correcting construction of the angle 2π/7 (see picture below).



So we did not fold the exact angles for a regular heptagon, but we are converging towards it exponentially. That's why we said at the beginning of the paragraph that you have to cut on the 'third' line AB and throw the first foldings away: by then your error-term is already divided by 64... or in other words, by then you are as close to the desired 2π/7 that you will not see an error with the naked eye.

Remark furthermore that a regular heptagon is not constructible with ruler and compass. You can see that you will not do that with folding either, but also little human inaccuracies are common with exact constructions. On top of that, the advantage of folding is the fact that every error is corrected by the folding process, while with constructions the error remains or get worse in the further process.

Which folding to choose?

In the previous, we suggested that the folding process decides on which regular polygon(s) are possible with the strip. Of course, we do not want to stick to trial and error. The central question is therefore: *if you know what* $\left(\frac{n}{a}\right)$*-gon you want to fold, is it possible to know the correct folding procedure (in advance)?*
We start with the case that both n and a are odd. If you look good at the folding process, there are two major observations: (1) with every folding action, you bisect the most right angle; (2) we change from U to D or vice versa, when the edge is an odd multiple of π/n.

These two observation lead to the introduction of a 'folding symbol' (see [4, §4.5]):
The symbol follows the following rules (all numbers are integers):

1. all a_i are odd
2. $a_1=a$
3. $n-a_i = 2^{b_i}.a_{i+1}$
4. $a_{m+1}=a_1=a$

$$\mathbf{n}\left|\begin{array}{ccccc} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_m \\ b_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_m \end{array}\right|$$

Take a $\left(\frac{7}{1}\right)$-gon as example. You get first 7–1 = 6 = 2^1.3 and then 7–3 = 4 = 2^2.1. So you are back at the beginning and the folding symbol is complete.

$$\mathbf{7}\left|\begin{array}{cc} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{array}\right|$$

On the *bottom row*, you can read how you have to fold in order to get the correct strip. In our case it is D_1U_2 (remark that it does not matter what action you start with and therefore both U_1D_2 and D_2U_1 will give us a good strip). Remark that an odd number of ciphers on the bottom row means that you will have to do the bottom row twice in order to get the correct angle on the same edge of the paper roll again. E.g. to fold a regular 11-gon, you get the ciphers 1,1,3 (check this) on the bottom row of the folding symbol: this means that you will need a $D_1U_1D_3U_1D_1U_1$-strip.

On the *top row*, you can read what polygons are possible to fold with this strip: every $\left(\frac{n}{a_i}\right)$-gon can be folded with this strip. Or at least you will find the correct angle on this strip. For example, in the folding symbol of the heptagon, you can read that both a $\left(\frac{7}{1}\right)$- and a $\left(\frac{7}{3}\right)$-gon are possible. Indeed, the final picture in § 3 shows that on the bottom edge, you can find the correct angle for a $\left(\frac{7}{3}\right)$-gon, i.e. 6π/7, is available on the D_2U_1-strip.

With even n or a it is also possible to find the correct strip (see [4, §4.5] for the details):

- if $n=2^kn'$ is even, the strip to fold a $\left(\frac{n'}{a}\right)$-gon will contain enough info to fold the desired angle;

- if $a=2^k a'$ is even, the strip for a $\left(\frac{n}{a'}\right)$-gon, will already contain the correct angle for a $\left(\frac{n}{a}\right)$-gon. In the example of a D_2U_1-strip, one could also fold a $\left(\frac{7}{2}\right)$-gon as was noticed in § 3.

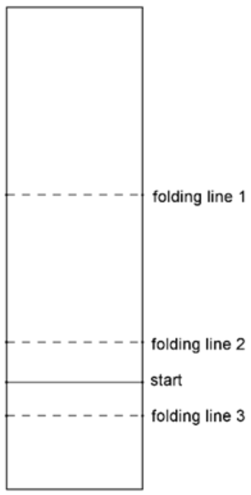
We conclude § 4 by the statement that any $\left(\frac{n}{a}\right)$-gon can be folded with a paper roll.

The main drawback in the execution is the fact that sometimes the angles get very small, and therefore the bisection gets less accurate.

Other possibilities with a paper roll

There are other possibilities in the use of a paper roll in the class room. With a little arithmetic, one can solve the inverse question from § 4, i.e. *if you start with a certain strip, what regular polygons can you fold with it?* Furthermore the folding symbol has nice arithmetic properties ([4, §4.6] for more details).

In fact you have an exponential approximation of the rational number a/n. This can be used to fold the a/nth part of something. For example if you want to fold 1/7th of a rectangular piece of paper, you can think at the D_1U_2-strategy. After starting with an arbitrary start line, you can first fold D: this means in the case of the rectangle putting the top edge of the rectangle on top of the starting line. By this folding, we create folding line 1. Then we put two times the bottom edge onto the latest folding line to create folding lines 2 and 3 (see picture). This line 3 will be closer to divide the rectangle in 1/7th. Indeed, as in the arguments of § 4, you can start with a line at height 1/7 + ε (consider the height to be the vertical distance from the bottom edge and we suppose the height of the rectangle to be 1). The movement D, will create folding line 1 to be at height 4/7+ ε/2. Furthermore folding lines 2 and 3 will be at height 2/7+ ε/4 and 1/7+ ε/8 respectively (see picture). Again, one notices that we get closer to the desired 1/7th at exponential speed.



Furthermore, also a given angle can be folded into a/nth. For example, the movement D_1U_1 belonging to a $\left(\frac{3}{1}\right)$-gon, can be used to trisect a given angle. Remark that D means that you place the top edge of the angle on the last folding line to create a new folding line. In movement U, you place the bottom edge on the last folding line. Again you are able to fold something that is not constructible. More details can be found in [8].

At last, doing origami can have a lot of mathematics in it. We suggest reading in [7] to get a great variety of ideas for in the class room.

Flexagons

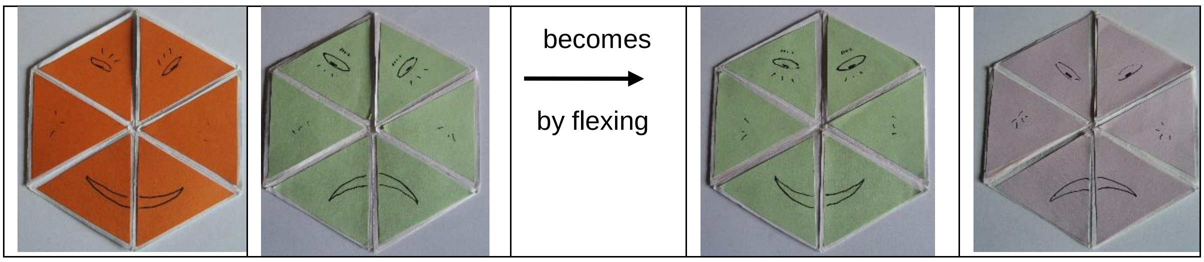
Another possibility to use a paper roll in class is flexagons. These flexible polygons, hence the name, were discovered by Arthur Stone in 1939 and have since then been subject to a lot of literature (e.g. [2], [9],[10]). Most mathematical properties are known today, although there remain open questions (e.g. in [1]). You can call a flexagon a polygon with different 'faces'. These can be shown by using different colors glued on the flexagon.

To fold the simplest flexagon, one that consists of a hexagon with three faces, you need a strip of 10 equilateral triangles (see picture in step 1 of the appendix). Of course we do not use a protractor, but make a D_1U_1-strip where we cut off the first triangles (as in the last picture of § 1). You can prove that such a D_1U_1-strip converges exponentially to equilateral triangles with the techniques in § 4. In fact, with not-gifted pupils I stick to these kind of teaching goals: they can explain how the folding convergence works and answer questions like 'how many triangles should we cut off, when we want an error of less than 1°, given a concrete starting angle'.

With the D_1U_1-strip of 10 equilateral triangles, you can fold a hexagon consisting of six triangles. This folding is rather easy (see appendix for an example of procedure). Notice that in the end you glue two triangles on top of each other (see step 6 of the procedure in the appendix): this means that you are left with 20-2=18 sides of an equilateral triangle. Since you can only see 12 triangles at once (6 at the front and 6 at the back), 6 triangles remain hidden. By flexing (see step 7 in the appendix-procedure), you can make these 6 appear. When you use three different colors and draw some smiling faces on top of it, you can understand that pupils are amazed when you demonstrate this at the beginning of the lesson. Furthermore, you should build on their questions and motivate them that they will be able to do and explain (!) this at the end of the lesson. If you manage all right, you get something like in the pictures below: a sad face at the back of the flexagon, becomes a smiling green face after flexing. Furthermore the orange face is hidden after flexing, while a purple face appears. Flexing a second time will give you a purple front view and an orange rear view. Flexing a third time gets you back to the beginning.

Left: front view (orange smile)
Right: rear view (green sad)

Left: front view (green smile)
Right: rear view (purple sad)



Next to this flexagon, you can make flexible hexagons with four, five, six and even seven faces ([12] for more details). Also rectangular flexagons are possible starting with a normal piece of paper.
The handiest and gifted people can go for 3D shapes: it is for example possible to weave a regular icosahedron with 5 strips of 11 equilateral triangles (see [5]).
Also in working with flexagons, a lot of possible mathematical questions can show up: how many possibilities does your flexagon have (see [6] for more details), what is the shortest way of getting from one situation to another by just flexing?

Often I give a home assignment for pupils: make your own flexagon. If you promise they will get it back later, you get all kinds of personalized flexagons: photos (with help of e.g. [11]), drawings, tea bags… I always ask also to write down all possible situations of their flexagon (front/rear view) and how they can go from one to another. Students learn then to make schemes with all possibilities: that usually takes some time, but it is a challenge to understand their own flexagon. They are most of the time also happy that something of their own interests is used in mathematics and remember that for very long time.

Didactic conclusions
The use of a paper roll in the class room is interesting for several reasons. I suggest to use two hours to inspire pupils and to get them used to the folding principles. You can also use it as part of a math project. I list up the main didactic possibilities for working with a paper roll:

- mathematics is used as an explanation for something one sees or one is experiencing
- there is a great variation in the geometry curriculum to handle with paper rolls (e.g. central angles in a circle, alternate angles, congruent triangles, regular polygons, constructions)
- variation in type of assignments (from folding to examining number theoretic properties)
- possible to work on different levels in the same class room and with the same material (a gifted group of pupils can do things as in § 4-5, the weaker group can stick to triangles, flexagons and § 3)
- pupils get surprised and challenged by the material
- possibility of incorporating a personal touch in mathematics (see § 6)
- the material is easy to handle, easy to find and very cheap
- possibility to work with colleagues of other subjects (e.g. arts)
- pupils can build further on their interest (there is a lot of material in books and on the web).

If someone wants to use this material in the classroom, please feel free to contact me for tips and tricks. The only warning that I want to make in the use of paper rolls: do not stick to the fun part, but use this obvious fun in order to motivate/demand your pupils to do some mathematical reasoning. It is worth the effort. I hope you'll enjoy working with a paper roll in your class room!

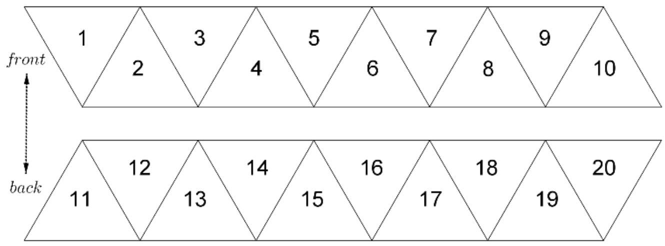
References

1. Berkhove E., Dumont J., *It's okay to be Square if you're a Flexagon,* Mathematics Magazine vol. 77, Jan 2004, p.335-348.
2. Conrad A., Hartline D., *Flexagons*, 1962, 222p.
3. Herremans A., *Wiskunde met een telrol*, Wiskunde & Onderwijs nr. 146, issn 2032-0485-146 (2011), p. 110-119
4. Hilton P., Holton D., Pedersen J., *Mathematical Reflections: In a Room with Many Mirrors,* Springer-Verlag, New York 1998, 351p.
5. Hilton P., Holton D., Pedersen J., *Mathematical Vistas: From a Room with Many Windows,* Springer-Verlag, New York 2002, 358p.
6. Hilton P., Pedersen J., Walser H., *The faces of the tri-hexaflexagon,* Mathematics Magazine vol. 70, Oct. 1997, p.243-251.
7. Hull T., *Project Origami: Activities for Exploring Mathematics*, A K Peters/CRC Press; 2nd edition, 2012, 364 p.
8. Polster B., *Variations on a Theme in Paper Folding*, American Mathematical Monthly nr. 111, January 2004, p.39-47.
9. Pook L., *Flexagons Inside Out,* Cambridge University Press 2003, 182p.
10. Tekulve A., *Understanding Polygons and Polyhedrons using Flexagons*, The Montana Mathematical Enthusiast vol. 1, nr. 1, 2004, p. 20-28
11. *britton.disted.camosun.bc.ca/fotothf/fotothf.htm,* webpage that has a little program to make a flexagon out of 3 of your own photos (20.05.2014)
12. *www.flexagon.net*, overview page about flexagons (20.05.2014)
13. *www.mathematische-basteleien.de/flexagons.htm*, webpage with a lot of info on flexagons (20.05.2014)

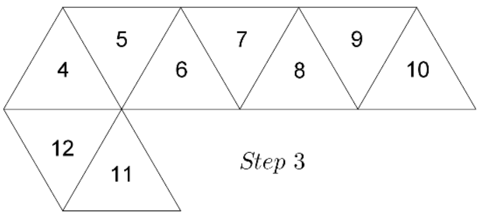
Appendix: Folding a flexagon

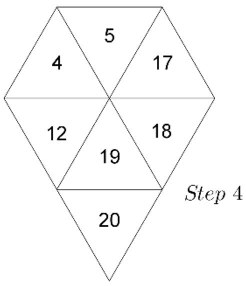
Follow each step of the procedure to fold a strip of 10 equilateral triangles into a flexagon with 3 faces.

1. Start with a strip of 10 equilateral triangles. Label each triangle as in the picture below. Make sure of the correct orientation: triangle 1 has its top downwards! Important: triangle 11 is the backside of triangle 1…

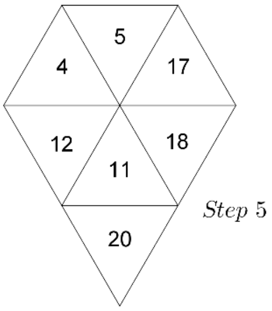


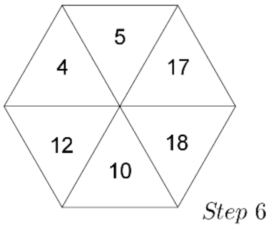
2. Make sure all folding lines are folded in both directions. We need all lines to be very flexible.
3. Start with triangles 1-10, triangle 1 top downwards. Fold triangles 1-3 underneath triangles 4-10.



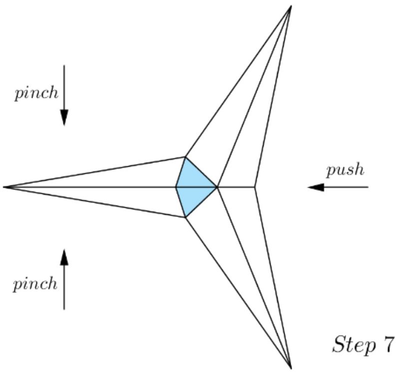


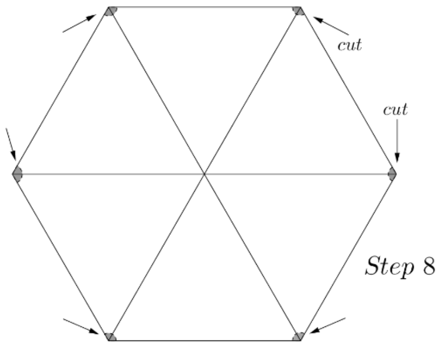
4. Fold triangles 7-10 on top of triangle 6.
5. Attention! Place now triangle 11 <u>on top</u> of triangle 19.





6. Final step is to fold triangle 20 on triangle 11. You get a regular hexagon as in the picture. If you glue triangle 11 and 20 together, the flexagon is ready.
7. How to flex? Choose two adjacent triangles and pinch them together. Push the middle of the other 4 triangles towards the center (you get a 'windmill' like in the picture below). If you choose two good triangles to pinch, the center will open a little and the six hidden triangles will appear.
   If the center does not open: you'll have to pinch another couple of triangles (it is wise to take one of the triangles you tried first, but pinch it together with his other adjacent triangle).





8. When flexing is not going very smoothly, you probably did not fold precisely enough. One way to solve this, is to cut in every vertex a little bit as in the picture. Then there will be more space to flex.
9. You can now personalize your flexagon: you can use different colors, draw a smiling face (do this first with a pencil).

FINANČNA MATEMATIKA ZA NADARJENE UČENCE

Financial mathematics for gifted pupils

Slavko Buček

slavko.bucek@gmail.com

OŠ I. Murska Sobota

Povzetek

Prispevek predstavlja osnove finančne matematike. Vsebina je prilagojena učencem sedmega, osmega in devetega razreda. Poudarek je na navadnem obrestnem računu, kjer računamo obresti za določeno število dni, mesece ali za leto. Seznanimo se z osnovnimi pojmi, kot so: obresti, obrestna mera, čas obrestovanja, itd. Svoje izpeljave in izračune nato preverimo na spletnih straneh bank. Prav tako se seznanimo z obročnimi vplačili, kjer smo se omejili na mesečna vplačila. Na koncu se še na kratko omeni obrestnoobrestni račun in to brez izpeljav. S pridobljenim znanjem poiščemo najboljšega ponudnika za naše varčevanje.

Ključne besede: finančna matematika, obresti, obrestni račun, obrestna mera, varčevanje

Abstract

This article presents the basics of financial mathematics. Its content is adapted for learners of the seventh, eighth and ninth grade. The emphasis is on a simple interest calculation, where interest is calculated for a specified numbers of days, months or a year. Learners are acquainted with the basic concepts, such as interest, interest rate, interest period etc. Their derivations and calculations are then checked on the websites of banks. They also learn about installments, limited only to monthly payments. At the end we also mention the compound interest, without derivations. With the gained knowledge we visit the best provider for our savings.

Key words: financial mathematics, interest, simple interest, interest rate, saving money

Uvod

Pri pouku matematike v sedmem razredu se učenci prvič srečajo z odstotnim računom. Uporabijo ga nato še v osmem in devetem razredu, in to ne samo pri matematiki, ampak tudi pri drugih predmetih, kot je npr.: kemija, fizika, biologija, tehnika, itd. Odstotni račun jih potem spremlja nekako vseživljenje.

Pri pouku matematike se srečujemo tudi z obrestmi. Obrestni račun oz. znanje poslovne matematike pa je življenjsko zelo pomembno. Nenehno se srečujemo z različnimi ponudbami trgovcev, zavarovalnic, bank in ostalih ustanov namenjenih zaslužku ponudnika. Namen vseh teh je, da nas pritegnejo k poslu. Marsikdo šele čez nekaj časa ugotovi, da gre za potegavščino, a je dostikrat, žal, prepozno. Če obvladamo osnove obrestnega računa, imamo prednost.

Pred leti sem organiziral naravoslovno matematični tabor in ena izmed delavnic je bila namenjena poslovni matematiki. Učenci so bili seznanjeni z osnovami obrestnega računa. Izračunavali so obresti za dneve, mesece in leta. V nadaljevanju so poiskali spletno stran določene banke in prek strežnika izračunavali obresti. Tako so podkrepili svojo teoretično znanje. V nadaljevanju so iskali možnosti za čim večji dobiček od svojih prihrankov. Ugotovili so, da so možnosti za večjimi dobički, kot so npr. delnice, vendar so tu večja tveganja. Tako se lahko celo zgodi, da izgubimo ves denar.
V prispevku so, zaradi lažje predstavitve dobljenih zneskov, namerno izbrani podatki z okroglimi števili. Ko nas obiščejo razni predstavniki in nam ponudijo možnosti za finančne naložbe, pa je seveda drugače. Izberejo ustrezne zneske in časovna obdobja, tako da nimamo več prave predstave.

Obrestni račun

Obresti so - po definiciji - nadomestilo za uporabo nekega zneska denarja, ki ga je kreditodajalec za določen čas prepustil kreditojemalcu. Tako si lahko denar izposodimo ali pa ga vložimo v banko oz. ga komu posodimo. Če si denar izposodimo, bomo plačali obresti, oziroma če bomo denar komu posodili ali ga dali na banko, bomo dobili obresti. Znesek obresti je seveda odvisen od količine izposojenega denarja in časa obrestovanja. V bistvu je znesek obresti odvisen od :

- izposojenega zneska (glavnica G),
- čas obrestovanja (v dneh d, mesecih m, letih l) in
- obrestne mere p.

Obrestna mera *p* je izražena v odstotkih in nam pove, koliko denarnih enot nadomestila plačamo za vsakih 100 denarnih enot glavnice, ki smo jo uporabljali eno kapitalizacijsko obdobje. Kapitalizacijsko obdobje je obdobje med dvema zaporednima pripisoma oziroma obračunoma obresti. Osnovno kapitalizacijsko obdobje je eno leto. Po tem času se obresti pripišejo h glavnici in se začnejo tudi same obrestovati ter tako ustvarjajo nov kapital.
V vsakdanji praksi se obresti prištejejo po poteku ustreznega obdobja za nazaj. Take obresti imenujemo dekurzivne obresti, postopek pa dekurzivno obrestovanje. Drugi način je anticipativno obrestovanje, kjer se obresti obračunajo in odvzamejo od glavnice že na začetku obrestovalnega obdobja. Mi se bomo ukvarjali samo z dekurzivnim obrestovanjem.

Navadni in obrestnoobrestni račun

Pri navadnem obrestnem računu obresti ves čas računamo od prvotne (začetne) glavnice, ne glede na to, koliko kapitalizacijskih obdobij je poteklo. Pri obrestnoobrestnem računu obresti ne računamo samo od prvotne glavnice, ampak tudi od vseh obresti, nastalih v predhodnih obdobjih. Obresti torej po kapitalizacijskem obdobju pripišemo h glavnici.

Navadni obrestni račun

Obresti navadnega obrestnega računa so odvisne od glavnice (G), od časa obrestovanja ($l,\ m,\ d$) in obrestne mere (p). Za čas obrestovanja je l število let, m število mesecev in d število dni. Obrestna mera je v osnovi podana za eno leto.

Obresti so tako premosorazmerne glavnici, času obrestovanja in obrestni meri. Obrestno mero lahko razumemo kot premosorazmerno konstanto.
Poglejmo, kolikšen znesek obresti dobimo po določenem času. Vzamemo, da smo imeli glavnico G na banki eno leto obrestovano s p % obrestno mero. Za eno leto dobimo znesek obresti

$$o = \frac{G \cdot p}{100}. \quad (1)$$

Za en mesec bomo dobili $\frac{1}{12}\ od\ \frac{G \cdot p}{100}$, kar je $\frac{1}{12} \cdot \frac{G \cdot p}{100} = \frac{Gp}{1200}$. Z m mesecev je tako

$$o = \frac{G \cdot p \cdot m}{1200}. \quad (2)$$

Leto ima 365 dni oziroma prestopno leto 366 dni. Za en dan v neprestopnem letu dobimo $\frac{1}{365}\ od\ \frac{G \cdot p}{100}$, kar je $\frac{1}{365} \cdot \frac{G \cdot p}{100} = \frac{Gp}{365}$. Za d dni v neprestopnem letu je znesek obresti

$$o = \frac{G \cdot p \cdot d}{36500} \quad (3)$$

in za prestopno leto je

$$o = \frac{G \cdot p \cdot d}{36600}. \quad (4)$$

Če začetni glavnici G dodamo pripadajoče obresti o, dobimo povečano glavnico

$$G^{+} = G + o. \quad (5)$$

Za izpeljavo (2) in (3) je primeren tudi sklepni račun in premo sorazmerje.
Za vajo naj učenci izpeljejo iz (1), (2) in (3) količine G, p, d, m in l.

Primer 1:
Znesek 520 € smo varčevali s 6,3 % letno obrestno mero. Kolikšen znesek imamo čez devet mesecev?

Rešitev:
G = 520 €
m = 9
p = 6,3 %
$o = \frac{G \cdot p \cdot m}{1200} = \frac{520 \cdot 9 \cdot 6{,}3}{1200} = 24{,}57€$
$G^{+} = G + o$
$G^{+} = 520 + 24{,}57 = 544{,}57€$

Primer 2:
Nekdo nam je 1. aprila 2014 posodil 1.500 € po letni obrestni meri p = 8 %, pri navadnem obrestovanju in dekurzivnem obračunu obresti. Koliko mu moramo vrniti 15. julija istega leta?

Učence moramo opozoriti na uporabo pike pri finančni matematiki. Opozorimo jih, da drugače te pike ne pišemo.

Pri tej nalogi moramo biti previdni pri računanju števila dni. Prav tako moramo preveriti ali je leto prestopno ali neprestopno. Pri štetju števila dni se prvi dan ne šteje, zadnji dan pa. Tako dobimo:

april: 29 dni (1. april se ne šteje)
maj: 31 dni
junij: 30 dni
julij: 15 dni (zadnji dan t.j. 15. julij se šteje)
SKUPAJ: 105 dni
G = 1.500 €
p = 8 %
d = 105

$$o = \frac{G \cdot p \cdot d}{36500} = \frac{1500 \cdot 8 \cdot 105}{36500} = 34{,}52 \text{ €}$$
$$G + o = 1.500 + 34{,}52 = 1.534{,}52 \text{ €}$$

Vrniti bomo morali 1.534,52 €.

V primeru 2 je navedena letna obrestna mera. Ponavadi se beseda letna izpusti, (če niso določeni drugačni pogoji), ker je obrestna mera mišljena za čas enega leta. Ker dekurzivno obrestovanje prevladuje, se tudi tega pogoja običajno ne omenja. V tem primeru moramo biti previdni pri zaokroževanju, saj imamo denarne enote in se zaokrožuje na stotine natančno. Sicer pa moramo biti pri zaokroževanju denarnih enot previdni. Pri denarnih enotah ne zadošča zmeraj zaokroževanje na dve decimalki (npr. prodaja goriva).

Obročna vplačila

Radi bi varčevali za zaključni izlet. Na začetku vsakega meseca bi vložili enak znesek. Zanima nas koliko denarja bomo imeli čez m mesecev.
Imamo m vlog po G in pripadajoče obresti o. Uporabimo (2) in (5) ter dobimo

$$S_m = G + \frac{G \cdot p \cdot 1}{1200} + G + \frac{G \cdot p \cdot 2}{1200} + \cdots + G + \frac{G \cdot p \cdot m}{1200} =$$
$$= m \cdot G + \frac{G \cdot p}{1200}(1 + 2 + 3 + \cdots + m). \quad (6)$$

Sešteti moramo še vsoto m zaporednih naravnih števil. Do tega bomo prišli postopno, s primeri, vse do posplošitve za vsoto poljubnih m naravnih števil. Za poljubno naravno število m dobimo

$$1 + 2 + 3 + \cdots + m = \frac{m(m+1)}{2}. \quad (7)$$

Vstavimo (7) v (6) in dobimo

$$S_m = m \cdot G + \frac{G \cdot p \cdot m \cdot (m+1)}{2400}, \quad (8)$$

kjer prvi člen predstavlja vložene glavnice, drugi člen pa pripadajoče obresti od vseh vlog.

Primer 3:
Na začetku vsakega meseca bomo vložili na banko 100 € z 2% obrestno mero. Kolikšen znesek skupaj z obrestmi bomo imeli po treh mesecih?

Znesek bomo izračunali po (6) in (8).
G = 100 €
p = 2%
m = 3

$$S_m = G + \frac{G \cdot p \cdot 1}{1200} + G + \frac{G \cdot p \cdot 2}{1200} + G + \frac{G \cdot p \cdot 3}{1200} =$$
$$= 100 + \frac{100 \cdot 2 \cdot 1}{1200} + 100 + \frac{100 \cdot 2 \cdot 2}{1200} + 100 + \frac{100 \cdot 2 \cdot 3}{1200} = 300 + 1 = 301€$$

ali

$$S_m = m \cdot G + \frac{G \cdot p \cdot m \cdot (m+1)}{2400} = 3 \cdot 100 + \frac{100 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (3+1)}{2400} = 300 + 1 = 301 €.$$

Vidimo, da smo dobili enak rezultat. Tako smo tudi potrdili pravilnost naše izpeljave za enačbo (8).
Za mesečna vplačila lahko izberemo tudi primere, ko vplačujemo ob koncu vsakega meseca. V tem primeru se vsak obrok obrestuje za en mesec manj. Zadnji vplačani obrok tako ni obrestovan. Lahko izberemo tudi primere, ko ne vplačujemo vsak mesec. V tem primeru seveda uporabimo ustrezne člene $S_m = G + \frac{G \cdot p \cdot 1}{1200} + G + \frac{G \cdot p \cdot 2}{1200} + \cdots + G + \frac{G \cdot p \cdot m}{1200}$.

Učence bodo zanimali tudi primeri, ko vplačujemo ob poljubnih dneh med letom. Takrat moramo seveda izračunati znesek obresti za vsako vplačilo posebej. V tem primeru bi se bilo smiselno posluževati Excelove preglednice, kar pa bi bilo zanimivo izvajati posebej na kakšnih drugih delavnicah.

Predlagam, da se naslednji nalogi rešujeta samostojno. Učenci najdejo ustrezno spletno stran (npr. NLB,…) in preverijo ustreznost dobljenih rezultatov. Pri tem lahko uporabijo šolske računalnike, dlančnike ali pametne telefone. Za obrestno mero se lahko vzame tudi obrestna mera, ki jo ponuja izbrana banka.

Naloga 1:
1.000 € smo imeli na banki 200 dni. Kolikšen znesek imamo na banki po tem času, če je obrestna mera 2 %?

Naloga 2:
Na banki smo imeli eno leto in 125 dni znesek 1.200 €. Kolikšen znesek imamo na banki po tem času, če je obrestna mera 3 % z letnim pripisom obresti?

Obrestno obrestni račun

Obrestno obrestni račun smo predhodno na kratko že omenili. Podrobneje ga, zaradi znanja matematike, v osnovni šoli ne bomo obravnavali. Nikakor pa ga ne moremo zaobiti. Začnimo s primerom, ki nam pokaže razliko med navadnim in obrestnim obrestovanjem.

Primer 4:

V banko smo vložili 1.000 € s 3 % obrestno mero. Kolikšen znesek imamo čez dve leti?

Po navadnem obrestnem računu je znesek obresti 30 € za prvo leto in 30 € za drugo leto. Tako znašajo obresti za obdobje dveh let 60 €. Skupaj z obrestmi bi tako čez dve leti dvignili 2.060 €. Zelo enostavno, bi povedal marsikdo. Izračun seveda ne drži.

V našem primeru moramo uporabiti obrestnoobrestni račun. Po prvem letu imamo na banki skupaj z obrestmi G_1= 1.030 €, kar je nova glavnica za naslednje leto. Obresti za drugo leto so

$$o_2 = \frac{G_1 \cdot p}{100} = \frac{1.030 \cdot 3}{100} = 30{,}90\ €.$$

Vidimo, da je razlika 0,90 €. Marsikdo bi povedal, da je to zanemarljivo. V tem primeru morda res, vendar pa se ta razlika poveča pri povečanju začetne glavnice G. Ne smemo pozabiti, da se lahko poveča tudi obrestna mera in čas obrestovanja.

Naj bo G_0 začetna glavnica, G_n vrednost glavnice čez n let in p obrestna mera. Pri obrestnem obrestovanju poznamo še obrestovalni faktor $r = 1 + \frac{p}{100}$. Vrednost glavnice po n letih dobimo po

$$G_n = G_0 \cdot r^n, \quad (9)$$

pri čemer je $r = 1 + \frac{p}{100}$.

Za boljšo predstavitev obrestnega obrestovanja predlagam, da se reši naslednja naloga in primerjajo dobljeni zneski.

Naloga 3:

Odločili smo se, da bomo varčevali 1.000 € s 3 % letno obrestno mero z letnim pripisom obresti. Kolikšen znesek imamo čez 1, 2, 5 in 10 let?

Naloga 4:

Znesek 2.000 € bi radi varčevali za dobo 5 let. Na spletni strani poišči najboljšega ponudnika za ta primer.

Zaključek

Znanje o obrestnem računu je med osnovnošolci kar šibko. Učence se da seveda pri tem zelo dobro motivirati. Vsakodnevno se že srečujejo z denarjem in jih ta tema hitro pritegne. Osnovna motiv je, kako povečati količino denarja. Tu pa se vse skupaj začne. S kratki pogovorom ugotovimo, da njihovo znanje na tem področju vendar ni tako slabo.

Vsebina je za reden pouk preobsežna in je možno vključiti le določene primerne dele. Primerna je za dneve dejavnosti, delavnice in tabore za nadarjene. Učenci pri tem razvijajo digitalno pismenost, podjetnost, ustvarjalnost in medsebojno sodelovanje.

Delavnico sem sam izvedel na raziskovalnem taboru v petih urah. Učenci so se na začetku seznanili z osnovnimi pojmi, nato pa smo skupaj izpeljali enačbe obrestnega računa, katere nato samostojno uporabijo pri izračunih. Zanimivo je bilo, ko so učenci svoje izračune preverili na spletnih straneh bank. Na koncu so učenci samostojno ugotovili, da obstajajo - razen bank - tudi druge možnosti za povečanje kapitala. Navedli so delnice in vrednostne papirje ter povedali, da je pri tem veliko tveganje.

Viri:

1. Čibej, J. A. (2002): Poslovna matematika. I. del, DZS: Ljubljana
2. Buček, S. (2007): Matematika za osebni razvoj. I.OŠ M. Sobota: M. Sobota.
3. Jager, G. (2001): Finančna matematika, samozaložba, Ljubljana.
4. http://www.nlb.si/varcevanje (8. 5. 2014).

UPORABA SPLETNE UČILNICE PRI POUČEVANJU MATEMATIKE NA IZREDNEM ŠTUDIJU

Use of the e-learning environment for teaching mathematics on part-time study

Danijela Gerkšič Blatnik

danijela.gerksic@vpsmb.net

Prometna šola Maribor

Povzetek

Prispevek govori o načinu učenja matematike z uporabo spletne učilnice pri izrednih študentih. Takšno učenje predstavlja izziv tako za predavatelje, kot tudi za študente. Brez uporabe spletne učilnice bi bilo to seveda težje. Najboljša je kombinacija predavanj v predavalnici in dela na daljavo. Cilj pa je vedno enak: študentom približati matematiko, hkrati pa jih ob kopici njihovih obveznosti (večinoma je to služba) dodatno in dovolj motivirati za aktivno delo in uporabo računalnika. V prispevku bomo predstavili prednosti in slabosti uporabe spletnih učilnic pri študentih višješolskega izobraževalnega programa ter pokazali praktične primere.

Ključne besede: spletna učilnica, moodle, matematika, izredni študij

Abstract

The article deals with the challenge to learn mathematics using moodle (virtual classroom) in part-time study. Without the use of moodle, it would be far more difficult to do so. A combination of classroom lectures and work at home seem to be the best practice. After all, the aim is always the same: to learn mathematics by considering students' own obligations (i.e. at work) and motivate them for additional active work for school by using computer. This article presents advantages and disadvantages of using moodle by students in vocational college educational program and provides practical examples.

Key words: moodle, mathematics, part-time study, e-learning

Uvod

Izredni študij je mogoče ena izmed najboljših stvari, ki jo akademski svet lahko ponudi odraslim, ki so zamudili s terciarno izobrazbo iz kakršnegakoli razloga. Izredni študentje s polnim delovnim časom potrebujejo toliko pomoči, kot jo le lahko dobijo, da bi dokončali študij in pridobili čim več znanja. Z napredovanjem tehnologije se tudi predavatelji učimo uporabljati in dobro izkoriščati tehnologijo za izboljšanje poučevanja. Smiselno je tudi reči, da nima samo tehnologija vpliv na izobraževanje, ampak se tudi razvoj tehnologije odziva dejanskim potrebam študentov. Cilji študentov so pri učenju matematike lahko samo razumevanje obstoječih rešitev problemov in dokazov ali pa, da se naučijo, kako sami najdejo rešitev. Cilj pa mora biti predvsem trenirati postopke in se naučiti, kako zbrati podatke in kako poiskati rešitve v literaturi.

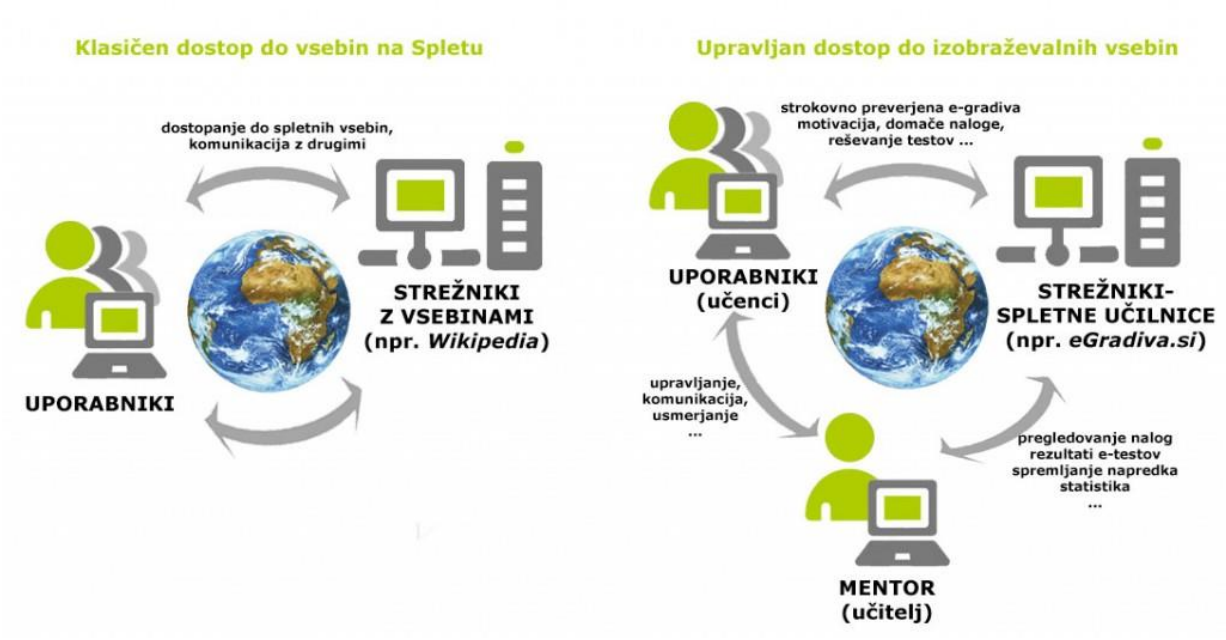
Obstaja več načinov prilagoditve e-učenja za študente. Najbolje je, da se učno gradivo (zlasti primeri in vaje) prilagodi predznanju in zmožnostim študenta in učnim ciljem, ki so predpisani v Katalogu znanj za predmet Uporabna matematika v logistiki (2007). Poleg tega pričakuje študent logistike različne primere in vaje kot študent biologije. Tudi učenje iz napak in neuspehov je pomembna sestavina aktivnega učenja in ga je treba maksimalno izkoristiti.
V času, v katerem smo, ni težko izpeljati učinkovitega e-učenja na izrednem študiju. Treba se je le odločiti in jim ponuditi dobro pripravljeno gradivo. Način priprave in samo gradivo je odvisno od ciljne skupine: študente, udeležence izrednega študija, ki se želijo izobraziti v smeri, katero so si izbrali.
Matematika je eden izmed predmetov, ki se jih je težje naučiti z uporabo spletne učilnice, ni pa nemogoče. Lažje je mogoče reči, naj se študentje naučijo poglavje o Rimljanih od te do te strani, kot pa reči študentu, naj se v tekočem tednu nauči integrale. Tu pa nastopi predavatelj, ki mora spretno krmariti med študenti in svojim ciljem: naučiti jih osnove, ki so potrebne za nadaljnji študij in delo, razviti matematično razmišljanje, jim pokazati, da so se sposobni veliko naučiti in pozitivno opraviti izpit. Trdo mora delati, na razpolago mora biti skoraj 24 ur na dan, biti mora dober motivator in se povezati s študenti na tak način, da mu zaupajo.
E-študij lahko poteka dopisno prek klasične pošte, sinhrono (sočasno) ali asinhrono (na zahtevo) prek svetovnega spleta. Izobraževanje oz. učenje lahko poteka prek radia in televizije, s pomočjo učnih gradiv na zgoščenki. Lahko poteka v obliki mobilnega učenja s pomočjo osebnega dlančnika, kjer imajo študentje dostop do učnih gradiv, shranjenih na prenosni napravi, in so ta gradiva dostopna prek brezžičnega strežnika. E-študij pa lahko poteka tudi kot integrirano izobraževanje na daljavo, kjer učenje sicer poteka po načelih izobraževanja na daljavo, vendar se študentje dobivajo tudi na srečanjih v obliki delovnih ali študijskih skupin, poletnih šol, diskusij, seminarjev in drugih klasičnih oblik izobraževanja. Znanje in informacija sta ključna elementa v hitro razvijajočih socialnih in ekonomskih strukturah industrijsko razvitih narodov.
Na Višji prometni šoli je klasičen izredni študij združen s študijem na daljavo. Vodita se ločeno, način dela pa je kombinacija obeh. Zato bo v nadaljnjem besedilu uporabljen termin izredni študij.

Uporaba spletne učilnice pri izrednem študiju za predmet Uporabna matematika v logistiki

Spletna učilnica – Moodle
Uporabniški vmesnik za e-učenje mora biti zasnovan tako, da se lahko študent osredotoči na bistvene elemente in ga pri učenju ne motijo sistemske posebnosti. E-orodje mora biti uporabno in koristno. Da se izmeri učinek sistema, je dejanski dokaz način, kako študentje sistem uporabljajo, in empirični dokazi v nadzorovanih poskusih.

Pričakovanja so bila velika na vseh nivojih, veliko se jih je uresničilo, čeprav vse možnosti še niso uporabljene. Pri matematiki bo, sploh na višjem nivoju, mogoče trajalo dlje, kot pri ostalih predmetih, da se v popolnosti izrabijo vse možnosti e-učenja. Nič ne more nadomestiti fizične prisotnosti učitelja, ki lahko sproti razlaga postopke. Študij lahko zelo dobro podpremo in obogatimo tudi z video konferencami, kar je naš cilj v prihodnosti.

Za postavitev spletne učilnice se uporablja več sistemov. V Sloveniji je najpogosteje uporabljen odprtokodni sistem moodle (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment). Glavni namen spletne učilnice je integracija tehnologij v skupek orodij, ki omogočajo prenos znanja na najbolj razumljiv način. Temelji na sistemu za urejanje vsebin in učnih dejavnosti. Slika 1 prikazuje klasičen in upravljan dostop do vsebin na spletu.



Slika 1: Klasičen in upravljan dostop do vsebin na spletu
Vir: http://www.egradiva.si/?page_id=2 **(6. 5. 2014)**

Moodle je razvil Martin Dougiamas prvotno za pomoč učiteljem za ustvarjanje spletnih tečajev s poudarkom na interakciji in sodelovalno izgradnjo vsebin in je v nenehnem razvoju. Prva različica Moodle je izšla 20. avgusta 2002. Nekatere tipične značilnosti Moodla so: oddaja nalog, forum, prenašanje datotek, ocenjevanje, sporočila, spletni koledar, on line novice in napoved, spletni kviz, wiki …

Slika 2 kaže začetek že postavljene spletne učilnice.

Slika 2: Pripravljena spletna učilnica
Vir: http://snd.prometna.net/moodle/course/view.php?id=590&edit=0&sesskey=aTH6fCyYlv (7. 5. 2014)

Srednje okno je za študente najpomembnejše, saj se tu nahajajo informacije, ki so za njih najbolj pomembne z vsem gradivom ter obveznimi nalogami. V levem oknu so izbrani in stalni bloki, v desnem bloku so bloki s spreminjajočo in izbrano vsebino. Skrbnik spletne učilnice lahko bloke skrije in premika. Spretnost pri delu z računalnikom omogoča lažje delo s spletno učilnico.

Na spletni strani https://moodle.org/ najdemo podroben opis in navodila za uporabo spletne učilnice ter spremljamo novosti. Na spletni strani http://www.moodle.si/moodle/ pa je spletno središče uporabnikov moodla v Sloveniji.

Predznanje študentov

V višješolski strokovni študijski program se lahko vpiše, kdor je opravil splošno ali poklicno maturo. To je pogoj tako za redni kot za izredni študij. Starost izrednih študentov je od 18 let naprej. To so tisti študentje, ki so ravnokar končali srednješolsko izobraževanje, pa se iz kakršnegakoli razloga niso vpisali na redni študij. Vpisani so končali različne srednješolske programe: so ekonomski tehniki, zdravstveni tehniki, gimnazijci, itd. Vsako leto se vpiše približno pet odstotkov študentov, ki so že diplomirali na višji ali visoki šoli, ki vzporedno študirajo ali so se prepisali. Večina je zaposlenih, opažamo pa, da je vsako let več brezposelnih izrednih študentov.
Ne glede na različne profile udeležencev jim je skupno slabo predznanje matematike. Izstopajo tisti, ki so že študirali in so že opravljali izpit iz matematike. Nemogoče je začeti s snovjo, predpisano v katalogu, ne da bi se preverilo predznanje in brez ponovitve srednješolske snovi. Večinoma vsi znajo dobro računati z naravnimi in celimi števili, zaplete se že pri ulomkih. Predvsem pri starejših študentih, ki se že nekaj let niso izobraževali. Zato moramo na začetku ponoviti osnovne računske operacije, vrstni red operacij, računanje z ulomki in decimalnimi števili. Z delovnega lista rešujejo naloge že na uvodnem predavanju. Nekateri rešujejo samostojno, nekateri po navodilih z razlago, nekateri samo opazujejo. Vsako leto moramo ponoviti vse vrste funkcij, ki so jih spoznali že v srednji šoli. Znanj o tem, kaj so funkcije, kako

narišemo njihove grafe, kako zapišemo funkcije, kakšne so njihove lastnosti, nimajo. V spletni učilnici imajo seznam teh funkcij in vse o njih, kar naj bi že znali. Posebno pozornost posvetimo tudi enačbam in natančnejšemu izražanju neznanih količin iz enačb. Opažam, da študentje ne znajo izraziti iz določene formule iskano količino in jo izračunati, prav tako imajo velike probleme s pretvarjanjem količin. Na to so me opozorili tudi kolegi, ki predavajo strokovne predmete. Ravno zaradi tega je pomembno tudi medpredmetno povezovanje z ostalimi predavatelji. Slika 3 prikazuje del problemske naloge pri predmetu Tehnologija in organizacija transporta, kjer morajo študentje na označenem delu izraziti neznano količino.

Podjetje letno prepelje 7000t tovora, pri čemer znaša masa posamezne enote 20 kg. Podjetje porabi 95 ravnih palet, ki so optimalno obremenjene. Izračunajte neenakomernost dotoka tovora, če je čas obteka palete 3 dni. Tovor je pakiran v paketih dimenzije 200×300×200mm. Masa posameznega paketa znaša 35 dag.

Podatki:

$Q = 7000t$

$m = 20kg$

$Npd = 95\,palet$

$Tp = 3dni$

$dp = 200X300X200$

$dr = 1200X800X970$

$M_{paketa} = 35dag$

$\gamma = ?$

$$\boxed{Npd = \frac{Q \cdot \gamma}{O_{pl} \cdot q} \Rightarrow \gamma = \frac{Npd \cdot O_{pl} \cdot q}{Q}}$$

$$\gamma = \frac{95 \cdot 101{,}67 \cdot 0{,}927}{7000} = 1{,}34$$

$$O_{pl} = \frac{D_d}{T_p} = \frac{305}{3} = 101{,}67$$

Slika 3: Izražanje neznane količine[28]
Vir: Nalogo je sestavil mag. Cvetko Godnič

Pri ponavljanju ne moremo mimo razstavljanja izrazov. Razstavljanje izrazov je pomembno pri poglavjih odvod in integral; večina študentov se z dodatnimi vajami to nauči.

Pri vsakem poglavju preverim, kako spretni so študentje pri delu s kalkulatorjem. Delo s kalkulatorjem ne predstavlja nobene težave. Tudi delo z računalnikom ne, dandanes so vsi toliko vešči, da jim delo s spletno učilnico ni problem.

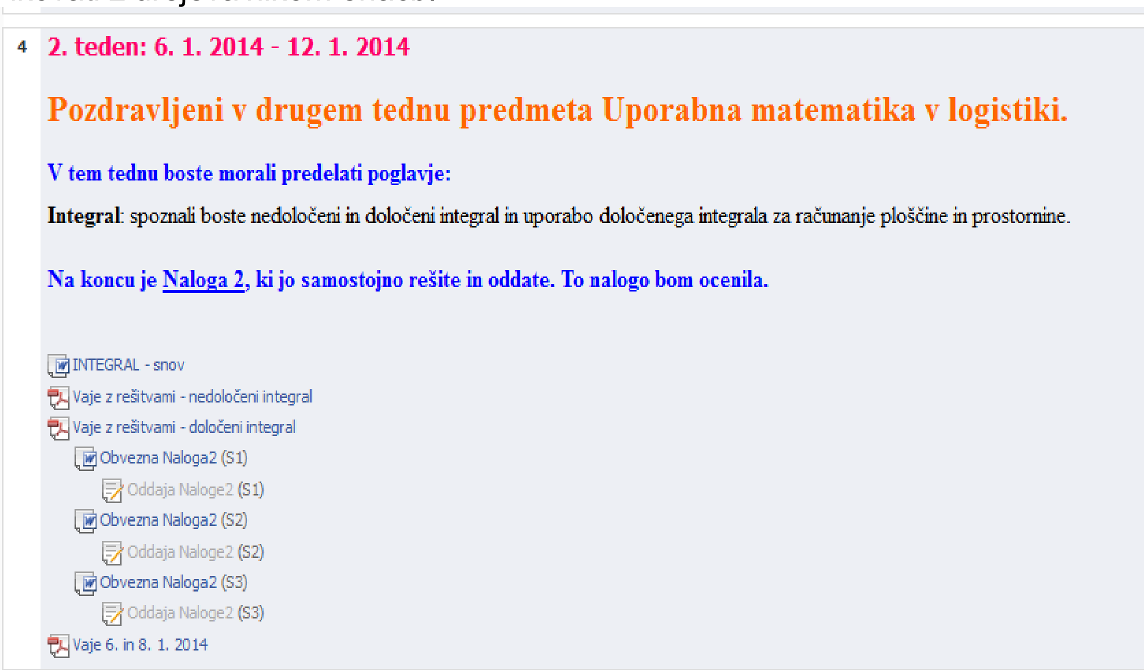
Večino dela morajo opraviti sami, vsak sam najbolje ve, kje so njegovi primanjkljaji v predznanju. Lahko jim svetujemo, katero literaturo naj uporabijo, predvsem srednješolske učbenike. Najraje uporabljajo e-gradiva (povezave v spletni učilnici). Najpogosteje so to spletni portal E-um (http://www.e-um.si/) in Khan Academy (https://www.khanacademy.org/), za risanje grafov pa si lahko naložijo program Graph (https://www.padowan.dk/).

Študij matematike v spletni učilnici

Marsikateri študent, ki nima natančne predstave o tem, v kateri smeri bi potekal njegov študij, velikokrat gleda na to, da študijski program ne vsebuje matematike. Vsi, ki se vpišejo v program z matematiko, se morajo z njo spopasti, tako ali drugače.

[28] Sledi evalvacija rešitve, razprava o enotah in oblikovanje odgovora.

Predavatelji se veliko ukvarjamo s tem, kako jih motivirati, kako poskušati spremeniti mišljenje o »težki matematiki«. Dobro se je potrebno pripraviti na uvodno predavanje, kjer je večinoma največ vprašanj. Najde se tudi kak študent, ki mu je opravljen izpit izziv, preizkus samega sebe. Večina jih pa to uvidi na koncu: česa so zmožni in da se tudi matematiko da naučiti.
Kot je omenjeno že na začetku, se s študenti dobivamo tudi v predavalnici. Na začetku je uvodno predavanje, kjer se spoznamo, študentje dobijo ključ za prvi vstop v spletno učilnico in vse informacije o načinu dela, snovi, izpitu in osnovne informacije o delu v spletni učilnici.
Vsakemu tednu (le-teh je pet ali šest) pripada poglavje oz. dve. Slika 4 prikazuje izgled drugega tedna s poglavjem o integralih. V Katalogu znanj je predvidenih šest poglavij (Odvod z analizo funkcij, Integral, Linearna algebra, Vektorji, Statistika ter Kombinatorika in Verjetnostni račun). Tretje in četrto poglavje sta združena v en teden. Pri vsakem poglavju zapišem cilje, ki jih moramo doseči, posebej ločim snov, torej teorijo in vaje, ki obvezno vsebujejo rešitve s podrobnimi postopki. Veliko časa vzame zapis postopkov z urejevalnikom enačb s programskim orodjem MS Word, se pa večkrat zgodi, da zaradi pomanjkanja časa naložim dokument, ki ga nisem uspela oblikovati z urejevalnikom enačb.



Slika 4: Primer tedna s poglavjem Integrali
Vir: http://snd.prometna.net/moodle/course/view.php?id=590&edit=0&sesskey=aTH6fCyYlv **(7. 5. 2014)**

Za predmet Uporabna matematika v logistiki študentje uporabljajo istoimenski učbenik z opisanimi postopki reševanja. Slike 5, 6 in 7 prikazujejo uporabne naloge različnih poglavij.

Jekleno žico dolžine l = 1,5 m s polmerom r = 0.1 mm obremenimo tako, da se raztegne za x_1 =2 mm. Koliko dela moramo opraviti, da jo raztegnemo še za 8 mm?

Opravljeno delo izračunamo z določenim integralom A = $\int_{x_1}^{x_2} F dx$, pri čemer je

$F = E \cdot \frac{S \cdot x}{l}$ za to delo potrebna sila.

E = $2 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}$ je prožnostni modul jekla in S = πr^2 prečni presek jekla.

$$A = \int_2^{10} F dx = \int_2^{10} E \cdot \frac{S \cdot x}{l} dx = \int_2^{10} \frac{E\pi r^2 x}{l} dx = \frac{E\pi r^2}{l} \int_2^{10} x dx = \frac{E\pi r^2}{l} \left(\frac{x^2}{2} \right) \Bigg|_2^{10} = 80{,}4 J$$

Slika 5: Primer uporabne naloge – Določeni integral
Vir: Lasten

Podjetje Logist prevaža blago med skladišči na progah A, B in C. Prvi prevoznik je opravil eno vožnjo na progi A, dve na progi B, tri na progi C in zaslužil 11 DE. Drugi prevoznik je opravil dve vožnji na progi A, eno na progi B, eno na progi C in zaslužil 8 DE. Tretji prevoznik je opravil eno vožnjo na progi A, tri na progi B, štiri na progi C in zaslužil 15 DE. Koliko stane prevoz na progah A, B in C?

Najprej si besedilno nalogo preoblikujemo v sistem treh enačb s tremi neznankami:

$$x + 2y + 3z = 11$$
$$2x + y + z = 8$$
$$x + 3y + 4z = 15$$

Najprej moramo ugotoviti, če je mogoče vrednost determinante enaka nič.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 2$$

Torej je naš sistem enolično rešljiv (saj D $\neq$ 0).

Izračunajmo determinante posameznih spremenljivk:

$D_x = \begin{vmatrix} 11 & 2 & 3 \\ 8 & 1 & 1 \\ 15 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 4$, $D_y = \begin{vmatrix} 1 & 11 & 3 \\ 2 & 8 & 1 \\ 1 & 15 & 4 \end{vmatrix} = 4$, $D_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 11 \\ 2 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 15 \end{vmatrix} = 2$

$x = \frac{D_x}{D} = 2$, $y = \frac{D_y}{D} = 3$, $z = \frac{D_z}{D} = 1$

Odgovor: Prevoz na progi A stane dve DE, na progi B tri DE in na progi C eno DE.

Slika 6: Primer uporabne naloge – Sistemi linearnih enačb
Vir: Lasten

Naslednja tabela nam prikazuje pogostnost okvar na določenih tipih avtomobilov.

Število opazovanih avtomobilov	**10**	**1000**	**2000**	**5000**	**10000**
Število okvar	0	5	12	21	50
Relativna frekvenca	0	0,005	0,006	0,0048	0,005

Relativna frekvenca se ustali nekje okoli 0,5 % in lahko rečemo, da je možnost za okvaro te vrste avtomobila 0,5 %.

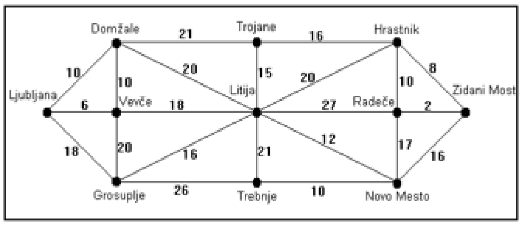
Slika 7: Primer uporabne naloge – Verjetnost
Vir: Lasten

Čeprav so bile vsebine Linearnega programiranja in Teorije grafov iz novega Kataloga znanj odstranjene, se vseeno delajo naloge, ki jih prikazuje slika 8.

1. Transportno podjetje ima na razpolago dva tipa vozil. Prvi tip vozil ima 20 kubičnih enot hladilnega prostora in 40 kubičnih enot običajnega prostora. Drugi tip vozil ima 30 kubičnih enot hladilnega prostora in 30 kubičnih enot običajnega prostora. Od izhodišča do končne postaje morajo prevesti 900 kubičnih enot pokvarljivega tovora in 1200 kubičnih enot nepokvarljivega tovora.

   Koliko vozil prvega in drugega tipa potrebujemo, da bodo skupni stroški najmanjši, če vemo, da so stroški za prvo vozilo 50 denarnih enot za kilometer, za drugo pa 40 denarnih enot za kilometer?

2. Imejmo enajst slovenskih krajev. Iz Ljubljane želimo po najkrajši poti priti do preostalih deset mest. Kako?



Slika 8: Primer uporabnih nalog
Vir: Lasten

Vsak teden je vsaj enkrat organizirano srečanje na šoli, kjer približno štiri ure odgovarjam na vprašanja študentov. Ostalo delo morajo opraviti doma, samostojno, s pomočjo naloženih nalog v spletni učilnici. V času trajanja študija sem jim ves čas na voljo: na šoli dopoldne ali popoldne ter preko elektronske pošte. Že na uvodnih predavanjih povem, naj mi ob morebitnih težavah takoj pošljejo elektronsko pošto in prikažejo težavo, vprašajo, kar jih zanima. Vedno odgovorim v najkrajšem možnem času in tako lahko takoj nadaljujejo z delom. V vsakem tednu so naložene tudi naloge, ki smo jih delali na predavanjih, če se jih kdo ni mogel udeležiti.

Ker se ne da beležiti prisotnosti, to nadomestim z oddajo tedenske obvezne naloge. Vsak mora nalogo samostojno rešiti (da preprečim prepisovanje, jih razdelim v več mešanih skupin), jaz jo ocenim in ta ocena je del končne ocene. Vsakemu študentu pošljem preko spletne učilnice tudi pripombe k rešenim nalogam in napotke za pravilno reševanje. Ker vzame pisanje matematičnega besedila v Wordu preveč časa, lahko rešeno nalogo posnamejo z optičnim bralnikom ali pa jo fotografirajo in datoteko naložijo v spletno učilnico. Če je kvaliteta preslaba, jo morajo poslati z navadno pošto. V izrednih primerih, ko študent nima možnosti naložiti dokumenta, mi jo tudi lahko pošlje z navadno pošto.

Veliko sprotnih informacij in spremembe v urniku objavim v forumu ter hkrati študente obvestim po elektronski pošti. Sami forum premalo uporabljajo za komunikacijo, rajši se pogovarjajo po elektronski pošti ali telefonu, mogoče zato, da jaz ne vidim, o čem debatirajo. Vse aktivnosti, ki so vezane na določene datume, lahko spremljajo v koledarju. Ob koncu izvedbe imam na povezavi *Poročila* že pripravljeno statistiko z ocenami in aktivnostjo študentov, ki jo lahko kot Excelov dokument izvozim na računalnik. Ob koncu izvedbe bi bilo smiselno sestaviti anonimen vprašalnik, s katerim bi dobili povratno informacijo, odziv na izvedbo.

Video konference

Video konference se uporabljajo v visokošolskem izobraževanju že več kot desetletje. Uporabljajo se za poučevanje, usposabljanje učiteljev, seminarje in raziskave. Na številnih univerzah se video konferenca uporablja kot orodje za sodelovanje na mednarodni ravni in za večje število študentov. Uspeh video konference je odvisen od dejavnikov, kot so:

a) kakovost zvoka, slike in stopnja interakcije,
b) združljivost opreme,
c) razpoložljivost in kakovost materiala, predstavljenega v video konferenci,
d) hiter odziv za študentska vprašanja.

Pri predmetih, kot so matematika, statistika in predmetih s "težko vsebino", veliko pomeni za učenje študentov prisotnost predavatelja, ki je sposoben odgovarjati na vprašanja v zvezi z vsebino konference.
Komuniciranje med predavateljem in študentom je zelo pomembno, res pa je, da študentje še vedno lažje razumejo snov ob poslušanju predavanja v predavalnici, kot pa z uporabo ostalih orodij, še posebej, kot je že omenjeno, pri predmetu matematike. Za študente je zelo težko zapisati problem, velika težava je uporaba matematičnega jezika in premagovanje tehnoloških ovir, npr.: zapisati matematični znak v računalniku.
Zaenkrat ne vidim realnih možnosti za vpeljavo video konferenc, se je pa potrebno začeti izobraževati v tej smeri in razmisliti, kako to predstaviti študentom.

Prednosti in slabosti

Prednosti uporabe spletne učilnice pri izrednem študiju:

- prožnost in tempo učenja: učimo se lahko kjerkoli, kadarkoli, ko imamo čas; nismo vezani na uro predavanj, sami določamo odmore,
- učna snov je vedno na voljo,
- vse je zbrano na enem mestu,
- rešene naloge s postopki,
- naložene naloge, ki se delajo na predavanjih,
- forum,
- e-literatura,
- predavatelj vidi aktivnost študentov, spremlja napredek,
- prikaz končnega poročila in ocen.

Slabosti in pasti uporabe spletne učilnice pri izrednem študiju:

- učno okolje: pomembno je, da si ustrezno organiziramo čas in prostor, ki ga bomo namenili učenju,
- tehnologija: upoštevati moramo, da lahko tudi tehnologija kdaj odpove,
- strah pred tehnologijo,
- nezmožnost samostojnega učenja matematike brez podrobne razlage,
- nespretnost študentov pri delu z računalnikom,
- nov pristop k učenju.

Uspešnost študentov

Ko minejo začetne težave in se študentje navadijo na način dela, večinoma ni več problemov. Vsi, ki se resno lotijo študija, izpit tudi opravijo. Še največji dvomljivec, ki

na začetku trdi, da se tega ni mogoče naučiti, uspe. Vedno se pa tudi najde nekdo, ki obupa ali pa se enostavno ne zmore sam dovolj naučiti. S takimi študenti se je potrebno ukvarjati tudi individualno in jim še na kak drug način pomagati.
Naj omenim še, da s pomočjo spletne učilnice opravljajo izpit tudi Erasmus študentje, ki so na izmenjavi. Za njih mora biti spletna učilnica v angleščini, prav tako tudi vsa gradiva. Pri študentih na izmenjavi je večji problem slabše znanje jezika kot pa matematike.

Zaključek

Uspe le tisti, ki trdo dela, po navodilih, čim več, vztrajno, da se ne vda. Na začetku se tudi predavatelj uči, tudi iz napak, pridno nabira izkušnje in tako postaja vedno boljši. Odziv študentov je pozitiven in te povratne informacije so podlaga za prihodnje delo. Kljub navdušenju nad načinom dela, pa so študentje še vedno najbolj navdušeni nad klasično izvedbo študija, želijo si predavanj v predavalnici. Vidimo, da se s pomočjo spletne učilnice da delati, študentje hitro osvojijo tak način dela in po začetnih težavah se le-te ne ponavljajo več. Potrebno je še bolj izkoristiti lastnosti moodla in izvedbo nadgraditi z vpeljavo videokonferenc, Skypea, »oblakov«. Pet oz. šest tednov je občutno premalo za tako kvalitetno izvedbo, kot bi si jo želeli. Ob koncu opazimo, da so nekateri študentje razumeli način matematičnega razmišljanja, ne pa tudi, da so ga usvojili. S podporo tehnologij ali brez je cilj samo eden: študentom približati matematični način razmišljanja, nuditi podporo strokovnim predmetom in jih pripraviti na opravljanje poklica, za katerega se izobražujejo.

Viri

1. E- gradiva: www.egradiva.si/?page_id=2 (6. 5. 2014)
2. Spletne učilnice Višje prometne šole: snd.prometna.net/moodle/ (7. 5. 2014)
3. Wikipedia: sl.wikipedia.org/wiki/Spletna_u%C4%8Dilnica (6. 5. 2014)
4. Wikipedia: en.wikipedia.org/wiki/Moodle (6. 5. 2014)
5. Center RS za poklicno izobraževanje, Katalog znanja za predmet Uporabna matematika v logistiki (P6), 2007: http://www.cpi.si/visjesolski-studijski-programi.aspx (6. 5. 2014)
6. Evropska pravna fakulteta: http://evro-pf.si/studij/e-studij/ (2. 7. 2014)
7. Hasmawati Hassan, Evaluating Mathematics e-Learning Materials: Do Evaluators Agree with Distance Learners?: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042812053062 (2. 7. 2014)
8. Giovannina Albano, Knowledge, Skills, Competencies: A Model for Mathematics E-Learning: http://link.springer.com/chapter/10.1001%2F978-3-642-22383-9_18 (2. 7. 2014)
9. Konferenca E-learning and Mathematics, Best practices and technology: http://www.telmme.tue.nl/ELAM2011/program.html (2. 7. 2014)

SPREMEMBA PISNEGA DELA POKLICNE MATURE IZ MATEMATIKE

Amendment of the written part of the vocational matura of mathematics

dr. Gregor Dolinar, Lovro Dretnik, Sonja Ivančič, Mira Jug Skledar, mag. Mojca Suban

gregor.dolinar@fe.uni-lj.si, lovro.dretnik@guest.arnes.si, ivancsonja@gmail.com, mira.jug-skledar@guest.arnes.si, mojca.suban@zrss.si

Državna predmetna komisija za poklicno maturo za matematiko, Državni izpitni center

Povzetek

Poklicna matura iz matematike je od svojega začetka doživela večjo spremembo le pri ustnem izpitu, pisni izpit pa se ni spreminjal. V prispevku je predstavljen predlog spremembe pisnega dela, ki se nanaša na spremembe pri točkovanju nalog oziroma na prerazporeditev točk. Navedeni so razlogi za spremembe in nekateri primeri nalog iz izpitnih pol v preteklosti. Predstavljeni so tudi predlogi in možnosti preoblikovanja po novem modelu.

Ključne besede: poklicna matura, matematika, pisni izpit, ocenjevanje

Abstract

From the very start, the vocational matura in Mathematics has undergone a major change only in the oral part of the exam, written exam has not changed. This paper presents a proposal for amendment of the written part, which relates to changes in the scoring or the reallocation of points. The reasons for the proposed changes are stated a long with some examples of task from the previous examination papers together with possible transformations according to the new model.

Key words: vocational matura, mathematics, written test, assessment

Uvod

Poklicna matura se je začela izvajati spomladi leta 2002. Nadomestila je dotedanje zaključne izpite - po končanih različnih oblikah strokovnega izobraževanja v Sloveniji (Suban Ambrož, 2011).

V skladu s 4. členom *Pravilnika o poklicni maturi:…* »lahko poklicno maturo opravlja, kdor je uspešno končal zadnji letnik izobraževalnega programa za pridobitev srednje strokovne izobrazbe ali je opravil mojstrski izpit oziroma kdor je uspešno končal četrti letnik gimnazije in opravil poklicni tečaj.« To pomeni, da k poklicni maturi pristopajo kandidati, ki so prehodili zelo različne izobraževalne poti (program, status). Status se nanaša na status rednega dijaka ali odraslega, programi pa se nanašajo na:

- programe štiriletnega srednjega strokovnega izobraževanja(po podatkih Ministrstva za izobraževanje, znanost in šport jih je na *Seznamu javno* *veljavnih izobraževalnih programov za pridobitev srednješolske izobrazbe* za šolsko leto 2013/2014 oseminštirideset;

- programe poklicno-tehniškega izobraževanja(34 programov), največkrat po zaključenem triletnem poklicnem izobraževanju;
- poklicni tečaj, ki ga opravljajo dijaki po uspešno končanem četrtem letniku gimnazije.

Največ dijakov, ki opravlja poklicno maturo iz matematike, prihaja iz programov: ekonomski tehnik, zdravstvena nega, strojni tehnik, predšolska vzgoja, tehnik računalništva.

Prva in druga izpitna enota poklicne mature sta obvezni. To sta slovenščina in strokovni predmet. Tretja izpitna enota je izbirna, dijaki lahko izbirajo med matematiko in tujim jezikom. Četrta izpitna enota je izdelek oziroma storitev z zagovorom (Maturitetni izpitni katalog za poklicno maturo, 2014).

Izpit iz matematike na poklicni maturi je bil vse od leta 2002 zasnovan kot pisni in ustni izpit z razmerjem točk 70 : 30. Bistveno se ni spreminjal do leta 2009, ko je prišlo v Sloveniji do posodobitve poklicnega in strokovnega izobraževanja. V skladu z *Izhodišči za pripravo izobraževalnih programov nižjega in srednjega poklicnega izobraževanja ter programov srednjega strokovnega izobraževanja*, so strokovne skupine pripravile nove kataloge znanj za vse predmete, tudi za matematiko (Suban Ambrož, 2011).

Poleg novega kataloga znanj je bila pri posodobitvi poklicnega in strokovnega izobraževanja pri poklicni maturi iz matematike spremenjena tudi izvedba maturitetnega izpita. Državna predmetna komisija za poklicno maturo za matematiko je leta 2009 korenito spremenila preverjanje znanja pri ustnem izpitu.
Uvedla je uporabo informacijsko komunikacijske tehnologije in bolj poudarila matematiko v stroki in vsakdanjem življenju. Ker je kakršnokoli spreminjanje mature izjemno zahtevno in zahteva veliko mero previdnosti, Predmetna komisija hkrati ni spreminjala izvedbe pisnega izpita. So pa člani predmetne komisije za poklicno maturo za matematiko v nadaljnjih letih spremljali in na sejah komisije analizirali posledice sprememb pri ustnem izpitu in istočasno ugotavljali prednosti in slabosti trenutne izvedbe pisnega izpita.
V teh letih se je izkazalo, da je bila prenova ustnega dela izpita uspešna. Na podlagi izkušenj pri pripravi in ocenjevanju pisnega izpita in analizi rezultatov ustnega in pisnega izpita pri poklicni maturi iz matematike pa so se člani predmetne komisije za poklicno maturo odločili, da predlagajo nekatere manjše spremembe tudi pri izvedbi pisnega izpita pri poklicni maturi.

Sprememba pisnega izpita poklicne mature iz matematike

Izpit iz matematike pri poklicni maturi je sestavljen iz dveh delov: *pisnega* in *ustnega* izpita. Kandidat lahko na izpitu doseže največ 100 točk, od tega na *pisnem* izpitu 70 točk, na *ustnem i*zpitu 30 točk.

Na dva dela je razdeljen tudi *pisni* izpit iz matematike. V prvem delu je devet krajših nalog. Kandidat naj bi prišel do rešitve naloge v največ treh korakih. Prvih pet nalog je krajših, vsaka je vredna 4 točke; naslednje štiri naloge so vredne - vsaka po 5 točk. V prvem delu lahko torej kandidat zbere največ 40 točk.

V drugem delu pisnega izpita so tri obsežnejše naloge, od katerih je vsaka razdeljene na tri dele, vsak od teh pa naj bi bil - v večini primerov- ponovno rešljiv v največ treh korakih. Vsaka obsežnejša naloga je vredna 15 točk, kandidat pa se, po lastni izbiri odloči za dve izmed teh treh nalog, in samo ti dve nalogi se mu nato tudi ocenita. V drugem delu lahko tako kandidat zbere največ 30 točk.

Po mnenju članov Državne predmetne komisije za poklicno maturo za matematiko je opisani koncept pisnega izpita dober in bi ga veljalo ohranit. Hkrati pa člani komisije menijo, da bi z določenimi, manjšimi spremembami lahko še izboljšali trenutno veljavni način ocenjevanja znanja pri *pisnem* izpitu iz matematike.

Vsekakor je ponujena izbirnost v drugem delu *pisnega* izpita, kjer so tri obsežnejše naloge, za kandidate zelo dobrodošla, tudi zaradi enakopravnosti vseh kandidatov, in s tem veljavnosti izpita, pravzaprav nujna. Na različnih poklicnih šolah namreč pri matematiki namenijo različno število ur pouka. Zato bi bil kandidat s šole, kjer ne bi podrobno obravnavali določene teme, katere poznavanje bi se preverjalo s strukturirano nalogo na izbrano temo, v neenakovrednem položaju. V drugem delu *pisnega* izpita je pri teh nalogah – poleg omenjenih razlik - pri pouku matematike na različnih šolah še problem, in sicer pri strukturirani nalogi, pri kateri je za naslednji korak in rešitev potrebno uporabiti rezultat predhodnega koraka. Za mnoge kandidate postane taka naloga pri velikem številu korakov težko rešljiva. Zato so bile obsežnejše naloge že doslej razdeljene na tri dele. Ti trije deli so morali biti smiselno povezani, saj so bili del iste naloge, hkrati pa so morali biti rezultatsko čim bolj neodvisni drug od drugega, to pa zato, da ne bi neznanje ali napačen rezultat pri enem delu vplival na reševanje drugega dela.
Upoštevanje naštetega velikokrat omeji izbor in tako vpliva tudi na raznovrstnost nalog in na smiselno prisotnost vseh pomembnih tem iz maturitetnega kataloga v nalogah drugega dela.

V prvem delu *pisnega* izpita kandidat rešuje pet nalog. Vsaka je ovrednotena s 4 točkami, ostale štiri naloge so vrednotene s 5 točkami. Te naloge preverjajo kandidatovo razumevanje določenih osnovnih pojmov in obvladanje osnovnih procedur. Ker se na poklicni maturi od večine kandidatov pričakuje znanje na osnovni ravni, so člani Državne predmetne komisije pri sestavljanju nekajkrat izbrali pet nalog za 4 točke, nato pa so morali izpustiti še kakšno kratko nalogo za 4 točke, ki bi jo, ob drugačnem točkovanju, prav tako izbrali. Hkrati je bilo, za nekatere tipe nalog, ki so jih sicer kandidati podrobno obravnavali in nato veliko vadili pri pouku, na voljo največ 5 točk, kar je premalo za ustrezno ovrednotenje vseh korakov.

Poleg že omenjenega člani predmetne komisije menijo:

- S spremembo ustnega izpita na poklicni maturi iz matematike se pri ustnem izpitu preverja razumevanje in sposobnost reševanja kompleksnejših problemov, kjer lahko kandidat s pomočjo izpraševalca reši nalogo, tudi če kakšnega vmesnega koraka ne zna samostojno narediti. Zato ni več nujno, da se zmožnost reševanja kompleksnih nalog preverja pri *pisnem* izpitu v enaki meri kot doslej.
- Več pozornosti je potrebno posvetiti preverjanju kandidatovemu razumevanju snovi in osnovnih matematičnih pojmov in ne toliko zgolj preverjanju in poznavanju različnih računskih tehnik in računskih spretnosti. Poleg tega je

pomembno, da so v izpitni poli naloge s čim več različnih vsebinskih matematičnih področij.
- Oboje govori v prid temu, da bi bilo več krajših nalog na izpitni poli.

Zaradi teh spoznanj in ugotovitev člani Državne predmetne komisije za poklicno maturo za matematiko predlagajo, da bi bila izpitna pola pri *pisnem* izpitu spremenjena kot opisujemo v nadaljevanju.

Trenutna razporeditev točk po posameznih nalogah na izpitni poli

Do sedaj je imel prvi del izpitne pole devet nalog (pet nalog za 4 točke, štiri naloge za 5 točk). Kandidat rešuje vse naloge in lahko doseže 40 točk.

Naloga	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Skupaj
Število točk	4	4	4	4	4	5	5	5	5	40

Drugi del izpitne pole (kandidat med tremi izbere dve nalogi). izbere dve nalogi izmed

Naloga	1	2	3	Skupaj
Število točk	15	15	15	30

Predlog nove razporeditve točk

Prvi del (sedem nalog za 4 točke, dve nalogi za 5 točk, dve nalogi za 6 točk)
Kandidat rešuje vse naloge in lahko doseže 50 točk.

Naloga	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Skupaj
Število točk	4	4	4	4	4	4	4	5	5	6	6	50

Drugi del (tri naloge za 10 točk, kandidat izbere dve nalogi izmed treh)

Naloga	1	2	3	Skupaj
Število točk	10	10	10	20

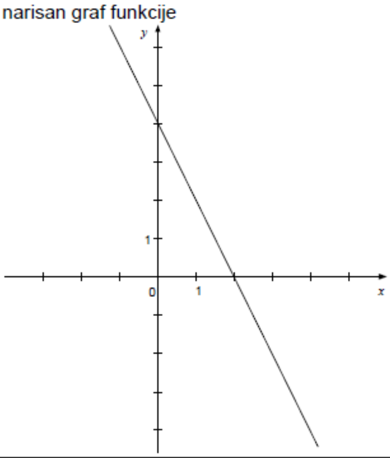
V nadaljevanju so predstavljeni nekateri primeri nalog iz maturitetnih izpitnih pol minulih let, ob katerih razlagamo zamišljene spremembe.

Primeri kratkih nalog

Primer 1 (spomladanski rok PM 2013, vir: Državni izpitni center)

Izračunajte ničlo in začetno vrednost funkcije $f(x) = -2x + 4$ ter narišite njen graf.
Zapišite interval, na katerem je funkcija negativna.

(5 točk)

Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	• izračun ničle: $x=2$	
1	• izračun začetne vrednosti: $f(0)=4$	
1	• pravilno narisan in označen pravokotni koordinatni sistem	
1	• narisan graf funkcije 	
1	• zapis intervala, na katerem je funkcija negativna: $x\in(2,\infty)$	

Naloga, kjer zahtevamo izračun ničle funkcije, preverja dvoje: ali dijak ve, kaj je ničla funkcije oz., kako se jo izračuna, ter ali zna rešiti dobljeno enačbo. Dijak bi pri tej nalogi lahko dobil eno točko za zapis ali upoštevanje enačbe $f(x)=0$, eno točko pa za rešitev enačbe.
Druga sprememba točkovnika bi bila možna v delu, kjer je zahtevan zapis intervala, na katerem je funkcija negativna. Pri zapisu zahtevanega intervala dijaki velikokrat naredijo napako pri vrsti oklepajev, zapišejo npr. $x\in[2,\infty]$. Ker je pri tej nalogi za zapis intervala predvidena ena sama točka, dijak v tem primeru za zapis intervala ne dobi nobene točke, prav tako kot dijak, ki zapiše npr. $x\in(0,\infty)$. Če bi bilo na voljo več točk, bi bila lahko ena točka dodeljena za pravilno zapisani krajišči intervala, ena točka pa za pravilno zapisana oklepaja.

Primer 2 (zimski rok 2011, vir: Državni izpitni center)

Izračunajte ničlo, pol in vodoravno asimptoto racionalne funkcije $f(x)=\dfrac{2x-2}{x+1}$ ter narišite njen graf v dani koordinatni sistem.

(5 točk)

Skupaj 5 točk

- Izračunana ničla: $x=1$ .... 1 točka
- Izračunan pol: $x=-1$ .... 1 točka
- Zapis enačbe vodoravne asimptote: $y=2$ .... 1 točka
- Skica grafa .... 2 točki

  Opomba: Kandidat dobi 1 točko za vsako pravilno narisano vejo.

Ta naloga je bila vrednotena s petimi točkami, tako da izračun začetne vrednosti ni bil vrednoten z nobeno točko. V navodilih za ocenjevanje nalog pisnega izpita pri poklicni maturi je pri 3. točki *Grafi funkcij* zapisano, da mora graf funkcije ustrezati dani funkciji tudi estetsko (ničle, poli, presečišča s koordinatnima osema...).

Pri predstavljeni nalogi smo v navodilu zapisali, da od dijakov pričakujemo, da izračunajo troje: ničlo, pol in vodoravno asimptoto. Na grafu funkcije pa morajo upoštevati vsaj štiri (ničlo, pol, presečišče z ordinatno osjo in vodoravno asimptoto). Zato bi bilo v navodilu smiselno zapisati, naj izračunajo še presečišče z ordinatno osjo. Nastala bi naloga, ki bi preverila in vrednotila vse, kar običajno pri pouku - pri tem tipu nalog - vrednotimo. S tem bi dijakom, ki pri risanju grafov pozabijo upoštevati, kje točno graf funkcije seka ordinatno os, znajo pa to točko izračunati, omogočili, da rešijo nalogo v celoti in zanjo dobijo 6 točk, česar pri dosedanjem načinu vrednotenja niso mogli.

Primer 3 (jesenski rok 2011, vir: Državni izpitni center)

Jaka ima 5 hrastovih hlodov v obliki valja. Dolžina posameznega hloda je 3,5 m, polmer pa 0,25 m. Koliko evrov je dobil za les, če je cena hrastovega lesa 86 evrov za kubični meter?

(5 točk)

Skupaj (5 točk)

- Upoštevanje formule za izračun prostornine valja: $V = \pi r^2 v$ .... 1 točka
- Izračun prostornine posameznega hloda, npr.: $V \doteq 0{,}687\ \mathrm{m}^3$ .... 1 točka
- Izračun prostornine vseh hlodov, npr.: $5 \cdot V \doteq 3{,}435\ \mathrm{m}^3$ .... 1* točka
- Izračun cene, npr.: $3{,}435 \cdot 86 = 295{,}41$ evra .... 1* točka
- Odgovor, npr.: Jaka je dobil za les $295{,}41$ evra .... 1 točka

Opomba: Upoštevajo se vsi rezultati, dobljeni s pravilnim zaokroževanjem.

Zaradi omejenega številka točk ni predvidene točke za skico valja. Ker želimo, da bi dijaki za lažje reševanje narisali skico, in nanjo zapisali podatke, bi kandidat, v primeru dodatne točke za pravilno skico, ob nepravilnih izračunih, dobil točko več.

Primeri daljših nalog

Primer 1 (jesenski rok 2013, vir: Državni izpitni center)

Janez je za jutranjo telovadbo delal počepe. Prvi dan jih je naredil 6, potem pa vsak dan dva več kakor prejšnji dan. Število počepov je povečeval do številke 60, nato pa jih je vsak dan naredil 60.

3.1. Izračunajte, kateri dan je Janez prvič naredil 60 počepov.

(5 točk)

3.2. Izračunajte, koliko počepov je Janez naredil skupaj v prvih 40 dneh.

(5 točk)

3.3. Janez je za vsak počep porabil 2 sekundi. Ali je bila minuta in pol dovolj za vse počepe 20. dne? Odgovor računsko utemeljite.

(5 točk)

Pri tej nalogi bi lahko izpustili del 3.3. Naloga je potem vredna 10 točk. Naloga opisuje življenjsko situacijo, za reševanje pa je treba uporabiti računske operacije kot v točkah 3.1 in 3.2.

Primer 2 (zimski rok 2011, vir: Državni izpitni center)

3. Tina je julija s študentskim delom zaslužila $218,40$ evra, Lea $98,20$ evra, Meta pa $101,60$ evra. Avgusta je Tina zaslužila za petino manj, Lea je svoj zaslužek povečala za $15\ \%$, Meta pa je zaslužila enako kakor julija.

(Skupaj 15 točk)

a) Izračunajte manjkajoče vrednosti in izpolnite preglednico.

	Tina	Lea	Meta
Zaslužek julija v evrih			
Zaslužek avgusta v evrih			

(5 točk)

b) Izračunajte povprečni zaslužek deklet v juliju in povprečni zaslužek deklet v avgustu. Izračunajte, za koliko evrov je bil povprečni avgustovski zaslužek deklet nižji od povprečnega zaslužka v juliju.

(5 točk)

c) Meta je svoj celotni zaslužek naložila v banki, ki obrestuje obrestno po letni obrestni meri $2,5\ \%$ z letnim pripisom obresti. Izračunajte, koliko evrov več bo imela čez štiri leta.

(5 točk)

Naloga je statistična, točka c) pa preverja znanje drugega vsebinskega področja. Če se izpusti točka c), je naloga za 10 točk samo statistična.

Primer 3 (zimski rok PM 2012, vir: Državni izpitni center)

Na nekem tekmovanju si je pet tekmovalcev razdelilo nagrado 3100 evrov.

(Skupaj 15 točk)

a) Izračunajte, koliko bi dobil vsak, če bi zneski tvorili aritmetično zaporedje z diferenco $d = 300$ evrov.

(6 točk)

b) Izračunajte, koliko bi dobil vsak, če bi zneski tvorili geometrijsko zaporedje s količnikom $q = 2$.

(6 točk)

c) Koliko odstotkov celotne nagrade predstavlja znesek 1600 evrov?

(3 točke)

Naloga preverja cilje vsebin o aritmetičnem in geometrijskem zaporedju. Če kandidat ne reši *dela b)* (kjer izračuna, da je 1600 € znesek najvišje nagrade), potem *del c*), ki preverja poznavanje odstotkov, ne sodi k vsebini naloge. Brez *dela c)* in s prerazporeditvijo točk, dobimo nalogo za preverjanje znanja o zaporedjih.

Zaključek

Predlagani model sprememb pri pisnem izpitu bi, po mnenju Državne predmetne komisije za matematiko, prinesel pozitivne učinke za kandidate, vendar je pri snovanju in uvajanju sprememb potrebno upoštevati čim več različnih pogledov in dejavnikov vseh udeleženih. Pomembno je, da o predlaganih spremembah pridobimo stališča učiteljev praktikov, ki bodo ključna pri uvajanju nadaljnjih sprememb.

Viri:

1. Izpitne pole in navodila za ocenjevanje: Dostopno: http://www.ric.si/poklicna_matura/predmeti/matematika/(1. 6. 2014).
2. Katalog znanja za matematiko v poklicno-tehniškem izobraževanju(206 do 242 ur). Določil Strokovni svet RS za splošno izobraževanje na 99. seji dne 15. 2. 2007. Dostopno: http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2014/programi/SSI/KZ-IK/KZ_MAT_PTI_206_242.pdf(1. 6. 2014).
3. Katalog znanja za matematiko v srednjem strokovnem izobraževanju (383 do 408 ur).Določil Strokovni svet RS za splošno izobraževanje na 99. seji dne 15.2.2007.Dostopno: http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2010/programi/SSI/KZ-IK/KZ_MAT_SSI_383_408.pdf (1. 6. 2014).
4. Maturitetni izpitni katalog za poklicno maturo 2014, Dostopno: http://www.ric.si/poklicna_matura/splosne_informacije/ (1. 6. 2014),
5. Pravilnik o poklicni maturi (Uradni list RS, št. 44/2008, z dne 7. 5. 2008).
6. Predmetni izpitni katalog za poklicno maturo - matematika 2005. Državni izpitni center. Ljubljana, 2004.
7. Predmetni izpitni katalog za poklicno maturo - matematika 2007. Državni izpitni center. Ljubljana, 2005.
8. Predmetni izpitni katalog za poklicno maturo - matematika 2009. -Državni izpitni center. Ljubljana, 2007.
9. Predmetni izpitni katalog za poklicno maturo - matematika 2011.Državni izpitni center. Ljubljana, 2009.
10. Predmetni izpitni katalog za poklicno maturo - matematika 2012. Državni izpitni center. Ljubljana, 2010.
11. Predmetni izpitni katalog za poklicno maturo- matematika 2014. Državni izpitni center, dostopno: http://www.ric.si/poklicna_matura/predmeti/matematika/(1. 6. 2014).
12. Seznam javno veljavnih izobraževalnih programov za pridobitev srednješolske izobrazbe (stanje v šolskem letu 2013/2014), dostopno: http://eportal.mss.edus.si/msswww/programi2013/programi/javno_veljavni_prg/seznam_javno_veljavnih_programov.htm#C (17. 8. 2014).
13. Suban Ambrož, M. (2011):Spremembe in novosti na poklicni maturi iz matematike. Matematika v šoli, let. XVII, št. 1-2, str. 71-84.

SPREMLJANJE DOMAČIH NALOG

Homework monitoring

Barbara Gramc

Barbara_Gramc@yahoo.com

Srednja šola Domžale, Gimnazija

Povzetek

Učenje učenja je ena ključnih kompetenc, ki naj bi jih razvijal dijak v gimnaziji. Učitelj lahko s primernimi domačimi nalogami spodbuja ta razvoj. V prispevku je opisana metoda, ki podpira dijake v nekaj segmentih učenja (načrtovanje, spremljanje in evalviranje lastnega procesa učenja, razvijanje odgovornosti za lastno znanje, delovnih navad …) ter pomaga učitelju, da lahko učinkovito spremlja delo domačih nalog, dobi in daje povratno informacijo.

Ključne besede: Domače naloge, povratna informacija, učenje učenja, samoocenjevanje

Abstract

Learning to learn is one of the key competences, which the students should develop in grammar school. The teacher can encourage its development by assigning suitable homework. This paper describes a method which supports the students in some segments of learning to learn (planning, monitoring and self-assessment of students' own learning process, development of work habits and responsibility for one's knowledge, etc.) helps the teacher to efficiently monitor students' homework, and gives and receives feedback.

Key words: Homework, feedback, learning to learn, self-assessment

Uvod

Domače naloge so pri predmetu matematika zelo pomembne. Z njimi dijaki znanje utrjujejo, lahko ga preverjajo, naloge lahko služijo kot priprava na obravnavo učne vsebine, dijaki doma samostojno raziskujejo matematične probleme, razvijajo delovne navade, vztrajnost ter lahko pomagajo pri razvoju kompetence učenja.

Žal se velikokrat zdi, da se tega resnično zavedajo učitelji, a le majhen delež dijakov. Sama sem pri pouku namenila veliko časa temu, da dijakom osmislim domače naloge, izboru le-teh in načinu preverjanja. V nekaj letih poučevanja in preizkušanja različnih načinov, kako dijake pripraviti do tega, da bi bili za delo domačih nalog motivirani in bi jim čim bolj koristile, sem razvila metodo, ki je za dijake dobra povratna informacija in jim lahko služi za učenje učenja. Ta metoda mi zaenkrat odgovarja in me ne sili več v nenehno iskanje boljšega.

Pomen in problem domačih nalog

Podrobneje o domačih nalogah piše v učnem načrtu za matematiko za gimnazijo, ki jih postavlja kot sestavni del šolskega dela. Dijake naj bi postopno usposobile za samoizobraževanje, pomagale razviti delovne navade, vztrajnost, natančnost, kritičnost in bile osnova samoregulacijskega učenja.

Domača naloga naj bo skrbno načrtovana, ker imajo dijaki različne stile učenja, zmožnosti, interese in ker je pomembno izhodišče za delo v naslednji učni uri. So vaje v spretnostih, z njimi dijaki utrjujejo vsebine in zmanjšujejo pozabljanje, preverjajo samega sebe, omogoča jim raziskovanje in učenje v novih situacijah. Ko se z dijaki pogovarjamo o domačih nalogah, se bolj kot na rezultat osredotočimo na strategije reševanja. Redno in premišljeno opravljanje domačih nalog vpliva na kakovost znanja in posledično tudi na oceno. (Učni načrt za gimnazijo, 2008: stran 46)

Izkušnje profesorjev matematike kažejo, da večina dijakov ne dela redno domačih nalog in imajo zato lahko tudi velike težave pri razumevanju nadgradnje snovi ter pri preverjanju in ocenjevanju znanja.

Za delo domačih nalog zunanja motivacija ni dovolj. Pomembno je, da bi dijaki ob nalogah pridobili in razvijali druge spretnosti, kot na primer samokontrolo, učenje odgovornosti, spremljanje in ocenjevanje svojega znanja, napredka ipd. Prenovljeni učni načrt poudarja, da je potrebno spodbujati dijake, da razvijajo še druge, ne le matematične kompetence. Ena od njih je izrednega pomena za nadaljnji študij, to je »učenje učenja – načrtovanje lastnih aktivnosti, odgovornost za lastno znanje, samostojno učenje, razvijanje metakognitivnih znanj, delovne navade« (Žakelj, 2008, 7).

Kompetence so opredeljene kot kombinacija znanja, spretnosti in odnosov, ustrezajočih okoliščinam (Uradni list EU št. 394/10, 2006).

Kompetenca učenje učenja je sposobnost za učenje. Pomeni:
- da si znaš organizirati lastno učenje in ga usmerjati;
- da učinkovito upravljaš s časom in informacijami pri učenju;
- da se zavedaš lastnih potreb in procesa učenja;
- da si sposoben prepoznavanja priložnosti in premagovanja ovir za bolj uspešno učenje;
- da si sposoben pridobivanja, procesiranja in asimilacije novega znanja in spretnosti;
- da si sposoben poiskati in uporabiti pomoč;
- da znaš uporabljati znanje in spretnosti v različnih kontekstih: doma, na delovnem mestu, v izobraževanju in urjenju, pri čemer imata ključno vlogo motivacija in zaupanje posameznika.

(http://www.zrss.si/pdf/100413141954_ucenje_ucenja_cvetka_bizjak.pdf (17. 5. 2014))

Kot članica razvojnega projekta, v kateri učitelji srednjih šol v sodelovanju z Zavodom RS za šolstvo sodelujemo pri iskanju učinkovitih načinov razvoja kompetence učenje učenja pri dijakih, sem želela poiskati način, ko bi tudi domače naloge pripomogle k razvoju te kompetence. Letos sem sodelovala prvo leto in smo več delali na uvajanju učnih strategij v pouk. Na ravni šole smo se člani tima dogovorili, da predstavimo dijakom različne strategije in jih izpeljemo vsak pri svojem predmetu, da bi jih dijaki čim širše spoznali. Posvetili smo se torej bolj kognitivnemu področju razvoja kompetence UU, drugo leto pa se nameravamo posvetiti razvoju metakognitivnih strategij.

Sama sem želela preverjati delo domačih nalog, saj sem se zavedala pomembnosti usmerjanja dijakovega dela. Sledila sem napotkom v knjigi Didaktika matematike, ki pravi, da je vsako samostojno delo učencev treba kontrolirati, zlasti pa domače delo. Misel na kontrolo naj bi učence motivirala pri samostojnem izpolnjevanju domačih nalog. Učitelj naj preverja splošen uspeh in kvaliteto opravljenega dela, mnenje učencev o težavnosti dela. Pomembno je poiskati razloge za težave in ugotoviti stopnjo čuta odgovornosti oziroma neodgovornosti posameznih učencev. (Kubale, 2003) .
Toda soočala sem se s pomanjkanjem časa. Včasih sem domačo nalogo pregledala vsem dijakom v razredu in sem za to porabila prevelik del šolske ure, sploh če sem želela sproti še odgovoriti na njihova vprašanja. Zapisovala sem si, če so nalogo naredili ali ne. Takoj se je pokazala korelacija med delom in dobrimi ocenami, vendar to večine ni prepričalo, da bi bolj delali, čeprav sem skrbno izbrala primere za domačo nalogo, da niso bile predolge, pretežke ipd.
Nekaj časa so mi morali dijaki vsak dan prinašati domače naloge, ki sem jih potem doma pregledovala in pisala namige. Žal je takega dela preveč in ni izvedljivo za vse razrede ves čas.

Nov pristop

Na začetku predlanskega šolskega leta sem dobila idejo, kako zastaviti delo domačih nalog, ki bi dijakom, njihovim staršem in meni pomagale pridobiti kar najboljše informacije o delu in znanju. Številna mnenja dijakov ob koncu šolskih let (izpolnjevali so anketo, ki jo izvajamo na ravni šole o vsakem predmetu posebej), kako jim je ta metoda dela pomagala, da so se bolj z veseljem lotili domačih nalog oziroma so se jih sploh lotili, so pripomogla k odločitvi, da se za to metodo odločim tudi letos.
Dijaki dobijo na začetku šolskega leta navodila za delo in obliko domačih nalog. Razložim njihov pomen s pomočjo učnega načrta za gimnazije, iz katerega preberemo splošne cilje in se pogovorimo o kompetencah. Povem jim, da bodo domače naloge praviloma podobne tistim, ki smo jih naredili v šoli. Če ne bodo znali rešiti vseh, naj podrobno pogledajo, kako smo delali v šoli, in zglede iz knjige. Poudarim, naj po določenem času (ne predolgem) preidejo na drugo nalogo, če jim določena res ne gre, in naj naslednji dan v šoli vprašajo za mnenje sošolce ali mene. Želim spodbujati tudi medsebojno pomoč in to, da se dijaki navadijo razlagati svoje rešitve drugi drugemu.
Zaradi lažjega in hitrejšega pregledovanja naj se dijaki pri delu domačih nalog držijo naslednjih pravil:

- vsaka domača naloga vsebuje številko domače naloge, datum, temo (npr. številko naloge iz učbenika);
- če dijak naloge ne zna rešiti, naj ima zapisana poskus reševanja in velik vprašaj na strani. Tako se izognem temu, da se dijak prehitro vda in sploh ne poskuša rešiti naloge. Ko pregledujemo domačo nalogo, lahko pri posameznem dijaku hitro vidim, kje se mu je ustavilo, in dam primeren namig, ki vodi dijaka bližje rezultatu. Velik vprašaj je namenjen temu, da ne pozabi vprašati, česa ni znal;
- dijak naj namige drugega in nadaljevanje naloge (če je ni znal v celoti rešiti sam in jo pri pouku rešimo ali mu jo pomaga rešiti kdo drug) napiše z drugo barvo za pomoč pri kasnejšem učenju.

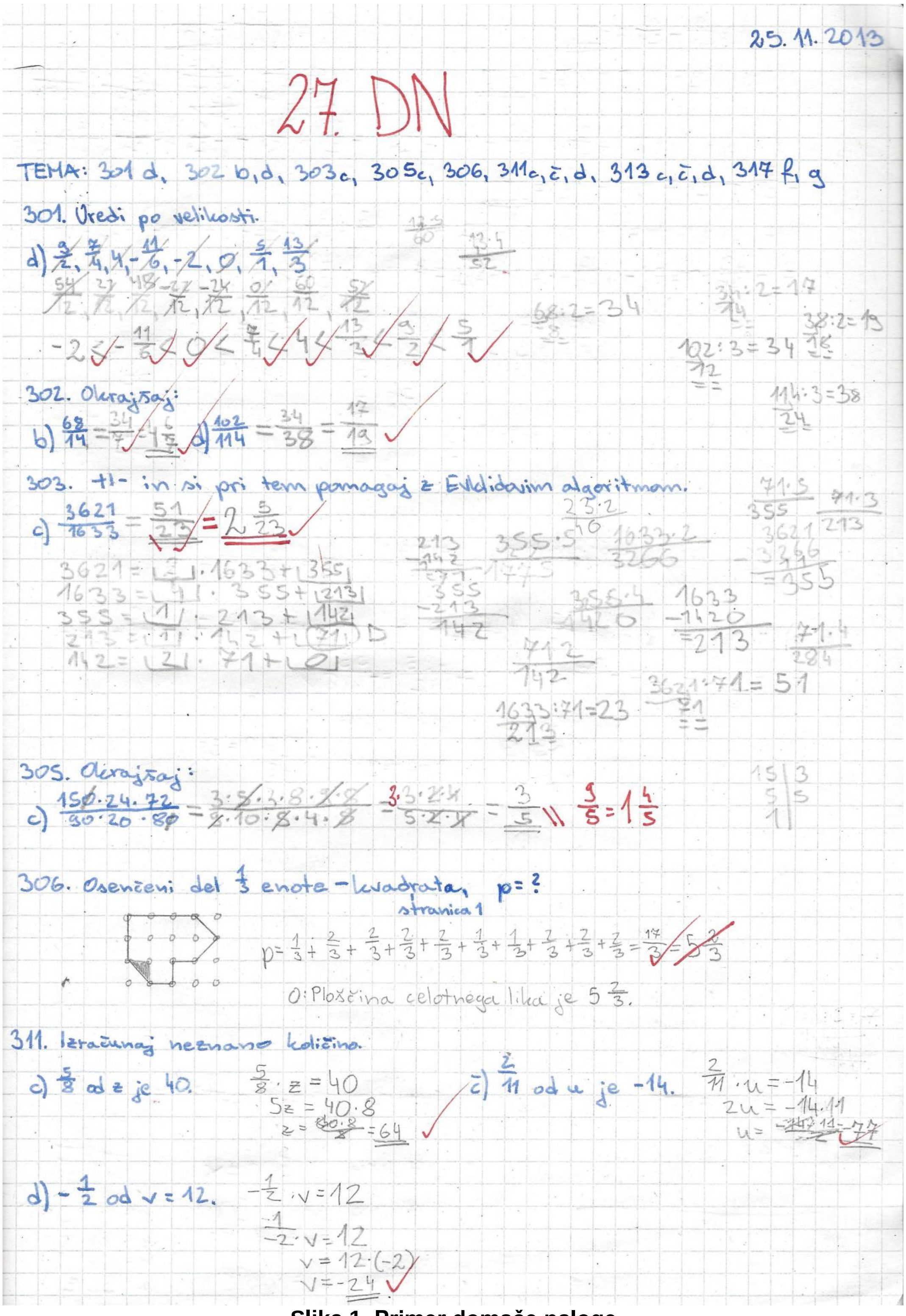
Po koncu reševanja domače naloge naj dijak samooceni, koliko je znal, in to nariše na graf, kjer je na abscisni osi številka domače naloge, na ordinatni osi pa dijak izbere eno od naslednjih možnosti:

- vse sem znal/-a,
- večino sem znal/-a,
- delno sem znal/-a,
- ničesar nisem znal/-a,
- nisem se lotil/-a dela.

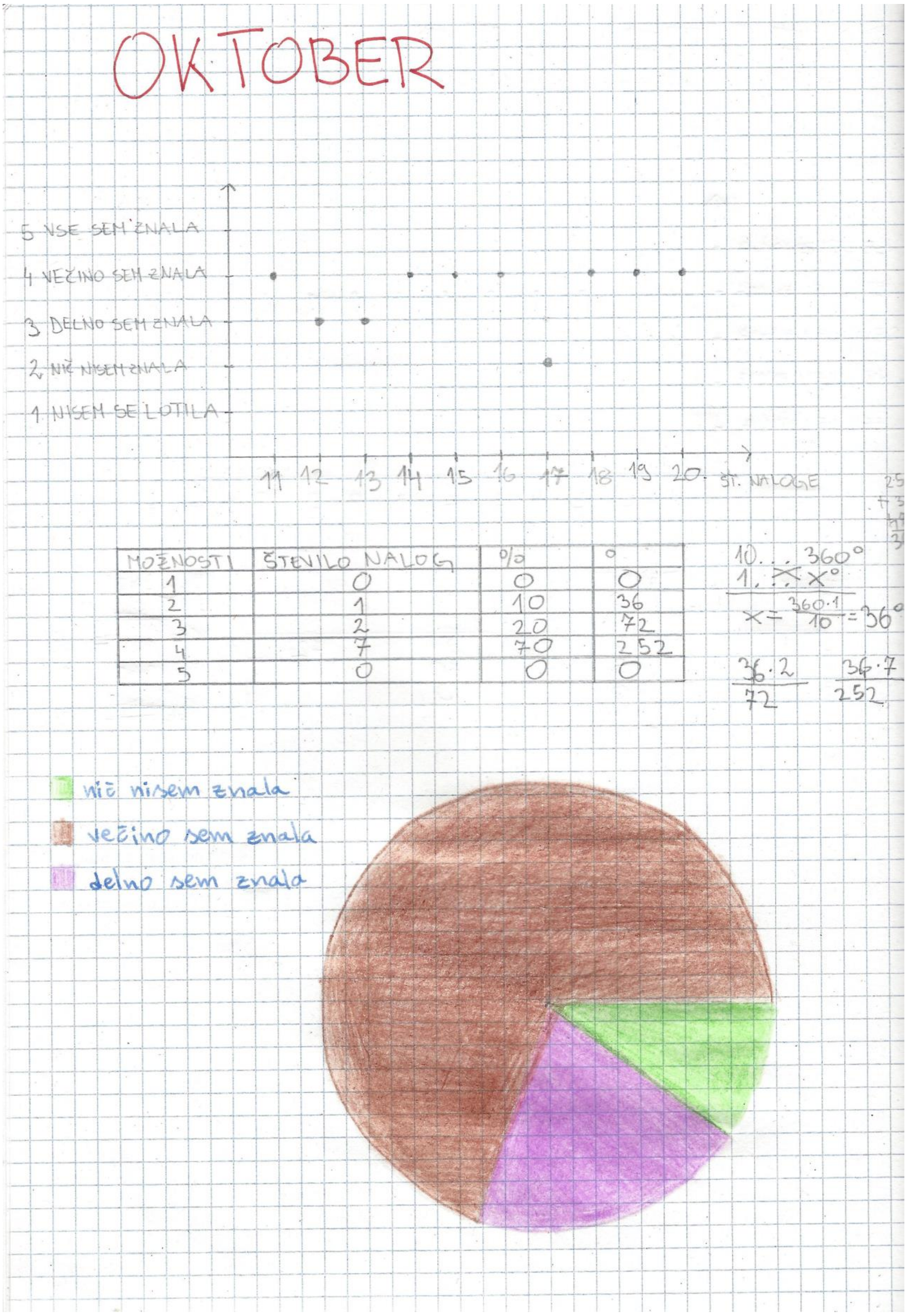
»Vse sem znal« pomeni, da zna dijak rešiti od 85 % do 100 % celotne naloge, »večino sem znal« pomeni od 60 % do 85 %, »delno sem znal« označi dijak, ki je znal od 35 % do 60 % naloge, in »ničesar nisem znal«, kdor je znal narediti manj kot 35 % domače naloge. V nižjih letnikih gimnazije imajo dijaki dostikrat težavo določiti nivo svojega znanja, vendar se sčasoma navadijo, ker to delajo vsakodnevno, njihove ocene postajajo čedalje bolj objektivne.
Možnost »nisem se lotil« lahko izberejo dijaki, ki so imeli tehtne razloge. Takrat naj bi pod številko domače naloge in temo napisali, kdaj bodo to nalogo uspeli narediti.

Za vsak mesec dijak naredi svoj graf. Ob koncu meseca mora te podatke obdelati in jih grafično predstaviti s tortnim diagramom (dijake spodbudim, da za to uporabijo računalniške programe za statistično obdelavo podatkov). Tako lahko vsak sproti preverja svoj napredek, pred testom lažje ugotovi, kdaj se je potrebno začeti pospešeno učiti. Sama večkrat pregledam te grafe, še podrobneje pa pregledam grafe in diagrame pri analizi testa, če dijak slabo piše. Takrat prinese zvezek z domačimi nalogami in hitro lahko najdemo naloge iz teme, ki smo jo pisali, in pogledamo, kako so mu šle takrat od rok domače naloge. V primeru prepisovanja domačih nalog dijaki pogosto sami opazijo, da so prepisano nalogo "pravilno" rešili, na testu pa podobne naloge niso znali …
Zaradi takega načina dela domačih nalog lahko tudi starši, ki to želijo, hitro dobijo nekaj informacij o domačem delu svojega otroka. Najprej, če otrok redno dela domače naloge, in nato, kako ocenjuje svoje delo. Želim, da vsak dijak sam prevzame odgovornost za svoje delo, vendar nekateri potrebujejo zunanjo spodbudo in tak način je pregleden, omogoča pa tudi hitro preverjanje. Dijak lahko s takim način dela pridobiva na vztrajnosti, natančnosti, uči se upravljati s časom; ko se samoocenjuje in razmišlja, kaj mora vprašati, pridobiva na zaznavanju lastnih potreb, procesa učenja in na sposobnosti iskanja pomoči.

Na naslednjih slikah je prikazan primer domače naloge in ustreznih statistik dijakinje 1. letnika. Iz njih je razvidno, kaj je dijakinja znala, česa ne, kaj je dopisala naknadno, kako je naredila statistike skozi ves mesec in izračune le-teh.



Slika 1. Primer domače naloge



Slika 2. Primer statistike za en mesec

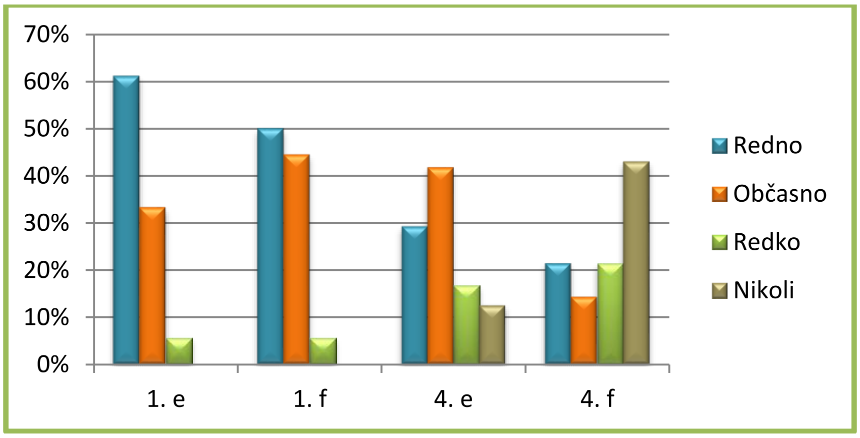
Z dijaki se veliko pogovarjamo o domačih nalogah. Tak način dela predstavlja nekaterim velik izziv, saj niso navajeni redno delati domačih nalog. Težave imajo predvsem v obdobju, ko pišejo teste, se pripravljajo na spraševanja, imajo treninge ipd., ker si težko organizirajo čas. Nalogo na hitro naredijo ob koncu tedna ali pred testom, kar se pri nekaterih odraža s slabšim znanjem, saj težje sledijo učni uri, ki sledi neopravljeni domači nalogi.

Dijaki prvih letnikov imajo največje težave, saj nekateri v osnovni šoli niso delali domačih nalog oziroma ne tako, da »morajo o njih še razmisliti«. Večkrat je opaziti, da ne preverjajo rešitev ali prepišejo nalogo od sošolcev, kar ugotovimo pri analizi testa. Dijaki hitro povežejo, kako pomembno vlogo imajo domače naloge pri pripravi na test. Kar nekaj dijakov je skozi šolsko leto zelo napredovalo pri ocenjevanju in ti so praviloma povedali, da jim je zelo pomagal sistematičen način dela domačih nalog. Tu se kaže močna povezava z učenjem učenja, kajti morali so si organizirati čas, se naučiti spremljati svoje znanje in napredovanje, izbrati drugačne načine dela, če jim dotedanji niso prinesli rezultatov ipd. Opaziti je tudi napredek dijakov pri iskanju pomoči; na začetku ur sprašujejo za poteke nalog, ki jih niso znali, veliko si tudi medsebojno pomagajo.

Rezultati ankete

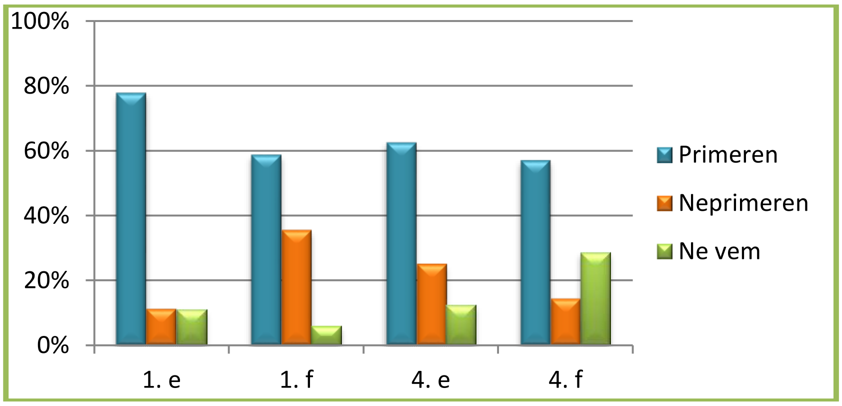
Med dijaki sem letos izvedla anketo o domačih nalogah. V nadaljevanju so opisani rezultati ankete. Navedena so vprašanja v anketi in analiza odgovorov. Odgovarjalo je 36 dijakov prvega letnika in 38 dijakov četrtega.

Domače naloge delam:



Če nalog na delaš redno, kakšne bi morale biti, da bi jih večkrat naredil?
Dijaki 1. letnikov so odgovorili, da bi jih morala pregledovati za teden nazaj, dajati manj obsežne (4 x), lažje, težje, bolj zanimive; da so v redu, da nimajo časa (2 x).
Dijaki 4. letnikov so napisali, da bi morale naloge biti manj obsežne (12 x); da ni problem v nalogah, ampak v lenobi (3 x), pomanjkanju želje; da ni časa zaradi drugih testov in spraševanj; da nalog ne bi bilo vsak dan; da se vse naučijo že v šoli; da bi bile naloge lahko po lastni izbiri in enake kot na testu.

Kakšen se ti zdi način samokontrole, ki ga imaš pri domači nalogi (da sam določiš nivo znanja, narediš statistiko vsak mesec)?



Dijaki so odgovorili, da se jim zdi način samokontrole **primeren**, ker imajo pregled nad svojim znanjem, vedo, kaj znajo in koliko se morajo še naučiti (najbolj pogost odgovor), se samoocenjujejo, ponavljajo snov ipd.
Neprimeren pa se jim zdi zaradi njihove lenobe, da sčasoma izgubijo motivacijo, da delajo to, ker morajo, da že vedo, koliko znajo in koliko ne, da se jim to delo zdi nesmiselno; v 1. letnikih pa so napisali, da se težko ocenijo.

Kaj ti je pri letošnjem načinu dela domačih nalog všeč?

Dijaki 1. letnikov so zelo pogosto napisali, da jim je všeč, ker se z nalogami veliko naučijo (za test) in utrdijo snov. Koristno se jim zdi, da pregledamo naloge, ki jih niso znali, in jih rešimo skupaj; da imajo poseben zvezek za domače naloge. Dober se jim zdi izbor nalog, primerna je tudi količina nalog, predvsem pa jim je všeč, da so naloge redne in tako vedo, da imajo vedno domačo nalogo. Ustreza jim, da lahko sami preverjajo rezultate, da so domače naloge podobne nalogam v šoli in če jih delajo redno, se to odraža pri pisnih ocenah. Nekaterim se zdi dober sistem reševanja nalog, všeč jim je tudi, da napišem na tablo, kaj je za domačo nalogo.
Dijaki 4. letnikov so največkrat napisali, da jim je všeč, če naloge, ki jih ne znajo, naredimo v šoli, da so naloge dobra podlaga za test, da se profesorica zavzema zanje in jih spodbuja, da si nalogo lahko včasih izberejo sami, da jih pisanje domačih nalog prisili v konstantno in sprotno delo, da lahko vidijo svoj nivo znanja. Dijakom je bila všeč tudi snov.

Kaj ti pri letošnjem načinu dela domačih nalog ni všeč?

Dijaki 1. letnikov so največkrat napisali, da jim ni všeč količina nalog (včasih) in statistika, posamezni odgovori pa so bili: da se težko ocenijo, da imajo veliko dela, da morajo imeti poseben zvezek. Zdi se jim, da je preveč podobnih nalog, da ne bi smele biti obvezne vsak dan, da so občasno pretežke.
Tudi dijaki 4. letnikov so največkrat napisali, da jim ni všeč količina nalog, opravljanje statistike, da imajo premalo časa. Jezi jih, ker pokažejo svojo lenobo, moti jih tudi moje moraliziranje, kadar nimajo naloge, nekaterim pa enostavno ni všeč, da sploh dajem domače naloge.

Kaj bi spremenil, če bi lahko, da bi domače naloge prispevale k večji učinkovitosti učenja?

Največkrat se je pojavil odgovor, da ničesar, saj se jim sedanji sistem zdi v redu, želeli pa bi manj nalog. Podanih je še nekaj odgovorov: med tednom bi bilo lahko manj nalog, več za konec tedna, naloge naj bi bile bolj podobne tistim v testu, bolj naj bi si bile podobne med seboj, bolj zanimive. Radi bi imeli celotne rešitve (tudi poteke), bolj zahtevne, neobvezne naloge. Menijo, da bi morali biti starši obveščeni glede nalog. Sicer jim odgovarja, da si lahko včasih sami izberejo nalogo, redno analizirajo delo, sistem se jim zdi v redu, če so samokritični in pravični do sebe.

Zaključek

Delo domačih nalog naj spodbuja razvoj matematične kompetence in učenje učenja, zato upam, da predstavljen način dela navaja vsaj večino dijakov k samostojnosti, prispeva k učenju učenja, profesorju pa dopušča, da lahko hitro ugotovi, kako dijaki delajo, kje imajo največje težave, da jim lahko nudi boljšo povratno informacijo (tudi po testu).

Rezultati ankete in pogovorov z dijaki kažejo, da domačih nalog še vedno ne dela redno večina dijakov, zlasti v četrtem letniku. Nekaterih to vseeno ne ovira pri pridobivanju znanja, saj so našli svoj način učenja, a izziv ostajajo dijaki, ki pri tem niso uspešni. Večini dijakov se zdi predstavljena metoda dela domačih nalog primerna, ker lahko hitro prepoznajo nivo znanja oziroma se ga navajajo prepoznavati, lahko spremljajo svoj napredek, lažje organizirajo in usmerjajo svoje učenje, pridobivajo natančnost, vztrajnost, kar se jim kasneje pozna pri preverjanjih in ocenjevanjih znanja.
Dijaki si želijo zanimive naloge in v bodoče nameravam narediti več na tem področju. Želim vključiti več problemskih nalog ter nalog iz modeliranja, bolj vključiti uporabo IKT-tehnologije ter kdaj prepustiti dijakom, da si naloge sami izberejo.

Viri

1. Kubale, V. (2003): Didaktika matematike, samozal., Celje.
2. Marentič Požarnik, B. (2000): Psihologija pouka in učenja, DZS, Ljubljana.
3. Senekovič, J. (2007): Domače naloge in poučevanje matematike, Matematika v šoli letn. 13, št.3,4 str. 186 - 195.
4. www.zrss.si/pdf/100413141954_ucenje_ucenja_cvetka_bizjak.pdf (17. 5. 2014)
5. Žakelj A. [et al.] (2008): Učni načrt. Matematika: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija, Ljubljana, Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/ss/programi/2008/Gimnazije/UN_MATEMATIKA_gimn.pdf (20.10. 2008)

PRIMERJAVA ZNANJA MATEMATIKE SREDNJEŠOLCEV IN OSMOŠOLCEV S POMOČJO RAZISKAVE TIMMS

Comparing secondary and primary school students' Mathematics knowledge by using TIMSS research

Jolanda Radolli

jolanda.radolli@gmail.com

Srednja prometna šola Maribor

Povzetek

Znanje matematičnih vsebin slovenskih osmošolcev je po ugotovitvah mednarodnih raziskav dobro. Zanimali so me dosežki srednje, visoke in najvišje ravni znanja algebre pri dijakih v srednji šoli, po merilih za osmošolce iz raziskave TIMSS 2011. Izmerila sem dosežene mejnike znanja nekaterih vsebin algebre in dosežke po kognitivnih področjih znanja in jih primerjala z dosežki slovenskih osmošolcev iz omenjene raziskave.
Rezultati kažejo na rast znanja pri starejših dijakih, vendar bi želeli boljše dosežke na višjih taksonomskih stopnjah znanja.

Ključne besede: mejniki znanja srednješolcev, algebra, kognitivna področja

Abstract

According to the international research, Slovenian primary school students demonstrate good mathematical knowledge. In my research, I have focused on the secondary students' achievements at the three algebra levels; intermediate, upper-intermediate and advanced, which have been based on the TIMSS 2011 research criteria for 8th grade primary school students. I have measured the achieved threshold levels of certain algebra contents and cognitive knowledge achievements and compared them with the results of TIMSS 2011.
The results demonstrate the increase in algebra knowledge level, but we would still prefer better achievements at higher taxonomic levels.

Key words: algebra levels achievements, algebra, cognitive knowledge

Uvod

Rezultati mednarodne raziskave trendov znanja matematike in naravoslovja TIMSS 2011 kažejo, da je naravoslovno in matematično izobraževanje v Sloveniji dobro. Vsi trendi v dosežkih iz matematike so v obeh razredih (4. in 8.) pozitivni, Slovenija se je prvič uvrstila med nadpovprečne države v vseh štirih kategorijah: z matematičnimi in naravoslovnimi dosežki četrtošolcev in osmošolcev.
Ideja za raziskavo je vzklila med člani Delovne skupine za razvoj matematike v srednjem poklicnem in strokovnem izobraževanju, ki so tudi prvi ponudili pomoč pri testiranju svojih dijakov. Teoretični prispevki in primeri iz prakse so me izzvali, da pri dijakih v srednji šoli, po merilih za osmošolce iz raziskave TIMSS 2011, izmerim dosežene mejnike znanja matematike in dosežke po kognitivnih področjih znanja in jih primerjam z dosežki slovenskih osmošolcev. Zanimala me je tudi primerjava dosežkov med dijaki različnih letnikov in razlike v doseganju ravni znanja dijakov v različnih usmeritvah štiriletnega srednješolskega izobraževanja, t.j. med gimnazijci in tehniki.
Primerjava je namenjena podpori posodobitvam pouka v osnovnošolski in srednješolski praksi.

Mednarodna raziskava trendov v znanju matematike in naravoslovja TIMSS 2011

Najpomembnejši rezultat raziskave TIMSS 2011 je izmerjeno znanje pri učencih v različnih državah.
V raziskavi je na mednarodni ravni sodelovalo okoli 240 000 osmošolcev iz 63 držav in 14 šolskih sistemov po svetu. V Sloveniji je v raziskavi sodelovalo 4415 osmošolcev iz 187 šol, ki so v povprečju pri matematiki dosegli 505 točk in 13. mesto med 42 državami. Pri matematiki osmošolcev je imelo 8 držav (Južna Koreja, Singapur, Tajvan, Hong Kong, Japonska, Ruska federacija, Izrael, Finska) višji dosežek od Slovenije. Slovenski dosežek se ne razlikuje od dosežka ZDA, Anglije, Madžarske, Avstralije in Litve in je višji od matematičnih dosežkov vseh ostalih 28 držav na lestvici (Japelj Pavešić, B., Svetlik, K., Kozina, K. 2012. Izsledki raziskave TIMSS preglednici 1.1 in 1.3, str. 21, 25).

Slovenija je med redkimi državami, ki niso zabeležile nobenega statistično pomembnega padca od leta 1995 dalje. Azijske države so še vedno v pomembni prednosti pred ostalimi sodelujočimi državami.
Pri nas razlike med regijami niso zelo velike, so pa velike razlike med dosežki posameznih šol. V osmem razredu so dosežki slovenskih šol razporejeni med 396 in 565 točk. Enajst slovenskih šol na vrhu lestvice beleži izjemno visoke dosežke z več kot 545 točkami in bi se s povprečnimi dosežki uvrstile med Rusko federacijo in Japonsko. 30 (15%) šol je uspešnejših od finskega povprečja. Zasnova raziskave TIMSS, ki meri znanje vsaka štiri leta v dveh starostnih skupinah, ki se po starosti razlikujeta ravno za štiri leta, omogoča opazovanje napredovanja dosežka iste populacije učencev od četrtega do osmega razreda. Četrti razred iz leta 2007 je povprečni rezultat dvignil v nadpovprečni rezultat osmega razreda leta 2011. Slovenija je še vedno na relativno visokem devetem mestu po napredovanju od leta 1995. Stabilni prehod v nadpovprečne rezultate je za Slovenijo razveseljiv izsledek raziskave (Japelj Pavešić, B. 2012. TIMSS 2011: Trendi dosežkov med letoma 1995 in 2011, str. 32).

Mejniki znanja za osmošolce

Mednarodne raziskave prilagodijo taksonomijo glede na potrebe in cilje raziskovanja, naloge so v glavnem usklajene z učnimi načrti sodelujočih držav.
Učence lahko primerjamo po doseženem številu točk na lestvici od 0 do 1000 s povprečjem 500 točk in standardnim odklonom 100 točk. Ideja mejnikov je določiti tipična znanja, ki so jih izkazali manj uspešni, srednje uspešni, precej uspešni in izjemno uspešni učenci, ter vsebino znanj skupin kasneje primerjati med seboj. Ravni znanja se delijo na znanje osnovnih računov (nizka raven), na reševanje rutinskih nalog in problemov (srednja raven), na reševanje kompleksnih problemskih nalog (visoka raven) in na najzahtevnejše matematično sklepanje (najvišja raven). (Japelj Pavešić,B. 2012. TIMSS 2011: Preglednica 2.18: mednarodni mejniki matematičnega znanja, str. 73).

Dosežene ravni znanja slovenskih osmošolcev

Slovenija je na 17. mestu (skupaj s Finsko) s 4 % najuspešnejših učencev, ki so dosegli mejnik najvišje ravni znanja, ki predstavlja matematično sklepanje. Zajema izpeljavo posplošitev, zapise modelov ter reševanje večstopenjskih kompleksnih nalog. 27 % učencev je doseglo mejnik visoke ravni (od leta 2003 se je povečal za 6%) ter 67 % mejnik srednje ravni znanja. Učencev, ki preizkusa niso rešili bolje od enostavnega ugibanja, je med osmošolci 3 %.
Vendar pa se matematično znanje v 8. razredu ne povečuje skladno s hitrim napredovanjem znanja v 4. razredu. Strokovnjaki se ubadajo z vprašanji, kateri dejavniki poučevanja matematike na višji stopnji OŠ bi bili lahko povezani z relativno slabšim dosežkom iz matematike, v primerjavi z naravoslovjem pri istih dijakih.
Zanimiv pojav v Sloveniji je naraščanje dosežka iz matematike v heterogenih skupinah in nespremenjeni dosežki učencev v sicer manjših, homogenih zahtevnostnih nivojih. Od tu dvomi v upravičenost in učinkovitost nivojskega pouka.
Ker očitno splošni pogoji na šolah zagotavljajo pogoje za visoke dosežke, kakor se je pokazalo v naravoslovju, se zdijo razlike med dosežki iz matematike in naravoslovja vse bolj povezane z matematičnim učnim načrtom in praksami poučevanja. Na določene zadrege pri obravnavi zahtevnejših vsebin nas opozarja tudi podatek iz 7. poglavja raziskave, da se učitelji v Sloveniji niso počutili zelo dobro pripravljene na postavljanje matematičnih izzivov uspešnejšim učencem. Tudi zato je v okviru

projekta Posodobitev kurikularnega procesa na osnovnih šolah in gimnazijah na Zavodu RS za šolstvo v letu 2013 nastal priročnik Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Namenjen je strokovni podpori učiteljem razrednega pouka in učiteljem matematike pri uvajanju novosti iz učnega načrta za matematiko v prakso.

Učni načrt matematike

Učni načrt za 8. razred

V primerjavi učnih načrtov sem se omejila na področje algebre, ker empirični del temelji na ravneh znanja tega vsebinskega področja matematike.
Slovenski učni načrt, ki je bil v veljavi leta 2011, je na vsebinski ravni odstopal od vsebin mejnikov znanja na področju verjetnosti in algebre ter ni neposredno navajal ciljev, ki bi določili podobno globino posameznega znanja ali kognitivno raven, kot nastopa v mejnikih visoke in najvišje ravni znanja. Že pri mejniku srednje ravni je opazno, da učenci po svetu izkazujejo razumevanje algebrskih izrazov, pri visokem je zajeto rutinsko delo z algebrskimi izrazi in pri mejniku najvišje ravni učenci znajo z algebrskimi izrazi zapisati posplošitve in modele za reševanje problemskih nalog. Slovenski učni načrt do osmega razreda je uvedel osnove računanja z izrazi s spremenljivkami, ni pa uvedel pojma funkcije kot predpisa za transformacijo neodvisne spremenljivke v odvisno in formalnih postopkov dela z algebrskimi izrazi, kot je tudi formalno reševanje enačb. Učenci, ki se teh postopkov ne učijo pri pouku matematike v šoli, svojega formalnega neznanja v nalogah ne morejo nadomestiti s spretnostjo ali sposobnostjo logičnega sklepanja (Markočič, N. 2012). To pomeni, da so pri nalogah, zastopanih v mejniku najvišje ravni, naši učenci, glede na razlike v učnem načrtu, lahko manj uspešni od vrstnikov po svetu.
Ker je znanje na ravni mejnika najvišjega znanja po definiciji odraz znanja najboljših učencev in iz generacije v generacijo v svetu raste, je v vsaki raziskavi TIMSS znanje najvišjega mejnika širše in bolj poglobljeno. Iz nespremenjenega deleža 4 % učencev v Sloveniji, ki dosegajo ta mejnik že od leta 1995, sklepamo, da se naš učni načrt na ravni zahtevnejših matematičnih znanj ni spreminjal dovolj hitro, da bi omogočil napredek naših najboljših učencev, to je več učencev, ki bi dosegli najvišji mejnik.
Prenovljen učni načrt (2012), primanjkljaj v algebri popravlja z novimi učnimi cilji s tega področja, s pozornostjo glede pravilne in enotne matematične terminologije v vseh razredih ter s premikom nekaterih vsebin v nižje razrede.

Učni načrt za srednjo šolo

Ker je ugotovljena močna povezanost med znanjem naravoslovja in razvojem gospodarstva, so temu v šolskem letu 2006/2007 sledile tudi smernice prenove srednjega strokovnega (383 do 408 ur matematike) in gimnazijskega (560 ur matematike) izobraževanja v Sloveniji. Pri matematiki smo uvedli spremembe v načrtovanju učnih ciljev in spremembe v učnem procesu, in sicer pri metodah pridobivanja znanja ter pri pristopih preverjanja in ocenjevanja znanja.
Omejila se bom na znanje algebre, kar se je v izbrani nalogi preverjalo. Med cilji je navedeno: razvijanje abstraktnega in deduktivnega matematičnega mišljenja, kar je pomembno za nadaljnje izobraževanje.
Cilje matematike v srednjih strokovnih šolah dosegamo z razvijanjem določenih ključnih kompetenc, ki so zapisane skupaj z osnovnimi smernicami za njihovo doseganje (SSI Katalog znanja matematika. 2007, str. 4).

Tudi gimnazijski program je s prenovo napravil premik k evropeizaciji, k oblikovanju družbe, ki je v razvitosti svojega človeškega kapitala konkurenčna v evropskem in globalnem prostoru. Uvodni odstavek v učnem načrtu: *»Matematika je znanost in umetnost, je rezultat radovednosti in ustvarjalnosti človeškega uma…« pa ob* številu predvidenih ur pouka matematike in dejstvu, da gimnazije sprejemajo uspešnejše osnovnošolce, obeta bolj poglobljeno obravnavo učne snovi, doseganje znanja na višjih taksonomskih stopnjah in posledično tudi boljše dosežke.
Večletno spremljanje in analiziranje rezultatov našega skupnega dela bo pokazalo, ali smo na pravi poti. Seveda pa bo tudi opozorilo na pomanjkljivosti in napake.

Empirični del

Primerjala sem dosežene mejnike znanja matematike in dosežke po kognitivnih področjih znanja slovenskih osmošolcev iz omenjene raziskave z dosežki dijakov 13 slovenskih srednjih šol. Uporabila sem frekvenčno porazdelitev in jo prikazala tabelarično in grafično s stolpčnimi diagrami.
Predstavila sem tudi primerjavo dosežkov med dijaki različnih letnikov srednje šole in razlike v doseganju ravni znanja dijakov v različnih usmeritvah štiriletnega srednješolskega izobraževanja, t.j. med gimnazijci in tehniki.
Problem sem raziskala na nalogi ***Vzorec s ploščicami v dveh barvah*** (Japelj Pavešić, B. 2012; naloge TIMSS 2011: M032757, str. 92)
Nalogo je v prvem četrtletju leta 2014 reševalo 1031 dijakov prvega, tretjega in četrtega letnika (dijakov drugega letnika je bilo premalo za vključitev v raziskavo) trinajstih srednjih šol, različnih slovenskih regij, med njimi štiri z gimnazijskim programom.

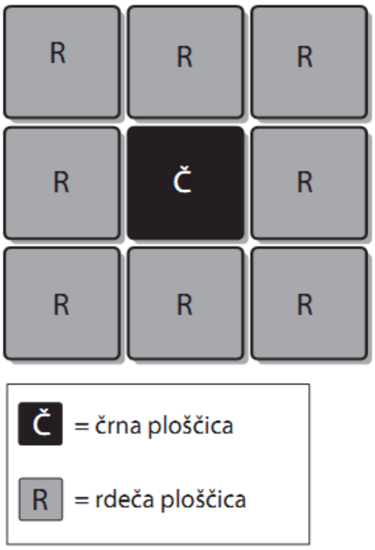
	1.letnik	3.letnik	4.letnik	Skupaj
Tehniki	252	168	259	679
Gimnazijci	45	150	157	352
Skupaj	297	318	416	1031

Naloga je bila v izvirniku namenjena učencem 8. razreda in ima skupaj pet vprašanj. Vsa so iz vsebinskega področja algebre, opredeljena na področje sklepanja, se pa po težavnosti in po dosežkih učencev bistveno razlikujejo.

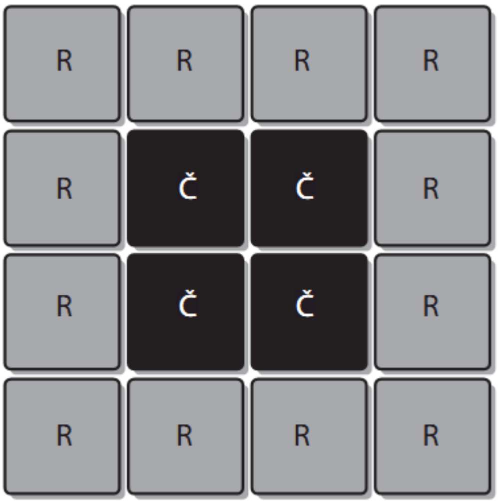
1. Predstavitev naloge:

Polona ima rdeče in črne ploščice. Iz njih sestavlja kvadratne like.

Lik 3 x 3 ima 1 črno in 8 rdečih ploščic.



Lik 4 x 4 ima 4 črne in 12 rdečih ploščic.



Spodnja tabela prikazuje število ploščic za prve tri like, ki jih je sestavila Polona.
Polona je za sestavljanje likov uporabila enak vzorec.
Dopolni tabelo za lik 6 x 6 in lik 7 x 7.

Lik	Število črnih ploščic	Število rdečih ploščic	Skupno število ploščic
3×3	1	8	9
4×4	4	12	16
5×5	9	16	25
6×6	16		
7×7	25		

Uporabi podatke iz prejšnje tabele in odgovori na naslednja vprašanja:

A: Polona je sestavila lik, ki je imel skupaj 64 ploščic. Koliko je bilo črnih in koliko rdečih?

Odgovor: ___________ črnih ploščic ___________ rdečih ploščic

B: Polona je sestavila nov lik tako, da je uporabila 49 črnih ploščic. Koliko rdečih ploščic je Polona uporabila za ta lik? (Pravilni odgovor: 32 rdečih ploščic)

Odgovor: ____________ rdečih ploščic

C: Nato je Polona sestavila še en lik tako, da je uporabila 44 rdečih ploščic. Koliko črnih ploščic bi Polona potrebovala, da bi dokončala še črni del lika?

Odgovor: ____________ črnih ploščic

Č: Polona bi rada dodala v tabelo vrstico, iz katere bi lahko ugotovila število ploščic za katerikoli lik. S pomočjo podatkov iz tabele na prejšnji strani dopolnili vrstico za lik nxn v spodnji tabeli:

Lik	Število črnih ploščic	Število rdečih ploščic	Skupno število ploščic
nxn			

Pravilni odgovori:
Tabela
Za lik 6x6: **20** rdečih ploščic in **36** črnih, za lik 7x7: **24** rdečih ploščic in **49** črnih.

Vsebinsko področje: algebra, vzorci	Kognitivno področje: sklepanje	Srednja raven znanja

Odgovor **A**: **36** črnih in **28** rdečih ploščic

Vsebinsko področje: algebra, vzorci	Kognitivno področje: sklepanje	Visoka raven znanja

Odgovor **B**: **32** rdečih ploščic

Vsebinsko področje: algebra, vzorci	Kognitivno področje: sklepanje	Najvišja raven znanja

Odgovor **C** : **100** črnih ploščic

Vsebinsko področje: algebra, vzorci	Kognitivno področje: sklepanje	Najvišja raven znanja

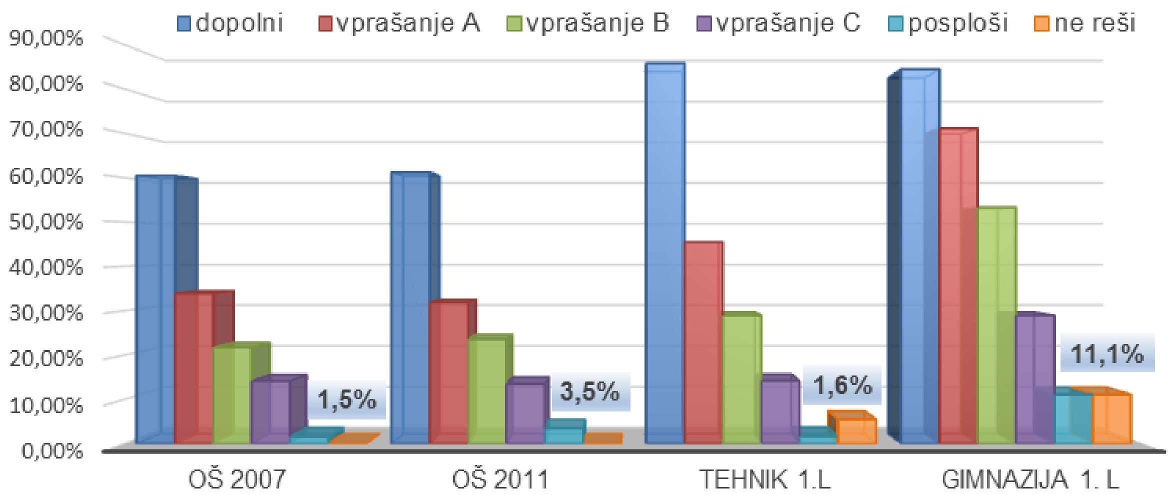
Odgovor **Č**: $\mathbf{(n-2)^2}$ črnih ploščic, $\mathbf{4(n-1)}$ rdečih ploščic, skupaj $\mathbf{n^2}$ ploščic (ali ekvivalentni izrazi).

Vsebinsko področje: algebra, vzorci	Kognitivno področje: sklepanje	Najvišja raven znanja

Primerjava dosežkov osnovnošolcev in dosežkov dijakov po letnikih

Dosežke srednješolcev sem primerjala z dosežki osnovnošolcev (8. razred; 13 do 14 let), predstavljenimi v mednarodni raziskavi TIMSS 2011 (str. 93).

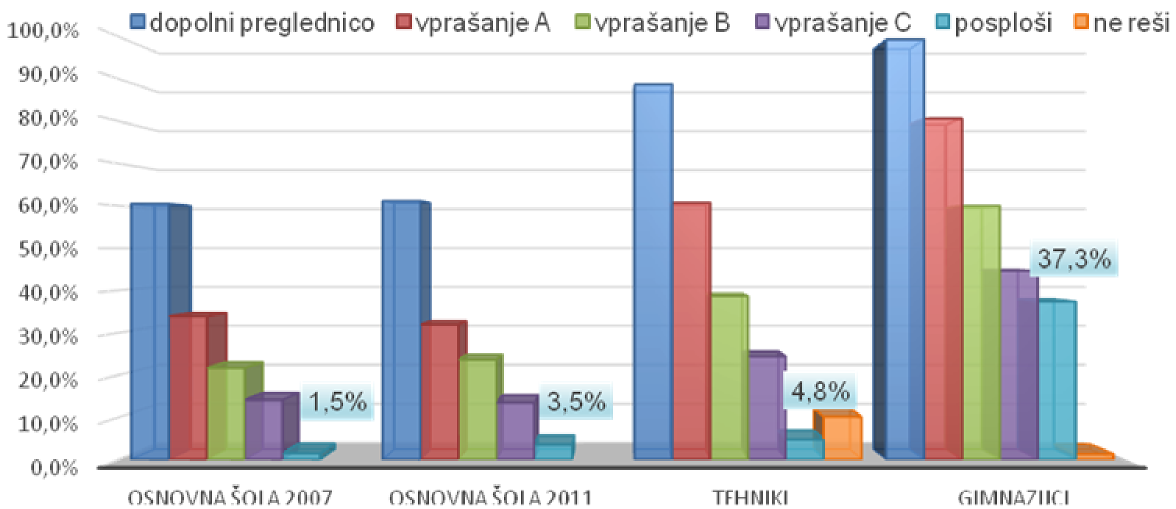
Primerjava dosežkov srednješolcev 1. letnika in osmošolcev
Dopolnjevanje preglednice (srednja raven znanja) je bilo uspešno tako za osnovnošolce, kot za srednješolce. Presenetljivo je, da so nalogo med srednješolci nekoliko bolje reševali tehniki.



Slika 1: Primerjava rezultatov srednješolcev 1. letnika in osmošolcev

Vprašanja A, B in C že dosegajo visoko in najvišjo raven znanja. Tehniki ne dosegajo pričakovanih rezultatov, čeprav so dve leti starejši od testiranih osmošolcev. Dosežki učencev in dijakov padajo v skladu z naraščanjem zahtevnosti vprašanja.
Prvi letniki tehnikov ne rešujejo nalog na visoki ravni znanja bistveno bolje od osnovnošolcev, na najvišji celo slabše. Gimnazijci pa znajo iz podatkov bolje sklepati in tudi zapisati znajo algebrski izraz, ki predstavi problemsko situacijo v besedilnih nalogah. Na najvišji ravni znanja dosegajo bistveno boljše rezultate od tehnikov.

Primerjava dosežkov srednješolcev 3. letnika in osmošolcev

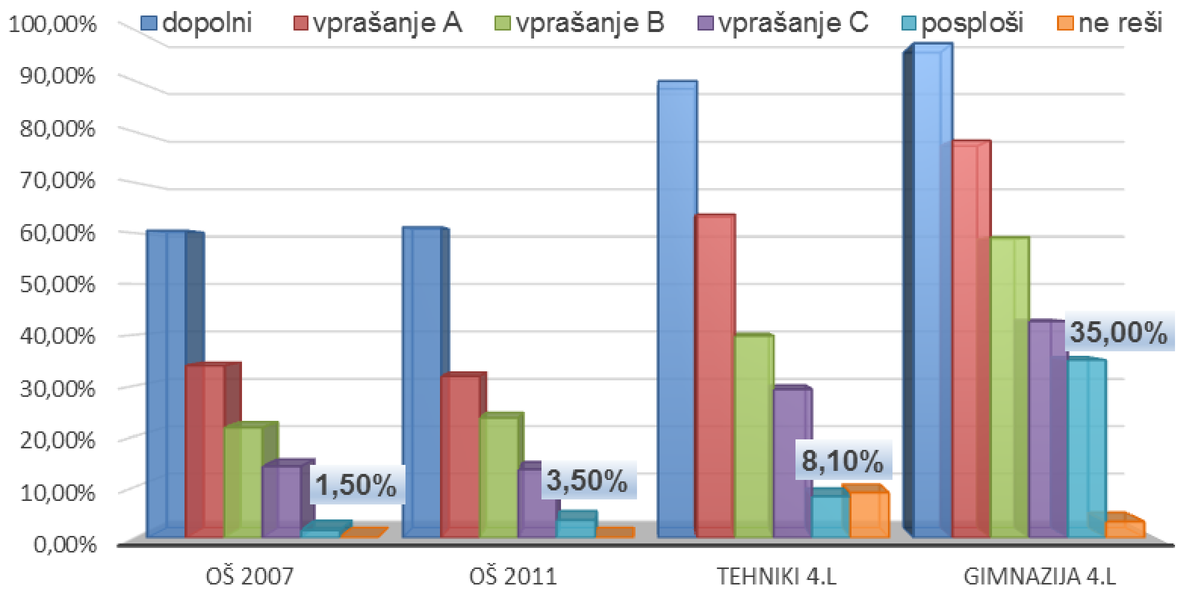


Slika 2: Primerjava rezultatov srednješolcev 3. letnika in osmošolcev

Na vseh ravneh znanja so dosežki dijakov 3. letnika boljši od dosežkov osmošolcev, kar sem pričakovala. Vendar še vedno tudi več kot 60% gimnazijcev v starosti 18 let ne reši naloge posploševanja, kar je sicer najvišja raven znanja tudi za srednješolce.

Primerjava dosežkov srednješolcev 4. letnika in osmošolcev

Četrti letniki pričakovano dosegajo boljše rezultate kot osnovnošolci, od dosežkov 3. letnikov pa se ne razlikujejo bistveno.



Slika 3: Primerjava rezultatov srednješolcev 4. letnika in osmošolcev

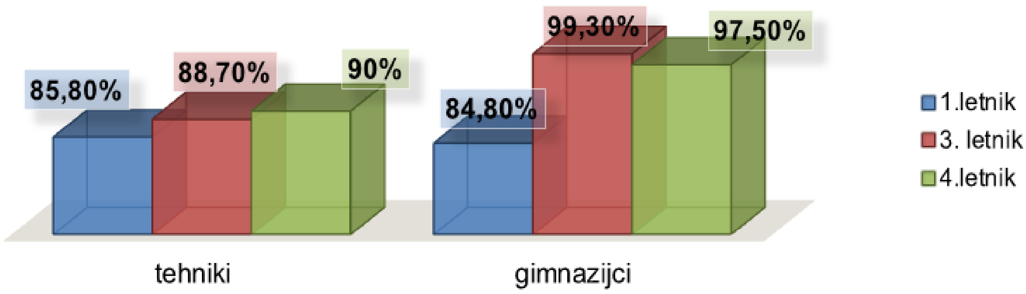
Med gimnazijci sem zabeležila celo boljše dosežke pri dijakih 3. letnikov. So pa bistvene razlike med dosežki gimnazijcev in tehnikov.

Ugotovitev: Prvi del naloge zahteva nadaljevanje začetega vzorca, kar se uvršča na srednjo raven znanja. Vprašanja A, B, C povezujejo vrednosti treh funkcijskih pravil preko iste neodvisne spremenljivke, kar že dosega visoko in najvišjo raven znanja. Posploševanje pod vprašanjem D je najzahtevnejše in na najvišji ravni znanja. Zapisati morajo algebrski izraz, ki predstavi problemsko situacijo v besedilu naloge. Dosežki učencev in dijakov padajo v skladu z naraščanjem zahtevnosti vprašanja. Na najvišjih ravneh znanja dijaki SSI ne dosegajo pričakovano višjih rezultatov. Gimnazijci so uspešnejši od tehnikov, a dosežki ne presegajo dosežkov uspešnih azijskih osnovnošolcev.

Primerjava dosežkov srednješolcev po letnikih in usmeritvah

Dopolnjevanje preglednice

Nadaljevanje vzorcev je ena pogostejših nalog, namenjena preverjanju sposobnosti dela z zaporedji in razumevanja enostavnih algebrskih odnosov. Znanje napreduje v sposobnost reševanja bolj zahtevnih nalog, ki niso le neposredni izračuni. Pomembna stopnica v znanju je razumevanje algebrskih izrazov, ko z njimi predstavijo model za problemsko situacijo in izrazijo posamezne člene zaporedja.

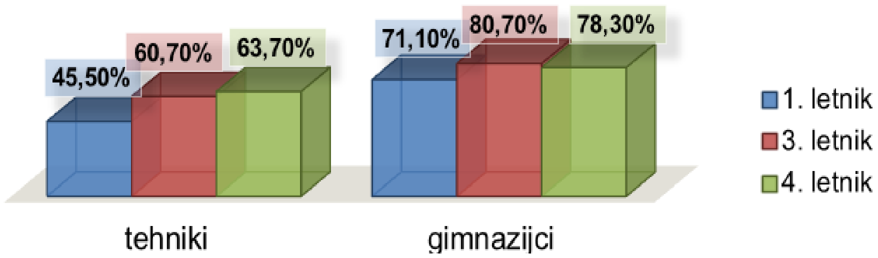


Slika 4: Primerjava uspešnosti nadaljevanja vzorca po letnikih in usmeritvah

Pri tehnikih primerjava med letniki ne kaže bistvenih razlik. Pri gimnazijcih so razlike bistveno večje. Zanimivo je, da so pri prvih letnikih dosegli tehniki boljše rezultate, med gimnazijci pa so bili tretji letniki uspešnejši od četrih.

Vprašanje A

*Polona je sestavila lik, ki je imel **skupaj 64** ploščic. Koliko je bilo **črnih** in koliko **rdečih** ploščic?*

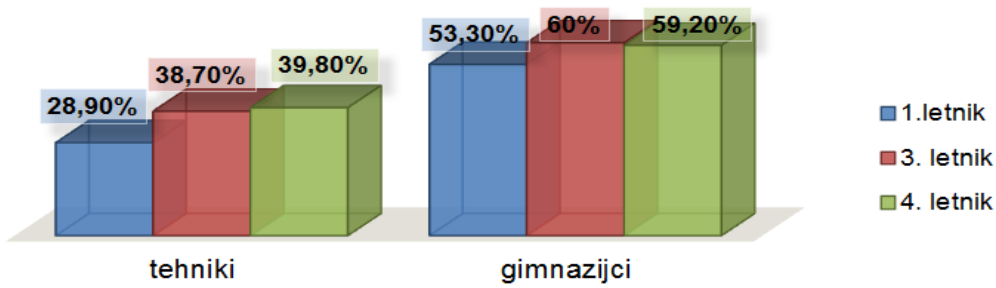


Slika 5: Primerjava pravilnih odgovorov na vprašanje A po letnikih in usmeritvah

Pri tehnikih dosežki pričakovano naraščajo s starostjo dijakov. Gimnazijci so v povprečju precej uspešneje reševali nalogo, vendar ponovno dijaki tretjega letnika bolje od dijakov četrtega letnika.

Vprašanje B

*Polona je sestavila nov lik tako, da je uporabila 49 **črnih** ploščic. Koliko **rdečih** ploščic je Polona uporabila za ta lik?*

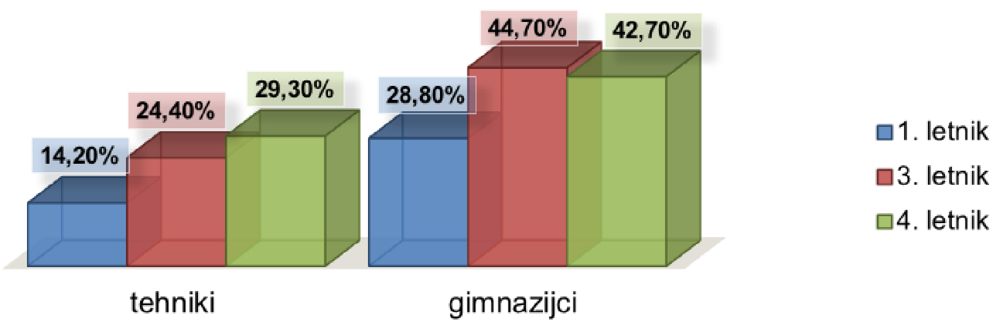


Slika 6: Primerjava pravilnih odgovorov na vprašanje B po letnikih in usmeritvah

Na vprašanje, ki zajema sklepanje na najvišji ravni znanja, je pravilno odgovorilo manj kot 40% tehnikov in več kot polovica gimnazijcev.

Vprašanje C

*Nato je Polona sestavila še en lik tako, da je uporabila 44 **rdečih** ploščic. Koliko **črnih** ploščic bi Polona potrebovala, da bi dokončala še črni del lika?*

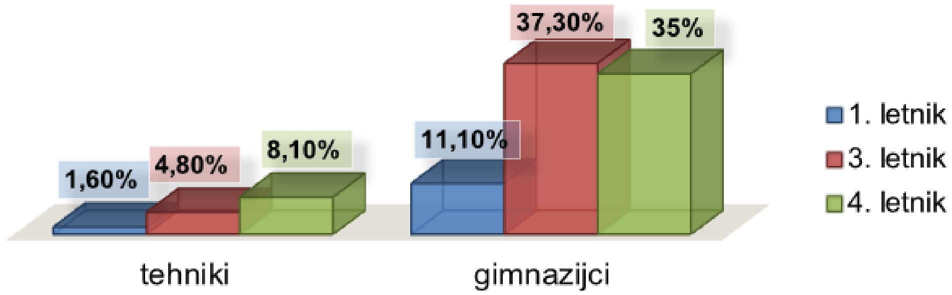


Slika 7: Primerjava pravilnih odgovorov na vprašanje C po letnikih in usmeritvah

Dosežki dijakov so na višjih ravneh znanja slabši v obeh usmeritvah. Manj kot tretjina najstarejših tehnikov in manj kot polovica gimnazijcev je pravilno sklepala o rešitvi naloge. Tretji letnik gimnazije ponovno nekoliko bolje kot četrti letnik. Strokovnjaki so ugotovili, da se zmožnost nadaljevanja vzorca težko prenese na zmožnost napovedovanja nekega člena vzorca (Markočič, 2012, str. 22).

Vprašanje Č

Polona bi rada dodala v tabelo vrstico, iz katere bi lahko ugotovila število ploščic za katerikoli lik. S pomočjo podatkov iz tabele na prejšnji strani dopolnili vrstico za lik n×n v spodnji tabeli:

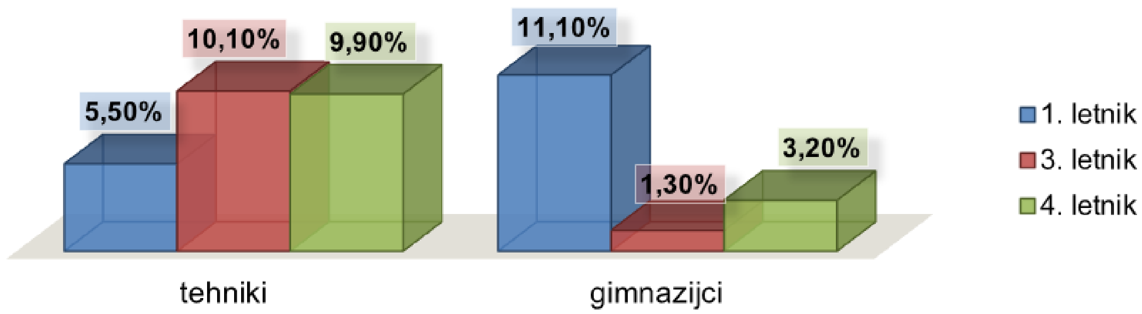


Slika 8: Primerjava pravilne posplošitve za lik n×n po letnikih in usmeritvah

Tehniki so nalogo zelo slabo reševali, dijaki prvega letnika slabše kot osnovnošolci, starejši dijaki pa le nekoliko bolje.
V povprečju je 36% gimnazijcev višjih letnikov znalo nalogo tudi posplošiti, torej so dosegli znanje nad mejnikom najvišje ravni znanja za osnovnošolce.
Ponovno presenečajo nižji dosežki 4. letnika gimnazijcev od 3. letnika iste usmeritve na vseh ravneh znanja. Zanimivo bi bilo raziskati vzroke. Pričakovala sem boljši rezultat četrtošolcev, ki so pred testiranjem že obravnavali tudi učno snov zaporedja, ki jo vpeljemo s pomočjo nadaljevanja vzorcev. Že znajo poiskati poljubni člen zaporedja, zapisati splošni člen in so že raziskali lastnosti zaporedij. Tudi število testiranih dijakov ni moglo vplivati na rezultat, saj jih je bilo v obeh usmeritvah približno enako (157 dijakov 4. letnika in 150 dijakov 3. letnika).

Ne rešijo naloge

Prikazala sem deleže dijakov po letnikih, ki naloge sploh niso reševali.



Slika 9: Primerjava deleža dijakov, ki naloge niso rešili (po letnikih in usmeritvah)

Več kot desetina višjih letnikov dijakov tehnikov in prvega letnika gimnazijcev naloge ni reševalo. Učitelji so navedli, da k reševanju niso pristopili dovolj resno, ker se na izdelke ni bilo treba podpisati.

Ugotovitev: Iz nanizanih vprašanj primera dvobarvnih ploščic za tri starostne skupine vidimo, kako dijaki opazujejo in prepoznavajo pravilo v zaporedju (vzorcu) in ga nadaljujejo, poiščejo posplošitev in zapišejo algebrski izraz. Primerjava je pokazala, katere miselne dejavnosti so za dijake težke in kako se uspešnost izvajanja posamezne dejavnosti izboljšuje s starostjo in izkušnjami. Primerjava dosežkov prikazuje napredek pri doseganju višjih ravni znanja pri starejših dijakih, pri gimnazijcih pa ne potrjuje napovedi, da bodo dijaki 4. letnikov dosegali boljše rezultate zaradi že osvojenih standardov znanja zaporedij. Gimnazijci dosegajo višje ravni znanja bistveno bolje od tehnikov.

Zaključek

Slovenski osnovnošolci dosegajo v mednarodnih raziskavah dobre rezultate. Matematični dosežek osmošolcev leta 2011 se je uvrstil v zgornjo tretjino dosežkov vseh sodelujočih držav. Vendar v algebri Slovenija zaostaja za svojim povprečjem. Doseganje mejnika najvišje ravni znanja matematike v Sloveniji se ni spremenilo od leta 1995, čeprav je znanje od takrat naraščalo.
Primerjava dosežkov osnovnošolcev z dosežki srednješolcev tehnikov pri primeru iste naloge ne nakazuje pričakovanih, starosti in izkušnjam primerno, boljših rezultatov. Gimnazijci dosegajo boljše rezultate, vendar na najvišjih ravneh znanja slabše od azijskih osnovnošolcev (Tajvan, Singapur, Južna Koreja).
Razumevanje vzorcev, relacij in funkcij je sklop algebre v učnih načrtih vseh držav, ki sodelujejo v mednarodni raziskavi trendov v znanju matematike in naravoslovja TIMSS. Prenova osnovnošolskega in srednješolskih programov je odpravila odstopanje naših učnih načrtov na vsebinskem področju algebre. Skozi prenovljene učne načrte vseh opazovanih skupin lahko spremljamo vsebine in dejavnosti pri katerih učenci in dijaki razvijajo ustvarjalnost, zahtevnejše načine razmišljanja, zmožnost za raziskovanje in reševanje matematičnih problemov, za sklepanje, posploševanje, abstrahiranje in reflektiranje na konkretni in splošni ravni …
Vendar se pa tako učencem kot dijakom zdi algebra zahtevna, predvsem zaradi abstraktnosti. Dosedanje raziskave kažejo, da so učenci zmožni posploševanja, v zadnji mednarodni raziskavi TIMSS 2011 je 11 slovenskih osnovnih šol doseglo vrhunske dosežke, primerljive z japonskimi, 30 osnovnih šol pa odlične rezultate, med najvišjimi v Evropi.
Prevladujoče sporočilo osnovnih šol je spoznanje o slabi bralni pismenosti otrok, slabi vertikalni povezanosti in usklajevanju med učitelji razredne in predmetne stopnje, pomanjkljivi povezanosti in sodelovanju med naravoslovnimi predmeti ter stališču učencev do znanja.
Podobno ugotavljamo na študijskih srečanjih tudi učitelji matematike na srednjih šolah. Nemotivirani dijaki s slabim predznanjem, nezadovoljivo medpredmetno povezovanje in sodelovanje, širjenje učnih vsebin in krčenje ur matematike v posameznih programih.
Imamo pa tudi nadpovprečno uspešne učence in dijake ter dobre učitelje, ki pri pouku matematike v šolah spodbujajo različne oblike mišljenja, ustvarjalnost, kvalitetno znanje in spretnosti ter učencem omogočajo, da spoznajo praktično uporabnost in smiselnost učenja matematike. Žal pa organiziranega sodelovanja osnovnošolskih in srednješolskih učiteljev v Sloveniji praktično sploh ni.
Koristne raziskave in razprave razkrivajo pomembne težave osnovnošolskega in srednješolskega matematičnega in naravoslovnega izobraževanja v Sloveniji.

Rezultati so vredni pozornosti, njihova kritična presoja pa naj pripomore k načrtom za izboljšanje poučevanja in učenja in posledično boljšim matematičnim dosežkom.

Literatura in viri

1. Izhodišča prenove gimnazijskega programa (2006). Ljubljana: Komisija za pripravo koncepta nadaljnjega razvoja gimnazijskega programa in umeščenosti splošne izobrazbe v srednješolske programe.
2. Japelj Pavešić, B., Svetlik, K., Kozina, K. (2012). Znanje matematike in naravoslovja med osnovnošolci v Sloveniji in po svetu. Izsledki raziskave TIMSS.
3. Japelj Pavešić, B in Svetlik, K. (2012). Odzivi šol na dosežke učencev v raziskavi TIMSS 2011. Ljubljana, Pedagoški inštitut: www.pei.si (TIMSS 11) in http://timsspei.blog.arnes.si (poročila TIMSS).
4. Japelj Pavešić, B. (2012). Matematične naloge raziskave TIMSS: mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
5. Markočič, N. (2012). Vzorci kot učno okolje za učenje matematike. Ljubljana: Pedagoška fakulteta.
6. Magajna, Z. in Suban Ambrož, M. (2013). Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika. Strokovna monografija. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
7. SSI Katalog znanja matematika (2007). Ljubljana. Zavod RS za šolstvo.
8. Učni načrt za matematiko (2011). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport: Zavod RS za šolstvo.
9. Učni načrt za gimnazije (2006). Ljubljana. Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.

Zahvala

Iskreno se zahvaljujem profesoricam in profesorjem iz Biotehniške šole Maribor, Ekonomske in trgovske šole Brežice, Ekonomske šole Novo Mesto, II. gimnazije Maribor, Gimnazije Celje Center, Gimnazije in srednje kemijske in farmacevtske šole Ruše, Škofijske gimnazije v Mariboru, Srednje šole za gostinstvo in turizem Maribor, Srednje prometne šole Maribor, Srednje prometne in trgovske šole Murska Sobota, Srednje zdravstvene in kozmetične šole Maribor, ŠC Krško Sevnica, ŠC Ptuj, strojna šola.

PRILOGE

Primerjave rezultatov srednješolcev in osmošolcev, prikazane v tabelah:

šola	dopolni preglednico	vprašanje A	vprašanje B	vprašanje C	posploši	ne reši
OŠ 2007	60,5%	33,9%	21,7%	14,1%	1,5%	/
OŠ 2011	61,2%	31,9%	23,6%	13,5%	3,5%	/
tehniki 1.l	85,8%	45,5%	28,9%	14,2%	1,6%	5,5%
gimnazijci 1.l	84,4%	71,1%	53,3%	28,9%	11,1%	11,1%

Tabela 1: Primerjava rezultatov srednješolcev 1. letnika in osmošolcev

šola	dopolni preglednico	vprašanje A	vprašanje B	vprašanje C	posploši	ne reši
OŠ 2007	60,5%	33,9%	21,7%	14,1%	1,5%	/
OŠ 2011	61,2%	31,9%	23,6%	13,5%	3,5%	/
tehniki 3.l	88,7%	60,7%	38,7%	24,4%	4,8%	10,1%
Gimnazijci 3.l	99,3%	80,7%	60,0%	44,7%	37,3%	1,3%

Tabela 2: Primerjava rezultatov srednješolcev 3. letnika in osmošolcev

šola	dopolni preglednico	vprašanje A	vprašanje B	vprašanje C	posploši	ne reši
OŠ 2007	60,5%	33,9%	21,7%	14,1%	1,5%	/
OŠ 2011	61,2%	31,9%	23,6%	13,5%	3,5%	/
tehniki 4.l	90,0%	63,7%	39,8%	29,3%	8,1%	8,9%
gimnazijci 4.l	97,5%	78,3%	59,2%	42,7%	35,0%	3,2%

Tabela 3: Primerjava rezultatov srednješolcev 4. letnika in osmošolcev

DIJAKI IN DECIMALKE

Students and decimals

Petra Mrzdovnik

petra.mrzdovnik@gmail.com

Srednja zdravstvena šola Celje

Povzetek

V prispevku je predstavljena manjša raziskava, pri kateri dijaki 1. in 4. letnika srednjega strokovnega izobraževanja (v nadaljevanju SSI) in dijaki 2. letnika poklicno-tehniškega izobraževanja (v nadaljevanju PTI) reševali enak pisni preizkus. Reševali so test za šesti razred osnovne šole. Pisni preizkus je zajemal učni sklop Racionalna števila, računske operacije in njihove lastnosti. Pri reševanju dijaki niso uporabljali žepnega računala.
Glavni namen raziskave je bil preveriti, ali so dijaki osvojili cilje iz vsebin Decimalna števila in računske operacije z njimi ter kdo se je pri reševanju bolje odrezal. V raziskavi so se najbolje odrezali dijaki 1. letnika.
Ugotovila sem, da so dijaki najbolje reševali naloge, ki so preverjale razumevanje pojmov. Manj uspešni so bili pri nalogah, ki so preverjale postopke, predstavitve in razumevanje, najmanj uspešni pa so bili pri reševanju problemskih nalog in pri nalogah, ki so preverjale bralno pismenost.

Ključne besede: preizkus znanja, dijaki, naloge, decimalna števila

Abstract

This paper deals with the research in which the students of the 1st and 4th year of secondary technical education and the students of the 2nd year of vocational-technical education had to solve the same test-paper. The test-paper was initially prepared for the 6th year primary school pupils and it contained the contents of the unit Rational numbers, calculation operations and their characteristics. Students were not allowed to use a calculator.
The main goal of the research was to evaluate the students' knowledge of the unit Decimals and calculation operations with them, and to find out which group was the best one. The best results were achieved by 1st year students.

It was found out that students were the most successful in solving tasks which examined the comprehension of concepts. They were less successful in solving tasks which examined processes, presentations and understanding; however, they were the least successful in problem solving tasks and tasks which examined their literacy skills.

Key words: testing, students, tasks, decimals

Uvod

V osnovnošolskem priročniku za matematiko – Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi, ki je izšel leta 2013, sem našla pisni preizkus za šesti razred – učni sklop Racionalna števila, računske operacije in njihove lastnosti. Pisni preizkus s točkovnikom je s pomočjo mrežnega diagrama skrbno pripravila Marija Magdič (Magdič, 2013, priloge). Naloge so se mi zdele ustrezne, ker so posamezne cilje preverjale na izbrani taksonomski ravni in so bile primerne težavnosti.
Odločila sem se, da preverim, kakšno je znanje decimalnih števil na Srednji zdravstveni šoli Celje, natančneje v razredih, ki jih učim.

Metoda dela

V preizkus sem vključila 90 dijakov Srednje zdravstvene šole Celje. Enak pisni preizkus znanja o decimalnih številih (glej prilogo 1) z 12 nalogami so pisali v 1. in 4. letniku programa SSI in 2. letniku programa PTI (Tabela 1). Dijaki so preizkus znanja reševali v mesecu januarju in so ga odpisali v eni šolski uri. Število dijakov, ki so reševali enak pisni preizkus, je prikazano v spodnji tabeli.

letnik	število dijakov	% enega dijaka
1. A	30	3,3
4. D	30	3,3
2. PTI	30	3,3

Tabela 1: Število dijakov

Učni cilji iz vsebin decimalnih števil

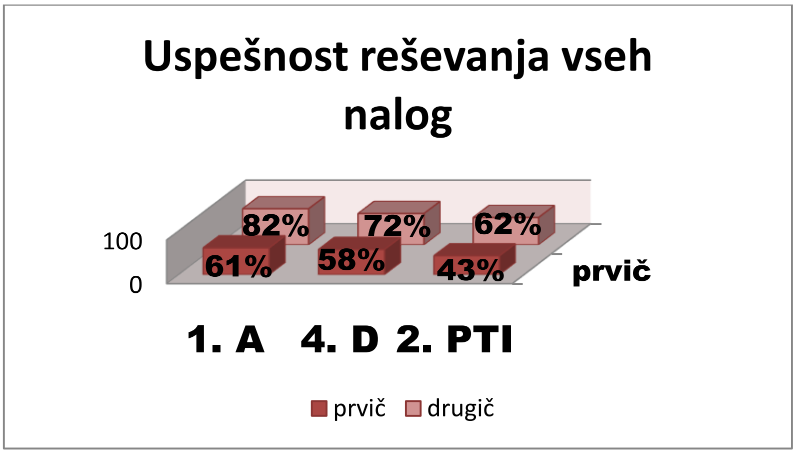
Pisni preizkus v šestem razredu je v matematičnem priročniku sestavila že Marija Magdič iz Osnovne šole Turnišče (Suban, 2013: 356, priloge). Za dijake sem ga sama malo priredila. Iz originalnih nalog sem odvzela eno nalogo, sicer bi težko rešili vse naloge v eni šolski ure.
S preizkusom znanja pa sem preverjala naslednje cilje (Žakelj, 2011):

- usvojitev pojma desetiških ulomkov,
- zapis desetiškega ulomka z decimalno številko in obratno,
- uporaba simbolov desetiških enot in zapis decimalnega števila,
- upodobitev decimalnih števil na številski premici,
- primerjava decimalnih števil po velikosti,
- uporaba različnih bralnih strategij pri reševanju besedilnih problemov,
- seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje decimalnih števil,
- določanje celih približkov decimalnega števila,
- zaokroževanje decimalnih števil na dano število decimalk,
- decimalna števila delijo s potenco števila 10,
- izračun vrednosti izraza, v katerem nastopajo decimalna števila,
- reševanje matematičnih problemov in problemov z življenjsko situacijo.

Naloge so zajemale vse taksonomske stopnje, ki so pokrile izbrane učne cilje, ki sem jih želela preveriti. Kot je bilo razvidno iz mrežnega diagrama Marije Magdič (Magdič, 2013, priloge), sem v okviru taksonomskih stopenj in področja spremljanja preverjala, kako so dijaki vešči v bralni pismenosti, v utemeljevanju (kot del problemskih znanj) in kot del konceptualnih, kako obvladajo predstavitve matematičnih pojmov in postopkov (Magajna, Magdič, 2013).

Potek dela in uspešnost reševanja

Med sabo sem primerjala znanje dijakov. Dijaki so preizkus znanja pisali dvakrat.
V 1. A so prvič pisali preizkus, ko decimalnih števil še nismo ponovili. Preizkuse sem jim samo popravila, analize nismo naredili. Povprečen dosežek je bil 61-odstotni. Po ponovljenem učnem sklopu o decimalnih številih, sem jim ponovno razdelila preizkuse in so imeli priložnost popraviti, kar so imeli narobe. Po ponovnem pregledu preizkusa je bil dosežek 82-odstotni.
V 4. D in v 2. PTI so o decimalnih številih slišali že v preteklih letih srednješolskega izobraževanja. Preizkus znanja za šesti razred so pisali še preden smo začeli s pripravo na poklicno maturo oziroma še preden smo začeli s ponavljanjem decimalnih števil. Preizkuse sem jim popravila, analize nismo naredili. V 4. D je bil dosežek 58-odstotni, v 2. PTI pa 43-odstotni. Po ponovljenem učnem sklopu o decimalnih številih, sem jim ponovno razdelila preizkuse in so imeli priložnost popraviti, kar so imeli narobe. Po ponovnem pregledu preizkusa je bil v 4. D dosežek 72-odstotni, v 2. PTI pa 62-odstotni (Graf 1).



Graf 1: Uspešnost reševanja po letnikih – prvič in drugič

Pregled uspešnosti reševanja preizkusa znanja

Primerjala sem različne dijake z istimi nalogami, zato bom predstavila analizo nalog, in sicer po drugem reševanju.
Iz spodnje tabele 2 je razvidno, da so dijaki skupaj najuspešneje reševali nalogo 5, kjer je bilo potrebno primerjati decimalna števila po velikosti.
Med uspešnejšimi je bila tudi naloga 9, pri kateri je šlo za razumevanje množenja in deljenja decimalnih števil s potenco števila 10. Z računanjem s potenco števila 10 se srečujejo v vseh življenjskih situacijah in je bil rezultat pričakovan.
Prav tako so bili uspešni tudi pri manj zahtevnih nalogah, kjer so morali ponazoriti decimalna števila na številsko premico (naloga 4), in pri nalogi 3, kjer so morali na pozicijskem računalu odčitati in ponazoriti decimalno število.

Pri vseh teh nalogah gre za manj zahtevna znanja oz. za osnovna konceptualna znanja.
Nizek dosežek je bil pri nalogi 7, kjer je šlo za seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje decimalnih števil. Predvsem je bila težava pri deljenju in pri zaokroževanju decimalnih števil na dano število decimalk.
Najslabše so reševali nalogo 8. Razlogi za nižji uspeh so verjetno različni. Namreč naloga 8 je bila vzeti iz življenjske situacije. Iz rezultatov je razvidno, da imajo pomanjkanje izkušenj s kontekstom. Čeprav je tudi naloga 11 vzeta iz življenjske situacije, so to nalogo rešili nekoliko bolje. Očitno jim dana situacija ni bila tuja.
Drugo pa je, da je šlo pri nalogi 8 in 11 za preprost matematični problem, vendar je za učence problem, ki se prevede na deljenje, težji. Težava se pojavi, ko pri deljenju nastopijo decimalke, kar je bilo razvidno že pri nalogi 7. Kot je že v svoji raziskavi ugotovila Marija Magdič, so tudi dijaki nalogo 8 po večini rešili s poskušanjem, čeprav je bilo mišljeno, da nalogo rešijo z deljenjem (Magdič, 2013).
Tudi naloga 12 je vsebovala preprost problem z življenjsko situacijo, ampak ker je šlo za seštevanje decimalnih števil, to verjetno ni bil več problem. Nekaj težav so imeli le z razumevanjem naloge oziroma z zapisom odgovora.

Naloga	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**
uspešnost v %	79	83	86	84	96	75	54	53	89	66	66	80

Tabela 2: Povprečna uspešnost reševanja dijakov po nalogah

Naloge, ki so preverjale razumevanje pojmov, so dijaki reševali najbolje (86%). Manj uspešni (82%) so bili pri nalogah, ki so preverjale postopke, predstavitve in razumevanje, najmanj uspešni (73%) pa so bili pri reševanju problemskih nalog in pri nalogah, ki so preverjale bralno pismenost.

Uspešnost reševanja v srednji in osnovni šoli

Kot zanimivost sem v svojo manjšo raziskavo vključila še učence 6. in 9. razreda Osnovne šole Zreče. V obeh razredih je preizkuse reševalo po 60 učencev. Preizkuse so odpisali, jaz pa sem jih popravila.
V tabeli 3 je tako prikazana uspešnost reševanja pisnega preizkusa po posameznih nalogah dijakov in učencev.

Naloga	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**
letnik	Uspešnost reševanja v %											
1. A	**85**	**86**	**93**	**91**	**100**	**79**	**70**	**61**	**89**	**84**	**89**	**88**
4. D	**64**	**85**	**78**	**86**	**92**	**78**	**52**	**49**	**92**	**67**	**67**	**83**
2. PTI	**86**	**78**	**85**	**75**	**96**	**69**	**40**	**50**	**86**	**48**	**42**	**68**
6. razred	**47**	**53**	**83**	**46**	**83**	**68**	**39**	**25**	**66**	**32**	**6**	**33**
9. razred	**46**	**79**	**89**	**82**	**93**	**79**	**66**	**88**	**74**	**67**	**67**	**74**

Tabela 3: Pregled uspešnosti po nalogah dijakov in učencev

Ker pa populacija v osnovnih šolah (od najšibkejših do najboljših) ni iste strukture kot populacija dijakov, ki se vpiše v programe SSI in PTI, imam premalo podatkov, da bi lahko zapisala morebitne zaključke.

Zaključek

Pri pripravi pisnih preizkusov smo učitelji osredotočeni na primerno težavnost nalog in na vključevanje različnih področij spremljanja – taksonomij, kot je že ugotovila Magdičeva (Magdič, 2013). Priprava tovrstnih preizkusov znanja zagotovo pripomore k izboljšanju poučevanja, saj takoj dobimo povratno informacijo o znanju dijakov oz. učencev. Naučimo se tudi zastavljati naloge, ki so povezane z učnimi cilji, taksonomskimi ravnmi in drugimi parametri, ki jih želimo preverjati (Magajna, 2013).
Rezultati preizkusa so pokazali, da so bili po drugem reševanju med uspešnimi dijaki prvega letnika (82%). Četrti letnik so bili 72% uspešni, dijaki 2. PTI pa 62% uspešni.
Pokazala se je težava z deljenjem pri decimalnih številih, tako pri preprostem matematičnem problemu, kot tudi pri navadni računski operaciji. Naloge, ki so preverjale razumevanje pojmov, so dijaki reševali najbolje.
Potrebno je vedeti, da se v programe SSI in PTI celotna generacija ne vpiše enakomerno glede na uspeh, medtem ko so v osnovnošolsko populacijo zajeti vsi učenci, tako dobri kot slabi. V naslednji raziskavi bi bilo celo smiselno dodati še dijake, ki so se vpisali NPI in v gimnazijski program. Na primer, v gimnazijah je velik delež osnovnošolcev, njihovo znanje pa je veliko boljše od dijakov SSI in PTI.

Viri

1. Magajna, Z. (2013): Preverjanje matematičnega znanja s pisnimi preizkusi. V Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
2. Magajna, Z. (2004): Ugotavljanje matematičnega znanja s pisnimi preizkusi. Matematika v šoli, 11, str. 84–99.
3. Magdič, M. (2013): Sestava pisnega preizkusa v šestem razredu. V Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
4. Suban, M., Kmetič, S. in drugi (2013): Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi, Matematika, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
5. Žakelj, A in drugi (2011): Program osnovna šola. Matematika. Učni načrt. Ljubljana: Ministrstvo RS za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Dostopno na : http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (1. 12. 2011).

Priloga 1

Pisni preizkus znanja o decimalnih številih (prirejen po Magdič, 2013: 356, priloge)

Ime in priimek: ________________________ Razred: ___________

1. naloga **/2t**

Obkroži desetiške ulomke:

$\frac{12}{7}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{25}{30}$, $\frac{4}{1000}$

2. naloga **/4t**

Nekateri ulomki v levem stolpcu imajo enako vrednost kot decimalna števila v desnem stolpcu. Poveži take pare.

$\frac{5}{100}$ 0,5

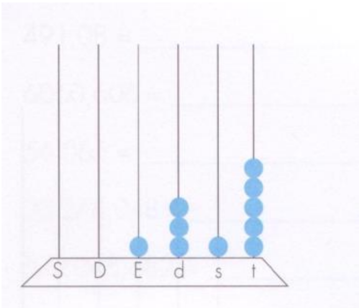
$\frac{5}{1000}$ 0,005

$\frac{50}{10}$ 0,05

$\frac{1}{2}$ 1,2

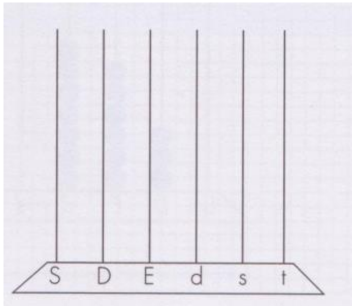
3. naloga **/2t**

a) Prikazano število na pozicijskem računalu zapiši z decimalno številko.



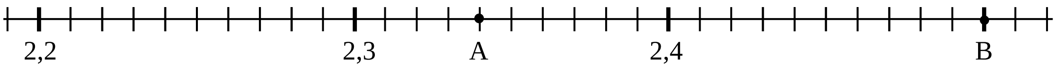
____

b) Število 0,045 prikaži na pozicijskem računalu.

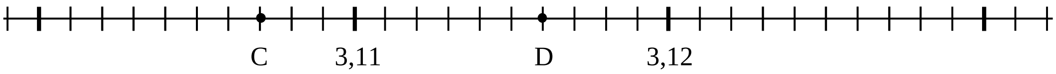


4. naloga **/6t**

a) Zapiši decimalna števila, katerih slike so točke A, B, in D na številski premici.

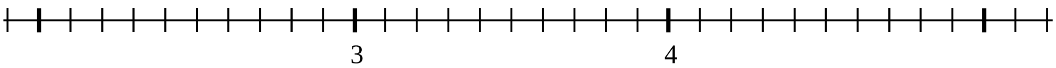


A = __________ B = ____________



C = __________ D = _____________

b) Na številski premici s točko E predstavi število 3,3 in s točko F število 2,85.



5. naloga **/4t**

Obkroži P, če je izjava pravilna, in N, če je napačna.

a) 3,7 > 2,98 P N
b) 0,7 < 0,6 P N
c) 1,25 > 1,245 P N
d) 1/2 = 0,5 P N

6. naloga

/5t

Mama je nakupovala zelenjavo za pripravo kosila. Na blagajni je prejela račun, na katerem je bilo zapisano, katero zelenjavo je kupila, koliko je posamezna zelenjava tehtala in znesek za plačilo.

RAČUN

ARTIKEL	***KOLIČINA***	***ZNESEK***
PARADIŽNIK	1,252 kg	1,50 €
CVETAČA	0,735 kg	0,64 €
SOLATA	0,654 kg	0,75 €
ŠPINAČA	0,29 kg	0,83 €
KORENJE	0,637 kg	1,07 €
ZA PLAČILO		4,79 €

a) Koliko kilogramov cvetače je kupila mama?
b) Za katero zelenjavo je mama pri nakupu plačala najmanj?
c) Mama je nakup plačala z bankovcem za 10 €. Koliko denarja je dobila vrnjenega?
d) Izračunaj ceno za kilogram špinače.
e) Uredi količine kupljene zelenjave. Začni z najlažjo.

7. naloga

/12t

Izračunaj!

a) 13,8 + 39,85 + 134 = ___________
Rezultat zaokroži na cele: ___________

b) 12,5 – 7,52 = ___________
Rezultat zaokroži na desetine: _________

c) 5,07 · 12 = ___________
Rezultat zaokroži na desetine: ___________

č) 0,42 · 0,8 = ___________
Rezultat zaokroži na stotine: _________

d) 15 : 12 = ___________
Rezultat zaokroži na stotine: ___________

e) 1,377 : 0,17 = _____________
Rezultat zaokroži na cele: _________

8. naloga **/3t**

Ali lahko razrežeš 16 metrov dolgo vrv na enake kose z dolžino 1,25 m tako, da ti ne bo ostalo nič vrvi?

Računsko utemelji svoj odgovor.

Računanje:

Odgovor: ____

9. naloga **/3t**

V okvir vstavi tako število, da bo enakost veljala.

$62{,}45 \cdot \boxed{} = 624{,}5$ $\qquad$ $32{,}41 : \boxed{} = 0{,}3241$ $\qquad$ $8{,}9 \cdot \boxed{} = 8900$

10. naloga **/7t**

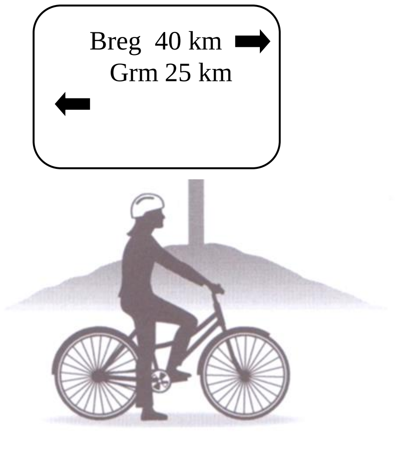
Izračunaj vrednost številskega izraza!

a) $5{,}8 + 2{,}5 \cdot (8{,}6 - 3{,}22 : 14) =$

b) $a - b \cdot c =$ če veš, da je vrednost spremenljivke $a = 5$, vrednost $b = 0{,}8$ in $c = 2{,}3$!

11. Naloga **/3t**

Maja se je odpeljala iz vasi Grm in 2 uri vozila kolo z enako hitrostjo. Prispela je do tega znaka. (prirejeno po TIMSS 2011)



Maja je nadaljevala vožnjo enako hitro do vasi Breg. Koliko časa je potrebovala od znaka do Brega?

Reševanje:

Odgovor: ____

12. naloga

Cenik poštnih storitev temelji na masi posameznih pošiljk (zaokroženih na gram) in je prikazan v spodnji preglednici. (PISA 2006)

/3t

Masa posamezne pošiljke (zaokrožena na gram)	Cena v €
do 20	0,31
od 21 – 50	0,34
od 51 do 100	0,40
od 101 do 250	0,58
od 251 do 500	1,33
od 501 do 1000	2,25
od 1000 do 2000	3,02

Jan želi prijatelju poslati dva predmeta, eden tehta 40 g, drugi pa 220 g.

Glede na poštni cenik presodi, ali se bolj splača poslati oba predmeta kot eno pošiljko ali kot dve različni pošiljki. Svoj odgovor utemelji z izračunom.

Reševanje:

Odgovor: ____

Priloga 2

Točkovnik (prirejen po Magdič, 2013: 356, priloge)

Naloga	Odgovor	Število točk
1.	Obkrožena ulomka $\frac{3}{100}$ *in* $\frac{4}{1000}$ Obkrožen ulomek $\frac{1}{2}$	1 1
2.	Povezana: $\frac{5}{100}$ in 0,05 $\frac{5}{1000}$ in 0,005 $\frac{1}{2}$ in 0,5 Nepovezani preostali par	 1 1 1 1
3.a **3.b**	1,315 Prikaz 0,045	1 1
4.a	A = 2,34 B = 2,5 C = 3,107 D = 3,116	1 1 1 1
4.b	Pravilno označena točka E Pravilno označena točka F	1 1

5.	Pravilni odgovori P, N, P, P, P - vsak pravilni odgovor 1 točka	4
6.a	0,735 kg	1
6.b	Za cvetačo	1
6.c	5,21 €	1
6.d	2,86 € za 1 kg	1
6.e	0,29 < 0,637 < 0,654 < 0,753 < 1,252	1
7.a	Vsota 187,65 Zaokrožitev 188 oz. pravilna zaokrožitev glede na izračunano vsoto.	1 1
7.b	Razlika 4,98 Zaokrožitev 5,0 oz. pravilna zaokrožitev glede na izračunano razliko.	1 1
7.c	Zmnožek 60,84 Zaokrožitev 60,8 oz. pravilna zaokrožitev glede na izračunan zmnožek.	1 1
7.č	Zmnožek 0,336 Zaokrožitev 0,34 oz. pravilna zaokrožitev glede na izračunan zmnožek.	1 1
7.d	Količnik 1,25 Zaokrožitev 1,25 oz. pravilna zaokrožitev glede na izračunan količnik.	1 1
7.e	Količnik 8,1 Zaokrožitev 8 oz. pravilna zaokrožitev glede na izračunan količnik.	1 1
8.	Zapis deljenja 16 : 1,25 Izračun 12,8 Odgovor Ne. Učenec dobi točke tudi, če nalogo reši na drug, matematično korekten način.	1 1 1
9.	Vsako pravilno vpisano število (10, 100, 1000) po 1 točko	3
10.a	Izračunan: Količnik: 3,22 : 14 = 0,23 Razlika: 8,6 – 0,23 = 8,37 Zmnožek: 2,5 · 8,73 = 20,925 Vsota: 26,725 Če učenec narobe izračuna količnik in z napačnim rezultatom nadaljuje pravilno, se mu točka za količnik odšteje, druge točke pa se mu priznajo. Enako točkujemo, če učenec naredi napako pri izračunu razlike ali zmnožka.	 1 1 1 1
10.b	Vstavljene vrednosti spremenljivk v izraz. Izračunan zmnožek: 1,84 Rezultat: 3,16 Če učenec pri izračunu zmnožka naredi napako in z napačnim rezultatom pravilno nadaljuje, se mu točka za zmnožek odšteje, preostale pa se mu priznajo.	1 1 1
11.	Izračunana hitrost oz. pot, ki jo opravi v 1 h 12,5 km. Zapis deljenja: 40 : 12,5 Odgovor: 3,2 h	1 1 1
12.	Iz preglednice odčitana vrednost za 260-gramsko pošiljko 1,33 €. Izračunana cena za dve pošiljki 0,92 €. Odgovor: Bolj se splača poslati dve pošiljki.	1 1 1

Priloga 3

Mrežni diagram (prirejen po Magdič, 2013: 356, priloge)

Naloga	CILJ	Področje spremljanja	Zahtevnost			Minimalni standard (štev. točk)	Število točk
			L	S	T		
1.	Usvojijo pojem desetiških ulomkov	Predstavitev	1	1		2	2
2.	Desetiški ulomek zapišejo z decimalno številko in obratno.	Postopki, razumevanje	2	2		4	4
3.	Uporabljajo simbole desetiških enot in zapišejo decimalno številko.	Predstavitev	2			2	2
4. a	Dano decimalno število upodobijo na številski premici.	Predstavitev, razumevanje	2		2	4	4
4. b	Dano decimalno število upodobijo na številski premici.	Predstavitev, razumevanje	1	1		2	2
5.a,b	Primerjajo po velikosti dve decimalni števili.	Postopki	2			2	2
5. c	Primerjajo po velikosti dve decimalni števili.	Postopki		1		1	1
5. d	Desetiški ulomek zapišejo z decimalno številko in primerjajo dve decimalni števili po velikosti.	Postopki, razumevanje			1	1	1
6. a	Pri reševanju besedilnih problemov uporabljajo različne bralne strategije.	Bralna pismenost	1			1	1
6. b	Primerjajo po velikosti decimalna števila.	Bralna pismenost, postopki	1			1	1
6. c	Odštevajo decimalna števila.	Bralna pismenost, postopki	1			1	1
6. d	Delijo decimalna števila.	Bralna pismenost, postopki	1			1	1
6. e	Primerjajo in urejajo po velikosti decimalna števila.	Bralna pismenost, postopki	1			1	1
7. a,b	Seštevajo in odštevajo decimalna števila.	Postopki	2			2	2
7. a	Določijo celi približek decimalnega števila.	Postopki	1				1
7. b	Decimalno število zaokrožijo na dano število decimalk.	Postopki			1		1
7. c,č	Množijo dve decimalni števili.	Postopki	2			2	2
7. c,č	Decimalno število zaokrožijo na dano število decimalk.	Postopki		2			2
7. d	Delijo dve naravni števili.	Postopki		1		1	1
7. d	Decimalno število zaokrožijo na dano število decimalk.	Postopki	1				1
7. e	Delijo dve decimalni števili.	Postopki		1		1	1
7. e	Določijo celi približek decimalnega števila.	Postopki	1				1
8.	Delijo dve decimalni števili in naredijo preizkus.	Problemska znanja, postopki		2		2	2
	Delijo dve decimalni števili in naredijo preizkus – utemeljevanje.	Razumevanje		1		1	1
9.	Decimalna števila množijo in delijo s potenco števila 10.	Problemska znanja, razumevanje	2	1		3	3
10. a	Izračunajo vrednost izraza, v katerem nastopajo decimalna števila.	Postopki			4		4
10. b	Izračunajo vrednost izraza, ki	Postopki		3			3

Naloga	CILJ	Področje spremljanja	Zahtevnost			Minimalni standard (štev. točk)	Število točk
			L	S	T		
	vsebuje črkovne oznake, za izbrano vrednost spremenljivke.						
11.	Rešijo matematični problem in problem z življenjsko situacijo. (MS)	Bralna pismenost, problemska znanja			3	3	3
12.	Rešijo matematični problem in problem z življenjsko situacijo. (MS)	Bralna pismenost, problemska znanja	3			3	3
		Skupaj					
		Točke:	**27**	**16**	**11**	**40**	**54**
		%	**50**	**30**	**20**	**74**	

OD POVEZOVANJA IN OSMIŠLJANJA PREDMETA DO AKTIVNE VLOGE UČENCEV

From integration and giving sense to the active role of pupils

Aleksandra Vadnjal

aleksandra.vadnjal@gmail.com

OŠ Dekani

Povzetek

V prispevku avtorica predstavlja namen, cilje in izvedbo povezave predmetov matematika, šport in računalništvo v 9. razredu ter namen, cilje in izvedbo povezave med matematiko in gospodinjstvom v 6. razredu. Pri načrtovanju in izvajanju ure se je opirala na cilje prenovljenega učnega načrta za matematiko. V nadaljevanju so predstavljene ugotovitve, mnenja in opažanja, do katerih je pri teh medpredmetnih povezavah prišla avtorica prispevka kot učiteljica matematike.
V 9. razredu se je izvedla medpredmetna povezava v sklopu Obdelava podatkov – Košarka – Excel, v 6. razredu pa so učenci poglabljali znanja iz ulomkov, decimalnih števil in pretvarjanja merskih enot ter jih uporabili pri sklopu Priprava jedi.
Namen teh medpredmetnih povezav je bil spodbuditi učence k aktivnemu soustvarjanju pouka in jim skozi primere vsakdanjega življenja osmisliti in prikazati uporabnost matematike. Pri izvajanju in po končni evalvaciji medpredmetnih povezav je avtorica ugotovila, da so učenci radi aktivno sodelovali pri soustvarjanju pouka, kar je pripomoglo k usvojitvi zastavljenih učnih ciljev ter k kvalitetnejšemu znanju.

Ključne besede: obdelava podatkov, merske enote, ulomki in decimalna števila, matematika – šport – računalništvo, matematika – gospodinjstvo

Abstract

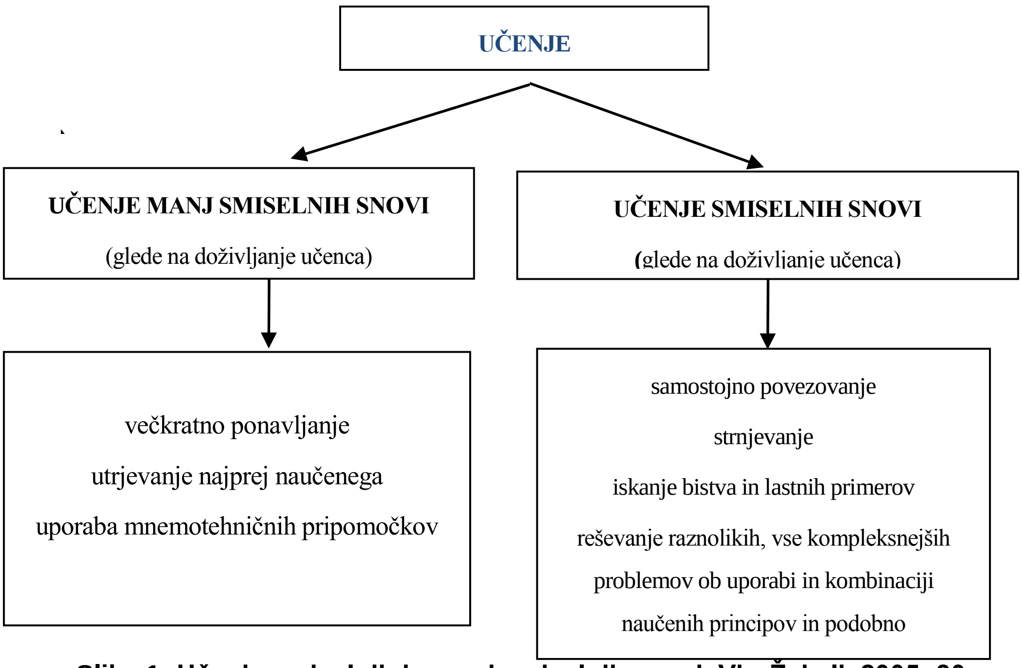
In her article, the author presents the purpose, aims and implementation of integrating Mathematics, Sports and Computer Science in the 9th grade and that of Mathematics and Home Economics in the 6th grade. The planning and implementation were based on the aims of the renewed Mathematics curriculum.

Further on the findings, opinions and observations the author arrived at as a mathematics teacher during these cross-curricular connections are presented.
In the ninth grade the cross curricular integration was implemented within the framework of Computer data processing – Basketball – Excel, whereas in the sixth grade the students enhanced and used their knowledge of fractions, decimals and converting units of measure during Food preparation. .
The purpose of these cross-curricular links was to encourage students to co-create their classes actively and to make sense of and show the usefulness of mathematics through examples taken from everyday life. During the implementation and after the final evaluation of cross-curricular integration the author comes to a conclusion that the students liked active participation in classes co-creation, which helped the acquisition of the pre-set aims and improved the quality of their knowledge.

Key words: Computer data processing, units of measure, fractions, decimals, Mathematics – Sports – Computer Science, Mathematics – Home Economic

Uvod

V današnji družbi postaja matematika na takšen ali drugačen način že del vsakdanjika. V osnovni šoli je eden od temeljnih predmetov, ki pa je velikokrat po mnenju učencev eden izmed najtežjih in manj priljubljenih predmetov. Učencem tako nemalokrat povzroča učne težave in slabo voljo. Nekateri učenci do matematike čutijo odpor, saj se določene pojme in postopke želijo naučiti na pamet, brez razumevanja in v obravnavanih vsebinah ne vidijo smiselne uporabe in povezave z vsakdanjim življenjem. Učitelji matematike se tako vsakodnevno srečujemo z vprašanjem učencev: »Kje bomo pa to v življenju potrebovali?« Zato so še toliko bolj pomembne medpredmetne povezave, pri katerih lahko osmislimo pojme, definicije in postopke, ki se jih naučimo pri pouku samem. Skozi reševanje vsakodnevnih problemov je učencem potrebno prikazati uporabo matematičnega znanja. »Sodobna kognitivna psihologija opozarja, da se mehanizmi učenja pri zapomnjenju manj smiselnih snovi drugačni kot pri učenju smiselnih snovi, ki bodo vodila do uporabe znanj.« (Žakelj, 2005: 79)



Slika 1: Učenje smiselnih in manj smiselnih snovi, Vir: Žakelj, 2005: 80

Če bo učenec začutil smiselnost vsebin, ki se jih uči, bo znanje lažje ponotranjil (Žakelj, 2003). Žakelj (2003) še meni, da če učenci na konkretnih primerih (naloge oziroma problemi, ki izhajajo iz življenjskih izkušenj) uvidijo, da so definicije oziroma trditve, ki se jih učijo pri pouku, uporabne tudi v vsakdanjem življenju, tudi formalno matematično znanje dobi smisel (prav tam). »Formule, pravila, zakonitosti, postanejo za njih bolj "naravne", ker imajo svojo aplikacijo v naravi (Žakelj, 2005: 79).«
Že Piaget (Labinowicz, 1989) je v svoji teoriji kot enega izmed dejavnikov intelektualnega razvoja izpostavil fizično izkušnjo. Trdil je, da se otrokovo razumevanje tem bolj razvija, čim večje je število njegovih izkušenj s predmeti iz njegovega okolja. Te fizične izkušnje pa obenem otroku omogočajo tudi izkušnjo napačne presoje, ki ga pripelje do notranjega konflikta in posredno do reorganizacije mišljenja. Kot rezultat miselnih procesov pri pridobivanju določenega znanja in povezovanju znanega z neznanim je isti avtor (Krapše, 2003) izpostavil oblikovanje pojmovnih mrež. Menil je še, da imajo otroci, ki bodo izpostavljeni bolj kompleksnim miselnim procesom, večjo možnost, da se pri razvoju pojmovnih struktur bolj približajo znanstvenim predstavam, obenem pa je poudarjal tudi otrokovo socialno interakcijo s sovrstniki, učitelji, starši, … in psihološko varnost. Verbalne interakcije z učiteljem ali sovrstniki dajejo otroku še dodatne izkušnje in pospešijo njegovo kognitivno rast. Učitelj učencem omogoča pogovore o predpostavkah in ugotovitvah, vendar pa mora ob tem zagotoviti vzdušje, ki bo otrokom nudilo dovolj varnosti, da bodo lahko tvegali in izražali svoje mnenje.
Tudi Krapše (2003) meni, da bo učenec, ki ima pri pouku možnost razkrivati in evalvirati svoje pojmovne mreže, lažje znanje poglabljal in ne bo ostal samo pri intuitivnih predstavah ali pa celo utrjeval napačne predstave.
Tako je naloga učiteljev, da učence na različne načine spodbujamo k oblikovanju pojmovnih mrež in povezovanju znanja. To pa lahko naredimo tudi s povezovanjem med predmeti in zbiranjem primerov iz vsakdanjega življenja, ter tako učencem približamo obravnavane pojme. Na ta način pa obenem tudi spodbujamo razvoj matematične kompetence, ki jo avtorji Učnega načrta za matematiko, opredelijo kot »sposobnost uporabe matematičnega načina razmišljanja za reševanje različnih matematičnih problemov in problemov iz vsakdanjega življenja« (Žakelj at all, 2011: 5).
Ta kompetenca je pomembna, saj vključuje matematično mišljenje (logično mišljenje in prostorsko predstavo), razvija matematično pismenost, poudarja pomen matematike v vsakdanjem življenju, vključuje temeljno poznavanje števil, merskih enot in struktur, odnosov in povezav, osnovnih postopkov, matematičnih simbolov in predstavitev v matematičnem jeziku, razumevanje matematičnih pojmov in zavedanje vprašanj, na katera lahko matematika ponudi odgovor (Žakelj at all, 2011).
Med drugim pa avtorji Učnega načrta za matematiko (2011) učitelje spodbujajo tudi k razvijanju naravoslovno-matematične kompetence, ki pomaga pri razvoju kompleksnega mišljenja, saj naj bi z iskanjem, obdelavo in vrednotenjem podatkov iz različnih virov učenci razvijali zmožnost presoje, kdaj je informacija potrebna; načrtno spoznavali načine iskanja, obdelave in vrednotenja podatkov; načrtno opazovali, zapisovali in uporabljali opažanja/ meritve kot vir podatkov; razvijali razumevanje in uporabo simbolnih/grafičnih zapisov; uporabljali IKT za zbiranje, shranjevanje, iskanje in predstavljanje informacij (Žakelj at all, 2011: 6).

Načrtovanje in izpeljava medpredmetne povezave v 9. in 6. razredu devetletne osnovne šole

Tudi sama kot učiteljica matematike učence spodbujam k povezovanju novih informacij z že obstoječim znanjem. Obenem pa učence vključujem v pouk in želim, da sami sodelujejo in oblikujejo pouk ter tako ostanejo aktivni in ne samo pasivni poslušalci novih informacij. V nadaljevanju predstavljam dva preizkušena primera povezovanja znanja in aktivno vlogo učencev pri pouku.
Prvi primer povezuje šport, matematiko in računalništvo. V omenjeno medpredmetno povezavo so bili vključeni učenci 9. razreda. Na seminarju *Seminar ŠVZ – Ponazoritev kot motiv in utemeljitev* sem spoznala napravo pedometer, za katero Polenšek (2012) kot športna pedagoginja ugotavlja, da je dobro motivacijsko orodje, primerno za vse generacije, s katerim lahko človek tekmuje sam s seboj. Pedometer opiše kot majhno, cenovno dostopno napravo, ki na podlagi vgrajenega senzorja gibanja omogoča štetje korakov, nadgrajeni modeli pa uporabniku nudijo tudi druge informacije kot npr. podatek o porabljeni energiji ali prehojeni razdalji, lahko pa ga uporabijo tudi kot štoparico.
Priložnost za uporabo novega znanja v praksi sem videla pri obravnavi sklopa Obdelava podatkov v 9. razredu. Na šolo sem tako prinesla dva pedometra in za pomoč poprosila učitelja športa. Skupaj sva nato načrtovala in izpeljala uro. Tako so učenci pri uri športa opravili ogrevanje s tekalno igro, specialnim košarkarskim ogrevanjem in gimnastičnimi vajami. V glavnem delu ure so igrali košarko in si na vsaki dve minuti zamenjali pedometer. Po končani igri so na podlagi dobljenega števila korakov primerjali napor ter ga ovrednotili z dejanskim rezultatom tekme. Pri naslednji uri matematike smo iz dobljenih podatkov računali povprečno dolžino koraka, povprečno število korakov znotraj skupine in glede na cel razred. Omenjene podatke smo kasneje uporabili še za izračun ostalih srednjih vrednosti ter za določitev in grafično ponazoritev »medčetrtinskega« (interkvartilnega) razmika. Obenem pa smo ponovili tudi diagrame. Po utrjeni snovi sem učence odpeljala v računalniško učilnico, kjer sem nekatere učence (ostali pa so program že poznali, saj so obiskovali izbirni predmet računalništvo) seznanila z računalniškim programom Excel. Učenci so nato dobljene rezultate v zvezku primerjali z vrednostmi in diagrami, dobljenimi v računalniškem programu Excel.
Poglavje Obdelava podatkov smo dokončali z raziskovalno nalogo. Pri tem sem učence z navodili usmerila k smiselnemu zastavljanju vprašanj ali iskanju smiselnih podatkov na internetu ter časopisu (kritična presoja do objavljenih informacij), samostojnemu zbiranju podatkov, obdelavi in interpretaciji podatkov, postavljanju zaključkov ter predstavitvi in utemeljitvi dobljenih podatkov. Velik pomen pa sem namenila tudi navajanju virov.
Ta način usvajanja novih informacij se mi zdi zelo uspešen. Pri učencih je bilo tudi čutiti pozitiven odnos, predvsem jim je bilo zanimivo, saj so najprej aktivno sodelovali pri zbiranju podatkov, nato pa so te konkretne podatke lahko primerjali, jih urejali in z njimi računali. Pri utrjevanju smo kasneje računali tudi z drugimi podatki. V primeru težav so učenci skušali znanje povezati s tem konkretnim primerom in iskali rešitev. Kasneje pa so še vse pridobljeno znanje uspešno uporabili pri samostojni izdelavi naloge.
Drugi primer povezovanja znanja se navezuje na povezavo matematike in gospodinjstva. Z učiteljico gospodinjstva sodelujeva pri tej medpredmetni povezavi že tretje leto in vsako leto popravljava »napake« iz prejšnjih let.
V 6. razredu je v sklopu Decimalna števila eden izmed ciljev tudi, da učenci

pretvarjajo decimalna merska števila za dolžino, maso in tekočino. V sklopu Obseg in ploščina pa spoznajo še pretvarjanje merskih enot za ploščino. Vseskozi pa je tudi pomembno povezovanje znanja z znanimi življenjskimi primeri in reševanje matematičnih problemov. Učenci imajo pri pretvorbah in povezovanju znanja kar precej učnih težav. Prav zato, da učenci lahko sami izkusijo, kaj se zgodi pri napačnem razumevanju ali pretvarjanju merskih enot, sva z učiteljico gospodinjstva zasnovali to medpredmetno povezavo, ki je bila izvedena po že obravnavani snovi v razredu.
Učence sva tako razdelili v štiri skupine. Cilj vsake skupine je bila priprava ene jedi. Da bi dosegli zastavljeni cilj, so učenci morali rešiti tudi nekaj matematičnih nalog.

Primer: Vaša skupina pripravlja čokoladni biskvit. V nadaljevanju imate napisane sestavine in navodila za potek dela. Še prej pa rešite naslednje naloge:

- Natančno poglej sestavine. Premisli, ali se med sestavinami skriva napaka. Če jo odkriješ, jo ustrezno popravi.
- Vse sestavine (zapisane z enoto za maso) spremeni v manjšo enoto.
- Čas peke zapiši z decimalnim številom.
- Izmeri pekač, v katerem boš pekel pecivo. Izračunaj ploščino njegove osnovne ploskve (pravokotnika).
- Pecivo bomo razrezali na koščke velikosti 4 x 3 cm. Izračunajte približno število koščkov peciva, ki ga dobimo iz danih sestavin.

ČOKOLADNI BISKVIT

Sestavine:
4 jajca
160 dag moke
16 dag sladkorja
10 dag kakava
16 dag margarine
1 pecilni prašek

Potek dela:
Vse sestavine stehtamo, damo jih v večjo skledo in zmešamo z električnim mešalnikom. Pekač namažemo z oljem, potresemo z moko in vanj vlijemo testo. Pečemo približno $\frac{3}{4}$ ure pri temperaturi 180 °C do 200 °C.

- Pripravi posodo, pripomočke, aparate in pribor, ki ga potrebuješ za pripravo jedi. Napiši vse pripomočke, ki jih uporabiš pri pripravi biskvita.
- Pripravi ustrezno količino živil.
- Upoštevaj navodila za pripravo jedi, ki so napisana na receptu.

Pri sestavljanju nalog sva sledili tudi cilju, da preveriva kakšne so učenčeve predstave o danih merskih enotah, saj so učenci najprej ocenili količino moke ali sladkorja v vrečki in nato to preverili s tehtanjem. Njihovo predstavo o količinah sva preverjali tudi z velikostjo posod. Učenci so morali sami oceniti velikost posode, ki jo potrebujejo za pripravo dane jedi. Vmes pa so učenci uporabljali tudi nestandardne enote (npr. ščep, žlica, pest, žlička, skodelica …) in se srečali tudi s pojmom, ki ga pogosto uporabimo v vsakdanjem življenju, to je tara.
Učenci so tako v petih šolskih urah računali in pretvarjali merske enote, ulomke in decimalna števila, ena skupina pa je tudi računala ploščino pravokotnika. Predvsem pa so tehtali in merili tekočino ter si tako na konkretnih primerih lahko ogledali, držali v rokah ali predstavljali, koliko je npr. 250 g moke. Nagrada za ves vloženi trud pa so bile palačinke s čokolado, sadna solata s smetano, čokoladni biskvit in, da ni vse tako nezdravo, tudi zdrava zelenjavna juha.

Vsako leto z učiteljico dodava nove naloge, saj nas vsaka izvedba prepriča, da lahko to narediva še bolje. Potrebno je res kar nekaj načrtovanja in usklajevanja. Tudi teh pet ur je za naju obe zelo delavnih, saj učenci niso povsem samostojni, ampak stalno potrebujejo dodatna navodila in usmerjanje ali potrditev, da so pravilno pretvorili ali odmerili dano količino. Z učiteljico prevzameva vlogo usmerjevalca učnega procesa in dela učencev, saj učence spodbujava k raziskovanju, razvijanju kritičnega in ustvarjalnega mišljenja. Takšno delo učencem tudi omogoča dovolj časa za premislek in ustvarjanje lastnih zaključkov. Obenem pa je ustvarjena tudi dobra klima v razredu, ki jim dopušča, da si upajo poskusiti nove stvari in preveriti svoje ugotovitve. V primeru težav jih s primernimi vprašanji spodbudiva k nadaljevanju dela, hkrati pa jim ves čas nudiva tudi povratne informacije. Ob tem pa doseževa tudi cilj, da učencem s konkretnimi primeri iz vsakdanjega življenja osmisliva snov in tako spoznajo, da je to, kar se učijo v šoli, pomembno v vsakdanjem življenju.
Učenci so bili za delo izredno motivirani, saj so bili postavljeni pred resničen problem, ki je bil za njih smiseln, predvsem pa so imeli zastavljeni cilj (priprava določene jedi). Delo je potekalo v sproščenem vzdušju, zato so jim bile ure še bolj všeč, in sami so izrazili željo, da bi večkrat izvedli pouk na takšen način. Pri kasnejših urah matematike se je tudi pokazalo, da so učenci usvojili zastavljene cilje ur, saj so bolje in hitreje pretvarjali enote, kritično vrednotili in utemeljevali dobljene rezultate ter samostojno iskali primere iz vsakdanjega življenja.

Zaključek

Oba primera se razlikujeta od klasičnega pouka, pri katerem učenci pridobivajo nove informacije, ki jih nato z večkratnim utrjevanjem tudi usvojijo. Učitelji se s premišljenimi pristopi učenja in poučevanja trudimo povezovati nova znanja z že usvojenim, vendar so uspehi pri posameznih učencih različni. Nekaterim učencem to odlično uspe, drugim nekoliko manj, tretji se zgolj naučijo nove informacije na pamet. V teh medpedmetnih povezavah so učenci aktivno sodelovali pri ustvarjanju pouka, zato so bili za delo tudi veliko bolj motivirani. Iskali so povezave med dobljenimi podatki, jih osvetljevali z različnih zornih kotov in jih povezovali z realnimi problemi. Pomembno je tudi, da so učenci 9. razreda razvijali kritično presojo in v množici podatkov, ki se danes nahajajo na internetu ali v medijih, znali smiselno izbrati prave. Prav tako je pomembno, da se zavedajo navajanja virov dobljenih podatkov in s tem še dodatno krepijo informacijsko pismenost.

Učencem 6. razreda je bila s to medpredmetno povezavo omogočena veččutna in tudi nenavadna izkušnja pridobivanja in utrjevanja znanja, zato so si tudi znanje, pridobljeno v teh urah, bolje zapomnili. Ginnis (2004) je namreč kot eno izmed smernic za doseganje boljših rezultatov učenja predlagal, da učitelj učencem omogoči pridobivanje izkušenj, ki so veččutne, dramatične, nenavadne ali čustveno intenzivne, saj si te izkušnje zapomnimo dlje kot vsakdanje rutinske izkušnje.
Če povzamem, menim, da so učenci v obeh primerih pridobili znanje, ki bo trajnejše in bolj povezano z ostalimi že znanimi informacijami. Zato za prihodnja leta razmišljam, da bi k medpredmetni povezavi Obdelava podatkov – 9. razreda povabila še učiteljico geografije, kjer bi npr. s pomočjo spletne strani Statističnega urada Slovenije zbirali in urejali podatke, ki so povezani z geografijo, in še učiteljico slovenščine, ki bi učencem še dodatno pomagala pri izdelavi in predstavitvi raziskovalne naloge. Kot dodatna ideja pa se mi poraja dan dejavnosti, kjer bi lahko povezali med seboj predmete, kot so kemija, fizika, geografija in šport, in bi pri njih zbrali podatke, nato bi pri matematiki z njimi računali, pri slovenščini pa uredili zapise

teh meritev ter jih predstavili s plakati ali v obliki seminarskih nalog. Menim, da bi na ta način znanje še bolj osmislili in povezali.

Viri

1. Bernarz, N., Kieran, C. in Lee, L. (1996): Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching. Kluwer Academic Publishers: Dortdrecht, Boston, London.
2. Ginnis, P. (2004): Učitelj – sam svoj mojster. Kako vsakega učenca pripreljemo do uspeha. Ljubljana: Rokus.
3. Krapše, T. (2003): Interdisciplinarni in/ali/oz. medpredmetni pouk. V: Vzgoja in izobraževanje: revija za teoretična in praktična vprašanja vzgojno izobraževalnega dela, letn. 34, št. 1, str. 32 – 36.
4. Labinowich, Ed. (1990): Izvirni Piaget: mišljenje-učenje-poučevanje. Ljubljana: DZS.
5. Polenšek, J. (2012): Pedometer pri pouku športne vzgoje. V: Mednarodna multikonferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT – SIRikt 2012 (zbornik vseh prispevkov). Ljubljana: Miška, d. o. o.
6. Žakelj, A. (2003). Kako poučevati matematiko: teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava, (K novi kulturi pouka). 1. natis. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
7. Žakelj, A. (2005): Didaktični vidiki reševanja problemov. V: Rupnik Vec, T. (ur.), Spodbujanje aktivne vloge učenca v razredu: zbornik prispevkov (str. 79 -88). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
8. Žakelj, A., Prinčič Röhler, A., Perat, Z., Lipovec, A., Vršič, V., Repovž, B., Senekovič, J., in Bregar Umek, Z. (2011): Učni načrt. Matematika: osnovna šola (1313 ur). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo.
9. Žakelj, A. (2013). Pristopi učiteljev pri oblikah pomoči učencem z učnimi težavami pri matematiki = Teaching strategies for helping students with difficulties in learning mathematics. *Revija za elementarno izobraževanje*, april 2013, letn. 6, št. 1, str. 5-25.

KLIMOGRAMI V 7. RAZREDU

Klimogram in the 7th class

Barbka Mahnič

barbka.mahnic@guest.arnes.si

OŠ Antona Šibelja-Stjenka, Komen

Povzetek

Učenci v 7. razredu so na tehniškem dnevu najprej poiskali podatke za izdelavo klimogramov za različne kraje po svetu. Klimograme so nato izdelali z uporabo programa za računalniške preglednice. Kasneje so jih še interpretirali. S tem smo izvedli medpredmetno povezavo matematike, geografije in uporabe IKT.
Delo je bilo učencem zanimivo, dobili so nova znanja in spoznali, da je matematika skrita na več področjih.

Ključne besede: Medpredmetna povezava, klimogram, matematika, geografija

Abstract

At the technical day students of 7th grade found instructions how to make climographs for different places around the world. Then they made climographs using the programme for making computer tables. Later they also interpreted the climographs. In this way we carried out a cross-curricular activity connecting Mathematics, Geography and ICT.
The students found the activity interesting, they got new skills and learnt that mathematics is hidden in several areas.

Keywords: cross-culicular connections, climograph, mathematics, geography

Uvod

Učenci pri pouku matematike v osnovni šoli od leta 1998 obravnavajo bolj podrobno tudi obdelavo podatkov. V sklopu te vsebine se učenci srečajo z empiričnimi podatki, s slučajnimi pojavi in z verjetnostjo (naj bi bilo le na izkustveni ravni). Teorija verjetnosti obravnava slučajne dogodke. Elementarna teorija verjetnosti je zelo povezana s kombinatoriko. Pomembna povezava med družboslovnimi predmeti in matematiko je obdelava podatkov.
Prav tako pa naj bi učenci uporabljali različna sredstva za pridobivanje novih znanj. Med drugim naj bi pouk matematike učence usposobil za uporabo tehnologije predvsem pri srečevanju z matematičnimi problemi. Hkrati pa se učenci usposabljajo tudi za uporabo tehnologije v vsakdanjem življenju, saj se to znanje pričakuje pri nadaljnjem študiju, na skoraj vseh delovnih mestih in je tudi sestavni del vsakdanjega življenja.
Tako učenci v 7. razredu obravnavajo zbiranje, obdelavo in interpretiranje podatkov. Spoznali naj bi tudi delo z računalniškim orodjem za računalniške preglednice. Tako naj bi izdelali prikaz z računalniško preglednico, kritično razmišljali o orodjih za

prikazovanje podatkov in razvijali kritični odnos do interpretacije rezultatov. Zaradi avtomatizacije nam postopki urejanja, razvrščanja, računanja in prikazovanja omogočajo obdelavo večjega števila podatkov. Zato se lahko osredotočimo na interpretacije in razlago pojavov, ki jih podatki opisujejo. Program za računalniške preglednice (Excel) spoznajo v 6. razredu (navadno le nekaj ur). Takrat jih naučim osnovne uporabe programa (vpis podatkov, matematična obdelava podatkov (vsote, zmnožki, delo s konstantami), izdelava tabele, izdelava grafikonov, oblikovanje grafikonov, pogovorimo se o smiselnosti uporabe posameznih vrst grafikonov…).
Tudi pri geografiji učenci uporabljajo podatke (ob klimogramih razložijo značilnosti podnebja ter sklepajo o rastlinstvu, živalstvu in načinu življenja).
Da bi bilo učencem znanje čim bolj uporabno in smiselno, sva z učiteljico geografije izvedli tehniški dan, v okviru katerega so učenci izdelali in nato interpretirali dobljene prikaze – klimograme. Izdelali so klimograme za različne kraje po svetu.

Izdelava in interpretacija klimograma

Na šoli ugotavljamo, da učenci niso popolnoma vešči dela z računalnikom. Doma uporabljajo računalnike predvsem za obiske spletnih strani (filmov, poslušanje glasbe...), skoraj vsi so prijavljeni na Facebook, tako da znajo tudi kopirati datoteke, spraviti fotografije s fotoaparata ali telefona na računalnik in na splet, česa drugega pa se skoraj ne lotijo. V višjih razredih morajo pri različnih predmetih izdelati tudi določene predstavitve, s tem pa se za večino znanje konča. Žal tudi izbirnih predmetov računalništva ne obiskujejo. Seveda uporabljajo informacijsko komunikacijsko tehnologijo pri nekaterih predmetih, vendar je uporaba omejena predvsem na izdelavo predstavitev (uporaba PowerPointa) ali ogled kakšnega filma.
Tako kot učiteljica matematike z učenci uporabljam informacijsko komunikacijsko tehnologijo pri matematiki v 6. razredu (GeoGebra, Excel, e-učbenik, razne spletne strani…), to pa nadgrajujemo potem v 7., 8. in 9. razredu. Da bi malo popestrila uporabo in jo bolj osmislila, pa tudi, da bi učenci spoznali in pridobili nova znanja (ki jih sicer neposredno v učnem načrtu ni), sem se s sodelavko, ki poučuje geografijo, pogovarjala o uporabi računalniških preglednic kot medpredmetni povezavi. Odločili sva se za izvedbo tehniškega dne, na katerem so učenci izdelali in interpretirali klimograme. Klimogrami so grafični prikazi, ki prikazujejo letno razporeditev padavin in temperatur nekega kraja.
Že v začetku leta sva se dogovorili, da bova tehniški dan izvedli ob koncu šolskega leta v 7. razredu, saj bo znanje učencev ob koncu leta boljše in širše tako pri matematiki kot pri geografiji kot ob začetku leta. Odločili sva se za sedmi razred, ker je v njem veliko sposobnejših učencev, ki naj bi klimogram tudi pravilno interpretirali (tudi zaradi dobrega znanja geografije).
Tako sva junija izvedli tehniški dan. Ker je bilo učencev samo štiriindvajset, so delali v parih. Naloge so izvajali v računalniški učilnici. Tehniški dan je trajal pet šolskih ur.
Za uvod (prvo uro) sem z učenci ponovila, kako v program Excel vpišemo podatke v tabelo, kako tabelo izdelamo in obrobimo ter jo prenesemo v program za obdelavo besedil. Nato smo se pogovorili, kako izdelamo graf in tudi, kakšni grafi so primerni za določeno vrsto podatkov. Z učenci smo se dogovorili, kaj naj bi predstavljal naš graf. Skupaj smo naredili tabelo, jo kopirali, naredili graf – to sem izvajala frontalno.
Drugo uro so učenci z učiteljico geografije ponovili, kaj je klimogram, kateri podatki so v klimogramu predstavljeni, katere vrste podnebij poznajo ... Učiteljica jim je pokazala nekaj klimogramov, sami pa so morali grafe interpretirati in ugotoviti, kateremu tipu podnebja pripada določen klimogram.

Tretjo in del četrte ure so učenci izdelovali klimograme. Najprej je vsak par učencev izvedel za ime kraja, ki ga je že vnaprej izbrala učiteljica geografije. Kraje je izbirala tako, da bi dobili vsaj približno značilne klimograme za določena področja (mrzli toplotni pas, vroči toplotni pas). Vsi učenci so nato dobili nalogo, da na spletu poiščejo podatke o povprečnih mesečnih temperaturah in povprečni količini padavin v posameznih mesecih v teh krajih.
»Učenci lahko uporabijo splet za iskanje raznih podatkov in informacij pri pripravi projektov, zbiranju podatkov in podobno. « (Učni načrt matematika, 2011). Pustili sva jim deset minut, da so podatke najprej sami iskali. Ker pa vsi niso dobili vseh podatkov, sva jim nato svetovali ogled strani http://www.weatherbase.com/, kjer so lahko poiskali vse podatke.

Primer podatkov za Edinburgh

MONTHLY - WEATHER AVERAGES SUMMARY [Show All Data] [°F] °C

Average Temperature — Years on Record: 30

	ANNUAL	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
C	9.1	3.9	4.2	5.8	7.9	10.6	13.2	15.1	15	12.9	9.6	6.4	3.9

Average High Temperature — Years on Record: 30

	ANNUAL	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
C	12.5	6.6	7	9	11.6	14.6	17.2	19.2	19.1	16.6	12.9	9.2	6.6

Average Low Temperature — Years on Record: 30

	ANNUAL	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
C	5.6	1.1	1.3	2.6	4.1	6.5	9.1	10.9	10.8	9.2	6.2	3.6	1.1

Average Precipitation — Years on Record: 40

	ANNUAL	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
mm	660	50	40	40	30	50	50	60	60	60	60	60	60

Average Number of Days With Precipitation — Years on Record: 21

	ANNUAL	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
Days	292	28	23	26	23	25	24	22	25	23	24	25	24

Highest Recorded Temperature — Years on Record: 21

	ANNUAL	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
C	31	13	13	16	22	27	28	27	31	23	22	16	14

Lowest Recorded Temperature — Years on Record: 21

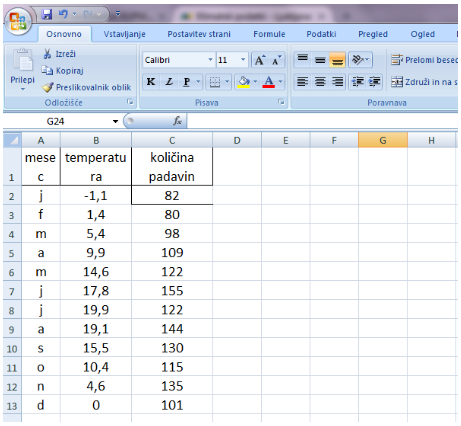
	ANNUAL	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
C	-17	-17	-17	-8	-4	-2	---	---	2	-1	-5	-10	-15

Average Length of Day — Years on Record: 30

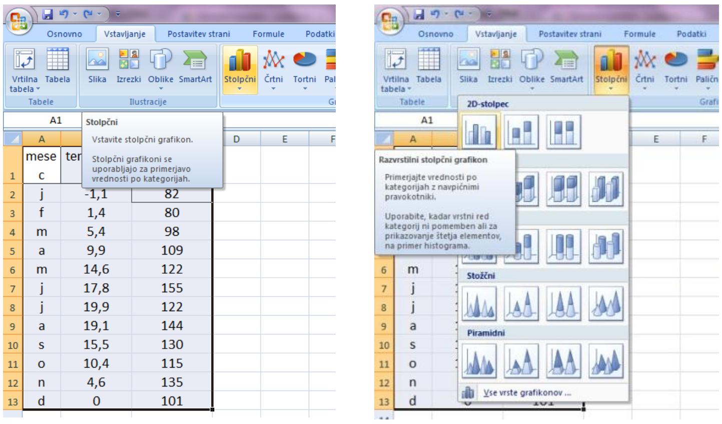
	ANNUAL	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
Hours	13.1	8.5	10.3	12.5	15	17.2	18.5	17.8	15.7	13.3	11	8.9	7.9

Average Number of Days Below 32F/0C — Years on Record: 21

Nato so morali te podatke zapisati v preglednico, nakar sem jim povedala in pokazala, kako se izdela klimogram. Klimogram je namreč sestavljen iz dveh diagramov – stolpčnega prikaza in linijskega diagrama.

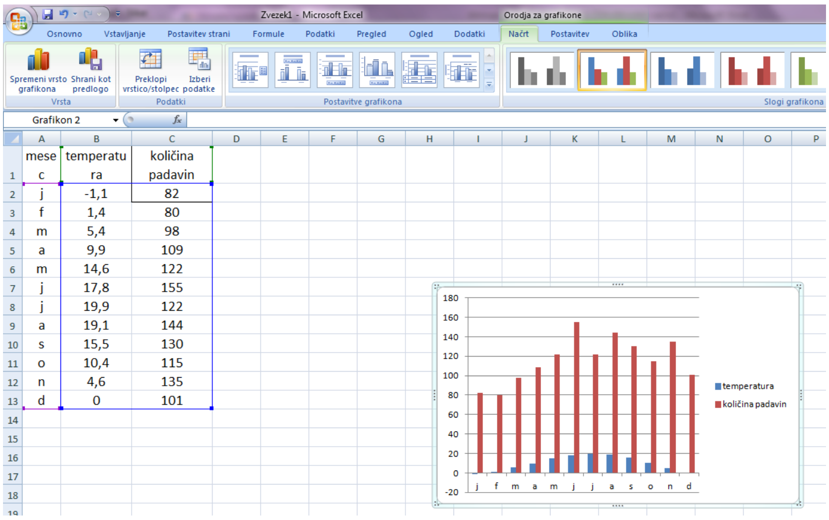


Slika 1: Vnos podatkov v tabelo Excel



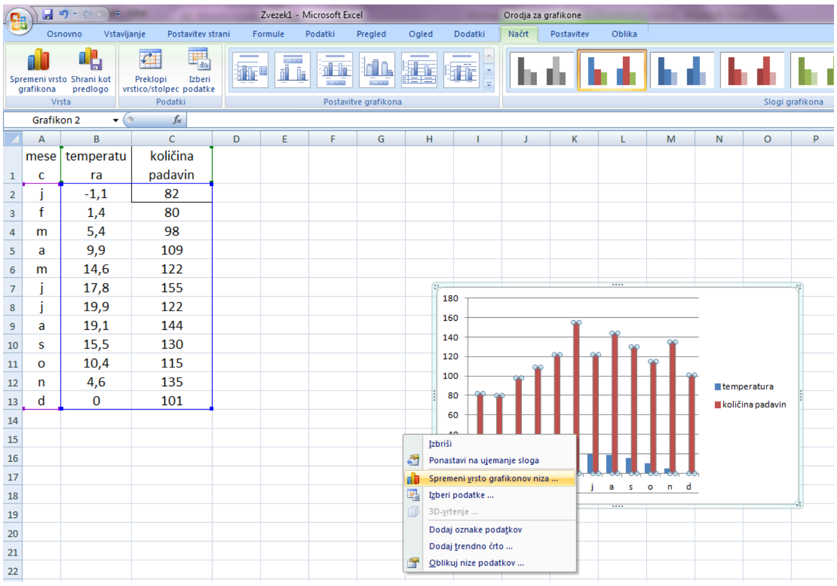
Sliki 2 in 3: Izdelava stolpčnega prikaza

S stolpčnim prikazom prikazujemo števislke podatke, ki pripadajo neki kategoriji. V primeru klimograma s stolpčnim prikazom prikažemo količino padavin, ki padejo v določenem času - v določenem mesecu leta. Učenci so tako v program za obdelavo podatkov (Excel) vnesli podatke za padavine v določenih mesecih in podatke o povprečnih temperaturah po mesecih. Iz teh podatkov so pripravili stolpčni prikaz.

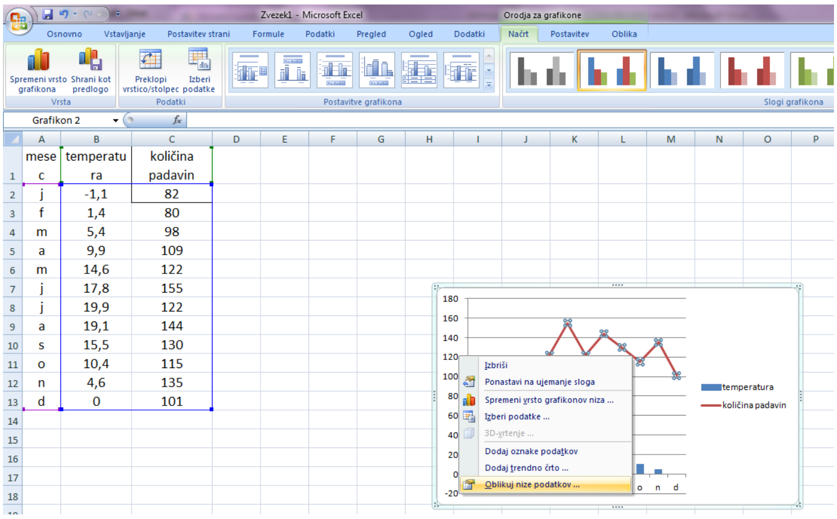


Slika 4: Stolpčni prikaz za temperaturo in količino padavin

Z linijskih diagramom je v klimogramu prikazana povprečna temperatura v določenem mesecu. Učenci so že znali izdelati diagram, kjer sta povezani dve količini, ne pa takega, kjer so povezane tri. Prikazala sem jim izdelavo za podatke za Ljubljano. Najprej so sledili temu prikazu, nato pa sem jim pripravila predstavitev, ki se je samostojno vrtela. Na njej so imeli predstavljen prikaz izdelave klimograma. Na ta način so si lahko tudi sami pomagali pri izdelavi njihovega klimograma. Če pa so učenci vseeno še imeli težave, sva jim s sodelavko priskočili na pomoč.
Tako so najprej za podatke, ki so jih dobili na spletu, izdelali stolpčni prikaz.
S tem so za posamezni mesec dobili predstavljeno tako povprečno količino padavin kot tudi povprečno temperaturo. Ker pa so morali temperaturo predstaviti z linearnim prikazom, so morali za te podatke spremeniti vrsto diagrama. Zato so kliknili na enega izmed stolpcev, kjer je bila prikazana temperatura, in spremenili vrsto diagrama za te podatke v linijski prikaz.

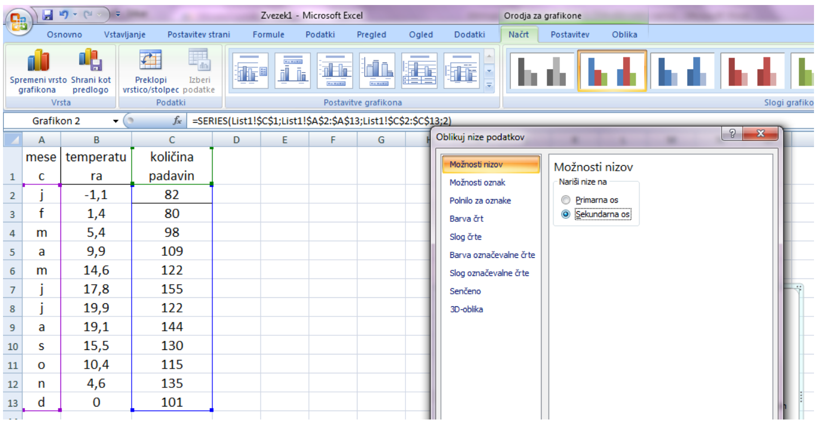


Slika 5: Spreminjanje vrste grafa



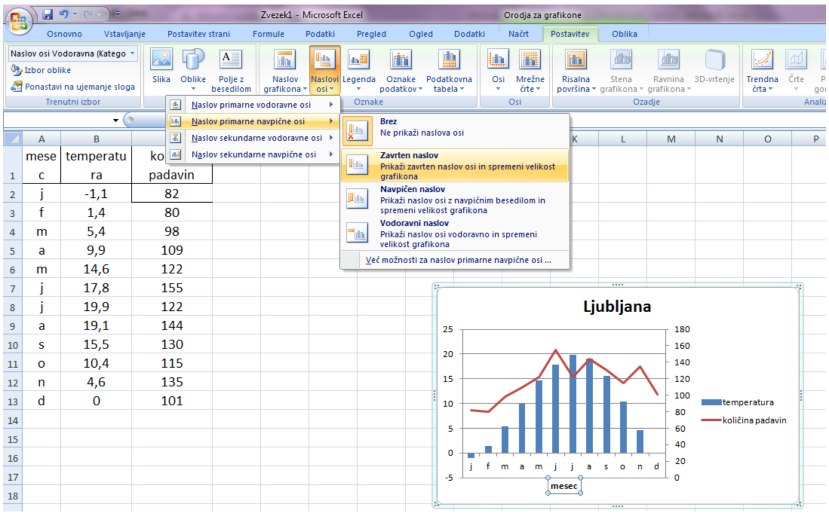
Slika 6: Oblikovanje niza podatkov

To so potem še spremenili s preoblikovanjem niza podatkov tako, da so to označili kot sekundarno os. S tem je bila izdelava klimograma zaključena.



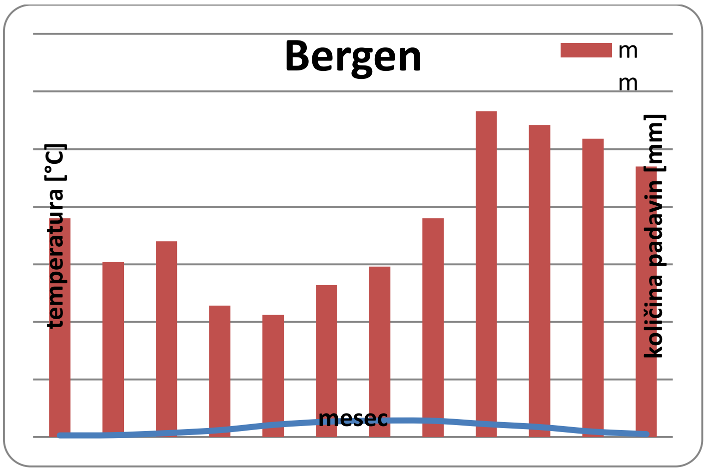
Slika 7: Spreminjanje osi

Nato so učenci zapisali še vse naslove (naslov diagrama, ki so ga poimenovali kar po kraju, za katerega so diagram izdelovali, naslove vseh treh osi), klimograme so še po svoje oblikovali – tu sem jim pustila nekaj svobode.

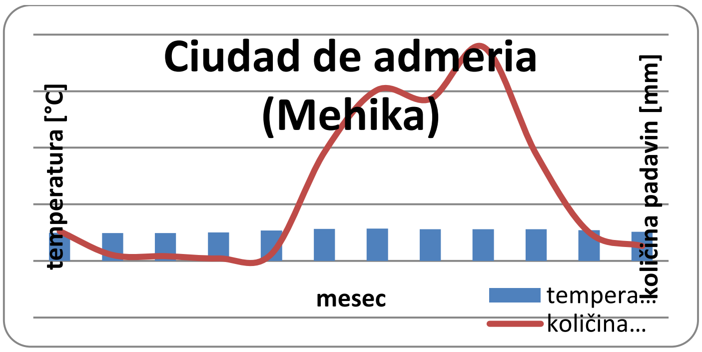


Slika 8: Poimenovanje osi

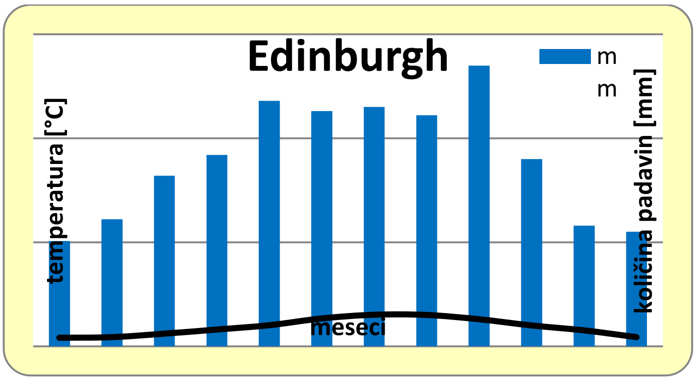
Klimograme so še natisnili. Preden so šli iz računalniške učilnice, so na zemljevidih poiskali še kraje, katerih klimograme so izdelovali. Tu je nekaj klimogramov, ki so jih izdelali učenci.



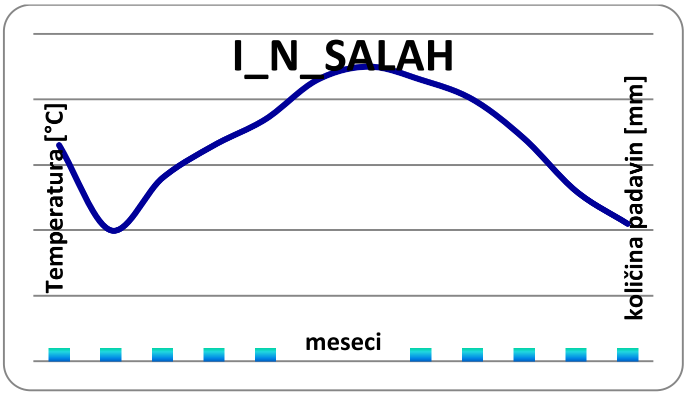
Klimogram 1



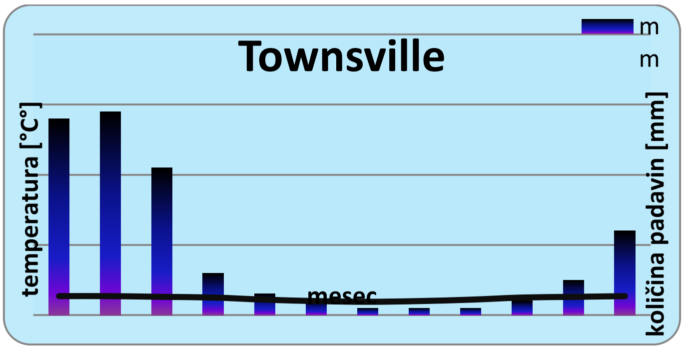
Klimogram 2



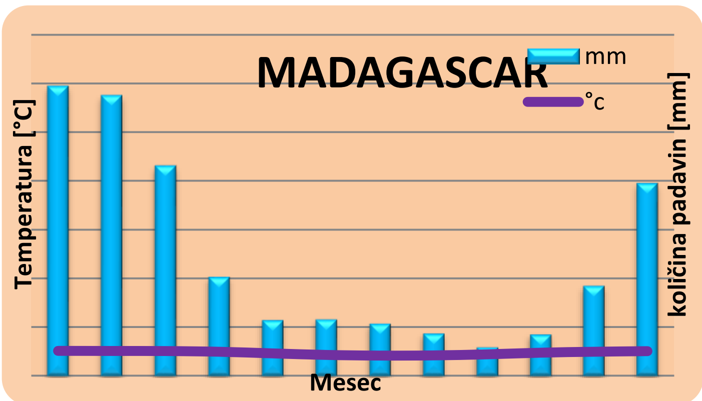
Klimogram 3



Klimogram 4



Klimogram 5



Klimogram 6

Del četrte ure in peto uro so učenci interpretirali dobljene rezultate. Vsak par učencev je dobil naključno izbran kraj (ne istega, kot ga je imel prej). Vsi pari so morali razložiti, kaj lahko iz klimograma ugotovijo – glede na količino padavin v posameznih mesecih in glede na višino temperatur. Tu sva bili še posebej pozorni, da so ugotovili, na kateri polobli leži kraj. Opisati so morali značilnosti podnebja, ugotoviti vrsto podnebja in tudi, kje bi lahko bil ta kraj. Nato so morali kraj tudi poiskati na zemljevidu. Par, ki je izdelal klimogram, pa je moral preveriti, ali sta učenca v paru kraj na zemljevidu tudi pravilno poiskala. Učenci so v glavnem lepo opisali in interpretirali podatke s klimogramov. Upoštevali so količino padavin in s tem ugotavljali, ali gre za bolj ali manj sušna področja. Glede na temperature so ugotavljali, ali je kraj na severni polobli (v mesecih november, december, januar, februar nižje temperature kot maja, junija, julija, avgusta) ali je na južni polobli (v mesecih november, december, januar, februar višje temperature kot maja, junija, julija, avgusta).
Med urami, ko so učenci izdelovali klimograme, sva učencem, ki so naleteli na težave, s sodelavko pomagali. Pri interpretaciji pa sva tudi obe sledili in si pri postavljanju podvprašanj še pomagali. Učenci so nato klimograme razporedili po tabli glede na podobnost podnebja.
Opazili sva, da so učenci v glavnem lepo in brez večjih napak razložili in interpretirali podatke, ki so jih s klimogrami dobili njihovi sošolci. Sodelavka mi je povedala, da učence pogosto navaja na interpretacije klimogramov v vseh razredih. Nekaj več težav so imeli pri iskanju krajev, saj to niso bili kakšni večji in bolj znani kraji. Mogoče bi bilo bolje, če bi se naslednjič orientirali na bolj znane kraje. Paziti pa je potrebno tudi, da so kraji, ki so uporabljeni za izdelavo klimograma, s celin, o katerih so se učenci pri geografiji v določenem razredu že učili.

Zaključek

Z učiteljico geografije sva ugotovili, da so bili učenci za delo zelo zainteresirani. Tehniški dan je bil sicer izveden proti koncu šolskega leta zato, da so imeli učenci čimveč znanja iz geografije. Cilji, da bi znali sami poiskati podatke, sami (oz. z manjšo pomočjo) izdelati klimogram in ga potem še interpretirati, so bili doseženi. Nadgradili sva njihovo znanje še z iskanjem kraja na zemljevidu in dodatnim ugotavljanjem, ali je res lahko v določenem kraju podnebje, ki so ga učenci omenili.
Učenci so bili ves čas aktivni. Tudi pri razlagi – interpretiranju so sodelovali, kar je bilo vidno po tem, da so povedali svoje mnenje, če je bilo drugačno od učencev, ki so interpretirali klimogram.
Učenci so bili z delom zadovoljni, saj so pridobili nova znanja. Delali so z računalnikom, kar jim je bilo bolj zanimivo, kot če bi isto stvar risali z ravnilom. Ves čas so morali biti aktivni. Zanimivo jim je bilo, da so ugotavljali tudi, na kateri polobli je posamezen kraj, pa tudi iskanje krajev jim ni bilo odveč.
S sodelavko sva sklenili, da bova tak tehniški dan še ponovili.

Viri

1. Kolnik K., Otič M.: Učni načrt: Geografija http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_geografija.pdf (7. 5. 2014)
2. Magajna Z., Žakelj A. (2000): Obdelava podatkov pri pouku matematike 6 – 9, Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana
3. Žakelj A., Prinčič Rőhler A., Perat Z.: Učni načrt: Matematika

http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (7. 5. 2014)
4. http://www.weatherbase.com/ (7. 5. 2014)

PROJEKTNO UČENJE V 8. IN 9. RAZREDU OSNOVNE ŠOLE

Project learning in 8th and 9th class of Primary School

Nina Berložnik

nina.berloznik@zgnl.si

Zavod za gluhe in naglušne Ljubljana

Povzetek

Projektno učenje je aktiven pristop k učenju. Prednost je, da učenje približa učenčevim vsakdanjim problemom. Učenci aktivno in samostojno raziskujejo probleme in izzive v vsakdanjem življenju.
V oddelkih nižjega izobrazbenega standarda sem želela povezati predmete v 8. in 9. razredu ter pouk oblikovati zunaj obstoječih okvirjev. Povezala sem naslednje predmete: slovenščino, družboslovje, gospodinjstvo, naravoslovje, angleščino, poudarek pa je bil na matematiki. Uskladila sem učne cilje in minimalne standarde znanja za 8. in 9. razred, primerjala učno snov in naredila skupne cilje, metode in oblike dela, načrtovala aktivnosti in ustrezno pripravila preverjanje znanja.
S takšnim načinom poučevanja so si učenci učno vsebino bolj zapomnili, zapomnitev je bila dolgotrajnejša, priklic informacij pa hitrejši. Učenci so bili pri delu bolj motivirani, manj je bilo vedenjskih težav.

Ključne besede: Projektno učenje, matematika, povezovanje

Abstract

Project learning is an active learning approach. Its advantage is to make learning closer to a pupil's everyday issues. Pupils actively and individually address issues and face challenges in their everyday lives. Within classes of lower educational standards I wanted to integrate the curriculums of the 8th and 9th grade and form the classes outside the existing frameworks. I integrated the following subjects: Slovene, social science, housekeeping, natural science and English with a stress on mathematics. I aligned learning objectives and minimum knowledge standards of the 8th and 9the grade, I compared the subject matter and set common objectives, methods and forms of work, I planned activities and adequately prepared an examination. With this method of teaching the pupils remembered the learning content easier, remembering was prolonged and information recall faster. Pupils were more motivated while working and there was less behavioural problems.

Key words: Project learning, mathematics, integration

Uvod

Projektno učenje je aktiven pristop k učenju. Učenca spodbuja k aktivnemu raziskovanju.
Glede na težave in kombinirane motnje, ki jih imajo učenci v kombiniranem oddelku 8. in 9. razreda, sem raziskovala možnosti, kako pouk narediti drugačen, aktivnejši, povečati učenčevo kritično mišljenje. Odločila sem se, da poskusim s projektnim poučevanjem. Prednost projektnega pouka je, da učenje približa učenčevim vsakdanjim problemom, učenci pa so bolj aktivni in bolj samostojni tudi pri izzivih v vsakdanjem življenju.
Predvidevala sem, da si bodo s takšnim načinom poučevanja učenci učno vsebino bolj zapomnili, zapomnitev bo dolgotrajnejša, priklic informacij pa hitrejši. Učenci bodo pri delu bolj motivirani, manj bo vedenjskih težav.

Projektno učenje

Načela (Pukl 1994, str. 20 – 21)

1. Načelo individualizacije in diferenciacije

V procesu postavljanja in uresničevanja ciljev so učenci/udeleženci enakopravni. Aktivna udeležba je odvisna od individualnih sposobnosti, lastnih interesov in drugih posebnosti.

2. Demokratizacija učnega procesa

Osnova dejavnosti je komunikacija in interakcija. Temelj odnosov je spoštovanje in sodelovanje.

3. Načelo združevanja učnih vsebin

Vsebina je problemska in tematsko zaokrožena. Probleme se rešuje interdisciplinarno.

4. Aktivnost kot poglavitno načelo učenja in celostnega razvoja učenčeve osebnosti

Učitelj mora poskrbeti za vsestransko vključitev učencev v proces učenja. Spodbuja jih k aktivnemu učenju, s tem pa spodbuja proces učenja, ki je povezan z doživljanjem in mišljenjem.

Načrtovanje pouka

Projektno učenje sem v praksi spoznala pri projektu 'Leonardo da Vinci'. V sklopu tega projekta smo obiskali nekaj šol v Londonu, na *Oak Lodge school* (šola za gluhe in naglušne) pa so nam predstavili njihov koncept projektnega učenja. Način me je zelo pritegnil, zato sem se odločila, da bom poskusila prenesti njihov sistem in njihove izkušnje v svoje delo.
V šolskem letu 2013/2014 sem bila razredničarka v kombiniranem oddelku 8. in 9. razreda (prilagojen program z nižjimi izobrazbenim standardom). V oddelek so bili vključeni 3 je otroci – 2 fanta v 9. razred in 1 deklica v 8. razred. Vsi trije so gluhi in naglušni.
V začetku meseca aprila 2014 sem primerjala učne načrte za oba razreda. Pri vseh predmetih sem poiskala skupne vsebine, pregledala, kako bi lahko povezala snov v obeh razredih. Pregledala sem vse minimalne standarde znanja. Nato sem določila skupne cilje. Pozorna sem bila, da sem pri devetem razredu upoštevala večji obseg

znanj. Ocenila sem tudi, na kakšen način bom pridobljeno znanje ob koncu vsakega učnega sklopa preverila.
Izdelala sem okviren načrt dela in naredila seznam potrebnih pripomočkov, ki so bili učencem v pomoč pri doseganju učnih ciljev. Določila sem kraje, ki smo jih v določenem učnem sklopu obiskali.
Učne sklope sem razdelila v tri smiselne sklope, ki so povezovali učno snov obeh razredov do konca šolskega leta.

TEMA	**SKLOP**
Geometrija in merjenje	Merjenje
CILJ (8. razred)	Našteje merske enote za dolžino, maso, čas, prostornino, ploščino.
CILJ (9. razred)	Našteje merske enote za dolžino, maso, čas, prostornino, površino.

Tabela 1: Primer skupnih zastavljenih ciljev

Nato sem načrtovala:
- metode in oblike dela,
- aktivnosti pri usvajanju posameznih ciljev in
- preverjanje znanja.

TEMA	Geometrija in merjenje
SKLOP	Merjenje
CILJ	Našteje merske enote za dolžino, maso, čas.
AKTIVNOSTI	Obisk trgovine in iskanje merske enote na embalaži (npr. vrv - koliko je dolga, mleko - koliko litrov ga je v embalaži …). Šolski eko vrt.
PREVERJANJE ZNANJA	Ustno: Pokaže stvari, ki jih merimo v litrih. Pisno: v razredu, pisno preverjanje znanja.

Tabela 2: Primer načrtovanja aktivnosti

Izvajanje pouka

Pred izvajanjem projektnega učenja sem se pogovorila z učenci. V sklopu razredne ure sem jim predstavila novosti pri nadaljnjem izvajanju pouka.

1. Namesto učnih ur bomo imeli učne dneve. Pouk bo trajal v okviru dnevne obveznosti, aktivnosti pa bodo različno dolge. Odmori bodo prilagojeni potrebam učencev.
2. Povezali bomo različne predmete, glavna tema vseh pa je šolski eko vrt.
3. Cilje bomo za ocene preverjali po običajnem sistemu – ustno in pisno.
4. Nekatere cilje bom preverjala preko aktivnosti izven razreda. Preverjanje bo potekalo po sistemu ustnega spraševanja (primer: Naštej orodje, ki ga potrebujemo za urejanje vrta. Koliko je obseg gredice z zelenjavo?). Po tem sistemu ocenjevanja ne bo, zgolj preverjanje.
5. Tedensko bomo na tablo zapisali učne cilje posameznih predmetov. V ponedeljek bomo cilje zapisali in skupaj prebrali, v petek pa preverili, katere so usvojili.
6. Na glavni tabli bo ves čas visel plakat, na katerem so zapisani cilji, sproti pa ga bomo dopolnjevali s slikami, zapisi aktivnosti, izdelki. Plakat bomo pregledali vsak petek, skupaj z usvojenimi učnimi cilji.
7. Pouk bo potekal tako v učilnici, kot tudi zunaj.
8. Ob koncu vsakega učnega sklopa bomo snov zapisali tudi v zvezek.

Slika 1: Tabla s plakatom

Slika 2: Pano s cilji

Primer učnega sklopa

IME SKLOPA: Nakupujemo, tehtamo, sadimo, skrbimo
MEDPREDMETNO POVEZOVANJE: slovenščina, matematika, angleščina, družboslovje, gospodinjstvo, naravoslovje

	CILJI (8. razred)	CILJI (9. razred)
SLOVENŠČINA	Razume prebrano besedilo. Podčrta samostalnike.	Razume prebrano besedilo. Podčrta samostalnike. Samostalnikom določi spol in število.
MATEMATIKA	Našteje merske enote. Smiselno uporabi merske enote v dani situaciji. Pretvarja dve sosednji merski enoti.	Našteje merske enote. Smiselno uporabi merske enote v dani situaciji. Pretvarja merske enote (sosednje in nesosednje).
NARAVOSLOVJE	Našteje kraljestva.	Opiše pomen svetlobe za življenje.
DRUŽBOSLOVJE	Našteje gospodarstvo v različnih delih Evrope.	Našteje dolžnosti posameznih družinskih članov.
GOSPODINJSTVO	Uredi zelenjavno gredico.	Uredi cvetlično gredico.
ANGLEŠČINA	Razloži vpliv vremena na vrtnarjenje.	Našteje domače živali.

Tabela 3: Primer povezovanje učnih ciljev v enem učnem sklopu.

Z učenci smo skupaj pregledali osnovne cilje pri vseh predmetih. Razložila sem jim, kaj bodo ob zaključku določenega učnega sklopa znali (minimalni standardi znanja). Cilje smo zapisali na velik pano. Na tablo smo prilepili plakat z imenom sklopa in osnovnimi cilji.

Pogovorili smo se, kaj vse bomo v časovnem obdobju tega sklopa delali. Skupaj smo se odločili, da:

- bomo obiskali trgovino,
- bomo obiskali vrtnarijo,
- bomo nabrali regrat in naredili regratov sirup,

- bomo obiskali cvetličarno,
- bomo izdelali ikebano in
- bomo pripravili in zasadili vrt ter zanj ustrezno skrbeli.

Učencem sem razložila, kako bomo povezali različne predmete s skupno temo. Za boljšo predstavo sem jim pokazala besedilo o zasaditvi šolskega vrta. Na konkretnem primeru so spoznali, kako lahko povežemo slovenščino in matematiko.

ZASADITEV ŠOLSKEGA EKO VRTA
Besedilo
Spomladi moramo vrt ustrezno pripraviti.
Potrebujemo vrtno orodje: lopato, grablje in motiko.
Najprej prelopatamo vso zemljo. Če je potrebno, dodamo naravno gnojilo, da bodo rastline bolje rastle.
Z motiko razbijemo grude zemlje. Zemlja mora biti o končani obdelavi rahla, brez kamenja in grud.
Na koncu zemljo pograbimo. Uporabimo kovinske ali lesene grablje.

Če uredimo vrt v visoke grede, najprej kupimo ustrezne grede. Vanje nasujemo kakovostno zemljo.
Lahko si izberemo del travnika. Z motiko odstranimo travo. Nato v obliki poljubnega lika (krog, kvadrat, pravokotnik …) zabijemo v zemljo lesene količke, ki naj gledajo vsaj 30 cm iz zemlje. Nato v lik nasujemo zemljo. Prepričamo se, da je zemlja kakovostna in vsebuje ustrezno količino gnojil.

Primer naloge pri slovenščini
1. Besedilo natančno preberi. Uporabljaj govor, črkovanje in kretnjo.
2. V zvezek zapiši besede, ki jih ne razumeš.
3. Podčrtaj samostalnike.
4. Obkroži pridevnike.
5. (za 9. razred) Samostalnikom določi spol in število.

Primer naloge pri matematiki
1. Naštej like, ki jih lahko narediš iz količkov.
2. Iz zobotrebcev sestavi različne like.
3. Like nariši v zemljo. V oglišče postavi kamen, na stranico pa palice.
4. S čim merimo količino zemlje, ki jo potrebujemo za visoko gredico?

OBISK VRTNARIJE
Aktivnosti v razredu

PREDMET	CILJI	OPOMBE
SLOVENŠČINA	Odgovori na vprašanja. Bere z razumevanjem.	Sproti dopolnjujemo besedni slovar.
MATEMATIKA	Našteje like. Našteje merske enote za maso. Pretvarja sosednji merski enoti.	Izdelava plakata (šeleshamer, ovite žice, škarje, flomastri). Tehtnica, zemlja.
DRUŽBOSLOVJE	Našteje človekove pravice. Našteje človekove dolžnosti. Opiše gospodarstvo Srednje	Deklaracija o človekovih pravicah. Zemljevid Evrope.

	Evrope.	
NARAVOSLOVJE	Pojasni vpliv toplote na živa bitja. Naštej kraljestva živali.	Poskusi.
GOSPODINJSTVO	Naštej vrtno orodje. Razloži pojme: lončnica, rezano cvetje, sadika, seme, potaknjenec.	Iskanje na spletu.
ANGLEŠČINA	Naštej letne čase. Naštej mesece v letu.	Koledar.

Tabela 4: Načrtovanje ciljev in aktivnosti

Cel teden smo se pri vseh predmetih pogovarjali o obisku vrtnarije. Z različnimi aktivnostmi smo povezali učne predmete. Na primer: v besedilo pri slovenščini sem skušala vplesti otrokove pravice in dolžnosti ter matematiko, pri gospodinjstvu pa smo v besedilu iskali samostalnike in pridevnike. Če je bilo vreme lepo, sem pouk izvajala v učilnici na prostem.
Napisali smo nakupovalni seznam.

Slika 3: Pouk gospodinjstva – izdelava ikebane

Aktivnosti izven razreda
1. Obiskali smo vrtnarijo. Lastnik nam je predstavil delovanje vrtnarije, pokazal površine in zelenjavo, ki jo vzgojijo.
S pomočjo seznama, ki smo ga naredili v razredu, smo kupili sadike in zemljo.
2. Pripravili smo gredico. Izbrali so lik pravokotnik. Devetošolca sta izračunala volumen grede. Določili smo, koliko zemlje moramo dati vanjo, da bo na pol polna. Osmošolka je izračunala obseg pravokotnika.
3. Nasadili smo zelenjavo, dišavnice in začimbe.

Slika 4: Saditev

Preverjanje ciljev

Cilje sem preverjala sproti – primer: Nariši lik v zemljo. Na oglišče postavi kamen, na stranico postavi leseno palico.

Pisna preverjanja znanja sem izvedla v razredu s pisnim preizkusom znanja.

Zaključek

Učenci so drugačen koncept dela dobro sprejeli. Za delo so bili motivirani, ustrezala jim je neformalna oblika dela. Bilo je manj vedenjskih težav, neopravičenih izostankov ni bilo. Z veseljem so pripovedovali o svojem delu ravnateljici (odnesli so ji tudi lastne izdelke – regratov sirup) in drugim učiteljicam.

Pri preverjanju učnih ciljev so učenci osvojili vse minimalne standarde znanja, pa tudi nekatere temeljne. Priklic informacij je bil hitrejši. Učenci so izboljšali svoje ocene za eno ali dve.

Vsakodnevno so na tabli preverjali, katere cilje so že usvojili. Sprva niso znali oceniti, kaj že znajo. Prav tako niso prepoznali ciljev določene aktivnosti. Ko smo dlje časa izvajali takšen način pouka, so s pomočjo table s cilji znali opredeliti, kaj že znajo in česa ne.

Tak sistem poučevanja se mi zdi dober. Poučevanje v kombiniranem oddelku je lažje, saj poveže snov več razredov. Učenci so bolj motivirani, vedenjskih težav je manj. Ker so otroci, ki imajo kombinirane motnje, izziv pri poučevanju, tak sistem omogoča, da s povezovanjem vseh predmetov pridejo do boljših učnih uspehov.

V prihodnje bom s takšnim načinom začela na začetku šolskega leta. V sam proces poučevanja bom vključila zunanje institucije, da bodo vsebine bolj bogate in bolj konkretizirane. Vključila bom več fizične aktivnosti. Otroke bom spodbujala v domače delo in raziskovanje. Na začetku šolskega leta bom o vsem obvestila tudi starše učencev. Z učenci bom celo šolsko leto delala tudi mapo, v katero bomo spravili izdelke, slike, fotografije.

Viri

1. Pukl, V. (1994): Kvaliteta učenja in znanja ob projektnem učnem delu, Ljubljana, Zavod Republike Slovenije za šolstvo in šport

2. Tušak, T. (2007): Projektno učno delo v srednji šoli, Diplomsko delo, Ljubljana
3. http://oaklodge.wandsworth.sch.uk (22. 4. 2014)
4. www.edutopia.org (17. 5. 2014)
5. Učni načrti: http://www.zrss.si/?rub=3067 (25. 6. 2014)

MEDPREDMETNO POVEZOVANJE IN FORMATIVNO SPREMLJANJE

Cross-Curricular Connections and Formative Assessment

Valentina Mlakar

valentina.mlakar@guest.arnes.si

OŠ Sava Kladnika Sevnica

Povzetek

Prispevek opisuje vpliv formativnega spremljanja znanja učencev v osnovni šoli na kakovost medpredmetnega povezovanja znanja matematike in fizike v okviru projekta EUfolio. Projekt vključuje izvajanje učnih nalog pri predmetih matematike in fizike za učence 8. razreda. Dosedanji rezultati so pokazali, da so otroci za učenje, ki se izvaja v okviru projekta EUfolio, bolj motivirani in aktivnejše sodelujejo pri učnih urah. Projekt EUfolio prinaša tudi pozitivne socialne učinke na izbrani razred, saj se v razredu kaže večja medsebojna povezanost učencev in boljša pripravljenost za sodelovanje ter medsebojno pomoč.

Ključne besede: matematika, fizika, medpredmetno povezovanje, formativno spremljanje, projekt EUfolio

Abstract

The article presents the influence of formative assessment at the primary school on the quality of cross-curricular connections of Maths and Physics, according to EUfolio project.The project takes place in Maths and Physics in class 8. The results so far have shown that the pupils, involved in EUfolio project, are much more motivated and participate in the lessons more actively.EUfolio project itself brings positive social effects on the chosen class; greater closeness among the pupils can be observed. There is much more willingness to cooperate and help one another.

Key words: mathematics, physics, cross-curricular connections, formative assessment, EUfolio project

Uvod

Učenci v osnovni šoli pridobijo veliko znanj pri različnih predmetih, ki so lahko trenutna ali pa trajna, če učencem s primernimi didaktičnimi pristopi omogočimo, da ta znanja medsebojno povezujejo. Povezovanje znanja različnih predmetov omogoča kvalitetno učenje in razvoj kompleksnega mišljenja, kajti z večjo prenosljivostjo znanja med predmeti postane le-to veliko bolj razumljivo in trajno. Naši otroci se bodo morali v življenju znajti v različnih novih situacijah in zanje je še kako pomembno vseživljenjsko znanje, ki ga bodo usvojili tekom izobraževanja.

MEDPREDMETNA POVEZANOST

Medpredmetno povezovanje je eden od mnogih didaktičnih pristopov, ki učencem omogoča pridobitev kakovostnejšega znanja. To je uporabnejše, trajnejše in usmerjeno v vseživljenjsko učenje. Otrok je radovedno bitje, ki mu nova spoznanja, izkušnje in odgovori odpirajo vedno nova vprašanja, dileme ter dvome. Prav to predstavlja naravno pot, na kateri se prepletajo razvoj in učenje, spontanost in vodenost, mišljenje in čustva, informiranost in ustvarjalnost (Simsija, Strazberger, 2008).

Namen prenove vzgojno-izobraževalnega sistema v Sloveniji je bil izboljšanje kakovosti ravni in pridobivanja znanja. Ključno izhodišče prenove je bilo izboljšanje kakovosti znanja, da bi bilo uporabnejše in dolgotrajno. Sodobno pridobivanje znanja tako ne pomeni le ustrezne izbire učne snovi, ampak tudi povezavo med različnimi vsebinami in uporabo le-teh v različnih okoliščinah. Eden od pomembnih didaktičnih pristopov, ki bi pripomogel k boljšemu, predvsem pa trajnejšemu in bolj uporabnemu znanju, so zagotovo medpredmetne povezave (Štemberger, 2008).

Medpredmetno povezan pouk je v našem prostoru ena od inovacij, ki želi novejša spoznanja o učenju aplicirati v učinkovitejšo pedagoško delo (Kralj, 1992). Medpredmetno povezovanje pripomore h kvalitetnejšemu pouku in pomeni, da učenci povezujejo znanja in cilje med predmeti, kar poveča njihovo miselno aktivnost med učno uro, od učitelja pa zahteva, da je seznanjen z znanji, ki so si jih učenci že pridobili pri drugih predmetih. V tem pristopu je zelo pomembna učiteljeva osebnost, kajti tak didaktični pristop ukinja togo organiziranost učnega procesa oziroma učne ure in zahteva prožno izmenjavanje različnih oblik učnega dela: od frontalnega, skupinskega, do individualnega s prožno izbiro učnih vsebin, glede na vzgojne in izobraževalne cilje ter obstoječe pogoje.

FORMATIVNO SPREMLJANJE UČENČEVEGA ZNANJA

Učenci v učiteljevem sprotnem zaznavanju in odpravljanju njihovih napak lahko vidijo smisel, vendar ne samoumevno, kajti uvidenje učenčevega smisla v popravljanju napak zahteva ustrezno izbrane metode dela v obliki sprotnega spremljanja in preverjanja otrokovega znanja. Osnovne šole, ki so vključene v projekt formativnega spremljanja, si prizadevajo, da bi v naš šolski sistem aplicirali didaktične pristope, ki bi spodbujali učenje, povečali kakovost in trajnost pridobljenega znanja. Učencem bi omogočili razvijanje samostojnega in kritičnega mišljenja ter jih tako opremili s potrebnimi veščinami in spretnostmi za življenje.

Formativno spremljanje bi lahko opredelili kot pedagoški dialog za soglasno učiteljevo in učenčevo spremljanje, nadzorovanje in usmerjanje razvoja učenja posameznika, da bi izboljšali učni učinek v procesu učenja. Tako bi bila sodba o vrednosti naučenega ob koncu učenja čim bolj ustrezna. Napake in vrzeli v učenju se odpravljajo z organizacijo in izvajanjem poučevanja, ki aktualno oskrbuje z navodili in viri za učenje. Zahteva se diferenciacija in individualizacija poučevanja. Samo preverjanje v obliki spremljanja lahko prinese diagnoze šibkosti in močnih znanj v razvoju učenja ter informacije o osebnem napredku posameznega učenca. Diagnoza predznanja in razvoja znanja je temeljna prvina formativnega spremljanja oziroma je ena izmed njegovih oblik (Komljanc, 2008).

Formativno spremljanje daje učitelju informacije o učenju učencev, kadar to poteka ustrezno. Prav tako obvešča učence o tem, kako se izboljšati in napredovati v doseganju cilja. Učitelj pa mora vedeti, kako uporabiti informacije, da oblikuje svoj pouk. Formativno preverjanje znanja je najbolj naravna oblika preverjanja, če smiselno, v skladu s potrebami in pričakovanji posameznega učenca, uravnava merila uspešnosti posameznega učenca in skupine ter v skladu s predpisanimi standardi znanj oziroma cilji vzgojno-izobraževalnega programa (Merill, 1983).

MEDPREDMETNO POVEZOVANJE TER FORMATIVNO SPREMLJANJE PRI UČNIH URAH MATEMATIKE IN FIZIKE

Matematika in fizika sta predmeta, kjer se znanja stopnjujejo in nadgrajujejo, kar pomeni, da je potrebno primanjkljaje v znanju sproti odpravljati. Fizika in matematika sta tudi predmeta, pri katerih znanja nenehno povezujemo. Na začetku fiziko močno povezujemo z matematiko, ko pa učenci usvojijo določena fizikalna znanja, lahko matematiko povezujemo s fiziko. Proceduralna in konceptualna znanja, ki so jih učenci pridobil pri matematiki, morajo za razumevanje fizikalnih zakonitosti uporabiti tudi pri pouku fizike.

V osmem razredu se medpredmetno povezovanje znanj nanaša predvsem na naslednja področja:

- merjenje (pretvarjanje enot, ploščina pravokotnika, prostornina kvadra),
- obdelava podatkov (razbiranje podatkov iz grafa, uporaba tabel),
- svetloba (zrcaljenje, merjenje kotov) in sklepanje.

Fizika temelji na izkustvu, zato morajo učenci znanja iz matematike uporabiti na konkretnih primerih:

- sile, sila in raztezek (premo sorazmerje, geometrija – dolžina daljice, vzporedne premice),
- tlak (sorazmerje, ploščine),
- gostota in specifična teža (sorazmerje, prostornina, masa).

PROJEKT EUFOLIO

Projekt EUfolio ali Razvojni elektronski listovnik učenca in učitelja je razvojni mednarodni projekt, v katerem sodeluje sedem držav. Leta 2013 smo se kot šola prijavili na ta projekt. Temeljni namen projekta je uvajanje ustvarjalnih metod poučevanja, medpredmetnega povezovanja ter spremljanje in vrednotenje znanj in veščin učencev (formativno spremljanje). Vse to ob uporabi razvojnega elektronskega listovnika, tj. z njegovo uporabo podpreti strokovni razvoj sodelujočih učiteljev. Pri načrtovanih urah pouka, ki potekajo v računalniški učilnici, uporabljamo E-listovnik Mahara.

UDELEŽENCI PROJEKTA EUFOLIO

Sama izvajam projekt v oddelku 8. razreda (24 učencev), kjer poučujem matematiko in fiziko. V tem oddelku učne ure v okviru omenjenega projekta izvaja tudi učiteljica zgodovine. Ta oddelek sem si izbrala, ker sem razrednik omenjenega razreda in sem lahko E-listovnik uporabila tudi za razredne ure, kjer smo s pomočjo e-listovnika poskušali vplivati na boljše medsebojne odnose v razredu in dosegli pozitivne učinke. Ta skupina učencev bo v projekt vključena dve leti.

METODE DELA V OKVIRU PROJEKTA EUFOLIO

E-LISTOVNIK

Z E-listovnikom so se učenci seznanili postopoma, najprej pri razredni uri, nato pa so ga uporabljali pri fiziki in zgodovini. Pri razredni uri so se prijavili v program Mahara, ustvarili svoj račun in uporabili Maharo kot orodje za lastno predstavitev ter sklepanje prijateljstev. Programsko orodje Mahara omogoča veliko aktivnih metod usvajanja učne snovi, saj ima veliko zavihkov.

Forum smo uporabljali za izmenjavo mnenj, pa tudi kot spletno povezavo do novih virov informacij. Spletne povezave so bile povezave do spletnih strani ali do mojih pripravljenih elektronskih gradiv, ki so jih potrebovali pri usvajanju učne snovi.

E-listovnik tudi omogoča, da lahko učenci vidijo delo vsakega v skupini, prav tako učitelj. Učinkovito ga uporabimo za ugotavljanje predznanja, pri usvajanju novih znanj in tudi kot preverjanje usvojene snovi.

Uporabljali smo različne zavihke v E-listovniku, delili poglede in si izmenjavali mnenja. Pri takšnih urah so aktivni vsi učenci in med seboj lažje komunicirajo, ker lahko 'govorijo' hkrati. Krepi se medsebojna povezanost učencev, saj si med seboj brezpogojno pomagajo. Predznanje in pridobljeno znanje učencev preverjam z internetno aplikacijo Google Docs/E-listovnik, kjer za učence pripravim različne naloge izbirnega tipa. Naloge pripravim v Google Docs, učenci pa do povezave pridejo preko foruma v E-listovniku.

V E-listovniku je tudi zavihek Moje učenje, s pomočjo katerega lahko z učenci načrtujemo učenje in hkrati spremljamo njihovo učenje. To učence spodbuja, da razmišljajo o svojem delu, o svojem znanju in načrtujejo, kaj morajo narediti, da bodo izboljšali svoje znanje. Učenci ob obravnavi učne snovi izpolnjujejo zavihke: Postavljanje ciljev (učenci zapišejo cilje oziroma znanja, ki jih bodo usvojili), Predznanje (učenci zapišejo, kar o obravnavani temi že vedo), Strategije (učenci opišejo učne aktivnosti, ki so jih učenci uporabljali pri usvajanju učne snovi), Dokazi (opišejo dokaze za svoje učenje), Samoevalvacija (razmislijo o svojem učenju, kaj dobro znajo, kaj morajo še narediti, da izboljšajo svoje znanje).

PREDNOSTI UPORABE METOD DELA PROJEKTA EUFOLIO IN E-LISTOVNIKA

Ure z E-listovnikom so učinkovitejše od tradicionalno izvedenih ur, ker so izvedene učne ure zaradi uporabe IKT tehnologije bližje učencem in zaradi tega so slednji veliko bolj motivirani za šolsko delo in aktivno sodelovanje pri pouku. Glede na to, da učenci delajo zapiske v E-listovnik, preko E-listovnika si izmenjujejo mnenja, predlagajo rešitve ter načrtujejo svoje učenje, so njihovi izdelki dokaz učenja, ki jih lahko vidijo vsi člani skupine. Torej morajo zastavljene naloge opraviti. Pri pouku se aktivna vloga učitelja zmanjša, aktivnost za pridobivanje znanja pa prenese na učence. Učenci tako postajajo odgovornejši, vloga učitelja pa je usmerjati učni proces in voditi učenca na poti k samostojnemu in učinkovitemu učenju. Izpeljava takšnih ur zahteva od učitelja skrbno načrtovanje, sama izvedena ura pa prinese zadovoljstvo učitelja in učencev.

Pri tradicionalno izvedenih urah se velikokrat zgodi, da učenci ne pišejo v zvezke, njihovi zapiski so neurejeni in zelo pomanjkljivi, tako da niso primerni za učenje doma. Med samo obravnavo snovi so neaktivni in pogosto z mislimi odsotni, kar pa pomeni, da novih znanj ne usvojijo. Običajno v takšnih primerih tudi ne naredijo domače naloge.

Formativno spremljanje ima v procesu učenja zelo pomembno vlogo.

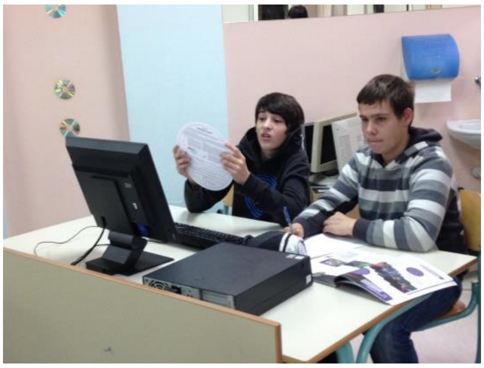
Velika prednost pri usvajanju učne snovi je formativno spremljanje vsakega učenca.

Glede na to, da pri izvajanju učnih ur z E-listovnikom dela vsak učenec na svoj računalnik, lahko spremljam napredek vsakega učenca, saj vidim njegove rezultate učenja. Učenci lahko vedno dobijo povratno informacijo o svojem znanju, ki mu jo zapišem v E-listovnik, kjer tudi ostane.
Povratna informacija je za učenca zelo pomembna. Tako učenca lahko sproti opozorim na vrzeli v znanju, usmerjam pri reševanju nalog in tudi pri njegovem načrtovanju učenja. Učencem lahko na ta način pomagam tudi pri domačih nalogah, saj tako lahko pregledam njihove naloge in ugotovim, kje se jim zaplete pri reševanju ter jim dam smernice za odpravo problema.
Prednost uporabe E-listovnika je, da lahko delo učenca pregledam doma, s tem da domov ne nosim nobenih zvezkov ali listov.

UMESTITEV MEDPREDMETNEGA POVEZOVANJA V PROJEKT E-FOLIJA

Kako pomembno je formativno spremljanje pouka v učnem procesu, si lahko preberemo v gradivu dr. Natalije Komljanc: Kaj prinaša formativno spremljanje učenja in poučevanja: “Povratna informacija je zlata vstopnica v življenje”.
Izvajanje pouka po načelih formativnega spremljanja vodi učenca, da znanje celostno poveže, od učitelja pa zahteva načrtovanje dejavnosti pri pouku, ki bo odgovorilo na potrebe slehernega učenca in mu omogočilo medpredmetno povezovanje že pridobljenega znanja. Na izobraževanju o formativnem spremljanju, ki je potekalo v okviru projekta, smo bili seznanjeni z metodami in didaktičnimi pristopi. To nam je pomagalo pri spodbujanju učencev za povezovanje znanja, ki so ga pridobili pri drugih predmetih.
Sama pridobim informacije o predznanju, potrebnem za posamezno obravnavano snovi tako, da učencem v aplikaciji Googlovi dokumenti/E-listovnik pripravim naloge odprtega tipa, in z razgovorom o obravnavani temi. Medpredmetno povezovanje vzpostavi boljši dialog z učenci, kajti ko učenci vidijo, da o obravnavani temi vedo veliko, bolje in raje sodelujejo pri pouku. Medpredmetno povezovanje in uporaba E-listovnika ter formativnega vrednotenja doprinesejo k izvajanju učnih ur sproščeno sodelovanje, izmenjevanje izkušenj ter pogledov na obravnavano temo, kar pomeni, da so učenci aktivni pri pouku. Medpredmetna povezava omogoča, da je učenčevo znanje trajnejše in da ga lahko učitelj nadgradi.

Slika 1: Zadovoljstvo ob učenju



Slika 2: Aktivno pridobivanje znanja

PREDSTAVITEV UČNE URE V OKVIRU PROJEKTA EUFOLIO IN MEDPREDMETNEGA POVEZOVANJA

Kot primer medpredmetnega povezovanja in uporabe E-listovnika ter s tem povezanega formativnega vrednotenja bom predstavila izvedeno uro fizike z obravnavano učno vsebino TLAK.

Učenci so morali pri obravnavanju vsebinskega sklopa uporabiti znanja iz matematike. Vsebinski sklop Tlak v trdnih snoveh, ki ga obravnavamo pri fiziki, se navezuje na vsebinski sklop ploščine, ki ga predhodno obravnavamo pri matematiki. Zato so učenci za razumevanje in znanje o tlaku morali poznati zakonitosti o ploščinah.
Predznanje učencev sem aktivirala s pomočjo naloge odprtega tipa. Naloga je vsebovala sliko kvadra in podatke o masi kvadra ter robovih kvadra. Naloga učencev je bila, da razmislijo, kaj vse lahko z danimi podatki izračunajo ter ugotovljeno tudi dejansko izračunajo. Z nalogo odprtega tipa sem želela pri učencih spodbuditi znanje, ki so ga predhodno pridobili pri urah matematike in fizike. Pri matematiki znajo izračunati ploščino in obseg posamezne ploskve, površino in prostornino kvadra ter vsoto dolžin vseh kvadrovih robov. Težo kvadra izračunajo iz dane mase. Matematično in fizikalno opredelijo povezavo med težo in maso (je premo sorazmerna). S pomočjo znanja fizike pa znajo izračunati gostoto snovi.
Učenci so nalogo reševali individualno, nato pa poročali o svojih ugotovitvah. Ob njihovem poročanju sem delala tabelsko sliko, nato so lahko sami dopolnili svoje ugotovitve. Predlagali so, da lahko izračunamo silo tal, težo kvadra, ploščino ploskve kvadra, prostornino kvadra, obseg kvadra, gostoto snovi ter rezultanto sil na kvader. Učenci so se zelo trudili, kako priklicati v spomin vsa znanja. Ker na tak način še nismo preverjali predznanja, sem bila tudi sama presenečena, kako zavzeto so delali.
Vsebinski sklop tlak so učenci usvajali samostojno ob mojem pripravljenem e-gradivu v E-listovniku. Ob tem so načrtovali svoje učenje in preverjali svoje znanje z uporabo aplikacije Google Docs/E-listovnik. Ob učenju vsebinskega sklopa tlak so morali izdelati miselni vzorec, s katerimi si bodo pomagali pri reševanju nalog in ponavljanju učne snovi.
E-listovnik omogoča tudi delo v skupinah. Učencem sem tako v E-listovniku pripravila naloge, ki so se med skupinami nekoliko razlikovale. Ena skupina učencev je morala računati tlak pod valjasto posodo. Naloga je vključevala sliki dveh različnih valjastih posod, postavljenih na tla. Stična ploskev med posodo in tlemi je bil krog. Iz slike so morali razbrati polmer vsakega valja in izračunati ploščino vsake stične ploskve. Zapisati so morali razmerje med ploščinama obeh krogov. Ob nalogi so ugotovili, da je ploščina kroga, ki ima dvakrat večji polmer, štirikrat večja. Prav tako so morali ugotoviti, kolikokrat je tlak pod posodo z večjim krogom manjši. Nalogo je rešil vsak član skupine, reševati so začeli vsi hkrati. Vsi učenci v izbrani skupini so videli delo drug drugega. Po končanem reševanju so primerjali rešitve med seboj in o njih diskutirali. Sama pa sem si kasneje nalogo ogledala in jim napisala povratno informacijo.
Druga skupina je morala računati tlak pod kvadroma, ki sta imela enaki masi, a različni prostornini. Tudi v tej skupini so morali učenci zapisati razmerja med stičnima ploskvama obeh kvadrov. Prav tako so morali izračunati tlak pod vsakim kvadrom in ugotoviti, kolikokrat je tlak pod kvadrom z večjo stično ploskvijo manjši od tlaka pod kvadrom z manjšo stično ploskvijo. Tudi oni so po končanem reševanju diskutirali o rešitvah. Tudi njihove naloge sem si ogledala kasneje in jim napisala povratno informacijo.
Tretja skupina je morala določiti tlak pod kvadrom, za katerega je bila podana gostota in dolžine robov. Izračunati so morali težo kvadra in tlak. Tako kot ostali dve skupini so tudi oni diskutirali o rešitvah.
E-listovnik pa omogoča, da lahko komentar zapišejo tudi drugi učenci, kar omogoča razvijanje medvrstniškega sodelovanja, solidarnosti in pomoči, Krepi medsebojno povezanost, medvrstniške odnose ter ima pozitiven učinek na sekundarno

socializacijo učencev. Učencem je novi način dela omogočil povezovanje znanja matematike in fizike brez zapletov in težav, morda tudi zato, ker so pri reševanju uporabljali miselni vzorec. Hkrati pa so bili aktivni vsi učenci ter se medsebojno dogovarjali o reševanju nalog. Učenci so pri fiziki uporabili znanja o kvadru in krogu, ki so jih pridobili pri matematiki. S tem so videli večji pomen pridobljenega znanja iz matematike, njihovo znanje pa bo tako tudi trajnejše.
Glede na to, da poučevanje fizike temelji na eksperimentih oziroma praktičnem delu, ki pa ga je težko izvajati v računalniški učilnici, sem se domislila, da sem s seboj prinesla nekaj valjastih posod oziroma embalaž in uteži, na katerih je zapisana tudi masa. Učenci so morali določiti tlak pod takšno posodo. Problem je bil določiti polmer posode, da so lahko izračunali velikost stične ploskve. Učenci so polmer posode določali na dva načina. Eni so obrisali krog v zvezke in tako izmerili polmer, drugi pa so določili premer s pomočjo dveh učbenikov. Med učbenika so postavili valjasto posodo.
Učenci so ob tem tudi ugotovili, da brez uporabe obrazcev, ki so jih spoznali pri matematiki ne gre. Pri učencih je splošni problem uporaba formul, ki jih ne znajo uporabljati, ker se jih ne naučijo z razumevanjem. Ob eksperimentu pa morajo razmisliti, kaj vse morajo izmeriti in katere obrazce uporabiti.
Na ta način bodo bolje znali matematiko in fiziko, hkrati pa uvideli potrebo po učenju pravil in formul.

Zastavljeni cilji učne ure

Vsebinski cilji :

- Učenci znajo izračunati velikost stične ploskve (ploščina pravokotnika, kroga), uporabijo znanja, ki so jih spoznali pri matematiki.
- Učenci znajo izračunati prostornino kvadra. Uporabijo znanja, ki so si jih pridobili pri matematiki.
- Učenci znajo izračunati gostoto in tlak. Znajo uporabiti obrazce za računanje gostote in tlaka.
- Iz dane mase znajo določiti težo (povezava z matematiko – sklepanje).

Procesni cilji:

- Razvijajo kritično mišljenje.
- Razvijajo spretnosti uporabe programa Mahara.
- Razvijajo veščine sodelovanja in komuniciranja.
- Razvija odgovornost do pridobivanja lastnega znanja in spoznava aktivne metode, s katerimi bo pridobil znanje.

Potek :

- Ugotavljanje predznanja učencev, priklic znanj iz matematike in fizike ob nalogi odprtega tipa.
- Samostojno učenje o tlaku (uporaba orodij Mahare in izdelava miselnega vzorca).
- Uporaba pridobljenega znanja – reševanje nalog v E-listovniku (skupine).
- Diskusija ob rešenih nalogah.
- Uporaba znanja v vsakdanjem življenju (eksperimentalno delo).
- Refleksija (povratna informacija učencem in razgovor o pridobljenem znanju).

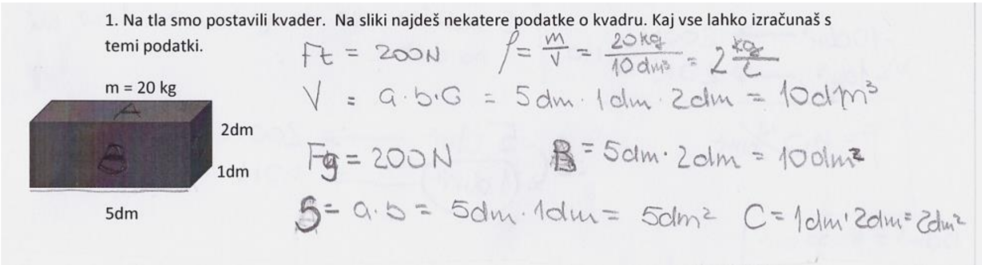
Strategije reševanja učencev in njihovi izdelki

S pomočjo naloge odprtega tipa so morali učenci aktivirati vsa znanja, ki so si jih že pridobili.

Na slikah 3 in 4 sta izdelka dveh učencev:

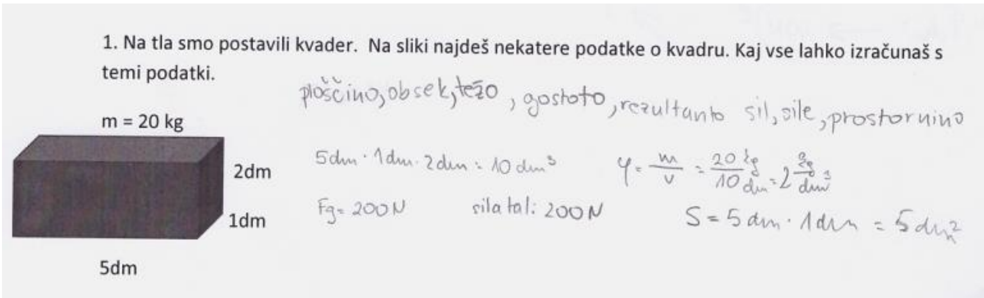
Na sliki 3 lahko vidimo, kako učenec dobro obvlada simbole in formule.

Zanimivo je, da je učenec velikost stične ploskve označil s črko S, kot označimo pri fiziki. Za ostale ploskve pa si je oznako poljudno izbral, zagotovo pa ni uporabil male črke p, kar pomeni, da ima tudi dobro znanje fizike, saj z malo črko p označimo tlak. Ta učenec pa se ni spomnil, da lahko tudi izračunamo tlak pod stično ploskvijo.



Slika 3: Izdelek učenca

Iz učenčevega izdelka na sliki 4 je razvidno, da učenec zna izračunati ploščino in prostornino, ni pa se toliko obremenjeval s simbolnim jezikom. Kljub temu, da se je spomnil in izračunal velikost stične ploskve, pa se ni spomnil na tlak.



Slika 4: Izdelek učenca

V drugem delu so učenci odprli nalogo v E-listovniku. Nalogo so morali rešiti in jo predstaviti. E-listovnik omogoča povratno informacijo. Tako lahko učenci dobijo povratno informacijo o svojem delu. Na spodnjih slikah so prikazani odgovori učencev in moj komentar.

Naloga, ki so jo učenci reševali v E-listovniku: naloga 1. skupine

1. Dva valja smo položili na tla. Nad vsakim valjem je narisana stična ploskev med valjem in tlemi.

Masi obeh valjev sta enaki. Vsak valj ima maso 1,57 kg.

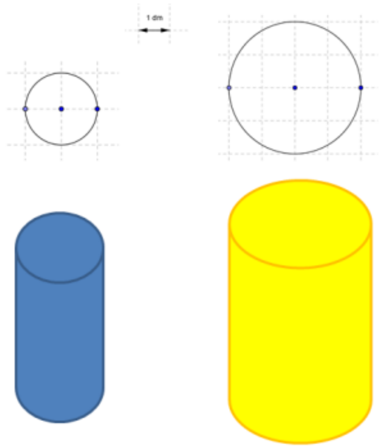
a) Odčitaj polmer prvega valja in drugega valja. Kolikokrat je polmer drugega valja večji od polmera prvega valja .

b) Izračunaj stično ploskev prvega valja S_1 in stično ploskev drugega valja S_2.

Kolikokrat je stična ploskev drugega valja večja od stične ploskve prvega valja ?

c) Izračunaj tlak pod prvim valjem p_1 in ga izrazi v Pa. Izračunaj tlak pod drugim valjem p_2 in ga izrazi v Pa.

d) Kolikokrat je tlak pod drugim valjem manjši od tlaka pod prvim valjem ?



Lejla Škobić - 25. april 2014, 8:26

a) 1. Valj: F= 15,7N
S= 12,56dm(kvadrat)
p= 125Pa

Valj2: F= 15,7N
S= 3,14dm(Kvadrat)
p= 500Pa

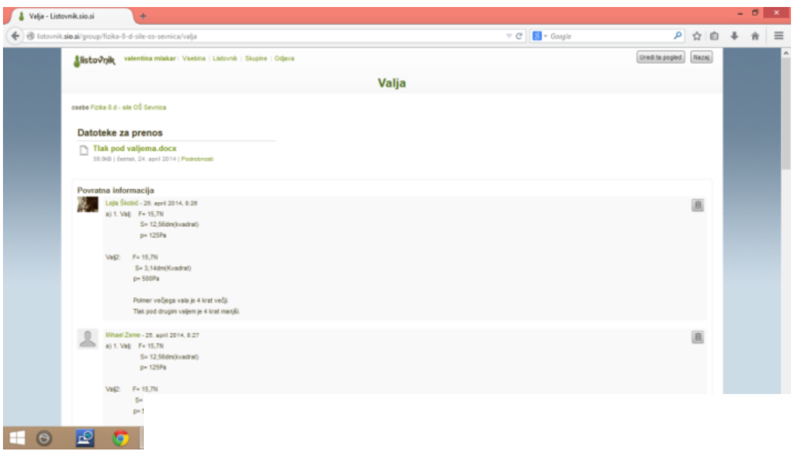
Polmer večjega vala je 4 krat večji.
Tlak pod drugim valjem je 4 krat manjši.

Slika 5: Prikaz odgovorov učencev v E-listovniku

kristina rilak - 25. april 2014, 8:40
a) r1= 1dm r2= 2dm Drugi valj je 2x večji
b) S1= 3,14 dm2 S2= 12,56dm2
Odg. : Stična ploskev 2. valja je 4x večja
c) P1:500Pa , P2 : 125Pa
d) Odg. : Tlak 2. valja je 4x manjši

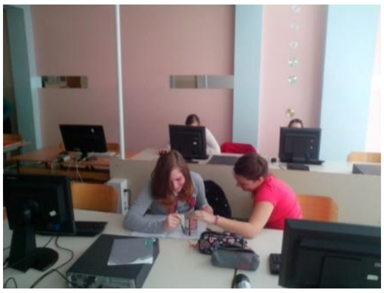
valentina mlakar - 08. maj 2014, 22:23
Lejla, še enkrat poglej in pravilno odgovori na vprašanje a (primerjava polmerov) in vprašanje b (primerjava stičnih ploskev).
Urška enako preglej in popravi.Enako naredi tudi Žiga, Miha.
Nikolaj, Doroteja, Kristina odgovor na vprašanje a bolj natančno dopolniti, glede na vprašanje.

Slika 6: Povratna informacija učencu



Slika 7: Pogled v E-listovnik

Slika 8: Utež in tlak



Slika 9: Tlak pod valjasto posodo (pločevinko)

Zaključek

Projekt EUfolio, ki ga na naši osnovni šoli izvajamo prvo leto, omogoča učiteljem izvedbo sodobnega poučevanja. Kot učiteljica v okviru projekta Eufolio zaradi novega načina izvedbe učnih ur prepoznavam pri svojih učencih večjo motiviranost za šolsko delo, sprotno delo in večje zanimanje za učne vsebine tako pri pouku fizike kot tudi pri pouku matematike. Projekt mi daje več možnosti za medpredmetno povezovanje obeh predmetov in spodbuja učence za razvoj kritičnega mišljenja. Pri učencih opažam tudi napredek pri razvijanju bralne pismenosti, pri zbiranju in izbiranju podatkov oziroma virov, analiziranju in interpretiranju podatkov ter pri razvijanju digitalne pismenosti. Uspešnost izvedenih učnih ur vidim predvsem v tem, da so učenci soustvarjalci pri načrtovanju in izvajanju kvalitetno naravnih ur pouka, da učenci pridobivajo veščine načrtovanja, sistematičnosti, kritičnosti in samovrednotenja. Učenci se računalniško opismenijo. Kakovosten in oseben je način dajanja informacij o njihovem napredku tako učencem samim kot tudi staršem. Izvedene učne ure v okviru projekta EUfolio omogočajo sodobnejši način dela, ki je učencem zaradi uporabe IKT tehnologije veliko bližji. Učenci so pri urah, ki jih izvajamo v okviru projekta, uspešnejši, zadovoljni in pripravljeni na medsebojno vrstniško sodelovanje in pomoč.

Viri

1. Komljanc, N. (2008). Razvoj didaktike ocenjevanja znanja. Didaktika ocenjevanja znanja. V: Razvoj didaktike na področju ocenjevanja znanja. Zbornik prispevkov. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
2. Komljanc, N. (2009). Formativno spremljanje učenja. Didaktika ocenjevanja znanja. V: Vodenje procesa ocenjevanja za spodbujanje razvoja učenja. Zbornik prispevkov. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
3. Kralj, D. (1992). Integrirani pouk- poskus opredelitve in izkušnje ob izvajanju. V D. Milekšič (ur.). Didaktična prenova razredne stopnje osnovne šole. Integrirani pouk. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo in šport.
4. Kramar, M. (1991). Didaktični koncept pouka v nižjih razredih osnovne šole. Educa, 1(2), str. 125-131.

PRIMER VKLJUČEVANJA MATEMATIČNIH VSEBIN V MEDNARODNI PROJEKT

Inclusion example of mathematical topics in an international project

Alenka Jurančič

alenka.jurancic@guest.arnes.si

OŠ Matije Valjavca Preddvor

Povzetek

V prispevku smo predstavili, kako smo matematične vsebine šestega razreda vključili v mednarodni projekt Comenius – večstranska partnerstva. Učenci so risali mreže geometrijskih teles in jih sestavili v model gradu. Bili so ustvarjalni, razvijali so prostorsko predstavo, natančnost in tudi vztrajnost. Opise teles in fotografije smo poslali partnerskim šolam. Njihovi učenci so po navodilih izdelali enake modele gradu kot naši. Po treh letih smo si z našimi učenci model zopet ogledali in razmišljali, kaj vse bi ob njej lahko izračunali. Sestavili smo nekaj nalog in jih rešili.

Ključne besede: geometrijska telesa, mednarodni projekti, besedilne naloge

Abstract

This article presents how mathematical topics of the sixth grade were included in the international Comenius project - multilateral partnerships. Students made nets of geometric bodies and built a model of a castle. They were creative while developing visual imagination, accuracy and persistence. Descriptions of the geometric bodies and photos were sent to the partner schools. Their students constructed the same models of the castle as ours. After three years we looked at the model again and we were thinking about what we could calculate about this castle. We thought of some exercises and solved them.

Key words: geometric bodies, international projects, textual tasks

Uvod

Slovenski šolam je že več let omogočeno, da sodelujejo v mednarodnih projektih. Ena od možnosti je bila, da smo se vključili v Program Vseživljenjsko učenje preko nacionalne agencije Cmepius. Najpogostejša podprograma za osnovne šole sta bila Comenius – večstranska partnerstva in eTwinning. Od leta 2014 dalje se program imenuje Erasmus+ (www.erasmusplus.si).

Podprogram Comenius je namenjen dvigu kakovosti šolskega izobraževanja v Evropi, omogoča spoznavanje in razumevanje evropske kulturne in jezikovne raznolikosti ter mladim pridobivanje osnovnih spretnosti in kompetenc, potrebnih za njihov osebni razvoj, za prihodnje zaposlovanje in za aktivno evropsko državljanstvo. Cilj programa je izboljšanje kakovosti in povečanje obsega mobilnosti učencev in izobraževalnega osebja, izboljšanje kakovosti in povečanje obsega partnerstev med šolami, spodbujanje učenja živih tujih jezikov, podpiranje razvijanja inovativnih IKT vsebin, povečanje kakovosti in evropske razsežnosti usposabljanja učiteljev ter izboljšanje pedagoških pristopov in šolske uprave. Večstranska šolska partnerstva so namenjena povezovanju in sodelovanju najmanj treh šol iz treh različnih držav na osnovi skupne teme (http://www.cmepius.si/vzu/comenius.aspx).

V letih od 2009 do 2011 je naša šola sodelovala v mednarodnem projektu Comenius – večstranska partnerstva. Naslov našega projekta je bil *Postani mlad arhitekt in umetnik*. Vsebine in cilji so bili zelo raznoliki. Učenci so spoznavali okolje, življenjske pogoje, načine gradnje in zanimive kraje, različne religije in sakralne objekte kulturo in zgodovino tako bližnje okolice kot partnerskih držav. Razvijali so domišljijo, likovne spretnosti in prostorsko predstavo. Napredovali so pri rabi angleškega jezika in pridobivali nove spretnosti pri uporabi informacijsko-komunikacijske tehnologije.
V nadaljevanju bom najprej predstavila, kako smo v naš projekt vključili matematične vsebine šestega razreda, in sicer iz sklopa Liki in telesa. Tri leta kasneje smo z isto generacijo učencev vsebine nadgradili.

Dejavnost projekta: Geometrija in arhitektura

Ena od dejavnosti projekta je bila povezana z matematičnimi vsebinami. Naša šola je imela nalogo, da pripravi model iz geometrijskih teles, nato pa partnerske šole izdelajo enak model na podlagi poslanih podatkov in fotografij.

Potek dela

Model smo pripravljali z učenci šestega razreda. S prostovoljci smo ga izdelovali med rekreacijskim odmorom in po pouku.
Skupaj z učiteljico, ki jih je tisto leto poučevala matematiko, smo najprej premišljevali, kakšen geometrijski model bi izdelali. Nizali smo predloge o različnih stavbah, nato pa smo se odločili, da izdelamo model gradu.
Pogovorili smo se o velikosti makete in o tem, iz kakšnih teles bo sestavljena. Učenci šestega razreda prepoznajo že več geometrijskih teles, podrobneje pa le kocko in kvader. To smo upoštevali pri načrtovanju. Na tablo smo skicirali model gradu in zapisali mere posameznih delov. Skicirali smo še mreže teles in razmislili, kako bomo tako velike mreže risali in rezali. Preden smo začeli, smo izbrali še primeren papir.
Z načrtovanjem ni šlo kar gladko. Med izdelovanjem smo ugotovili, da bi bilo bolje, ko bi izbrali drugačne mere, zato smo načrt spremenili. Paziti smo morali tudi, kje bomo dodali zavihke, da bomo lahko zlepili papir. Vse mreže niso uspele v prvem poskusu, nekaj jih je bilo treba narediti tudi po dvakrat. Paziti je bilo treba na natančnost, tako pri risanju kot tudi pri striženju in lepljenju. Mrežo kvadra so že spoznali, zato so jih izdelovali dokaj samostojno (Slika 1). Več pomoči so potrebovali pri strehi v obliki piramide.

Slika 1: Izdelovanje makete

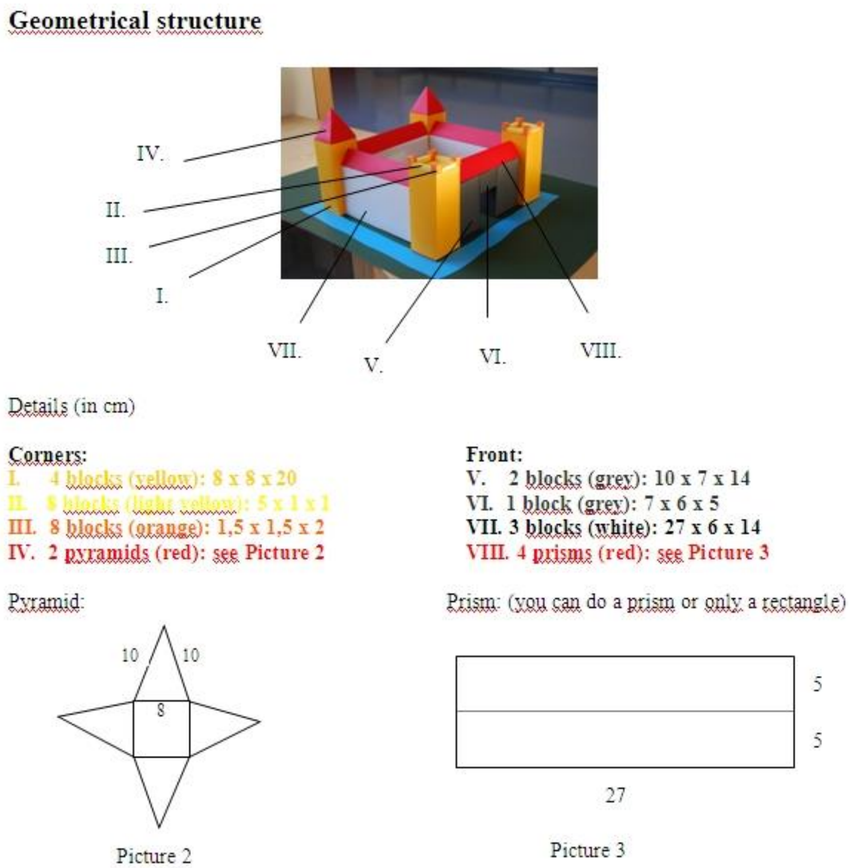
Za maketo smo potrebovali več ur dela. Tudi učenci so predvidevali, da bodo potrebovali manj časa. A vztrajnost se je splačala in po nekaj dneh nam je uspelo. Grad smo obdali še s potokom in se ponosno slikali (Slika 2).

Slika 2: Končana maketa

Pri izdelavi makete so učenci uresničevali cilje drugega vzgojno-izobraževalnega obdobja iz teme GEOMETRIJA IN MERJENJE in sklopa LIKI IN TELESA, in sicer naslednje:

- uporabljajo geometrijsko orodje;
- razvijajo geometrijske predstave;
- prepoznavajo in oblikujejo simetrične oblike;
- razvijajo natančnost;
- izdelajo in opišejo mrežo kocke ter kvadra;
- rišejo mrežo kocke in kvadra;
- oblikujejo različne mreže.

Sledil je drugi del naloge. Podatke za izdelavo smo poslali vsem partnerskim šolam in vrtcu. Uporabili smo program Word ter se ob tem naučili vstaviti fotografijo in uporabljati vrstico za risanje. Uporabiti smo morali tudi znanje angleščine in ga dopolniti z novimi izrazi za kvader, piramido, prizmo ... (Slika 3).



Slika 3: Navodila partnerskim šolam

Na vseh šestih partnerskih šolah in tudi v vrtcu so izdelali enak model gradu. Fotografirali so, kako so izdelovali in kaj je nastalo, nato pa fotografije poslali na našo šolo. Naredili smo izbor (Slika 4) in izdelali predstavitev s programom PowerPoint. Vsaka šola je dobila po eno zgoščenko. V nekaterih šolah je model izdeloval cel razred in so izbrali najlepše primere za končni izdelek, v eni od partnerskih držav pa je neka učenka celoten model izdelala kar sama doma.

Slika 4: Izdelani gradovi v nekaterih partnerskih šolah

Kaj lahko izračunamo?

V letošnjem šolskem letu so naši učenci že v devetem razredu. Pri obravnavi geometrijskih teles smo se na model gradu zopet spomnili. Kljub temu, da je projekt že zaključen, smo si ga ponovno ogledali in se vprašali, kakšne naloge bi lahko sestavili in kaj vse bi lahko izračunali. Dejavnost smo izvedli pri učni vsebini o sestavljenih telesih (Slika 5).

Slika 5: Ogled modela in merjenje

Cilji učne ure so bili:

- izračunajo površino in prostornino sestavljenih teles;
- uporabljajo Pitagorov izrek pri reševanju nalog o telesih;
- razvijajo ustvarjalnost in samoiniciativnost (Žakelj in ostali, 2011).

Delali so v skupinah in nastalo je nekaj zanimivih nalog, od preprostejših do zapletenejših. Navodil za izdelavo gradu jim nisem pokazala, zato so morali vse potrebne podatke izmeriti.

Primeri nalog

1. Koliko geometrijskih teles vidiš?
   (Rešitev: 32)
2. Koliko je različnih geometrijskih teles?
   (Rešitev: 8)
3. Izračunaj, koliko metrov bi stražar prehodil od vogalnega rumenega stolpa do diagonalno nasprotnega,
   a) če gre po zunanji strani ali
   b) če gre po notranji strani po najkrajši poti.
   (Rešitev: a) 86 m, b) 38 m)
4. Koliko meri površina rdeče strehe v obliki piramide?
   (Rešitev: 147 cm^2)
5. Izračunaj prostornino gradu.
   (Rešitev: 15538 cm^3)
6. Zlatolaska je stala na vrhu opazovalnega stolpa. Model stolpa je visok 20 cm in je narejen v razmerju 1 : 100.
   a) Kako dolgi morajo biti njeni lasje, da bodo segali do tal in bo po njih lahko priplezal princ? Zlatolaska je visoka 170 cm.
   b) Koliko časa rastejo tako dolgi lasje, če v enem mesecu zrastejo za 1 cm?
   c) Kako hitro bi morali rasti lasje, da bi bili tako dolgi v 20 letih?
   (Rešitev: a) 2170 cm, b) 180 let in 10 mesecev, c) 9 cm na mesec)

Učenci so imeli reševanju kar nekaj težav, in sicer največ pri poševnih strehah.
Pri štirikapni strehi v obliki pravilne štiristrane piramide so imeli težave pri merjenju oziroma računanju višine. Pri računanju površine strehe nekateri niso računali le plašča, ampak so prišteli še osnovno ploskev.
Ko so sestavljali nalogo iz narave, so pozabili izbrati merilo, v katerem naj bi bil model narejen.

Računanje prostornine celotnega modela gradu je bilo zahtevno delo tudi za najboljše učence, saj so morali upoštevati osem različnih geometrijskih teles. Da so pravilno izračunali celotno prostornino, so morali reševati sistematično. Nekateri od njih so dvokapno streho primerjali s piramido in ne s tristrano prizmo.
Pri Zlatolaski smo začeli razmišljati, ali lahko v enem človeškem življenju zrastejo tako dolgi lasje. Zato smo nalogo dopolnili z vprašanjem, koliko časa rastejo lasje, da dosežejo tako dolžino v realnem življenju.

Zaključek

Cilje, ki smo si jih zadali, smo uspešno uresničili. Učenci so svoje znanje o geometrijskih telesih uporabili v novi, kompleksnejši situaciji. Šestošolci so ustvarjali, načrtovali in sestavljali geometrijski model. Bili so zadovoljni, ko so videli, da so učenci iz drugih držav naredili točno takega, kot so si ga zamislili. Ko so bili naši učenci v devetem razredu, smo razmišljali, kaj bi lahko ob tem modelu izračunali. Ugotovili smo, da sestavljanje nalog ni tako lahko delo in da potrebujemo veliko znanja, če želimo nalogo sestaviti smiselno in jo tudi pravilno rešiti.
Mednarodni projekti prinašajo dodano vrednost šolskemu delu, zato je vredno z njimi nadaljevati. Glede na to, da učenci niso najbolj spretni pri sestavljanju nalog, bom pri naslednjih generacijah to dejavnost pogosteje vključila v pouk.

Viri

1. Strnad, M., Štuklek, M. (2005): Presečišče 9, DZS, Ljubljana.
2. www.cmepius.si/vzu/comenius.aspx (5. 5. 2014)
3. www.erasmusplus.si (5. 5. 2014)
4. Žakelj, A. in ostali (2011): Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika, Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, dosegljivo na spletnem naslovu: www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (5. 5. 2014)

MNOGOTERE INTELIGENTNOSTI PRI POUKU MATEMATIKE
Multiple Intelligences in Maths

Alenka Jurančič

alenka.jurancic@guest.arnes.si

OŠ Matije Valjavca Preddvor

Povzetek

Vsak učenec se uči, pomni, razume in rešuje naloge na različne načine. Da bi kot učitelji dosegli boljše rezultate pri poučevanju matematike, moramo uporabljati različne metode, naloge in aktivnosti, s katerimi upoštevamo različnost učencev, ne pa samo tiste, ki imajo razvito jezikovno in logično-matematično inteligentnost. V prispevku je na kratko opisana teorija o mnogoterih inteligentnostih, kot jo je predstavil ameriški psiholog Howard Gardner, in nekaj primerov, kako jo lahko uporabimo pri poučevanju matematike. Opisali smo tudi, kako smo pri obravnavi Pitagorovega izreka v osmem razredu osnovne šole vključili vse vrste inteligentnosti. Povečana aktivnost učencev nas je spodbudila, da bomo tudi pri naslednjih učnih temah poiskali dodatne načine za obravnavo snovi.

Ključne besede: mnogotere inteligentnosti, matematika, Pitagorov izrek

Abstract

Every student can learn, remember, understand and use the knowledge in different ways. In order to get better results in maths teachers have to use different methodologies, exercises and activities to reach all the students, not just those who excel at linguistic and logical intelligence. The article deals with the theory of multiple intelligences, described by American psychologist Howard Gardner, and a good use of it at maths teaching. All types of intelligences were included in the process of teaching Pythagorean theorem in the eighth grade of primary school. The increased activity of students encouraged the teachers to look for additional means of teaching in the future.

Key words: multiple intelligences, maths, Pythagorean theorem

Uvod

Matematika ni med najpriljubljenejšimi predmeti v šoli, nekateri se je celo bojijo. Matematika se jim ne zdi težka le zato, ker nimajo dovolj osnovnega znanja, ampak tudi zato, ker ga ne znajo uspešno uporabiti v različnih situacijah. Zato bi morali učitelji spoznati nove pristope poučevanja. To bi lahko storili tudi tako, da bi upoštevali teorijo o mnogoterih inteligentnostih, kot jih je opisal ameriški psiholog Howard Gardner.
V prispevku bom na kratko opisala več tipov inteligentnosti in predstavila nekaj primerov, kako lahko pri poučevanju matematike upoštevamo posamezne od njih. Opisala bom tudi, kako sem pri obravnavi Pitagorovega izreka v osmem razredu osnovne šole vključila v pouk vse vrste inteligentnosti. Ideje sem dobila, ko sem se udeležila izobraževalnega dogodka z naslovom *Using Multiple Intelligence in Maths*,

ki se je odvijal preko portala eTwinning v mesecu marcu 2014. Izobraževanje je vodila Irina Vasilescu, učiteljica matematike iz Romunije. Za vsako od inteligentnosti so bili predstavljeni različni primeri, kako spodbuditi učence, in povezave do spletnih strani z dodatnimi vsebinami in orodji, ki bi jih lahko uporabili.

Teorija o mnogoterih inteligentnostih

Gardner je inteligentnost opredelil kot zmožnost reševanja problemov ali ustvarjanja izdelkov, ki so cenjeni v enem ali več kulturnih okoljih. Razvil je teorijo o sedmih inteligentnostih. Po Gardnerju so vse vrste inteligentnosti prisotne v vsakem učencu, vendar prevladujejo ena ali več od njih. Zato se vsak učenec uči, pomni, razume in rešuje naloge na različne načine. Da bi kot učitelji dosegli boljše rezultate pri poučevanju, moramo uporabljati različne metode, naloge, aktivnosti, s katerimi upoštevamo vsakega učenca, ne samo tiste, ki imajo razvito verbalno in logično-matematično inteligentnost. Pri tem bi morali upoštevati, da se učenčeve sposobnosti lahko razvijajo (Using Multiple Intelligence in Maths).

Jezikovna inteligentnost
Jezikovna inteligentnost je sposobnost učinkovitega besednega izražanja. Omogoča tudi, da si s pomočjo jezika zapomnimo informacije. Učenci z močno jezikovno inteligentnostjo se lažje učijo, kadar se pogovarjajo, argumentirajo, sledijo ustni razlagi ali berejo. Zgodbe so posebno sredstvo za motivacijo.
(http://learninglab.etwinning.net/web/using-multiple-intelligences-in-maths)

Prostorska inteligentnost
Prostorska inteligentnost vključuje vrsto ohlapno povezanih zmožnosti:
- zmožnost prepoznavanja različnih pojavljanj iste prvine,
- zmožnost ustvarjanja miselnih predstav in nato preoblikovanja teh predstav,
- zmožnost grafične predstavitve prostorskih podatkov.

Uporaba vsake izmed zmožnosti lahko okrepi uporabo drugih. Aktiviramo jih za prepoznavanje predmetov, tako takrat, ko jih srečamo v njihovem prvotnem okolju, kot takrat, ko je kakšna okoliščina prvotne predstavitve spremenjena. Uporabljamo jih tudi takrat, ko delamo z grafičnimi predstavitvami – z dvo- ali tridimenzionalnimi različicami prizorov iz resničnega sveta – ali npr. z geometrijskimi liki, zemljevidi (Gardner, 1995).
Učenci z razvito prostorsko inteligentnostjo radi rišejo, barvajo, se izražajo s pomočjo umetnosti, so dobri v branju diagramov, zemljevidov, radi rešujejo labirinte, sestavljanke.

Logično-matematična inteligentnost
Nanjo naletimo pri soočenju s svetom predmetov. Zasnove najvišjih področij logičnega, matematičnega in znanstvenega mišljenja najdemo v preprostem delovanju majhnih otrok na konkretne predmete v njihovem svetu (Gardner, 1995).
Učenci radi delajo s številkami, vzorci, dobri so pri izpeljavi zaključkov iz zbranih podatkov, pri uporabi simbolov. Radi rešujejo matematične probleme. Običajno razmišljajo analitično – matematični problem razdelijo na manjše dele. Izziv za učitelja je, kako zaposliti takega učenca, da se ne dolgočasi.
Dodatne aktivnosti so lahko: kriptogrami, iskanje zaklada, gobelini, sudoku, magični kvadrati, miselni vzorci …
(http://learninglab.etwinning.net/web/using-multiple-intelligences-in-maths)

Telesno-gibalna inteligentnost
Za tako inteligenco je značilna zmožnost uporabe lastnega telesa na zelo različne in spretne načine, tako za izražanje kot v drugačne namene. Značilna je tudi zmožnost spretnega ravnanja s predmeti, tako s tistimi, pri katerih so potrebni drobni motorični gibi prstov in rok, kot s tistimi, pri katerih uporabljamo grobe motorične gibe celotnega telesa (Gardner, 1995).
Učenci z razvito telesno-gibalno inteligenco se učijo bolje, če pri učenju vključijo gibanje – vstanejo, se premikajo, dotikajo, igrajo… Ko ti učenci želijo priklicati določeno učno snov, se spomnijo dejavnosti, ki so jo izvajali z rokami.
Nekaj primerov:

- tangram
- origami
- izdelovanje mrež geometrijskih teles
- dramatizacija dogodkov iz zgodovine matematike
- povezava matematičnih vsebin s športom

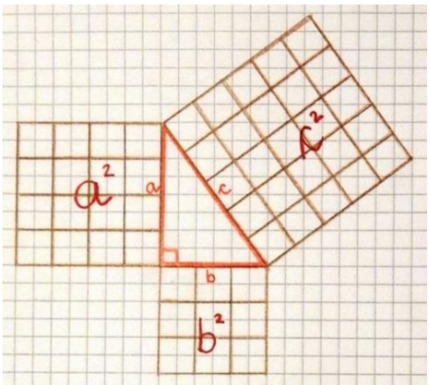
(http://learninglab.etwinning.net/web/using-multiple-intelligences-in-maths)
Glasbena inteligentnost
Učenci z močno izraženo glasbeno inteligentnostjo so občutljivi na uglašenost, ritem in ponavljanje, prav tako na čustveno moč glasbe in njeno kompleksno zgradbo (Gordon in Jeannette, 2001).
Učenci so sposobni razmišljati v ritmu in v vzorcih, jih prepoznavati in z njimi upravljati. Uporabljajo pesmi in ritem pri učenju. Nekateri se lažje učijo, če poslušajo glasbo v ozadju.
Na spletnih straneh lahko najdemo videoposnetke skladb o matematičnih pojmih, npr. o številu pi, o koplementarnih in suplementarnih kotih.
(http://learninglab.etwinning.net/web/using-multiple-intelligences-in-maths)

Intrapersonalna in interpersonalna inteligentnost
Pri intrapersonalni inteligentnosti je razvita zmožnost dostopa do lastnega čustvenega življenja, do razpona čustev in zmožnosti razlikovanja med temi čustvi (Gardner, 1995).
Učenci radi delajo sami, sami izbirajo način dela, govorijo o svojih občutkih in imajo močan občutek za pravičnost.
Učitelj naj poskuša vse, kar se učijo, povezati z njihovim življenjem, in jim dati čas, da analizirajo, kar so delali ali se učili.
Interpersonalna (ali medosebna) inteligentnost se obrača navzven, k drugim posameznikom. Osrednjo vlogo ima zmožnost opazovanja in razlikovanja med drugimi posamezniki, še zlasti med njihovimi razpoloženji, značaji, motivacijami in namerami (Gardner, 1995).
Učenci so komunikativni, uživajo v pogovorih, rešujejo konflikte, so dobri organizatorji in se najbolje učijo, ko sodelujejo z drugimi. Učitelji spodbujajo medosebno inteligentnost tako, da učenci delajo v skupini ali v parih, pomagajo sošolcem pri učenju, z igranjem vlog, kjer vključijo znanje zgodovine, kulture ali religije. (http://learninglab.etwinning.net/web/using-multiple-intelligences-in-maths)

Naturalistična inteligentnost
Ta inteligentnost je bila dodana kasneje. Povezana je z opazovanjem, razumevanjem in urejanjem vzorcev v naravi.

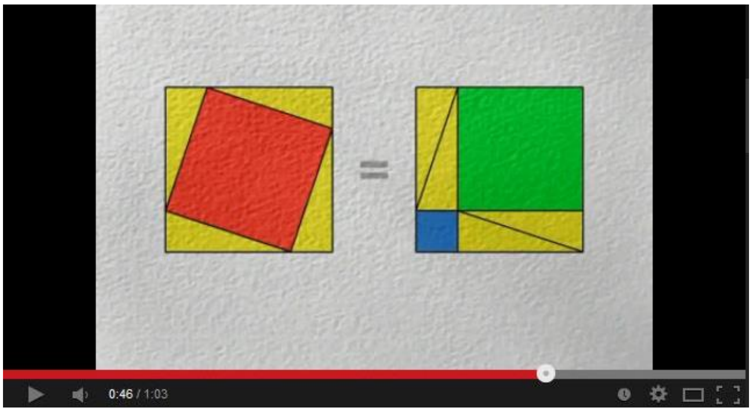
Kako smo obravnavali Pitagorov izrek v 8. razredu

Pri obravnavi Pitagorovega izreka sem si zadala nalogo, da pri spoznavanju, dokazovanju in reševanju nalog upoštevam vse tipe inteligentnosti.
Učenci so najprej slišali nekaj o Pitagoru (jezikovna inteligentnost) in njegovem delu. Narisali smo pravokotni trikotnik z dolžinami stranic 3 cm, 4 cm in 5 cm, nad vsako stranico narisali kvadrat ter ga razdelili na kvadratke s ploščino 1 cm^2 (vidno-prostorska inteligentnost). Prešteli smo kvadratke in poiskali povezavo med velikostmi ploščin kvadratov (logično-matematična inteligentnost, Slika 1). Zapisali smo povezavo z matematičnimi simboli in besedami (verbalna inteligentnost).



Slika 1: Pitagorov izrek

Pri dokazovanju, da velja Pitagorov izrek za vsak pravokotni trikotnik, smo uporabili več poti. Pogledali smo si posnetek (Slika 2), kjer s prestavljanjem pravokotnih trikotnikov pokažemo enakost ploščine kvadrata nad hipotenuzo in vsoti ploščin kvadratov nad katetama (vidno-prostorska inteligentnost) in ga nato izvedli še sami. Pravokotne trikotnike so učenci morali izrezati že doma. V šoli so jih nalepili na dva različna načina (telesno-gibalna inteligentnost) in primerjali ploščine kvadratov. Posnetku je dodana glasba v ozadju in upam, da se vsaj tukaj Pitagorov izrek dotakne učencev z močno glasbeno inteligentnostjo.

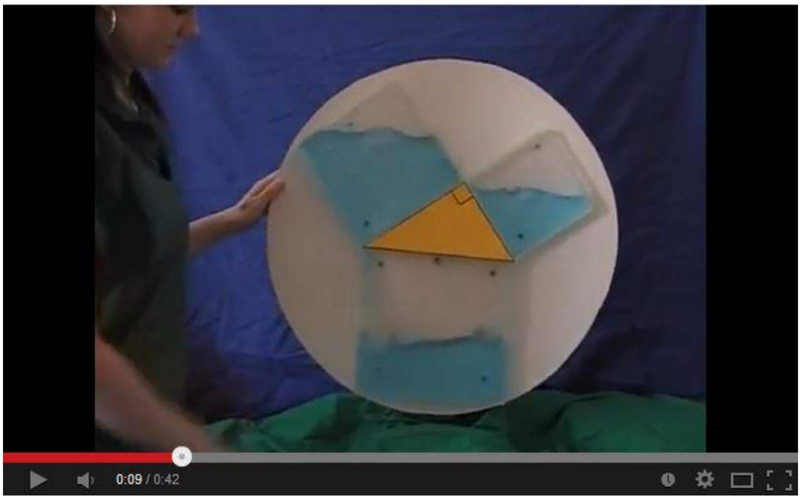


Slika 2: Dokaz Pitagorovega izreka

Zelo zanimiv je tudi dokaz z origamijem (Slika 3), (vidna in telesno-gibalna inteligentnost). V tem letu sem ga sama prvič poskusila izvesti, v naslednjem letu ga bomo skupaj z učenci.

Slika 3: Dokaz Pitagorovega izreka z origamijem

Kot zanimivost smo si ogledali še posnetek dokaza (Slika 4) s pretakanjem vode (vidno-prostorska inteligentnost).

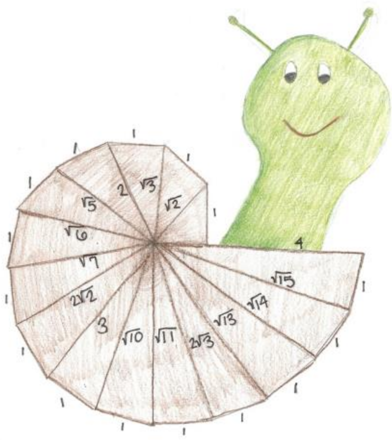


Slika 4: Dokaz Pitagorovega izreka s pretakanjem vode

Pri uporabi Pitagorovega izreka v različnih geometrijskih likih smo razvijali vidno-prostorsko inteligentnost. Vsakokrat, ko smo našli pravokotni trikotnik, smo ga občrtali ali obkrožili s prstom ter zanj ponovili izrek in s tem upoštevali tudi telesno-gibalno in jezikovno inteligentnost.
Po tem, ko smo že obravnavali uporabo Pitagorovega izreka v nekaterih likih, sem na začetku ure pokazala pravokotni trikotnik (Slika 5), zapolnjen z imeni geometrijskih likov. Učenci so poiskali imeni dveh, pri katerih uporabe izreka še nismo obravnavali (jezikovna inteligentnost). Trikotnik sem oblikovala s pomočjo spletne aplikacije Tagxedo (www.tagxedo.com).

Slika 5: Sestavljene besede v obliki pravokotnega trikotnika

Vidno-prostorska inteligentnost so učenci razvijali tudi pri reševanju nalog v vsakdanjem življenju, npr. v arhitekturi, računanju dolžine poti ipd. Obenem pa smo v teh primerih vključili tudi učence z izrazitejšo intrapersonalno inteligentnostjo, saj so reševali naloge, povezane z njihovim življenjem.
Pri utrjevanju znanja so imeli učenci možnost, da so naloge reševali samostojno (intrapersonalna inteligentnost) ali v parih, da so lahko pomagali sošolcu oz. naloge skupaj reševali (interpersonalna inteligentnost).
Naturalistične inteligentnosti smo se dotaknili, ko smo risali pitagorejskega polža (Slika 6) in poiskali primerjavo s polževo hišico, nekateri so pomislili tudi na školjke. Za domačo nalogo so morali sami poiskati primer v svoji okolici (v stavbi ali v naravi) ter sestaviti nalogo in jo rešiti.



Slika 6: Pitagorejski polž

Zaključek

Izobraževalni dogodek me je opomnil, da ne smem poučevati rutinsko, ampak iskati nove načine, kako posamezen učni sklop obravnavati z različnih vidikov in pri tem vključiti različne inteligentnosti, saj le tako aktivno vključim čim več učencev. Večkrat smo že slišali o različnih načinih učenja, vendar na nobenem izobraževanju še nisem zasledila tako poglobljenega pristopa in toliko primerov ravno za poučevanje matematike. Večino učencev mi je pri obravnavi Pitagorovega uspelo bolj aktivirati in motivirati kot pri prejšnjih temah, zato je bilo vredno poskusiti. Povečana aktivnost učencev me je spodbudila, da bom tudi pri naslednjih učnih temah poiskala različne metode za poučevanje.

Viri

1. Gardner, H. (1995): Razsežnosti uma: Teorija o več inteligencah, Tangram, Ljubljana.
2. Gordon, D. In Jeannette, V. (2001): Revolucija učenja, Educy, Ljubljana.
3. Origami Proof of the Pythagorean Theorem, http://www.youtube.com/watch?v=z6lL83wl31E (22. 3. 2014)
4. Pythagoras in 60 Seconds, http://www.youtube.com/watch?v=pVo6szYE13Y&index=4&list=PLNuf4nzoIuOjzLrt_Ga300wakszNdtQNL (22. 3. 2014)
5. Pythagorean theorem water demo, http://www.youtube.com/watch?v=CAkMUdeB06o (22. 3. 2014)
6. Stari Grki, http://starigrki.blogspot.com/2013_12_01_archive.html
7. Strnad, M. in ostali. (2004): Presečišče 8, DZS, Ljubljana.
8. Tagxedo, www.tagxedo.com (5. 5. 2014)
9. Using Multiple Intelligence in Maths, http://learninglab.etwinning.net/web/using-multiple-intelligences-in-maths (22. 3. 2014)

TEŽAVE PRI SAMOSTOJNEM UČENJU MATEMATIKE Z INTERNETOM

Problems with independent math learning with internet

Anamarija Jeler

ana.jeler@gmail.com

Osnovna šola Griže

Povzetek

Učenje s spletom, uporaba e-učbenikov in digitalnih vsebin je vse bolj v ospredju. Učenci uporabljajo računalnike in internet vsak dan, vendar je vprašanje, če so njihove digitalne kompetence, bralna pismenost in razumevanje matematičnih pojmov dovolj dobri, da bi jih uporabili za samostojno učenje preko spleta.
V prispevku je predstavljen primer dela z učenci 9. razreda, kjer sem želela preveriti digitalne kompetence učencev pri samostojnem učenju matematike s pomočjo spletnih virov, forumov, matematičnih apletov, interaktivnih učbenikov ... Pripravila sem učni list z učnimi cilji, ki jih morajo doseči učenci pri učni enoti *Srednje vrednosti*. Po končanem delu sem analizirala rešitve učnih listov. Ugotovila sem, da imajo učenci težave z bralnim razumevanjem, iskanjem ustreznih virov in s kritičnim vrednotenjem informacij. Izboljšanje bralne pismenosti in digitalnih kompetenc je ključnega pomena za samostojno učenje matematike s pomočjo interneta, saj predstavlja skorajda neskončen vir informacij, znanja in možnosti učenja.

Ključne besede: spletno učenje, informacije, digitalne kompetence, bralna pismenost.

Abstract

Learning with the internet, using e-books and digital content is becoming increasingly important. Students use computers and the Internet every day, but are their digital skills, reading literacy and understanding of mathematical concepts good enough to be used for independent learning with the internet.
This article presents an example of independent math learning. I wanted to check the digital competences of 14 years old students for indpendent math learning with online resources, forums, mathematical applets, interactive books ... I made a worksheet with learning goals that students need to achieve in the learning unit Middle values. After their work I analyzed solutions of worksheets. I have found that students have difficulty with reading comprehension, finding appropriate resources and with critical valuating information. Improving literacy and digital competence is crucial for independent learning with internet, as it represents almost infinite source of information, knowledge and learning opportunities.

Key words: independent learning, informations, internet, digital competence.

Uvod

»Internet je največja tehnološka sprememba v izobraževanju od prve tiskane knjige pred približno 500 leti. Napovedi, da bo v 21. stoletju kar 60% učenja potekalo po internetu, so drzne, za nas pa to pomeni, da je pomembno, da se na to dobro pripravimo.« To misel je že leta 2002 zapisal William A. Draves, predsednik največjega združenja v vseživljenjskem učenju v svetu in vodilnega združenja v spletnem učenju LERN (Learning Resources Network) .
Digitalne tehnologije so med mladimi zelo razširjene. Po pogovorih z učenci devetega razreda sem spoznala, da jim splet služi kot razvedrilo pri komuniciranju, igranju spletnih iger, objavljanju fotografij, spletnem nakupovanju itd.
Pri svojem raziskovanju nisem želela primerjati samostojnega učenja s spletom in samostojnega dela z učbenikom, saj so v učbeniku vse informacije o posamezni učni enoti podane na enem mestu (teoretični del, rešen primer in vaje), na spletu pa je potrebno te informacije poiskati, jih ovrednotiti in uporabiti za reševanje konkretne problemske situacije. Želela sem preveriti svojo hipotezo o digitalni pismenosti učencev v 9. razredu, da je kljub vsakodnevni uporabi internet kot izobraževalni vir premalo izkoriščen, saj učenci nimajo dovolj znanja o tem, kako poiskati ustrezne in kakovostne informacije na spletu, jih kritično ovrednotiti ter se tako samostojno učiti.
V zadnjih letih se na šolah trudimo izboljšati bralno pismenost z različnimi strategijami. Kljub temu, da se evropsko povprečje in delež učencev z nezadostnimi temeljnimi zmožnostmi branja nista spremenila (primerjava raziskav PISA iz leta 2000 in 2009), so bile opazne spremembe v posameznih državah, ki so dosegle boljše povprečne rezultate učencev. Po letu 2009 se je pomen izboljšanja bralne pismenosti še povečal.
Poleg dobre bralne pismenosti učenca pa je za samostojno učenje s spletom potrebna tudi digitalna pismenost, ki je definirana kot zavedanje, drža in sposobnost posameznikov za ustrezno uporabo digitalnih orodij in pripomočkov za identifikacijo, pridobitev, obravnavo, integracijo, evalvacijo, analizo in sintezo digitalnih virov,

gradnjo novega znanja, oblikovanje medijskih izrazov in komunikacijo z drugimi, v kontekstu specifičnih življenjskih situacij, z namenom omogočanja konstruktivnega družbenega delovanja; in za razmišljanje o teh procesih (Martin in Grudziecki, 2006: 255).
Nedavna evropska študija (Survey of Schools: ICT in education, 2013) je pokazala, da 50–80 % učencev EU nikoli ne uporablja digitalnih učbenikov, računalniških programov za vaje in didaktične igre ter spleta za predvajanje različnih oddaj oz. simulacij. S pravilno uporabo interneta in internetnih vsebin bi bilo učenje bolj zanimivo, vzpodbudno in, kar je najpomembnejše, bolj trajno.

Samostojno delo učencev in analiza dela

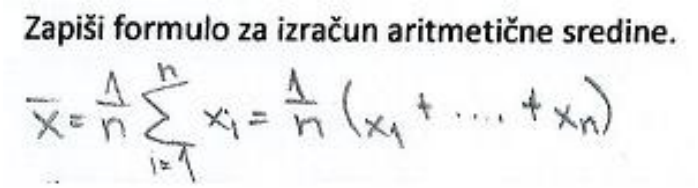
Pri pouku učence spodbujam k uporabi interneta in sodobne tehnologije. Pri spletnem komuniciranju (elektronska pošta, pošiljanje slik, uporaba spletne učilnice, oddaja domačih nalog preko spleta ...) nisem zaznala težav. Po 6-mesečnem delu z učenci 9. razreda sem opazila, da internet zelo redko samostojno uporabljajo kot vir informacij za samostojno učenje.

Pripravila sem učni list, ki je vseboval:

- Navodila za delo.
- Učne cilje, povzete po učnem načrtu za matematiko (2011), ki jih je potrebno doseči pri matematični enoti *Srednje vrednosti*:
    1. Poznati različne srednje vrednosti.
    2. Določiti aritmetično sredino (lahko z računalom).
    3. Spoznati lastnosti aritmetične sredine in jih primerjati.
    4. Določiti modus za dane podatke.
    5. Določiti mediano za dane podatke.
    6. Določiti medčetrtinski razmik za dane podatke.
- Teoretična vprašanja, na katera je potrebno odgovoriti.
- Konkretno problemsko situacijo.

Naloga učencev je bila, da te cilje dosežejo s pomočjo interneta (forumi, interaktivni učbeniki, rešeni primeri ...), pri tem pa upoštevajo ustreznost verodostojnost informacij.
Po pregledu rešenih učnih listov sem dobila naslednje podatke:

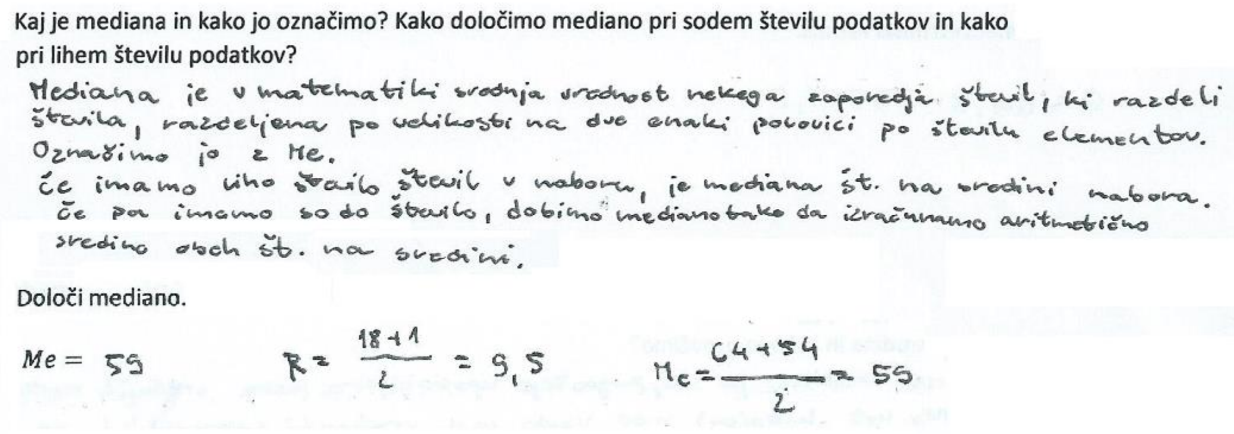
- 50 % učencev ni znalo dovolj kritično povzeti informacij s spleta. Na vprašanje so odgovorili z informacijami, ki so jim bile nerazumljive in nejasne. Kljub temu da so matematični pojem povprečje že poznali, so formulo za aritmetično sredino izpisali enačbo (slika spodaj), ki jim ni bila razumljiva.



Slika 1: Odgovor na vprašanje

- Pri branju učenci niso bili dovolj natančni, saj niso upoštevali zapisanih učnih ciljev. Že na prvo vprašanje, kjer so morali zapisati srednje vrednost iz učnih ciljev, je pravilno odgovorila le polovica učencev. Njihovi odgovori sicer niso bili napačni (harmonična sredina, geometrijska sredina ...), vendar niso bili dovolj natančni.

- Večina učencev je dosegla le prve tri učne cilje (poznavanje aritmetične sredine), ki so jih že usvojili v nižjih razredih.
- Zadnja dva učna cilja (določitev mediane in medčetrtinskega razmika na podatkih) je izkazalo le 13 % učencev. Ti učenci so mediano in medčetrtinski razmik pravilno določili s pomočjo definicije, ki so jo zapisali. Uporabili so sklepni račun.
- Za večino teoretičnih vprašanj so učenci poiskali ustrezne informacije na spletu, vendar teh informacij niso znali uporabiti za reševanje matematične naloge.
- Spodnji primer kaže pravilno najden in zapisan odgovor na vprašanje, kaj je mediana in kako jo določimo pri sodem oziroma lihem številu podatkov. Le dva učenca sta najdeno teorijo znala uporabiti pri nalogi.


Kaj je mediana in kako jo označimo? Kako določimo mediano pri sodem številu podatkov in kako pri lihem številu podatkov?

Mediana je v matematiki srednja vrednost nekega zaporedja števil, ki razdeli števila, razdeljena po velikosti na dve enaki polovici po številu elementov.
Označimo jo z Me.
Če imamo liho število števil v naboru, je mediana št. na sredini nabora.
Če pa imamo sodo število, dobimo mediano tako da izračunamo aritmetično sredino obeh št. na sredini.

Določi mediano.

$Me = 59$ $\quad R = \frac{18+1}{2} = 9,5 \quad Me = \frac{64+54}{2} = 59$

Slika 2: Primer odgovora

Kljub temu da sem učencem predlagala, da nalogo rešijo s pomočjo že rešenih primerov, ki jih lahko najdejo na spletu, je bil odstotek učencev, ki so samostojno dosegli zahtevane učne cilje zelo nizek.

Kje je težava

Učenčeva uporaba interneta je premalo kreativna in kritična. Študije so pokazale, da ima v povprečju zgolj 30 % učencev digitalne kompetence, 28 % učencev EU doma nima niti dostopa do IKT.

Tudi mi učitelji bi lahko pripomogli k izboljšanju digitalnih kompetenc učencev. Pogosto uporabljamo internet zgolj za pripravo na pouk, ne pa kot učni pripomoček v razredu. V študiji je bilo zapisano, da v začetnem izobraževanju v Evropi samo polovica učencev obiskuje pouk, pri katerem učitelji pri več kot 25 % učnih ur uporabljajo IKT. Kljub temu je spodbuden podatek iz študije, da je Slovenija ena izmed sedmih držav[29], kjer 30–50 % učencev 4. in/ali 8. stopnje poučujejo učitelji, ki zaupajo v svoje digitalne spretnosti, podpirajo uporabo sodobne tehnologije in imajo dober dostop do IKT-opreme.

Menim, da bi k preoblikovanju učnih strategij lahko prispevali največ dobro usposobljeni učitelji, ki bi učence navajali na kritično in kvalitetno povzemanje informacij s spleta in učenje z internetom. To pomeni, da bi morali v času izobraževanja bodočih učiteljev dati večji poudarek digitalnim metodam poučevanja.

[29] Poleg Slovenije so to še Bolgarija, Estonija, Irska, Portugalska, Slovaška in Švedska.

Sama sem se namreč v času študija učila uporabljati kasetofon, VHS-videorekorder in nove tehnologije, kot je interaktivna tabla, medtem ko dela s spletom nismo spoznavali. Primer spodaj kaže, katere kompetence pridobi učitelj razrednega pouka po 2. bolonjski stopnji v Mariboru.

Kompetence diplomanta

- Poglobljena sposobnost analize, sinteze in predvidevanja rešitev ter posledic,
- temeljito obvladanje raziskovalnih metod, postopkov in procesov,
- sposobnost učinkovite uporabe znanja v praksi,
- razvoj kritične in samokritične presoje,
- avtonomnost v strokovnem delu,
- komunikacijske sposobnosti in spretnosti, posebej komunikacije v mednarodnem okolju,
- etična refleksija in zavezanost profesionalni etiki,
- kooperativnost, učinkovito delo v skupini (in v mednarodnem okolju),
- iniciativnost/ambicioznost, vrednota stalnega osebnega in strokovnega napredovanj.

Slika 3: Kompetence učitelja razrednega pouka (Vir: PEF Maribor, 06. 08. 2014)

Razvijanje digitalnih pedagoških kompetenc je nujno, tako v času študija, kot tudi kasneje v nadaljnjem poklicnem razvoju.
K spremembam lahko prispevamo največ učitelji sami s tem, da bolje ustvarjamo situacije v katerih se učenci učijo. Današnji otroci pridejo v stik s sodobnimi pametnimi napravami že zelo zgodaj. Že v prvem razredu znajo na tablicah igrati igrice, kasneje v četrtem in petem razredu nekateri v šoli obiskujejo računalniški krožek, kjer se naučijo osnovne stvari o delovanju računalnika, urejanju besedil, pripravi predstavitev, celo algoritmih (Bober). Zelo hitro se sami (samo s pomočjo interneta in sodelovanjem) naučijo poiskati stvari, ki jih zanimajo: igrice, različne kode, ki omogočajo njihovo igranje, glasbo, filme itd. Menim, da bi morali že v začetnem obdobju izobraževanja učence navajati k iskanju informacij in učenju preko spleta, k varnosti pri delu z internetom, preverjanju informacij ... S preprostimi vprašanji pri uri lahko učence vzpodbudimo k uporabi interneta za učenje (primer nalog za učence: Na internetu poiščite 5 zanimivosti o številu π, poiščite videoposnetek o zlatem rezu, poiščite 2 načina deljenja z ostankom itd.).
Samostojno učenje s pomočjo interneta bi lahko bil obvezni način dela pri vseh predmetih in tudi eden izmed načinov ocenjevanja. Učitelj bi lahko izbral posamezno učno enoto in učencem predstavil učne cilje, ki jih morajo doseči. Na začetku bi se zagotovo porajala vprašanja in negotovost, ki bi jih učenci lahko presegli z učiteljevo pomočjo pri delu, tako da bi jim ta pokazal verodostojne spletne strani, video gradiva, mnoge dostopne strani z interaktivno vsebino in s spletnimi učbeniki itd. Sčasoma pa bi takšen način dela krepil učenčevo samozavest in samostojnost pri učenju z internetom. Učenci bi se tako z vsakodnevno uporabo interneta kot virom učenja zelo kmalu naučili pravilne in učinkovite rabe interneta. Njihova digitalna in bralna pismenost bi se vzajemno izboljševala.
Seveda to pomeni spremembe v študijskih programih, v učnem načrtu in načinu ocenjevanja znanja, ki trenutno učitelje zelo omejuje pri izvajanju pouka in razvijanju učiteljevih digitalnih sposobnosti. Prav tako pa meni odpira nove ideje in cilje, kako lastne učence navajati na delo z internetom in s tem uporabo interneta za samostojno učenje.

Zaključek

Tako teoretična izhodišča kot praktične izkušnje pri delu z učenci pritrjujejo mojemu mnenju, da so otroci, rojeni v digitalni dobi, brez digitalnih kompetenc. Slovenske šole so dobro opremljene z IKT-opremo, kar nam daje prednost pri odpravljanju tega problema. Po predlogu evropskega projekta Obzorje 2020 je v celotnem šolskem sistemu potrebno:

- vzpodbujati učitelje za doseganje visokih stopenj digitalnih kompetenc;
- spremeniti učni načrt v bolj odprtega, takšnega, ki omogoča inovativne prakse poučevanja,
- spremeniti kurikul izobraževanja bodočih učiteljev v času študija;
- okrepiti digitalno spretnost v šolah, kjer je to potrebno;
- spremeniti način ocenjevanja učencev,
- izboljšati bralno pismenost učencev.

S pomočjo teh ciljev lahko dosežemo digitalno kompetentnost naših učencev, tako da bodo učenci v bodoče uporabljati splet in spletne vire za samostojno učenje.
V novem šolskem letu bom nadaljevala s svojim raziskovalnim delom in spodbujanjem učencev na samostojno učenje z internetom. V začetku šolskega leta bom učencem predstavila idejo samostojnega učenja z internetom. Vsak teden bom izbrala učno enoto in pripravila učni list s cilji, z vprašanji in s problemsko situacijo. Predvidevam, da bodo na začetku težave pri reševanju in iskanju ustreznih informacij, vendar bo teh s časoma vse manj, digitalna in bralna pismenost učencev pa vse boljša. Za potrditev svojega mnenja bom ob obravnavi učne enote Srednje vrednosti primerjala rezultate učencev (omenjenih v tem prispevku), ki niso navajeni dela z internetom z rezultati učencev, ki se bodo vse leto navajali na takšen način dela.

Viri

1. Gerlič, I. (2000): Sodobna informacijska tehnologija v izobraževanju, DZS, Ljubljana
2. Draves, William A. How the Internet Will Change How We Learn. Dostopno na http://www.williamdraves.com/works/internet_change_report.htm (06. 08. 2014)
3. Martin, A., Jan Grudziecki, J. (2006): DigEuLit: Concepts and Tools for Digital Literacy Development. Dostopno na http://www.ics.heacademy.ac.uk/italics/vol5iss4/martin-grudziecki.pdf (06. 08. 2014)
4. Vehovar, V., Žavbi, A., Brečko, B. N. (2007): Country Report Slovenia. Digital Literacy.
5. http://ec.europa.eu/information_society/newsroom/cf/dae/document.cfm?doc_id=1800. (6. 8. 2014)
6. Učni načrt: program osnovna šola, Matematika (2011). Ljubljana: Ministrstvo RS za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.

POVEZOVANJE PROMETNIH VSEBIN Z MATEMATIKO

Connecting traffic content with mathematics

Vanja Kocjančič Kuhar

vanjak71@gmail.com

OŠ I Murska Sobota

Povzetek

V današnji, sodobni šoli imamo učitelji vedno bolj vlogo organizatorja in koordinatorja učnega procesa. Informacije prihajajo z veliko hitrostjo, s še večjo pa se spreminjajo. Učenci naj bi bili tisti, ki naj bi jih znali sprejeti, predelati in uporabiti na pravem mestu in ob pravem trenutku. Učenci ob vsej tej »naglici« in tehnologiji postajajo otopeli. Zato smo tukaj učitelji, da jih motiviramo in jim z novimi, sodobnimi metodami in oblikami dela razgibamo njihov vsakdan ter jih aktivno vključimo v delo. Ker v četrtem razredu opravljamo kolesarski izpit, sem se odločila, da bom izpeljala projektni teden in te vsebine popestrila ter jih povezala z matematiko. Podatke smo statistično obdelali in jih prikazali na različne načine. Opravili smo delo na terenu in vključili IKT. Z medpredmetnim povezovanjem, kjer učenci znanje enega predmeta uporabijo pri drugem, je pridobljeno znanje kakovostnejše, predvsem pa trajnejše, delo pa aktivnejše in zanimivejše.

Ključne besede: prometna vzgoja, medpredmetno povezovanje, projektno učno delo, obdelava podatkov

Abstract

Today's modern school teachers are put into the role of the organizer and coordinator of the learning process. New information arrives at high speed and changes at an even higher speed. Students are supposed to be the ones who can accept, process and use this information in the right place at the right time. However, because of the haste and new technology the students are becoming indifferent to the information. Therefore, it is up to the teachers to motivate them and diminish their indifference with modern methods and actively involve them in the activities.

Because this year we are doing a bicycle license test, I decided to do a project week and associate the lessons with mathematics. Transportation contents were statistically analysed and displayed in different ways. We have done field work with ICT. With cross-curricular integration, where students apply knowledge from other subjects, the gained knowledge quality is more durable and, above all, activities are more dynamic and interesting.

Keywords: modern teaching methods, cross-curricular integration, project work, data processing

Uvod

Učenci veliko časa preživijo za računalnikom. S tem sicer pridobivajo nekatera znanja in informacije, vendar le te niso enako dostopne vsem učencem. Pa še spreminjajo se hitro. Naslednja težava pa se pojavi, kadar otroci pridobljenih informacij ne zmorejo uporabiti v vsakdanjem življenju. Starši so obremenjeni in imajo manj možnosti za kvalitetno preživljanje časa s svojimi otroci, osnovno znanje pa jim učitelji velikokrat kar »serviramo na krožniku«. Učenci zato velikokrat postajajo nemotivirani za delo in dogodke okrog njih.
Zato jim je potrebno razgibati njihov vsakdan in jih aktivno vključiti v delo ter jih vzgajati in izobraževati za življenje. Učitelj se mora posluževati vedno novih in sodobnih oblik in metod dela. Ena izmed njih je projektno učno delo, kjer skupaj z medpredmetnim povezovanjem kjer učenci znanje enega predmeta uporabijo pri drugem, delo postane kvalitetnejše in zanimivejše.

Projektno učno delo

Projektno učno delo je oblika, ki učitelju omogoča več svobode. Temelji na izkustvenem učenju in spodbuja učenca k aktivnemu učenju in aktivni vlogi v vseh fazah procesa. Učenci se samostojno učijo ob posredni učiteljevi pomoči, saj opazujejo pojav, zbirajo podatke, raziskujejo in rešujejo probleme ter izvajajo praktično aktivnost. Do neposrednega znanja in spoznanj tako prihajajo preko lastne aktivnosti, učitelj pa jim pri tem pomaga, spodbuja in usmerja. Tako se razvija celostna podoba učenčeve osebnosti. (Novak, 1990)

Medpredmetno povezovanje

V učnem načrtu za matematiko je med didaktičnimi priporočili navedeno, da je »namen medpredmetnega povezovanje usposobiti učence uporabljati in povezovati znanja ter razvijati ustvarjalnost.«
Cilji medpredmetnih povezav pri učni temi obdelave podatkov so, da učenci:

- rešujejo realne probleme in uporabljajo orodja za obdelavo podatkov;
- razvijajo kritični odnos do interpretacije podatkov in tudi do samih informacij; (Žakelj in ostali, 2011: 77).

V razredu se trudim, da učencem matematiko čim bolj približam. Zato se poleg tradicionalnih metod in oblik dela poslužujem tudi sodobnejših, saj s tem učencem matematiko ne le popestrim, ampak preko življenjskih situacij in izkušenj te vsebine tudi osmislim. »Matematika tako ni sama sebi namen, ampak je uporabna v življenju otrok. Samo na tak način razvijamo zmožnost otroka, bodočega odraslega, da prepozna in razume vlogo matematike v svojem okolju, da zna smiselno utemeljiti svoje trditve in odločitve ter da pri svojih dejavnostih uporablja matematiko na način, ki mu omogoča tvorno, odgovorno in refleksivno delovanje v družbi.« (Cotič in Felda, 2011).

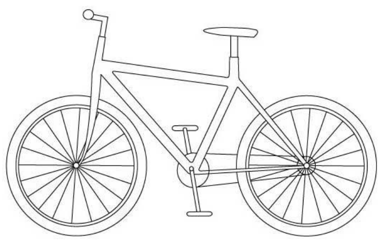
Povezovanje prometnih vsebin z matematiko – obdelava podatkov

V četrtem razredu opravljamo kolesarski izpit, kjer spoznavamo različne prometne vsebine. Zato sem se odločila izpeljati projektni teden, kjer sem prometne vsebine, ki jih obravnavamo pri kolesarskem izpitu, povezala z matematično vsebino zbiranja in obdelave podatkov. Podatke smo zbirali na terenu in jih nato obdelali, prikazali na različne načine, tudi s pomočjo IKT tehnologije. Učni načrt za matematiko v osnovni šoli vključuje obdelavo podatkov v vse razrede (Žakelj in ostali, 2011). Vzporedno z obravnavo drugih matematičnih vsebin učenci zbirajo in beležijo podatke, jih urejajo in razporejajo po različnih kriterijih in jih prikazujejo na različne načine. Učenci so podatke, zbrane na terenu, predstavili s pomočjo preglednice, s tortnim prikazom in s prikazom s stolpci. Poleg drugačnega, aktivnejšega in pestrejšega dela so se navajali na utemeljevanje podatkov, interpretacijo zapisanega in razumevanju prebranega.

Načrt in izvedba projektnega tedna
Z učenci smo se najprej pogovorili, kaj in kako bomo delali v našem projektnem tednu. Učenci so predlagali, da bi podatke zbirali s štetjem in črtičnim prikazom. Naredili smo načrt .

Kaj že vemo?
- Poznamo prometne znake.
- Poznamo prometna sredstva.
- Poznamo nekatera orodja za zbiranje in obdelavo podatkov.

Kaj bomo naredili?
- Izvedli mini raziskavo.
- Opazovali bomo promet, prometna sredstva in prometne znake v okolici šole in doma.
- Beležili podatke.
- Primerjali, obdelali, prikazali in interpretirali dobljene rezultate.



Kaj želimo izvedeti?
- Poglobiti znanje o zbiranju, obdelavi in prikazovanju podatkov na različne načine in spoznati nove.
- Povezati vsebine kolesarskega izpita z matematiko in jo tako narediti zanimivejšo.
- Odgovre na vprašanja.

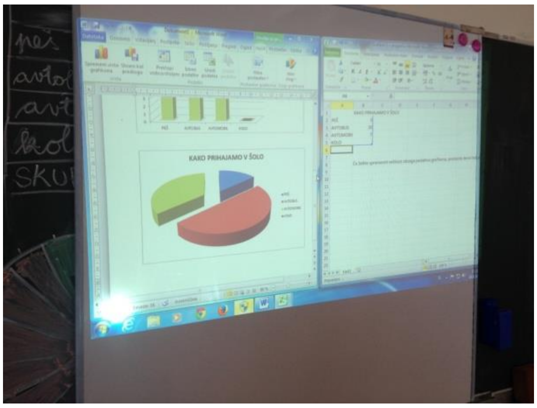
V tednu pred izvedbo so dobili domačo nalogo. Pred svojim domom so opazovali in šteli promet ob določeni uri ter si zapisali podatke. Dogovorili smo se, da ga opazujejo v soboto med deseto in enajsto uro dopoldan in v torek med peto in šesto uro popoldan. Želeli smo dobiti čim bolj različne podatke, zato smo se odločili za različne ure in različna dneva. Različne podatke smo dobili tudi s tem, da so nekateri učenci doma v mestu, drugi pa na vasi. Opazovali so, koliko avtomobilov, kolesarjev, avtobusov, tovornjakov se pelje mimo njihove hiše ob določeni uri.

Anketa za ogrevanje

Ponovili smo znanje o načinih zbiranja podatkov. Skupaj smo s štetjem in črtičnim diagramom zbrali podatke o tem, kako prihajajo v šolo. Podatke smo zapisali v preglednico ter jih frontalno prikazali s stolpčnim in tortnim diagramom.

Slika 1: Zbiranje podatkov s štetjem

Nato smo skupaj s pomočjo programa Word, naredili stolpčni in tortni prikaz. Učenci tega znanja še niso imeli. Domača naloga je bila uporaba orodja za risanje diagramov v programu Word.



Sliki 2 in 3: Prikaz podatkov s stolpčnim in tortni diagramom

Lotili smo se interpretacije podatkov in ugotovili, da v našem razredu največ učencev prihaja v šolo z avtobusom, skoraj toliko jih z avtomobilom pripeljejo starši. Samo trije učenci pridejo v šolo peš in nobeden s kolesom. Ugotovili so da je to zato, ker še nimajo kolesarskega izpita. Razmišljali so o tem, da kot razred zelo onesnažujejo zrak, saj se vozijo s prevoznimi sredstvi, ki onesnažujejo zrak. Skupaj smo še ugotavljali, kaj lahko naredimo in kako lahko ozavestijo starše o skrbi za okolje.

Zbiranje podatkov

Poleg podatkov, ki so jih učenci zbrali doma, smo začeli z zbiranjem podatkov v okolici naše šole. Odpravili smo se na teren. Postavili so se na različna mesta v okolici šole. V skupinah po štiri so opazovali, šteli in zapisovali:

- koliko avtomobilov se je peljalo mimo v eni uri,
- koliko koles se je peljalo mimo v eni uri,
- koliko avtobusov se je peljalo mimo njih v eni uri
- koliko tovornjakov se je peljalo mimo v eni uri
- koliko motornih koles se je peljalo mimo njih v eni uri.

Opazovali smo tudi prometne znake v okolici naše šole in ugotavljali:
- koliko znakov za nevarnost je v bližini naše šole,
- koliko znakov za prepovedi je v bližini naše šole,
- koliko znakov za obvestila je v bližini naše šole,
- koliko semaforjev imamo v naši bližini.

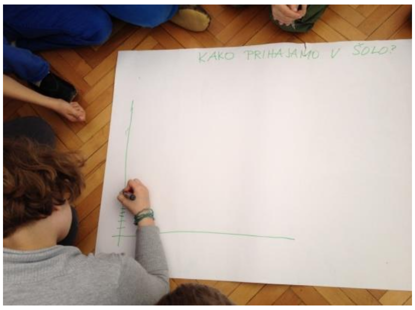
In še:
- koliko je moških in koliko ženskih voznic.

Opazovali smo tudi, koliko črnih, belih, sivih, rdečih in avtomobilov drugih barv se je peljalo mimo nas.

Sliki 4 in 5: Štetje prometa v okolici šole

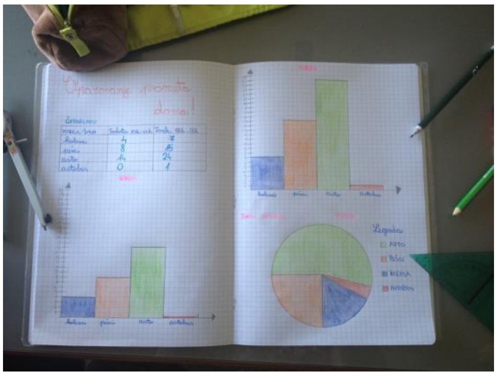
Obdelava in zapis podatkov

Učenci so zbrane podatke v skupinah obdelali. Najprej so jih razvrstili v preglednico, ki so si jo naredili sami. Nato so zbrane in obdelane podatke v skupinah zapisali na plakate v obliki stolpčnega in tortnega diagrama. Sledila je interpretacija podatkov v obliki poročanja skupin.



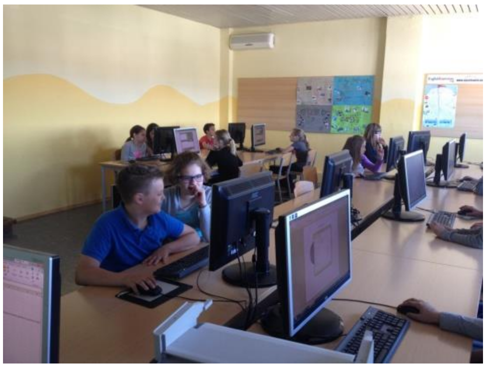
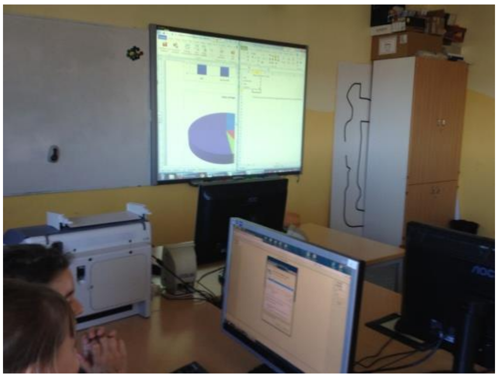
Slika 6: Delo po skupinah – predstavitev podatkov

Ostali so nam še podatki, ki so jih učenci zbrali doma. Te podatke so učenci individualno obdelali in zapisali v preglednico ter jih prav tako predstavili s stolpčnim in tortnim diagramom. Na koncu so predstavljene podatke tudi interpretiral. Učenci so že na začetku predvidevali, da se je več vozil peljalo mimo tistih, ki so doma v mestu. So pa ugotavljali, da je bila tudi razlika, kje v mestu so doma, kar se jim je zdelo zanimivo in razvila se je »debata«. Seveda pa je bila razlika tudi med dnevi v tednu.




Sliki 7 in 8: Prikaz podatkov opazovanja prometa doma

Na koncu smo se odpravili še v računalniško učilnico. Učenci so zbrane in obdelane podatke v parih poskusili predstaviti v Wordovem programu s stolpčnim ali tortnim diagramom. Pri delu sem jim po potrebi pomagala. Učenci so znali postopek dela in po rezultatih in njihovih obrazih se je videlo zadovoljstvo.

Sliki 9 in 10: Delo v računalniški učilnici

Zaključek

Ker v četrtem razredu opravljamo kolesarski izpit sem se odločila, da bom izpeljala projektni teden in te vsebine popestrila ter jih povezala z matematiko. Delo v našem projektnem tednu je bilo zanimivo, pestro in ustvarjalno. Učenci so bili ves čas izredno motivirani. Izpolnili smo vse cilje, ki smo si jih zadali pri našem delu. Učenci so uživali in bili aktivni, od zbiranja, prikaza in interpretacije podatkov do predstavitve. Sodelovali so tudi slabši učenci, saj je delo vzpodbujalo sodelovanje med njimi. Matematične vsebine in znanje pri kolesarskem izpitu smo povezali med seboj. Delu v učilnici smo priključili še delo na terenu in delo z računalnikom. Z izbranimi oblikami in metodami dela sem pouk popestrila, učenci so z lastnimi izkušnjami in delom prihajali do rezultatov in jih na koncu tudi v »debati« med sošolci interpretirali. Pri tem pa sem jim približala pomen in uporabno vrednost matematike v vsakdanjem življenju.

Viri

1. Cotič, M. (1999): Obdelava podatkov pri pouku matematike 1 – 5, Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. Zavod republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
2. Novak, H. (1990): Projektno učno delo: drugačna pot do znanja. DZS, Ljubljana.
3. Žakelj, A. in ostali (2011): Učni načrt za osnovno šolo. Program osnovnošolskega izobraževanja, Matematika. MŠŠ in ZRSŠ, Ljubljana. Dostopno na spletnem naslovu

4. http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/Strukturni_skladi/Gradiva/Gradivo_Strukturni_skladi_Usposabljanje_KZI_2faza_Cotic_sola.pdf (16.5.2014)
5. http://www.ringaraja.net/otroski_koticek/promet/kolo_183&4842.html (16.5.2014)
6. Fotografije: lastni arhiv

NA POMOČ! DOBILA BOM INTERAKTIVNO TABLO

Help! I'm getting an interactive whiteboard

Polona Mlinar

polona.mlinar@gmail.com

Osnovna šola Ivana Tavčarja Gorenja vas

Povzetek

V prispevku želim pokazati, da uporaba interaktivne table v razredu ne pomeni ogromno dodatnega dela, ampak predstavlja veliko razbremenitev. V razredu se ob uporabi nekaterih osnovnih orodij programa za delo z interaktivno tablo, razbremenimo ukvarjanja s tehničnimi zadevami, kot so na primer reševanje učnega lista (saj je pripravljen v urejevalniku besedil), pregledovanje rešitev, uporaba geometrijskega orodja …, in se posvetimo poučevanju, napredku učencev, usmerimo pozornost na podajanje vsebin. V veliko pomoč so nam lahko tudi že izdelane spletne strani, ki vključujejo interaktivne elemente, s katerimi na dokaj enostaven način upravljamo s pomočjo interaktivne table, brez uporabe tipkovnice. Učitelj ima pri delu z interaktivno tablo nad razredom enak nadzor kot pri delu z običajno tablo, saj se mu od interaktivne table ni potrebno oddaljevati in usmerjati pozornosti na računalnik.

Ključne besede: matematika, interaktivna tabla

Abstract

In this articleI would like to show that using an interactive whiteboard does not mean a lot of additional work and that it is a relief for classroom work. Using some basic program tools for working with the interactive whiteboard relieves you from dealing with technical things such as completing the worksheet (it is prepared in a word processor), checking the answers, using geometry tools etc. and helps you focus on teaching, on the increase of pupils' knowledge and on the way the contents are presented. A great help is also offered by websites that include interactive elements which can be controlled with the use of the interactive whiteboard with no use of a keyboard. Teachers working with the interactive whiteboard have the same amount of control over the class as the ones working with the usual black or whiteboard,because they do not need to move away from the board and pay any attention to the computer.

Keywords: mathematics, interactive whiteboard

Uvod

Prispevek je namenjen učiteljem, ki se spogledujejo z uporabo interaktivne table, pa ne vedo, kje bi začeli. Sama uporabljam interaktivno tablo drugo šolsko leto. Interaktivna tabla mi je postala del učnega procesa, in če se kdaj zgodi, da imam pouk v učilnici brez interaktivne table, se počutim izgubljeno, nenehno se iščem in sem dokaj neorganizirana.

Pa vendar ni bilo vedno tako. Leto dni preden sem začela uporabljati interaktivno tablo, sem bila zaskrbljena, ali bom zmogla izkoristiti prednosti, ki mi jih interaktivna tabla ponuja. Udeležila sem se nekaj izobraževanj na to temo, tudi pri gospe Sambolić Beganović, ki mi je dala veliko začetnih idej. Prebrala sem tudi prispevke s konferenc na temo uporabe interaktivne table.

Zelo koristen se mi je zdel tudi nasvet enega izmed svetovalcev za uporabo interaktivnih tabel, da naj najprej tablo uporabljam samo za pisanje, potem pa naj uporabo nadgrajujem.

Tako sem počasi začela. Ker sem IKT uporabljala tudi že prej, sem na spletu našla precej spletnih strani za svoje delo. Kako sem se organizirala pri začetnem delu z interaktivno tablo, bi rada podrobneje predstavila v tem članku.

Uporaba interaktivne table

Na začetku, ko sem uporabljala tablo zgolj za pisanje, sem prebirala literaturo na to temo. V veliko pomoč mi je bil spodnji zapis.

Primeri uporabe interaktivne table pri matematiki:

- Učitelji pogosto pripravljajo delovne liste z nalogami z urejevalnikom besedil word. Interaktivna tabla učitelju omogoča, da delovnega lista ni potrebno prepisovati na tablo, ampak zgolj uporabi orodje za zajem zaslona.
- Učitelji pogosto potrebujejo pri razlagi določene snovi kvadratno mrežo (učenci imajo v ta namen karo zvezek). I-tabla vsebuje orodje za mreže, ki učiteljem olajša delo.
- Izgleda, da je interaktivna tabla precej manjša v primerjavi z navadno tablo, a videz vara. Pri i-tabli lahko z orodji za povečevanje i-prosojnico poljubno povečamo ali jo po potrebi smiselno premikamo gor–dol, levo–desno.
- Prednost interaktivne table je tudi v uporabi geometrijskega orodja. Kotomer, ravnilo, geotrikotnik in šestilo so že vgrajeni v nekatere programske opreme in učitelju se ni potrebno vedno ukvarjati s konkretnimi pripomočki v učilnici (Sambolić Beganović, 2009)

Cogill (2003) v svojem članku navaja, da je bilo nekatere učitelje strah, kako se bodo znašli pri uporabi i-table v razredu, zato so jo v začetku uporabljali na način, ki ni spremenil njihove organizacije pouka. So pa učitelji, ki so bili vešči uporabe IKT, pri pouku imeli manj težav z vključevanjem interaktivne table v svoje delo.

Njihova raziskava je v sodelovanju z učitelji, ki so začeli uporabljati interaktivno tablo v razredu, pokazala, naslednje:

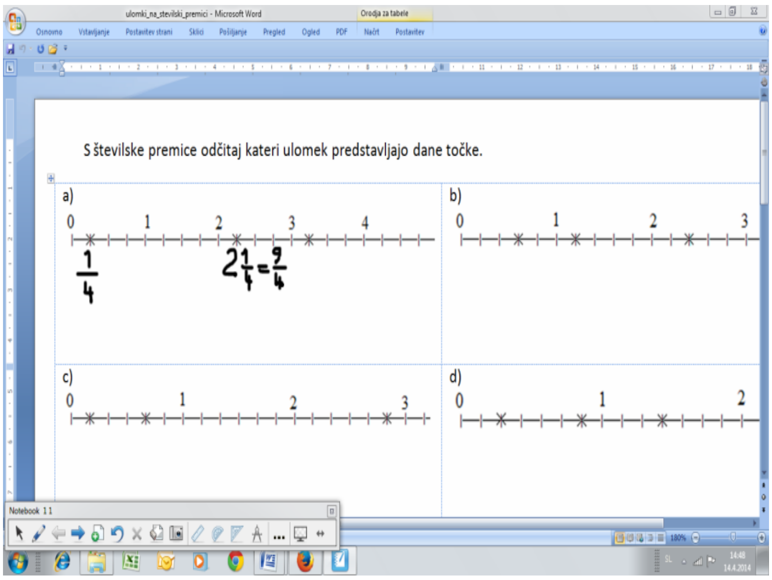
- Učitelji uporabljajo interaktivno tablo v skladu s svojim predhodnim znanjem IKT-ja. Sčasoma pa si pridobijo in okrepijo samozavest in usposobljenost za delo.
- Učitelji, ki imajo le občasen dostop do uporabe interaktivne table, težje pridobijo izkušnje in samozavest.
- Vsi učitelji so bili navdušeni nad orodji, ki jih tabla ponuja; pomaga jim pri zgradbi učne ure, besedila in slike atraktivno oblikujejo, lažje pritegnejo in obdržijo pozornost otrok, več časa jim ostane za poučevanje.

- Učitelji, ki imajo interaktivno tablo več kot eno leto, so v raziskavi povedali, da uporabljajo vsako uro različne aplikacije, ki jih tabla ponuja. Menijo, da bi pri pouku lahko delali tudi brez nje, nedvomno pa bi jo pogrešali.
- Učitelji so uporabljali interaktivno tablo na različne načine; na uporabo je vplivalo predhodno znanje o delu z IKT ter njihov pedagoški pristop poučevanja.
- Nekateri učitelji so podali tudi mnenje o pretirani uporabi table, in sicer na dva načina:
  - uporaba table je lahko preobsežna in učna ura postane preveč kompleksna;
  - prevelik poudarek na grafiki, saj učenci lahko postanejo preveč zainteresirani za prikazano kot pa za vsebino.
- Več učiteljev je ugotovilo, da če želijo kar najbolje izkoristit tablo, porabijo veliko časa, da poiščejo interaktivne vire.

Primeri uporabe

Pripravljeni dokumenti v urejevalniku besedil

Pri urah matematike pogosto potrebujemo učne liste. Pred uporabo interaktivne table sem imela težave, če sem želela učni list reševati skupaj z učenci. Naloge bi bilo treba prepisati na tablo. Sedaj pa odprem v urejevalniku besedila učni list, v orodjih izberem prosojno ozadje (slika 1) in učenci lahko nemoteno rešujejo naloge na tablo, sama pa posvetim čas učencem z učnimi težavami oziroma lažje nadzorujem, kateri učenci snov razumejo. Pri prikazovanju učnega lista se od table ni treba oddaljevati, in prekiniti razlage zaradi uporabe kontrolnih gumbov na računalniku. Sam proces poučevanja teče nemoteno.

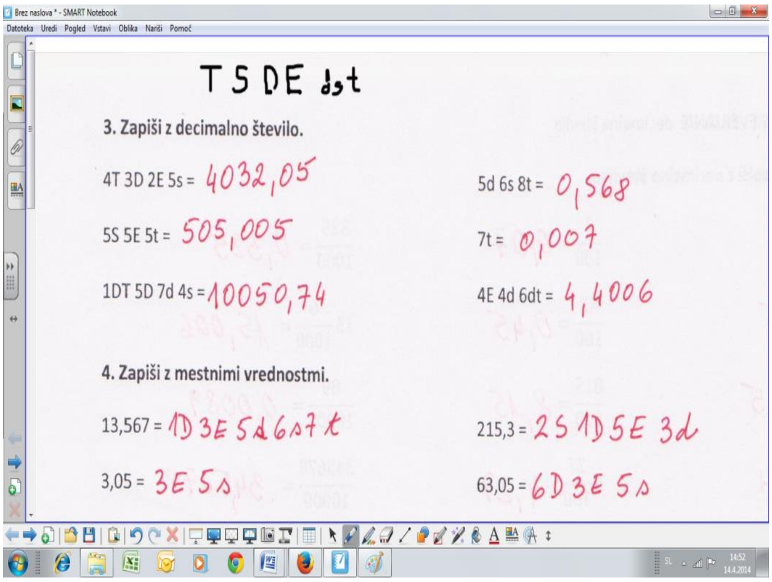


Slika 1: Prosojno ozadje

Pripravljene rešitve domače naloge

Učencem pripravim rešitve nalog, ki jih imajo za domačo nalogo. V primeru, da je naloga iz učbenika, naloge predhodno rešim in jih nato pokažem, o njih se pogovorimo, če je potrebno, zapišem dodatno razlago.
Zelo uporabno se mi zdijo tudi pripravljene rešitve učnih listov. Učne liste z rešitvami skeniram, vstavim kot sliko in ob razlagi pregledamo rešitve (slika 2). Učencem je veliko lažje pregledovati, če vidijo, pri katerem primeru smo in če slišani podatek

lahko tudi pogledajo. V kolikor učenci potrebujejo dodatno razlago, jo enostavno dodam.
S pripravljenimi rešitvami prihranim kar nekaj časa, učenci lahko vidijo celoten postopek reševanja naloge. V kolikor imajo nalogo napačno rešeno, lahko pogledajo pri katerem koraku reševanja so se zmotili. V primeru drugačnega reševanja se pogovorimo. Ne izgubljam časa s prepisovanjem primerov, predvsem pri geometrijskih nalogah, ki zahtevajo natančno risanje.



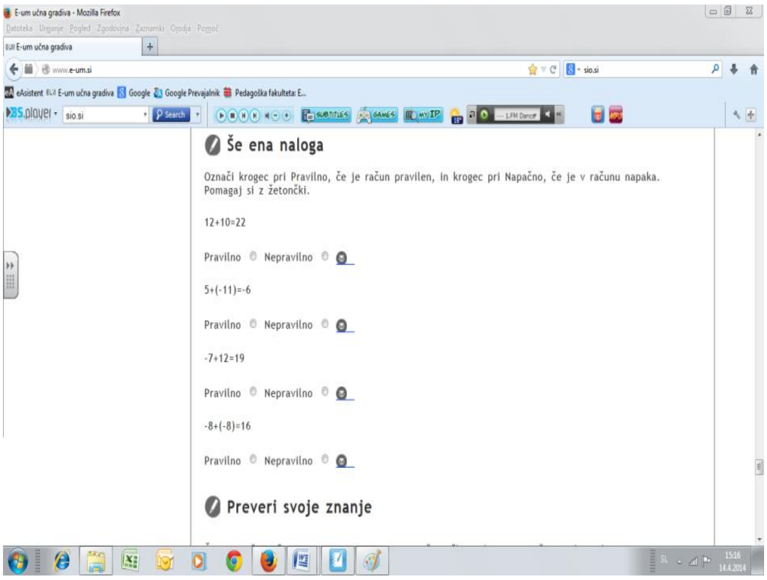
Slika 2: Vstavljene rešitve enostopenjskih nalog

<u>Shranjevanje izdelanih prosojnic med uro</u>
Za zelo koristno se je pri uporabi izkazala tudi možnost za shranjevanje vsebine učne ure. Še vedno dajem velik pomen zapisovanju snovi sproti ob razlagi, skupaj z učenci. Orodja mi omogočajo, da uporabljam barvit zapis, ki ga na koncu ure lahko shranim. Pri naslednji učni uri zapis odprem in ob njem ponovimo in utrdimo učno snov. Da pa učencem ne razkrijem vsega, uporabljam aplikacijo pokaži/skrij zastiranje zaslona.
Menim, da je za učence koristno, ker se zapis, ko ponavljamo in utrjujemo pravila, ne spreminja in se jim vtisne v spomin.

<u>Uporaba že izdelanih spletnih strani</u>

- E-um

Večina učiteljev matematike pozna navedeno spletno stran. Dejavnosti so interaktivne. Spletne strani vsebujejo interaktivne prikaze in tudi naloge, ki jih z učenci rešim (slika 3). Učencem ni potrebno uporabljati tipkovnice, saj naloge rešujejo z uporabo orodij interaktivne table.



Slika 3: Reševanje interaktivnih vaj na spletu (Vir: http://www.e-um.si/)

- Slovensko izobraževalno omrežje

V spletni skupnosti SIO je na voljo precej gradiva, ki so ga izdelali učitelji matematike. Gradivo je zelo uporabno in koristno pri samem delu v razredu. Gradiva so metodično in didaktično dobro zasnovana. Uporabnikom interaktivnih tabel pa zelo olajšajo delo, saj je obdelano že veliko tem.

- Spletni učbeniki

S prenovo šolskih učbenikov so se založbe odločile za izdajo spletnih učbenikov. Nekatere lahko testno preizkusimo. Velika prednost pri uporabi je, da učenci nalogo na tabli vidijo. Če na primer damo nalogo iz učbenika za domačo nalogo in je učenci ne znajo rešiti, jo lahko pokažemo na tabli in jo skupaj rešimo. Ne izgubljamo časa z razdelitvijo učbenikov oziroma ne moremo pričakovati od učencev, da nalogo poznajo. Lahko jo sicer preberemo, vendar iz izkušenj vemo, da učenci običajno ne znajo rešiti naloge z več podatki, ki si jih težko zapomnimo.

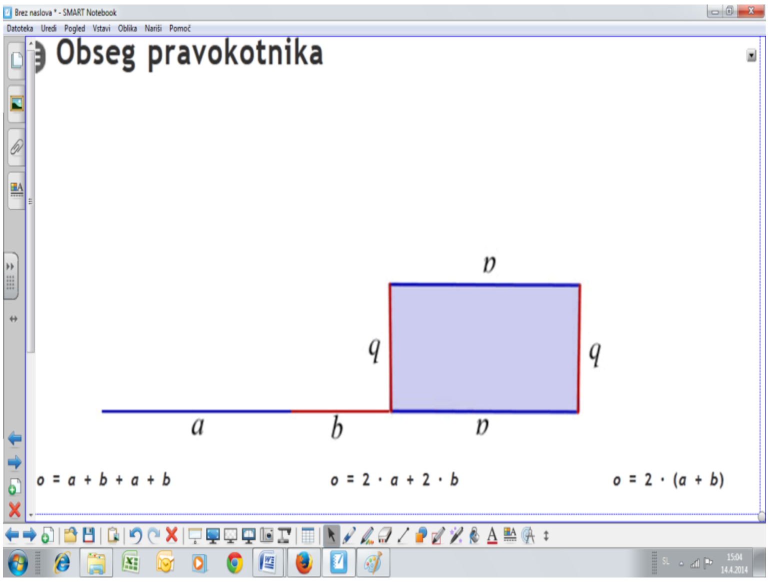
- Druge spletne strani

Spodaj dodajam nekaj povezav do spletnih strani, ki sem jih sama uporabljala pri delu v razredu:

  - http://www.teacherled.com/
  - http://www2.arnes.si/~osljjk6/02_osnova/predmeti_meni/matematika_meni.htm
  - http://devetka.net/
  - http://www.kidsmathgamesonline.com/

Zajem zaslona

Prav pri interaktivnih straneh oziroma animacijah na spletni strani je orodje zajem zaslona zelo uporabno. V določenem delu animacije lahko animacijo zajamem in jo vstavim v program za delo z interaktivno tablo. Ob sliki (slika 4) lahko z učenci vodim razgovor, obenem pa po lastni želji sliko dopolnim, poudarim, pobarvam.

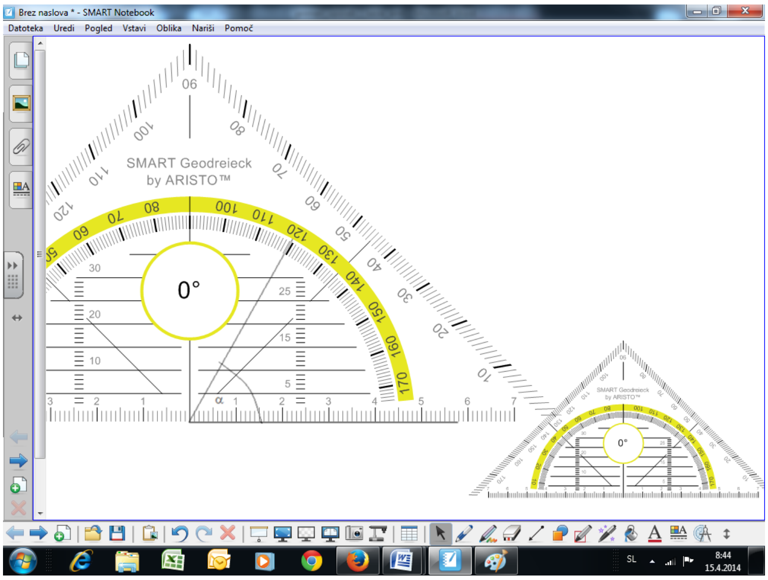


Slika 4: Vstavljanje animacije z zajemom zaslona (Vir. http://www.e-um.si/)

<u>Uporaba geometrijskega orodja</u>

Dolgo sem razmišljala ali naj uporabljam pri merjenju kotov navadno tablo in magnetno ravnilo ali naj uporabim interaktivno tablo in geotrikotnik, ki je ponujen v orodjih. Pomisleke sem imela, ali bodo učenci znali rokovati z geotrikotnikom, če ga sama ne bom fizično držala. Odločila sem se, da poizkusim. Že po prvi izvedeni uri, so vsi dvomi in skrbi izginile.

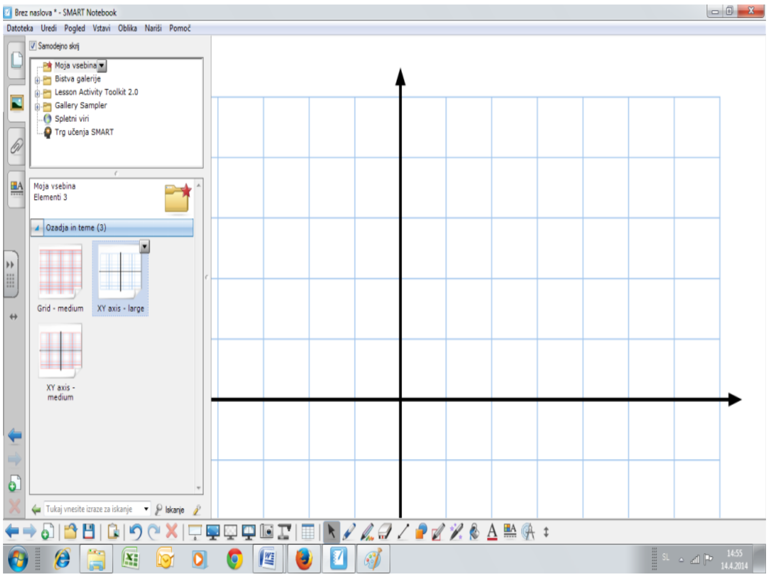
Za merjenje kotov sem učencem pripravila učni list in ga ustavila na že prej naveden način. Učni list sem lahko poljubno povečala. Ob vstavitvi geotrikotnika sem lahko tudi tega poljubno povečala. Tako so lahko vsi učenci, tudi tisti iz zadnjih klopi, bolje videli, kako izmeriti kote. Na sliki (slika 5) vidimo primerjavo velikosti magnetnega geotrikotnika, ki ga uporabljamo na običajni tabli, in geotrikotnika, ki nam je na voljo v orodjih programa za delo z interaktivno tablo.



Slika 5: Uporaba geometrijskega orodja

Uporabljanje že vgrajenih slik, ozadij, interaktivnih vsebin

Program ponuja tudi to zelo uporabo orodje. Če se vrnem na zgoraj opisan primer o kotih, je v galeriji slik kar nekaj primerov kotov, ki jih lahko vstavimo na prosojnico in z učenci ponovimo vse potrebno na začetku ure, ko snov utrjujemo. Ravno tako je zelo uporabna kvadratna mreža (slika 6) v 8. razredu (ko spoznavamo koordinatni sistem) in 9. razredu (pri risanju linearne funkcije).



Slika 6: Uporaba že vgrajenih ozadij

Zaključek

V prispevku sem želela prikazati, kako se lahko učitelji, ki dobijo interaktivno tablo spoznavajo z njo. Ob uporabi zgoraj navedenih zgledov sem prihranila kar nekaj časa pri ukvarjanju s tehničnimi elementi pri izpeljavi ure (reševanje učnih listov, pregledovanje rešitev, reševanje interaktivnih nalog s spleta, uvodna motivacija s spletnih strani …). Več časa sicer porabim za pripravo učne ure, saj moram gradiva pregledati in dobro poznati. V zadnjem času pripravljam gradivo tudi sama in z vsakim sem bolj zadovoljna. Opažam, da so učenci pri delu z interaktivno tablo bolj motivirani in lažje je vzdrževati njihovo pozornost. Metode in oblike dela lahko hitro menjam in se s tem prilagajam učencem. Veliko je tudi konkretnih in interaktivnih primerov iz življenja. V prihodnjih šolskih letih nameravam svoje učence pripraviti na uporabo spletne učilnice, kjer bi lahko vse zapisane prosojnice in naloge po obravnavani uri pogledali tudi doma.

Viri:

1. Cogill, J. (2003). The use of interactive whiteboards in the primary school: effects on pedagogy. Research Bursay Reports Covery, Becta http://webarchive.nationalarchives.gov.uk/20130401151715/https://www.education.gov.uk/publications/eOrderingDownload/DfES%200791%20200MIG1235.pdf#page=54 (16. 4. 2014).
2. Sambolić Beganović, S. (2009). Kako naj pri poučevanju matematike uporabljam interaktivno tablo? Zbornik SIRIKT 2009. Kranjska gora, Akademska in raziskovalna mreža Slovenije-Arnes, str. 171-
3. Becta (2003). What the research says about interactive whiteboards. British Educational Comumunications and Technoloy Agency, Converty.

https://www.education.gov.uk/publications/eOrderingDownload/15006MIG2793.pdf (16. 4. 2014).
4. Becta (2004): Getting most from your interactive whiteboard: A guide for primary schools. British Educational Communications and Technology Agency, Coventry. http://www.dit.ie/lttc/media/ditlttc/documents/gettingthemost.pdf (16. 4. 2014).
5. http://www.teacherled.com/ (16. 4. 2014).
6. http://www2.arnes.si/~osljjk6/02_osnova/predmeti_meni/matematika_meni.htm (16. 4. 2014).
7. http://devetka.net/ (16. 4. 2014).
8. http://www.kidsmathgamesonline.com/ (16. 4. 2014).
9. http://www.e-um.si/ (25. 5. 2014).

BRALNE UČNE STRATEGIJE IN ITABLA PRI MATEMATIKI

Reading comprehension strategies and iBoard in Maths lessons

Tina Balantič

tina.balantic@kks-kamnik.si

OŠ Šmartno v Tuhinju

Povzetek

Prispevek predstavlja načine, kako krepiti kompetenco učenje učenja s pomočjo uporabe različnih bralno učnih strategij pri pouku matematike na iTabli. Različne bralno učne strategije, ki so pri matematiki najbolj uporabne, so predstavljene na konkretnih primerih vsebin 6., 7., 8. in 9. razreda. Pri tem so upoštevane tudi prednosti, ki jih omogoča iTabla.

Ključne besede: bralno učne strategije, iTabla, kompetence, učenje učenja, matematika

Abstract

In my contribution I am dealing with the ways how to improve the competence learning to learn with the use of different reading comprehension strategies by the help of iBoard. Examples of Maths contents in the 6th, 7th, 8th and 9th grade are presented through different reading comprehension strategies which are considered most valuable while teaching Maths by the use of iBoard.

Key words: reading comprehension strategies, iBoard, learning competencies, learning how to learn, mathematics

Uvod

Eden izmed temeljnih ciljev sodobnega pouka je zagotavljanje spodbudnega učnega okolja, ki vsakemu posamezniku poskuša zagotoviti čim večji individualni napredek. Učence poskušamo čim bolje pripraviti, da bi razvili temeljne kompetence. Evropski parlament in Evropska komisija sta že pred dobrim desetletjem ustanovila delovno skupino za ključne kompetence, ki je pripravila priporočila. Z njimi želijo spodbujati in priporočati članicam Evropske skupnosti, kako naj poskrbijo za sisteme izobraževanj, s pomočjo katerih naj bi mladi in odrasli pridobili ključne kompetence, razvijali in izpopolnjevali ključne veščine, hkrati pa navajajo, kako vzpostaviti povezavo med izobraževanjem, delodajalci in ostalimi partnerji.

Oblikovali so definicijo ključnih kompetenc, ki se glasi ˝Ključne kompetence predstavljajo prenosljiv, večfunkcionalen paket znanja, veščin in stališč, ki jih vsi posamezniki potrebujejo za osebno izpolnitev oz. razvoj, vključenost in zaposljivost, ki bi morale biti razvite do konca obveznega izobraževanja ali usposabljanja in ki predstavlja osnovo vseživljenjskemu učenju“ (Ključne kompetence za vseživljenjsko učenje, 2008: 9).

Ključne kompetence so razdeljene na več področij. »Ta pa so: komunikacija v maternem jeziku, komunikacija v tujih jezikih, številska predstavljivost in kompetence v matematiki, naravoslovju in tehnologiji, informacijska in komunikacijska tehnologija (IKT), učenje učenja, medosebne in družbene kompetence, inovativnost in podjetnost, kulturna zavest in izražanje.« (Ključne kompetence za vseživljenjsko učenje, 2008: 9).

V članku želim predstaviti, na kakšen način pri pouku matematike na predmetni stopnji razvijam kompetenco učenje učenja. Navedla bom različne primere, pri katerih uporaba iTable ponuja veliko prednosti. Ob vseh dejavnostih, ki jih bom navedla, pa učenci hkrati razvijajo tudi druge kompetence, predvsem kompetenco IKT. Pomembno je poznati definicijo kompetence učenje učenja: »Učenje učenja je sposobnost slediti in vztrajati pri učenju. Posamezniki bi morali biti sposobni organizirati in urejati svoje učenje tako posamezno kot tudi v skupini ter usvajati, obdelovati, evalvirati in sprejemati nova znanja. Sposobnost učenja vključuje tudi zavedanje o procesih učenja in potrebah posameznika, ki se uči, vključuje identifikacijo razpoložljivih priložnosti in sposobnost rokovanja z ovirami, vse to z namenom, da bi bilo učenje uspešno. Učenje učenja spodbuja učeče se, da se zanašajo na preteklo učenje in izkušnje, da bi uporabili znanja in sposobnosti v različnih življenjskih situacijah – doma, v službi, pri izobraževanju. Zelo pomembna dejavnika učenja sta motivacija in posameznikove sposobnosti.« (Ključne kompetence za vseživljenjsko učenje, 2008: 10).

Bralno učne strategije (BUS) in iTabla pri matematiki

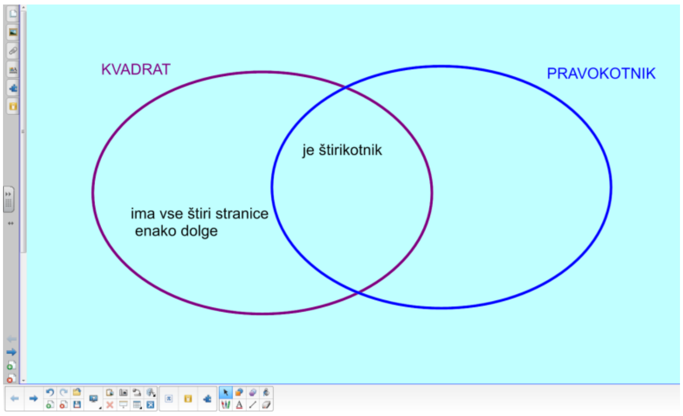
Klasifikacija BUS je precej široka, zato bodo v prispevku izpostavljene predvsem bralno učne strategije, ki so se pri mojem pouku matematike izkazale za najbolj uporabne. Njihova uporabnost na iTabli bo predstavljena na konkretnih primerih.

Grafični organizatorji

Grafične organizatorje pojmujemo kot bralno učno strategijo, ki jo uporabljamo po prebranem besedilu. Njihova vloga je olajšati iskanje in določanje ključnih podatkov in razločevanje bistvenih informacij od podrobnosti. Njihova uporaba spodbuja bralno razumevanje in pojmujemo jih kot diagnostično sredstvo pri preverjanju znanja. Obstaja več vrst grafičnih organizatorjev. Sama jih največkrat uporabim po končani obravnavi učne vsebine pri utrjevanju in preverjanju osvojenega znanja.

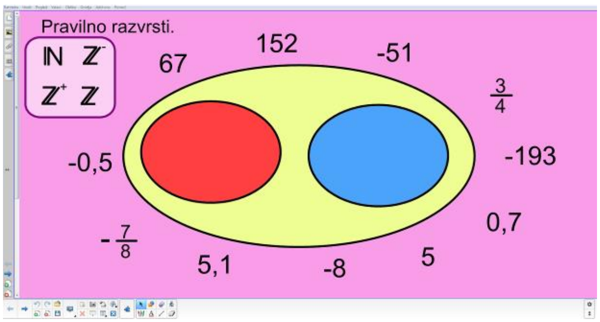
a. <u>Vennov diagram</u>

Smiselno ga lahko uporabimo pri določanju lastnosti likov. Uporabili smo ga pri kvadratu in pravokotniku. Učenci so morali razporediti lastnosti likov in s prikazom ponazoriti, katere lastnosti so značilne samo za posamezen lik in katere so skupne obema.

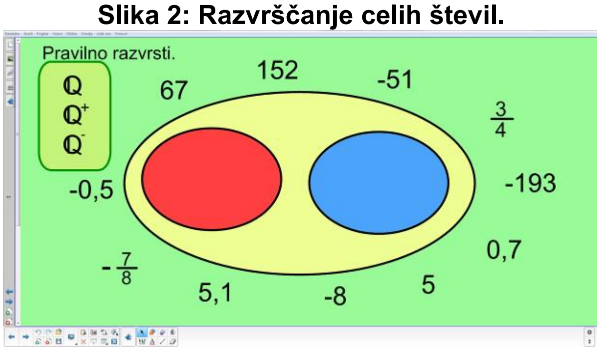


Slika 1: Delno rešen primer razvrščanja lastnosti likov.

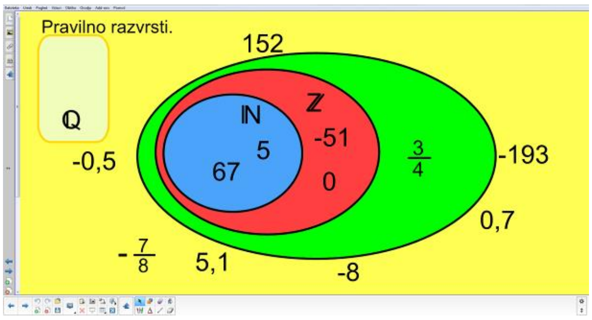
Uporabili smo ga tudi pri nalogi, ki je predvidevala razvrščanje števil v številske množice. Učenec mora v Vennovem diagramu označiti množice števil in pravilno razvrstiti zapisana števila v množice, kot kažejo trije različni primeri na spodnjih slikah. Predloge se lahko uporabi večkrat, zamenjajo se le števila.



Slika 2: Razvrščanje celih števil.



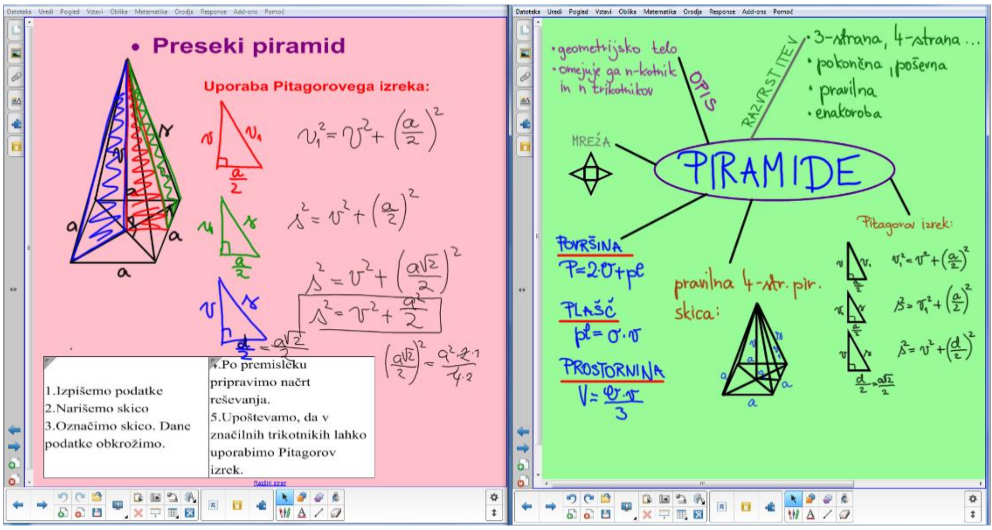
Slika 3: Razvrščanje racionalnih števil



Slika 4: Delno rešen primer razvrščanja števil v množice števil

b. Miselni vzorec

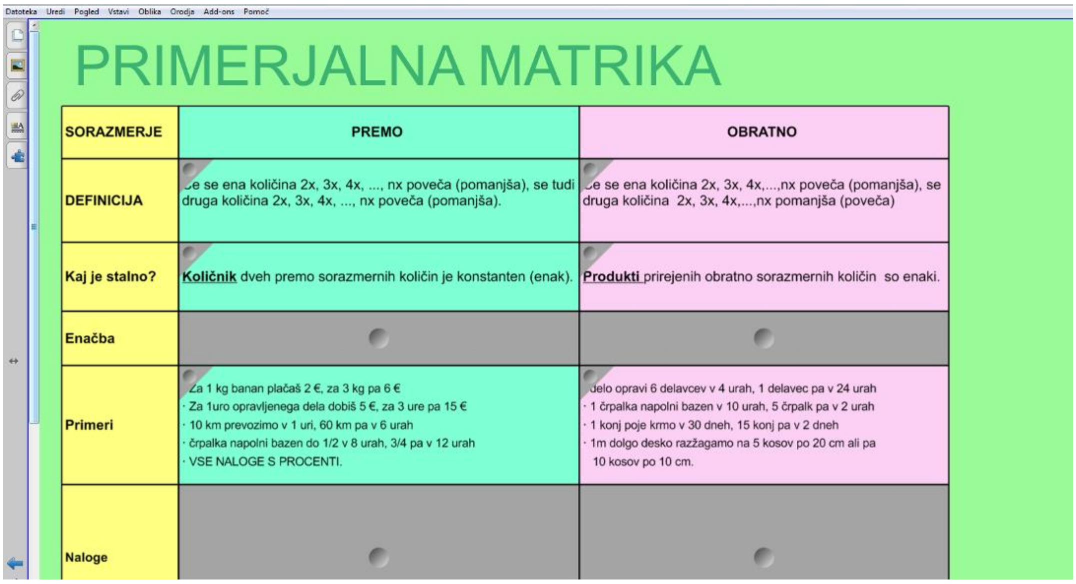
Ob zaključku učne vsebine učenci samostojno ali skupaj z učiteljem pripravijo povzetek o tem, kaj so se naučili. Učenci, ki jim ne ustreza zapis v obliki miselnega vzorca, lahko zapis ključnih pojmov oblikujejo v alinejah. Hkrati sta odprti dve okni. V enem je prikazana obravnavana učna snov, v drugem pa nastaja miselni vzorec. Miselni vzorec se lahko riše kar na prazno predlogo ali pa s pomočjo aplikacij, ki nam pomagajo pri oblikovanju. Spodnji primer prikazuje miselni vzorec, ki so ga učenci izdelali po koncu obravnave učne snovi piramida. Na levi strani se odpirajo strani, ki so nastajale pri obravnavi snovi, na desni strani pa sproti nastaja miselni vzorec. To je primerno le na začetku, ko učence učimo učiti se in kako se miselne vzorce izdeluje, kasneje pa si učenci miselne vzorce izdelujejo sami.



Slika 5: Miselni vzorec teme piramide v 9. razredu

c. Primerjalna matrika

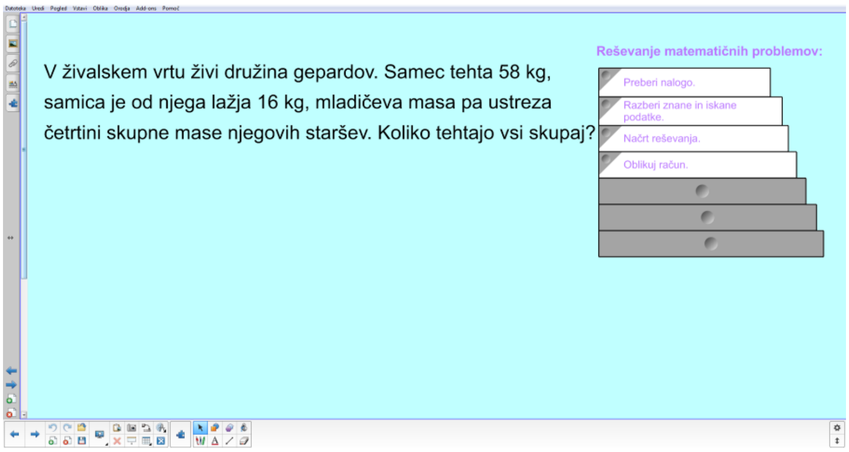
Pri učencih se pogosto pojavi težava pri ločevanju premega in obratnega sorazmerja. Primerjalna matrika pomaga pri nazornejšem prikazovanju razlik med obema sorazmerjema. Z učenci smo določili kriterije, po katerih bomo premo in obratno sorazmerje primerjali. Izdelali smo tabelo in jo izpolnili. Spodaj prikazano matriko smo uporabili večkrat, sprva smo imeli polja odprta, kasneje smo polja z odgovori pustili zaprta, da so učenci najprej povedali definicijo oz. odgovor in jih nato preverili.



Slika 6: Primer uporabe primerjalne matrike pri premem in obratnem sorazmerju v 8. razredu

d. <u>Zaporedje dogodkov</u>

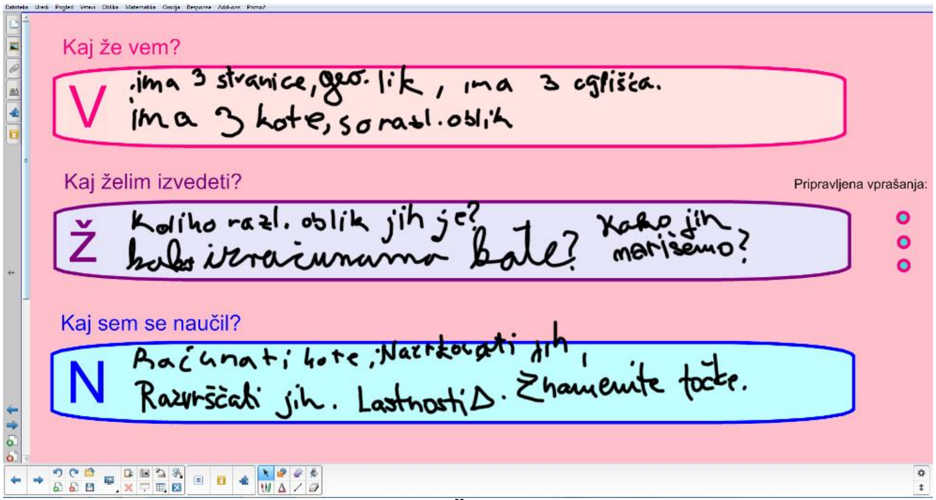
Uporaba prikaza zaporedja dogodkov je predstavljena ob primeru reševanja kompleksnejših besedilnih nalog. Najprej smo rešili kompleksnejšo nalogo in se pogovorili o korakih reševanja, ki smo jih izvedli. Izdelali smo stopničke, ki predstavljajo korake reševanja problemskih nalog. Učenci so se naučili, da zaporedje dogodkov lahko sami oblikujejo in hkrati izdelali učni pripomoček. Polja postopno odkrivajo, kar pomeni, da ko določen korak izvedejo, odprejo novo stopničko. Stopničke so pripravljene pri vsaki besedilni nalogi in učenci jih uporabljajo toliko časa, dokler korakov reševanja popolnoma ne osvojijo.



Slika 7: Uporaba metode zaporedja dogodkov

Metoda VŽN

Metoda je primerna za vse starostne skupine in vsebine, posebej primerna pa je za vsebine, o katerih učenci že nekaj vedo. Uporabimo jo lahko le v posamezni uri ali pa pri obravnavi celotnega učnega sklopa. Na začetku obravnave nove učne snovi jo lahko uporabimo, da preverimo predznanje učencev, hkrati pa je to tudi uvodna motivacija. Na spodnji sliki je predstavljen primer uporabe metode VŽN v 7. razredu, ko se začne obravnava trikotnikov. Učenci izpolnijo prvo polje, tako da vanj vpisujejo vse, kar že **V**edo o trikotnikih. V drugem koraku jih spodbudimo k razmišljanju, kaj **Ž**elijo o trikotnikih novega izvedeti, se naučiti. Učitelj mora kot moderator sodelovati pri tvorjenju vprašanj. Ko sem to metodo prvič uporabila v razredu, učenci niso imeli izkušenj s postavljanjem vprašanj, zato so imeli pri oblikovanju teh kar nekaj težav. Če so postavili vprašanja, za katera sem vedela, da nanje ne bodo dobili odgovorov v tem poglavju, sem jih spodbudila, da jih sami poiščejo doma in jih kasneje pri pouku predstavijo. Vsakokrat pa je koristno, da ima učitelj za pomoč pripravljena vprašanja. Ko to metodo večkrat uporabimo, imajo učenci vse manj težav pri tvorjenju vprašanj.



Slika 8: Uporaba metode VŽN pri trikotnikih v 7. razredu

Ob zaključku spoznavanja nove učne snovi izpolnimo še zadnje polje, v katerega se zapišejo odgovori na vprašanje, kaj sem se **N**aučil. Učenci zapišejo v zadnje polje ključne besede pojmov, ki so se jih naučili. Ponovno preberemo vprašanja, ki so zapisana v drugem polju, in preverimo ali smo odgovorili na vsa.

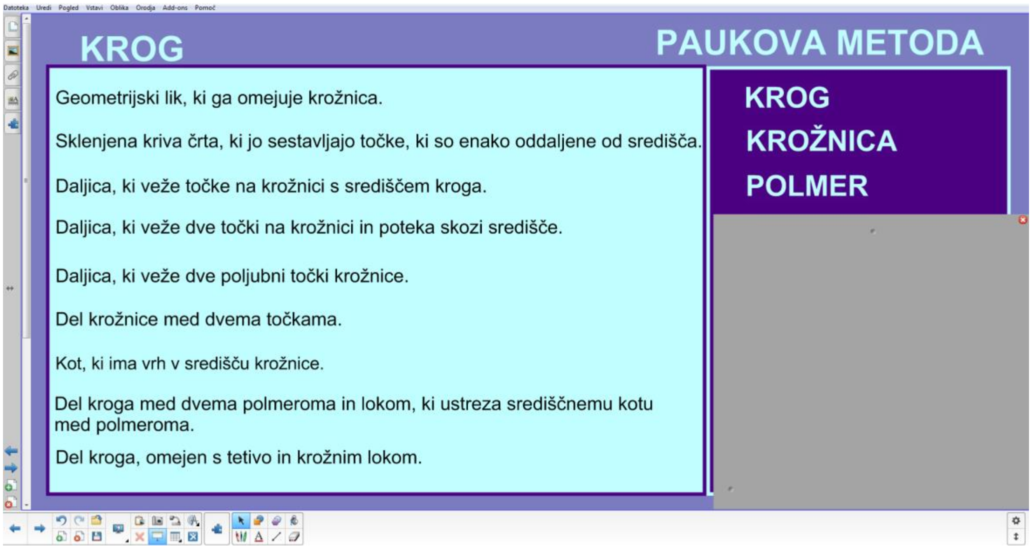
Temeljne značilnosti in prednosti metode VŽN so, da omogoča delo s celotnim razredom, omogoča aktivnost vseh učencev, je motivacijsko orodje in hkrati naloži učencem odgovornost, da najdejo odgovore na vprašanja, ki so si jih zastavili. Ob začetku obravnave nove snovi se uporabi kot pripomoček za preverjanje predznanja, ob zaključku pa za preverjanje kakovosti in količine osvojenega znanja.

Paukova strategija

Ta kompleksna BUS je primerna pri besedilih, ki vsebujejo veliko podrobnosti, in sicer pri relativno novih, neznanih, daljših besedilih. Pri matematiki je zelo uporabna pri učnih vsebinah, pri katerih si morajo učenci zapomniti veliko pojmov. S pomočjo te metode se preveri predznanje učencev in omogoči vnovičen priklic že osvojenega znanja. Po Paukovi metodi moramo list papirja razdeliti na dva dela, prvemu pripadata dve tretjini, drugemu tretjina. V desni stolpec vpišemo ključne besede in besedne zveze, v levi stolpec pa izbor pomembnih informacij.

Na spodnjih slikah je prikazan primer uporabe Paukove strategije na začetku obravnave snovi krog v 8. razredu. Učenci so pojme spoznali v 6. razredu in dobili so nalogo, da najprej preberejo obravnavo snovi iz 6. razreda (ustrezno poglavje v učbeniku za 6. razred ali poiščejo ustrezno vsebino s pomočjo tabličnega računalnika). V pripravljeno predlogo smo nato na desno stran izpisali ključne pojme in potem smo dopolnili levo stran z definicijami.

Tabelski sliki smo dodali zaveso in jo večkrat uporabili pri ponavljanju. Uporabili smo jo tako, da smo najprej prebrali opis na desni strani. Učenci so odgovorili in preverili pravilnost odgovora. Potem smo postopek obrnili, tako da smo pokrili opise in videli le ključne pojme. Učenci so oblikovali definicije in pravilnost sproti preverjali.



Slika 9: Paukova strategija pri krogu v 8. razredu

Slika 10 prikazuje, kako smo iz tega primera pripravili 'čarobno škatlo', v kateri so zapisani pojmi in definicije. Tudi to je dober primer za hitro ponovitev na začetku učne ure. Če je zapis na levi strani, vidimo zapisan pojem, zato moramo povedati definicijo. Zapis potem povlečemo na desno stran, kar pomeni v modri del, s čimer lahko preverimo, ali je definicija ustrezna. Naloga poteka tudi v obratni smeri. Prehod je viden na spodnjem delu slike. Viden ostaja napis krožni, napis izsek se je pa že prekril z modro barvo. Tudi polovica definicije se je skrila pod vijolično barvo, medtem ko je na modri barvi še vidna.

Slika 10: Čarobna škatla pri utrjevanju

Paukova metoda je zelo uporabna pri diagnosticiranju, izpisovanju ključnih podatkov in ponavljanju. Gre za skupinsko učenje, pri katerem sodelujejo vsi učenci.

PV3P

Ta kompleksna BUS je primerna pri daljših in zahtevnejših besedilih, pri matematiki pa prirejeno metodo uporabimo pri reševanju besedilnih nalog. Izvajamo jo po korakih **P**reberemo, se **V**prašamo – izberemo strategijo reševanja naloge, izpišemo

Podatke, zapišemo **P**otek reševanja naloge, nalogo rešimo in **P**reverimo veljavnost, smiselnost rešitve. Primer uporabe prirejene metode je opisan že pri grafičnem organizatorju zaporedja dogodkov.

Zaključek

V današnjem času se posveča veliko pozornosti razvijanju kompetence učenje učenja in spodbujanju bralno učnih strategij. To je ena temeljnih nalog vsakega učitelja. Pri svojem poučevanju sem opazila mnogo prednosti poučevanja na iTabli.
Zame so največje prednosti v tem, da si za izpeljavo ure že doma pripravim gradivo in zato imam več časa za pomoč učencem in se lahko posvetim nadzoru njihovih zapisov, učenci so bolj motivirani, ko delajo na itabli, uporabo različnih matematičnih programov vodimo kar preko itable, vsi zapisi obravnavane snovi ostanejo shranjeni in se lahko kadarkoli vrnemo k zapisom prejšnjih ur, kar je prednost predvsem pri utrjevanju in ponavljanju. Svoja spoznanja o prednostih poučevanja strategij na iTabli želim deliti z drugimi. Vsak učenec je edinstven, zato je naloga učitelja, da mu ponudi širok izbor različnih strategij, da lahko potem glede na svoje individualne specifike izbere tisto, ki mu najbolj ustreza. Uporaba informacijsko komunikacijske tehnologije pri pouku je izjemno učinkovito motivacijsko orodje in vizualno sredstvo, učitelju je v pomoč pri poučevanju. Z uvajanjem BUS in navajanjem učencev na uporabo različnih strategij pri učenju in utrjevanju posameznih učnih vsebin se je učni proces nekoliko spremenil. Začetne težave sem premagala in sedaj lahko naprej razvijamo kompetenco.

Viri

1. Bizjak, C. (2012): Učenje učenja, Vzgoja in izobraževanje, letn. 43, št. 6, str. 3.
2. Bizjak, C. (2010). Predstavitev projekta: prezentacijsko gradivo. Neobjavljeno delo.
3. Bone, J., Sambolić Beganović, A. (2013): Poučevanje in učenje matematike pod drobnogledom. Iskanja, 47, 48 (1) Povzetek dostopen na http://www.revija-iskanja.si/index.php?option=com_content&view=article&id=572:pouevanje-in-uenje-matematike-pod-drobnogledom&catid=182:vzgoja-in-druba&Itemid=123
4. Bone, J., Sambolić Beganović, A. (ni objavljeno). Poučevanje za učenje učenja matematike. Iz teorije za prakso.
5. Bone, J. Sambolić Beganović, A. (2012): Uči me učiti se matematiko, Vzgoja in izobraževanje, letn. 43, št. 6., str. 52–61.
6. Pečjak, S. (2010): Kompetenca učenje učenja: prezentacijsko gradivo. Neobjavljeno delo.
7. Pečjak, S., Gradišar, A. (2002): Bralne učne strategije, Zavod Republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana.
8. Pečjak, S. (2012): Razvoj metakognitivnih sposobnosti pri učenju in vloga učitelja. Vzgoja in izobraževanje, letn. 43, št. 6., str. 10–17.
9. Strnad, M. (2010): Stičišče 6, Matematični učbenik za 6. razred OŠ, Jutro, Ljubljana.
10. Strnad, M. (2004): Presečišče 8, matematika za 8. razred devetletne OŠ, DZS, Ljubljana.
11. Strnad, M. (2010): Presečišče 9, matematika za 9. razred devetletne OŠ, DZS, Ljubljana
12. Žakelj, A. et al. (2008): Učni načrt. Matematika: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija, Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
13. Ključne kompetence za vseživljenjsko učenje, 2008: 9, Movit na mladina, Ljubljana

ODSTOTKI PRI ŠPORTU

Percentages in sports

Neža Poljanc, Primož Meglič, Anže Rener

neza.poljanc@gmail.com, primoz.meglic@gmail.com, anze.rener@guest.arnes.si
Osnovna šola Križe

Povzetek

V prispevku je opisan primer medpredmetne povezave med športom in matematiko. Pri pouku matematike v 7. razredu obravnavamo učno enoto Odstotek. V uvodni obravnavi učenci spoznajo pojem odstotka, odstotek zapišejo in ga grafično prikažejo. Uro matematike smo izvedli skupaj s športom. Odstotke smo grafično prikazali tudi s programom Microsoft Excel.

Ključne besede: odstotek, šport, košarka, obdelava podatkov

Abstract

An example of cross-curricular connection between sport and mathematics is described in the article. The topic of Percentage is discussed in the seventh grade. During the introduction the students are familiarised with the term percent which they then write down and present graphically. The lesson was carried out in collaboration with physical education. The percentages were graphically presented in Microsoft Excel.
Keywords: percent, sport, basketball, data handling

Uvod

Učitelji si prizadevamo za prijazno in prijetno šolo za otroka. Uvajamo nove metode in oblike dela, ki naj bi zagotovile bolj kakovostno in trajno znanje. Če učenci pridobivajo nova znanja na podlagi izkušenj, je pridobljeno znanje trajnejše. Eden od didaktičnih pristopov, ki naj bi to omogočal, so medpredmetne povezave. Pri načrtovanju medpredmetnih povezav imamo več možnosti. Lahko načrtujemo učno uro, v kateri povežemo dve področji, pri katerih je znanje že usvojeno. V učni uri združimo znanja obeh področij in jih utrjujemo. Za osmišljanje novih učnih vsebin je smiselno povezati vsaj dve vsebini, v tem primeru odstotke, z igro košarka. Izkušnje kažejo, da učenci pri medpredmetnem reševanju učnih situacij razvijajo motivacijo za učenje, dosegajo boljše učne uspehe, imajo boljši priklic in bolje razumejo učno snov (Krek, 2008). Učitelji pridobimo nove ideje za obravnave učnih vsebin, izboljšamo komunikacijo s kolegi, spoznamo učne cilje in vsebine drugih predmetov. Medpredmetne povezave najlažje uresničujemo z dejavnostmi, kot so: športni dnevi, naravoslovni dnevi, tehniški dnevi in šole v naravi.

Organizacijska priprava na učno uro

Pri pouku matematike v 7. razredu obravnavamo učno enoto *Odstotki*. V letošnjem letu smo se odločili uro izpeljati skupaj s športom. Porabili smo dve šolski uri za skupino fantov in dve šolski uri za skupino deklet. Sodelovali smo trije učitelji: učiteljica matematike Neža Poljanc, učitelj športa pri dekletih Primož Meglič in učitelj športa pri fantih Anže Rener.

Najprej je bilo potrebno urediti urnik, kar je bila zahtevna naloga, saj smo morali uskladiti urnik za tri učitelje ter oddelka 7.a in 7.b, ločena po spolih; torej za štiri skupine učencev. Da smo lahko izvedli dve uri športa in matematike pri fantih, se je tudi spremenil urnik učencem 8. razreda. Če povzamemo, sprememba urnika za samo dve uri je vpletla sedem učiteljev in štiri oddelke razredov. Podobne spremembe urnika so bile pri skupini deklet. Poiskali smo v urniku optimalne rešitve – ure smo izbrali tako, da je bil vsaj eden od sodelujočih učiteljev prost. Ker uporabljamo program e - asistent, teh ur nismo mogli vpisati v dnevnik tako, kot so bile dejansko izvedene, zato bo na koncu leta vidno odstopanje pri statistiki.

Izpeljava učne ure

Učenci so se pripravili za šport in se najprej postavili v zbor (Slika 1), kjer smo jim razložili, kako bosta potekali načrtovani uri. Učencem smo razložili, da bodo spoznali matematično temo o odstotkih v povezavi s športom. Da bodo spoznali pojem odstotka, znali izračunati odstotke s preprostimi števili, odstotke prikazali z modeli in grafično, s pomočjo računalnika, da bodo utrdili znanje o igranju košarke in pri tem povezali še matematične vsebine.

Slika 1: Fantje v zboru

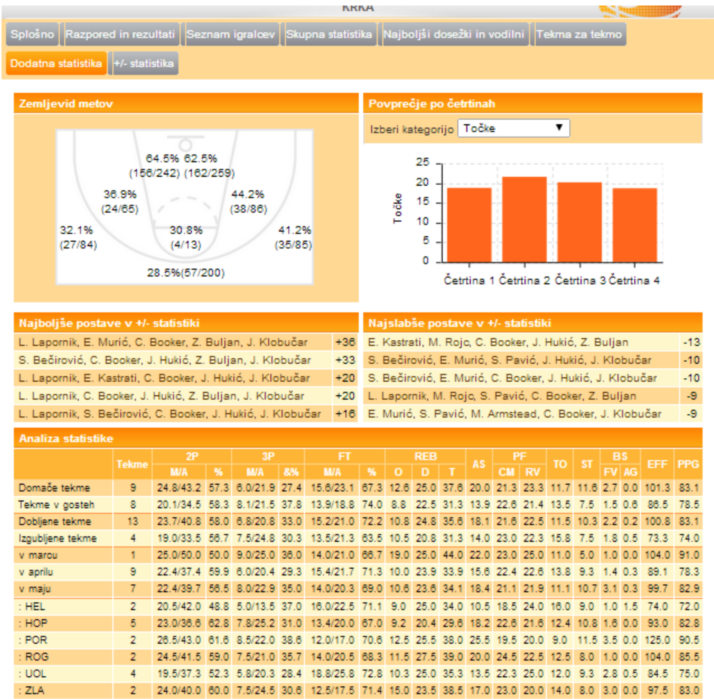
Za uvodno motivacijo smo jih odpeljali v računalniško učilnico, ki je na naši šoli poleg telovadnice. Na projekciji so si ogledali del posnetka košarkarske tekme med Slovenijo in Ukrajino za peto mesto na evropskem prvenstvu.

Pri gledanju tekme so bila odstopanja med odzivom deklet in fantov. Fantje so košarkarsko tekmo poznali, skoraj vsi so jo že gledali. Zelo glasno so komentirali potek tekme, poznali so posamezne igralce. Vzdušje je bilo kot na pravi tekmi. Dekleta so posnetek tekme spremljala zelo pasivno.

Posebno pozornost smo namenili ogledu statistike tekme (Slika 2). Razložili smo, da se statistika največkrat predstavi z odstotki, število zadetih košev za dve in tri točke, število zadetih prostih metov …

Slika 2: Statistika tekme

Ogledali smo si tudi statistiko košarkarskega kluba Krka na spletni strani Košarkarske zveze Slovenije.



Najboljše postave v +/- statistiki	
L. Lapornik, E. Murić, C. Booker, Z. Buljan, J. Klobučar	+36
S. Bečirović, C. Booker, J. Hukić, Z. Buljan, J. Klobučar	+33
L. Lapornik, E. Kastrati, C. Booker, J. Hukić, J. Klobučar	+20
L. Lapornik, C. Booker, J. Hukić, Z. Buljan, J. Klobučar	+20
L. Lapornik, S. Bečirović, C. Booker, J. Hukić, J. Klobučar	+16

Najslabše postave v +/- statistiki	
E. Kastrati, M. Rojc, C. Booker, J. Hukić, Z. Buljan	-13
S. Bečirović, E. Murić, S. Pavić, J. Hukić, J. Klobučar	-10
S. Bečirović, E. Murić, C. Booker, J. Hukić, J. Klobučar	-10
L. Lapornik, M. Rojc, S. Pavić, C. Booker, Z. Buljan	-9
E. Murić, S. Pavić, M. Armstead, C. Booker, J. Klobučar	-9

Analiza statistike

	Tekme	2P		3P		FT		REB			AS	PF		TO	ST	BS		EFF	PPG
		M/A	%	M/A	&%	M/A	%	O	D	T		CM	RV			FV	AG		
Domače tekme	9	24.8/43.2	57.3	6.0/21.9	27.4	15.6/23.1	67.3	12.6	25.0	37.6	20.0	21.3	23.3	11.7	11.6	2.7	0.0	101.3	83.1
Tekme v gosteh	8	20.1/34.5	58.3	8.1/21.5	37.8	13.9/18.8	74.0	8.8	22.5	31.3	13.9	22.6	21.4	13.5	7.5	1.5	0.6	86.5	78.5
Dobljene tekme	13	23.7/40.8	58.0	6.8/20.8	33.0	15.2/21.0	72.2	10.8	24.8	35.6	18.1	21.6	22.5	11.5	10.3	2.2	0.2	100.8	83.1
Izgubljene tekme	4	19.0/33.5	56.7	7.5/24.8	30.3	13.5/21.3	63.5	10.5	20.8	31.3	14.0	23.0	22.3	15.8	7.5	1.8	0.5	73.3	74.0
v marcu	1	25.0/50.0	50.0	9.0/25.0	36.0	14.0/21.0	66.7	19.0	25.0	44.0	22.0	23.0	25.0	11.0	5.0	1.0	0.0	104.0	91.0
v aprilu	9	22.4/37.4	59.9	6.0/20.4	29.3	15.4/21.7	71.3	10.0	23.9	33.9	15.6	22.4	22.6	13.8	9.3	1.4	0.3	89.1	78.3
v maju	7	22.4/39.7	56.5	8.0/22.9	35.0	14.0/20.3	69.0	10.6	23.6	34.1	18.4	21.1	21.9	11.1	10.7	3.1	0.3	99.7	82.9
: HEL	2	20.5/42.0	48.8	5.0/13.5	37.0	16.0/22.5	71.1	9.0	25.0	34.0	10.5	18.5	24.0	16.0	9.0	1.0	1.5	74.0	72.0
: HOP	5	23.0/36.6	62.8	7.8/25.2	31.0	13.4/20.0	67.0	9.2	20.4	29.6	18.2	22.6	21.6	12.4	10.8	1.6	0.0	93.0	82.8
: POR	2	26.5/43.0	61.6	8.5/22.0	38.6	12.0/17.0	70.6	12.5	25.5	38.0	25.5	19.5	20.0	9.0	11.5	3.5	0.0	125.0	90.5
: ROG	2	24.5/41.5	59.0	7.5/21.0	35.7	14.0/20.5	68.3	11.5	27.5	39.0	20.0	24.5	22.5	12.5	8.0	1.0	0.0	104.0	85.5
: UOL	4	19.5/37.3	52.3	5.8/20.3	28.4	18.8/25.8	72.8	10.3	25.0	35.3	13.5	22.3	25.0	12.0	9.3	2.8	0.5	84.5	75.0
: ZLA	2	24.0/40.0	60.0	7.5/24.5	30.6	12.5/17.5	71.4	15.0	23.5	38.5	17.0	23.0	20.0	14.0	8.0	3.0	0.0	97.5	83.0

Slika 3: Statistika odigranih tekem
(http://www.kzs.si/index.php?id=967&team_id=166323&league_id=undefined&season_id=87201#mbt:33-200$t&0=7)

Nato smo odšli v telovadnico, kjer smo začeli uro športa. Učenci so se najprej ogreli z igrico Deset podaj in z gimnastičnimi vajami.

Slika 4: Ogrevanje fantov

Po ogrevanju smo učence razdelili v šest skupin za mete na koš. V vsaki skupini so bili trije do štirje učenci. Fantje so metali na koš vsak po petdesetkrat. Za mete na koš je bilo porabljenega veliko časa, zato smo pri dekletih število metov zmanjšali na petindvajset.

Po končanih metih je vsak učenec zase, s sklepanjem izračunal, kolikšna je bila njegova uspešnost zadetih košev v odstotkih. Za to računanje so bili izredno motivirani, v razredu še nikoli niso tako zavzeto računali. Naučili so se tudi izračunati odstotek zadetih košev, če število metov ni bilo delitelj števila sto, na primer: če bi na koš metali štiridesetkrat in zadeli dvanajstkrat, ali pa bi metali triindvajsetkrat in zadeli sedemkrat.

Sledila je igra košarke. Fantje so se razdelili v štiri skupine. Dve skupini sta igrali pet proti pet, ostali skupini pa sta šteli mete na koš in zadete koše. Pri dekletih smo prav tako naredili štiri skupine, le da so dekleta igrala na polovici telovadnice, po dve skupini na vsaki strani; torej vse štiri skupine naenkrat. Rezultate sta zapisovali učenki, ki sta pri urah športa opravičeni. Mete na koš sta označevali s črtico, če je bila žoga v košu, pa sta črtico obkrožili.

Slika 5: Tekma deklet

Po odigranih tekmah so učenci odgovorili na vprašanje: Kakšno je vaše razpoloženje po igranju tekme? Odgovore učencev smo zapisali v preglednici (Preglednica 1) in jih predstavili z modeli.

Razpoloženje	Število učencev	Kotne stopinje	Odstotki
Zelo zadovoljen			
Zadovoljen			
Vesel			
Razočaran			
Skupaj			

Preglednica 1: O razpoloženju po igranju tekme

V učne liste so najprej vpisali število učencev.

Odgovore učencev smo predstavili z modelom - prikaz s pravokotnikom. Učenci so se postavili v kolono, eden za drugim. Ob tem smo se pogovorili, kako bi ta prikaz narisali v zvezke. Zelo hitro so povedali, da bi narisali pravokotnik.

Za model tortnega prikaza so se učenci postavili v krog. Krožne izseke smo označili z vrvico. Medtem je potekal pogovor o tem, kako bi tortni prikaz narisali v zvezke ter koliko odstotkov pomeni posamezna skupina učencev. Zelo zadovoljnih učencev je bilo štirinajst od enaindvajsetih, kar je sedeminšestdeset odstotkov.

Slika 6: Tortni prikaz - fantje

Slika 7: Tortni prikaz - dekleta

Nato smo spet odšli v računalniško učilnico, kjer smo ugotovitve zapisali v zvezke. Odstotke, prikazane s pravokotnikom, so narisali v zvezke ročno. Za risanje tortnega prikaza pa je potrebnega kar nekaj časa, zato smo ga izdelali s programom Microsoft Excel. Programa učenci niso poznali, zato so izdelali tortni prikaz po navodilih.

Slika 8: Izdelovanje tortnega prikaza

Zaključek

Medpredmetno povezovanje je za učitelje velik izziv. Pokazalo se je, da je najtežji del načrtovanje. Učenci so bili zadovoljni in motivirani za delo. Povezali smo znanje dveh predmetov, zato so se lahko izkazali tudi učenci, ki so slabši pri matematiki – ob športu so se lahko dokazali tudi pri matematiki.

Bistvena so bila odstopanja med dekleti in fanti. Šport je eno od področij, ki fante zanima, zato so bili bolj motivirani v uvodnem delu učne ure. Dekleta so posnetek tekme spremljala zelo pasivno, v osrednjem delu ure in ob zaključku pa posebnih odstopanj ni bilo. Vsebine športa bi morali večkrat vključevati v pouk tudi pri drugih predmetih. V dveh šolskih urah smo povezali znanje matematike, računalništva, športa, obdelave podatkov …

Zaradi drugačnosti v pristopu so si učenci znanje o odstotkih bolj zapomnili, kar se je pri pouku pokazalo kasneje. Priklic pojma odstotek v njih zbudi asociacijo na košarko. Učenci so bili bolj motivirani za delo. Ker je bilo pomembno število metov, so bili pri tem bolj zbrani, saj so morali pozornost usmeriti tudi na štetje metov. Delali so dve uri brez premora in bi z veseljem še naprej, če ne bi predvideni čas potekel. Slaba stran tako načrtovane ure je, da je težko predvideti časovni potek učne ure, zato je bila ura pri dekletih izvedena drugače, ker s takim načinom dela nismo imeli izkušenj.

Medpredmetno povezovanje bi lahko uresničili vsaj nekaj ur letno, lažje izvedljivo pa bi bilo na naravoslovnem ali tehniškem dnevu. Podobno imamo izdelan naravoslovni dan za 9. razrede na temo energije; takrat energijo spoznavamo hkrati s kemijskega, fizikalnega in gospodinjskega gledišča.

V naslednjem šolskem letu načrtujemo raziskavo o učljivosti učencev med uro športa in matematike. Pri obeh predmetih bomo obravnavali novo snov, torej spremljali, kako bodo učenci napredovali, če bodo morali istočasno usvajati matematična znanja in se učiti motoričnih spretnosti.

Viri

1. Brečko, B. N. (2008): Informacijsko-komunikacijska tehnologija pri poučevanju in učenju v slovenskih šolah, Pedagoški inštitut.
2. Krek, J., Hodnik Čadež, T. et al. (2008): Učitelj v vlogi raziskovalca, Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani.
3. http://www.kzs.si/index.php?id=967&team_id=166323&league_id=undefined&season_id=87201#mbt:33-200$t&0=7 (10. 5. 2014).

SODELOVALNE METODE PRI UTRJEVANJU ZNANJA IZ MATEMATIKE

Collaborative learning for revision of Maths

Nataša Belec

nbelec5@gmail.com
Osnovna šola Beltinci

Povzetek

Kadar govorimo o metodah učenja, ne moremo prezreti sodelovalnega učenja, ki je ena temeljnih veščin vsakega človeka, tako v poslovnem kot v zasebnem življenju. Zato je potrebno teh veščin učiti učence že v zgodnjem otroštvu. Sodelovalno učenje daje učencem izjemne izkušnje na področju socializacije, razvija samopodobo ter pripomore k celostnemu razvoju osebnosti. Pri sodelovalnem delu se inteligence in osebnostne lastnosti učencev prepletajo in dopolnjujejo, kar pomeni, da vsak učenec lahko drugemu pomaga odkriti in razviti nekaj novega in boljšega.
Sodelovalno učenje sem uporabila pri utrjevanju pisnega množenja in v razredu dosegla izjemno delovno vzdušje, v katerem so se izkazali učenci kot strpni partnerji, ki se v pozitivni tekmovalnosti potegujejo za skupni cilj.

Ključne besede: sodelovalno učenje, množenje, skupinsko delo.

Abstract

When we talk about teaching methods we need to mention collaborative learning, which represents one of the basic human skills in business and personal life. We need to teach the students these skills in early childhood. Collaborative learning gives the students exceptional experience at socialization process, it develops self-image and it is important for development of an integral personality. At such group work the students' intelligence and their personal characteristics combine, which means that each students can help others to discover and develop something new and better.
I used such collaborative learning at practising multiplication and I achieved high motivation of students for work and their complete involvement into the learning process.

Key words: collaborative learning, multiplication, group work

UVOD

V teoretičnem delu prispevka predstavljam metodo sodelovalnega učenja, učiteljevo vlogo pri sodelovalnem učenju ter vlogo motivacije za takšno delo. V praktičnem delu je prikazan primer sodelovalne učne ure, ki sem jo izvedla z učenci 5. razreda.

1 SODELOVALNO UČENJE

Po mnenju Cirile Peklaj (2001), ki se z raziskovanjem sodelovalnega učenja intenzivno ukvarja že vrsto let, je naloga šole v sodobnem svetu tehnologije in nenehnih novosti, da učence opremi z višjimi miselnimi veščinami, z veščinami

reševanja problemov, komunikacijskimi in tudi socialnimi veščinami, zato da bodo učenci kos tempu, ki ga narekuje življenje. Kakovostno delo v šoli naj ne bi spodbujalo samo spoznavnih procesov učencev, temveč mora omogočati tudi pogoje za njihov socialni, čustveni in duhovni razvoj. Vse to so tudi zahteve, ki so zapisane v ciljih osnovnošolskega izobraževanja. Med temeljnimi cilji je poleg pridobivanja znanj še posebej poudarjeno vzgajanje za medsebojno strpnost, demokracijo, spoštovanje drugačnosti in sodelovanje z drugimi. Za doseganje teh ciljev je potrebno sodelovalno delo vključevati v učni proces.
Sodelovalno učenje lahko opredelimo kot vzgojno-izobraževalno strategijo, pri kateri delajo udeleženci v majhnih, strukturiranih skupinah. Ta temelji na njihovi medsebojni soodvisnosti in odgovornosti, pomembno je, da vsak prispeva k skupni nalogi.

SODELOVALNO UČENJE PRI POUKU

Pouk je načrten, organiziran in smotrn proces poučevanja, učenja in vzgajanja, ki poteka v sorazmerno koherentni učni skupini in ga usmerjajo zanj usposobljeni ljudje, v zato urejenem prostoru (Blažič in drugi, 2003). Pri pouku učenci pridobivajo in širijo znanje, razvijajo sposobnosti in spretnostni ter osebnostne lastnosti.
Kadar želimo pouk organizirati kot sodelovalno učenje, je pomembno, da se tega lotimo v ustrezno organiziranih učnih skupinah.
Didaktični pristop je kombinacija učnih strategij in je odvisen tudi od okoliščin, zahtevnosti snovi in vrste preverjanj. Prav tako je odvisen od osebnostnih značilnosti posameznikov, ki sestavljajo posamezni razred. Tako sem bila po izvedbi opisane učne ure zelo navdušena nad sprejetostjo učenke v njeni skupini, saj je bila sicer deklica, zaradi ekstremno asocialnega vedenja, v razredu precej nesprejeta. Dobro je pisno množila in dobila je priložnost, da se s tem tudi dokaže. Pri pouku njen interes - biti uspešna - nikoli ni bil tako močno izražen. Dobila sem potrditev, da vključevanje sodelovalnega učenja v učni proces res vpliva na napredek pri uresničevanju ciljev o medsebojni strpnosti ter spoštovanju drugačnosti.

DELO V SKUPINAH

Osnovna značilnost sodelovalnega učenja je delo v skupinah. Skupine morajo upoštevati heterogenost, opazno pri učencih v razredu, glede na spol, sposobnosti (oz. uspešnost), narodnost in jezikovno različnost.
Najpomembnejši razlogi za uporabo heterogenih skupin so:

- omogočajo različne miselne procese,
- dajejo največ možnosti za razlage in podporo vrstnikom,
- izboljšujejo medrasne in mednacionalne odnose,
- lajšajo delo v skupinah (medsebojna pomoč).

S heterogenim sestavljanjem skupin dosežemo nekaj zelo pomembnih ciljev:

- učenci se bolje spoznajo med seboj,
- razvije se skupinska identiteta,
- učenci doživijo medsebojno podporo,
- naučijo se spoštovati razlike med člani skupine,
- razvijajo sinergijo v skupini.

VLOGA UČITELJA PRI SODELOVALNEM UČENJU

Vloga učitelja je, da vodi sodelovalno delo, pomaga z morebitnimi potrebnimi vprašanji, usmerja in vzpodbudno vpliva, oziroma prekine nesodelovalnost in ponovno vzpostavi delovno vzdušje, pa tudi željo po sodelovanju z ostalimi učenci.

Pri načrtovanju sodelovalnega učenja mora učitelj učencem predstaviti delo z jasnim skupinskim ciljem ter posameznikovo odgovornostjo. Skupno delo bo torej končano, ko svojo nalogo konča vsak njen član.

NAČRTOVANJE SODELOVALNEGA UČENJA

Učitelj lahko različno oblikuje skupine, glede na cilj, ki ga želi z učenci doseči. Lahko vsebine diferencira in oblikuje skupine, v katerih so učenci z enakimi sposobnostmi; lahko pa oblikuje enakovredne skupine za podobno težke naloge s pripadniki različnih sposobnosti. Za skupine lahko izbira med enakimi ali različnimi nalogami. Pri skupinah različnih sposobnosti se kaže velik izkoristek. To zatrjuje tudi teorija o različnih inteligencah, ki pokaže, na katerih področjih ima oseba veliko znanj. Vsak človek vsebuje različne inteligence. V skupinskem delu pa se inteligence prepletajo in dopolnjujejo, kar pomeni, da vsak učenec lahko pomaga drugemu odkriti nekaj novega. Seveda pa učitelji pri sestavi skupin upoštevamo tudi osebnostne lastnosti posameznikov, da se izognemo določenim konfliktnim situacijam. Pri oblikovanju skupin nas vodijo določeni vzorci obnašanja posameznikov, ki jih poznamo. Pri izvedbi sodelovalne ure pa nas nato večkrat čaka presenečenje. Sama sem učenca, ki sem ga poznala kot malega upornika, spoznala v čisto drugačni luči. Bil je srečen, zagnan in je spodbujal druge.

2 MOTIVACIJA

Pomembno vlogo pri doseganju ciljev ima motivacija. Izraz motivacija izhaja iz latinske besede »movere«, kar pomeni gibati se. Torej lahko sklepamo, da nas pozitivna motivacija spodbuja h gibanju oziroma delovanju.
Marentič Požarnikova (1980) pravi, da je motivacija proces izzivanja človekove aktivnosti in njenega usmerjanja, da bi dosegli določene cilje.
Motivacija za delo je torej tista, ki nam določa, kako se bodo učenci učili, kako bodo sodelovali in kakšen bo njihov končni rezultat.
Ko smo bili pri opisani učni uri še na začetku, me je presenetilo dejstvo, kakšno moč je imelo naročilo, naj učenci izberejo ime skupine. Bili so zelo izvirni, motivirani in poistovetili so se s simboli, katere so si izbrali.

UČITELJEVA VLOGA PRI MOTIVACIJI

Prva stvar, ki jo učitelj mora ustvariti, so ustrezne razmere, v katerih bo delo potekalo, da se bodo vsi učenci počutili varne in povezane med seboj. Prav tako mora izbrati naloge, ki ne bodo ne pretežke, ne prelahke, saj te lahko vodijo v neuspeh ali zdolgočasenost. Pomembno je, da učencem ponudimo probleme, ki so jim dorasli in jim gradijo samozavest. Učitelj mora znati ohraniti primerno stopnjo napetosti do konca učne ure. Aktivnost in zadovoljstvo učencev ter dosežena ustrezna stopnja znanja, bo tako končni cilj načrtovanega skupinskega dela.

PRIMER SODELOVALNE URE PRI POUKU MATEMATIKE

RAZRED: peti
UČNA TEMA: PISNO MNOŽENJE – utrjevanje snovi
CILJI:

- učenci razvijajo matematično logično mišljenje,
- utrjujejo pisno množenje,
- naučijo se kritično izražati svoje misli,

- naučijo se poslušati druge učence, dajati pohvale,
- iščejo napake in vzroke zanje,
- naučijo se strpnosti do drugih in jim pomagati, saj je končni rezultat odvisen od dela vseh učencev v skupini.

METODE DELA:
- več glav več ve,
- metoda kroga.

OBLIKE DELA:
- delo v trojicah,
- individualizacija v skupini.

ČAS IZVEDBE: dve šolski uri

POTEK DELA

Učenci so razdeljeni v skupine s tremi člani. Skupine so heterogene po spolu, sposobnostih, znanju in interesih.

a/ NALOGE ZA OGREVANJE

Učenci rešujejo naloge za ogrevanje v skupini, v katero so dodeljeni. Skupinsko bodo reševali naloge iz logike ter se potegovali za čim hitreje dobljeno rešitev. Te sem izbrala zato, ker sem se načrtno lotila razvoja logičnega mišljenja pri učencih že pred nekaj meseci. Take naloge vključujem v učne ure, ne glede na vsebinsko navezanost. Učenci jih radi rešujejo, pri tem so vedno hitrejši, hkrati pa razbijejo rutino. Skupina, ki prva pride do rešitve, pokliče učitelja, ki preveri pravilnost rešene naloge. Vrstni red reševanja se zapisuje v preglednico na tabli.

- Katja, Nuša, Tija, Tanja in Saša imajo vsaka svojo, različno najljubšo cvetlico, ki so omenjene v podatkih. Katero?

  - ❖ Katja ne mara tulipanov.
  - ❖ Nuši niso všeč tulipani in vrtnice.
  - ❖ Ena obožuje narcise.
  - ❖ Tija ima najraje vijolice.
  - ❖ Tanja je alergična na marjetice.
  - ❖ Saša ima najraje cvetlico, na katero je Tanja alergična.

- Mojca, Vesna, Alenka in Eva so tekmovale v plavanju. Vesna je bila počasnejša od Alenke, a zato hitrejša od Mojce. Eva je bila hitrejša od Mojce, a zato počasnejša od Vesne.
  - ❖ Katera je bila najhitrejša?
  - ❖ Kakšen je končni vrstni red?

- Na svetovnem prvenstvu logikov so tekmovali tudi: Slovenec, Anglež, Španec in Estonec. Reševali so štiri logične naloge. Vsak je rešil vsaj eno nalogo, nihče pa ni rešil več kot treh. Ugotovi, kdo ni zmagal in koliko nalog je rešil vsak, če je:
  - ❖ Slovenec rešil eno nalogo več kot Španec,
  - ❖ Estonec rešil več nalog kot Anglež,
  - ❖ Španec rešil enako število nalog kot Estonec.

b/ UTRJEVANJE PISNEGA MNOŽENJA Z ENOMESTNIM IN DVOMESTNIM MNOŽITELJEM

Učitelj položi na mizo v vsaki skupini začetni izraz množenja. (Npr.: 547 x·19.) Vsaka skupina naj bi z žrebom med člani določila enega, ki bo začetnik njihove računske verige. Učenci so me presenetili z iznajdljivostjo in praktičnostjo ter ubrali nekoliko drugačno pot začetka reševanja. V skupini so poiskali sošolca, ki najhitreje računa; bil je začetnik verige, saj potem delo hitreje steče.

Sliki 1 in 2: Orli in Sovice na delu

Učenec, ki izračuna dani primer, mora svoj dobljeni zmnožek podati svojemu sošolcu, za katerega je žreb ali kakršen koli drugi dogovor pokazal, da je na vrsti drugi. Ta sošolcev dobljeni rezultat spet pomnoži z enakim množiteljem. Dobljeni zmnožek poda sošolcu, ki je na vrsti tretji. Vsi učenci morajo množiti dobljeni množenec z istim množiteljem, kot ga je dobil učenec, ki je bil prvi. Ko pride skupina do zadnjega zmnožka, oziroma je njihova veriga končana, prinesejo zadnji rezultat k mizi, kjer jih čakajo lističi, na katerih so številke. Na enem izmed njih mora biti njihov končni zmnožek, hkrati pa je na drugi strani košček sestavljanke. Ta košček sestavljanke odnesejo k svoji delovni mizi, kjer začne nastajati podoba končne slike.

Slika 3: Marsovci

Slika 4: Iskanje zmnožka

Če se njihov zmnožek ne ujema z nobenim izmed zmnožkov na delih sestavljanke, pomeni, da je v njihovi verigi prišlo do napake. Njihova naloga je, da svojo verigo računajo ponovno ter najdejo napako. Postopek lahko ponovijo v drugačnem vrstnem redu ali pa računajo skupinsko. Opazila sem, da so učenci računali skupaj in naglas, ko so računali ponovno, zaradi odkrivanja napake.

Slika 5: Ubisoft napreduje

Slika 6: Iskanje napake

Ko računajo prvi primer naslednje verige, začetnika izbirajo s ponovnim žrebom ali pa se držijo prvotnega dogovora.
Sestavljanka je razrezana na osem delov, torej imamo osem računskih verig. Prvi izraz množenja - za vsako izmed verig - jih čaka na mizi že na začetku ure. Primere izbirajo v poljubnem vrstnem redu.
Slika sestavljanke, ki jo morajo dobiti po uspešno končanem računanju vseh osmih verig, prikazuje slikovni prikaz fotosinteze, kar je motivacija za naslednjo šolsko uro naravoslovja, kjer smo obravnavali proces fotosinteze.

Slika 7: Fotosinteza

Slika 7 prikazuje prednjo stran končnega izdelka, ko učenci dobijo vse dele sestavljanke, katere ključ je pravilno končana veriga.


Slika 8: Zmagovalci **Slika 9: Piškotki**

Vse skupine dobijo enake izraze množenja. Učenci računajo v zvezek. Vrstni red, po katerem skupine pridejo do končnega rezultata, se beleži v preglednico, ki je na tabli. Na koncu sledi razglasitev rezultatov.

PRIMERI ZAČETNIH ŠTEVILSKIH IZRAZOV VSAKE VERIGE:

1. veriga: 597 x 9
2. veriga: 28 x 24
3. veriga: 108 x 36
4. veriga: 210 x 17
5. veriga: 95 x 40
6. veriga: 310 x 52
7. veriga: 145 x 67
8. veriga: 286 x 8

3 ZAKLJUČEK

Delo je potekalo mirno in sproščeno. Na začetku je med slabšimi učenci vladala napetost in bojazen, da dela ne bodo zmogli dovolj hitro, vendar so kmalu uvideli, da jim bosta sošolca priskočila na pomoč. Spoznali so, da ob morebitnih napačnih rezultatih ne ostanejo sami. Napačno izračunane verige so ponavljali skupaj in niso izpostavili učenca, ki je verigo prekinil z napačnim rezultatom. To jim je zagotovilo občutek varnosti. Na začetku so se nekaj časa ukvarjali z izborom članov posameznih skupin. Nekaj učencev ni želelo sodelovati s posameznim članom skupine. Te pomisleke je pregnalo navodilo, da morajo izbrati ime za svojo skupino.
Učenci so bili bolj motivirani kot pri običajnem delu, saj so učenje doživljali kot igro. Tokrat so utrjevanje po načelu KDO BO PRVI, kar so sprejemali kot pozitivno tekmovalnost, vendar verjamem, da bi se tudi to dejstvo spremenilo, če bi učencem načelo ponudili prevečkrat. Povečala se je priljubljenost samega množenja, saj se je slabšim učencem zmanjšal strah pred neuspehom, ker so čutili neke vrste podporo in varnost pri boljših učencih, s katerimi so bili v skupini.
Nekaj njihovih misli po opravljenem delu:

- Sproščeno sem delal.
- Počutila sem se povezano s svojimi sošolci.
- Pomagali so mi.
- Veseli me, da smo delo končali prvi.
- Ni me bilo strah, da bom delo končal zadnji.

- Bilo je v redu, vendar bi naslednjič želela delati s svojimi prijateljicami.
- Veselilo me je skupno delo.
- Ugotovil sem, da znam toliko kot moji sošolci.
- Ime skupine nam je prinesla zmago.

VIRI

1. Marentič Požarnik, B. (2000): Psihologija učenja in pouka. Ljubljana: DZS.
2. Peklaj, C. (2001): Sodelovalno učenje ali Kdaj več glav več ve. Ljubljana: DZS.
3. Puklek Levpušček, M., Zupančič, M. (2009): Osebnostni, motivacijski in socialni dejavniki učne uspešnosti. Ljubljana: Znanstvenoraziskovalni inštitut Filozofske fakultete.
4. Razdevšek Pučko, C. (1993): Razredna interakcija, študijsko gradivo, Pedagoška fakulteta v Ljubljani.
5. http://www2.arnes.si/~evelik1/les/slike_za%20_kje_nastaja_les/animacija_fotosinteza1.gif (16. 5. 2014).

UČIM SE UČITI MATEMATIKO

Learning to learn math

mag. Anita Smole, Sonja Strgar

anita.smole@gmail.com, sonja.strgar@gmail.com
Osnovna šola Vide Pregarc Ljubljana

Povzetek

V prispevku je predstavljen del procesa razvijanja ene ključnih kompetenc 21. stoletja, ki so pomembne za sodobno družbo znanja – tj. učenje učenja. Učiteljici sta se v 3. razredu in 3. triadi lotili načrtnega razvijanja sposobnosti učiti se in vztrajati pri učenju, organizirati lastno učenje, vključno z učinkovitim ravnanjem, razporejanjem časa in informacijami. Učenci so imeli z dejavnostmi za učenje učenja možnost nadgrajevati svoje predhodne izkušnje o učenju, sistematično spoznavati splošna načela, povezana z učinkovitim učenjem, ter uspešne strategije pri učenju matematike. Na koncu so učenci sodelovali še pri evalvaciji izvedenih dejavnosti – spraševali so se o pomenu znanja o učenju, razmišljali so o spoznanih učnih strategijah ter o tem, katere so najpomembnejše za posameznika, kako najbolje organizirati lastno učenje, kje poiskati nasvete, informacije, podporo ipd. Razmislek o načrtovanem in izvedenem sta naredili tudi učiteljici. Ugotovili sta, da je potrebno z načrtnim razvijanjem učnih strategij učenje učenja nadaljevati in vpeljati v vse razrede.

Ključne besede: učenje učenja, učne strategije, razvijanje, evalvacija, menjava vlog

Abstract

The article describes the process of development of one of the main competences of 21st century, which is crucial for the modern knowledge society, ie. learning to learn. Teachers (in 3rd year and 3rd triad) started with intentional development of the ability to learn and to persist with learning, to organize personal learning, including effective time management and information management. Pupils included in the process had an opportunity to upgrade their former experiences with learning, to systematically learn about the general principles associated with effective learning and to learn about successful strategies in learning mathematics. At the end, pupils have participated in the evaluation of the activities carried out. They were asked about the importance of the knowledge about learning, brain-storming about learned learning strategies and about which of those are the most important to the individual. Further on, they were thinking about how to organize their personal learning, where to go for advice, information, support, etc. The teachers also reflected on the performed process and they concluded that systematic development of learning strategies should be continued and introduced to all classes.

Key words: learning to learn, learning strategies, development, evaluation, changing roles

Uvod

Sodobna šola naj bi med drugim razvijala za 21. stoletje ključne kompetence. Ena ključnih kompetenc 21. stoletja, ki so pomembne za sodobno družbo znanja, je učenje učenja. Učenci potrebujejo pri njenem razvoju sistematično pomoč učitelja. Gre za zelo kompleksno področje in številne spretnosti, ki jih potrebuje posameznik, da je pri učenju učinkovit.

Potek dela in rezultati

Ker se avtorici prispevka zavedata pomena obvladovanja lastnega učenja učenja, sta v pouk vpeljevali dejavnosti, ki pomagajo pri razvijanju potrebnih spretnosti za učenje.

Cilji, ki sta si jih zastavili pred začetkom šolskega leta, so bili:

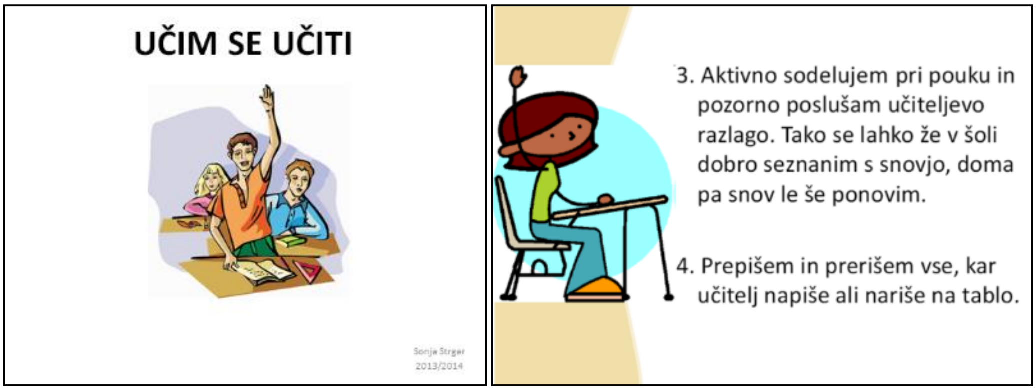
- učence seznaniti s principi učinkovitega učenja;
- razvijati strategije, ki so potrebne pri učenju učenja;
- s konkretnimi primeri pokazati učencem, kako se učiti matematiko;
- dvigniti raven znanja.

1. korak – učim se učiti

Pri urah matematike v 3.b, 7.a, 7.b, 8. in 9. razredu smo kar nekaj ur namenili učenju učenja in učenju matematike in njenih posebnosti.

Uvodno uro smo namenili spoznavanju splošnih načel, kako se učiti in kako biti pri tem čim bolj uspešen. V 3. razredu smo pri uri matematike skupaj predelali, kaj moramo storiti, da bomo pri učenju uspešni; kako se lotiti učenja; o tem, da je potrebno razmišljati pozitivno, kako si organizirati čas, o pomenu posvetovanja s sošolci o pitju vode, primerni prehrani, organizaciji prostora; da se je treba na učenje pripraviti (narediti si načrt, pripraviti učinkovite zapiske, se motivirati, biti pozitivno naravnan), govorili smo o tem, kaj bo pomagalo do uspeha. Na začetku ure je vsak učenec dobil učni list, na katerega je sproti dopisoval zanj pomembne podatke.

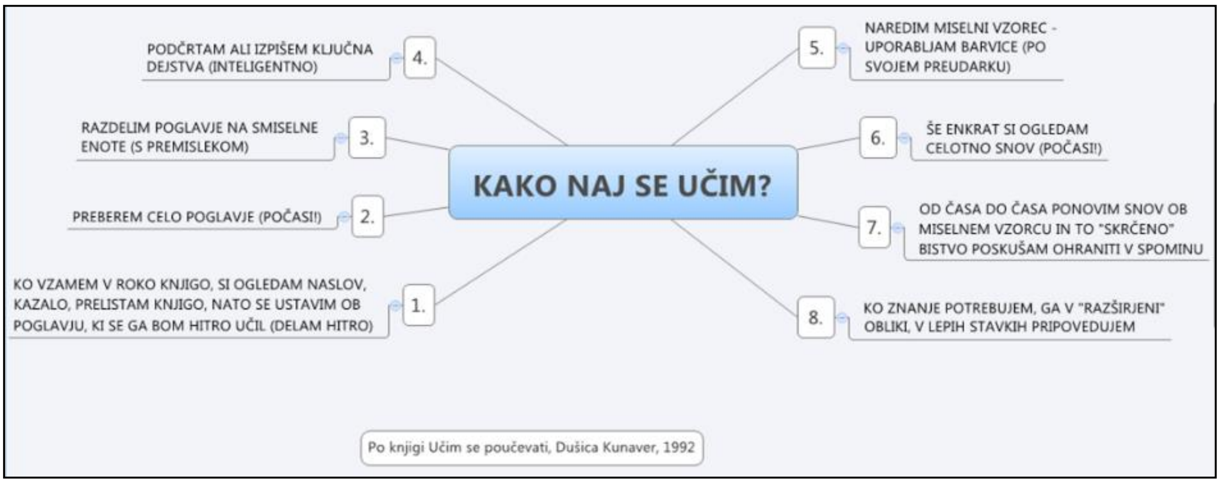
V 3. triadi smo prav tako naredili vse zgoraj zapisano. Poleg tega pa smo znanje poglobili in omenili še mnemotehnike (kaj je to, nato smo povedali več o povezovalni tehniki, številkah in rimah , številkah in oblikah, abecedni metodi, potovalni metodi, metodi rimske sobe, veliki metodi, Dominicovi metodi in tehniki PRPOP – prelet, razdelitev, preučitev, obnovitev, preverjanje); govorili smo o tem, česa ni dobro storiti, o učenju v skupini, kdaj se učiti, kakšni so koraki učenja, omenili smo 5 P-jev (pomisli, preleti, preberi, ponovi, preglej); omenili metodo PV3P (preleti, vprašaj, preberi, ponovno preglej, poročaj); obravnavali smo tudi Paukovo strategijo (prvo branje, drugo branje in izpis pomembnih podrobnosti (zapis v levo kolono), zapis ključnih besed (v desno kolono, ponavljanje); poudarili smo pomen domačih nalog, povedali nekaj več o učnih stilih (vizualni ali vidni, auditivni ali slušni, kinestetični ali gibalni) (slika 1). Del prosojnic smo poiskali na spletu in jih tudi uporabili (http://www.os-brinje.si/index.php/ucenje-ucenja).



Slika 1: Primer prosojnic, vir: http://www.os-brinje.si/index.php/ucenje-ucenja.

2. korak – izdelava miselnih vzorcev

Poseben poudarek smo namenili izdelavi miselnih vzorcev. V 3. razredu smo eno šolsko uro namenili omenjeni temi. V programu XMind smo izdelali miselni vzorec z naslovom *Kako naj se učim* (slika 2). Miselni vzorec smo izdelali s pomočjo knjige Učim se poučevati, avtorice Dušice Kunaver. Učenci so najprej samostojno predelali besedilo iz omenjene knjige, nato smo skupaj naredili povzetek z miselnim vzorcem. Učencem smo izdelovanje miselnih vzorcev predstavili kot eno od tehnik izdelovanja zapiskov in jih opozorili na to, da se ljudje kot učeči se posamezniki razlikujemo tudi po tem, kateri način izdelovanja zapiskov je za nas najučinkovitejši (izpisovanje ključnih besed, zapisovanje po alinejah ipd.).



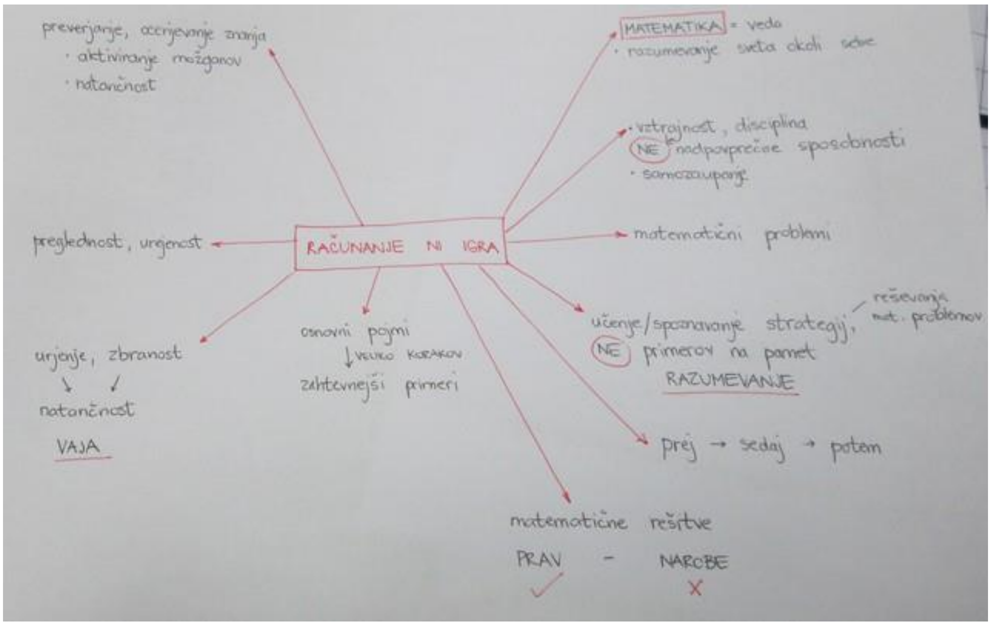
Slika 2: Miselni vzorec (Kunaver, 1992)

V 3. triadi smo prav tako izdelali miselni vzorec s programom XMind (enako kot je opisano zgoraj). Nato smo še pet šolskih ur (vsak mesec eno šolsko uro) namenili učenju matematike. Vmes pa smo se pri urah z drugačno tematiko vedno znova vračali k spoznanjem in iskali povezave s trenutno obravnavano snovjo. Ugotovili smo, da računanje ni igra in da je pomembno poznati načine, kako si pri učenju lahko uspešnejši. Pogovarjali smo se (slika 3):

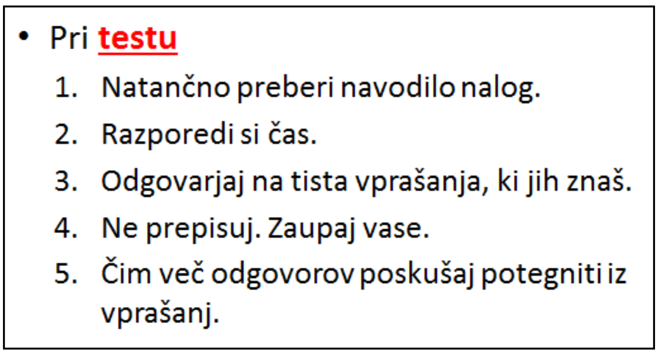
- da je matematika veda, ki nam pomaga razumeti svet okrog nas,
- da za matematiko potrebujemo mero samozaupanja,
- da potrpežljivost in vztrajnost igrata pomembno vlogo,
- da se je potrebno učiti strategij reševanja problemov,
- da se je potrebno učiti od začetka in sproti,
- …

Učenci so razvijali strategije za:

- reševanje besedilnih nalog;
- reševanje pisnih preizkusov (slika 4);
- učenje postopkov, ki morajo biti avtomatizirani (npr. poštevanka v 3. razredu) …



Slika 3: Miselni vzorec Računanje ni igra (po Marussig, 2012)



- Pri **testu**
  1. Natančno preberi navodilo nalog.
  2. Razporedi si čas.
  3. Odgovarjaj na tista vprašanja, ki jih znaš.
  4. Ne prepisuj. Zaupaj vase.
  5. Čim več odgovorov poskušaj potegniti iz vprašanj.

Slika 4: Primer prosojnice

3. korak – menjava vlog
Svoje znanje so učenci nadgradili še z menjavo vlog učitelj – učenec. V 3. razredu so to vlogo opravili pri uri spoznavanja okolja in ne pri matematiki, saj je pri slednjem predmetu takšna dejavnost za začetek primernejša, upoštevajoč zmožnosti učencev. Pri učnih urah, ki so jih vodili učenci, so morali upoštevati učne strategije, ki so jih do takrat spoznali (zadovoljiti vsem učnim stilom, urediti učni prostor, ustrezno razporediti čas (delo – odmor), ponavljati snov, poskrbeti za razpoloženje …). Te učne ure so učenci odlično izpeljali. Sami so vodili učne ure, obravnavali vsebine, delali vaje. Pripravili so zelo pestre predstavitve, s seboj so imeli plakate, geometrijska telesa, primere iz vsakdanjega življenja, predstavitve na računalniku. V 3. triadi so učenci izpeljali ure:

- V 7. razredu so samostojno obravnavali snovi štirikotniki (paralelogrami, trapezi, rombi, deltoidi) in obsege ter ploščine likov (predvsem trikotnikov, štirikotnikov).
- V 8. razredu so učenci samostojno obravnavali učni sklop Pitagorov izrek (uvodna ura, pravokotni trikotnik, enakokraki trikotnik, enakostranični trikotnik, kvadrat, pravokotnik, deltoid, enakostranični trapez, romb, paralelogram in krog).
- V 9. razredu so učenci predstavljali geometrijska telesa. Obravnavali so tako prizme kot piramide. Pri eni takšnih učnih ur smo obravnavali geometrijsko telo valj, kar prikazuje slika 5.

Slika 5: Menjava vlog učitelj – učenec

4. korak – sprotno preverjanje naučenega
Pridobljeno znanje o učenju učenja in tem, kako se učiti matematiko, smo večkrat preverjali. Na začetku šolskega leta so učenci rešili spletni vprašalnik, koliko o učenju učenja sploh vedo in ali želijo izvedeti še kaj več. Del vprašalnika predstavlja slika 6. Nato smo sproti preverjali naučeno in znanje stalno osveževali s primeri in pogovorom.

Spletni vprašalnik na začetku - učenje učenja

Kaj bi se želel naučiti v povezavi s tem, kako se učinkovito učiti matematiko in ostale predmete?

Kaj ocenjenjuješ, da pri učenju učenja že obvladaš?

Katere strategije učenja že poznaš?

Kako si snov najhitreje zapomniš?

Kaj se ti zdi pri učenju najtežje?

Kaj te pri učenju ovira?

Kje se najpogosteje učiš?

Kako izgleda tvoj učni kotiček?

Opiši, kako po navadi poteka tvoje popoldne pred ocenjevanjem naslednji dan.

Slika 6: Vprašalnik na začetku šolskega leta

5. korak – načrtovanje lastnega učenja

Učiteljici sva želeli učence priučiti tudi načrtovanja lastnega učenja. Zato so učenci prejeli preglednice, s katerimi so sistematično spremljali lastno učenje. Učenci 3. razreda so dobili preglednico, ki jo prikazuje slika 7, za učence 3. triade pa smo uporabili kar Juhantov urnik učenja, ki smo ga našli na spletu (slika 8).

Ime in priimek učenca:

Dan, datum	Pregledam, kaj smo delali v šoli.	Naredim domačo nalogo.	V poseben zvezek zapišem in izračunam 10 računov in 2 besedilni nalogi	Berem vsaj 10 minut.	Prepišem vsaj 5 povedi. Tudi sam lahko tvorim besedilo.	Pripravim si šolsko torbo za naslednji dan.	Ta dan za šolo naredim še ...		

Slika 7: Sistematično spremljanje učenja učenca v 3. razredu

<table>
<tr><td colspan="4">poned torek sreda četrt petek sobota</td></tr>
<tr><td>predmet</td><td>kaj moram opraviti</td><td>predv. čas</td><td>merjeni čas</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Seštej stolpca, vsakega posebej.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Ugotovi ali obstaja razlika!
Spodaj vpiši, od kod ta razlika.</td><td colspan="2">+
-</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
</table>

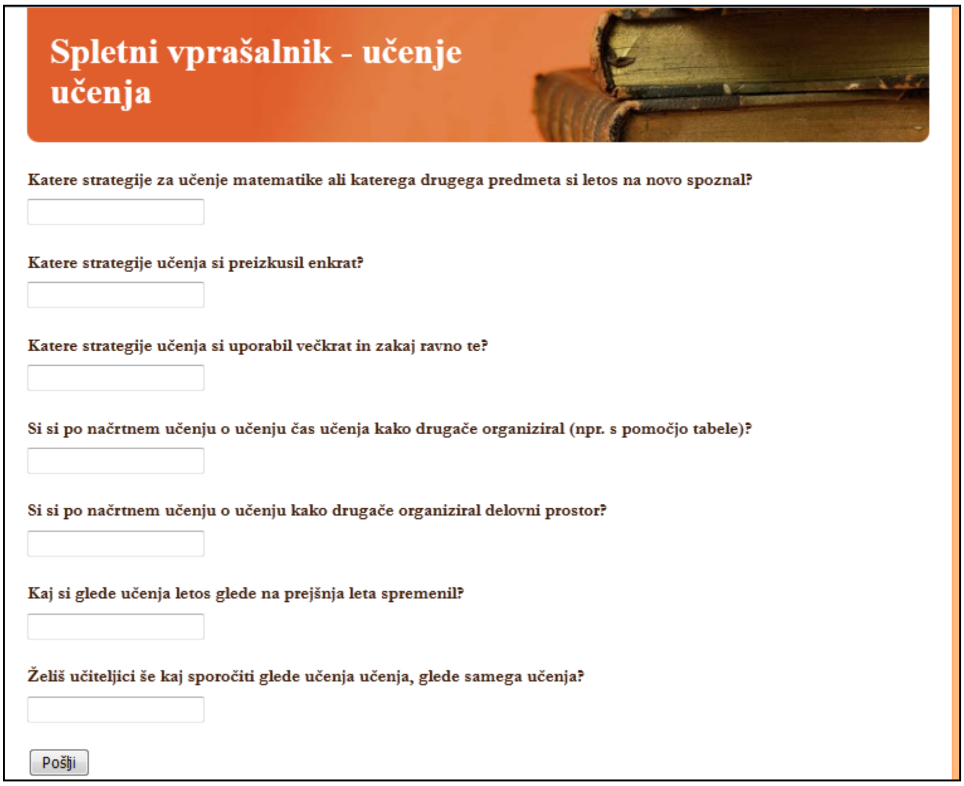
Slika 8: Juhantov urnik učenja

Zanimivo je bilo, da so bili tretješolci na začetku nad sistematičnim načinom dela navdušeni. Kmalu so menili, da ne potrebujejo takšnega lista za označevanje, ker sedaj že poznajo vrstni red. Med drugim pa je bilo tudi slišati, da jih zaradi tega lista starši bolj nadzorujejo pri učenju, tega pa učenci ne marajo.

4. korak – evalvacija ob koncu šolskega leta

Ob koncu šolskega leta smo preverili, kakšen (če sploh) je napredek pri učenju učenja in kaj učenci mislijo o lastnem učenju. Evalvacijo smo izvedli na dva načina:

1. z reševanjem spletnega evalvacijskega vprašalnika (slika 9);
2. s preverjanjem, spremljanjem, ali so se ocene ob zaključku šolskega leta kaj spremenile.



Slika 9: Spletni vprašalnik ob koncu šolskega leta

Pri primerjavi odgovorov smo ugotovili, da se učenci veliko bolj zavedajo, kako pomembno je poznati tudi, kako se najhitreje in najučinkoviteje učiti, kako izbirati primerne strategije, kako uporabljati že naučeno in dodajati nova znanja ipd.

Zanimiva je bila tudi primerjava vodenja učenja učenja v prvi in tretji triadi. Učenci v 1. triadi so potrebovali veliko napotkov že pri sami organizaciji učenja (kako si urediti delovni prostor, kako si določiti čas za učenje in ustrezno načrtovati odmore; pokazalo se je, da je to potrebno tudi pri učencih s posebnimi potrebami v 3. triadi). Učenci 3. razreda so se najlažje učili ob primerih (učiteljica jim je npr. pokazala več strategij, kako se naučiti poštevanko, da bo ta čim prej avtomatizirana; kako se lotiti besedilnih nalog in reševanja s pomočjo skice). Prav tako so učenci 3. razreda potrebovali več prikazov, kako si lahko pri učenju doma pomagajo z zvezkom in delovnim zvezkom, kjer imajo razloženo snov in primere rešenih nalog. Učenci 3. triade pa so morali predvsem ozavestiti, zakaj je ta spretnost pomembna in z lastnimi dejanji priti do spoznanja, katere strategije so zanje učinkovite, zakaj je racionalno načrtovati lastno učenje itd.

Veliko smo tudi medpredmetno sodelovali. Učenje učenja smo najprej zastavili splošno, nato smo se osredotočili na učenje učenja po predmetih (šport, matematika …). Izkazalo se je, da je bilo medpredmetno povezovanje lažje v 3. razredu, ker učiteljica poučuje prav vse šolske predmete. Učiteljica v 3. triadi pa poučuje matematiko in ima manj časa, da se z učenci »pogovarja« o učenju pri drugih predmetih. Zagotovo pa je to izjemno pomembno. Učenci na ta način spoznajo, da se lahko znanje, pridobljeno pri enem predmetu, uporablja tudi pri drugih predmetih. Čeprav veljajo nekateri principi učenja le za določeno predmetno področje, večinoma drži, da se lahko naučeno prenaša in uporablja v novih, drugačnih situacijah.

Zaključek

Ne drži le, da se morajo učitelji zavedati, kako pomembno je, da se znajo učenci učiti. Zavest o tem je potrebno prenesti tudi na učence. Z izvedenimi dejavnostmi so učenci pridobili nekaj začetnih spretnosti in izkušenj, povezanih z učenjem učenja (kako se lotiti učenja z organizacijskega vidika, kako izbrati najučinkovitejše učne strategije ipd.), natančneje pa smo predstavili in preizkusili še specifične učne strategije, ki jih učenci uporabljajo pri učenju učenja matematike. Prav tako pa so spoznali, da je to področje zelo široko in da je potrebno preizkusiti in razviti marsikatere spretnosti, da smo pri učenju učinkoviti. To je pomembno vodilo za vse učitelje, da to področje načrtno razvijajo. Najbolje bi bilo, če bi se področja učenja učenja načrtno lotili prav vsi učitelji na šoli in se dogovorili, katere strategije bodo učenci spoznali na določenem predmetnem področju. Za takšen način dela pa morajo biti motivirani vsi učitelji; prav tako pa se zahteva določena stopnja profesionalne zrelosti. Zagotovo drži, da tako lahko učenci pridobijo največ. Kaže razmisliti, kako nadgraditi, razširiti in poglobiti predstavljene dejavnosti. Pri načrtovanju pa velja upoštevati vodilo avtorja Henryja Brooksa Adamsa, ki pravi, da tisti, ki se zna učiti, zna dovolj.

Viri

1. http://www.os-brinje.si/index.php/ucenje-ucenja (5. 5. 2014).
2. http://www.čmrlj.si/panj/urnik-u%C4%8Denja.aspx (5. 5. 2014).
3. Kunaver, D. (1992): Učim se poučevati. Samozaložba: Ljubljana.
4. Kunaver, D. (1998): Učim se učiti. Samozaložba: Ljubljana.
5. Marussig, M. (2012): Kako se učiti matematiko ali računanje ni igra, Marussig Ljubljana

UTRJEVANJE Z IGRO
Exercising through playing games

mag. Anita Smole, Sonja Strgar

anita.smole@gmail.com, sonja.strgar@gmail.com
Osnovna šola Vide Pregarc Ljubljana

Povzetek
V prispevku je predstavljen primer utrjevanja znanja matematike v 3. in 9. razredu s pomočjo didaktične igre. Učiteljici sta pripravili naloge, povezane s snovjo posameznega razreda, navodila za igre, igralne predloge, zvezek za vpisovanje rešitev, list z rešitvami, figurice, igralno kocko in v naprej določene skupine učencev. Učenci so se potem »igrali«. Po izvedeni učni uri je vsak učenec opravil razmislek o izvedenem. Prav tako sta evalvacijo o procesu načrtovanja učne ure in kasneje izvedbi opravili tudi učiteljici. Ugotovili sta, da je bila dodatna motivacija za delo sodelovanje med različno starimi učenci. Prav tako pa je takšen način dela preko didaktične igre (nov predvsem za devetošolce, tretješolci so didaktične igre vajeni) prostovoljen, učenci so bolj notranje motivirani, pozitivna čustva doživljajo tudi tisti, ki se drugače »bojijo« matematike. Prav tako sta ugotovili, da so bili doseženi tako učenčevi cilji kot učiteljevi, kar je tudi glavna razlika med igro in didaktično igro.

Ključne besede: utrjevanje znanja, medvrstniško sodelovanje, didaktična igra

Abstract
The paper demonstrates a case of refreshing math knowledge in 3rd and 9th grade with help of didactic games. Teachers have formulated exercises associated with the substance of each class (the principle of external examination's exercises was taken into account), instructions for games, game templates, notebooks for solutions, a list of keys, figures and dices. Groups of pupils were identified (in each group were two pupils from 3rd grade and one pupil from 9th grade). Pupils then played games. After the lesson each pupil made a reflection on a completion. Evaluation of the planning process and execution stage were conducted by teachers. Teachers concluded that an additional motivation for the work was co-operation between pupils of different age. Refreshing the knowledge through didactical game is (new especially for the 9 graders, while 3 graders are used of that kind of games) voluntary, pupils are more intrinsically motivated, positive emotions were experienced even by pupils who are otherwise »afraid« of mathematics. They also discovered that pupils' goals (to have fun, experience positive emotions) as well as teachers' (to strengthen the knowledge, raise the level of intrinsic motivation by pupils) were achieved. That is also the main difference between the game and didactic game.

Keywords: consolidation of knowledge, peer collaboration, didactic game

Uvod
Učenci v sedanji šoli imajo zelo raznolike interese. Pogosto med interesi niso stvari, povezane s šolskim delom. Učitelji se trudijo iskati vedno nove dejavnosti, ki bodo učence notranje motivirale in jih spodbudile, da čim aktivneje pristopijo k šolskemu

delu. Le znanje, ki ga učenci pridobijo z lastno aktivnostjo, je dolgotrajno in uporabno. Učenci v 3. in 9. razredu so sodelovali pri pripravljenih dejavnostih, predstavljenih v nadaljevanju, in bili zelo motivirani za šolsko delo.

Potek dela in rezultati

Učenci 3. in 9. razreda so imeli združeno uro matematike. Učenci 3. razreda so utrjevali znanje seštevanja in odštevanja v obsegu naravnih števil do 100, besedilne naloge in matematične probleme iz vsakdanjega življenja. Učenci 9. razreda pa so utrjevali znanje enačb (ekvivalentne in identične enačbe, reševanje enačb (tudi z oklepaji in ulomki), izražanje neznanih količin iz enačb, uporaba enačb pri reševanju besedilnih nalog, besedilne naloge o številih, besedilne naloge iz geometrije, starostni problemi, besedilne naloge iz vsakdanjika, naloge o gibanju) ter ponovitve snovi 8. razreda (številske množice, računanje z racionalnimi števili, potence, izrazi s spremenljivkami, funkcije, premo in obratno sorazmerje, večkotniki, krog in deli kroga, Pitagorov izrek, kocka in kvader). Odločili sva se za utrjevanje znanja z didaktično igro.

»Igra je učinkovit način za izobraževanje, ker zbuja pozornost učencev in jih motivira k dejavnosti; kar prinaša zanimiv, razgiban pouk in trajnejše znanje.« (Bognar, 1987)

Igra je primerno sredstvo za učenje matematike tudi na predmetni stopnji. Učitelj se mora zavestno odločiti, kakšna bo vsebina igre, njeni umestitvi v učni proces, namenu in drugih vidikih. Če želi pri igri doseči učne učinke, morajo biti učenci pozorni na kognitivni vidik igre (med igro ali po igri). Učenci morajo igro v šoli razlikovati od običajne igre. Šolska igra je oblika učenja. Vsaka izvedba igre v razredu zahteva določeno pripravo. Učitelj pa potem presoja, ali je primerno razmerje med učnim učinkom in vloženim trudom ter časom (Magajna, 2008).

Didaktične igre so igre z nalogami, ki zahtevajo in hkrati razvijajo duševne funkcije, sposobnosti, aktivnosti, potrebne za doživljanje, dojemanje, ustvarjanje, poustvarjanje z otrokom privlačno vsebino in s pravili, ki so lahko bolj ali manj zahtevna. Cilj didaktične igre je otroku ponuditi možnost, da z njo osvoji določeno zmožnost. Otroke spodbujamo k natančnemu opazovanju ter k ugotavljanju razlik in podobnosti v obliki, velikosti in barvi (Klemen, 2010).

Če velja načelo, da naj učitelj ocenjuje tako, kot poučuje, potem je potrebno učence tudi s sprotnim delom navajati na sistem, s katerim se bodo srečali pri NPZ-jih. Pri izvedbi dejavnosti in pred tem pri sestavljanju nalog sva upoštevali nekatera načela, ki ustrezajo eksternemu preverjanju znanja. Preverjanje znanja, ki poteka v razredu, je zelo pomemben in vpliven proces. Način preverjanja znanja vpliva na to, kako se učenci učijo, kakšno znanje pridobijo in tudi na to, kakšen odnos do učenja in znanja si oblikujejo.

Temeljne značilnosti zunanjega preverjanja znanja so (Krek, 2000):

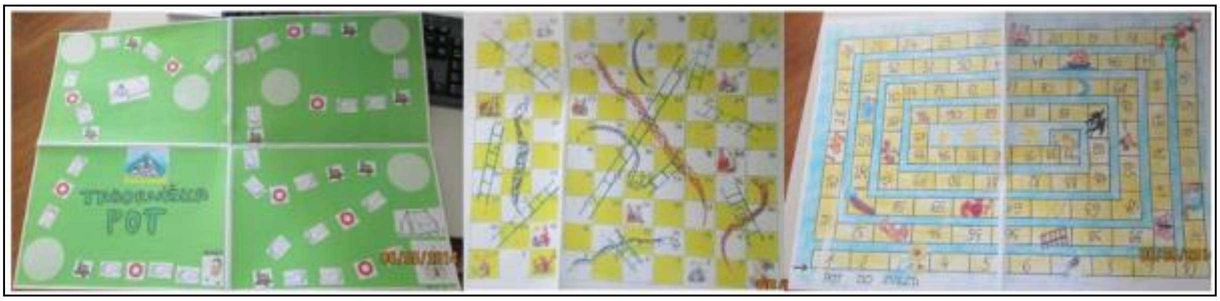
- neomejena ponovljivost;
- vprašanja in naloge temeljijo na znanju več sestavljalcev* (upoštevali);
- enaka vprašanja in naloge za učence v istem roku;
- preverja se tisto znanje, ki je bistveno po mnenju večje skupine strokovnjakov (upoštevali)*;
- večji spekter vprašanj, na katera učenci odgovarjajo (upoštevali)*;

- preverjanje znanja ne glede na okoliščine, v katerih se je učenec učil;
- predvidljivost, ki manjša psihični pritisk (upoštevali)*.

Prav tako sva razmišljali, kako izkoristiti prednosti, ki jih ponuja medvrstniško sodelovanje. To sodelovanje spodbuja tudi razumevanje in spoštovanje med učenci. Prednosti so še:

- učenci snov razložijo drugače kot učitelji, saj uporabljajo svoje učne strategije in se lažje vživijo v doživljanje sovrstnikov;
- spletajo se prijateljske vezi;
- mlajši učenci vidijo, da tudi starejši vsega ne znajo in da je edino smiselno, da v takem primeru poiščejo pomoč;
- učenci so notranje motivirani za delo;
- učenci se preizkušajo ob izzivih ali konfliktih v določenih situacijah;
- učenci se učijo skupne evalvacije.

Učence sva razdelili v 12 skupin. V vsaki skupini je bil učenec 9. razreda in dva učenca 3. razreda. Na mizi so imeli igralno podlogo. Igrali so igre Taborniška pot, Pot do zvezd in Po lestvi gor, po kači dol. Igralne predloge (ne pa naloge in pravil igre) so izdelali študentje Pedagoške fakultete iz Ljubljane, ki so na šoli opravljali nastope pri predmetu didaktika družboslovja (slika 1).



Slika 1: Predloge iger

Na mizi so imeli še dva kupčka z nalogami za reševanje (enega tretješolci, drugega devetošolci), zvezek, pisala, dva lista z rešitvami (enega tretješolci, drugega devetošolci) ter navodilo za igranje igre.
Najprej je učenec v skupini prebral navodilo za igranje igre (slika 2). Na vsakem navodilu je bilo zapisano, kaj skupina potrebuje za igranje igre, navodilo za igro in še dodatna pravila.

Taborniška pot

Potrebuješ: igralno podlogo, igralno kocko, figurice, kartice z nalogami

<u>Navodila za igro</u>

Igralca izmenično mečeta kocko.

Po igralnem polju se premakneš za toliko pik naprej, kolikor pik je na kocki, ko si jo vrgel. Za premikanje naprej moraš pravilno rešiti nalogo, ki jo izvlečeš iz kupčka.

Dodatna pravila:

- Če prideš na **ODTIS NOGE**, izbereš <u>eno</u> nalogo iz kupčka, jo rešiš. Če jo rešiš pravilno, se premakneš za toliko polj naprej, kot si vrgel pik na kocki. Če naloge ne rešiš pravilno, ostaneš na istem mestu.
- Če prideš na **RDEČ KROGEC** (MARKACIJA), izbereš DVE nalogi iz kupčka, ju rešiš. Če obe rešiš pravilno, se premakneš za toliko polj naprej, kot si vrgel pik na kocki. Če obe nalogi nista pravilni, ostaneš na istem mestu.
- Če prideš na **ŠTOR**, se premakneš za toliko polj naprej, kot si vrgel pik na kocki, brez da bi reševal nalogo.
- Če prideš na ZELEN KROGEC, počakaš en krog.

Slika 2: Navodilo za igranje igre Taborniška pot

Nato je učenec, ki je bil na vrsti, iz kupčka 24 kart potegnil karto in nalogo rešil. Če je bil rezultat pravilen, je napredoval po poljih igre; če je bil rezultat napačen, je bil kaznovan, skladno s pravili igre – ostal je na istem mestu ali se celo pomaknil nazaj (slika 3).

Slika 3: Kupček igralnih kart z nalogami za utrjevanje znanja devetošolcev

Naloge so bile različnih zahtevnostnih ravni. Več nalog je bilo enake zahtevnostne ravni; ni pa bilo mogoče, da bi učenec reševal le naloge na najnižji zahtevnostni ravni. Vse naloge so v skladu s cilji iz učnega načrta za matematiko. Primeri nalog za 3. razred:

1. primer: učni cilj: *Učenec sešteva in odšteva v obsegu do 100 in poišče neznani člen, v obsegu do 100 brez prehoda.*

Reši.

30 + 56 =___ 20 + ___ = 100 67 – 20 = ___ 60 – __ = 42

2. primer: učni cilj: *Učenec rešuje besedilne naloge. Pri tem uporablja računski operaciji seštevanja in odštevanja.*

Matija je star 16 let, njegov brat je 3 leta mlajši. Koliko je star Matijev brat?

3. primer: učni cilj: *Učenec rešuje matematične probleme iz vsakdanjega življenja*.

Maja mora prebrati knjigo, ki ima 100 strani, v 4 dneh. Prvi dan jih je prebrala 20, naslednji dan 5 več, tretji dan toliko kot prvi in drugi dan skupaj. Koliko strani mora prebrati še četrti dan?

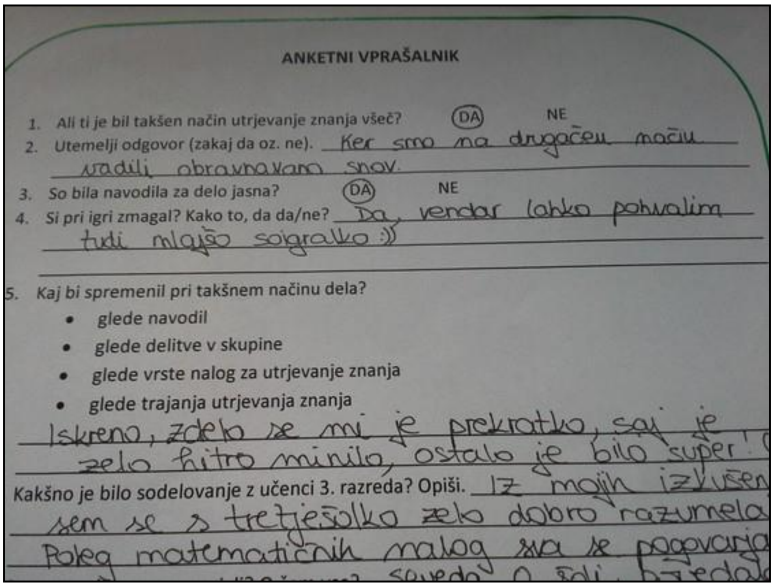
Rezultate so učenci preverili na listu z rešitvami (slika 4). Na vsaki mizi sta bila lista z rešitvami za 3. in 9. razred. List je imel 24 polj, na vsakem polju je bila rešitev za posamezno nalogo. Vsi člani ekipe so videli rešitve, zato goljufanje ni bilo mogoče.

Slika 4: List z rešitvami nalog devetošolcev

Z didaktičnimi igrami so učenci zavzeto utrjevali znanje. Tako so bili spodbujeni k hitremu odzivanju, sklepanju in natančnemu opazovanju. Ves čas so bili aktivni, reševali so različno zahtevne naloge. Na takšen način pa so se tudi navajali na upoštevanje dogovorov in pravil, morali so vztrajati, četudi so kakšno nalogo rešili napačno.

Naloga učiteljic je bila med uro predvsem usmerjevalna. Ker je bilo v 3. in 9. razredu kar nekaj učencev s posebnimi potrebami, ki so potrebovali dodatno pomoč, sta učiteljici po potrebi pomagali posamezniku. Prav tako pa sta z dodatnimi namigi in podvprašanji kakšno navidezno nerešljivo nalogo spremenili v 'rešljivo'.
Ob koncu šolske ure so učenci 9. razreda rešili anketni vprašalnik (slika 5). Tretješolci pa so učiteljici ustno povedali svoja opažanja in na tak način evalvirali učno uro. Devetošolci so pred sodelovanjem dobili le napotek, naj tretješolcem pomagajo z usmerjanjem pri načinu reševanja, ne smejo pa povedati celotnih rešitev. Učenci so povedali oz. zapisali, da jim je bila ura, izvedena na takšen način, zelo všeč, ker so bolj zabavno utrjevali snov, da pri igri niso vedno zmagali starejši, da ni najboljši pri igri tisti, ki je najbolje reševal naloge, pač pa tisti, ki je imel zraven še veliko sreče. Večina je menila, da je ura čisto prehitro minila. Pri reševanju matematičnih nalog so se pogovarjali tudi o drugih stvareh, pa so vseeno veliko naredili. Učenci so si pri reševanju nalog pomagali med seboj, se popravljali. Zabavno je bilo opazovati učence 3. razreda, ki so se čudili nalogam devetošolcev. Glede medvrstniškega sodelovanja pa so učenci povedali, da jim je bilo težko delati z določenim učencem in bi raje izbrali drugega. Tretješolci pa so pogosto navajali, da so bili nekateri devetošolci dobri učitelji, da so prijazni, da so znali dobro usmerjati, razlagati snov; spet drugi so povedali, da niso bili najbolj potrpežljivi, da jim niso

dovolj pomagali. Prav vsi učenci pa si želijo še kakšne podobne priložnosti za utrjevanja znanja skozi igro.


ANKETNI VPRAŠALNIK

1. Ali ti je bil takšen način utrjevanje znanja všeč? DA NE
2. Utemelji odgovor (zakaj da oz. ne). Ker smo na drugačen način vadili obravnavano snov.
3. So bila navodila za delo jasna? DA NE
4. Si pri igri zmagal? Kako to, da da/ne? Da, vendar lahko pohvalim tudi mlajšo soigralko :))

5. Kaj bi spremenil pri takšnem načinu dela?
   - glede navodil
   - glede delitve v skupine
   - glede vrste nalog za utrjevanje znanja
   - glede trajanja utrjevanja znanja

Iskreno, zdelo se mi je prekratko, saj je zelo hitro minilo, ostalo je bilo super!

Kakšno je bilo sodelovanje z učenci 3. razreda? Opiši. Iz mojih izkušen sem se s tretješolko zelo dobro razumela. Poleg matematičnih nalog sva se pogovarja

Slika 5: Del rešenega evalvacijskega vprašalnika devetošolke

Učiteljici sta ugotovili, da so bili učenci pri delu zelo učinkoviti – z vidika števila pravilno rešenih nalog in ne glede na samo število rešenih nalog. Vzdušje v razredu prikazuje slika 6. Slika prikazuje skupine, kako so učenci reševali naloge in razmišljali ter iskali pot do rešitve. Pri pregledu rešenih nalog v zvezku sta učiteljici ugotovili, da je marsikateri učenec bolje reševal naloge kot po navadi. Prav tako je bilo opaziti, da so učenci rešili veliko več nalog, kot jih rešijo sicer, kadar rešujejo naloge na učnem listu ali v delovnem zvezku. To si je mogoče razložiti s pravili iger; prav vsi so si želeli čim prej priti na cilj. Pri analizi nalog pa sva ugotovili, da so imeli v večini učenci naloge rešene pravilno. To je bilo še posebej opaziti pri tretješolcih, saj so jih med reševanjem in na koncu preverjali devetošolci.

Slika 6: Utrjevanje znanja - skupine

Zaključek
Učitelji iščemo nove načine, kako narediti pouk bolj pester in učinkovit. Eden od ciljev je tudi, da se učenci več naučijo. Ena od možnosti, ki pripelje do tega cilja, je utrjevanje znanja z didaktično igro. Glede na izkušnje, ki sta jih z izvedbo dejavnosti v 3. in 9. razredu dobili učiteljici, je takšen način za učence zanimiv, pokazalo pa se je, da je tudi učinkovit. Prav tako sta ugotovili, da so bili doseženi tako učenčevi cilji (zabavati se, doživljati prijetna čustva) kot učiteljevi (utrditi matematično znanje, dvigniti raven notranje motivacije pri učencih) - kar je tudi glavna razlika med igro in didaktično igro. Že Platon je rekel, da učenje z igro, ki spodbuja in motivira, postaja tudi veselje.

Viri

1. Bognar, L. (1987): Igra pri pouku na začetku šolanja, Državna založba Slovenije, Ljubljana.
2. http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (20. 7. 2014).
3. Klemen: http://www.ringaraja.net/clanek/otroska-igra_733.html (9. 5. 2014).
4. Krek, J. (2000): Pravičnost in razcep v vrednotenju znanja – ali ocena za hrbtom zavesti. V: Krek, J. (ur.), Cenčič, M. (ur.): Problemi ocenjevanja in devetletna osnovna šola. Ljubljana: Pedagoška fakulteta in Zavod Republike Slovenije za šolstvo, str. 25 - 41.
5. Magajna, Z. (2008): https://www.dmfa.si/Seminarji/2008/Magajna.pdf (9. 5. 2014).

NOTRANJA DIFERENCIACIJA V 1. RAZREDU PRI SEŠTEVANJU DO 20

Internal differentiation and adding up to 20 in 1st grade of primary school

Valerija Osterc

valerija.osterc@gmail.com

OŠ Ivana Cankarja Ljutomer

Povzetek
Že ob vstopu v šolo je predznanje otrok zelo različno. Različne so otrokove trenutne zmožnosti, izkušnje in osebnostne lastnosti. Vse to pa vpliva na zmožnost učenja. Šele ko učitelj spozna posameznega otroka in ugotovi, kakšno je njegovo predznanje, se lahko osredotoči na učenca in poučuje tako, da zagotovi napredek slehernemu. Učitelj je postavljen pred velike izzive, kako poučevati, kako prepoznati potrebe učencev, in katere ukrepe izbrati, da bodo učinkoviti. V prispevku bom prikazala, kako izvajam notranjo diferenciacijo z individualizacijo pri seštevanju do 20 brez prehoda, kako pomagati in spodbujati učence z učnimi težavami, kako pripraviti izziv za nadarjene učence - ob tem pa ne pozabiti na pridne in marljive. Skratka,

zagotoviti vzpodbudno učno okolje, kjer so vsi učenci zadovoljni, hkrati pa napredujejo.

Ključne besede: diferenciacija, učenci z učnimi težavami, nadarjeni učenci, računanje do 20, interaktivne matematične igrice

Abstract

Children's knowledge at school entry is very different, also their abilities, experiences and characteristics. Children's school readiness has impact on educational outcome. Teacher has important commission to recognize each children abilities and knowledge to provide effective individual teaching and progress of each children. It is essential, to use individual and appropriate approach, so students can conquer mathematical knowledge. These expectations bring challenge and testing in work of every teacher in terms of how to teach, how to define children's needs and which effective instruments to use. This article describes methods of internal differentiation of individualization by adding up to 20 without passing ten unit. It is important to provide encouraging environment by helping children with special learning needs, by making challenge for talented children and supporting active and hard-working children, so all can be pleased and make progress.

Key words: Differentiation, children with special learning needs, talented children, calculating up to 20, interactive mathematical games.

Uvod

Ko otroci začnejo obiskovati šolo, so polni pričakovanj, vsi želijo biti uspešni. Lotevajo se številnih novih dejavnosti, nekatere opravljajo z lahkoto, za druge se morajo zelo truditi. Veseli so, če je njihov trud opažen. Spomin na prve šolske izkušnje bo otroke spremljal vse življenje. Občutljivost učitelja za njihove potrebe, prijetno vzdušje v skupini, ustrezne metode in ravno dovolj zahtevne naloge, so ključni dejavniki za uspešno učenje (Doljak, 2012).

Razvojne značilnosti šestletnika

Šolsko delo je za otroka svojevrsten telesni in duševni napor, ki ga mnogokrat postavlja v razne konfliktne situacije ali celo povzroči duševne strese. Dosega naj uspehe, bodisi pri majhnih ali velikih stvareh, čeprav po majhnih korakih. Ob vstopu v šolo moramo omogočiti otroku, da občuti pripadnost novi skupini ter prijazno skrb in vodenje učiteljice in vzgojiteljice. Pri šestletniku je potrebno upoštevati njegove razvojne značilnosti.

Gibalni razvoj: je hiter, glasen, rad žveči, hitro se utrudi, rad je zunaj, rad se giblje, bolj se zaveda prstov kot pripomočkov.

Zaznavni in spoznavni razvoj: rad sprašuje, rad ima nove igre, rad barva, slika, raje ima proces kot rezultat, razvršča, ureja, šteje do 20 in več.

Govorni razvoj: govor je podoben govoru odraslih, je zelo klepetav, rad ima šale, uganke, rad se pritožuje, govori navdušeno in razposajeno.

Čustveni in socialni: rad ima družbo otrok, ima pogosto enega ali dva posebna prijatelja, hoče biti prvi, žari ob spodbudi, neuspeh je težak, rad ima presenečenje, je čustven, zelo je željan novega.

Ne smemo pozabiti, da so tudi med enako starimi otroki velike razlike.

Kakšen naj bo učitelj

Danes se od učitelja pričakuje, da prav vsakemu učencu s primernim pristopom omogoči, da usvoji določena matematična znanja. Zato so lahko učne težave za učitelja izziv, da učenec doseže optimalno znanje - glede na svoje zmožnosti in sposobnosti. Ta zahteva učitelja postavlja pred velike izzive in preizkušnje, kako poučevati, kako prepoznati potrebe in težave učencev in katere načine ali metode izbrati, da bodo učinkoviti. Vse to zahteva - na eni strani kvalitetno in prilagojeno poučevanje - na drugi strani pa razumevanje oz. vedenje, kaj je temeljno matematično znanje (Žakelj, 2012: 72).

Notranja diferenciacija

Za poučevanje na razredni stopnji je za učence izjemno pomembna zlasti notranja diferenciacija, »saj ohranja naravne, mešane, heterogene skupine, individualne zmožnosti, želje in potrebe učencev pa upošteva in zadovoljuje v okviru frontalnega, skupinskega, parnega in individualnega učnega dela/ …/.« (Strmčnik, 1993, 51)

Učna diferenciacija je organiziran ukrep, s katerim šola bolj demokratično in humano usmerja po določenih učnih in drugih razlikah v občasne ali stalne, homogene ali heterogene učne skupine, da bi jim posredovanje učne snovi in učenje čim bolj prilagodila (Strmčnik, 1993, 8).

Strmčnik (1993) meni, da so pozitivne posledice notranje diferenciacije: spoštovanje različnosti učencev, medsebojna pomoč, solidarnost, prizadevanje, da bi vsi, tudi šibkejši učenci, razvili vse svoje zmožnosti in se izpolnjevali ob drugih.

Kaj diferenciramo? Diferenciramo lahko učne cilje in vsebine ter didaktično-metodične postopke, učne naloge, učno pomoč in učno vodenje, učno motivacijo, socialne učne oblike, učne metode in postopke, sredstva poučevanja in učenja ter domače naloge (Strmčnik, 1993).

Kdaj diferenciramo? Glede časa ni omejitev. Z diferenciacijo je potrebno začeti dovolj zgodaj, to je v predšolskem obdobju in jo postopoma krepiti. Starejši kot so učenci, večje so med njimi učne in tudi druge razlike; zato so potrebe po diferenciaciji toliko večje (Strmčnik, 1993).

Delitev učencev

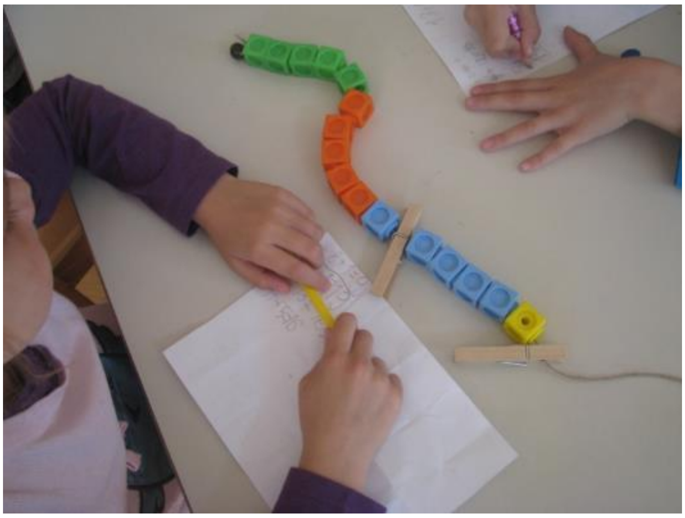
- Povprečni učenci: so »zlata sredina« razreda, v njej ni večjih odstopanj. So najštevilčnejši, saj predstavljajo kar 2/3 razreda.
- Nadpovprečni učenci: kažejo večjo sposobnost za razumevanje odnosov, samostojno učenje, hitro in pravilno reševanje problemov, znajdejo se v novih razmerah in imajo večjo koncentracijo. Učitelji jih prepoznajo zlasti po tem, ker veliko sprašujejo, radi raziskujejo, imajo raznolika zanimanja in radi berejo.
- Podpovprečni učenci: najpogosteje se učijo brez razumevanja, delajo in dojemajo počasneje, hitreje pozabljajo itd. Zato potrebujejo od učitelja več spodbud, učitelj

jih mora motivirati, dajati sprotne povratne informacije in pohvaliti, ko je to potrebno. (Strmčnik, 1987)

Vsak šolar ima lahko občasne težave pri osvajanju matematičnih znanj, vendar te sčasoma izzvenijo. Nekateri od teh pa se spopadajo s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki.

Matematične učne težave so - poleg bralno napisovalnih težav - najpogostejše učne težave. Matematika ima v izobraževanju pomembno vlogo, saj je v šolskem predmetniku ves čas. Je tudi predmet, ki je v osnovni šoli najpogosteje negativno ocenjen. Mnogim učencem se učenje matematike upre, saj kljub redni vaji ni želenih rezultatov. Zato je prav, da učitelji in starši dovolj zgodaj prepoznajo to specifično motnjo in otroku ustrezno pomagajo. Ker se matematično znanje nadgrajuje, je zelo pomembno, kakšna so osnovno znanje ter njegova uporaba v različnih situacijah in v kolikšni meri so posamezne računske dejavnosti avtomatizirane. Praksa namreč nenehno potrjuje, da je vsakršna pomoč učencu v višjih razredih neučinkovita, če utrjujemo le tekočo snov (kar inštruktorji večkrat počno), otrok pa ni usvojil osnovnih znanj. Usvajanje matematičnih znanj v prvih letih šolanja je temelj za usvajanje matematičnih znanj na višji stopnji, zato ni naključje, da je matematika na razredni stopnji tako povezana z vsemi ostalimi predmeti, zlasti z vsebinami iz naravoslovja in družboslovja (Jelenc, Novljan : 2001).

Avtorji, ki pri matematiki proučujejo specifične učne težave, navajajo raznolike pristope pri učenju matematičnih veščin. Prav vsi zagovarjajo dejstvo, da so zelo pomembni koraki učenja, ki si morajo slediti po vrsti: konkretni nivo, grafični nivo, simbolni nivo reševanja matematičnih problemov. Praviloma ne smemo izpustiti nobene stopnje ali pa prehitro nadaljevati z naslednjo stopnjo.
Kavklerjeva (1992) priporoča materiale, ki pomagajo pri učenju osnovnih aritmetičnih postopkov: naravne predmete iz otrokovega okolja (kamenčki, palčke), strukturirane materiale (kocke, kroglice), tabele, številske trakove, kartončke, številske črte, skice in druge grafične ponazoritve, ki so učinkovitejše, če jih otrok naredi sam.
Garnettova (1998) navaja še nekaj praktičnih in učinkovitih pristopov, npr.: intenziven trening, ki naj poteka skozi igro. Trening naj bo razporejen v krajše časovne intervale (petnajstminutne vaje). Otrok naj prejme manjše število podatkov naenkrat, nato naj sledi pogostejše urjenje navedenih dejstev. Seveda ni dovolj le to, da mu dovolimo uporabo določenih pripomočkov, potrebujejo predvsem vajo, kako te pripomočke spretno uporabljati. Ena izmed učinkovitih metod učenja računskih strategij v prvem triletju šolanja je *računanje po metodi prazne črte.*



Slika 1: Link kocke na vrvici – konkretna oblika metode prazna črta

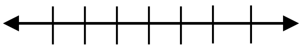
Metodo prazne črte so razvili na Freudenthalovem inštitutu v Utrechtu na Nizozemskem. Številska črta se razvije na prvi stopnji s kroglicami (link kockami) na vrvici; nato postopno zmanjšujemo vizualne opore. Vrvica s kroglicami predstavlja števila (količino kroglic), spodbuja štetje in pomaga učencem razvijati aritmetične strategije. Z vajami ob nizu kroglic otroci hitreje in z želenim razumevanjem lažje osvojijo pojem desetice.

Na vrvico nanizamo kroglice (10, 20 ali 100). Kroglice imajo lahko premer 1,5 ali 2 cm, lahko pa so tudi manjše. Nizamo izmenoma po pet kroglic ene barve in pet druge barve, ki sta kontrastni. Na prvi stopnji naredimo nekaj vaj štetja. S ščipalkami določimo količino kroglic, ki jo otrok prešteje. Sprva otroci štejejo od začetka vrvice naprej s premikanjem, potem z dotikanjem in nazadnje le z gledanjem.

V nadaljevanju otroci pričnejo ponazarjati računske operacije s kroglicami. Pomagamo si s ščipalkami, s katerimi določimo količino kroglic, ki jo je potrebno prešteti. Namesto kroglic lahko uporabljamo tudi link kocke, ki jih nizamo drugo na drugo, ali druge materiale, ki jih prav tako nizamo na vrvico.

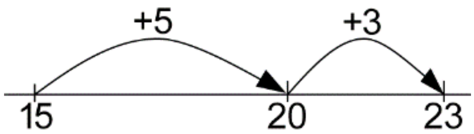
Ko so uspešni z nizom kroglic, ga lahko nadomestimo z narisano vrvico in s kroglicami ob njej. Prehod je postopen, ko na tablo ob črti narišemo zaporedje kroglic enake velikosti in barve. Otroci računajo s pomočjo te skice.

Pri naslednji stopnji zbrišemo narisane kroglice in tako ostane le črta z označbami enote. Otroka črta spominja na konkretne kroglice, ki so bile nanizane na vrvici.



Kasneje opustijo tudi označevanje enot in otrok si sam nariše črto in enote na njej, glede na zahtevane računske operacije. Črto rišemo prostoročno, nad črto pa loke, ki z dolžino ponazarjajo korake. Izhodišče je število, ki je v številskem izrazu prvo. Otrok potem - glede na operacijo - izbira smer risanja. Na začetku lahko rišejo z barvnimi svinčniki, saj jim barvna opora pomaga pri povezavi operacije z ustrezno smerjo risanja lokov.

15 + 8 =



Slika 2: Metoda prazne črte

http://syllabus.bos.nsw.edu.au/assets/mathematicsk10/images/s1na008.png

Na spletu so predstavitveni filmi, npr:

- Addding using an empty number line LA.wmv
  www.youtube.com/watch?v=qCBloLJuNEE (22.4.2014)
- Addition 2 Using a blank number line counting on in tens and ones
  https://www.youtube.com/watch?v=zox5cJufy7o (22.4.2014)

Osnutek priprave za 1. razred

UTRJEVANJE SEŠTEVANJA DO 20 BREZ PREHODA
POTEK DEJAVNOSTI
MOLEKULE- Učenci se sprehajajo po razredu. Na znak učiteljice se združijo po 5 ali po 3, na koncu po 4, saj želimo, da so učenci v nehomogenih skupinah po 4. **KAMENČKI-** Vsaka skupina **dobi** 20 kamenčkov (frnikol …), vrečko in dve košarici. Najprej 10 kamenčkov **dajo** v vrečko in jo **zavežejo**. Eden izmed otrok nato **miži**, drugi pa si preostalih 10 kamenčkov **porazdelijo** tako, da vsak vzame vsaj enega. Otrok, ki je mižal, **izbere** dva sošolca, ki morata izbrane kamenčke dati vsak v svojo košarico. Otroci **preštejejo** kamenčke in **zapišejo** ustrezno enakost s seštevanjem. Nato v eno od košaric **postavijo** še vrečko z 10 kamenčki, se **pogovorijo**, koliko je sedaj kamenčkov v posamezni košarici in koliko je kamenčkov v obeh košaricah skupaj, ter **zapišejo** ustrezno enakost s seštevanjem. Košarice **izpraznijo** in dejavnost večkrat ponovijo tako, da zamiži drugi otrok … Tako bodo imeli, na primer, zapisane enakosti: 3 + 4 = 7, 13 + 4 = 17… **KOCKI -** Učenci **delajo** v dvojicah. Vsak ima dve kocki, ena je navadna igralna kocka, druga pa ima na ploskvah prilepljene lističe s števili od 10 do 14 (eno število je zapisano na dveh ploskvah). Vsak otrok **vrže** hkrati obe kocki in oba učenca **zapišeta** izraz seštevanja v svoj zvezek ali list in ga izračunata. Nato **preverita** pravilnost enakosti. **Delo z delovnim zvezkom** ali učnim listom.
PREVERJANJE
Z učenci preverimo pravilnost rezultatov.
DIFERENCIACIJA PRI POUKU
Učenci v matematičnem kotičku **rešujejo** diferencirane naloge na barvnih kartončkih - seštevanje do 20 brez prehoda in s prehodom ter si rezultate samostojno **pregledajo** ob rešitvah na hrbtni strani kartončka. **Matematične zgodbice -** Učenec si zbere slikico h kateri sestavi matematično nalogo, lahko delajo v parih. **Podpovrečne učence** opazujem, jih spodbujam in jim sproti preverim pravilnost izračunov.

Tabela 1: Osnutek priprave za 1. razred

MOLEKULE - V prvem delu učne ure je gibalna igra, s katero upoštevamo otrokovo potrebo po gibanju in sprostitvi. Ko se učenci združujejo v skupinice po 2, 3 in več, lahko opazujemo prijateljske vezi med njimi, ugotovimo kateri otrok ostane večinoma izven skupine, kateri otroci prevzamejo vodilno vlogo pri iskanju manjkajoče molekule in še veliko več. Učenci so zelo veseli, ko imajo možnost gibanja, ob tem trenirajo natančno poslušanje in preštevanje.
KAMENČKI - Razvoj šestletnika je dosegel že takšno stopnjo, da se lahko igra v skupini, se podreja normam in pravilom. Pri igri kamenčki se učenci urijo prav v tem, da počakajo na vrsto, upoštevajo hitrost drugih sošolcev, jim pomagajo.
Ker so skupine nehomogene, učence navajam na strpnost do počasnejših, na razumevanje sošolcev, ki težje računajo in imajo zato didaktične pripomočke, s katerimi so tudi oni lahko uspešni.

Slika 3: Igra Kamenčki

DELO Z DELOVNIM ZVEZKOM /UČNIM LISTOM

Nadpovprečni in povprečni učenci, ki so hitri, rešijo vse predvidene naloge in imajo v matematičnih košaricah dodatne naloge. Razvrščene so po različnih kriterijih.
Kriteriji so:
a) utrjevanje tekoče snovi - primeri seštevanja do 20 brez prehoda,
b) primeri seštevanja in odštevanja do 20 s prehodom,
c) besedilne naloge ali slikice, h katerih sam oblikuje besedilo.
d) občasno jim ponudim naloge iz preteklih matematičnih tekmovanj: Kenguruja, Logične pošasti, Matemčka.

Učenci z učnimi težavami

Nekateri učenci že na začetku leta, drugi pozneje, kažejo, da počasneje in težje usvajajo matematična znanja. Zato jih takoj vključim v dopolnilni pouk, svetujem staršem, kako naj doma vadijo z otrokom, jih učim uporabljati določene pripomočke. Če učenec napreduje zelo počasi, se obrnem na šolsko psihologinjo, velikokrat pa prosim za nasvet specialne pedagoginje ali pa iščem informacije na spletu. Opažam, da ima veliko moč pohvala in spodbuda. Tak otrok je izredno občutljiv in je zelo hvaležen, če se opazi njegov trud. Postane bolj samozavesten, zadovoljen, ostali učenci ga raje sprejemajo v skupinsko igro. Učenci z učnimi težavami prilagodim število nalog in čas reševanja. Menim, da je potrebno, da tudi ti učenci avtomatizirajo nekatere tehnike računanja ob konkretnih didaktičnih pripomočkih in s tem postajajo hitrejši in zanesljivejši.

SISTEMATIČNO BELEŽENJE IN ANALIZA

Rezultate sem beležila štirikrat mesečno, to pomeni enkrat na teden.
Dobili so učni list s petnajstimi računskimi primeri. Čas računanja je bil omejen na 15 minut.

preverjanje	8. 5.	15. 5.	22. 5.	30. 5.

IME	PRAVILNOST RAČUNANJA (št. napak)				DODATNE NALOGE /-št. opravljenih nalog			OPOMBE
					A	B	C	
B S	0	0	0	0	/ ///	//	/	
F S	5	3	2	2				P, prip.
H J	8	5	3	2				P, prip.
H L	0	0	0	0	////	///	///	
K M	2	1	0	0	///			

K A	4	3	2	2	/			
K L	6	5	4	2	/			P
K Č	0	0	0	0	///	//	////	
P L	3	2	0	0	/			
R L	7	5	3	3				P, prip.
S B	6	4	3	2				P, prip.
S Z	4	3	1	1	/			
Š T	1	0	0	1	/////	///		
Š L	2	1	0	0	//			
Š J	2	0	0	1	/////			
V M	5	3	4	3				P, prip.
Z T	3	1	1	0	//////			

P- pomoč, prip.– vrvica z link kockami
Dodatne naloge: A – seštevanje do 20 brez prehoda; B - seštevanje do 20 s prehodom; C-problemske naloge (besedilne, Matemček, Kenguru, Logična pošast…).

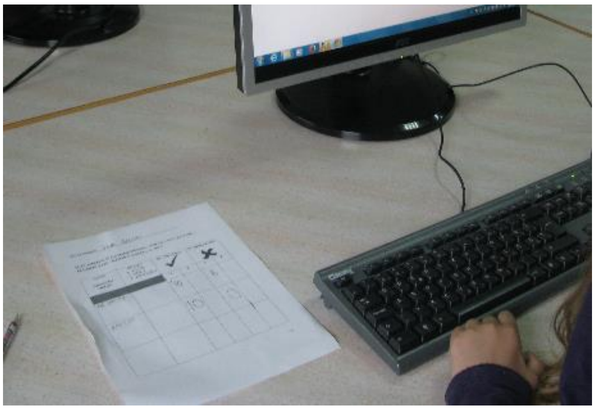
Tabela 2: beleženje rezultatov

V razredu je 17 učencev.
Nadpovprečni učenci (3): so od prvega preverjanja reševali pravilno in hitro ter reševali tudi dodatne naloge, bili so zadovoljni, saj so sami lahko izbirali med različnimi nalogami. O svojih rešitvah so takoj dobili povratno informacijo.
Povprečni učenci (8): dokaj zanesljivo računajo, naredijo le nekaj napak na začetku meseca, te se vsak naslednji teden zmanjšujejo. Nekateri učenci vedno hitreje in pravilno računajo tako, da si lahko vzamejo dodatno nalogo. Večinoma so to enake računske naloge kot na učnem listu.
Podpovprečni učenci (5): po prvem preverjanju sem jim pokazala strategijo računanja ob prazni črti in z 20 link kockami na vrvici. Pri dopolnilnem pouku smo vadili s tem pripomočkom. Iz tabele je razvidno, da so bili učenci na ta način uspešnejši.

Analiza z učenci
Po vsakem preverjanju sem učencem predstavila rezultate njihovega reševanja nalog. Učenci so sami povedali, kaj si želijo naslednjič izboljšati (pravilnost, hitrost, več rešenih dodatnih nalog). Ob koncu preverjanja so bili vsi zadovoljni, vsi so napredovali in dovolj zanesljivo računali do 20 brez prehoda. Tudi podpovprečni učenci z minimalnim številom napak.

Delo z računalnikom
Medtem ko so učenci računali do 20 z naravnimi in strukturiranimi materiali, z igralnimi kockami, v skupinah, dvojicah ter individualno, sem na spletu poiskala matematične naloge za 1. razred. Temeljito sem jih pregledala in se odločila za interaktivne matematične vaje IGRAM SE IN POSTAJAM MOJSTER V RAČUNANJU - vaje od 1. do 5. r – računam do 20 – mešane naloge. Izbrala sem naloge: *Pica, Sestavi račun, Splezaj na drog, Koliko kepic sladoleda uspeš zbrati v 90 sekundah?*.
Učencem pomagam pri izbiri računalniške igrice. Za povprečne in podpovprečne učence so primernejše igrice, kjer se lahko nastavi stopnja težavnosti in hitrost. Nadpovprečnim učencem sem svetovala igrice, kjer igrajo proti računalniku, kar je bil zanje velik izziv.
Učence navajam na sistematično beleženje svojega napredka. S tem jih želim motivirati, da bi izboljšali tehniko računanja. Izdelala sem tabelo, v katero so vpisali ime, ime igrice, stopnjo težavnosti oz. hitrosti, št. pravilnih izračunov in št. nepravilnih

izračunov. Po tednu dni ponovimo vajo z računalnikom. Skupaj analiziramo rezultate, njihove občutke ter želje za naprej.


Slika 4: Beleženje rezultatov

IME IN PRIIMEK:____

IGRICA (NARIŠI ALI NAPIŠI)	HITROST: POČASI HITRO ZELO HITRO	ŠT. PRAVILNIH ✓		ŠT. NEPRAVILNIH ✗	
		1. 21 .5	2. 29.5.	1. 21.5.	2. 29.5.

Zaključek

V prvem razredu je zelo pomembno, da se učenci učijo z igro, konkretno, z možnostjo gibanja, kar mnogo bolj okrepi vzorec učenja. Učitelj ima zahtevno nalogo, saj dobi učence, ki imajo določene sposobnosti in posebnosti. Čim prej jih spozna, tem lažje učenci napredujejo. V 1. razredu nikakor ne smemo pozabiti oziroma zanemariti dela s konkretnimi materiali (naravnimi in strukturiranimi). Pomembno je, da učitelj pravočasno prepozna, kateri učenci so konkretno raven že prešli in jim ponudi težje naloge, ob katerih lahko napredujejo. Istočasno mora prilagoditi težavnost nalog za učence, ki so še na konkretni ravni in imajo več težav. Učitelj takšnim učencem pomaga z različnimi metodami, prav tako svetuje staršem (vaje doma). Menim, da je pomembna avtomatizacija računskih operacij do 20, kar je temelj za nadgradnjo matematičnega znanja v višjih razredih. Da bi dosegli ta cilj, je potrebnih veliko intenzivnih vaj. Interaktivne matematične igrice popestrijo vajo računskih operacij in - s časovno omejitvijo - prisilijo učenca, da v računanju postaja hitrejši. Vendar jih mora učitelj kritično preučiti ter poiskati za vsakega učenca takšno igro, da bo dosegel predvideni cilj. S sistematičnim beleženjem in analizo učenčevih rezultatov ugotovimo dejanski napredek pri vsakem učencu.

Viri

1. Doljak, M. (2012): Individualizirano in diferencirano opismenjevanje v 1. razredu OŠ. Diplomsko delo. Ljubljana: Pedagoška fakulteta.
2. http://www2.arnes.si/~sopmdobe/sestletniki.htm (17.4.2014).
3. Jelenc, D., Novljan, E. (2001): Učitelj svetuje staršem 1. Matematika. Didakta,: Radovljica.

4. Kavkler, M. et al. (1992): Drugačne potrebe učencev s specifično razvojno motnjo pri učenju matematike, njihove strategije in kognitivni stil reševanja problemov. Zbornik pedagoške fakultete: Kaj hočemo in kaj zmoremo, str. 214-221.
5. Garnett, K. (1998): Math learning disabilities: http://www.ldonline.org/article/5896/ (22.4.2014)
6. Strmčnik, F. (1987): Sodobna šola v luči učne diferenciacije in individualizacije. Ljubljana: Zveza organizacij za tehnično kulturo Slovenije.
7. Strmčnik, F. (1993): Učna diferenciacija in individualizacija na naši osnovni šoli. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo in šport.
8. http://vedez.dzs.si/datoteke/MA%202.R%20-%20DP-2012-2013.doc .(10.3.2014).
9. Učni načrt. 2011. Program osnovnošolskega izobraževanja. Matematika. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Zavod RS za šolstvo.
10. www.o-kolezija.lj.edus.si/Ucenci/Referati/tezavemat.doc (14.2.2014)
11. http://www2.arnes.si/~osljjk6/matematika/mat_20/racunam_do_20_mesano.htm (21.4.2014).

UČENJE UČENJA IN i-TABLA PRI MATEMATIKI

Learning to learn and i-board in mathematics teaching

Marija Narat

majdanarat.narat@gmail.com

OŠ Šmartno v Tuhinju

Povzetek

Prispevek predstavlja načine za razvoj kompetence učenje učenja ter formativno spremljanje pri pouku matematike. Prikazane so različne metode motiviranja učencev pri pouku matematike v 8. in 9. razredu s konkretnimi primeri. Pri tem so upoštevane tudi prednosti uporabe i-table.

Ključne besede: učenje učenja, formativno spremljanje, i-tabla, matematika, motivacija

Abstract

The article presents the some approaches and strategies that are used in order to develop the competence of learning to learn. The formative assessment of teaching mathematics is also discussed in the article. Different methods to motivate the students are presented. Concrete examples for the 8th and 9th mathematics classes and the advantages of i-board are showed.

Key words: learning to learn, formative assessment, i-board, mathematics, motivation

Uvod

Učenje z razumevanjem zagotavlja aktivno znanje. Učenci, ki razumejo, so zmožni znanje, pojme, spretnosti in podatke ustrezno uporabiti v novih situacijah.
Pri tem je pomembna vloga učitelja, ki vključuje različne učne oblike in metode dela. Ključno je spodbujanje sodelovalnega učenja, s čimer želimo aktivirati vse učence. Pozorni moramo biti, da ne sodelujejo vedno isti učenci, saj je učenje bolj uspešno, kadar imajo priložnost sodelovati vsi. Pomemben dejavnik spodbudnega učnega okolja je priložnost poučevati druge. Tako učenci razvijejo boljše medsebojne odnose, ne glede na razlike v sposobnostih, in navajamo jih na delo v skupinah. Vloga povratne informacije je spodbujati razmišljanje o lastnem učenju in razumevanju učnih vsebin. Učenci za svojo refleksijo potrebujejo čas. Pomembno je, da so vključeni vsi učenci, da se med seboj poslušajo in da za vsakega najdemo lasten izziv. Lažje sprejmejo kritiko sošolca kot učitelja. Spodbujamo učence, da razmišljajo o svojem najboljšem dosežku, ki so ga dosegli v zadnjem mesecu ali v šolskem letu. Spretnosti samoocenjevanja pridobi učenec z učiteljevo pomočjo, saj tako spodbuja razmišljanje o lastnem napredku. Stopnja izboljšanja kompetence učenje učenja je pri učencih odvisna od motivacije in načinov poučevanja posameznih učiteljev.

V članku želim predstaviti, kako sem uporabila različne metode za spodbujanje učenja učenja pri matematiki, na predmetni stopnji. Vključila sem različne primere, pri katerih uporaba i-table ponuja veliko možnosti in enostavno uporabo. Ob vseh dejavnostih, ki jih bom navedla, pa učenci hkrati razvijajo tudi druge kompetence, kot so: spremljanje lastnega napredka. Pomembno je poznati definicijo kompetence: učenje učenja je sposobnost slediti in vztrajati pri učenju. Posamezniki bi morali biti sposobni organizirati in urejati svoje učenje tako posamezno kot tudi v skupini ter usvajati, obdelovati, evalvirati in sprejemati nova znanja. Sposobnost učenja vključuje tudi zavedanje o procesih učenja in potrebah posameznika, ki se uči, vključuje identifikacijo razpoložljivih priložnosti in sposobnost obvladovanja ovir, vse to pa zato, da bi bilo učenje uspešno. Učenje učenja spodbuja učeče se, da se zanašajo na preteklo učenje in izkušnje, da bi uporabili znanja in sposobnosti v različnih življenjskih situacijah – doma, v službi, pri izobraževanju. Zelo pomembna dejavnika učenja sta motivacija in posameznikove sposobnosti. (Ključne kompetence za vseživljenjsko učenje, 2008: 10).

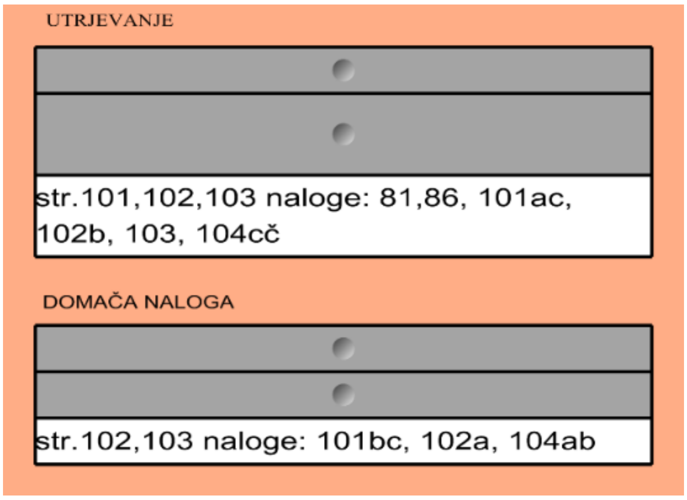
Formativno spremljanje pri pouku matematike

Spodbujanje učencev za učenje matematike zahteva od učitelja veliko lastne motivacije in organizirane priprave na pouk. Nenehno je potrebno spodbujati učence k samoocenjevanju ter spremljati njihov napredek, zato je potrebno v pouk vpeljati raznovrstne dejavnosti za razvoj kompetence učenje učenja. Uporaba i-table učitelju omogoča, da lahko pri učni temi skrbno načrtuje, katere kompetence učenja uporabi. Pri pouku uporabljam metode, ki motivirajo učence za aktivno delo med poukom in samo učenje. Te so:

1. **Samostojna izbira nalog**

Možnost izbire lahko učencem omogočimo vsako šolsko uro in pri reševanju nalog doma. Pripravimo različen nabor nalog in povemo, koliko nalog morajo izbrati in rešiti. (slika 1). Pouk se izvaja v homogenih učnih skupinah in na podlagi skupine se izbere tudi težavnost naloge.

Učenci v dvojicah ali skupinah lahko na ta način pripravijo naloge za preizkus. Učitelj nato izbere najboljše in jih vključi v preizkus. Na ta način postanejo učenci še bolj motivirani, saj lahko sodelujejo pri oblikovanju preizkusa.
Prednosti i-table je v tem, da sem izbrala orodje za izdelavo tabele, kar omogoča, da pripravim naloge za vse tri ravni zahtevnosti. Dodala sem še orodje, ki omogoča hitro odpiranje in zapiranje vrstice v tabeli. Učencem prikažem samo naloge, ki so pripravljene za določeno učno skupino. Tako pripravljene naloge na i-tabli uporabljamo hkrati vse tri učiteljice, vsaka v svoji učni skupini.



Slika 1: Izbira nalog

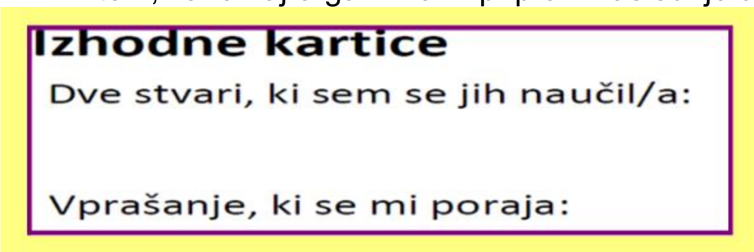
Ob koncu učnega sklopa je utrjevanje in ponavljanje snovi. Naloge v enoti *Mešane naloge o linearni funkciji* so zbrane na štirih straneh. Učiteljice izberemo naloge za vsako učno skupino, glede na raven zahtevnosti. Prva vrstica v tabeli vsebuje najlažje, druga vrstica težje in tretja vrstica najtežje naloge (slika 1). Izbirala sem med dvajsetimi nalogami in jih za učence v učni skupini, v kateri so učenci, ki so razporejeni na najvišjo raven zahtevnosti, izbrala trinajst. Učenci v tej skupini so bili bolj motivirani za delo pri učni uri, če sem jim povedala, da si morajo izbrati osem od trinajstih nalog. Učenec, ki je v šoli pravilno rešil vseh osem nalog, ni imel domače naloge, kar je bila še dodatna spodbuda za delo. V najboljši skupini učenci hitro izbirajo naloge in so jih večinoma tudi sposobni samostojno rešiti. Šibkejšim učencem obkrožim štiri naloge, potem pa jim dam možnost, da sami izberejo še dve nalogi. Učencem pomagam pri razumevanju navodil, pojasnim, kaj naloga od njih zahteva in jih usmerjam pri reševanju. Učenci rešene naloge sproti preverijo z danimi rešitvami in tako dobijo povratno informacijo o lastnem znanju. Spodbujam jih, naj sami poiščejo napako, ko je naloga napačno rešena. Če je potrebno ali če učenec želi, lahko nalogo pogledava skupaj in ugotoviva, kaj je rešil narobe. Na ta način spodbujam samostojno učenje iz lastnih izkušenj. Mnenja učencev so pozitivna, saj jim je všeč, da si lahko sami izbirajo naloge in da ni potrebno rešiti vseh nalog, ki so napisane v tabeli (slika 1). Najbolj pa jim je všeč, da jim uspe rešiti v šoli tudi naloge, ki so predvidene za domačo nalogo. Pri tem imam pozitivno izkušnjo, da učence ni potrebno dodatno spodbujati k reševanju nalog in so pripravljeni samostojno delati.

2. Samoocenjevanje

Za spremljanje lastnega znanja učencev uporabljam dejavnosti:

1. Vrstniško vrednotenje omogoča, da učenci v skupini postavljajo vprašanja o snovi, ki jo imajo zapisano v zvezku, ali izbirajo naloge iz učbenika in jih postavijo svojim sošolcem. Izbirali so tako, da so postavili dve vprašanji, ki se nanašata na teorijo in nalogo, ki zahteva postopke reševanja. Naloge in vprašanja so učenci pripravili doma in jih zapisali na list. Naslednjo uro sem na liste napisala številke, ki so jih učenci nato žrebali. Učenci naloge rešijo in jih vrnejo avtorju, da jih pregleda in oceni. Naslednjo uro dobijo povratno informacijo od svojih sošolcev in ne le od učitelja o tem, koliko so se že naučili o določeni vsebini in kaj se še morajo. Ta metoda je primerna ob zaključku določene učne enote. Vsak učenec mora do naslednjega dne razmisliti o svojem znanju in predstaviti, kako ga bo izboljšal. Učenci običajno zapišejo, da se jim še ni uspelo še naučiti dane vsebine. Da se bodo naučili, ker so spoznali, da so vsebino, ki so jo že znali, pozabili, zato ker niso vadili in ponavljali. Zapisali so, da bodo vadili primere iz zvezka, ki so jih že znali in pravilno rešili. Ta metoda se je zelo dobro obnesla pri učno šibkejših učencih, saj potrebujejo več ponavljanja in utrjevanja.

2. **Izhodne kartice** se uporabljajo ob koncu šolske ure. Učenec razmisli, kaj se je to učno uro naučil (slika 2). Učitelj razdeli kartončke, na katere vsak učenec napiše svoje ugotovitve o tem, kaj zna in kaj ga morebiti še zanima. Kartice ob koncu pouka poberemo in jih pregledamo. Učitelj dobi povratno informacijo o tem, kako naj organizira in pripravi naslednjo učno uro.

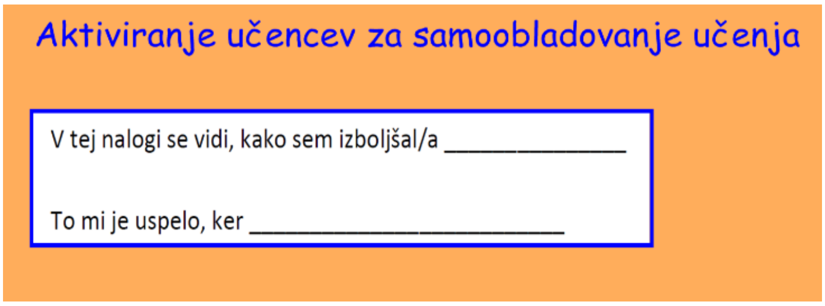


Slika 2: Samoocenjevanje ob koncu učne ure, po novi učni snovi

Pri učni vsebini *Krog* sem učencem na i – tabli odprla Izhodne kartice (slika 2). To sem izvedla v šibkejši učni skupini. Zapisali so: naučil/a sem se izračunati obseg in ploščino, kjer je podan polmer ali premer kroga. Med vprašanji, ki se jim porajajo, se je največkrat pojavilo vprašanje, kje bom to rabil/a v življenju. Pri načrtovanju naslednje ure sem pripravila še nekaj nalog o krogu, pri katerih sem od učencev pričakovala, da morajo iz podanega obsega ali ploščine izračunati polmer ali premer kroga. Težave so imeli tudi pri besedilnih nalogah, pri katerih je bilo potrebno iz naloge izpisati podatke in nato nalogo rešiti. Zadnjih deset minut sem jim razdelila tablice, s pomočjo katerih so iskali področja v vsakdanjem življenju, ki se navezujejo na učno vsebino *Krog.* Spoznali so, da je potrebno znanje o krogu pri izdelovanju športnega orodja, igrač, oblačil, orožja, različnega orodja, ki ga uporabljajo pri pouku tehnike in tehnologije… Moja opažanja so bila pozitivna, saj so učenci pri naslednjih učnih urah bolj z veseljem reševali naloge in niso več spraševali, zakaj se moramo to učiti.

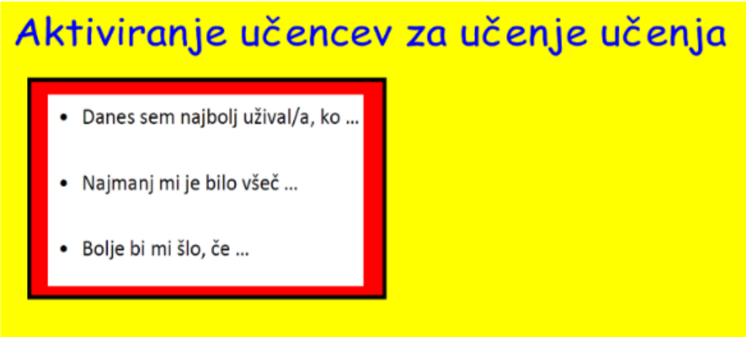
3. **Aktiviranje učencev za samoobvladovanje učenja**

Metodo ponudim v poljubni učni situaciji, ob preverjanju znanja, analizi preizkusa znanja, ob koncu učne ure ali pri spremljanju domačih nalog (slika 3). Spodbujam jih, da o tem večkrat razmišljajo in spremljajo svoj napredek.



Slika 3: Samoocenjevanje pri spremljanju domače naloge

To metodo sem uporabila pri analizi preizkusa znanja z učenci v prvi učni skupini, ki so učno šibkejši. Pri preverjanju in utrjevanju smo rešili na tablo podobno nalogo, kot je bila naslednji dan na preizkusu znanja. Od štirinajstih učencev je to nalogo v celoti pravilno rešila samo ena učenka. Odločila sem se, da bom aktivirala učence za samoobvladovanje učenja in jih spodbudila, da razmislijo o nalogi iz preizkusa znanja in zapišejo svoje ugotovitve. Zapisali so: rešila sem jo zato, ker sem jo doma še enkrat naredila za vajo, nisem je rešil, ker je nisem dobro razumel in je tudi doma nisem rešil za vajo, ker me ta dan ni bilo pri pouku, ko ste reševali nalogo na tablo, nalogo sem prepisal s table in je nisem doma rešil za vajo, to nalogo sem naredil delno, ker mi je zmanjkalo časa, premalo sem vadil/a, ni mi uspelo, ker sem se premalo učil/a, rešil/a sem jo delno, ker je doma nisem ponovno naredil/a za vajo… Na ta način so sami prišli do spoznanja, zakaj niso bili uspešni pri nalogi. Imeli so priložnost razmišljati o svojem učenju in kako bi lahko izboljšali svoje znanje in s tem tudi ocene.

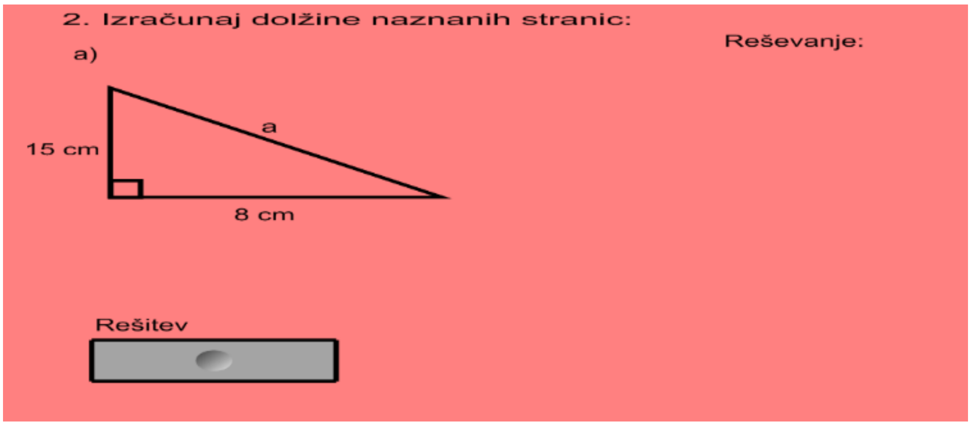


Slika 4: Samoocenjevanje po učni uri

To aktiviranje učencev sem uporabila v tretji učni skupini, torej med učenci, ki dosegajo najvišjo raven zahtevnosti znanja (slika 4). Zapisali so ugotovitve: danes sem najbolj užival/a, ko smo si sami izbirali naloge, ko sem izvedel/a za dobro oceno pri preizkusu znanja, ko sem sošolki pomagala rešiti nalogo … Najmanj mi je bilo všeč, ko sem izvedel/a, katere učne vsebine moramo še znati do konca šolskega leta, ko v razredu klepetajo eni in isti učenci…, bolje bi mi šlo, če bi bili v razredu vsi tiho, če bi bil v nižji skupini, če bi bil/a manj površna pri branju navodil, če bi naredil/a več vaj …

4. Semafor

Uporabljam ga, kadar učenci samostojno rešujejo naloge (slika 6). Učencem daje priložnost, da se ocenjujejo sami in ob tem opredelijo svoje znanje ali neznanje. Učencem sem razdelila kroge v zeleni, oranžni in rdeči barvi. Na i-tabli imam zapisano, kaj pomeni določena barva kroga. Metodo semafor uporabljam za ugotavljanje razumevanja navodil za reševanje nalog ali pri reševanju različnih nalog, ali določeno nalogo zna učenec rešiti ali potrebuje pomoč. Barvne kroge učenci odlagajo predse na mizo in učitelj vidi, kateri učenec potrebuje pomoč. Semafor lahko uporabljamo tudi tako, da učenci barvajo kroge z barvicami v zvezek ali ob nalogah na učnem listu, ko delajo domačo nalogo. Kot učiteljica sem imela takoj jasno predstavo, kateri učenec potrebuje še dodatno pojasnilo oz. razlago, kako nalogo rešiti.



Slika 5: Izračunaj dolžine neznanih stranic na i-tabli.

Slika 6: SEMAFOR za sporočanje učitelju

Znanje, ki ga učenci usvojijo s svojo lastno miselno aktivnostjo, je bolj kvalitetno in tudi trajnejše kot znanje, ki jim ga posredujejo učitelji in ga učenci memorirajo zgolj zaradi njegove kasnejše reprodukcije. Tudi raziskave potrjuje, da je kakovostno učenje tisto, ki učenca celostno, miselno in čustveno aktivira, je osebno pomembno in vpeto v resnične življenjske okoliščine. Gre torej za aktivno učenje, ki daje trajnejše znanje, uporabno v novih situacijah in nam pomaga bolje razumeti sebe in svet. (Marentič Požarnik 2000:12).

Zaključek

V današnjem času se posveča veliko pozornosti razvijanju kompetence učenje učenja in z njo povezani motivaciji. To je osrednja naloga vsakega učitelja. Učitelj mora presoditi, kako spodbujati samoocenjevanje in preverjanje lastnega znanja pri učencih. Pri svojem poučevanju sem opazila mnogo prednosti poučevanja na i-tabli, ob uporabi predstavljenih kompetenc. Pri samem načrtovanju in organizaciji pouka, lahko razvijamo kognitivno, metakognitivno in motivacijsko področje kompetence učenje učenja. V nekaterih segmentih se prekrivajo in dopolnjujejo.

Metakognitivno znanje npr. zajema: znanje o samem sebi kot kognitivnem subjektu (moja močna in šibka področja), znanje o nalogah, problemih… poznavanje strategij reševanja problemov in učnih strategij (pa tudi kdaj in kako jih uporabiti).
Pogosto se sposobnost metakognitivne samoregulacije, ki je za učenje učenja bistveno, povezuje s tako imenovanim strateškim zavedanjem in globljim kognitivnim procesiranjem, za katerega je značilno: razumevanje namena učenja, relevantnosti in pomembnosti informacij, povezovanje predhodnega znanja z novim, povezovanje znanj z različnih področij in povezovanje teoretičnih idej z vsakodnevnimi izkušnjami (Bakračevič Vukman, 2013). Ko se enkrat zavedamo njihovega pomena in vpliva na samo povezavo kompetenc učenja učenja; motivacija in metakognicija sta zelo povezani in se prepletata, ko jo dosežemo pri učencih, je cilj dosežen. Vsak učenec ima individualen pristop do učenja in dojemanja učnih vsebin, s katerimi se srečuje med šolanjem. šolanja. Zavedam se, da imam pri tem veliko vlogo kot učitelj. Moj cilj je spodbuditi vseživljenjsko učenje pri vsakem učencu. Naloga učitelja je, da učencem ponudi več možnosti spremljanja samega sebe.

Viri

1. Bakračevič Vukman, K. (2013): Kako “izmeriti” oziroma oceniti razvitost kompetence učenje učenja?
2. Bone, J., Sambolić Beganović, A . (2013): Uči me učiti se matematiko. ZRSŠ.
3. Holcar Brunauer, A. (2014): Formativno spremljanje znanja. ZRSŠ.
3. Koren, A. (2011): Sodobni pristopi k učenju; Šola za ravnatelje.
4. Marentič Požarnik, B. (2000): Psihologija učenja in pouka. Ljubljana: DZS.
5. Strnad, M. (2004): Presečišče 8, matematika za 8. razred devetletne OŠ. DZS. Ljubljana.
6. Strnad, M. (2010): Presečišče 9, matematika za 9. razred devetletne OŠ.DZS, Ljubljana
7. Ključne kompetence za vseživljenjsko učenje. 2008, Movit na mladina, Ljubljana.