NA-MA POTI

Razvijamo matematično pismenost

Opredelitev matematične pismenosti s primeri dejavnosti

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

NA-MA POTI

REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT

EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SOCIALNI SKLAD

Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Zbirka NA-MA POTI
ISSN 2820-4182
Urednica zbirke: Jerneja Bone

Razvijamo matematično pismenost
Opredelitev matematične pismenosti s primeri dejavnosti

Strokovni urednici: mag. Mateja Sirnik in Vesna Vršič

Avtorji: mag. Mateja Sirnik, Vesna Vršič, dr. Amalija Žakelj, dr. Andreja Klančar, dr. Zlatan Magajna, Denis Markežič, Veronika Zadel, Kristina Angelov Troha, Vesna Jeromen, mag. Melita Gorše Pihler, Loreta Hebar, Simona Vreš, Natalija Horvat, Viktorija Ternar Horvat, Sonja Miklavc, Nataša Vrabič, mag. Simona Pustavrh, Ana Kretič Mamić, Anja Klavs Voštić, Antonija Miklavčič Jenič, dr. Nik Stopar

Strokovni pregled: dr. Alenka Lipovec in ddr. Melita Hajdinjak

Jezikovni pregled: dr. Zala Mikeln

Oblikovanje: Simon Kajtna

Ilustracije: Davor Grgičević, str. 33 in 77

Fotografije: avtorji prispevkov

Grafična priprava: ABO grafika, d. o. o., zanjo Igor Kogelnik

Izdal in založil: Zavod RS za šolstvo

Predstavnik: dr. Vinko Logaj

Urednica založbe: Andreja Nagode

Spletna izdaja

Ljubljana, 2022

Publikacija je dosegljiva na www.zrss.si/pdf/Razvijamo_matematicno_pismenost.pdf

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

NA-MA POTI

REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT

EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SOCIALNI SKLAD

Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Gradivo je nastalo v okviru projekta NA-MA POTI, 2016–2022, *vodja projekta:* Jerneja Bone.

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani
COBISS.SI-ID 129040899
ISBN 978-961-03-0676-4 (PDF)

Vsebina

Legenda kratic

NP – naravoslovna pismenost
MP – matematična pismenost
FP – finančna pismenost
KM – kritično mišljenje
ONM – odnos do učenja in učna motivacija
VIO – vzgojno-izobraževalno obdobje
NA-MA POTI – Naravoslovje, matematika, pismenost, opolnomočenje, tehnologija, interaktivnost

Opomba:

V tem priročniku uporabljeni izrazi, ki se nanašajo na osebe in so zapisani v moški slovnični obliki, so uporabljeni kot nevtralni za ženski in moški spol.
Pri naštevanju črka č ni uporabljena, ker je tako zagotovljeno enako zaporedje v prevodih v druge jezike.

Uvod

mag. Mateja Sirnik in Vesna Vršič, Zavod RS za šolstvo

Priročnik *Razvijanje matematične pismenosti* je rezultat dela članov projektnega tima za razvijanje matematične pismenosti, ki je nastal v projektu **Naravoslovna in matematična pismenost: spodbujanje kritičnega mišljenja in reševanja problemov** (**NA-MA POTI** – **NA**ravoslovje, **MA**tematika, **P**ismenost, **O**polnomočenje, **T**ehnologija, **I**nteraktivnost). V okviru projekta je deloval Razvojni tim za matematično pismenost, katerega člani so v času projekta:

- opravili pregled in študij strokovne literature na področju razvijanja matematične pismenosti,
- zapisali opredelitev matematične pismenosti za slovenski šolski prostor,
- opredelili gradnike in podgradnike skupaj z opisniki na petih razvojnih stopnjah,
- načrtovali in preizkušali primere dejavnosti najprej za razvijanje prvega gradnika in kasneje za razvijanje drugega gradnika matematične pismenosti ter jih dopolnjevali in nadgrajevali.

V projektu je bilo organiziranih več izobraževanj za vzgojitelje in učitelje matematike s področja razvijanja matematične pismenosti v predšolskem obdobju, pri pouku v osnovni šoli in v različnih srednješolskih programih. Na izobraževanjih smo predstavljali teoretična izhodišča matematične pismenosti skupaj z različnimi primeri dejavnosti, ki so jih izvedli vzgojitelji in učitelji z otroki/učenci/dijaki.

Rezultat vsega razvojnega dela so tako teoretična izhodišča za poučevanje matematične pismenosti v našem izobraževalnem prostoru ter preizkušeni in dopolnjeni primeri prakse za razvoj matematične pismenosti na posamezni razvojni stopnji od vrtca do srednje šole.

Priročnik je sinteza našega dela in naj kot gradivo s teoretičnimi izhodišči za razvoj matematične pismenosti in ozaveščanje znanj, ki jih razvija matematika kot predmet skozi učne načrte, prispeva k razvoju pismenosti učencev. Uporabite ga kot pripomoček za razumevanje opredeljenih znanj po podgradnikih in opisnikih matematične pismenosti po vertikali.

Zavedamo se, da načrtno razvijanje matematične pismenosti še ni sistematično ustaljena praksa v našem izobraževalnem prostoru in da bo treba narediti še veliko korakov na sistemski ravni, na ravni načrtovanja pouka in na ravni lastnih prepričanj vzgojiteljev in učiteljev.

V priročniku smo strnili rezultate projekta, za katere si želimo, da vam bodo v pomoč in kot izhodišče za pripravo različnih dejavnosti za razvijanje matematične pismenosti na različnih ravneh izobraževanja. To delo naj služi kot vir idej za prakso s primeri konkretnih dejavnosti, kot nabor virov, kjer si lahko poiščemo dodatne informacije, in kot spodbuda, da v svojo prakso postopoma vključujemo dejavnosti za razvoj pismenosti.

Veseli bomo vsake povratne informacije o gradivu, ki je pred vami, še bolj pa nadaljnjih primerov, ki jih boste načrtovali in izvedli z vašimi otroki/učenci/dijaki.

I.

Strokovna izhodišča o razvijanju matematične pismenosti

Matematična pismenost

dr. Amalija Žakelj, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta
dr. Andreja Klančar, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta

Uvod

Pojem pismenost je bil v preteklosti vezan na znanje branja in pisanja, ki ga je v prvi vrsti razvijala in širila šola. Dandanes pa je pismenost, tako kot današnja družba, postala zelo kompleksen pojem (Starc, 2011), ki je posledica razvoja družbe in vpliva sodobnih tehnologij (Žakelj, 2011).

Komisija za razvoj pismenosti je v dokumentu Nacionalna strategija za razvoj pismenosti opredelila pismenost kot trajno razvijajočo se zmožnost posameznikov, da uporabljajo družbeno dogovorjene sisteme simbolov za sprejemanje, razumevanje, tvorjenje in uporabo besedil za življenje v družini, šoli, na delovnem mestu in v družbi, kar posamezniku omogoča uspešno in ustvarjalno osebnostno rast ter odgovorno delovanje v poklicnem in družbenem življenju. Kot zmožnost in družbena praksa se pismenosti pridobivajo in razvijajo vse življenje v različnih okoliščinah in na različnih področjih ter prežemajo vse človekove dejavnosti (Bucik idr. 2006, str. 7).

V sodobnem pomenu beseda pismenost praviloma pomeni sposobnost branja in pisanja na ravni, primerni za pisno sporazumevanje, in nasploh na ravni, ki posamezniku omogoča uspešno delovanje na določeni ravni družbe. Številni analitiki jemljejo stopnjo pismenosti države ali regije kot glavno merilo pri določanju vrednosti človeškega kapitala. Z razvojem družbe in vstopom sodobnih tehnologij v vsakdanje življenje posameznika se pojem pismenosti razširja. Danes že govorimo o bralni, naravoslovni, podatkovni, družboslovni, glasbeni, matematični pismenosti itd. (Žakelj, 2011). Vsem pismenostim je skupno, da poudarjajo funkcionalno znanje in spretnosti, ki posamezniku omogočajo aktivno sodelovanje v družbi, ne toliko v smislu šolskega kurikula kot v smislu pomembnih znanj in spretnosti, ki jih posameznik potrebuje za življenje (Žakelj, 2014).

Organizacija za ekonomsko sodelovanje in razvoj (OECD) je že v devetdesetih letih prejšnjega stoletja spodbudila mednarodno primerjalno raziskavo Programme for International Student Assessment (PISA), ki poteka vsake tri leta in se osredotoča na področje pismenosti v različnih življenjskih in problemskih situacijah ter ni vezana zgolj na rezultate šolskih kurikulov. PISA preverja, kako znajo učenci svoje spretnosti branja uporabiti za razumevanje in interpretacijo različnih besedil iz vsakdanjega življenja, kako se s pomočjo matematičnega znanja in spretnosti soočajo z različnimi izzivi in problemi, ki terjajo matematično znanje, in kako znajo svoje naravoslovno znanje in spretnosti uporabiti za razumevanje, razlago ter razreševanje različnih situacij in problemov s področja naravoslovja.

Kompetence za vseživljenjsko učenje

Vzporedno s pojmom pismenost je bilo v letu 2006 prvič javno objavljeno Priporočilo Evropskega parlamenta in Sveta o ključnih kompetencah za vseživljenjsko učenje (Evropski parlament in Svet Evropske unije, 2006): to so sporazumevanje v maternem jeziku, sporazumevanje v tujih jezikih, matematična kompetenca ter osnovne kompetence v znanosti in tehnologiji, digitalna pismenost, učenje učenja, socialne in državljanske kompetence, samoiniciativnost in podjetnost ter kulturna zavest in izražanje.

Kompetence so v dokumentu (prav tam) opredeljene kot kombinacija znanja, spretnosti in odnosov. Ključne so tiste kompetence, ki jih vsi ljudje potrebujejo za osebno izpolnitev in razvoj, dejavno državljanstvo, socialno vključenost in zaposlitev. Matematična kompetenca pa je opredeljena kot sposobnost usvojitev in uporabe matematičnega načina razmišljanja za reševanje mnogih problemov v vsakdanjem življenju (prav tam).

Dandanes so se zahteve po kompetencah spremenile, saj je za vedno več delovnih mest značilna avtomatizacija, vse večjo vlogo na vseh področjih življenja in dela imajo digitalne tehnologije, podjetnostne, družbene in državljanske kompetence pa postajajo pomembnejše za zagotavljanje odpornosti in sposobnosti prilagajanja na spremembe. Tako so tudi v dokumentu Priporočilo Sveta o ključnih kompetencah za vseživljenjsko učenje iz leta 2018 (Svet Evropske unije, 2018) ključne kompetence nekoliko posodobljene: pismenost, večjezičnost, matematična, naravoslovna, tehniška in inženirska kompetenca, digitalna kompetenca, osebnostna, družbena in učna kompetenca, državljanska kompetenca, podjetnostna kompetenca, kulturna zavest in izražanje.

Znanje, spretnosti in odnosi, povezani z matematično kompetenco so v prilogi dokumenta Ključne kompetence za vseživljenjsko učenje – evropski referenčni okvir (Svet Evropske unije, 2018) posebej opredeljeni. Potrebno znanje matematike vključuje temeljito poznavanje števil, merskih enot in struktur, osnovnih operacij in osnovnih matematičnih predstavitev, razumevanje matematičnih izrazov in pojmov ter ozaveščenost o vprašanjih, na katera lahko matematika ponudi odgovor. Posameznik bi moral biti sposoben uporabljati temeljna matematična načela in postopke v vsakodnevnih okoliščinah doma in v službi (npr. finančne spretnosti) ter slediti nizu argumentov in ga ocenjevati. Sposoben bi moral biti matematično misliti, razumeti matematične dokaze, se sporazumevati v matematičnem jeziku in uporabljati ustrezne pripomočke, vključno s statističnimi podatki in grafikoni, ter razumeti matematične vidike digitalizacije. Pozitiven odnos do matematike temelji na spoštovanju resnice in pripravljenosti za iskanje razlogov ter za ocenjevanje njihove veljavnosti.

V tem času se ključne kompetence in s tem tudi matematična kompetenca ter komponente pismenosti oz. matematične pismenosti pojavijo tudi v učnih načrtih za osnovno šolo in gimnazijo ter srednje poklicno in strokovno izobraževanje, ki so bili posodobljeni v letih od 2008 do 2011. Pogosto najdemo v opredelitvah tako matematične pismenosti kot matematične kompetence zapisane podobne poudarke, zlasti ko gre za raven uporabe matematičnega znanja na ravni vsakdanjih situacij.

Matematična pismenost v mednarodno primerjalni raziskavi PISA

Matematično, naravoslovno in bralno pismenost petnajstletnikov že dve desetletji meri mednarodno primerjalna raziskava PISA. Matematična pismenost je bila v okviru te mednarodne raziskave prvič opredeljena leta 2000, s ciljem standardizirati ocenjevanje znanja in veščin pri petnajstletnikih, ki so potrebne za učinkovito sodelovanje in participiranje v družbi. Od takrat se vsake tri leta ocenjujejo bralna, naravoslovna in matematična pismenost, pri čemer je vsako leto poseben poudarek na ocenjevanju ene izmed naštetih pismenosti. Matematika je bila glavno področje merjenja v raziskavi PISA 2003 in potem zopet v raziskavi PISA 2012.

Leta 2003 (OECD PISA 2003) je bila matematična pismenost definirana kot sposobnost posameznika, da prepozna in razume vlogo matematike v vsakdanjem življenju, da se zna smiselno odločati ter da uporablja matematiko na način, ki zadovoljuje potrebe posameznika kot konstruktivnega, odgovornega in reflektivnega državljana.

Od učencev, ki so sodelovali pri testiranju (PISA 2003), se je pričakovalo, da so znali analizirati, presoditi in pojasniti rešitve realnih situacij vsakdanjega življenja enako učinkovito kot formulirati in reševati matematične probleme, s kakršnimi se redno srečujejo pri pouku matematike. Učenci so se pri testiranju soočili tudi s situacijami, ki niso tipične za naš pouk matematike. Za reševanje takih problemov se je od učencev pričakovalo, da oblikujejo ustrezen postopek reševanja, ki je predstavljal nadgradnjo postopka, ki so ga spoznali v okviru vsebin pouka (Manfreda Kolar idr., 2011).

V raziskavi PISA 2006 (OECD PISA 2006, 2008) je matematična pismenost opredeljena kot posameznikova sposobnost prepoznavanja in razumevanja vloge, ki jo ima matematika v svetu, sposobnost postavljanja dobro utemeljenih odločitev ter sposobnost uporabe in vpletenosti matematike na načine, ki izpolnjujejo potrebe posameznikovega življenja kot konstruktivnega in razmišljujočega posameznika.

V ospredju matematične pismenosti je povezava matematike z realnim svetom, torej uporaba matematike v različnih problemskih situacijah (osebnih, izobraževalnih, družbenih in znanstvenih), v katere so umeščeni problemi. Sposobnost uporabe matematike je torej ozko povezana s problemskimi znanji, to je znanji o uporabi obstoječih znanj v novih situacijah (prav tam).

Učenje matematike preko problemskih situacij, ki izhajajo iz življenjskih izkušenj učencev, je koristno tudi zato, ker s tem osmislimo matematične vsebine. Matematika tako ni sama sebi namen, ampak je uporabna v življenju. Samo na tak način razvijamo zmožnost učenca, bodočega odraslega, da prepozna in razume vlogo matematike v svojem okolju, da zna smiselno utemeljiti svoje trditve in odločitve ter da pri svojih dejavnostih uporablja matematiko na način, ki mu omogoča tvorno, odgovorno in refleksivno delovanje v družbi (De Lange, 2003; Cotič in Felda, 2005; Repež idr., 2008).

Čeprav se je definicija matematične pismenosti v raziskavi PISA 2006 (OECD PISA 2006, 2008) z leti dopolnjevala in nadgrajevala, pa prvotno postavljeni gradniki matematične pismenosti v raziskavi PISA 2006 (kot so sposobnost prepoznavanja in razumevanja vloge, ki jo ima matematika v svetu, sposobnost postavljanja dobro utemeljenih odločitev ter sposobnost uporabe in vpletenosti matematike na načine, ki izpolnjujejo potrebe posameznikovega življenja kot konstruktivnega in razmišljujočega posameznika) ostajajo pomembni gradniki v vseh nadaljnjih opredelitvah matematične pismenosti, in sicer v PISA 2009 (OECD PISA 2009, 2010), PISA 2012 (OECD PISA 2012, 2013), PISA 2015 (OECD PISA 2015, 2016), PISA 2018 (OECD PISA 2018, 2019).

Nadgradnja definicije matematične pismenosti iz leta 2006 pa vse do leta 2018 se kaže predvsem v še bolj poudarjenih aktivnostih, kot so analiziranje, utemeljevanje in učinkovito sporočanje svojih zamisli in rezultatov pri oblikovanju, reševanju ter interpretaciji matematičnih problemov v različnih situacijah.

Matematična pismenost je v raziskavi PISA 2018 (OECD PISA 2018, 2019) opredeljena kot zmožnost analiziranja, utemeljevanja in učinkovitega sporočanja svojih zamisli in rezultatov pri oblikovanju, reševanju ter interpretaciji matematičnih problemov v različnih situacijah. To zahteva vključevanje matematičnega mišljenja, uporabo matematičnih konceptov, znanja, postopkov in orodij pri opisovanju, razlagi ter napovedovanju dogodkov.

Izraženost matematične pismenosti se pri učencih in učenkah, vključenih v raziskavo PISA 2018 (OECD PISA 2018, 2019), preverja s treh vidikov: z vidika matematične vsebine, s katero se povezujejo različni problemi in vprašanja, z vidika vrste matematičnih procesov, ki jih je treba uporabiti med reševanjem matematičnih problemov, ter z vidika situacije in kontekstov, ki so bili uporabljeni kot vir uvodnega besedila.

Tako kot se je definicija matematične pismenosti iz leta 2006 pa vse do leta 2018 nadgrajevala, so se dopolnjevali tudi dosežki matematične pismenosti in so v raziskavi PISA 2018 opredeljeni na šestih ravneh (prav tam). Bistveni poudarki posamezne ravni so predstavljeni v nadaljevanju.

Učenci in učenke so na prvi ravni sposobni uspešno odgovarjati na jasno ter preprosto postavljena vprašanja, ki vključujejo znane kontekste in v katerih so jasno predstavljene vse ustrezne informacije. Na drugi ravni so sposobni interpretirati in prepoznati situacije ter kontekste, ki ne zahtevajo več kot neposredno sklepanje. Na tretji ravni lahko izvajajo jasno opisane postopke, tudi take, ki zahtevajo zaporedje odločitev. Na naslednji, četrti ravni lahko učinkovito delajo z eksplicitnimi modeli za kompleksne konkretne situacije, ki pa lahko vključujejo omejitve ali zahtevajo upoštevanje predpostavk. Na peti ravni učenci in učenke že uspešno oblikujejo ter delajo s kompleksnimi matematičnimi modeli, prepoznajo omejitve in določijo predpostavke pri reševanju problema. Lahko izberejo, primerjajo in ovrednotijo primerne strategije za reševanje kompleksnih problemov. Na zadnji, najvišji, šesti ravni so učenci in učenke sposobni oblikovati koncepte, posploševati in uporabiti informacije, ki jih pridobijo z lastnim raziskovanjem in modeliranjem v kompleksnih problemskih situacijah. Lahko povezujejo različne vire informacij in različne predstavitve ter pretvarjajo med njimi. Izkazujejo višje ravni matematičnega mišljenja in sklepanja. Vpogled, razumevanje in usvojeno znanje o simboličnih ter formalnih matematičnih operacijah so sposobni uporabiti za razvoj novih pristopov in strategij v novih situacijah. Zmorejo natančno sporočati o svojih postopkih reševanja nalog in razmišljanjih o rezultatih, interpretacijah, utemeljitvah ter njihovi ustreznosti v življenjskih situacijah (OECD PISA 2018, 2019).

Matematična pismenost v projektu NA-MA POTI

V letih od 2016 do 2022 sta Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada sofinancirala naložbo projekta NA-MA POTI. Cilj projekta je razviti in preizkusiti pedagoške pristope in strategije oz. prožne oblike učenja, ki z vključevanjem novih tehnologij pripomorejo k celostnemu in kontinuiranemu vertikalnemu razvoju matematične in drugih pismenosti (finančne, digitalne, medijske itd.) otrok/učencev/dijakov od vrtcev do srednjih šol. V okviru projektnih aktivnosti so se razvili in v praksi preizkusili didaktični pristopi in strategije, ki med drugim udejanjajo kritično mišljenje, argumentiranje, metakognitivno razmišljanje, strategije interdisciplinarnega reševanja kompleksnih avtentičnih problemov, učenje z raziskovanjem, uporabo IKT za vzpostavitev prožnih in inovativnih učnih okolij idr. Vse te aktivnosti projekta so bile tudi izhodišče za pripravo priporočil za razvoj matematične pismenosti, zasnovane v okviru projekta NA MA POTI.

Osnovna opredelitev matematične pismenosti v projektu NA-MA POTI sloni na definiciji matematične pismenosti iz mednarodne raziskave PISA 2018 (OECD PISA 2018, 2019): »Matematična pismenost je zmožnost posameznika, da na osnovi matematičnega mišljenja in matematičnega znanja:

- zmore uporabljati matematične pojme, postopke in orodja v različno strukturiranih okoljih;
- analizira, utemeljuje in učinkovito sporoča svoje zamisli in rezultate pri oblikovanju, reševanju in interpretaciji matematičnih problemov v različno strukturiranih okoljih;
- zaznava in se zaveda vloge matematike v vsakdanjem in poklicnem življenju, jo povezuje z drugimi področji in sprejema odgovorne odločitev na osnovi matematičnega znanja ter je pripravljen sprejemati in soustvarjati zanj nova matematična spoznanja.«

Temeljna gradnika matematične pismenosti, opredeljena v projektu NA-MA POTI, sta:

- matematično mišljenje, razumevanje in uporaba matematičnih pojmov, postopkov ter strategij, sporočanje kot osnova matematične pismenosti,
- reševanje problemov v raznolikih kontekstih (osebni, družbeni, strokovni in znanstveni), ki omogočajo matematično obravnavo.

Temeljna gradnika matematične pismenosti se še naprej členita in sta opredeljena na petih ravneh (vrtec, 1. VIO, 2. VIO, 3. VIO, srednja šola), ki so odlično vodilo učiteljem pri spodbujanju razvoja matematične pismenosti.

Namesto zaključka

Pismenost je kulturna vrednota posameznika in družbe ter sodi med poglavitne dejavnike kvalitetnega in ustvarjalnega življenja v sodobni družbi. Opismenjevanje je zato nenadomestljiva sestavina učenja ne le jezikovnih predmetov, temveč tudi drugih predmetnih področij.

Matematična pismenost temelji na matematičnem znanju in zaživi v naravnem in socialnem okolju. Posameznik jo razvija vse življenje. Omogoča mu lažje sporazumevanje, oblikovanje lastnih stališč ter presojanje stališč in trditev drugih ljudi. Obvladovanje komponent matematične pismenosti olajša reševanje problemov v življenjskih situacijah, ki zahtevajo sposobnost uporabe šolskega znanja in spretnosti v manj strukturiranem kontekstu, kot je šolska situacija. Reševalci morajo sprejemati odločitve o tem, katere informacije in znanje so v dani problemski situaciji pomembne in kako naj jih smiselno uporabijo.

Literatura

1. Bucik, N., Doupona Horvat, M., Gradišar, A., Grilc, U., Grosman, M. idr. (2006). Nacionalna strategija za razvoj pismenosti. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport.
2. Cotič, M. in Felda, D. (2005). Rezultati raziskave TIMSS 2003 za nižje razrede osnovne šole. *Matematika v šoli, 12*, 44–49.
3. De Lange, J. (2003). Matematics for Literacy. V: B. L. Madison in L. A. Steen (ur.): *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges* (str. 75–89). Princeton: National Council on Education and the Disciplines.
4. Evropski parlament in Svet Evropske unije (2006). Priporočilo Evropskega parlamenta in Sveta z dne 18. decembra 2006 o ključnih kompetencah za vseživljenjsko učenje. *Uradni list Evropske unije, 394*, 11–12.
5. Manfreda Kolar, V., Pavleković, M., Perić, A. in Hodnik, T. (2011). Matematična pismenost z vidika razumevanja pojma neskončnosti pri študentih razrednega pouka. V: M. Cotič (ur.), V. Medved - Udovič (ur.) in S. Starc (ur.). *Razvijanje različnih pismenosti* (str. 218–233). Koper: Univerza na Primorskem, Znanstveno-raziskovalno središče, Univerzitetna založba Annales.
6. OECD PISA 2009 (2010). *Prvi Rezultati OECD PISA 2009.* Ljubljana: Pedagoški inštitut. https://www.pei.si/wp-content/uploads/2018/12/PISA2009_prviRezultati.pdf.
7. OECD PISA 2003 (2003). Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) (2003): The PISA 2003 Assessment Framework. http://www.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf.
8. OECD PISA 2006 (2008). *Izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2006: program mednarodne primerjave dosežkov učencev*. Priredile in uredile: Maša Repež, Andreja Drobnič Vidic, Mojca Štraus. Ljubljana: Pedagoški inštitut: Nacionalni center PISA. https://www.pei.si/wp-content/uploads/2018/12/PISA2006_Izhodisca_Matematicna_pismenost.pdf.
9. OECD PISA 2018 (2019). *Program mednarodne primerjave dosežkov učencev in učenk: nacionalno poročilo s primeri nalog iz branja.* Uredila: Klaudija Šterman Ivančič. Ljubljana: Pedagoški inštitut. https://www.pei.si/wp-content/uploads/2019/12/PISA2018_NacionalnoPorocilo.pdf.
10. OECD PISA 2012 (2013). *Program mednarodne primerjave dosežkov učencev: matematična pismenost: bralna pismenost.* Uredile: Mojca Štraus, Klaudija Šterman Ivančič, Simona Štigl. Ljubljana: Pedagoški inštitut. https://www.pei.si/wp-content/uploads/2018/12/PISA-2012-Povzetek-rezultatov-SLO.pdf.
11. OECD PISA 2015 (2016). *Program mednarodne primerjave dosežkov učenk in učencev PISA 2015: naravoslovni, matematični in bralni dosežki slovenskih učenk in učencev v mednarodni primerjavi.* Nacionalno poročilo o raziskavi. Ljubljana: Pedagoški inštitut. https://www.pei.si/wp-content/uploads/2018/12/PISA2015NacionalnoPorocilo.pdf.
12. Repež, M., Drobnič Vidic, A. in Štraus, M. (2008). *Izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2006.* Ljubljana: Nacionalni center PISA, Pedagoški inštitut.
13. Starc, S. (2011). Razmišljati o pismenosti v začetku 21. stoletja. V: M. Cotič (ur.), V. Medved - Udovič (ur.), S. Starc (ur.). *Razvijanje različnih pismenosti* (str. 9−10), Koper: Univerza na Primorskem, Znanstveno-raziskovalno središče, Univerzitetna založba Annales.
14. Svet Evropske unije (2018). Priporočilo Sveta z dne 22. maja 2018 o ključnih kompetencah za vseživljenjsko učenje. *Uradni list Evropske unije, 2018/C 189*/01.
15. Štraus, M. (ur.) (2008). *Program mednarodne primerjave dosežkov učencev PISA: zbornik prispevkov o metodoloških vidikih raziskave PISA*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
16. Žakelj, A. (2011). Razvijanje matematične pismenosti skozi reševanje problemov. V: M. Cotič (ur.), V. Medved - Udovič (ur.), S. Starc (ur.). *Razvijanje različnih pismenosti* (str. 218−233), Koper: Univerza na Primorskem, Znanstveno-raziskovalno središče, Univerzitetna založba Annales.
17. Žakelj, A. (2014). Posodabljanje pouka v osnovni šoli in gimnaziji (2006−2013). V: A. Žakelj. *Posodobitev kurikularnega procesa na osnovnih šolah in gimnazijah: sklop: posodobitev pouka na osnovnih šolah in gimnazijah: zbornik prispevkov zaključne konference in predstavitev predmetno razvojnih skupin* (str. 9–24). Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Matematično modeliranje kot del matematične pismenosti in matematičnega znanja

dr. Zlatan Magajna, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

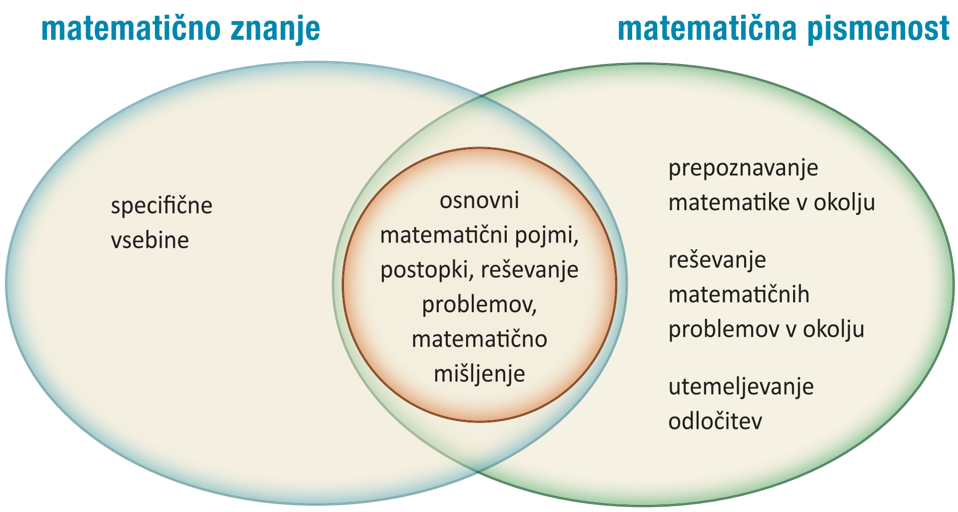
Uvod

Pojem matematična pismenost, kot analogija bralne pismenosti, se je v kurikularnih dokumentih začel pojavljati sredi prejšnjega stoletja, in sicer kot smer matematičnega izobraževanja, ki bolj kot poznavanje matematičnih vsebin poudarja usposobljenost izvajanja matematičnih procesov (Jablonka, 2015). Nekoliko kasneje je nastal, predvsem v kontekstu izobraževanja odraslih, pojem *numeracy*, ki je sprva pomenil nekaj takega kot »znanstvena pismenost«. V naslednjih desetletjih sta oba pojma dobila drugačen pridih: matematična pismenost danes pomeni usposobljenost za uporabo matematike pri svojem poklicnem delu, v socialnem okolju in v nadaljnjem izobraževanju. To poudarjajo tudi razne inačice definicije matematične pismenosti v raziskavah PISA (Programme for International Student Assessment). Definicija iz leta 2018 (OECD, 2019) se npr. glasi:

MATEMATIČNA PISMENOST

je posameznikova zmožnost, da matematično razmišlja, da formulira pojave v matematičnem jeziku, uporablja in interpretira matematične ugotovitve in rešuje probleme v raznolikih kontekstih. Vključuje matematične pojme, postopke, dejstva in orodja, s katerimi opisujemo, razlagamo in napovedujemo pojave. Posamezniku pomaga prepoznati vlogo matematike v svetu in sprejemati dobro utemeljene presoje in odločitve, ki so pomembne za ustvarjalne, dejavne in razmišljujoče državljane.

Biti matematično pismen pomeni sobivati z matematiko v svojem okolju, jo razumeti in uporabljati. Praktično razmišljajoči ljudje, ki cenijo uporabnost matematike, hitro enačijo matematiko (kot šolski predmet) z matematično pismenostjo; tovrstne težnje se v svetu pojavljajo celo na ravni šolskih kurikulov (Jablonka, 2015). Vsekakor je matematična pismenost eden od pomembnih ciljev matematičnega izobraževanja. Nemalokrat je ta cilj zapostavljen bodisi na ravni načrtovanega bodisi na ravni izvedbenega kurikula. Vendar pa matematične pismenosti ne gre enačiti s šolsko matematiko (Gardiner, 2006). Odnos med šolskim znanjem matematike in matematično pismenostjo ponazarja slika 1.



Slika 1: Odnos med šolskim znanjem matematike in matematično pismenostjo

Velik del šolske matematike, naj gre za pojme, postopke, procese ali strategije, je uporaben v vsakdanjem ali poklicnem okolju, posebej to velja za osnovnošolsko matematiko, in je torej del matematične pismenosti. Že v srednji šoli pa srečamo vsebine in razmišljanja, s katerimi se vsaj pomemben del dijakov v življenju ne bo več srečal (pomislimo le na formalno dokazovanje geometrijskih trditev, na trigonometrijo ipd.). Matematični svet je svoj svet, svet abstrakcij, za učence in dijake tudi šola zahtevnega mišljenja, ki poudarja abstrakcijo, dedukcijo in druge specifične načine razmišljanja. In v ta svet se ne podajamo samo zato, da bi v njem našli kaj uporabnega.

Hkrati pa se je treba zavedati, da uporaba matematike terja določena matematična znanja, spretnosti in procese. Če nanje pri pouku nismo pozorni, učenci in dijaki le s težavo uporabljajo svoje matematično znanje v vsakdanjem oz. poklicnem okolju. Za učinkovito uporabo lastnega matematičnega znanja je npr. pomembno znati zbirati in obdelovati podatke, oblikovati, sporočati in sprejemati matematične informacije, poznati ustrezna tehnološka orodja in še bi lahko naštevali. Nemara najpomembnejša zahteva pa je zmožnost matematično modelirati. Matematično modeliranje je način uporabe, ki se mu bomo posvetili v nadaljevanju. Zajema vrsto tehnik in prijemov, mnogi med njimi presegajo osnovnošolsko in srednješolsko raven matematike. A če želimo, da dijaki in učenci uporabljajo matematiko tudi v drugačnih okoljih, kot je šolsko, je pomembno, da razumejo pojem matematičnega modela in poznajo osnove matematičnega modeliranja.

Pojem matematičnega modela

Svet matematike je svet abstrakcij, v katerem vladajo logični odnosi. Svet matematike je razmeroma preprosto okolje, kjer je vse kolikor toliko natančno opredeljeno in predvidljivo. Svet okoli nas pa je kompleksen in dejavnosti, v katerih smo udeleženi, so manj predvidljive in težje obvladljive. Med matematiko in drugimi okolji je v nekaterih točkah lahko določena podobnost: dve in dve je štiri, naj bo to v matematiki ali kje drugje. A tako popolnih ujemanj ni veliko. Lesena kocka v resničnem svetu je nekaj drugega kot kocka v svetu geometrije: robovi lesene kocke niso nikoli povsem ravni in v resnični kocki ne morejo biti med seboj povsem skladni, kot so pri kocki v svetu geometrije. Lesena kocka tudi plava na vodi, v svetu matematike pa sploh ni vode. Lahko le rečemo, da je lesena kocka do določene mere po obliki podobna geometrijski kocki. Pri matematičnem razmišljanju geometrijske kocke ne povezujemo le s kockami iz kakega materiala, kocko tudi narišemo na list papirja, napišemo na list besedo »kocka«, izgovorimo besedo »kocka«. V vseh teh primerih smo matematično kocko nadomestili z nekim predmetom, sliko, zapisom, besedo. To sprva storimo, da sploh oblikujemo pojem matematične kocke, nato pa zato, da lahko o (matematični) kocki razmišljamo in o njej komuniciramo. V navedenih primerih govorimo o reprezentiranju kocke. Pri reprezentiranju kocke (ali kakega drugega matematičnega pojma nasploh) reprezentacija nadomešča reprezentirani matematični objekt.

Matematična kocka se razlikuje od svojih reprezentacij (npr. lesene kocke, slike kocke, besede kocka). Vendar pa je med leseno kocko in sliko ali zapisom »kocka« pomembna razlika, ki se kaže že v poimenovanju. O leseni kocki včasih rečemo, da gre za model kocke. To pomeni, da obstaja določena vzporednost med lastnostmi lesene kocke in lastnostmi matematične kocke. Govorimo o funkcionalni podobnosti med matematično in leseno kocko. Leseno kocko npr. lahko prežagamo na različne načine in vsaj približno izvemo, kakšni so lahko prerezi kocke z ravnino. Lesena kocka kot model geometrijske kocke nam pomaga izvedeti nekaj o geometrijski kocki. Zadevo lahko tudi obrnemo: geometrijska kocka je model lesene kocke. Iz geometrijske kocke npr. lahko izvemo o razmerju med telesno diagonalo in robom lesene kocke. Te funkcionalne vzporednosti med geometrijsko kocko in skico kocke ali zapisom »kocka« seveda ni, zato v teh primerih ne govorimo o modelih. Lesena kocka je model matematične kocke in matematična kocka je model lesene kocke.

Funkcionalna podobnost med modelom in modeliranim objektom omogoča, da spoznavamo in preučujemo objekt tako, da obravnavamo njegov model (Lesh in Harel, 2003). Pri matematičnem modeliranju skušamo objekte in pojave okoli nas povezati s funkcionalno podobnimi matematičnimi objekti. To nam omogoča, da na matematičnem modelu ugotovimo, kaj se je zgodilo, bi se zgodilo ali se bo zgodilo pri modeliranem pojavu. Treba pa se je zavedati, da podobnost med resničnim in matematičnim objektom ni popolna. Med matematiko in resničnim svetom je neka vrzel, kar smo poudarili pri leseni kocki. Te vrzeli oz. nepopolne podobnosti pri pouku matematike običajno ne problematiziramo. Pri modeliranju pa obravnava (ne)podobnosti predstavlja pomemben del obravnave.

Modeli niso prav nič novega v matematičnem izobraževanju. Pri pouku matematike se običajno srečujemo z modeli teles, likov ter številnih pojavov in situacij v svetu. Številne odnose v svetu npr. povezujemo s premim sorazmerjem, linearno funkcijo, eksponentno funkcijo ali kakšnim drugim funkcijskim odnosom. Ponazorimo to z zares preprostim primerom:

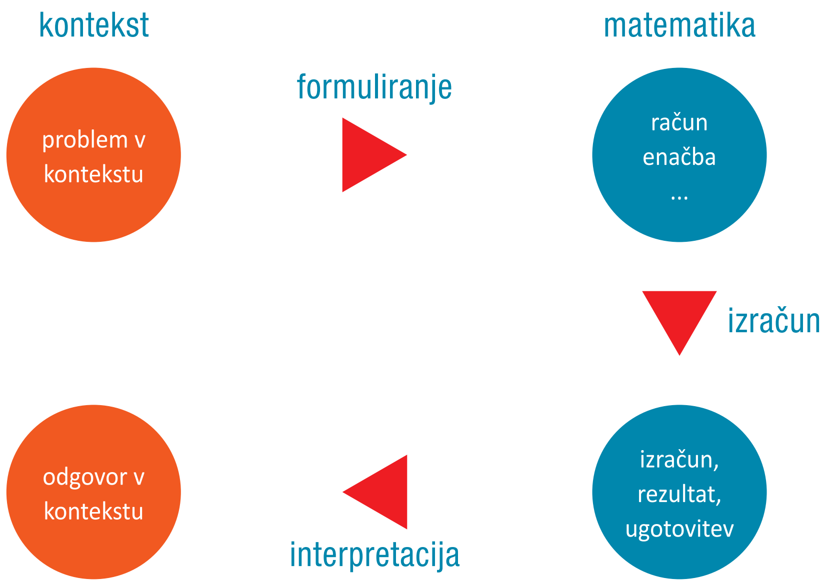
Naloga:

Bambus je hitro rastoča rastlina, saj v treh urah zraste za 10 cm.
Koliko cm zraste ta rastlina v enem dnevu?

Rešitev:

24 ur je 8-krat toliko kot 3 ure, zato v enem dnevu bambus zraste za 8 krat 10 cm, torej za 80 cm.

Pri običajnem reševanju učenci uporabijo preprosto shemo reševanja matematičnih nalog v kontekstu, ki bi ji lahko rekli preprosta shema modeliranja (slika 2). Najprej je treba situacijo (rastoči bambus) prevesti v matematični svet (prirastek višine in čas sta spremenljivki, med njima je odnos premega sorazmerja). Temu koraku pravimo **formuliranje**. Sledi **izračun**, ki je povsem v svetu matematike, z rezultatom 80 cm. Rezultat izračuna nato **interpretiramo** kot povečano višino bambusa.



Slika 2: Preprosta shema modeliranja

Učenci in dijaki pogosto na podoben način rešujejo naloge pri obravnavi najrazličnejših matematičnih vsebin. Pri tem skoraj praviloma vedo, s katerim matematičnim objektom naj bi povezali dano situacijo (običajno je to razvidno iz trenutno obravnavane matematične vsebine). Običajno se pri pouku ukvarjamo s povezovanjem situacije z danim matematičnim objektom, ne problematiziramo pa izbire matematičnega objekta in načina povezovanja. To je razumljivo, še posebej, če se ob besedilnih nalogah šele učimo določene matematične vsebine, s katero povezujemo situacijo.

Rast bambusove rastline je v resnici odvisna od številnih dejavnikov (vlage, svetlobe, temperature ipd.) in ne le od časovnega intervala. Pri reševanju smo zanemarili vse dejavnike razen časovnega intervala in smo (na tihem) privzeli, da je prirastek višine premo sorazmeren s časovnim intervalom. Naša rešitev je ustrezna le pri teh predpostavkah. Srž modeliranja pa je prav obravnava možnih spremenljivk, izbira matematičnih objektov in obravnava predpostavk, ki vzpostavljajo vzporednost med dogajanji v obravnavani situaciji in matematičnim modelom.

V šolskem kontekstu je modeliranje način obravnave odprtih kontekstualnih problemov, ki jih učenci oz. dijaki matematično osmislijo z uvedbo ustreznih predpostavk, približnih opisov in izračunov ter raznoterih reprezentacij (Stohlmann idr., 2016). Pri modeliranju je jedro matematičnega razmišljanja povezovanje dane situacije z matematičnimi objekti. Pogosto ne vemo vnaprej, kateri matematični objekt bi se v izbranih pogledih obnašal podobno kot obravnavana situacija v svetu. Pogosto so možne povezave z več objekti več matematičnih modelov. Pri obravnavi se zavedamo, v katerih pogledih in pri katerih predpostavkah posamezni model ustreza obravnavani situaciji. Skratka, pri modeliranju se ne ukvarjamo le z matematičnimi objekti, temveč tudi z odnosom med matematičnim objektom in situacijo, ki jo objekt modelira.

Modeliranje je zahtevno, saj terja poznavanje obravnavanega pojava, poznavanje matematičnih vsebin ter tudi tehnik modeliranja. Zahtevno je tudi zato, ker terja kritično razmišljanje in odločanje o samem modelu. Zaradi vrzeli med svetom okoli nas in svetom matematike ni smiselno govoriti o pravilnosti modelov. Matematični model nekega pojava je lahko bolj ali manj točen, bolj ali manj natančen, bolj ali manj uporaben.

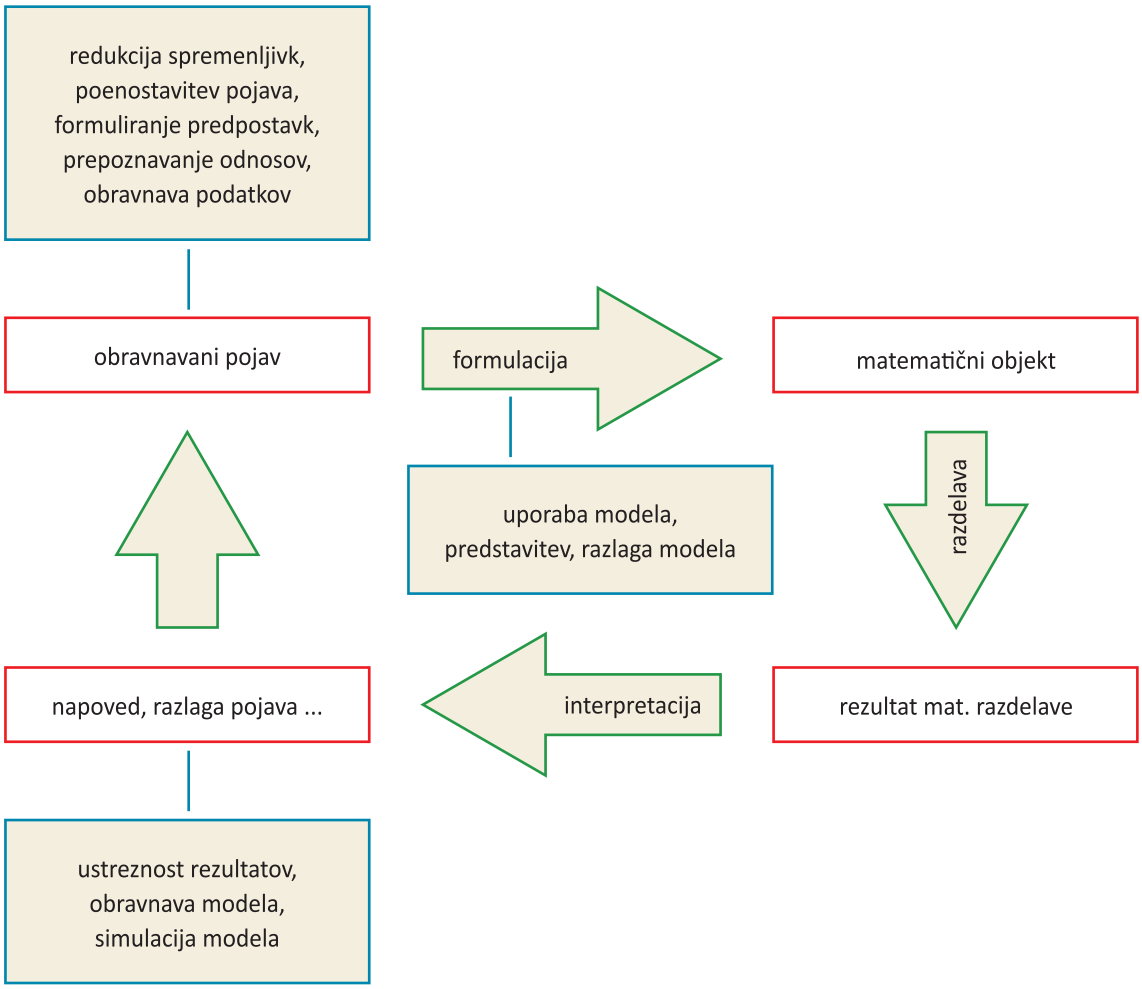
Proces modeliranja

Matematični modeli niso zgolj opisi pojavov v svetu. Pri modeliranju želimo pojave v svetu preučiti oz. obravnavati tako, da preučujemo matematične modele, torej matematične objekte, ki se v nekem pogledu obnašajo podobno kot obravnavani pojavi. Izdelati matematični model za dano situacijo ali pojav pomeni izbrati neki matematični objekt in vzpostaviti povezavo med tem objektom in situacijo oz. pojavom.

Matematično modeliranje je cikličen proces, ki sestoji iz več korakov (slika 3):

1. **Obravnava izhodišč.** Prvi korak pri modeliranju je preučitev obravnavane situacije oz. pojava. Praviloma je vsak pojav v svetu povezan z veliko pogoji in veliko dejavniki (običajno gre za spremenljive količine). Preden sploh pomislimo na matematiko, si moramo odgovoriti na vprašanja:
   - Kaj nas v zvezi s pojavom zanima in kateri so potencialno pomembni pogoji oz. dejavniki pri obravnavanem pojavu?
   - Na katere dejavnike se bomo pri obravnavi omejili?
   - Na katerih predpostavkah in omejitvah bo temeljil naš matematični model?

Pri izbiri zajetih dejavnikov je treba upoštevati uporabnost modela. Izbrali bomo npr. pogoje, ki so realistični, spremenljivke, ki so bodisi poznane oz. jih lahko merimo ali kako drugače pridobimo. Izjemno pomembno pa je natančno formuliranje predpostavk, saj na tej osnovi običajno izberemo matematične objekte za matematični model.



Slika 3: Shema procesa matematičnega modeliranja

2. **Formulacija.** Če so obravnavane spremenljivke natančno določene in predpostavke natančno formulirane, je pot do ustreznega matematičnega objekta lahka. Seveda obstaja več načinov (pristopov), kako priti do objekta (Giordano idr., 2009). Omenimo naj le tri načine, ki so primerni za delo v osnovnih in srednjih šolah:
   - Če znamo formulirati smiselno povezavo med spremenljivkami, uporabimo teoretični model. V tem primeru matematični objekt odraža predpostavljeno povezavo.
   - Kadar ne prepoznamo smiselnega odnosa med spremenljivkami, uporabimo empirični pristop. To pomeni, da zberemo podatke o pojavu ter z grafično ali analitično metodo poiščemo funkcijo, ki čim bolje izraža odnos med spremenljivkami.
   - Kadar prepoznamo odnos med spremenljivkami le lokalno (torej v kratkem časovnem obdobju ali le med posameznimi koraki sestavljenega procesa), lahko uporabimo simulacijsko metodo. To pomeni, da v konkretnem primeru na osnovi prepoznanega odnosa celoten pojav predstavimo tako, da obravnavamo korak po koraku.

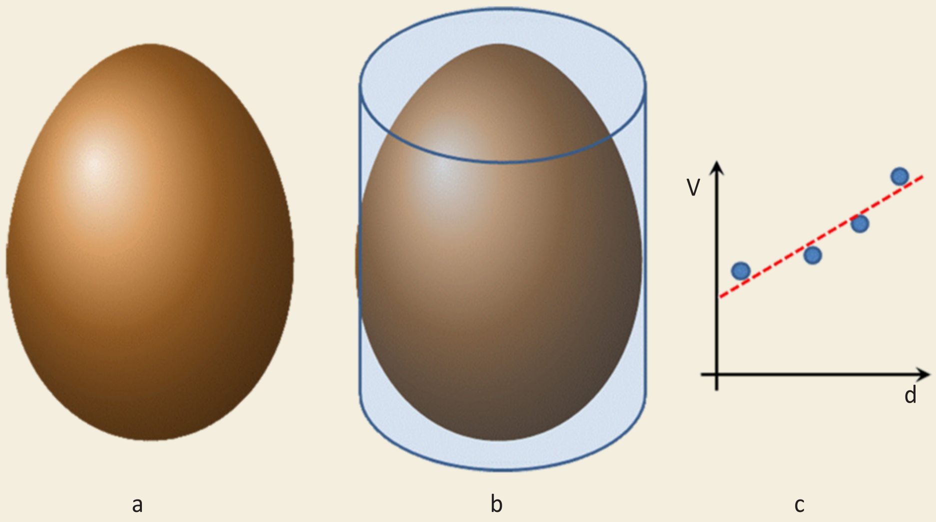
Ponazorimo to na primeru.

Kokošja jajca so različnih velikosti. Kako bi na pravičen način določili denarno vrednost kokošjega jajca?

Vrednost kokošjega jajca je odvisna od veliko dejavnikov (starosti, načina vzreje kokoši ipd.), v našem modelu pa se bomo omejili le na prostornino jajca. Prvi privzetek je torej: vrednost jajca je premo sorazmerna z njegovo prostornino.

Merjenje prostornine jajca (npr. s potapljanjem v tekočino) ni najbolj praktično, zato skušamo oceniti prostornino na lažje izvedljiv način.

Pri teoretičnem modelu bomo kot model jajca uporabili kakšno geometrijsko telo, ki ga dobro poznamo, npr. valj (slika 4 b). Jajcu bomo izmerili višino in premer ter izračunali prostornino matematičnega modela (valja). Izračun ne bo najnatančnejša vrednost prostornine jajca, a slab model je vedno boljši kot noben model.



Slika 4: Ugotavljanje prostornine kokošjega jajca

Pri empiričnem pristopu bi ravnali drugače. Nekaj različno velikim jajcem bi npr. izmerili premer in prostornino (npr. s potapljanjem v merilno posodo). Izdelali bi razsevni diagram meritev (slika 4 c). Iz diagrama bi z uporabo učencem poznanih metod skušali razbrati odnos med premerom jajc in njegovo prostornino. V osnovni šoli bi lahko grafično postavili premico kot graf linearne funkcije ali pa diagram dopolnili v linijski diagram, v srednji šoli pa bi lahko uporabili znanje o funkcijah.

Simulacijski pristop pri modeliranju bomo ponazorili v nadaljevanju (primer modeliranja epidemije).

3. **Razdelava.** Razdelava je v procesu modeliranja še najmanj problematična. Seveda moramo uporabiti matematično znanje na matematični nalogi, ki je »nastala« pri formulaciji.

4. **Interpretacija.** Pri interpretaciji je treba rezultat matematične razdelave prevesti v kontekst, torej spremenljivke oz. rezultate izračunov prevesti v okolje izvornega problema. Včasih ni očitno, kako interpretirati rezultat, npr. negativno vrednost količine ali pa obstoj več rešitev enačbe. Če je korak interpretacije dobro zastavljen, na splošno v tem koraku običajno ni težav.

5. **Kritična analiza modela.** V tem koraku premislimo, ali izračuni v našem modelu ustrezajo dejanski situaciji, kako natančni so in pri katerih pogojih veljajo. Tu je mnogokrat pomembno empirično preizkusiti model ali na kak drug način pridobiti resnične podatke o obravnavanem pojavu, da lahko presodimo o primernosti modela.

- Če smo z modelom zadovoljni (to pomeni, da model pri zastavljenih pogojih primerno natančno opisuje pojav), smo delo končali.
- Če izkušnja oz. pridobljeni podatki niso v skladu z našim modelom, se moramo vrniti k prvi točki in izboljšati model. Morda je treba upoštevati še kakšen pogoj ali količino, morda predpostavljeni odnos ni pravilen, morda nismo uporabili ustreznega pristopa. V tem primeru celoten postopek ponovimo z novimi predpostavkami.

Velikokrat kombiniramo več pristopov pri izdelavi modela. Kot je razvidno, je modeliranje razmeroma kompleksen proces. Pri učenju modeliranja se pri dejavnostih lahko omejimo na le del celotnega procesa:

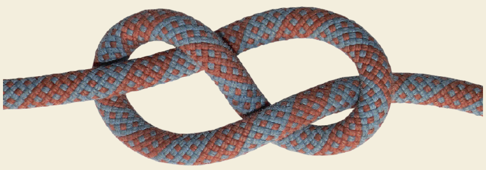
- Ponudimo podatke, na osnovi katerih učenci izdelajo model.
- Ponudimo učencem v uporabo že izdelan model, ki ga učenci še ne poznajo.
- Učencem oz. dijakom ponudimo model pojava, učenci oz. dijaki pa ugotavljajo, na katerih predpostavkah in poenostavitvah sloni model; model lahko kritično ovrednotijo (pri katerih pogojih je uporaben in kako natančen je).
- Učenci oz. dijaki primerjajo med seboj različne (že izdelane) modele za isti pojav.

V nadaljevanju prikazujemo nekaj nalog s področja matematičnega modeliranja. V opisu nalog so ponekod vključeni pristopi pri obravnavi ter način zastavljanja nalog.

Značilni tipi nalog iz modeliranja

Funkcijski model

Vozli. Na 50 cm dolgi (debeli) vrvici napravimo več vozlov (na sliki je prikazan nezategnjen vozel). Kako dolga bo vrvica, če na njej naredimo 1, 2, 3, 4 … vozle?



Naloga lepo ilustrira pomen premisleka o spremenljivkah in predpostavkah za izdelani model ter celotno izdelavo matematičnega modela. Zelo razumna predpostavka je, da se vozli na vrvici ne prekrivajo in da so enako zategnjeni. To vodi k preprostemu linearnemu funkcijskemu modelu, pri čemer empirično izmerimo skrčitev, ki jo povzroči posamezen vozel.

Funkcijski model izpopolnimo z opažanjem (predpostavko), da v zategnjenem vozlu vrvica dvakrat ovije samo sebe. Če je d debelina vrvice, znaša skrček za posamezen vozel $2 \cdot \pi \cdot d$. Vrvica z n vozli v našem modelu skrajša za $2n\pi d$. Seveda gre za poenostavitev: a vsak model je boljši kot noben model. Model je treba preveriti in eventualno popraviti oz. izboljšati.

Tek na 100 m. Vsi imamo izkušnje s tekom na krajše razdalje (sprintom). Zanima nas, kako daleč od starta je po določenem času tekač na kratke proge.

V osnovni šoli lahko tek na 100 m (ali 60 m) povežemo s premim sorazmerjem. Pretečena razdalja je premo sorazmerna s časom (uporabimo torej dobro poznano enakomerno gibanje). Pomembno pa je, da se pogovorimo o predpostavkah tega modela in o njihovi veljavnosti. Predpostavka je seveda konstantna hitrost tekača. Ali predpostavka drži pri teku na 800 m ali 400 m ali celo 100 m? Zakaj je trenutni svetovni rekord na 200 m praviloma manjši od dvakratnika rekorda na 100 m? V osnovni šoli učenci nekonstantnosti hitrosti seveda ne zmorejo upoštevati, lahko pa se zavejo omejitve modela in pomembnosti upoštevanja predpostavk.

Tudi v srednji šoli matematično znanje dijakom ne omogoča izdelave modela sprinta. Lahko pa dijaki že izdelani model uporabijo in interpretirajo. Po enem od številnih modelov sprinta na 100 m (Prendergrast, 2001) upoštevamo časa t_{50} in t_{100} [v sekundah], v katerih tekač preteče 50 oziroma 100 metrov. Hitrost tekača $v(t)$ [v metrih na sekundo] in pretečena pot $s(t)$ [v metrih] v času t [sekund] pa računamo po obrazcu:

$$v(t) = v_{max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$s(t) = v_{max} \cdot \left(t - \tau \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

kjer je

$$v_{max} = \frac{100 - 50}{t_{100} - t_{50}}$$

$$\tau = 2 \cdot t_{50} - t_{100}$$

Na ravni uporabe modela dijaki lahko numerično in grafično predstavijo potek hitrosti in pretečene poti za konkretnega športnika (zgled: ob slovitem rekordu Maurica Greena so izmerili t_{50}=5,55 sekunde in t_{100}=9,80 sekunde). Na ravni interpretacije modela pa dijaki lahko smiselno interpretirajo parametra v_{max} in τ.

Odločitveni modeli

Z odločitvenimi modeli se učenci lahko srečajo že na razredni stopnji. Pri odločitvenih nalogah so podani raznovrstni podatki o statističnih enotah, izbrati pa želimo »najprimernejšo« enoto. Da lahko izvedemo izbiro, je treba izdelati odločitveno funkcijo (kriterij). Prav tu se skriva pomemben premislek o pomenu parametrov in predpostavke o njihovem upoštevanju. Spodnja naloga je tipična naloga odločitvenega modela.

Spodnja tabela prikazuje osvojene medalje na poletnih olimpijskih igrah leta 2012 v disciplinah skokov v vodo.

Katera država je bila na teh olimpijskih igrah najuspešnejša v disciplinah skokov v vodo?

Država	Zlato	Srebro	Bron	Prebivalcev (mil.)
Kitajska	6	3	1	1314
ZDA	1	1	2	298
Rusija	1	1	0	143
Mehika	0	2	1	107
Avstralija	0	1	0	20
Kanada	0	0	2	33
Združeno kraljestvo	0	0	1	61
Malezija	0	0	1	124

Kompleksni modeli

V vsakdanjih opravilih se pogosto srečamo s situacijami, v katerih nastopa veliko spremenljivk in podatkov. Matematično ozadje tovrstnih modelov je razmeroma preprosto, po drugi strani pa je zahtevnejši premislek, katere spremenljivke upoštevati, kako pridobiti zahtevane podatke in kako organizirati izračune. Navajamo primer dveh ne najpreprostejših nalog o zelo vsakdanjih problemih.

Koliko časa potrebuje oseba za peko n palačink? Model naj upošteva tudi čas za pripravo testa.

Kako predvideti čas potovanja iz Kobarida na Ig pri Ljubljani? Upoštevaj, da je možno potovati z osebnim avtomobilom, vlakom, mestnim avtobusom in kolesom (v kombinaciji z vlakom).

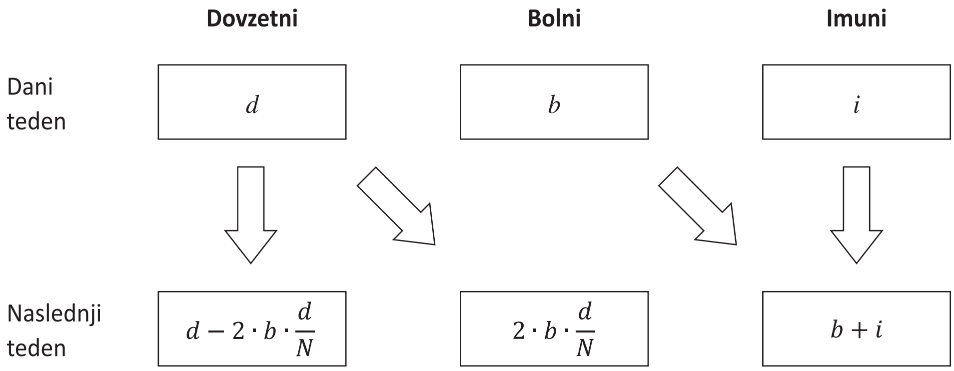
Simulacijski modeli

Simulacijski model uporabljamo, kadar obravnavani pojav razumemo in obvladamo le lokalno, v posameznem koraku, ne pa globalno. Na ravni osnovne in srednje šole lahko s simulacijo na konkretnih primerih obravnavamo matematično zahtevne situacije. Kot zgled obravnave s simulacijo prikažimo zelo preprost model epidemije bolezni, zelo podobne omikron različici covida-19.

V zaključeni skupini 1000 ljudi je ena oseba zbolela za boleznijo (podobno lažji različici covida-19). Gre za bolezen, ki je zelo nalezljiva, vendar vsak bolnik po tednu dni ozdravi, postane na bolezen imun in nikogar več ne okuži. V tednu dni trajanja bolezni bolnik v povprečju prenese virus na dve osebi – ti osebi zbolita, razen če na bolezen nista že imuni.

Zanima nas, kako se bo razvijala epidemija v tej zaključeni skupini 1000 oseb.

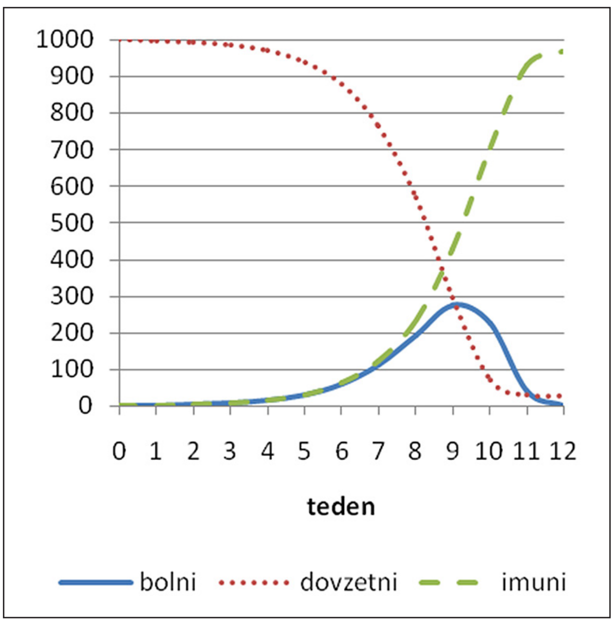
Izdelali bomo preprost model širjenja epidemije. Populacijo N oseb razdelimo v 3 skupine: bolni, dovzetni, imuni. Iz zgornjega opisa znamo napovedati, kaj se bo s skupinami zgodilo iz tedna v teden. Denimo, da je v danem tednu b bolnih, d dovzetnih in i imunih oseb. Do naslednjega tedna bodo vsi bolni ozdraveli in postali imuni. Med imunimi zagotovo ne bo nihče zbolel. V danem tednu je delež dovzetnih v populaciji enak $\frac{d}{N}$. Bolne osebe (teh je b) bodo virus prenesle na $2 \cdot b$ oseb, vendar bo le delež $\frac{d}{N}$ teh oseb zbolel. Zato ocenimo, da bo na novo zbolelo $2 \cdot b \cdot \frac{d}{N}$. Število dovzetnih se bo torej zmanjšalo za prav to število. (Opomba: Pri oceni novozbolelih smo privzeli, da osebe ne okužita dva ali več bolnikov hkrati. Privzetek je sprejemljiv, če število bolnih ni pretirano veliko. Natančnejša ocena števila novo obolelih, ki jo tu le omenjamo in dopušča, da se kdo hkrati okuži pri srečanju z dvema ali več bolniki, je $d - d \cdot \left(\frac{N-2}{N}\right)^b$. V nadaljevanju bomo uporabili preprostejšo oceno.) Spodnja slika povzema, kako se spreminja številčnost posameznih skupin iz tedna v teden. (V osnovni šoli je razmislek primerneje obravnavati s konkretnimi števili.)



Slika 5: Spreminjanje številčnosti v posameznih skupinah

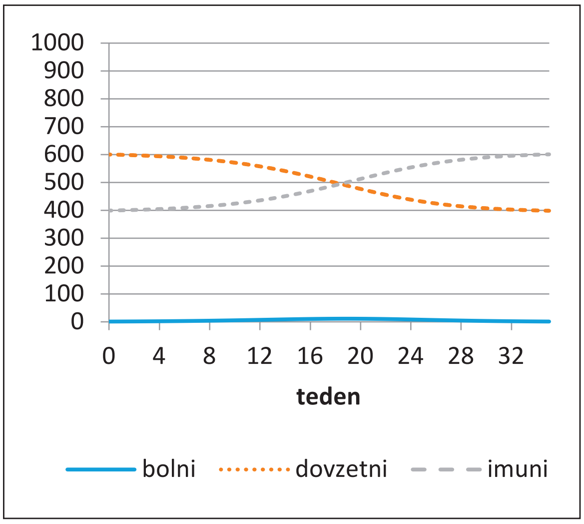
Zapisani premislek omogoča, da z zaporednimi izračuni sledimo poteku epidemije iz meseca v mesec. Izračun je zelo preprosto izvesti s pomočjo računalniške preglednice. V računalniški preglednici lahko tudi preprosto eksperimentiramo z modelom. Na grafih je prikazan potek epidemije pri začetnem pogoju, ko ni nihče cepljen, in pri začetnem pogoju, ko je 40 % populacije cepljene (in torej imune).

Teden	Dovzetni	Bolni	Imuni
0	999,00	1,00	0,00
1	997,00	2,00	1,00
2	993,00	4,00	3,00
3	985,04	7,97	7,00
4	969,21	15,82	14,96
5	938,05	31,17	30,79
6	877,70	60,35	61,95
7	764,95	112,74	122,30
8	570,55	194,40	235,05
9	295,18	275,37	429,45
10	70,84	224,34	704,82
11	29,86	40,98	929,16
12	27,31	2,55	970,14



Slika 6: Simulacije poteka epidemije, če nihče ni cepljen.

Teden	Dovzetni	Bolni	Imuni
0	600,00	1,00	399,00
4	593,58	2,06	404,36
8	580,80	4,01	415,19
12	557,41	7,07	435,53
16	520,81	10,28	468,90
20	476,47	11,10	512,43
24	438,06	8,36	553,59
28	414,18	4,61	581,21
32	402,51	2,09	595,40
36	397,51	0,87	601,63



Slika 7: Simulacija poteka epidemije, pri pogoju, da je 40 % populacije cepljene. (V tabeli so le izbrani tedni.)

Prikazani model nemara ni zelo realističen, a dobro prikazuje nekatere značilnosti poteka epidemije.

Razporejanje količin

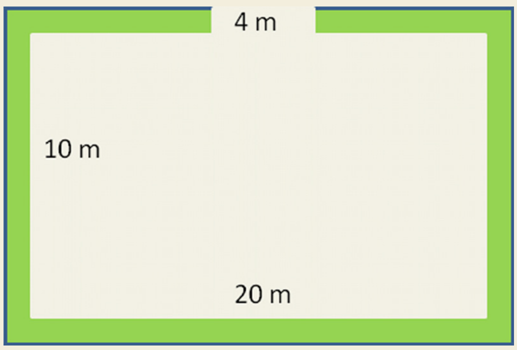
V ozadju na pogled preprostih življenjskih situacij, pri katerih je treba razporejati količine, so lahko matematično zahtevni kombinatorični problemi. Ko obravnavamo tovrstne življenjske situacije v srednješolski in predvsem osnovnošolski matematiki, ne iščemo splošnih postopkov optimiziranja, temveč učence in dijake usmerimo v iskanje strategij rešitve, njihovega formuliranja in tudi primerjave strategij.

Z vozičkom, katerega nosilnost je 100 kg, želimo prepeljati po 10 predmetov, ki tehtajo 35 kg, 40 kg in 25 kg. Predlagaj, kako naj razporedimo predmete, da bo čim manj voženj.

Razporejanje objektov v ravnini

S problemom razporejanja likov v ravnini se srečamo vsakič, ko npr. opremljamo sobo. Pri opremljanju sobe je treba upoštevati ogromno dejavnikov nematematične narave, tako da je geometrijsko razmišljanje hitro potisnjeno v ozadje. Matematično so zato zanimivejši primeri, pri katerih so geometrijski elementi vsaj toliko pomembni kot kontekstualni. Preprost primer tovrstne naloge razporejanja je načrtovanje parkirišča.

Prebivalci bloka urejajo parkirišče za avtomobile. Predlagaj, kako naj narišejo talne črte.



Slika 8: **Načrt** parkirišča

Geometrijsko modeliranje

Pri običajnih stereometrijskih nalogah je oblika obravnavanega telesa podana ali pa povsem razvidna iz same naloge. Pri nalogah modeliranja pa ni takoj razvidno, s katerimi poznanimi telesi oz. liki si lahko pomagamo pri obravnavi. Odločiti se je treba tudi, katere dimenzije telesa oz. lika upoštevati. Pri tem lahko obravnavamo konkretno telo ali pa splošno telo dane oblike. Pokažimo zgled naloge geometrijskega modeliranja, ki je primerna tako za 9. razred osnovne šole kot tudi za srednjo šolo.

Izdelaj geometrijski model sadeža hruške.
Pri tem se lahko omejiš na določeno sorto hrušk.

Model naj omogoča, da s preprostim merjenjem ocenimo prostornino in površino hruške.

Slika 9: Sadež hruške

V modelu lahko obravnavamo hruško npr. kot kroglo (vsak model je boljši od nobenega modela), kot stožec, kot dvojni stožec, kot polkroglo in stožec. Nadalje lahko v modelu privzamemo, da so si hruške med seboj geometrijsko podobne (torej je višina hruške premo sorazmerna s premerom) ali pa tega ne privzamemo. Ob jasnih predpostavkah je razmeroma lahko izpeljati obrazec za oceno prostornine oz. površine hruške.

Napisana naloga je zanimiva, ker je preprosto preveriti, kako natančen je izdelani model, saj prostornino hruške lahko izmerimo tako, da jo potopimo v vodo v merilnem valju. Če nismo zadovoljni z natančnostjo modela, ga izboljšamo.

Stohastični modeli

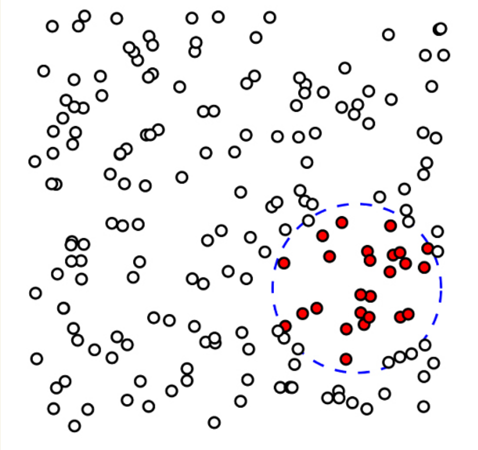
Učenci in dijaki lahko razmišljajo tudi o preprostih stohastičnih modelih, ki temeljijo na razumevanju empirične verjetnosti ter odnosa med številom poskusov in številom obravnavanih dogodkov pri poskusih – o tem odnosu lahko rečemo, da se z večanjem števila poskusov bliža prememu sorazmerju.

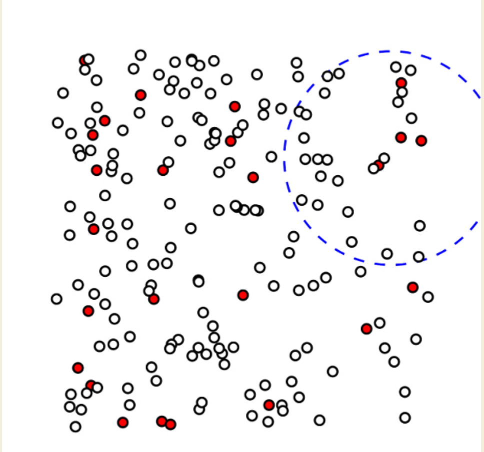
Spodnja naloga podaja postopek za ugotavljanje števila rib v ribniku. Postopek temelji na verjetnostnem modelu. Učenci oz. dijaki morajo ugotoviti, na katerih predpostavkah temelji model in zakaj pri teh predpostavkah izračun podaja oceno števila rib v ribniku. Razmislijo lahko tudi o primernosti predpostavk.

Da bi ugotovili število rib dane vrste v ribniku, so ribiči ravnali takole:

Nastavili so mrežo, v katero se je čez čas ujelo 25 rib dane vrste. Ribe so označili in vrnili v ribnik. Čez teden dni so ponovno nastavili mrežo. Takrat se je vanjo ujelo 30 rib iste vrste, med katerimi so bile 4 označene. Izračunali so, da je v ribniku

$30 \cdot \frac{25}{4} = 187{,}5$ rib.





Slika 10: Ugotavljanje števila rib v ribniku

Viri

1. Gardiner, A. (2006). What is mathematical literacy?. Paper presented at Proceedings of the 10th International Congress on Mathematics Education.
2. Giordano, F. R., Fox, W. P., Horton, S. B., Weir. M. D. (2009). A First Course in Mathematical Modeling. Boston: Cengage Learning.
3. Jablonka, E. (2015). The evolvement of numeracy and mathematical literacy curricula and the construction of hierarchies of numerate or mathematically literate subjects. *ZDM Mathematics Education*, *47*, str. 599–609.
4. Lesh, R., Harel, G. (2003). Problem Solving, Modeling, and Local Conceptual Development, *Mathematical Thinking and Learning, 5* (2-3), str. 157–189.
5. OECD (2019), PISA 2018 Assessment and Analytical Framework, PISA, OECD Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/b25efab8-en.
6. Prendergast, K. (2001). Mathematical model of the 100m and what it means. *New studies in athletics, 16* (3), str. 31–36.
7. Stohlmann, M., DeVaul, L., Allen, C., Adkins, A., Ito, T., Lockett, D., Wong, N. (2016) What Is Known about Secondary Grades Mathematical Modelling - A Review. *Journal of Mathematics Research, 8* (5), str. 12–28.

Matematična pismenost v projektu NA-MA POTI

Predstavitev gradnikov in podgradnikov matematične pismenosti od vrtca do srednje šole

Mateja Sirnik, Zavod RS za šolstvo
Vesna Vršič, Zavod RS za šolstvo

Uvod

V globalnem svetu, kjer so edina stalnica spremembe, je treba mlade ljudi opolnomočiti z znanji za dvig njihovih zmožnosti in pismenosti.

V tem prispevku bomo podrobneje predstavili matematično pismenost, kot smo jo opredelili v projektu **Naravoslovna in matematična pismenost: spodbujanje kritičnega mišljenja in reševanja problemov** (**NA-MA POTI** – **NA**ravoslovje, **MA**tematika, **P**ismenost, **O**polnomočenje, **T**ehnologija, **I**nteraktivnost).

Mednarodne in domače raziskave o znanju učencev pri matematiki

Opredelitev in razvoj matematične pismenosti v projektu NA-MA POTI temelji na ugotovitvah raziskav, spremljanju pedagoške prakse, razvoju inovativnih učnih okolij, učnih gradiv in uvajanju novih didaktičnih pristopov in strategij.

Ob analizi izbranih nacionalnih raziskav (Bačnik, 2017) ugotavljamo naslednje:

- V raziskavi razvijanja matematične pismenosti na razredni stopnji je bilo ugotovljeno, da z ustreznim poučevanjem in učenjem pri otrocih razvijamo sposobnosti za reševanje realističnih matematičnih problemov in uporabo v življenjskih situacijah ter s tem matematično pismenost.
- Učenci, ki rešujejo realistične probleme z medsebojno izmenjavo izkušenj in uporabo neformalnih znanj, povezujejo svoja matematična znanja z vsakdanjim življenjem in se zavedajo uporabnosti matematike.
- V raziskavi, ki je temeljila na preizkusu modela medpredmetnega povezovanja matematike in spoznavanja okolja, so ugotovili statistično pomembne razlike pri reševanju preizkusa znanja v prid učencev, ki so bili deležni medpredmetnega povezovanja oz. celostnega poučevanja.

Iz poročil eksternih preverjanj (Bačnik, 2017) znanja ugotavljamo naslednje:

- Učenci 6. in 9. razreda so na nacionalnem preverjanju znanja manj uspešni pri reševanju nalog višjih taksonomskih stopenj. Tovrstne naloge zahtevajo kompleksnejša znanja, interpretacijo rezultatov in utemeljevanje.
- Učenci imajo težave pri samostojnem oblikovanju smiselnih odgovorov na odprta vprašanja, odgovori so velikokrat nenatančni in nepopolni.
- Zaznane so bile težave pri razumevanju besedil in navodil za reševanje ter pravilne rabe strokovnega jezika in simbolike.
- Pri problemskih nalogah, ki se navezujejo na (kompleksnejše) realne situacije oz. dogodke in pri reševanju strukturiranih nalog imajo učenci težave z izbiro pravilne strategije za reševanje. Tovrstne naloge rešujejo predvsem učenci z najvišjimi dosežki.

Analize splošne mature iz matematike (Bone, 2017) kažejo, da imajo dijaki težave pri reševanju problemov v vsakodnevni situaciji, pri razumevanju matematičnih struktur in matematičnih pojmov (npr. vektorji, logaritmi), pri izvajanju računskih postopkov (npr. trigonometrijske enačbe, logaritemske enačbe), pri dokazovanju in z razumevanjem prebranega besedila oz. slik (npr. površno branje besedila, težave z branjem slike in posledično napačna geometrijska predstava lika).

Na podlagi letnih poročil o poklicni maturi pri matematiki (Bone, 2017) od leta 2011 do leta 2015 lahko ugotovimo, da so dijaki manj uspešni pri nalogah, ki se razlikujejo od običajnih, rutinskih nalog. Dijaki so uspešnejši pri nalogah na prvi in drugi taksonomski stopnji (osnovno in konceptualno znanje ter proceduralno znanje) kot pri nalogah, ki vsebujejo tudi vprašanja na tretji taksonomski stopnji (problemsko znanje). Dijaki imajo težave z nalogami, ki niso postavljene v realen kontekst oz. se manj pogosto odločijo za reševanje nalog, ki so abstraktnejše.

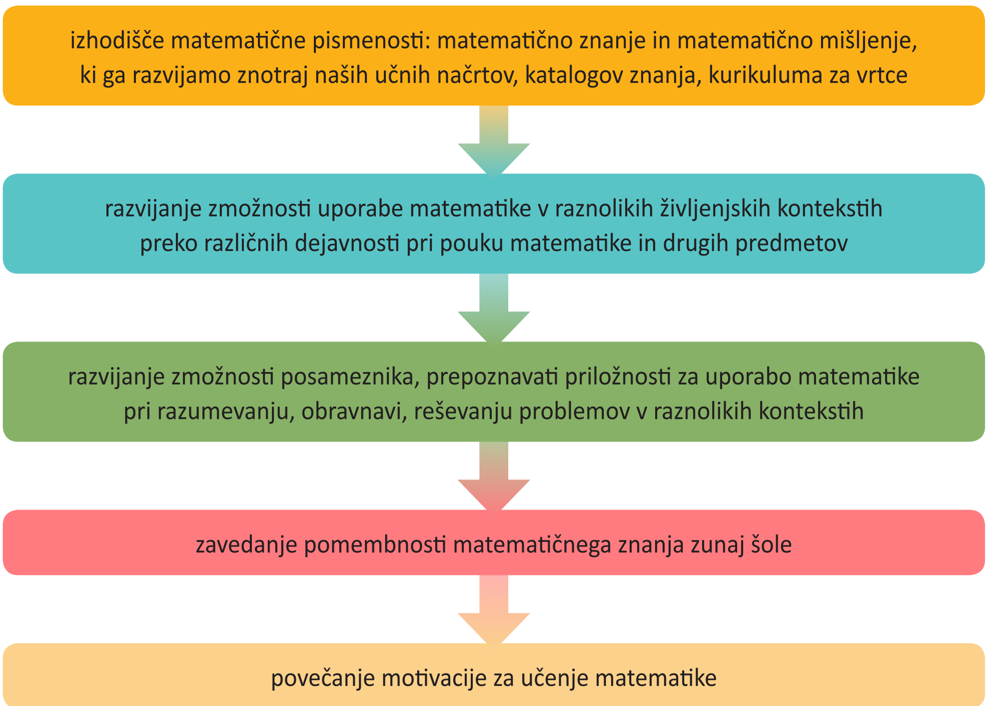
Uspešnost dijakov se kaže na internem delu poklicne mature (Bone, 2017) zaradi narave ustnega izpita iz matematike, kjer se znanje matematike preverja s pomočjo strokovnih tem in situacij iz realnega življenja.

K višjim dosežkom v znanju naravoslovja in matematike prispeva sistematično in redno povezovanje med učitelji po celotni vertikali v osnovni šoli (Bone, 2017).

Pojmovanje matematične pismenosti v projektu NA-MA POTI

Kot izhodišče svojega razvojnega dela v projektu NA-MA POTI smo vzeli mednarodno raziskavo PISA (Programme for International Student Assessment). Za zapis opredelitve matematične pismenosti smo upoštevali, da je pismenost posameznika razvijajoč se pojem.

Upoštevali smo naslednje ključne dejavnike (Šterman Ivančič, 2013):



Slika 11: Dejavniki matematične pismenosti

Na osnovi zapisanega smo matematično pismenost v projektu NA-MA POTI opredelili takole.

MATEMATIČNA PISMENOST

je zmožnost posameznika, da na osnovi matematičnega mišljenja in matematičnega znanja:

- zmore uporabljati matematične pojme, postopke in orodja v različno strukturiranih okoljih;
- analizira, utemeljuje in učinkovito sporoča svoje zamisli in rezultate pri oblikovanju, reševanju in interpretaciji matematičnih problemov v različno strukturiranih okoljih;
- zaznava in se zaveda vloge matematike v vsakdanjem in poklicnem življenju, jo povezuje z drugimi področji in sprejema odgovorne odločitve na osnovi matematičnega znanja ter je pripravljen sprejemati in soustvarjati zanj nova matematična spoznanja.

Pri razvijanju in analiziranju nalog v raziskavi PISA (Šterman Ivančič, 2013, str. 44) se je pokazalo, da obstaja **sedem osnovnih matematičnih kompetenc**, preko katerih naj bi pri učenju matematike dopolnili vlogo specifičnega znanja matematičnih vsebin. Te kompetence so: sporočanje, matematiziranje, prikazovanje, sklepanje in utemeljevanje, oblikovanje strategij za reševanje problemov, uporaba simbolnega, formalnega in tehniškega jezika in operacij ter uporaba matematičnih orodij.

Na teh sedmih osnovnih matematičnih kompetencah temeljijo **trije matematični procesi**, ko kontekst problema povežemo z matematiko in rešujemo problem (Šterman Ivančič, 2013, str. 40):

- matematično oblikovanje situacij,
- uporaba matematičnih konceptov, dejstev, postopkov in sklepanja,
- interpretiranje, uporaba in evalviranje matematičnih rezultatov.

Sedem osnovnih matematičnih kompetenc in trije matematični procesi so nam bili izhodišče za pripravo gradnikov in podgradnikov matematične pismenosti v projektu NA-MA POTI.

Gradniki in podgradniki matematične pismenosti

Pod terminom *gradnik* in *podgradnik* smo v projektu opredelili osnovne elemente matematične pismenosti, ki izhajajo iz ugotovitev raziskav in spremljanja pedagoške prakse.

Da bi bili učenci zmožni reševati probleme v različnih kontekstih, morajo biti sposobni razumeti in znati uporabljati matematične vsebine, ki se jih učimo pri pouku matematike, in pri tem uporabljati matematično mišljenje. Zato smo v izhodišču zapisali dva gradnika matematične pismenosti na naslednji način:

1. **gradnik matematične pismenosti (MP1)**

   Matematično mišljenje, razumevanje in uporaba matematičnih pojmov, postopkov ter strategij, sporočanje kot osnova matematične pismenosti

2. **gradnik matematične pismenosti (MP2)**

   Reševanje problemov v raznolikih kontekstih (osebni, družbeni, strokovni, znanstveni), ki omogočajo matematično obravnavo

Pri tem je prvi gradnik izhodišče, da bodo učenci postali uspešni reševalci problemov, ki jih lahko rešimo z matematično obravnavo, v različnih kontekstih.

Pomembne elemente posameznega gradnika smo poimenovali podgradniki.

Pri prvem gradniku smo opredelili naslednje podgradnike:

1.1 razume sporočila z matematično vsebino
1.2 pozna in uporablja strokovno terminologijo in simboliko
1.3 predstavi, utemelji in vrednoti lastne miselne procese
1.4 prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah
1.5 pozna in v različnih okoliščinah uporablja ustrezne postopke in orodja
1.6 napoveduje in presoja rezultate, utemeljuje trditve, postopke in odločitve
1.7 uporablja različne strategije pri reševanju matematičnih problemov

Tako v prvi gradnik vključimo razumevanje različnih sporočil, pri katerih prepoznamo matematične vsebine in uporabo različne strokovne terminologije pri reševanju različnih dejavnosti in pri sporočanju. Za posameznika je pomembna zmožnost uporabe in povezovanja matematičnih pojmov, matematičnih postopkov in različnih orodij, pri čemer ustaljene matematične dejavnosti pri pouku poskušamo nadgrajevati z dejavnostmi poglobljenega razumevanja in z uporabo v različnih nematematičnih okoliščinah. Pri tem utemeljujemo različne odločitve, postopke, ki jih uporabljamo, napovedujemo in vrednotimo rezultate. Pomemben element matematične pismenosti je, da znamo svoje miselne dejavnosti ustrezno predstaviti.

Opisano znanje, skupaj z uporabo različnih problemskih in procesnih znanj, je potrebno za uspešno reševanje problemov, ki ga poudarimo v zadnjem podgradniku, pri katerem gre za uporabo različnih strategij reševanja matematičnih problemov, ki jih razvijamo pri pouku matematike.

Pri tem poudarimo tudi pomen metakognitivnih zmožnosti (Magajna, 2003) in učenčeve osebne karakteristike, npr. vztrajnost pri reševanju matematičnih problemov, notranja motivacija za ukvarjanje z matematiko ter drugi vplivi, kot so čustva, odnos, prepričanje, vrednote (Kmetič, 2016).

Z vsem tem znanjem rešujemo probleme v raznolikih kontekstih, pri katerih prepoznamo, da bomo z uporabo matematičnih znanj prišli do rešitve problema. Reševanje teh problemov smo opredelili v 2. gradniku s tremi podgradniki.

Drugi gradnik matematične pismenosti s tremi podgradniki

2.1 obravnava raznolike življenjske probleme (problemi, ki ne zahtevajo matematičnega modeliranja)
2.2 obravnava situacije z matematičnim modeliranjem
  2.2.1 prenese situacijo v matematični kontekst
  2.2.2 oblikuje matematične modele za dano situacijo
  2.2.3 uporablja matematične modele
  2.2.4 vrednoti matematične modele
2.3 razume matematične prakse v različnih kontekstih

Za proces matematičnega modeliranja, ki ga v nadaljevanju predstavimo, je potrebna določena raven matematičnega znanja in razumevanja situacije, ki je lahko strokovne narave, zato dejavnosti matematičnega modeliranja postopoma uvajamo v osnovnošolsko izobraževanje. V projektne aktivnosti so vključeni predšolski otroci, učenci v osnovni šoli in dijaki srednjih šol, zato smo posledično pri 2. gradniku ločeno zapisali reševanje problemskih situacij brez matematičnega modeliranja in z matematičnim modeliranjem.

Izgradnja matematične pismenosti od vrtca do konca srednje šole

Pri posameznih podgradnikih matematične pismenosti smo opredelili opisnike za celotno vertikalo, in sicer po razvojnih stopnjah (Sirnik idr., 2022). Tako so zapisani opisniki za **predšolsko vzgojo**, pri katerih je opisana raven znanja, naravnana na zaključek tega obdobja, torej za otroke stare 5 oziroma 6 let. Ravni znanja v osnovnošolskem obdobju so predstavljena po triletjih. Raven doseganja opisnikov za **1. vzgojno-izobraževalno obdobje (1. VIO)** je naravnana na učence ob koncu 3. razreda, torej za starost učencev 8 oziroma 9 let, raven doseganja znanja za **2. vzgojno-izobraževalno obdobje (2. VIO)** na učence ob koncu 6. razreda, stare 11 oziroma 12 let, in raven doseganja znanja za **3. vzgojno-izobraževalno obdobje (3. VIO)** na zaključek osnovne šole. Opisniki za **srednje šole** so naravnani na znanja, ki naj bi jih dosegali dijaki srednjega strokovnega izobraževanja in gimnazij v zaključnem letniku. Za dijake v poklicnih srednješolskih programih lahko izbiramo opisnike ob zaključku osnovne šole.

Otroci/učenci/dijaki bodo prvi gradnik matematične pismenosti dosegali skozi usvajanje ciljev kurikuluma za vrtce, učnega načrta za matematiko v osnovni in srednji šoli, ko bodo dejavnosti vodile v poglabljanje vsebin oziroma nadgradnjo znanja z nalogami višjih taksonomskih ravni (odprte naloge, raziskovanje situacij, povezanost matematičnih vsebin z realnimi situacijami, spodbujanje razlage in utemeljevanja, raba matematičnega jezika itd.).

V nadaljevanju prispevka predstavljamo posamezne podgradnike in njihove opisnike po vertikali od vrtca do srednje šole. Vsak opisnik smo razgradili na njegove dele (npr. a, b, c …), v besedilu opisnika poudarili ključne besede (besedne zveze) s krepkim zapisom in opisali bistvo s krajšimi teoretičnimi izhodišči ter podkrepili s primerom naloge glede na razvojno stopnjo. Tako smo pri 1. podgradniku pri opisnikih poudarili: razumevanje sporočila z matematično vsebino, uporabo bralnih strategij, pomen bistvenih in potrebnih podatkov ter pridobivanje podatkov.

1. gradnik matematične pismenosti

Matematično mišljenje, razumevanje in uporaba matematičnih pojmov, postopkov ter strategij, sporočanje kot osnova matematične pismenosti

Matematično mišljenje[1] povezujemo z različnimi oblikami mišljenja (indukcija, dedukcija, analogija, transformacija, intuicija) in vrstami mišljenja (divergentno, konvergentno, kritično, sistemsko, analitično, ustvarjalno, algebrsko, geometrijsko, ekspertno), ki se navezujejo na matematične pojme, postopke, zakonitosti, orodja in strategije v različnih okoljih.

Razvoj matematičnega mišljenja učencev je temeljna naloga pouka matematike, še posebej ustvarjalnega mišljenja kot najvišje ravni.

1 **Mišljenje** (SSKJ): najvišja umska dejavnost kot izraz človekove zavesti.

1.1 podgradnik: razume sporočila z matematično vsebino

1.1 RAZUME SPOROČILA[2] Z MATEMATIČNO VSEBINO				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
a) (sprejema) razume enostavna ustna, grafična **sporočila** z matematično vsebino	a) (sprejema) razume enostavna in strukturirana **sporočila** z matematično vsebino	a) (sprejema) razume enostavna in strukturirana **sporočila** z matematično vsebino	a) (sprejema) razume enostavna, strukturirana in kompleksna **sporočila** z matematično vsebino	a) (sprejema), razume enostavna, strukturirana in kompleksna **sporočila** z matematično vsebino

Ljudje se sporazumevamo s prenašanjem sporočil[3] v obliki simbolov (npr. besede, kretnje, govorica telesa, slike …) in informacij govorjenega ali pisnega besedila.

Otroci/učenci/dijaki se z različno zahtevnimi sporočili (enostavnimi, strukturiranimi, kompleksnimi) srečajo tudi pri matematiki, pri čemer je pomembno, da jih razumejo. Razumevanje sporočila zahteva, da otroci/učenci/dijaki razumejo pomen strokovne terminologije, matematične pojme in simbole v danem kontekstu (semantika). Pri učnem procesu se tako srečujejo z ustnimi in pisnimi navodili k nalogam, učiteljevo razlago, predstavitvami učnih situacij, matematičnih problemov, vprašanj, matematičnih izrazov, podatkov v preglednicah in prikazih (grafi) itd.

1.1 RAZUME SPOROČILA Z MATEMATIČNO VSEBINO				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
	b) uporablja enostavne **bralne strategije** pri branju z razumevanjem matematičnih besedil in pri reševanju besedilnih nalog	b) uporablja enostavne in kompleksne **bralne strategije** pri branju z razumevanjem matematičnih besedil in pri reševanju besedilnih nalog	b) uporablja ustrezne **bralne učne strategije** pri branju z razumevanjem matematičnih besedil izbranih vsebin in pri reševanju besedilnih nalog	b) uporablja ustrezne **bralne učne strategije** pri branju z razumevanjem matematičnih besedil in pri reševanju besedilnih nalog

2 **Sporočilo** (opredelitev v opisniku gradnika): ljudje med seboj komuniciramo tako, da prenašamo sporočila s pomočjo različnih simbolov (npr. govornega jezika, kretenj, govorice telesa, slik, zvočnih in svetlobnih signalov, pisnih besedil itd.); v komunikacijskem procesu vsi udeleženci sprejemajo, pošiljajo/tvorijo in interpretirajo sporočila, ki so povezana z določenim namenom; komunikacija je vedno dvosmeren proces, saj je povezan s sočasno medsebojno zaznavo in izmenjavo sporočil.

3 **Sporočilo** (SSKJ): kar se o določeni stvari sporoči.

Otrok/učenec/dijak bo dokazal, da je sporočilo z matematično vsebino razumel, če ga bo znal povzeti s svojimi besedami, odgovoriti na vprašanja, poiskati ključne besede in bistvo ali ga predstaviti v drugačni obliki itd. Za doseganje čim boljšega bralnega razumevanja navajamo učence/dijake na uporabo bralnih učnih strategij od enostavnih npr. podčrtovanja manj znanih besed, izpisa ključnih besed, strategije določanja bistva, strategije določanja podrobnosti, strategije branja vidnih informacij, strategije za postavljanje vprašanj ..., do kompleksnih, npr. strategij pred branjem, med branjem in po njem, kot so strategija VŽN, Pavkova strategija, splošna študijska strategija, strategija PV3P ... (Pečjak in Gradišar, 2012).

Primer uporabe enostavnih strategij pri naslednji nalogi (Kmetec, 2013).

Časovni pasovi

Časovni pas je pas, znotraj katerega imajo vsi kraji enak čas. Na Zemlji imamo 24 časovnih pasov. Izhodiščni pas je greenwiški časovni pas. Časovni pasovi so oštevilčeni od 1 do 12 vzhodno od Greenwicha in od –1 do –12 zahodno od Greenwicha. Meja med +12 in –12 je mednarodna datumska meja. Spodnja preglednica prikazuje UTC[4] nekaterih držav.

Država	Bolivija	Brazilija	Etiopija	Kanada	Slovenija	Škotska
UTC	– 4	–3	+3	–6	+1	–1

a) Turčija leži vzhodno od Greenwicha. Je njen UTC pozitiven ali negativen?

b) Države: Bolivija, Slovenija, Škotska uredi glede na lego, od tiste, ki leži najbolj proti zahodu, do tiste, ki leži najbolj proti vzhodu.

c) V Sloveniji je ura 9.25. Koliko je v istem času ura v Braziliji?

1.1 RAZUME SPOROČILA Z MATEMATIČNO VSEBINO

PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
b) povzema sporočilo z matematično vsebino in odgovarja na vprašanja	c) povzema sporočilo z matematično vsebino, izlušči **bistvo in potrebne podatke**	c) povzema sporočilo z matematično vsebino, izlušči **bistvo in potrebne podatke** ter tvori novo sporočilo	c) povzema sporočilo z matematično vsebino, izlušči **bistvo in potrebne podatke** ter tvori novo sporočilo	c) povzema sporočilo z matematično vsebino, izlušči **bistvo in potrebne podatke** ter tvori novo sporočilo

Za matematična besedila je značilna zgoščenost podatkov in racionalno predstavljanje konteksta. Otroci/učenci/dijaki morajo v postopku reševanja izluščiti bistvene oziroma potrebne podatke za reševanje in razumeti povezave/odnose med njimi. Podatki so lahko podani v besedilu, na sliki, v prikazu (na grafu), v preglednicah ali kot matematični izraz na abstraktni ravni.

4 UTC je kratica za univerzalni koordinirani čas.

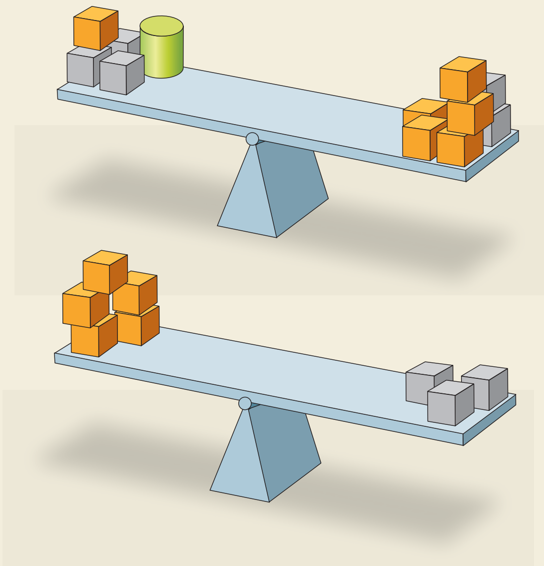
Naloge zahtevajo tudi, da učenci/dijaki zapišejo odgovor na vprašanje, utemeljitev ali razlago oziroma rešitev predstavijo grafično. Torej reševanju naloge z matematičnimi orodji sledi zapis/opis rešitve z govorjenim (vsakdanjim) ali matematičnim jezikom.

V primeru naloge (slika 12) učenci 1. vzgojno-izobraževalnega obdobja opišejo situacijo na sliki, sklepajo in poiščejo potrebne podatke za rešitev naloge s slike. Prav tako si samostojno zastavijo vprašanja oziroma cilj reševanja (npr. Poišči še druge možnosti postavitve predmetov na tehtnici, da bo ponazarjala enakost).

Primer naloge z grafično predstavitvijo podatkov

Tanja in Rok sta na tehtnico polagala različna telesa, vsako na eno stran.

Koliko tehta valj, če tehta majhna kocka 3 dag?



Slika 12: Tehtnici v ravnovesju

1.1 RAZUME SPOROČILA Z MATEMATIČNO VSEBINO

PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
c) samostojno **pridobi podatke** iz ustnih virov	d) samostojno **pridobi podatke** iz ustnih in pisnih virov	d) samostojno **pridobi podatke** iz ustnih in pisnih virov	d) samostojno **pridobi podatke** iz verodostojnih virov	d) samostojno **pridobi podatke** iz verodostojnih virov

Včasih mora otrok/učenec/dijak podatke za rešitev naloge pridobiti sam, tako da npr. povpraša v tajništvu šole glede števila učencev na šoli, na spletni strani statističnega urada poišče število prebivalcev (moških, žensk), na zemljevidu razbere nadmorsko višino kraja ali gore, s pomočjo merila na zemljevidu izračuna razdaljo med kraji itd.

Pri tem se učenci navajajo na uporabo verodostojnih virov ter ločijo vire glede na ustne, pisne in digitalne.

1.2 podgradnik: pozna in uporablja strokovno terminologijo

1.2 POZNA IN UPORABLJA STROKOVNO TERMINOLOGIJO				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
a) v sporočilu prepozna **strokovno terminologijo** ter razume njen pomen	a) v sporočilu prepozna **strokovno terminologijo in simboliko** ter razume njun pomen	a) v sporočilu prepozna **strokovno terminologijo in simboliko** ter razume njun pomen	a) v sporočilu prepozna **strokovno terminologijo in simboliko** ter razume njun pomen	a) v sporočilu prepozna **strokovno terminologijo in simboliko** ter razume njun pomen

Razvoj jezika in strokovnega izrazoslovja mora biti temeljni cilj (namen) vsakega predmeta. Jezik pri pouku matematike je večplasten (kompleksen), saj vključuje tako govorjeni (vsakdanji) kot matematični jezik (Kurnik, 2006). S strokovno terminologijo[5] poimenujemo matematične objekte in strukture ter matematične pojme, z govorjenim in matematičnim jezikom pa opisujemo dejstva in strategije, oblikujemo definicije pojmov itd.

Oba jezika (govorjeni, matematični) vsebujeta določene simbole, vendar se ti simboli razlikujejo. Pri matematiki se s simbolnim[6] zapisom doseže krajši zapis.

1.2 POZNA IN UPORABLJA STROKOVNO TERMINOLOGIJO				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
	b) poimenuje in opisuje matematične pojme z **matematično terminologijo ter simboliko**	b) ubesedeno (enostavno) matematično sporočilo **zapiše z matematičnimi simboli in obratno** (prebere/ ubesedi zapis v matematični simboliki) c) pri opisovanju matematičnih objektov in struktur ter njihovih lastnosti uporablja ustrezno **terminologijo in simboliko**	b) ubesedeno matematično sporočilo zapiše z **matematičnimi simboli in obratno:** prebere/ ubesedi zapis v matematični simboliki c) pri opisovanju matematičnih objektov in struktur ter njihovih lastnosti uporablja ustrezno **terminologijo in simboliko**	b) ubesedeno matematično sporočilo zapiše z **matematičnimi simboli in obratno:** prebere/ ubesedi zapis v matematični simboliki c) pri opisovanju matematičnih objektov in struktur ter njihovih lastnosti uporablja ustrezno **terminologijo in simboliko**

5 **Terminologija** (SSKJ): celota izrazov določene stroke, panoge; strokovno izrazje, izrazoslovje *(nekatere stroke so razvile bogato terminologijo / uporabljati domačo, zastarelo terminologijo / filozofska, lesarska, medicinska terminologija / strokovna terminologija)*«.

6 **Simbol** (SSKJ): predmet, lik, ki izraža, predstavlja določen abstrakten pojem; znak; dogovorjena črka, kratica za označevanje določene stvari.

Matematični jezik ima svoje posebnosti, zato se v različni literaturi omenja tudi kot formalni jezik. Zanj je značilna resnost in formalnost govora, oblikovanje in uporaba znanstvene (strokovne) terminologije ter pojmov, dokončno zaporedje konstruiranja izjav (vprašanja, argumenti, dokazi, znanstveno utemeljene sodbe, sklepi) in uporaba simbolov.

Zmožnost uporabe matematičnega jezika vključuje:

- dekodiranje in interpretiranje simbolnega in formalnega jezika,
- razumevanje njegovega odnosa z govorjenim (vsakdanjim) jezikom,
- prevod iz govorjenega (vsakdanjega) jezika v simbolnega oziroma formalnega,
- postavitev in oblikovanje trditev, ki vključujejo izjave in izraze,
- uporabo spremenljivk, reševanje enačb in računanje s simboli (PISA 2006).

Jezik je pomemben vidik v razvoju trajnostnega znanja. Dobro je, da vsak vzgojitelj/učitelj/profesor prilagodi uporabo matematičnega jezika in načina razlage razvojni stopnji otrok/učencev/dijakov, njihovim matematičnim zmožnostim in predznanju.

1.2 POZNA IN UPORABLJA STROKOVNO TERMINOLOGIJO				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
			d) v matematično preprostih situacijah **oblikuje definicije** in jih tudi uporablja	d) v matematičnih situacijah **oblikuje definicije**, pozna njihov namen in jih uporablja

Kurnik (2006) je opredelil osnovne zahteve, ki jih mora izpolnjevati definicija matematičnega pojma. To so: minimalna vsebina, naravnost in prenosljivost. Te zahteve je podrobneje predstavil z navedenimi pravili:

- Definicija mora ustrezati opredeljenemu izrazu, naj ne bo niti preozka niti preširoka; razkriti mora bistvo koncepta.
- Definicija naj bo jasna in jedrnata.
- Definicija mora biti sodobna.
- Definicija ne sme biti izražena v slikovnem ali drugače dvoumnem jeziku.
- Definicija ne sme biti zapisana tako, da bi definirani pojem razlagala s pojmom samim (krožna).
- Definicija ne sme biti negativna, če je lahko pozitivna.
- Obseg definiranega izraza ne sme biti prazen niz.

Učitelji/profesorji z zgledom prikažejo način oblikovanja definicij pri matematiki, ki jih učenci skušajo uporabiti oziroma jim slediti pri lastnem oblikovanju definicij matematičnih pojmov. Ni treba, da so učenčeve definicije pojmov pri pouku natančne, dovoljena je določena stopnja svobode in poenostavitve.

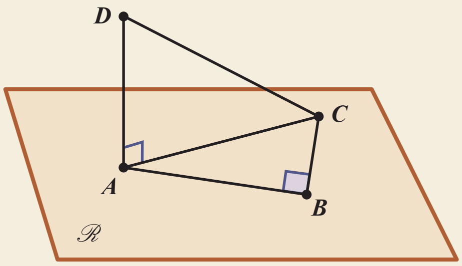
1.2 POZNA IN UPORABLJA STROKOVNO TERMINOLOGIJO

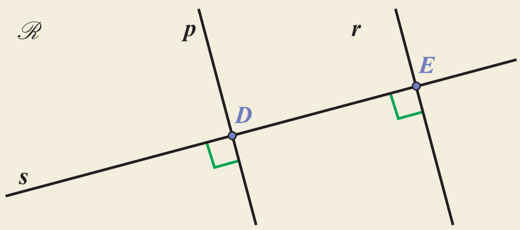
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
b) ob dejavnostih in konkretnih predstavitvah matematičnih pojmov **poimenuje in opisuje** konkretne ali grafične reprezentacije (liki, telesa, števila, količine, odnosi, barve, položaj/lega)	c) pri **opisovanju** matematične situacije uporablja **matematični jezik**	d) pri **opisovanju** situacije uporablja **matematični jezik**	e) smiselno **uporablja matematični jezik** tudi v drugih kontekstih	e) smiselno **uporablja matematični jezik** tudi v drugih kontekstih

Učenci v 2. vzgojno-izobraževalnem obdobju poznajo že veliko matematičnih simbolov in strokovnih terminov, zato so naloge pogosto predstavljene na abstraktni ravni z matematičnim jezikom.

Spodnji primer naloge od učencev 2. vzgojno-izobraževalnega obdobja zahteva razumevanje matematične (slika 13) in vsakdanje (slika 14) situacije in uporabo matematičnega jezika pri opisu danih situacij.

1. Opiši medsebojno lego geometrijskih objektov na sliki.





Slika 13: Primer grafične ponazoritve za opis situacije z matematičnim jezikom (viri slike a): https://eucbeniki.sio.si/mat9/878/index4.html, vir slike b): https://eucbeniki.sio.si/matematika6/523/index.html)

2. Kaj lahko poveš o medsebojni legi stebrov in drugih objektov na fotografiji?

Slika 14: Primer naloge iz vsakdanjega življenja in prepoznavanje matematičnih pojmov (vir: i-učbenik Matematika 6, str. 209, https://eucbeniki.sio.si/matematika6/523/index.html)

1.2 POZNA IN UPORABLJA STROKOVNO TERMINOLOGIJO				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
		e) razume **različne pomene** posameznih matematičnih **terminov in simbolov**	f) razume **različne pomene** posameznih matematičnih **terminov in simbolov** ter je fleksibilen pri njihovi uporabi	f) razume **različne pomene** posameznih matematičnih **terminov in simbolov** ter je fleksibilen pri njihovi uporabi

Ker jezik vsebuje veliko besed (homonimi, sinonimi), ki imajo različen pomen (npr. koren kot rastlinski del, koren zoba, besedni koren, kvadratni koren …), ali besed z enakim pomenom (npr. kvadrat kot pravilni štirikotnik, romb s pravim kotom …), lahko prihaja do oteženega oziroma napačnega razumevanja. Poimenovanje matematičnih objektov z govornim (vsakdanjim) jezikom se lahko tudi razlikuje od strokovnega matematičnega poimenovanja (in pomena). Pomembno je, da odkrivamo taka razhajanja v jeziku in jih sproti razjasnjujemo ob danih kontekstih.

Predstavljamo primer naloge za 3. vzgojno-izobraževalno obdobje, ki nam da iztočnico za razjasnjevanje pojma površina.

Primer naloge z razumevanjem različnega pomena matematične terminologije

1100 – Njiva je površina, ki jo orjemo ali drugače obdelujemo in obračališča, namenjena obdelavi te površine (širine do 2 m). Na tej površini pridelujemo enoletne in nekatere večletne kmetijske rastline (žita, krompir, krmne rastline, oljnice, predivnice, sladkorno peso, zelenjadnice, vrtnine, okrasne rastline, zelišča, jagode itd.). Sem sodi tudi zemljišče v prahi in ukorenišče hmeljnih sadik. V ta razred uvrščamo tudi zemljišče, ki je začasno zasejano s travo ali drugimi krmnimi rastlinami (za obdobje manj kot 5 let) in se uporablja za košnjo ali pašo večkrat na leto. Če je površina porasla s travno rušo in ni preorana v obdobju pet ali več let, jo uvrstimo v trajni travnik. (Vir: https://www.kgzs.si/uploads/eiv22/pravilniki/p1_sifrant_in_opis_vrst_dejanske_rabe_kmetijskih_in_gozdnih_zemljisc.pdf)

Opisni podatki zemljiškega katastra			
Parcela	Vrsta rabe	Razred	Površina (m^2)
205/1	stanovanjska stavba		100
	gospodarsko poslopje		140
	dvorišče		560
	sadovnjak	3	500
	njiva	4	1.500
	pašnik	2	1.000
212	stanovanjska stavba		200
	sadovnjak	2	400
215	travnik	3	2.500
	njiva	5	500
	močvirje		3.000

1.3 podgradnik: predstavi, utemelji in vrednoti lastne miselne procese

Pri tem podgradniku miselne procese povezujemo z vrstami mišljenja s specifično lastnostjo, npr. proces razvrščanja, urejanja in klasificiranja, logičnega mišljenja in sposobnost predstavljanja misli z govorom v povezavi s cilji.

Z. Rutar Ilc (2004) predstavlja Marzanovo delitev znanj, ki poleg kompleksnega mišljenja *(npr. primerjanje, razvrščanje, sklepanje z indukcijo in dedukcijo, utemeljevanje, abstrahiranje, analiziranje perspektiv, odločanje, preiskovanje, reševanje problemov, eksperimentalno raziskovanje, analiza napak, invencija)* poudarja tudi delo z viri, sodelovalne veščine, predstavljanje idej na različne načine in miselne navade.

Miselne procese sprožajo situacije, ki pritegnejo pozornost in zanimanje otrok/učencev/dijakov, ti pa se nanje odzivajo miselno in čustveno, zato jih vodijo v aktivno vključevanje, reagiranje oziroma vedenje.

1.3 PREDSTAVI, UTEMELJI IN VREDNOTI LASTNE MISELNE PROCESE				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
a) ustno **predstavi proces reševanja** nalog in pripoveduje o lastnih ugotovitvah ter svojem razmišljanju	a) na ustrezen način **predstavi proces reševanja** nalog in problemov ter pripoveduje o lastnih ugotovitvah in svojem razmišljanju	a) na ustrezen način **predstavi in razloži proces reševanja** nalog in problemov ter matematično razmišljanje	a) na ustrezne načine **predstavi, razloži in povzame proces reševanja** nalog in problemov ter matematično razmišljanje	a) na ustrezne načine **predstavi, razloži, utemelji in povzame proces reševanja** nalog in problemov ter matematično razmišljanje

Otroke/učence/dijake spodbujamo, da znajo svoje reševanje nalog predstaviti učitelju in sošolcem. Nekateri avtorji umeščajo miselne procese v širšo kategorijo in jih pojmujejo kot miselne navade, saj gre pri navadah za naravnanost, ki se kaže v celotnem posameznikovem delovanju in od učencev zahteva, da so ustvarjalni, kritični in reflektivni. Tak pristop v veliki meri podpira formativno spremljanje s svojimi elementi: preverjanjem predznanja, kriteriji uspešnosti, postavljanjem vprašanj, povratno informacijo, dokazi, vrednotenjem (samovrednotenjem) in refleksijo.

V publikaciji PISA 2006 je predstavljen osnovni proces reševanja problemov iz realnega sveta, ki so ga poimenovali matematizacija. V vseh fazah reševanja nudimo učencem možnost, da svoje delo oziroma reševanje nalog, ki zahteva obvladovanje matematičnih postopkov ali uporabo strategij pri reševanju matematičnega problema, povzamejo v govorjenem (vsakdanjem) in matematičnem jeziku, kar pomeni, da predstavijo, razložijo, utemeljijo svoj pristop k reševanju in lastne ugotovitve svojim sošolcem in učitelju. S tako predstavitvijo učenec/dijak ozavešča svoje mišljenje pri reševanju ter analizira pristope in rešitve.

Dejavnost predstavljanja oziroma prikazovanja lahko izpeljemo na različne načine (ustno, pisno, s konkretnimi materiali, grafično s sliko/preglednicami/prikazi, s simbolnim zapisom itd.), lahko pa prehaja iz enega načina prikaza v drugega. Pomembno je, da izbiranje načina predstavitev izhaja iz konteksta in namena. Predstavitve lahko potekajo individualno, v dvojicah ali v skupinski obliki.

Predstavljamo primere nalog za spodbujanje miselnega odziva učenca, ko mora predstaviti ugotovitve in jih utemeljiti.

Primeri nalog za spodbujanje miselnih odzivov učencev v različnih starostnih obdobjih

1. naloga (1. VIO, 2. VIO, 3. VIO)

Razišči večkratnike števila 3, 4 in 5. Poročaj o ugotovitvah in svojem delu.

2. naloga (2. VIO, 3. VIO)

Razišči pravokotnike z enako ploščino. Poročaj o ugotovitvah in svojem delu.

3. naloga (srednja šola):

Razišči polinome tretje stopnje. Poročaj o ugotovitvah in svojem delu.

1.3 PREDSTAVI, UTEMELJI IN VREDNOTI LASTNE MISELNE PROCESE				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
b) **vključuje se v pogovor** o matematičnih situacijah	b) **sodeluje v** matematični razpravi	b) **sodeluje** v matematični **razpravi**	b) **sodeluje** v matematični **razpravi**	b) **sodeluje** v matematični **razpravi**

Pri vzgojno-izobraževalnem procesu spodbujamo razpravo in izmenjavo mnenj. Otroci/učenci/dijaki s tem razvijajo veščino komuniciranja, ki je ena izmed cenjenih spretnosti tudi zunaj izobraževalnih ustanov. Strokovni delavci naj v svoj načrt vodenja razreda vključijo tudi načine za spodbujanje te veščine, ki vključuje tudi rabo matematičnega jezika. Skupaj z otroki/učenci/dijaki opredelijo kriterije dobrega vključevanja v pogovor (veščine komuniciranja) oziroma razpravo z matematično vsebino ob dani situaciji.

Primer kriterijev za uspešno sodelovanje v pogovoru/razpravi (1. VIO):

- znam pripovedovati o tem, kar sem doživel/videl/slišal na izbrano temo (vsebino),
- svojo misel znam jasno in razločno povedati,
- znam pojasniti, zakaj tako mislim, zakaj se s tem strinjam/ne strinjam,
- znam prisluhniti pripovedovanju drugih sošolcev,
- počakam na vključitev v pogovor.

1.3 PREDSTAVI, UTEMELJI IN VREDNOTI LASTNE MISELNE PROCESE				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
c) *po zastavljenih kriterijih[7] presoja o lastnem delu*	c) *po zastavljenih kriterijih presoja o lastnem delu*	c) *po zastavljenih kriterijih presoja o lastnem delu*	c) *po zastavljenih kriterijih presoja o lastnem delu*	c) *po zastavljenih kriterijih presoja o lastnem delu*

7 **Kriterij** (opredelitev v opisniku gradnika): »merilo uspeha«, ki pomaga pri presoji in zavedanju lastnega znanja ter doseganja učnih namenov; z njim opredeljujemo pomembne vidike znanja, razumevanja, spretnosti, veščin.

Če so bili kriteriji smiselno in razumljivo zastavljeni skupaj z otroki/učenci/dijaki, bodo lahko z njihovo pomočjo presojali o svoji veščini komuniciranja v govorjenem (vsakdanjem) in matematičnem jeziku. Opisniki so zapisani v poševnem tisku, ker ne opredeljujejo vsebinskih znanj, ampak opisujejo odnos do učne situacije in učnih ciljev ter zmožnost kritične presoje, ki je element samouravnavanja učenja.

1.4 podgradnik: prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah

Pri matematiki lahko trajnost znanja dosežemo z usmerjenim razvojem mišljenja. Eden izmed vidikov mišljenja je razvoj (izgradnja) matematičnih pojmov in povezav – odnosov med njimi.

Besedo pojem[8] razumemo kot miselni odraz (miselno tvorbo) bistvenih lastnosti neke skupine (matematičnih) objektov oz. značilnosti konkretnega ali abstraktnega predmeta. Objekti in odnosi se med seboj razlikujejo po svojih lastnostih oz. značilnostih. Od vseh lastnostih objekta ali odnosa so pomembne bistvene lastnosti: lastnosti, ki so njegova posebnost in ki ga ločujejo od množice drugih objektov. Pojem je torej oblika razmišljanja, v kateri se odražajo bistvene lastnosti objektov, ki se preučujejo/spoznavajo. Ena od značilnosti pojma kot oblike razmišljanja je, da je oblikovanje pojma v domeni človeka in je neločljiva od njegovega izražanja, poimenovanja in zapisa z besedo ali simbolom. Oblikovanje pojma je postopen in dolgotrajen proces.

Kurnik (2001) je opisal preprost način učenja pojma v treh fazah. Prva oz. začetna faza je učenje pojma z opazovanjem in spoznavanjem specifičnih objektov (osnovnih primerov) ter njihovih specifičnih lastnosti (skupnih značilnosti ter razlik). Druga faza je opazovanje nekaterih splošnih in skupnih elementov opazovanega objekta (opisovanje značilnosti pojma). Tretja faza je izpeljava splošnih značilnosti objekta – oblikovanje in sprejetje pojma (preprosta definicija pojma).

1.4 PREPOZNA, RAZUME IN UPORABLJA MATEMATIČNE POJME V RAZLIČNIH OKOLIŠČINAH				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
a) prepozna konkreten predmet, sliko predmeta za predstavitev **matematičnega pojma** b) prepozna na različne načine (verbalno, konkretno, grafično) reprezentirane **matematične pojme** v znanih situacijah	a) prepozna na različne načine (konkretno, grafično, simbolno) reprezentirane[9] **matematične pojme** v znanih situacijah	a) prepozna na različne načine (konkretno, grafično, simbolno) reprezentirane **matematične pojme** tudi v manj znanih situacijah	a) prepozna na različne načine (konkretno, grafično, simbolno) reprezentirane **matematične pojme** v različnih situacijah	a) prepozna na različne načine (konkretno, grafično, simbolno) reprezentirane **matematične pojme** v različnih situacijah

8 **Pojem** (opredelitev v opisniku gradnika): »merilo uspeha«, ki pomaga pri presoji in zavedanju lastnega znanja ter doseganja učnih namenov; z njim opredeljujemo pomembne vidike znanja, razumevanja, spretnosti, veščin.

9 **Reprezentacija:** predstavitev matematičnega pojma npr. s konkretnimi pripomočki, grafičnim materialom, simboli, preglednicami, računalniškimi simulacijami itd.

Matematični pojmi so večinoma abstraktni, zato si pri njihovih predstavah pomagamo z reprezentacijami in tako približamo (naredimo vidne) njihove lastnosti in zakonitosti. Mlajši otroci/učenci prve pojme spoznavajo skozi aktivnosti s fizičnimi predmeti ali modeli (npr. geometrijski liki: trikotnik, krog, pravokotnik, kvadrat itd.) in protiprimeri (npr. kaj ni geometrijski lik), ki jih poimenujejo, opisujejo, primerjajo in spoznavajo njihove skupne značilnosti in razlike (spoznavajo njihove lastnosti), jih razvrščajo, urejajo po različnih kriterijih itd. Na pojmovno shemo/mrežo v času šolanja pripenjajo nova spoznanja in tako poglabljajo poznavanje pojma ter gradijo vse natančnejšo (strokovno, znanstveno) strukturo pojma.

1.4 PREPOZNA, RAZUME IN UPORABLJA MATEMATIČNE POJME V RAZLIČNIH OKOLIŠČINAH

PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
c) ponazori matematični pojem z **izbrano reprezentacijo**	b) uporablja **različne reprezentacije** matematičnih pojmov ter prehaja med njimi	b) uporablja **smiselne reprezentacije** matematičnih pojmov ter prehaja med njimi	b) uporablja **smiselne reprezentacije** matematičnih pojmov ter prehaja med njimi	b) uporablja **smiselne reprezentacije** matematičnih pojmov ter prehaja med njimi

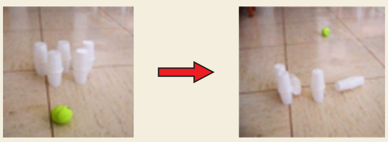
Uporaba reprezentacij se z leti šolanja spreminja od konkretnih do grafičnih in abstraktnih reprezentacij ter simulacij. Pomembno je, da otrok/učenec/dijak spoznava raznolikost ravni reprezentacij in zna pojem predstaviti na različne načine ob upoštevanju matematičnega konteksta (okoliščin).

Tatjana Hodnik Čatež (2014b, str. 35) pravi, da je »v procesu prehajanja med reprezentacijami, konkretna reprezentacija ›baza‹, abstraktna reprezentacija pa cilj«.

S prehajanjem med reprezentacijami učenec/dijak izgrajuje pojem (ga skuša razumeti), je pa tudi pomoč pri reševanju problemov iz realnega sveta (matematizaciji) in pri posploševanju.

Primera dejavnosti prikazujeta predstavitev pojma odštevanja in seštevanja na različnih ravneh, ki je primerna za učence 1. razreda, ko spoznavajo pojma seštevanje in odštevanje (kot računski operaciji).

1. Konkretna raven



Slika 15: Kegljí

2. Grafična/slikovna raven

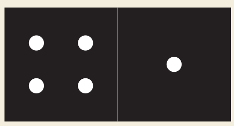
3. Matematično simbolna raven

$\boxed{5}$ $\boxed{-}$ $\boxed{2}$

1. Konkretna raven

Slika 16: Avtomobilčki

2. Grafična/slikovna raven



3. Matematično simbolna raven

4 + 1

1.4 PREPOZNA, RAZUME IN UPORABLJA MATEMATIČNE POJME V RAZLIČNIH OKOLIŠČINAH				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
d) poišče **skupne lastnosti in razlike** konkretnih in grafičnih reprezentacij matematičnega pojma	c) poišče **skupne lastnosti in razlike** med posameznimi reprezentacijami izbranega matematičnega pojma	c) s primeri potrjuje oziroma zavrača trditve o **lastnostih matematičnih pojmov** e) matematične pojme razlikuje glede na njihove **lastnosti in odnose med njimi**	c) s primeri potrjuje oziroma zavrača trditve o **lastnostih matematičnih pojmov** e) matematične pojme razlikuje glede na njihove **lastnosti**, prepoznava **sorodne pojme in odnose** med njimi	c) s primeri oziroma protiprimeri potrjuje ali zavrača trditve o **lastnostih matematičnih pojmov** e) matematične pojme razlikuje glede na njihove **lastnosti**, prepoznava **sorodne pojme in odnose** med njimi

Pri ustreznem prehajanju med reprezentacijami mora učenec zaznati strukturo posamezne reprezentacije in ustvariti relacije med reprezentacijami. Za vzpostavitev relacije med reprezentacijami sta dva ključna kriterija (Hodnik Čadež, 2014a):

- reprezentacije izbranega pojma morajo temeljiti na »strukturni podobnosti«,
- zagotoviti moramo ustrezen (postopen) proces vzpostavljanja povezav med temi reprezentacijami, kar pomeni postopno zmanjševanje »konkretnega«.

Primer spodnje naloge predstavlja izgradnjo fizičnega modela piramide kot dokaz za razumevanje pojma. Uporabna je v 3. vzgojno-izobraževalnem obdobju ali srednji šoli

Izdelaj dva različna modela pravilne tristrane prizme s prostornino (približkom prostornine) 250 cm^3 in se prepričaj o ustreznosti modela. Modele primerjajte med seboj.

Magajna (2002) pravi, da modeli niso namenjeni le demonstraciji dejstev, ampak tudi eksperimentiranju, raziskovanju, samostojnemu odkrivanju. Učenci modelov ne le opazujejo, ampak jih »obravnavajo«, »preračunavajo« ali celo izdelujejo. Raziskovanje je v tem kontekstu mišljeno kot ustvarjalno delo oz. dejavnost, s katero želimo razširiti in izboljšati znanje; z njim ugotavljamo ali potrjujemo dejstva, ugotavljamo in preverjamo rezultate preteklega dela, rešujemo nove ali obstoječe probleme, razvijamo nove teorije itd.

1.4 PREPOZNA, RAZUME IN UPORABLJA MATEMATIČNE POJME V RAZLIČNIH OKOLIŠČINAH				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
	d) predstavlja si **veličine in količine**	d) predstavlja si **veličine in količine**	d) predstavlja si **veličine in količine**	d) predstavlja si **veličine in količine**

Otroci/učenci/dijaki si z reprezentacijami razvijajo tudi predstave (notranje slike) o posameznih pojmih. Predstave lahko izrazijo oziroma povežejo s primeri iz realnega sveta, npr. milijon je lahko število prebivalcev, zadetek na loteriji.

S količinami izrazimo elemente številskih množic (npr. 5 – 8, 106, ¾ ...). Veličina je dolžina, masa, čas, temperatura ... Vrednost veličine podajamo kot številčne vrednosti s pripadajočo enoto (npr. 3 m, 2 kg, 10 min, 15 °C...).

1.4 PREPOZNA, RAZUME IN UPORABLJA MATEMATIČNE POJME V RAZLIČNIH OKOLIŠČINAH				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
		f) različne (podobne) **situacije interpretira** z uporabo matematičnih pojmov	f) različne (tudi nove) **situacije interpretira** z uporabo matematičnih pojmov	f) različne (tudi nove) **situacije interpretira** z uporabo matematičnih pojmov

Z zgornjim opisnikom nadgrajujemo 1.2 podgradnik: pozna in uporablja strokovno terminologijo in simboliko ter razumevanje in uporabo matematičnih pojmov.

1.5 podgradnik: pozna in v različnih okoliščinah uporablja ustrezne postopke in orodja

1.5 POZNA IN V RAZLIČNIH OKOLIŠČINAH UPORABLJA USTREZNE POSTOPKE IN ORODJA				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
a) uporablja uspešne **postopke** pri igri in reševanju preprostih matematičnih nalog b) spoznava in raziskuje[10] različne matematične situacije tako, da opazuje, prireja, primerja, razvršča, ureja, prešteva elemente	a) spoznava in raziskuje različne matematične situacije tako, da opazuje, prireja, primerja, razvršča in ureja elemente b) rešuje matematične naloge in probleme tako, da šteje, meri, zbira in prikazuje podatke, riše, ustrezno izraža velikčine in količine, izvaja računske postopke z upoštevanjem lastnosti računskih operacij	a) pozna in uporablja različne matematične **postopke** pri raziskovanju matematičnih situacij in reševanju nalog b) izbere ustrezne **postopke**, ki vodijo do rešitve	a) pozna in uporablja različne matematične **postopke** pri raziskovanju neznanih situacij in reševanju nalog b) izbere ustrezne **postopke**, ki vodijo do rešitve	a) pozna in uporablja različne matematične **postopke** pri raziskovanju neznanih situacij in reševanju nalog b) izbere ustrezne **postopke**, ki vodijo do rešitve

Postopke[11] smiselno vključujemo v vse vsebinske sklope, saj predstavljajo miselne in manipulativne dejavnosti, s katerimi otroci/učenci/dijaki odkrivajo nova vsebinska znanja, pridobivajo spretnosti in veščine ter odkrivajo zakonitosti znanstvenega dela. Ločimo spoznavne in matematične postopke. Med spoznavne postopke uvrščamo opazovanje, primerjanje, prirejanje, urejanje, razvrščanje, raziskovanje, ravnanje s podatki, sklepanje, sporočanje (Učni načrt za SPO, 2011). Matematični postopki so bolj specifični in se nanašajo na štetje, merjenje, prikazovanje podatkov, načrtovanje, računanje (računske operacije), preiskovanje, reševanje problemov itd.

10 **Raziskovanje** (opredelitev v opisniku gradnika): v tem kontekstu je mišljeno kot ustvarjalno delo oz. dejavnost, s katero želimo razširiti in izboljšati znanje; z njim ugotavljamo ali potrjujemo dejstva, ugotavljamo in preverjamo rezultate preteklega dela, rešujemo nove ali obstoječe probleme, razvijamo nove teorije itd.

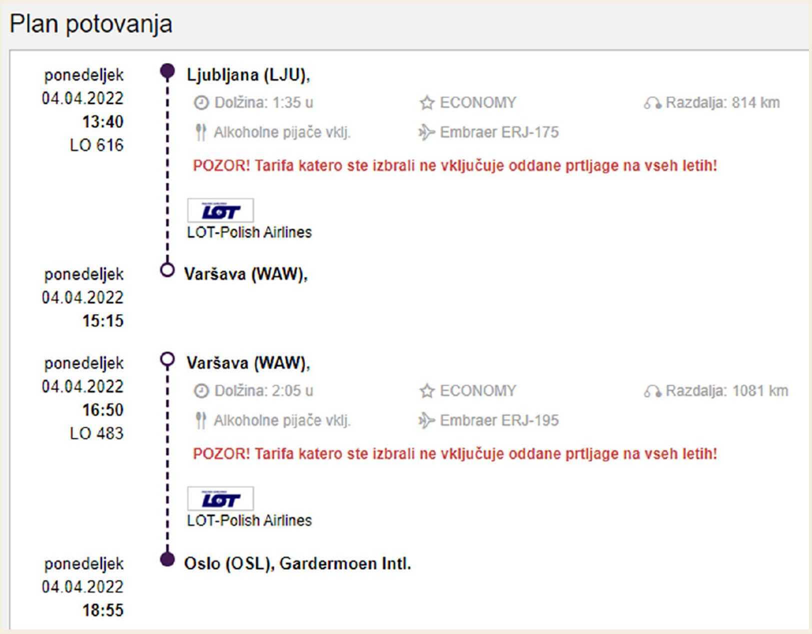
11 **Postopek** (SSKJ): oblika načrtnega, premišljenega dela, delovanja, ravnanja ali mišljenja za dosego kakega cilja.

Slika 17: Razvrščanje in štetje otrok v vrtcu (Foto: Fanika Fras Berro)

1.5 POZNA IN V RAZLIČNIH OKOLIŠČINAH UPORABLJA USTREZNE POSTOPKE IN ORODJA				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
	c) pri reševanju uporablja **lastne postopke**	c) pri reševanju uporablja **lastne postopke**	c) pri reševanju uporablja **lastne postopke**	c) pri reševanju uporablja **lastne postopke**

Ko bodo otroci/učenci/dijaki dobro spoznali spoznavne in matematične postopke in jih spretno uporabljali, moramo načrtovati situacije, ki bodo zahtevale njihovo uporabo tako pri spoznavanju kot reševanju matematičnih izzivov. Otroci/učenci/dijaki bodo na tak način tudi pripravljeni za iskanje lastnih poti reševanja (ne zgolj pravilnih rezultatov naloge).

Primer dejavnosti z uporabo lastnih postopkov prikazuje slika (slika 18), ko si morajo učenci sami npr. izračunati čas potovanja in čas letenja, na potovanju iz Ljubljane v Oslo (https://www.letalske.si/iskanje-leta/).



Slika 18: Izpisan predlog potovanja

1.5 POZNA IN V RAZLIČNIH OKOLIŠČINAH UPORABLJA USTREZNE POSTOPKE IN ORODJA				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
	d) preveri **pravilnost rezultatov** izvedenih postopkov	d) preveri **pravilnost rezultatov** izvedenih postopkov	d) preveri **pravilnost rezultatov** izvedenih postopkov	d) preveri **pravilnost rezultatov** izvedenih postopkov

Pri pouku namenimo čas tudi soočenju raznolikih poti pri reševanju posameznih nalog. Otrokom/učencem/dijakom omogočimo, da predstavijo svoj način razmišljanja pri reševanju matematičnih izzivov (1.2 podgradnik), uporabo raznolikih postopkov, pravilnost izpeljave postopkov ter preverjanje pravilnosti delnih in končnih rešitev izziva. S tem bomo otrokom/učencem/dijakom pokazali, kako se je treba lotiti reševanja nalog, s čim si lahko pri reševanju pomagamo, kako sproti preverjamo svoje razmišljanje in izpeljavo postopka (1.6 podgradnik).

1.5 POZNA IN V RAZLIČNIH OKOLIŠČINAH UPORABLJA USTREZNE POSTOPKE IN ORODJA				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
	e) uporablja različne **pripomočke in instrumente**	e) izbere in uporablja ustrezna **orodja** za reševanje, izražanje in sporočanje	e) izbere in uporablja ustrezna **orodja** za reševanje, izražanje in sporočanje	e) izbere in uporablja ustrezna **orodja** za reševanje, izražanje in sporočanje

Učenci razredne stopnje spoznajo in se urijo v uporabi različnih geometrijskih orodij, kot so ravnilce, šablona, šestilo, geotrikotnik, in merilnih instrumentov, kot so metrski trak, tehtnica, ura, posode za merjenje tekočin itd., pozneje tudi spoznajo različna računalniška orodja. Učenci predmetne stopnje in dijaki osnovno rokovanje z orodjem in napravami nadgradijo ter z lastno izbiro orodij, ki so po njihovem mnenju najprimernejša (ali jih najbolje obvladajo), rešujejo kompleksne in zahtevnejše naloge.

1.6 podgradnik: napoveduje in presoja rezultate, utemeljuje trditve, postopke in odločitve

1.6 NAPOVEDUJE IN PRESOJA REZULTATE, UTEMELJUJE TRDITVE, POSTOPKE IN ODLOČITVE				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
a) presoja o **potrebnih podatkih**	a) presoja o **potrebnih in zadostnih podatkih** v matematični situaciji oziroma nalogi	a) presoja o **potrebnih in zadostnih podatkih** v matematični situaciji oziroma nalogi	a) presoja o **potrebnih in zadostnih podatkih** v matematični situaciji oziroma nalogi	a) presoja o **potrebnih in zadostnih podatkih** v matematični situaciji oziroma nalogi

Pri soočanju otrok/učencev/dijakov z izzivi pogosto naletimo na situacijo, ko nimamo na razpolago dovolj podatkov ali jih sploh nimamo in jih moramo pridobiti.

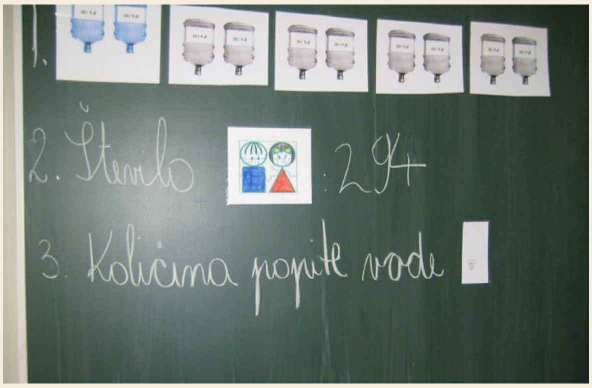
Kot primer predstavljamo nalogo, pri kateri si morajo učenci za rešitev naloge samostojno pridobiti potrebne podatke. V praksi je bila naloga izvedena v 5. razredu.

V našem kraju se srečujemo s problemom neoporečne pitne vode iz vaških vodovodov. Učenci so v šolo začeli prinašati plastenke z vodo. Plastenke so nosili v torbah in jih pri pouku postavljali kar na šolsko mizo. Prazne plastenke pa so polnile koše. Vodstvo šole se je zato odločilo, da bo namestilo avtomat za vodo. Za šolo so naročili le 10 plastenk, saj ni primernega prostora za shranjevanje večje količine plastenk.

Za koliko dni bo zadostovala nabavljena zaloga vode, če vsak učenec na dan popije 2 dl vode?

Izpis podatkov, potrebnih za rešitev naloge:

1. nabavljena količina vode: 10 plastenk po 18 l 9 dl
2. število učencev na naši šoli: 294
3. količina popite vode enega učenca na dan: 2 dl



Slika 19: Primer tabelske slike. (Metka Flisar, OŠ Tišina, 2011)

1.6 NAPOVEDUJE IN PRESOJA REZULTATE, UTEMELJUJE TRDITVE, POSTOPKE IN ODLOČITVE				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
b) na podlagi lastnih izkušenj **napove**, kaj se bo zgodilo	b) na podlagi lastnih izkušenj **napoveduje** rešitve	b) na podlagi matematičnega znanja, lastnih izkušenj **napoveduje** rešitve	b) na podlagi matematičnega znanja, lastnih izkušenj in pridobljenih podatkov **napoveduje** rešitve	b) na podlagi matematičnega znanja, lastnih izkušenj in pridobljenih podatkov **napoveduje** rešitve

Pri kritičnem mišljenju gre za nenehno prepletanje višjih miselnih procesov in veščin. Dejavnosti za učence načrtujemo tako, da skrbno domislimo miselne izzive (problemsko situacijo), ki vključujejo višje miselne procese in učencem omogočajo samostojno odkrivanje oz. raziskovanje, to pa vključuje spraševanje, sistematično opazovanje, prepoznavanje in opredeljevanje problemov, postavljanje raziskovalnih vprašanj, postavljanje hipotez, razlikovanje dejstev od mnenj, sklepanje (induktivno, deduktivno, analogno), vrednotenje v skladu s kriteriji, odločanje, primerjanje, razvrščanje, interpretiranje, argumentiranje, napovedovanje, zavzemanje različnih perspektiv, oblikovanje ciljev in načrtovanje poti do njih, refleksijo o lastnem razmišljanju, doživljanju in ravnanju (Rupnik Vec idr., 2022).

Napovedovanje je postopek, ko na podlagi danih podatkov, dejstev in predznanja ter izkušenj sklepamo o možnih rešitvah, podamo oceno dane situacije in jo osvetlimo z različnih zornih kotov. Pri tem so nam lahko v pomoč naše zmožnosti kreativnega razmišljanja.

1.6 NAPOVEDUJE IN PRESOJA REZULTATE, UTEMELJUJE TRDITVE, POSTOPKE IN ODLOČITVE

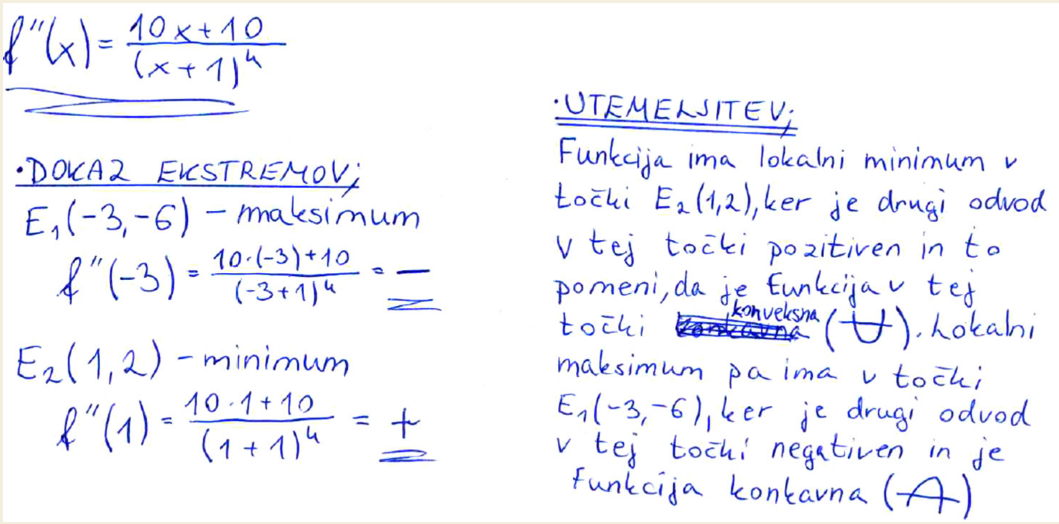
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
c) **preverja** pravilnost **rešitev**, prepozna napačne rešitve in jih popravi	c) **presoja o** ustreznosti izpeljave postopkov pri **reševanju nalog** d) **preverja** pravilnost **rešitev**, prepozna napačne rešitve in jih popravi	c) **presoja o** ustreznosti izbire in izpeljave postopkov pri **reševanju nalog** d) **vrednoti** dobljene **rešitve** ter predlaga popravke in izboljšave e) **poišče** primer za svojo **trditev**	c) **presoja** o ustreznosti izbire in izpeljave postopkov pri **reševanju nalog** d) **vrednoti** dobljene **rešitve**, presoja o njihovi ustreznosti ter predlaga popravke in izboljšave e) **oblikuje** lastne matematične **trditve**, jih preveri in utemelji	c) **presoja** o ustreznosti izbire in izpeljave postopkov pri **reševanju nalog** d) **vrednoti** dobljene **rešitve** in presoja o njihovi smiselnosti, ustreznosti oziroma pravilnosti, neustrezne rešitve popravi ter predlaga izboljšave e) **oblikuje** matematične **trditve** in hipoteze ter jih preveri (dokaže oz. ovrže) f) matematične **trditve utemeljuje** z ustrezno ravnijo strogosti

Tudi v nadaljevanju se naslanjamo na veščine kritičnega mišljenja, ki jih učenci lahko razvijajo pri pouku matematike. Poudariti velja še utemeljevanje in postavljanje hipotez.

Utemeljevanje predstavlja naš pogled, sodbo ali stališče (argument), ki ga poskušamo utemeljiti z dokazom ali s pojasnjevanjem. Pri matematiki najpogosteje utemeljujemo z matematičnimi dokazi in izpeljavo matematičnih postopkov.

Primer naloge zahteva matematično utemeljen odgovor.

Racionalna funkcija f ima predpis $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$. Zapišite točki $E_1(x_1,\ y_1)$ in $E_2(x_2, y_2)$, ki sta lokalna ekstrema funkcije f. V kateri točki ima funkcija lokalni minimum in v kateri lokalni maksimum? Odgovor utemeljite.



$f''(x) = \frac{10x+10}{(x+1)^4}$

•DOKAZ EKSTREMOV:

$E_1(-3,-6)$ – maksimum

$f''(-3) = \frac{10\cdot(-3)+10}{(-3+1)^4} = -$

$E_2(1,2)$ – minimum

$f''(1) = \frac{10\cdot 1+10}{(1+1)^4} = +$

•UTEMELJITEV:

Funkcija ima lokalni minimum v točki $E_2(1,2)$, ker je drugi odvod v tej točki pozitiven in to pomeni, da je funkcija v tej točki ~~konkavna~~ konveksna (∪). Lokalni maksimum pa ima v točki $E_1(-3,-6)$, ker je drugi odvod v tej točki negativen in je funkcija konkavna (∩)

Slika 20: Reševanje naloge z utemeljitvijo odgovora (Splošna matura, spomladanski rok 2017)

1.7 podgradnik: uporablja različne strategije pri reševanju matematičnih problemov

Barica Marentič Požarnik (2012, str. 167) opredeljuje strategijo kot zaporedje ali kombinacijo »v cilj usmerjenih učnih aktivnosti, ki jih posameznik uporablja na svojo pobudo in spreminja glede na zahteve situacije«. Deli jih na mentalne oz. kognitivne in materialne.

Sonja Pečjak in Ana Gradišar (2002, str. 48) povzemata skupino avtorjev, ki pravijo, »da je učna strategija urejen sistem miselnih operacij z višjimi in nižjimi miselnimi procesi, ki imajo za posledico rešitev naloge«. Ključni element v tem procesu je zavestno obvladovanje miselnih operacij.

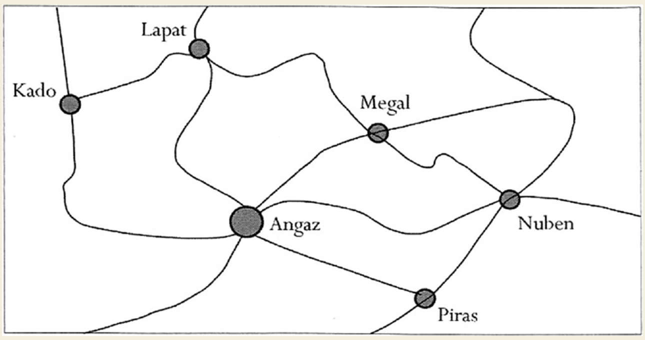
Naloga današnje šole naj bi bila, da poleg posredovanja dejstev, bistvenih podatkov, pojmov in zakonitosti učence usposobi, da bodo znali samostojno pridobivati znanje s pomočjo strategij iskanja, izbiranja, organiziranja in ovrednotenja informacij, pomembnih za razumevanje in reševanje problemov (Marentič Požarnik, 2012).

1.7 UPORABLJA RAZLIČNE STRATEGIJE PRI REŠEVANJU MATEMATIČNIH PROBLEMOV				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
a) pri reševanju izzivov uporablja **znane strategije** (npr. poskusi in napake, iskanje vsiljivca, klasifikacija), primerne razvojni stopnji	a) pri reševanju (rutinskih) matematičnih problemov uporablja **znane strategije**, primerne razvojni stopnji	a) pri reševanju matematičnih problemov uporablja **znane strategije**, primerne razvojni stopnji	a) pri reševanju matematičnih problemov uporablja **različne strategije** (npr. poskusi in napake, sistematično preizkušanje, posebni primeri)	a) pri reševanju matematičnih problemov uporablja **smiselne strategije** (npr. poskusi in napake, obrnjeno razmišljanje, sistematično preizkušanje, posebni

Primer spodnje naloge predstavlja možnost, da učenci izberejo ustrezne postopke reševanja, npr. s sistematičnim zapisovanjem vseh možnih poti in razdalj pridemo do najkrajše poti. Naloga je z določenimi prilagoditvami primerna za učence 2. vzgojno-izobraževalnega obdobja in vse do srednje šole. Gre za primer naloge reševanja po lastni poti in z različnimi strategijami (PISA 2006, str. 27, 28).

Oblikuj počitniški potovalni načrt.

Slika 21 je zemljevid območja, slika 22 pa tabela z razdaljami med mesti.



Slika 21: Zemljevid cest, ki povezujejo mesta

Angaz						
Kado	550					
Lapat	500	300				
Megal	300	850	550			
Nuben	500		1000	450		
Piras	300	850	800	600	250	
	Angaz	Kado	Lapat	Megal	Nuben	Piras

Slika 22: Dolžina najkrajših cestnih povezav med mesti, izražena v kilometrih

Reši naloge

1. Izračunaj dolžino najkrajše ceste med Nubenom in Kadom.

2. Sonja živi v Angazu. Obiskati hoče Kado in Lapat. Vsak dan lahko prepotuje največ 300 km, na poti pa se lahko večkrat ustavi in ponoči tabori kjerkoli med dvema mestoma.

   Sonja bo v vsakem mestu ostala dve noči, da si ju bo lahko ves dan ogledovala.

   Sestavi Sonjin potovalni načrt in zapiši, kje bo preživela posamezne noči.

Magajna v svojem prispevku (2003) opozarja, da so »miselne strategije pogosto predstavljene oziroma razumljene preveč poenostavljeno – kot navodila za delo in ne kot napotki za razmišljanje. Pri miselnih strategijah namreč ne gre za korake, ki jih je potrebno pri reševanju izvršiti v danem zaporedju, temveč za premisleke, ki jih je dobro med reševanjem razdelati, se k njim vračati, jih spreminjati in dodelati.«

»Izzivi« so izhodišča za matematične aktivnosti (Kmetič, 1996), ki omogočajo raziskovanje na otroku/učencu/dijaku lasten način, v neobičajnih in kreativnih situacijah. Omogočajo uporabo in utrjevanje matematičnega znanja, veščin in strategij. Vprašanja in navodila za izziv naj bodo splošna, z njimi pogosto zastavljamo probleme odprtega tipa. Izzive lahko uporabljamo v vseh razredih:

- kot vpeljavo novega pojma ali pravila (učenci bodo samostojno pridobivali novo znanje),
- kot utrjevanje in poglabljanje,
- za razvijanje procesnih ciljev, ki so del matematičnega mišljenja,
- kot popestritev ur matematike ali kot dejavnost v projektnih dnevih,
- kot vir novih lastnih idej.

Pomembno je, da se učenci učijo »učiti se« matematiko. Mlajšim učencem lahko izziv predstavimo v obliki zgodbe (Kmetič, 1996).

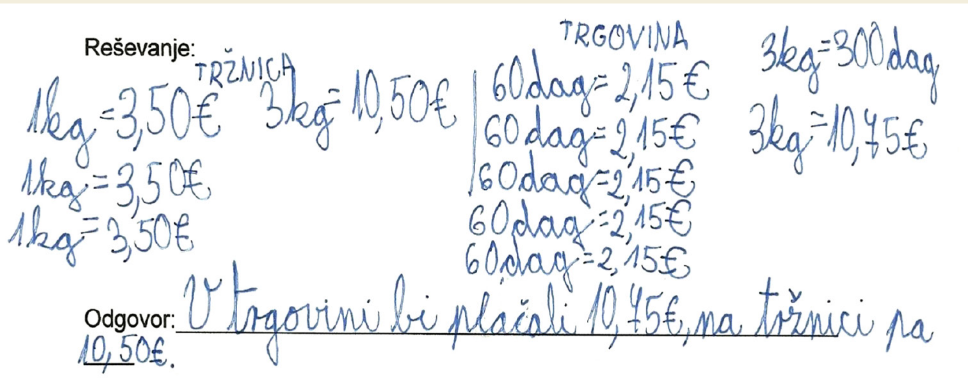
Pri raziskovalnem delu pri pouku matematike je učiteljeva naloga, da opazuje oziroma posluša otroke/učence/dijake, jih usmerja pri reševanju z vprašanji, jim pomaga analizirati opravljeno delo (ozaveščanje miselnih procesov), vodi presojo njihovega dela, ponudi možne opore za izpeljavo postopkov ali procesov, pri tem pa ne usmerja dela z matematičnimi dejstvi. Učenci/dijaki naj samostojno odločajo o reševanju problema, o uporabi metod in strategij.

Matematični problemi so naloge, v katerih učenci ne poznajo vnaprej poti do rešitve in jo morajo samostojno načrtovati (Učni načrt za matematiko, 2011, str. 20). Zavedati pa se moramo, da je odnos med nalogo in problemom subjektivne narave. To pomeni, da je lahko za enega učenca/dijaka predstavljen problem zgolj rutinski problem oziroma naloga, katere pot je že večkrat »prehodil« oziroma reševal, za drugega učenca/dijaka pa je lahko nerešljiva situacija.

Za učenca 4. razreda predstavlja spodnji primer naloge (slika 23) problem, katerega poti reševanja ne pozna. Pomembno je, da izbere zanj primerno strategijo, razmišlja o povezanosti podatkov in izpelje postopke, ki jih obvlada (v našem primeru s premislekom in sklepanjem). Ob tem moramo povedati, da znak »je enako« uporablja v smislu »stane npr. 3,50 €«, kar mu pomaga pri razmišljanju, in ne kot relacijski simbol.

V trgovini stane zavoj s 60 dag jagod 2,15 €, na tržnici pa zavoj za 1 kg jagod 3,50 €.

Koliko bi plačali za 3 kg jagod, kupljenih v trgovini, in koliko za 3 kg jagod, kupljenih na tržnici?



Slika 23: Primer reševanja matematičnega problema učenke 4. razreda

1.7 UPORABLJA RAZLIČNE STRATEGIJE PRI REŠEVANJU MATEMATIČNIH PROBLEMOV				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
b) pri reševanju **izzivov** uporablja procesna znanja, pri tem poišče različne poti do rešitev in več rešitev problema	b) pri reševanju (rutinskih) **raznovrstnih matematičnih problemov** (zaprti, odprti, s preveč podatki, premalo podatki, nekonsistentnimi podatki, z več rešitvami, brez rešitev, nesmiselno rešitvijo) uporablja **procesna znanja**	b) pri reševanju **raznovrstnih matematičnih problemov** (zaprti, odprti, s preveč podatki, premalo podatki, nekonsistentnimi podatki, z več rešitvami, brez rešitev, nesmiselno rešitvijo) uporablja **procesna znanja**	b) pri reševanju **raznovrstnih matematičnih problemov** (zaprti, odprti, s preveč podatki, premalo podatki, nekonsistentnimi podatki, z več rešitvami, brez rešitev, nesmiselno rešitvijo), **preiskovanju[12] in odkrivanju[13]** uporablja **procesna znanja**	b) pri reševanju **raznovrstnih matematičnih problemov** (zaprti, odprti, s preveč podatki, premalo podatki, nekonsistentnimi podatki, z več rešitvami, brez rešitev, nesmiselno rešitvijo), **preiskovanju in odkrivanju** uporablja **procesna znanja** (npr. induktivno sklepanje, posploševanje, deduktivno sklepanje)

Mara Cotič je že leta 1999 v publikaciji Matematični problemi v osnovni šoli (1–5) opredelila vrste matematičnih problemov (z zaprto potjo in zaprtim ciljem, z odprto potjo in zaprtim ciljem, odprto potjo in odprtim ciljem) ter njihovo razširitev s problemi, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev, ki imajo več podatkov, kot je potrebnih za rešitev, v katerih so si podatki nasprotujoči, ki jih rešimo na različne načine ali imajo več rešitev. S temi raznovrstnimi problemi naj bi se srečali učenci že v 1. vzgojno-izobraževalnem obdobju in si pridobili dovolj izkušenj ter preko aktivnosti reševanja usvajali procesna znanja. Amalija Žakelj (2003, str. 36) je naštela naslednja procesna znanja: ustvarjalno in abstraktno mišljenje, presojanje in sklepanje, kritično preverjanje in samostojno odkrivanje določenih pravil, opazovanje, iskanje strategij reševanja problema, iskanje lastnosti in pravil, postavljanje hipotez, ugibanje, napovedovanje, preizkušanje, postavljanje vprašanj, analiziranje in povezovanje podatkov, zbiranje in beleženje podatkov, sortiranje in urejanje podatkov, utemeljevanje, preverjanje rezultatov, prikazovanje podatkov, posploševanje itd.

12 **Preiskovanje** (opredelitev v opisniku gradnika): osnovnošolska in srednješolska obravnava problemskih situacij z nejasnimi cilji (preiskujemo naloge oz. izzive, v katerih ni določeno, kaj natančno moramo ugotoviti in kako naj pridemo do rešitev).

13 **(Učenje z) odkrivanjem** (opredelitev v opisniku gradnika): bolj ali manj samostojen pristop k reševanju in raziskovanju problema, pri katerem učitelj vzdržuje interes učencev za reševanje, jim nudi ustrezno podporo in jih usmerja.

1.7 UPORABLJA RAZLIČNE STRATEGIJE PRI REŠEVANJU MATEMATIČNIH PROBLEMOV				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
c) na osnovi danih izzivov **oblikuje različna vprašanja**	c) na osnovi danih matematičnih situacij **oblikuje različna vprašanja** in podobne naloge	c) na osnovi danih matematičnih situacij ali problemov **oblikuje različna vprašanja** in podobne probleme	c) na osnovi danih matematičnih situacij ali problemov **oblikuje različna vprašanja** in podobne probleme	c) na osnovi danih matematičnih situacij ali problemov **oblikuje različna vprašanja** in nove probleme

Kot pomembno procesno znanje, ki nam »da misliti«, ali so otroci/učenci/dijaki zaznali problem v dani situaciji oziroma razumejo matematično problemsko nalogo, je postavljanje vprašanj. V situaciji, ko smo predstavili učencem 2. razreda vozni red šolskega avtobusa in jih spodbudili k zastavljanju vprašanj, so nam med drugim povedali tudi vprašanja, ki so nakazovala razumevanje situacije in na katere smo poiskali iz danih podatkov tudi ustrezne odgovore. Spodnja naloga prikazuje primer zastavljanja vprašanj učencev 2. razreda ob življenjski situaciji (Smiljana Žalik, OŠ Turnišče, 2014).

Učenci 2. razreda so v situaciji povedali naslednja vprašanja:

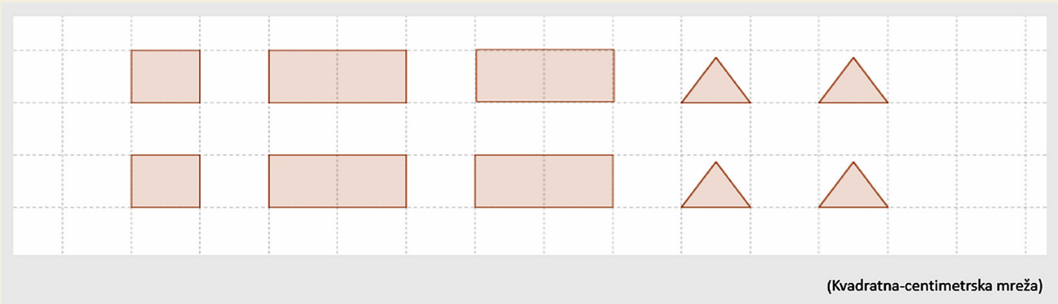
ODHOD AVTOBUSA IZPRED ŠOLE			
1. ODHOD	2. ODHOD	3. ODHOD	SMER
12.40	13.30	15.25	Renkovci
12.55	13.45	15.25	Nedelica
12.55	13.45	15.25	Gomilica

- Kdaj pelje prvi avtobus za Renkovce?
- Kdaj je drugi odhod za Gomilico?
- Kolikokrat pelje avtobus izpred šole?
- Koliko je odhodov?
- Kam pelje avtobus ob 12.40?
- Ob kateri uri pelje zadnji avtobus?
- Kdaj vse se lahko pelješ v Renkovce?

Naše problemsko vprašanje pa je bilo: Koliko časa čakajo učenci vozači na odhod avtobusa izpred šole v kraj bivanja, če imajo pet ur pouka?

Naslednji primer matematične situacije je zastavljen v matematičnem kontekstu, pri čemer zahteva od učencev poznavanje matematičnih dejstev in zakonitosti. Primer naloge je uporaben za učence 2. in 3. vzgojno-izobraževalnega obdobja ter srednje šole (Suban in Kmetič, 2015)

Na voljo imaš skladne kvadrate, pravokotnike in enakostranične trikotnike, kot je prikazano na sliki 24. Kaj lahko vprašaš?



Slika 24: Skladni geometrijski liki

Vprašanja si lahko zastavimo glede na raven matematičnega znanja in vsebino, ki jo obravnavamo. Na enem od strokovnih srečanj v projektu smo si v delavnici zastavili vprašanje: Koliko različnih mrež geometrijskih teles lahko sestavimo iz danih likov?

Nekatera vprašanja učence usmerjajo k poglobljenemu razmišljanju (npr. zakaj, kako, vprašanja za razmišljanje o rezultatih ali o rešitvah).

Matematični problemi so lahko za učenca rešljivi ali nerešljivi, smiselni ali nesmiselni, zamudni, lepi, zanimivi ali nezanimivi. Učenec je uspešen raziskovalec, če si zna vprašanje zastaviti sam ali razširiti problem ter presoditi, ali je to smiselno, ali je možno nadaljevati po istem postopku, ali bo rezultat pravilen, smiseln, natančen.

1.7 UPORABLJA RAZLIČNE STRATEGIJE PRI REŠEVANJU MATEMATIČNIH PROBLEMOV

PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
d) *reševanje izzivov **doživlja kot kreativno dejavnost***	d) **presoja** o ustreznosti izpeljave **strategij** pri reševanju problemov e) *reševanje matematičnih problemov **doživlja kot izziv in kreativno dejavnost***	d) **presoja** o ustreznosti izbire **strategij** pri reševanju problemov e) *reševanje matematičnih problemov **doživlja kot izziv in kreativno dejavnost***	d) **presoja** o ustreznosti izbire **strategij** pri reševanju problemov e) *reševanje matematičnih problemov **doživlja kot izziv in kreativno dejavnost***	d) **presoja** o ustreznosti izbire **strategij** pri reševanju problemov e) *reševanje matematičnih problemov **doživlja kot izziv in kreativno dejavnost***

Učenec doživlja reševanje matematičnih problemov kot izziv, kadar je motiviran (notranje ali spodbujen od zunaj), zanj problem predstavlja znano situacijo, ki jo je tudi sam doživel, je že reševal podobne situacije in ima ideje za njeno reševanje, se čuti kompetentnega za samostojno raziskovanje in reševanje, saj obvlada osnovne strategije in procesna znanja, ima »rad« matematiko kot znanstveno vedo itd.

2. gradnik matematične pismenosti

Reševanje problemov v raznolikih kontekstih (osebni, družbeni, strokovni, znanstveni), ki omogočajo matematično obravnavo.

V 2. gradniku rešujemo realne probleme, ki izhajajo iz osebnega, družbenega, poklicnega in znanstvenega konteksta.

Problemi, ki izhajajo iz osebnega konteksta, so osredinjeni na dejavnosti posameznika, njegove družine ali vrstnikov. To so konteksti, ki vključujejo pripravljanje hrane, nakupovanje, igro, osebno zdravje, osebni prevoz, šport, potovanje, osebno razporeditev časa in osebne finance. Problemi z družbenim kontekstom izhajajo iz učenčeve skupnosti (razred, šola, družina, nogometni klub itd.). Navezujejo se lahko na volitve, javni prevoz, migracije, oglaševanje, gospodarstvo, prireditve, zbiranje (npr. odpadkov), športna tekmovanja itd. Poklicni kontekst zajemajo problemi, ki so osredinjeni na svet dela. Povezujejo se z merjenjem, ceno in naročanjem materiala, izdajanjem računov, sestavljanjem urnika/jedilnika/inventarja, oblikovanjem/arhitekturo in z delom povezanimi odločitvami. Znanstveni kontekst je za učence in dijake pravi izziv, saj so problemi povezani z uporabo matematike v svetu narave ter vprašanji in temami, ki so povezani z znanostjo in tehnologijo. Vključujejo lahko vreme, podnebje, ekologijo, medicino, znanost o vesolju, genetiko, meritve in svet matematike (Šterman Ivančič, 2013).

Učitelj pri reševanju matematičnih problemov lahko nastopi »kot model – zgled reševanja«, ko sistematično in nazorno učencem predstavlja svoje razmišljanje ob reševanju z natančnimi opisi, slikami/skicami, kar je primerno na začetku šolanja ali ob zahtevnih strategijah. Spet drugič lahko učence vodi pri reševanju problemov in pri tem usmerja razmišljanja učencev s posebnimi (produktivnimi) vprašanji. V procesu reševanja sledi razmišljanju učencev, preveri njihovo razumevanje problema, nato spodbuja poskuse, da učenci uvidijo problem z različnih zornih kotov, jim pomaga pri pridobivanju potrebnih podatkov, jim pomaga razvijati sistematični način preverjanja, jim svetuje uporabo različnih strategij, vendar pusti učence, da »sami razmišljajo – rešitev jim ne servira«.

2.1 podgradnik: obravnava raznolike življenjske probleme (problemi, ki ne zahtevajo matematičnega modeliranja)

Pri obravnavi raznolikih življenjskih problemov gre za kompleksno dejavnost, ko mora otrok/učenec/dijak izkazati matematično znanje, smiselno rabo postopkov in strategij, ki so zajeta/opredeljena v 1. gradniku, v novi situaciji, ki zanj predstavlja problem. Pristop k reševanju problema razumemo kot sosledje korakov oziroma metodo reševanja problema.

Ker reševanje problemov razumemo kot kompleksno dejavnost, ob zapisu primera dejavnosti iz prakse (razvidno iz objavljenih primerov prakse v nadaljevanju) navajamo le 2.1 podgradnik in ne preostalih podgradnikov 1. gradnika.

2.1 OBRAVNAVA RAZNOLIKE ŽIVLJENJSKE PROBLEME (PROBLEMI, KI NE ZAHTEVAJO MATEMATIČNEGA MODELIRANJA)				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
a) **zazna in opredeli** matematični problem v življenjski situaciji b) **ponazori** situacijo s konkretnim materialom in jo opiše v vsakdanjem jeziku	a) **zazna in opredeli** matematični problem v življenjski situaciji b) **ponazori** situacijo s konkretnim materialom in jo opiše v matematičnem jeziku	a) **prepozna** matematični problem v življenjski situaciji in ga **izrazi** v matematičnem jeziku	a) **prepozna** matematični problem v življenjski situaciji in ga **izrazi** v matematičnem jeziku	a) **prepozna** matematični problem v življenjski situaciji in ga **izrazi** v matematičnem jeziku

Otrok/učenec/dijak bo pri zaznavanju oziroma opredeljevanju problema uspešnejši, če mu bo kontekst problema znan, če bo izhajal iz njegovega življenja, če je podobno situacijo doživel že sam ali si jo zna predstavljati. Da otrok/učenec/dijak zazna oziroma razume problem, pokaže tako, da zna situacijo obnoviti (interpretirati) s svojimi besedami, otroci in mlajši učenci v govorjenem (vsakdanjem) jeziku, starejši učenci in dijaki pa v matematičnem jeziku.

PISA za reševanje realnih problemov vpeljuje izraz matematizacija. Cikel matematizacije poteka tako:

- začne se s seznanitvijo problema v realni situaciji,
- nato v problemu prepoznamo matematične pojme (matematiko) ter realni kontekst postopoma preoblikujemo v matematičnega, in sicer z odstranjevanjem realne situacije,
- sledi reševanje matematičnega problema z matematičnimi orodji
- in nato smiselni prenos rešitev prenesemo v realni kontekst.

Opisani koraki matematizacije so osnovni elementi uporabe matematike v večplastnih situacijah (PISA 2006, str. 23, 24). Poglejmo si naslednji primer za 9. razred in srednjo šolo (Žakelj, 2010, 59–61):

Seznanjanje s problemom v realni situaciji:

Srčni utrip (PISA 2006: str. 23)

Iz zdravstvenih razlogov bi morali ljudje omejiti svoje napore, da ne bi presegli določene frekvence srčnega utripa. Dolga leta je veljalo: priporočeni maksimalni srčni utrip = 220 – starost. Danes: priporočeni maksimalni srčni utrip = 208 – (0,7 · starost). V časopisu je pisalo: Če uporabimo novo formulo namesto stare, se priporočeno maksimalno število utripov srca na minuto pri mladih ljudeh malo zniža, pri starejših pa malo zviša. Od katere starosti naprej se pri uporabi nove formule priporočeno maksimalni srčni utrip zviša? Prikaži svoje delo.

Naloga v realnem kontekstu prikazuje, kako matematiki pogosto »delajo matematiko«, kako ljudje uporabljajo matematiko in kako bi morali ljudje uporabljati matematiko, da bi lahko v celoti in odgovorno sodelovali v družbi. Primarni izobraževalni cilji za vse učence bi morali biti učenje matematizacije.

Prepoznavanje matematike in matematičnih pojmov v problemu.

Preoblikovanje realnega konteksta v matematičnega in postopno odstranjevanje realne situacije.

Dve »življenjski formuli« je treba razumeti in ugotoviti matematični pomen. Predstavljata odnos med priporočenim maksimalnim srčnim utripom in starostjo osebe.

Problem prestavimo v matematično okolje. Odnose preoblikujemo v matematične algebraične izraze in rešimo sistem enačb.

Postavitev sistema: $y = 220 - x$ in $y = 208 - 0{,}7 \cdot x$.

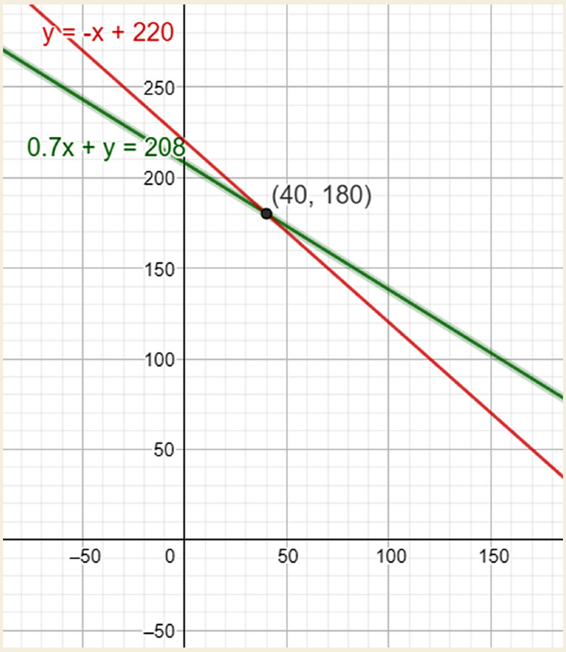
Lahko se odločimo tudi za grafičen prikaz odvisnosti.

Pridemo do matematičnega problema.

Matematična naloga, ki se osredotoča samo na matematične pojme, simbole, postopke in ne vključuje situacije iz nematematičnega konteksta:

Za katere vrednosti spremenljivke x leži premica z enačbo $y = -0{,}7 \cdot x + 208$ nad premico z enačbo $y = -x + 220$?

Grafično reševanje naloge:



Slika 25: Grafična rešitev

Reševanje matematičnega problema z matematičnimi orodji

Rešitev sistema $y = -x + 220$ in $y = -0{,}7 \cdot x + 208$ je $x = 40$, $y = 180$.

Rešitev nas pripelje do ugotovitev, da se premici sekata v točki T(40, 180). Premica z enačbo $y = -0{,}7 \cdot x + 208$ leži nad premico z enačbo $y = -x + 220$ za vrednosti x, ki so večje od 40.

Uporabimo lahko računalniški program za risanje funkcij.

Prenos rešitev matematičnega problema v realni kontekst

Povezan je z vprašanjem: *Kaj je pomen matematične rešitve v smislu realnega sveta?* Če je oseba stara 40 let, ima lahko maksimalni srčni utrip 180 po obeh formulah. Sicer staro pravilo dovoljuje višji utrip mlajšim osebam, nova formula pa starejšim dopušča nekoliko višji srčni utrip. Od 40. leta dalje se pri uporabi nove formule priporočeno maksimalni srčni utrip zviša.

Pri prenosu rešitev matematičnega problema v realni svet, je zelo pomembno zavedanje omejitev danega izračuna. Pri tem se učimo kritičnega vrednotenja rezultatov, zavedanja, da ne poznamo vseh pogojev, da bi lahko slepo prenašali rezultate, da je formula le navidezno znanstvena idr.

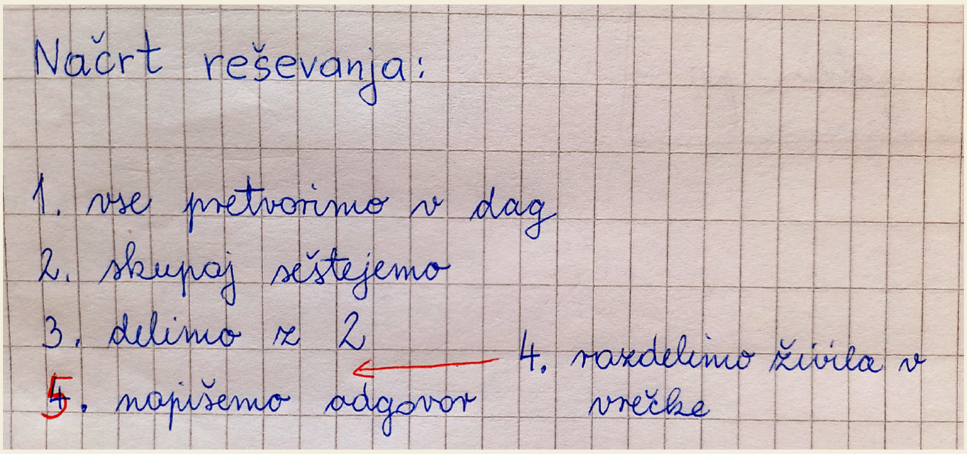
Otroci/učenci/dijaki so pri reševanju problemov uspešnejši, če problem vizualizirajo in ga predstavijo z različnimi reprezentacijami (na konkretni, grafični, simbolni ravni). S pomočjo vizualizacije izboljšujejo izbiro in uporabo miselnih procesov. Otrok svojo predstavitev interpretirata v govorjenem (vsakdanjem) jeziku, mlajši učenec pa že v matematičnem jeziku.

2.1 OBRAVNAVA RAZNOLIKE ŽIVLJENJSKE PROBLEME (PROBLEMI, KI NE ZAHTEVAJO MATEMATIČNEGA MODELIRANJA)

PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
c) sodeluje pri oblikovanju **načrta reševanja**	c) ob vodenju oblikuje lastni **načrt reševanja** in ga predstavi	b) oblikuje lastni **načrt reševanja** in ga predstavi	b) oblikuje lastni **načrt reševanja** in ga predstavi	b) oblikuje lastni **načrt reševanja** in ga predstavi

Starejši učenci in dijaki ubesedijo svoje miselne procese za rešitev problema in jih strukturirano predstavijo v obliki načrta reševanja.

Primer načrta reševanja (slika 26) predstavlja individualno oblikovanje načrta reševanja problema učenca 5. razreda, nato sledi frontalno vodena razprava o načrtu, zapis na tablo in dopolnitev individualnega načrta.



Slika 26: Individualno zapisani načrti reševanja in njihove dopolnitve

2.1 OBRAVNAVA RAZNOLIKE ŽIVLJENJSKE PROBLEME (PROBLEMI, KI NE ZAHTEVAJO MATEMATIČNEGA MODELIRANJA)

PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
d) oblikuje in **uporabi ustrezno matematično strategijo** za reševanje problema	d) oblikuje in **uporabi ustrezno matematično strategijo** za reševanje problema in problem reši	c) oblikuje in **uporabi smiselno matematično strategijo** za reševanje problema in problem reši	c) oblikuje in **uporabi smiselne matematične strategije** za reševanje problema in problem reši	c) oblikuje in **uporabi smiselne matematične strategije** za reševanje problema in problem reši

Vsebina tega opisnika se navezuje na 1.7 podgradnik (uporablja različne strategije pri reševanju matematičnih problemov), vendar gre pri tem opisniku le za enega izmed korakov kompleksnega pristopa reševanja problema. V tem primeru otrok/učenec/dijak izkaže, kako zna izbirati in uporabiti smiselne (tudi lastne) strategije za rešitev problema. Tako otrok/učenec/dijak uporablja že prej (v 1. gradniku) pridobljena posamezna znanja in veščine za reševanje problemov (npr. branje besedila, oblikovanje vprašanj, analizo podatkov, grafično predstavitev situacije, napovedovanje, izbiro strategije in izvedbo postopkov reševanja, kritično vrednotenje rešitev, oblikovanje odgovorov itd.).

2.1 OBRAVNAVA RAZNOLIKE ŽIVLJENJSKE PROBLEME (PROBLEMI, KI NE ZAHTEVAJO MATEMATIČNEGA MODELIRANJA)

PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
e) **opiše** (delne in končne) **rešitve** v kontekstu	e) predstavi in **razmisli o smiselnosti** (delnih in končnih) **rešitev** v kontekstu	d) predstavi, **interpretira in vrednoti** (delne in končne) **rešitve** v kontekstu	d) predstavi, **interpretira in vrednoti** (delne in končne) **rešitve** v kontekstu	d) predstavi, **interpretira in vrednoti rešitve** (delne in končne) v kontekstu

Pri vrednotenju rešitev problema otrok/učenec/dijak zna ubesediti pomen delnih in končnih rešitev v kontekstu problema, jih interpretirati in vrednotiti. Dejavnost lahko organiziramo kot okroglo mizo, soočenje, torej na zanimiv način, s katerim pokažemo smiselnost in namen tega koraka pri reševanju matematičnih problemov.

2.2 podgradnik: obravnava situacije z matematičnim modeliranjem

V predšolskem obdobju otroci začnejo razvijati matematično mišljenje in usvajati matematično znanje skozi igro in dejavnosti, ki so primerne njihovi razvojni stopnji, zato v tem starostnem obdobju tudi nimamo zapisanih opisnikov.

Tudi v 1. vzgojno-izobraževalnem obdobju, ko se učenci že učijo formalne matematike, imamo opisnike le pri uporabi matematičnih modelov. Dejavnost matematičnega modeliranja bi lahko izvedli ob ustreznem načrtovanju in vodenju učencev skozi dejavnost, kot je prikazano v primeru Modeliranje z učenci 2. razreda ob nalogi naročanje pic (Vršič).

Matematično modeliranje smo v 2.2 podgradniku opredelili s štirimi fazami:

1. prenese situacijo v matematični kontekst,
2. oblikuje matematične modele za dano situacijo,
3. uporablja matematične modele,
4. vrednoti matematične modele.

2.2.1 prenese situacijo v matematični kontekst

2.2 OBRAVNAVA SITUACIJE Z MATEMATIČNIM MODELIRANJEM 2.2.1 prenese situacijo v matematični kontekst				
PREDŠOLSKA VZGOJA	**OSNOVNA ŠOLA**			**SREDNJA ŠOLA**
	1. VIO	**2. VIO**	**3. VIO**	
	a) sodeluje pri opisu (osebnega) življenjskega problema v matematičnem jeziku b) sodeluje pri predstavitvi situacije z matematičnimi sredstvi in pri oblikovanju problemskega vprašanja	a) sodeluje pri opisu (osebnega, družbenega) življenjskega problema v matematičnem jeziku b) predstavi situacijo z matematičnimi sredstvi in oblikuje problemsko vprašanje	a) prepozna, da bo dano situacijo lahko matematično modeliral b) opiše življenjski problem *(osebni, družbeni, strokovni)* v matematičnem jeziku c) prepozna količine, matematične pojme in odnose v obravnavani situaciji in odloča o njihovi relevantnosti d) poenostavi situacijo, da omogoči matematično obravnavo e) predstavi situacijo z matematičnimi sredstvi in oblikuje problemska vprašanja v matematičnem kontekstu	a) prepozna, da bo dano situacijo lahko matematično modeliral b) opiše življenjski problem *(osebni, družbeni, strokovni, znanstveni)* v matematičnem jeziku c) prepozna količine, matematične pojme in odnose v obravnavani situaciji in odloča o njihovi relevantnosti d) poenostavi situacijo, da omogoči matematično obravnavo e) predstavi situacijo na matematičen način (s pojmi, reprezentiranimi na različne načine, postopki, prikazi …) in oblikuje problemska vprašanja v matematičnem kontekstu

Skozi vse štiri faze reševanja bomo predstavili **primer matematičnega modeliranja** Priprava sadne solate za rojstnodnevno zabavo (sklepanje iz množine na množino), ki je primeren za reševanje učencev od 2. vzgojno-izobraževalnega obdobja naprej.

Opisan primer (slika 27) je primeren za učence 4. in 5. razreda osnovne šole. Če bi dejavnost izvajali z mlajšimi učenci, predlagamo, da se preoblikuje recept za sadno solato tako, da se zmanjša število sestavin in da so vse sestavine izražene v kosih sadja (lahko tudi delih celote sadja, npr. polovica hruške).

Recept za sadno solato

Sestavine za sadno solato za 4 porcije:

- 3 banane
- 200 g jagod
- 3 kiviji
- 2 veliki žlici borovnic
- 2 veliki žlici mandeljnov
- 6 večjih dateljnov
- cimet
- 1 dl sladke smetane za stepanje

Banane in kivi olupimo in narežemo na kolobarje (kivi lahko narežemo tudi na kockice srednje velikosti). Jagode operemo in prepolovimo. Mandeljne in dateljne narežemo na manjše koščke ali zmeljemo v mlinčku. Vse skupaj zmešamo in posujemo s cimetom in dodamo stepeno sladko smetano.

Slika 27: Primer avtentičnega problema kot izhodišče za matematično modeliranje

Koliko sadja za sadno solato po danem receptu je treba kupiti, če želimo pogostiti prijatelje na rojstnodnevni zabavi, kjer nas bo skupaj ________ (npr. 15) prijateljev/povabljencev/gostov?

Skozi pogovor poskušamo učence ozavestiti, da morajo razmisliti, koga so povabili na rojstnodnevno zabavo (število odraslih, število otrok), koliko sadne solate bo vsak povabljenec pojedel, kolikšno bo skupno število porcij in, na koncu, kako bomo ugotovili, koliko posameznih sestavin za vse sadne solate bomo potrebovali.

Vprašanja za učence:

- Koga bomo povabili na zabavo? (Odrasle, otroke; moji prijatelji so sošolci stari, 10 let.)
- Ali vsak izmed njih poje celo porcijo sadne solate?
- Sprejmimo dogovor, koliko porcij sadne solate bomo pripravili za zabavo.
- Kaj pomeni pripraviti recept za več oseb? Kaj moramo ugotoviti ali izračunati?
- Koliko posameznih sestavin bomo potrebovali za ________ (načrtovanih) porcij sadne solate?

2.2 OBRAVNAVA SITUACIJE Z MATEMATIČNIM MODELIRANJEM

2.2.2 oblikuje matematične modele

PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
		a) sodeluje pri načrtovanju modela, pri opredelitvi spremenljivk in formuliranju predpostavk b) sodeluje pri izdelavi modela, tako da uporablja ustrezna matematična in tehnološka orodja	a) pri načrtovanju modela opredeli spremenljivke, formulira predpostavke in navede omejitve modela b) izbere ustrezno zvrst modela *(empirični, simulacijski, teoretični, algoritmični itd.)* glede na dano situacijo c) prepozna in zapiše odnose med izbranimi spremenljivkami oziroma predlaga matematično strukturo za dano situacijo *(npr. funkcijski predpis, graf, linearna enačba, sistem linearnih enačb, diagrami, tabele, geometrijski objekti, slika, opisno ali kako drugače)* d) pri izdelavi modela uporablja ustrezna matematična in tehnološka orodja	a) pri načrtovanju modela opredeli spremenljivke, formulira predpostavke in navede omejitve modela b) odloča o zvrsti modela *(empirični, simulacijski, teoretični, algoritmični itd.)* in izbere ustreznega c) prepozna in zapiše odnose med izbranimi spremenljivkami oziroma predlaga matematično strukturo za dano situacijo *(npr. funkcijski predpis, graf, enačba, sistem enačb, diagrami, tabele, geometrijski objekti, stožnice, slika, opisno ali kako drugače)* d) pri izdelavi modela uporablja ustrezna matematična in tehnološka orodja

Učenci se v skupinah lotijo reševanja problema in iščejo rešitve na vprašanje, koliko posameznih sestavin bomo potrebovali za __________ (načrtovanih) porcij sadne solate.

1. korak (Priprava recepta)

Rešujejo lahko z risanjem, računanjem (s sklepanjem iz množine na enoto in obratno, s sklepanjem iz množine na množino, npr. izračunajo za eno porcijo …) in tako ugotovijo, koliko posameznih sadežev potrebujejo.

Dokaz o učenju 1. koraka: **Zapis recepta za predvideno število porcij sadne solate ali 15 oseb.**

2. korak (Priprava nakupovalnega seznama)

Ob pogovoru z učenci razjasnimo, da lahko kupimo samo cele sadeže (banane, kivi), druge sadeže pa glede na embalažo, ki jo ponujajo v trgovini.

Učencem ponudimo slike možnih embalaž posameznega sadja, ki ga lahko kupijo v trgovini (npr. nakupovalni letak iz trgovine, kjer je omenjeno sadje).

Vprašanja za učence:

- *Kaj moramo (razmisliti, vedeti) ugotoviti, preden gremo v trgovino?*
- *Kako prodajajo našteto sadje (v kosih, na kilogram, v pripravljeni embalaži) oz. sestavine?*

Jagode v košarici, 250 g

Borovnice, 125 g, pakirano

Suhi dateljni brez koščic, 200 g

Mandeljni, jedrca, 180 g

Sladka smetana, 250 g

Slika 28: Sestavine v embalaži

Ko ugotovijo, koliko sadja potrebujejo (št. kosov ali gramov ali žlic) in imajo pripravljen recept za predvideno število porcij oz. 15 oseb, jim razdelimo slike z možno izbiro embalaž jagod, borovnic, mandeljnov in dateljnov. Iščejo rešitve, koliko posameznih embalaž jagod, borovnic, dateljnov in sladke smetane moramo kupiti.

Učencem damo embalažo borovnic in dateljnov in poskušajo ugotoviti, koliko žlic sadežev je v posamezni embalaži. V učilnici imamo tehtnico, da stehtajo eno žlico sadja.

Dokaz o učenju 2. koraka: **Zapisan nakupovalni seznam sadja oz. sestavin in njihovih količin za nakup v trgovini.**

Vsaka skupina učencev svoj proces reševanja zapisuje na plakat.

Učenci poskušajo ozavestiti in s svojimi besedami opisati (zapisati), kaj so pri iskanju rešitve privzeli, poenostavili.

2.2 OBRAVNAVA SITUACIJE Z MATEMATIČNIM MODELIRANJEM

2.2.3 uporablja matematične modele

PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
	a) sodeluje pri opisu danega modela b) sledi reševanju po danem modelu in izvaja posamezne korake reševanja c) opisuje matematične rešitve v kontekstu	a) opiše dani model in ga predstavi b) uporabi dane modele c) upošteva značilnosti konteksta (ustrezne enote, natančnost, zaokroževanje) d) interpretira matematične rešitve *(izračune, dobljene z modelom)* v kontekstu	a) opiše dane in lastne modele z različnimi matematičnimi reprezentacijami b) uporablja dane in lastne modele c) razloži model *(iz danega modela razbere spremenljivke, funkcijske zveze, rezultat)* in upošteva značilnosti konteksta *(ustrezne enote, natančnost, zaokroževanje)* d) pri uporabi modela se poslužuje tehnoloških orodij *(računalo, rač. preglednice, razni programi, spletne aplikacije)* e) pozna in uporablja tehnike za simuliranje modela *(npr. rač. preglednice, programiranje, programi za delo s funkcijami, programi dinamične geometrije)* f) interpretira matematične rešitve *(izračune, dobljene z modelom)* v kontekstu	a) opiše dane in lastne modele z različnimi matematičnimi reprezentacijami b) uporablja dane in lastne modele c) razloži model *(iz danega modela razbere spremenljivke, funkcijske zveze, rezultat)* in upošteva značilnosti konteksta *(ustrezne enote, natančnost, zaokroževanje)* d) pri uporabi modela se poslužuje tehnoloških orodij *(merilni pripomočki, pripomočki za računanje in grafično prikazovanje …)* e) pozna in uporablja tehnike za simuliranje modela *(npr. rač. preglednice, programiranje, programi za delo s funkcijami, programi dinamične geometrije* f) interpretira matematične rešitve *(izračune, dobljene z modelom)* v kontekstu

3. korak: Uporaba dobljene rešitve na spremenjenih podatkih

Učencem lahko zastavimo vprašanje:

Poskusite predstaviti/zapisati, koliko sestavin bi potrebovali za 10 porcij oz. prijateljev/sošolcev.

Učenci uporabijo model računanja/sklepanja količin sestavin recepta za 15 porcij/oseb pri iskanju/določanju količin za 10 porcij/oseb in pripravo nakupovalnega listka.

2.2.4 vrednoti matematične modele

2.2 OBRAVNAVA SITUACIJE Z MATEMATIČNIM MODELIRANJEM 2.2.4 vrednoti matematične modele				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
		a) opisuje ustreznost modela v različnih okoliščinah b) na novih podatkih in okoliščinah preverja uporabnost modela	a) obravnava ustreznost *(smiselnost, pravilnost, natančnost)* modela v različnih okoliščinah *(npr. obravnava mej, obravnava predpostavk, zanemarjenih količin)* b) na novih podatkih, primerih, situacijah preverja uporabnost modela c) izdela ustreznejši model na osnovi ugotovljenih pomanjkljivosti danega modela d) primerja različne modele *(npr. glede na točnost, obseg uporabnosti, zahtevnost uporabe)*	a) obravnava ustreznost *(smiselnost, pravilnost, natančnost)* modela v različnih okoliščinah *(npr. obravnava mej, obravnava predpostavk, zanemarjenih količin)* b) na novih podatkih, primerih, situacijah preverja uporabnost modela c) izdela ustreznejši model na osnovi ugotovljenih pomanjkljivosti danega modela d) primerja različne modele *(npr. glede na točnost, obseg uporabnosti, zahtevnost uporabe)*

4. korak (Predstavitev in vrednotenje rešitev)

Vsaka skupina predstavi svoje reševanje in svojo rešitev – matematični model.

Predstavijo svoje ugotovitve, kaj so poenostavili, predpostavili. Drugi učenci poskušajo ovrednotiti predstavljeno rešitev, kaj se jim zdi primerno in kaj ne.

Vprašanja za druge učence:

- *Ali je rešitev za nas primerna?*
- *Kaj nam ustreza? Kaj bi spremenili?*

Na koncu sledi predstavitev, zastavimo jim vprašanje: *Ali je katera od rešitev posebna, primernejša za nas in zakaj?*

Pri evalvaciji/refleksiji učencem zastavimo vprašanji:

- *Katero matematično znanje ste uporabili?*
- *Kako ste se počuti pri reševanju naloge?*

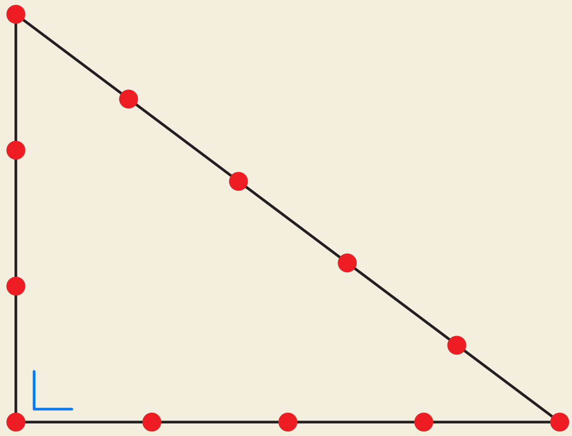
2.3 podgradnik: razume neformalne matematične prakse v različnih kontekstih

Pod *razumevanje matematičnih praks* razumemo uporabo matematike v poklicnih situacijah ali delovnih procesih ali življenjskih situacijah, v katerih uporabimo drugačne postopke kot jih poznamo iz šolske matematike (npr. mizar, keramičar, prodajalec itd.). Podgradnik ne vključuje opisnikov za prvi dve starostni obdobji.

2.3 RAZUME NEFORMALNE MATEMATIČNE PRAKSE V RAZLIČNIH KONTEKSTIH				
PREDŠOLSKA VZGOJA	OSNOVNA ŠOLA			SREDNJA ŠOLA
	1. VIO	2. VIO	3. VIO	
		a) prepozna in z matematičnim jezikom opiše neformalne matematične prakse	a) prepozna in z matematičnim jezikom opiše neformalne matematične prakse	a) prepozna in z matematičnim jezikom opiše neformalne matematične prakse b) interpretira matematične prakse v smislu matematičnega modela c) prepoznava in razume pomen »nematematičnih dejavnikov« v matematičnih praksah *(npr. pomen orodij, tradicije, matematično znanje uporabnika, širši kontekst dejavnosti)*

Poglejmo si, kako pri nekaterih poklicih zakoličijo v naravi objekt v obliki pravokotnika (npr. temelji vrtne ute, rastlinjak na vrtu, visoke grede ...). Pri pouku štirikotniku izmerimo dolžine stranic in notranje kote. Če je velikost notranjih kotov 90° in če sta nasprotni stranici enako dolgi, potem je to pravokotnik. Pri opravljanju različnih poklicnih dejavnosti ne merijo velikosti notranjih kotov, ampak izmerijo dolžine diagonal. Če sta dolžini diagonal enako dolgi, imamo pravokotnik, v nasprotnem primeru pa paralelogram. Tako ugotovimo, ali so stranice npr. visoke grede res pravokotne med seboj.

Pri merjenju pravega kota si v različnih poklicnih situacijah pomagajo s pitagorejsko trojico (3, 4, 5) oziroma njenimi večkratniki, pa tega običajno niti ne vedo. Zaradi natančnosti meritev tesarji velikokrat uporabljajo pitagorejsko trojko 600 mm, 800 mm, 1000 mm. Če nimamo merilnega metra, lahko izdelamo vrv s 13 vozli na enakih razdaljah in jih postavimo v pravi kot:



Slika 29: Merjenje pravega kota s pitagorejsko trojico

Interpretacija in razumevanje različnih dejavnikov matematičnih praks je predvidena v opisnikih predvsem na srednješolski ravni.

Gozdarski inštitut Slovenije je na svoji spletni strani WCM InfoGozd objavil prispevek *Merjenje okroglega lesa*, v katerem predstavijo merjenje in način izračunavanja hlodov (v m^3), opišejo pravila merjenja skozi čas, priporočila za merjenje količin okroglega lesa ter preglednice, ki pomagajo pri izračunavanju debeline skorje.

Iz priporočil za merjenje količin okroglega lesa (z upoštevanjem evropskega standarda EN 1309-2): Premer hloda se meri brez skorje (slika 30). Če merjenje premera sortimenta vključuje skorjo, se to odšteje. Dvojno debelino skorje, ki se odšteje od premera, se lahko izmeri na posameznem sortimentu, lahko se jo določi iz tabel (slika 31) ali določi na podlagi sporazuma s kupcem.

Slika 30: Merjenje premera hlodovine (Foto: Jerneja Bone)

Dvojna debelina skorje glede na premer sortimenta (prilagojeno iz Turk in Lipoglavšek)			
Premer sortimenta (cm)	Smreka (dvojna debelina skorje v cm)	Jelka (dvojna debelina skorje v cm)	Bukev (dvojna debelina skorje v cm)
10–14	1,0	0,9	0,5
15–19	1,2	1,1	0,6
20–24	1,3	1,3	0,7
25–29	1,4	1,5	0,8
30–34	1,5	1,7	1,0
35–39	1,6	1,8	1,0
40–44	1,7	2,0	1,0
45–49	1,8	2,2	1,1
50–54	1,9	2,4	1,2
55–59	2,1	2,6	1,3

Slika 31: Preglednica za določanje debeline drevesne skorje

Volumen lesa se izračuna s pomočjo formule (Huberjeva formula):

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l \cdot 0{,}0001$$

V – volumen v kubičnih metrih na dve ali tri decimalke natančno

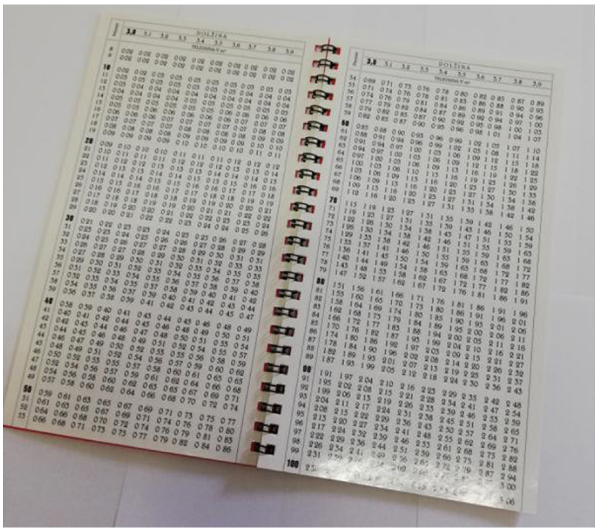
d – srednji premer v centimetrih

l – dolžina v metrih

π – število PI, v izračunih se lahko uporablja tudi vrednost 3,1416

V primeru kombiniranih sortimentov se volumen izračunava za vsak del posebej in se na koncu sešteje.

Uporabijo se lahko tudi tabele z že podano prostornino glede na izmerjen premer.



Slika 32: Tabele za izračunavanje prostornine okroglega telesa v gozdarstvu (Foto: Jerneja Bone)

Dvojna debelina skorje se pri meritvah premera hlodov odšteje od izmerjenega premera. Pri pretvarjanju volumnov s skorjo v volumen brez skorje lahko za iglavce uporabimo faktor 0,90, za listavce pa 0,94. V obrnjenem primeru, ko iz volumna lesa brez skorje izračunavamo volumen lesa s skorjo, lahko uporabimo za iglavce faktor 1,11 in za listavce 1,06. Delež skorje je odvisen predvsem od drevesne vrste in premera sortimenta.

Dejavnost za dijake

Katero geometrijsko telo bi uporabil za matematični model hlodov?

Razloži formulo, po kateri računajo prostornino posekanega lesa. Pomagaj si s formulo za izračun prostornine valja.

Pri računanju volumna hloda brez skorje primerjaj rešitvi glede na uporabo dveh različnih praks:

- uporabi faktor 0,90 za iglavce in 0,94 za listavce pri pretvarjanju volumnov s skorjo v volumen brez skorje,
- uporabi podatke iz preglednice Dvojna debelina skorje (slika 31).

Kaj si ugotovil?

Aktivnosti za razvoj matematične pismenosti pri pouku matematike

Matematično pismenost razvijamo z dejavnostmi pri rednem pouku matematike z uresničevanjem ciljev učnega načrta, vendar načrtujemo take dejavnosti, s katerimi poglabljamo oziroma razširjamo znanja, opredeljena s cilji v učnem načrtu za matematiko. To pomeni, da z obravnavo vsebin, opredeljenih v učnem načrtu, izgrajujejo temeljna znanja predmeta, z nadgradnjo in poglabljanjem teh vsebin ter z dejavnostmi in nalogami višje zahtevnostne ravni pa učenci dosegajo gradnike in podgradnike matematične pismenosti.

V gradnikih in podgradnikih so bolj kot v ciljih učnega načrta poudarjene veščine in procesi, katerih obvladovanje je ključnega pomena za pristop k reševanju problemov kot najvišje ravni matematičnega znanja in je eden izmed elementov kritičnega mišljenja.

Za doseganje prvega gradnika lahko pri urah matematike načrtujemo krajše dejavnosti (v trajanju nekaj minut), ki so usmerjene na izgradnjo posameznega znanja, zajetega v opisniku podgradnika, ali daljše dejavnosti, ki zajemajo več podgradnikov in opisnikov (v trajanju cele ure). Drugi gradnik zajema dejavnost reševanja problema, za katere je potreben tudi kompleksen pristop k reševanju in s tem tudi več časa (tudi strnjeni uri matematike).

Vzgojitelji/učitelji/profesorji razvojnih in implementacijskih vzgojno-izobraževalnih zavodov so načrtovane dejavnosti za razvoj matematične pismenosti zapisovali za ta namen v pripravljeno predlogo.

PREDLOG ZA ZAPIS PRIMEROV DEJAVNOSTI V PODPORO RAZVIJANJU NARAVOSLOVNE oz. MATEMATIČNE PISMENOSTI

Učitelj-i/vzgojitelj-i (avtor-ji):	**VIZ/ustanova**:	**Področje/predmet**:	**Starostna skupina/razred/letnik**:
Učni/tematski sklop:			**Trajanje**:
Naslov dejavnosti *(v naslovu zaobjamemo procesni in vsebinski vidik)*:			
Vključeni (pod)gradniki NP/MP *(s številko; prvo zapisani podgradnik prednostno razvijamo)*:			
Operativni cilji dejavnosti *(vsebinski, procesni)*: • • • •			

Aktivnost otrok/učencev *(z navedbo prilog P1,…)*	**Podgradnik NP/ MP** *(št.)*	**Vloga vzgojitelja-ev/ učitelja-ev**	**Pričakovani rezultati/dokazila** *(kako bodo otroci/učenci izkazali, da so dosegli cilje)*

Slika 33: Predloga za zapis dejavnosti za razvoj pismenosti

V njej je bilo treba poleg osnovnih podatkov o izvajalcu, sklopu in ciljih opredeliti tudi prednostno vključene gradnike in podgradnike. Pri opisu dejavnosti smo želeli vidno poudariti aktivno vlogo učenca pri izgradnji znanja, zato smo ločili rubriki Aktivnost otrok/učencev od Vloge vzgojitelja/učitelja. Ker je bil naš namen, da strokovni delavci ob posameznih aktivnostih otrok/učencev ozaveščajo znanja in veščine, opredeljene v posameznih opisnikih podgradnikov, smo vključili tudi rubriko za navajanje teh v skrajšani obliki (npr. MP 1.4 b). Pričakovani rezultati oziroma dokazi naj bi zajemali tista znanja in veščine, ki so opredeljena v izbranem opisniku. Kot primer dokaza je lahko učenčeva predstavitev »grafičnega in simbolnega zapis situacije množenja in seštevanja« in s tem dokazom presojamo, ali je učenec 1. vzgojno-izobraževalnega obdobja usvojil gradnik MP 1.4 b (uporablja različne reprezentacije matematičnih pojmov ter prehaja med njimi).

Po izvedbi primera dejavnosti učitelj (skupaj s soizvajalci) zapiše še svojo evalvacijo in samorefleksijo ter refleksijo otrok/učencev.

Kot dokazila o izvedbi dejavnosti so učitelji priložili fotografije izvajanja aktivnosti učencev in njihovih izdelkov.

V projektu je tako nastalo veliko različnih primerov dejavnosti, ki razvijajo matematično pismenost, in nekaj reprezentativnih primerov predstavljamo v nadaljevanju te publikacije.

Viri in literatura

1. Bačnik, A., Slavič Kumer, S., Bone, J., Kregar, S. idr. (2017). Analiza stanja naravoslovne in matematične pismenosti z utemeljitvijo projekta NA-MA POTI. V: Prijavnici projekta NA-MA POTI. Zavod RS za šolstvo.
2. Bajramović, N. idr. (2014). *Matematika 5, i-učbenik za matematiko v 5. razredu osnovne šole*, [Elektronski vir]. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://eucbeniki.sio.si/mat5/index.html.
3. Bence, V. T. (2014). *Matematika 6, i-učbenik za matematiko v 6. razredu osnovne šole*, [Elektronski vir]. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://eucbeniki.sio.si/matematika6/523/index.html.
4. Cotič, M. (1999). *Matematični problemi v osnovni šoli (1–5):* Teoretična osnova modela in njegova didaktična izpeljava. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
5. Flisar, M., Vršič, V. (2011). Pristop k reševanju matematičnega problema na razredni stopnji. V: F. Nolimal (ur.), *Fleksibilni predmetnik − priložnost za izboljšanje kakovosti vzgojnoizobraževalnega dela šol* (str. 135−142). Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
6. Fran (b. d.). *Slovar slovenskega knjižnega jezika.* Pridobljeno s www.fran.si.
7. Hodnik Čadež, T. (2014a). Reprezentacije matematičnih pojmov pri pouku matematike na razredni stopnji. V: A. Žakelj (ur.), *Učne težave pri matematiki in slovenščini – izziv za učitelje in učence: Zbornik prispevkov znanstvene konference* (str. 33−44). [Elektronski vir] Ljubljana, 15. november 2013. Pridobljeno s http://www.zrss.si/pdf/UTMIS-zbornik-prispevkov-2014.pdf.
8. Hodnik Čadež, T. (2014b). Poučevanje matematike na razredni stopnji v luči sodobnih raziskav. V: S. Kmetič idr. (ur.), *Zbornik prispevkov 2. mednarodne konference učenja in poučevanja matematike,* [Elektronski vir], 21. in 22. avgust 2014. Pridobljeno s https://www.zrss.si/digitalnaknjiznica/zbornik-prispevkov-kupm2014/files/assets/basic-html/index.html#38.
9. Japelj Pavešić, B. (2016). Znanje matematike in naravoslovja med osmošolci v Sloveniji in po svetu: izsledki raziskave TIMSS 2015. Ljubljana: Pedagoški inštitut. Pridobljeno s http://timsspei.splet.arnes.si/files/2016/11/T15-tretja-osmosolci.pdf.
10. Kmetec, K. (2011) Pisni preizkus v osmem razredu. V: M. Suban, S. Kmetič (ur.), *Posodobitev pouka v osnovnošolski praksi CD*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.zrss.si/digitalnaknjiznica/Posodobitve%20pouka%20v%20osnovno%C5%A1olski%20praksi%20MATEMATIKA%20CD/.
11. Kmetič, S. (2011). Razvoj in spremljanje procesa modeliranja. V: S. Kmetič, M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi*, str. 90–103. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
12. Kmetič, S. (2017). Od besed k pojmom in strategijam pri razvoju matematične pismenosti, Zbornik izbranih prispevkov 3. mednarodne konference o učenju in poučevanju matematike KUPM 2016, [Elektronski vir], str. 47–63. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/zbornik-prispevkov-kupm2016.pdf.
13. Kmetič, S., Frobisher, L. (1996). *Izzivi za mlade matematike*. Maribor: Obzorje.
14. Kurnik, Z. (2001). Matematički pojam. *Matematika i škola, časopis za nastavu matematike*, 3 (11), str. 8−16. Pridobljeno s http://mis.element.hr/fajli/182/11-02.pdf.
15. Kurnik, Z. (2006). Jezik u nastavi matematike. *Matematika i škola, časopis za nastavu matematike*, 7 (33), str. 99–105. Pridobljeno s https://mis.element.hr/fajli/392/33-02.pdf.
16. Magajna, Z. (2002). Preprosti geometrijski modeli – od razumevanja k procesno usmerjenim nalogam. *Matematika v šoli*, 9 (3-4), str. 155−166.
17. Magajna, Z. (2003). Problemi, problemsko znanje in problemski pristop pri pouku matematike. *Matematika v šoli*, 10 (3-4), str. 129−138.
18. Magajna, Z. (2013) Matematično modeliranje v osnovni šoli. V: M. Suban, S. Kmetič (ur.), *Posodobitev pouka v osnovnošolski praksi*, str. 293–305. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
19. Marentič Požarnik B. (2012). *Psihologija učenja in poučevanja*. Ljubljana: DZS.
20. Palm, T. (2008). »Performance Assessment and Authentic Assessment: A Conceptual Analysis of the Literature«, Practical Assessment, *Research and Evaluation*, zv. 13, članek 4. DOI: https://doi.org/10.7275/0qpc-ws45. Dostopno na: https://scholarworks.umass.edu/pare/vol13/iss1/4.

21. Pečjak, S. (2012a). *Psihološki vidiki bralne pismenosti: od teorije k praksi*. Ljubljana: Znanstvena založba Filozofske fakultete.
22. Pečjak, S., Gradišar, A. (2012b). *Bralne učne strategije*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
23. Repež, M., Drobnič Vidic, A., Štraus, M. (ur.). (2008). *PISA 2006: izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2006.* Ljubljana: Nacionalni center PISA, Pedagoški inštitut. Pridobljeno s https://www.pei.si/wp-content/uploads/2018/12/PISA2006_Izhodisca_Matematicna_pismenost.pdf.
24. Rupnik Vec, T., Suban, M., Stopar, N., Krajšek, S., Nanut Planinšek, Z., Starčič, T., Jamšek, J. (2022). *Miselni procesi in veščine kritičnega mišljenja,* [Elektronski vir]. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Kriticno_misljenje_NAMA_gradniki.pdf.
25. Rutar Ilc, Z. (2004). *Pristopi k poučevanju, preverjanju in ocenjevanju: k novi kulturi pouka*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo
26. Sirnik, M. (2019). *Predstavitev 2. gradnika matematične pismenosti* (predmetna stopnja in srednja šola). Gradivo izobraževanja članov RVIZ in IVIZ v projektu NA-MA POTI, [PowerPoint]. Gradivo objavljeno v spletni učilnici PRO-projekt NA-MA POTI https://skupnost.sio.si/course/view.php?id=9413.
27. Sirnik, M., Vršič, V. (2018). *Predstavitev 1. gradnika matematične pismenosti s primeri*. Gradivo izobraževanja članov RVIZ in IVIZ v projektu NA-MA POTI, [PowerPoint]. Gradivo objavljeno v spletni učilnici PRO-projekt NA-MA POTI https://skupnost.sio.si/course/view.php?id=9413.
28. Sirnik, M., Vršič, V. (2021). *Od reševanja matematičnega problema do modeliranja*. Gradivo izobraževanja članov RVIZ in IVIZ v projektu NA-MA POTI, [PowerPoint]. Gradivo objavljeno v spletni učilnici PRO-projekt NA-MA POTI https://skupnost.sio.si/course/view.php?id=9413.
29. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Fras Bero, F. (2022). *Matematična pismenost, opredelitev in gradniki.* [Elektronski vir]. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.
30. Splošna matura, matematika, spomladanski rok 2017: Pridobljeno s Matematika − Predmeti − Splošna matura (ric.si).
31. Suban, M., Kmetič, S. (2015). Do odprtih matematičnih problemov v procesu učenja in poučevanja, prispevek na 3. naravoslovni konferenci (NAK), [PowerPoint]. Pridobljeno s https://www.zrss.si/naravoslovje2015/files/petek-delavnice/Do-odprtih-problemov.pdf.
32. Šterman Ivančič, K. (2013). *Izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2012 s primeri nalog.* Ljubljana: Pedagoški inštitut.
33. Vršič, V. (2019). *Predstavitev 2. gradnika matematične pismenosti* (za vrtce in razredni pouk). Gradivo izobraževanja članov RVIZ in IVIZ v projektu NA-MA POT, [PowerPoint]. Gradivo objavljeno v spletni učilnici PRO-projekt NA-MA POTI https://skupnost.sio.si/course/view.php?id=9413.
34. WCM InfoGozd (b. d.). Merjenje okroglega lesa. Pridobljeno s https://wcm.gozdis.si/sl/infogozd/prirocnik-za-lastnike-gozdov/gozdno-lesni-proizvodi--predelava-in-prodaja-lesa/2021020216112897/merjenje-okroglega-lesa/.
35. Žakelj, A. (2003). *Kako poučevati matematiko: teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava.* Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
36. Žakelj, A. idr. (2008). *Učni načrt. Matematika. Gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija.* [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/ss/ programi/2008/Gimnazije/UN_MATEMATIKA_gimn.pdf.
37. Žakelj, A. idr. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN_matematika.pdf.
38. Žakelj, A. (2010). Raznovrstnost pristopov k učenju in poučevanju matematike. V: S. Kmetič, M. Sirnik (ur.), Posodobitve pouka v gimnazijski praksi, str. 59–61. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
39. Žalik, S. (2014). Interdisciplinarni pristop k obravnavi vsebine o času. *Razredni pouk*, *16* (2-3), str. 109−115.

Modeliranje iz prakse za prakso

mag. Mateja Sirnik in Vesna Vršič, Zavod RS za šolstvo

Pri prenovi učnih načrtov in katalogov znanja (leta 2006, 2008, 2011) je bila vsebina matematičnega modeliranja vključena tako na osnovnošolski kot na srednješolski ravni izobraževanja. V tem primeru ne gre za vključevanje novih vsebinskih matematičnih znanj, ampak gre za didaktični pristop, pri katerem preko reševanja problemov poskušamo ugotoviti, kako nam lahko matematika kot orodje pomaga, da rešimo realen problem.

Kaj je matematično modeliranje

Po Slovarju slovenskega knjižnega jezika je modeliranje: »prenos lastnosti, značilnosti raziskovanega predmeta na podoben predmet, narejen po določenih pravilih«. V našem primeru dodajamo še opis celotnega procesa, ki nas pripelje do tega modela, vključno s preverjanjem ustreznosti in interpretacijo matematičnega modela. Matematično modeliranje lahko opišemo tudi kot proces od realne situacije do matematičnega modela in nazaj. Matematični model običajno ni predmet, ampak matematično teoretični abstraktni konstrukt. V našem primeru bi z modeliranjem radi presegli raven »zapisanega računa in odgovora« po dani besedilni nalogi (Kmetič, 2010).

Besedo model običajno uporabimo pri matematiki, da izbran matematični pojem ponazorimo na simbolni ali konkretni ravni, npr. ravnino ponazorimo z listom papirja. Pri pouku matematike uporabljamo in izdelujemo različne modele kot didaktične pripomočke za ponazoritev matematičnih pojmov, npr. modele geometrijskih teles, modele kotov, modele denarja, modele ulomkov.

Matematičnega modela pri modeliranju ne razumemo kot ponazoritev matematičnih pojmov z drugimi pojmi (npr. daljico ponazorimo s tanko palico). **Matematični model** v procesu matematičnega modeliranja je posebna vrsta matematične predstavitve obravnavanega nematematičnega objekta oz. pojava z matematičnim jezikom, npr. premo sorazmerje uporabimo kot model pri nakupovanju, geometrijsko kroglo kot model pri obravnavi žoge (Magajna, 2013).

Matematični model je lahko podan kot formula, številski/algebrski izraz, enačba, sistem enačb, funkcijski predpis, graf, diagram, preglednica, geometrijski objekt, stožnica, slika, besedni opis. Magajna (2013, 297) zapiše, da je bistvo matematičnega modeliranja iskanje ali izdelava primerne matematične predstave za obravnavani pojav. Pogoj za modeliranje je seveda predhodna usvojenost matematičnih pojmov in postopkov, ki jih uporabimo pri modeliranju. Ker je matematično znanje učencev v osnovni šoli še precej omejeno, je zato potreben temeljit razmislek, katere dejavnosti matematičnega modeliranja lahko izvedemo z učenci pri pouku.

Problemi matematičnega modeliranja morajo biti avtentični, matematika pa nam bo kot orodje omogočila, da bomo problem lahko rešili. Palm (2008) opredeljuje avtentičnost problemov kot »biti realističen« v odnosu do sveta, kar pomeni, da so se situacije resnično zgodile ali pa bi se lahko.

Matematično modeliranje je zahtevno na ravni osnovnošolskega izobraževanja, ker je matematično znanje učencev omejeno in posledično težko sami prepoznajo, s katerim matematičnim znanjem bi si lahko pomagali pri reševanju problema. Zato je pomembno, da v procesu načrtovanja dejavnosti matematičnega modeliranja za učence vnaprej pripravimo didaktične korake dejavnosti. Določimo posamezne faze dejavnosti, kako jih bomo izvedli, kakšna navodila bodo dobili učenci, katera vprašanja jim bomo zastavili, katero gradivo in material moramo vnaprej pripraviti, opredelimo, kaj in kakšni so pričakovani dokazi o učenju v posameznih fazah (izdelki, ugotovitve vodenega pogovora).

Prikaz celotnega cikla matematičnega modeliranja je prikazan na spodnji sliki, kjer sledimo korakom matematičnega modeliranja, s katerimi se ukvarja učenec, ko rešuje problem.

Prenesemo situacijo v matematični kontekst	»Problem v kontekstu« preoblikujemo v »matematični problem«, tako da opredelimo pomembne matematične pojme in prepoznane odnose v problemski situaciji ter jo matematično opišemo. Problem poenostavimo tako, da nam bo omogočal matematično reševanje. Problem predstavimo na matematični način, tako da ga opišemo s količinami, z matematičnimi pojmi, odnosi med njimi, pri tem uporabimo različne reprezentacije (diagrame, slike …). Poiščemo spremenljivke, ki so pomembne, za katere menimo, da vplivajo na iskanje rešitve. Prepoznamo različne vidike problema in zastavimo različna problemska vprašanja v matematičnem kontekstu.
Oblikujemo matematične modele za dano situacijo	Poiščemo spremenljivke, ki so pomembne, za katere, menimo, da vplivajo na iskanje rešitve. Oblikujemo ustrezne predpostavke, izberemo ustrezne spremenljivke za obravnavani problem. Med izbranimi spremenljivkami iščemo odnose, uporabimo matematične pojme, postopke, različne prikaze, izvajamo različne strategije, s pomočjo katerih iščejo matematične rešitve – **matematične modele**. Matematično/-e rešitev/-ve zapišejo v obliki enačbe, formule, sistema enačb, diagrama, preglednice, funkcijskega predpisa, grafa funkcije, stožnice geometrijskih objektov, slike, besednega opisa … Pri reševanju uporabljamo različna orodja.
Uporabljamo matematične modele	Matematične rešitve/modele opišemo v matematičnem jeziku, predstavimo jih z različnimi reprezentacijami. Razložimo matematični model nazaj v obravnavani situaciji. Izvedemo določene postopke, izračune na modelu, da bomo lahko presojali o ustreznosti modela. V procesu učenja matematičnega modeliranja imamo velikokrat že dane matematične modele in na njih izvedemo proces uporabe.
Vrednotimo matematične modele	Različne matematične modele primerjamo med seboj in ugotavljamo, kateri je ustreznejši. Ugotavljamo ustreznost modela v različnih pogojih obravnavanega konteksta. Razložimo, zakaj je posamezen model ustrezen oziroma opišemo njegove pomanjkljivosti in se zavedamo njegovih omejitev. V primeru neustreznosti modela/-ov se lotimo oblikovanja novega matematičnega modela.
Izdelamo poročilo o izbranem modelu in ga predstavimo	Pripravimo poročilo o procesu reševanja in o izbranem/-ih matematičnem/-ih modelu/-ih. Predstavimo, razložimo in zagovarjamo izbrani model, predstavimo, v kakšnih okoliščinah je uporaben in kakšne so njegove omejitve.

Zgoraj opisano shemo matematičnega modeliranja si poglejmo na naslednjem primeru, pri katerem so opisani posamezni koraki matematičnega modeliranja in predstavljena didaktična analiza izvedbe v razredu.

Načrtovanje zelenjavnega vrta

V okolici šole (na izbrani lokaciji) bomo postavili zelenjavni vrt. Izdelajte načrt šolskega vrta, ki ga bomo spomladi postavili in zasadili. Načrt naj bo narejen v izbranem merilu z izbranimi posevki.

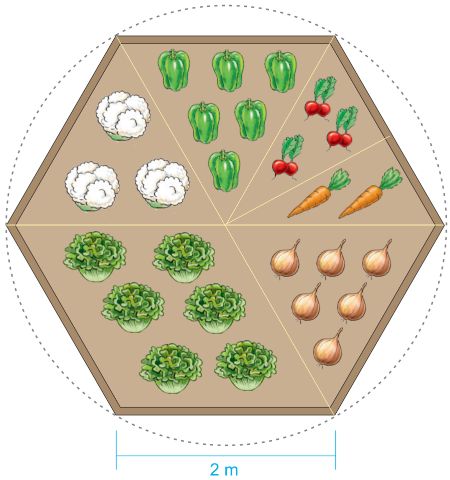
Načrt reševanja

Prenesemo situacijo v matematični kontekst	Učitelj vodi pogovor, v katerem učenci ozavestijo, kaj je pomembno pri načrtovanju šolskega vrta: • velikost vrta, • povezanost posameznih delov vrta/gred med seboj • oblike in število (visokih) gred, • število in vrste posevkov … Skozi pogovor nastaja tabelska slika z zapisom pomembnih dejavnikov. Primeri vprašanj za pogovor z učenci: • *Kako velik bo vrt? Kakšne možnosti glede oblike vrta imamo?* • *Kaj izmerimo na izbrani lokaciji?* • *Koliko gred bomo oblikovali, kakšne oblike bodo?* • *Katere geometrijske oblike lahko uporabimo za obliko vrta in obliko posameznih gred?* • *Koliko in katere posevke bomo posadili/posejali?* Dogovorimo se, da bomo izmerili potrebne podatke za izdelavo načrta na izbrani lokaciji. Pogovorimo se, katere merilne pripomočke potrebujemo.

Oblikujemo matematične modele za dano situacijo	Učenci se v skupinah lotijo reševanja problema. **1. korak (oblikovanje vrta)** Izmerijo potrebne podatke na površini, ki jo imamo na razpolago za postavitev vrta. Uporabljajo različne merske instrumente. Z uporabo različnih pripomočkov, npr. palic za lažjo prostorsko predstavo, lahko približno oblikujejo postavitev vrta (posameznih delov) v naravi. Usmerimo jih, da naj bodo pri oblikovanju inovativni in naj uporabijo matematično znanje. Idejno načrtovani vrt v izbranem merilu tudi narišejo na risalni list. Dokaz o učenju 1. koraka: **Narisana oblika vrta v ustreznem merilu.** Ko imajo skupine narisan vrt v ustreznem merilu, nadaljujejo: **2. korak (oblikovanje gred in razporeditev posevkov)** Učenci na narisani načrt vrta ustrezno razporedijo izbrane posevke. Primeri vprašanj za učence: • *Koliko gred bomo oblikovali?* • *Kakšne oblike bodo grede?* • *Koliko in katere posevke bomo imeli?* • *Kako bomo posevke razporedili po vrtu?* Dokaz o učenju 2. koraka: **Narisani načrt vrta z gredami in z razporeditvijo posevkov (lahko z legendo).** Učenci poskušajo ozavestiti s svojimi besedami (zapisati), kaj so pri načrtovanju predpostavili, poenostavili, da so s svojim matematičnim znanjem lahko rešili nalogo.

Uporabljamo matematične modele

Učencem lahko zastavimo nalogo:
Babica se je odločila, da bo postavila zelenjavni vrt v obliki, kot prikazuje spodnja slika. V 10–15 povedih opiši babičin vrt tako, da bo dedek vedel, kako postaviti in zasaditi vrt, ne da bi pogledal načrt.



Slika 34: Primer načrta za vrt.

Vrednotimo matematične modele

Vsaka skupina predstavi svoje reševanje in svoj načrt zelenjavnega vrta – matematični model.
Drugi učenci poskušajo ovrednotiti predstavljeno rešitev, kaj se jim zdi primerno in kaj ne.
Vprašanja za druge učence:

- *Ali je rešitev za naš prostor primerna?*
- *Kaj nam ustreza? Kaj bi spremenili?*

Izdelamo poročilo o izbranem modelu in ga predstavimo

Na koncu sledi predstavitev, zastavimo jim vprašanje:
Ali je katera od rešitev posebna, primernejša in zakaj? Kateri načrt vrta bi si izbrali?
Ob zaključku dejavnosti izvedemo evalvacijo, tako da učencem zastavimo vprašanji:

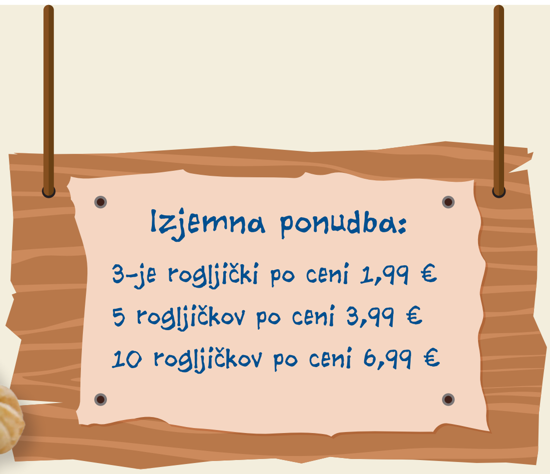
- *Katero matematično znanje ste uporabili?*
- *Kako ste se počuti pri načrtovanju vrta?*

Dejavnost lahko nadgradimo z elementi finančne pismenosti: **Kolikšni bodo stroški izdelave izbranega zelenjavnega vrta?**

Primer matematičnega modeliranja, pri katerem kot matematični model uporabljamo premo sorazmerje, je npr. naslednja naloga, pri kateri gre za vrednotenje danega modela prodaje rogljičkov in izdelavo ustreznejšega modela.

Prodaja rogljičkov

Luka je na počitnicah v znani lokalni slaščičarni večkrat kupil rogljičke po ceni 0,80 € na kos. Pred prodajalno stoji reklamni pano z napisano ponudbo. Če bi bil ti slaščičar, bi tudi objavil tako ponudbo? Utemelji. Predlagaj slaščičarju svojo objavo in razloži, zakaj je primernejša.



Slika 35: Izjemna ponudba za prodajo rogljičkov

Model je podan opisno. Naloga učencev/dijakov je, da prepoznajo premo sorazmerje kot matematični model za prodajo rogljičkov oz. različnih izdelkov. V danem primeru obravnavajo najustreznejšo ponudbo za nakup oz. prodajo rogljičkov, seveda ob tem razmišljajo o predpostavljenem – koliko rogljičkov bodo kupili in koliko bi jih kot slaščičarji radi prodali. Glede na ugotovljene pomanjkljivosti danega modela učenci/dijaki za slaščičarja izdelajo ustreznejši model.

Začetno izhodišče za pripravo dejavnosti matematičnega modeliranja so nam lahko naloge iz učbenikov za pouk matematike. Poglejmo nalogo iz i-učbenika Matematika 4 (https://eucbeniki.sio.si/mat4/669/index8.html).

Potovalni načrt

Lena se je s sošolci dogovorila za kolesarski izlet po vzhodni Sloveniji. Našla je primerno turo, s startom in ciljem v Mariboru in sošolcem pripravila potovalni zemljevid. Načrtovala je 3-dnevno kolesarjenje. Koliko kilometrov morajo prekolesariti na dan? Pomagaj Leni narediti načrt za prenočevanja, ki so možna v označenih krajih (modra pika na zemljevidu), da bo dnevno kolesarjenje v vseh treh dneh približno enako dolgo.

Slika 36: Potovalni zemljevid

V nalogi je predpostavljeno, da bodo kolesarili 3 dni, da bodo vsak dan prekolesarili približno enako kilometrov. Naloga sprašuje po številu kilometrov, ki jih morajo vsak dan prekolesariti. Gre za reševanje odprte naloge, ki ima lahko več rešitev.

Za nadgradnjo naloge v primeru matematičnega modeliranja bi v nalogi lahko izpustili podatka: število dni kolesarjenja in približno enako število prevoženih kilometrov vsak dan. Nalogo bi preoblikovali na naslednji način:

Naredite načrt prenočevanja za kolesarski izlet po vzhodni Sloveniji. Lena je narisala pot, ki bi jo s sošolci rada prekolesarila. Prenočevanje je možno v označenih krajih. Načrtujte čas kolesarjenja, prenočišča, prehrano, pijačo in možne oglede znamenitosti krajev za sprejemljivo ceno kolesarskega izleta.

Opomba: Za učence, ki že imajo nekaj izkušenj z dejavnostmi matematičnega modeliranja, lahko podatek o možnih krajih prenočevanja izpustimo ali pa to vključimo v naše skupne predpostavke – dogovore na začetku reševanja naloge.

Pri ukvarjanju z matematičnim modeliranjem velikokrat uporabljamo različna matematična in tehnološka orodja, zato načrtujmo pouk tako, da se učenci z uporabo različnih orodij srečujejo že v fazi učenja novih matematičnih znanj in tudi na drugih predmetnih področjih ter jih ne uporabljajo prvič pri reševanju odprtih avtentičnih problemov. V predstavljenem primeru se lahko povežemo z učiteljem geografije, v okviru katere lahko vključimo znamenitosti vzhodne Slovenije, merjenje razdalje med kraji z uporabo računalniških aplikacij …

V raziskavi PISA 2012 so učenci reševali naslednjo nalogo (Šterman Ivančič, 2013).

Številčnost populacije pingvinov

Fotograf živalskega sveta Jean Baptiste je odšel na enoletno odpravo ter posnel številne fotografije pingvinov in njihovih mladičev. Zanimalo ga je predvsem povečevanje velikosti kolonij različnih pingvinov. Pingvinji par po navadi izleže dve jajci na leto. Običajno preživi le mladič, ki se izvali iz večjega od obeh jajc.

Jeana zanima, kako se bo velikost določene kolonije pingvinov spreminjala v naslednjih letih. Da bi lahko to ugotovil, si zapiše naslednje domneve:

- Na začetku leta je v koloniji 10 000 pingvinov (5 000 parov).
- Vsak par pingvinov vzgoji vsako pomlad po enega mladiča.
- Na leto v koloniji pogine 20 % pingvinov (odraslih in mladičev).
- Eno leto stari pingvini bodo prav tako vzgojili mladiče.

Koliko pingvinov (odraslih in mladičev) bo ob koncu prvega leta v tej koloniji?

Pri pouku si zastavimo vprašanje: **Kako bi ugotovili število pingvinov po več letih?**

Pri tej nalogi lahko izkoristimo znanje elektronskih preglednic, ki ga učenci usvojijo pri obdelavi podatkov. Izdelajo si preglednico, v kateri lahko simulirajo napoved števila pingvinov za naslednja leta. Učence naučimo, kako iz podatkov za prvo leto razširimo podatke v preglednici za drugo leto in tako naprej. Gre za uporabo tako imenovanega simulacijskega pristopa pri matematičnemu modeliranju, ki ga lahko učenci uporabljajo v osnovni in srednji šoli.

Preglednica 1: Število pingvinov v koloniji pingvinov

Leto	Število odraslih pingvinov	Število mladičev	Število poginulih	Število pingvinov na koncu leta
1.	10.000	5.000	3.000	12.000
2.	12.000	6.000	3.600	14.400
3.	14.400	7.200	4.320	17.280
4.	17.280	8.640	5.184	20.736
5.	20.736	10.368	6.220,8	24.883,2
6.	24.883,2	12.441,6	7.464,96	29.859,84
7.	29.859,84	14.929,92	8.957,952	35.831,808
8.	35.831,808	17.915,904	10.749,5424	42.998,1696
9.	42.998,1696	21.499,0848	12.899,45088	51.597,80352
10.	51.597,80352	25.798,90176	15.479,34106	61.917,36422
11.	61.917,36422	30.958,68211	18.575,20927	74.300,83707
12.	74.300,83707	37.150,41853	22.290,25112	89.161,00448

Preglednica prikazuje simulacijo z elektronskimi preglednicami, kjer moramo biti pozorni pri interpretaciji dobljenih podatkov, ker je število živali lahko le naravno število in ne decimalno število.

V srednji šoli dijaki lahko tudi zapišejo formulo, ki opisuje število pingvinov glede na napovedi po n letih:

$$P(n) = 10000 \cdot (1{,}5 \cdot 0{,}8)^n$$

Število pingvinov po n letih lahko prikažemo tudi grafično.

Pomembno je, da se z učenci pogovarjamo o dobljenih rezultatih številčnosti populacije pingvinov, kako je z veljavnostjo dobljenih rezultatov in kako se v realnosti običajno številčno spreminjajo populacije posameznih živalskih vrst.

Bolj odprto nalogo pri raziskovanju števila populacije lahko rešujemo v srednješolskih programih:

Na različnih spletnih straneh poišči podatke o številu prebivalstva na Zemlji in v Evropi. V pomoč sta ti lahko naslednji spletni strani:

https://www.statista.com/statistics/997040/world-population-by-continent-1950-2020/

https://www.stat.si/StatWeb/News/Index/9566

Poišči svoj matematični model, po katerem bi napovedal število prebivalstva na Zemlji in v Evropi do konca stoletja.

Z matematičnim znanjem o funkcijah lahko poiščemo več matematičnih modelov, ki jih lahko vrednotimo in primerjamo med seboj.

Uporaba danih modelov

Pri izdelavi modela je velikokrat problem še omejeno matematično znanje, zato pri pouku matematike predvsem v osnovni šoli uporabljamo že dane modele, ki jih lahko opišemo, pri katerih lahko razberemo spremenljivke, funkcijske zveze, jih predstavimo z različnimi matematičnimi reprezentacijami, uporabimo matematični model na danih podatkih, iščemo območje veljavnosti, primerjamo različne modele med seboj.

Kot primer si poglejmo nalogo iz raziskave TIMSS 2015 (Japelj Pavešić, 2016):

$$T = x - \frac{6{,}5}{1000}y$$

Z zgornjim izrazom izračunamo temperaturo T °C v kraju na nadmorski višini y metrov, ko je temperatura ob morski gladini x °C. Kolikšna je temperatura na vrhu 2 000 m visoke gore, če je temperatura ob morski gladini 21 °C?

Odgovor: ________________ °C

Matematični kontekst naloge je umeščen v algebro – izrazi in operacije. Nalogo je pravilno rešilo 14,1 % osmošolcev, medtem ko je za primerjavo naslednjo nalogo iz algebrskih vsebin na raziskavi TIMSS 2015 pravilno rešilo 47,7 % osmošolcev:

$a = 5$ in $b = 2$

Koliko je $a^2 b - 3(a - b)$?

Odgovor: ____

Iz uspešnosti reševanja učencev je razvidno, da znajo učenci uporabljati pravila za računanje z algebrskimi izrazi, težava pa nastopi pri uporabi tega znanja v nematematičnem kontekstu, kot je v tem primeru pri razumevanju in uporabi formule za računanje temperature na poljubni nadmorski višini.

Iz uspešnosti reševanja obeh nalog sledi sporočilo, kako pomembno je vključevanje in osmišljanje matematike pri pouku v vsakodnevnih življenjskih kontekstih.

Poglejmo predloge za nadgradnjo naloge pri pouku matematike.

Temperatura ob morski gladini je 21 °C.

- Koliko stopinj je po danem modelu na vrhu Triglava in koliko v tvojem domačem kraju?
- Nariši graf, ki prikazuje spreminjanje temperature v odvisnosti od nadmorske višine.
- Na kateri nadmorski višini je 0 °C?

Izmeri temperaturo v svojem kraju in po danem izrazu izračunaj temperaturo ob morju. Temperaturo ob morski gladini poišči še med vremenskimi podatki ter primerjaj izračunano in najdeno temperaturo. Kaj ugotoviš?

Za načrtno uvajanje primerov matematičnega modeliranja v pouk matematike predlagamo, da si učitelj oz. aktiv učiteljev matematike naredi nabor primerov, ki bi jih lahko v posameznem razredu izvedel z učenci. Te primere bi smiselno razporedili po vertikali in jih zapisali v izvedbeni kurikul šole za razvijanje matematične pismenosti.

Viri in literatura

1. Fran (b. d.). *Slovar slovenskega knjižnega jezika.* Pridobljeno s www.fran.si.
2. Repež, M., Drobnič Vidic, A., Štraus, M. (ur.). (2008). *PISA 2006: izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2006.* Ljubljana: Nacionalni center PISA, Pedagoški inštitut. Pridobljeno s https://www.pei.si/wp-content/uploads/2018/12/PISA2006_Izhodisca_Matematicna_pismenost.pdf.
3. Sirnik, M. (2019). *Predstavitev 2. gradnika matematične pismenosti* (predmetna stopnja in srednja šola). Gradivo izobraževanja članov RVIZ in IVIZ v projektu NA-MA POTI, [Elektronski vir]. Gradivo objavljeno v spletni učilnici PRO-projekt NA-MA POTI https://skupnost.sio.si/course/view.php?id=9413.
4. Sirnik, M., Vršič, V. (2021). *Od reševanja matematičnega problema do modeliranja*. Gradivo izobraževanja članov RVIZ in IVIZ v projektu NA-MA POTI. [Elektronski vir]. Gradivo objavljeno v spletni učilnici PRO-projekt NA-MA POTI https://skupnost.sio.si/course/view.php?id=9413.
5. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Fras Bero, F. idr. (2019). *Matematična pismenost.* Delovno gradivo razvojnega tima za matematično pismenost v projektu NA-MA POTI. Pridobljeno s https://www.zrss.si/wp-content/uploads/2021/11/2021-11-15-Gradniki-matematicna-pismenost_07_07_2021.pdf.
6. Šterman Ivančič, K. (2013). *Izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2012 s primeri nalog.* Strokovna monografija. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
7. Vršič, V. (2019). *Predstavitev 2. gradnika matematične pismenosti* (za vrtce in razredni pouk). Gradivo izobraževanja članov RVIZ in IVIZ v projektu NA-MA POT, [Elektronski vir]. Gradivo objavljeno v spletni učilnici PRO-projekt NA-MA POTI https://skupnost.sio.si/course/view.php?id=9413.
8. Žakelj, A. idr. (2008). *Učni načrt. Matematika. Gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija.* [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/ss/programi/2008/Gimnazije/UN_MATEMATIKA_gimn.pdf.
9. Žakelj, A. idr. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*, [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN_matematika.pdf.
10. Kmetič, S. (2011). *Razvoj in spremljanje procesa modeliranja v Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi, matematika*. Ljubljana: ZRSŠ.
11. Magajna, Z. (2013). *Matematično modeliranje v osnovni šoli v Posodobitve pouka v osnovnošoslki praksi, matematika.* Ljubljana: ZRSŠ.
12. Repnik A., Ferk E. idr. (2016). *Matematika 4*, i-učbenik. [Elektronski vir]. Pridobljeno s https://eucbeniki.sio.si/mat4/index.html.
13. Japelj Pavešić, B. (2016). *Znanje matematike in naravoslovja med osmošolci v Sloveniji in po svetu: izsledki raziskave TIMSS 2015*. Ljubljana: Pedagoški inštitut, http://timsspei.splet.arnes.si/files/2016/11/T15-tretja-osmosolci.pdf.

Naloge na splošni maturi skozi gradnike matematične pismenosti

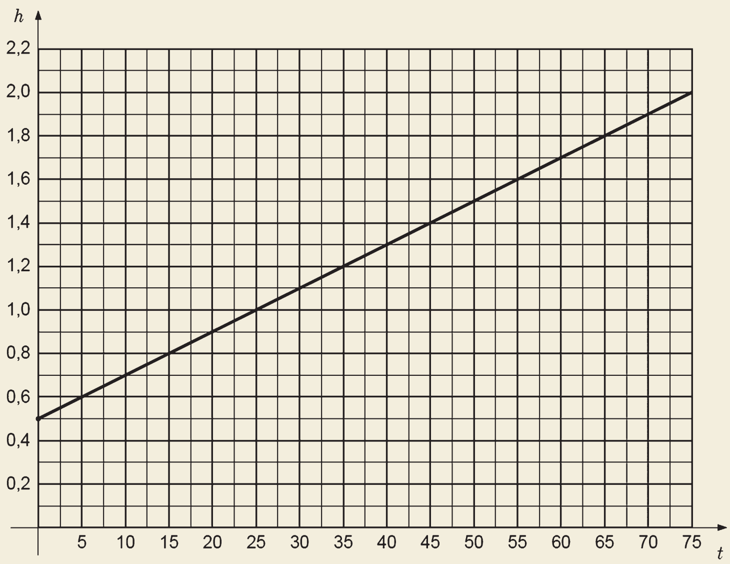
Simona Vreš, Gimnazija Ravne na Koroškem

Pregledala sem naloge, ki so bile del maturitetnega izpita na splošni maturi zadnjih 10 let z namenom, da jih uporabim oziroma nadgradim v dejavnosti razvijanja gradnikov matematične pismenosti. Naredila sem izbor petih nalog, ki bi tako lahko pokrivale prvi in drugi gradnik matematične pismenosti. Naloge so reševali dijaki v 2. in 4. letniku, eno izmed nalog pa sem uporabila tudi na pisnem ocenjevanju znanja v 2. letniku.

Učitelj lahko izvede dejavnost kot ponavljajočo se krajšo dejavnost (pri redni uri uporabi eno nalogo, ki se nanaša na obravnavano vsebino) ali kot dejavnost, namenjeno utrjevanju snovi ali pripravi na maturo. Znotraj interpretacije vsake naloge podajam predloge za nadgradnjo za razvijanje elementov matematične pismenosti pri pouku.

1. Splošna matura 26. avgusta 2019, naloga 5

Bazen začnemo polniti z vodo. Ob začetku polnjenja je voda v bazenu že segala do določene višine. Višina vode se povečuje linearno s časom. Na sliki je graf funkcije f, ki prikazuje spreminjanje višine vode h v bazenu v odvisnosti od časa t. Odgovorite na spodnja vprašanja. Višino vode merimo v metrih, čas pa v minutah.



Kolikšna je bila višina vode v bazenu ob začetku polnjenja? [R: 0,5 m]

Kolikšna je bila višina vode v bazenu eno uro po začetku polnjenja? [R: 1,7 m]

Za koliko se je povečala višina vode v bazenu vsakih 15 minut? [R: 0,3 m]

Zapišite predpis funkcije f. [R: $f(t) = 0{,}02t + 0{,}5$]

V nalogi gre za uporabo znanja linearne funkcije v situaciji, ki se lahko pojavi v osebnem ali strokovnem kontekstu. Podan je linearni model za polnjenje bazena, in sicer z grafično reprezentacijo. Grafično predstavljenemu modelu morajo dijaki zapisati funkcijski predpis (MP2.2.3: uporabljajo matematične modele).

Prva tri vprašanja preverjajo razumevanje danega modela. Po teh vprašanjih lahko nalogo nadgradimo z dejavnostjo: Opiši z besedami, kako se polni bazen.

2. Splošna matura 9. junija 2018, naloga 12

Kurilno olje je mogoče naročiti v trgovini *A* ali v trgovini *B*. Doplačati je treba tudi prevoz. Cene za liter olja in za prevoz so podane v spodnji preglednici. Cena prevoza je v obeh trgovinah neodvisna od količine kupljenega olja in od razdalje.

	Trgovina *A*	Trgovina *B*
Cena za liter olja	0,811 €	0,795 €
Cena prevoza	36 €	51 €

Jure ima posodo za kurilno olje v obliki kvadra. Široka je 8 dm, dolga 17 dm in visoka 12,5 dm. Jure je izmeril, da olje v posodi sega do višine 3 dm. Dokupil bo toliko olja, da bo posoda polna do vrha. V kateri od trgovin, *A* ali *B*, bo Jure kupil kurilno olje, da bo za olje s prevozom plačal manj? Koliko bo plačal? Zapišite odgovor.

[R: 1292 *l*, trgovina B, 1078,14 €]

Pri kateri količini olja bo za olje in prevoz skupaj plačal v obeh trgovinah enako? V kateri trgovini bo nakup olja cenejši za večje in v kateri za manjše količine olja?

[R: 937,5 €, manjše *A*, večje *B*.]

V nalogi sta podani dve ponudbi oziroma dva modela, po katerih lahko naročimo kurilno olje. Učenci uporabijo dana modela (MP2.2.3) in ju vrednotijo (MP2.2.4).

Nalogo bi lahko reševali tudi učenci v 9. razredu pri vsebini linearne enačbe. Nadgradimo jo lahko z uporabo računalniških preglednic, pri katerih učenci opazujejo, kako se spreminjajo cene kurilnega olja. Računalniško predlogo lahko pripravi učitelj, lahko pa jo naredijo učenci.

Preglednica 2: Primer računalniške preglednice za simulacijo cen

Olje (l)	Trgovina *A*	Trgovina *B*
100	117,10 €	130,50 €
200	198,20 €	210,00 €
300	279,30 €	289,50 €
400	360,40 €	369,00 €
500	441,50 €	448,50 €
600	522,60 €	528,00 €
700	603,70 €	607,50 €
800	684,80 €	687,00 €
900	765,90 €	766,50 €
1000	847,00 €	846,00 €
1100	928,10 €	925,50 €
1200	1.009,20 €	1.005,00 €
1300	1.090,30 €	1.084,50 €
1400	1.171,40 €	1.164,00 €
1500	1.252,50 €	1.243,50 €
1600	1.333,60 €	1.323,00 €
1700	1.414,70 €	1.402,50 €
1800	1.495,80 €	1.482,00 €
1900	1.576,90 €	1.561,50 €
2000	1.658,00 €	1.641,00 €

Nadgradnja naloge v primer matematičnega modeliranja, ko dijaki sami oblikujejo in vrednotijo matematične modele: Naročiti moramo 1500 litrov kurilnega olja. Poišči dva ponudnika in izberi najugodnejšo ponudbo.

3. Splošna matura 25. avgusta 2021, naloga 11

Ceno puloverja so znižali za 20 %, a ker ni šel v prodajo, so ga pocenili še za 30 %. Po drugi pocenitvi ga je Jan kupil in zanj plačal 30,24 €. Odgovori v povedih na spodnja vprašanja.

a) Koliko odstotkov prvotne cene puloverja je Jan plačal? [R: 56 %]

b) Kolikšna je bila začetna cena puloverja? [R: 54 €]

c) Kolikšna je bila cena puloverja neposredno pred drugim znižanjem? [R: 43,20 €]

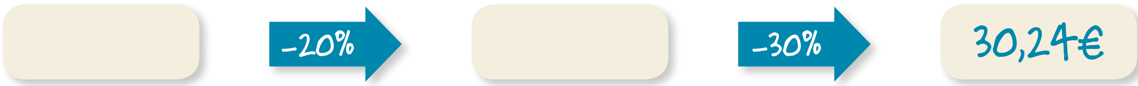
Na srednješolski stopnji izobraževanja lahko rečemo, da naloga preverja proceduralna znanja v nematematičnem kontekstu – v življenjski situaciji (MP1.5: pozna in v različnih okoliščinah uporablja ustrezne postopke in orodja). Za matematično pismenega posameznika je pomembno, da zna uporabljati matematične postopke, v tem primeru računanje z odstotki, v različnih življenjskih situacijah.

Če bi nalogo uporabili v osnovnošolskem izobraževanju, lahko rečemo, da gre za reševanje problemov v raznolikih kontekstih, ki omogočajo matematično obravnavo (MP 2.1).

Problem lahko z učenci izrazimo v matematičnem jeziku, tako da si npr. narišemo spodnjo shemo:

pred obema pocenitvama

po prvi pocenitvi



4. Splošna matura 25. avgusta 2016, naloga 4

Zveza med Fahrenheitovo lestvico [°F] in Celzijevo lestvico [°C] je formula

$$F(C) = \frac{9C + 160}{5}.$$

a) Koliko °F je pri 37 °C? [R: 98,6]
b) Koliko °C je pri 59 °F? [R: 15]
c) Pri kateri temperaturi kažeta oba termometra enako vrednost? [R: –40]

V nalogi je podan matematični model, ki s formulo opisuje zvezo med dvema različnima temperaturnima lestvicama. Z navedenimi vprašanji preverjamo razumevanje in uporabo formule.

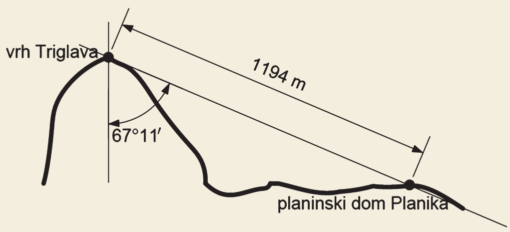
Dijake bi lahko še vprašali: Poznate še katero temperaturno lestvico? Zapišite zvezo med njo in Celzijevo lestvico.

5. Splošna matura 25. avgusta 2015, naloga 12

Po vzponu na vrh Triglava (nadmorska višina 2864 m) se nam v lepem vremenu odpre čudovit razgled.

a) Pod kotom 67°11' vidimo planinski dom Planika, ki je od vrha Triglava oddaljen 1194 m. Izračunaj nadmorsko višino planinskega doma Planika. Rezultat zaokroži na metre.

b) Na zemljevidu, ki je narisan v merilu 1 : 50.000, je razdalja med vrhom Triglava in vrhom Stola (nadmorska višina 2236 m) 50,7 cm. Na meter natančno izračunaj, koliko sta vrh Triglava in vrh Stola oddaljena drug od drugega v naravi.



V nalogi gre za uporabo znanja geometrije v življenjski situaciji. Večkrat v naravi ocenjujemo razdalje med objekti ali poskušamo ugotoviti, koliko so oddaljeni od nas. Izračune lahko preverimo z uporabo različnih aplikacij – elektorskih zemljevidov.

Na srednješolski ravni gre za podgradnik MP1.5: pozna in v različnih okoliščinah uporablja ustrezne postopke in orodja.

Viri in literatura:

1. https://www.ric.si/splosna-matura/predmeti/matematika/

II.

Primeri dejavnosti iz prakse za razvijanje prvega gradnika matematične pismenosti

Razvrščanje po eni in dveh lastnostih

Denis Markežič, Vrtec pri OŠ Istrskega odreda Gračišče
Veronika Zadel, Vrtec pri OŠ Istrskega odreda Gračišče

Strokovni delavci v vrtcu se zavedamo, da otroci dojemajo in razumejo svet celostno ter da se razvijajo in učijo v interakciji z odraslimi in vrstniki. Pri delu sledimo ciljem in načelom Kurikuluma za vrtce. Skrbimo, da »na ravni predšolske vzgoje omogočimo otrokom pridobivanje nekaterih osnovnih izkušenj (znanj) v zvezi z njenimi najbolj splošno veljavnimi in uporabnimi idejami oz. koncepti«, da spodbujamo ter navajamo otroke na uporabo različnih strategij in pripomočkov pri iskanju odgovorov in na verbalizacijo in druge načine izražanja (Kurikulum za vrtce, 2010, str. 9).

Kurikulum za vrtce opredeljuje dejavnosti po posameznih področjih in med njimi sta tudi področji gibanje in matematika, katerih cilje smo načrtovali pri naših dejavnostih. Dejavnosti smo izvajali z otroki drugega starostnega obdobja, starih 4–6 let. Dejavnost je bila izvedena v dveh delih.

Z dejavnostjo smo uresničevali naslednje operativne cilje (vsebinske, *procesne*):

- otrok spoznava lastnosti svojega telesa,
- otrok pravilno prepozna dane lastnosti,
- *otrok pravilno klasificira in razvršča glede na dane lastnosti.*

Zajeli smo gradnike matematične pismenosti:

1.1 razume sporočila z matematično vsebino

- 1.1 a) (sprejema) razume enostavna ustna, grafična sporočila z matematično vsebino
- 1.1 b) povzema sporočilo z matematično vsebino in odgovarja na vprašanja

1.2 pozna in uporablja strokovno terminologijo in simboliko

- 1.2 a) v sporočilu prepozna strokovno terminologijo ter razume njen pomen

1.5 pozna in v različnih okoliščinah uporablja ustrezne postopke in orodja

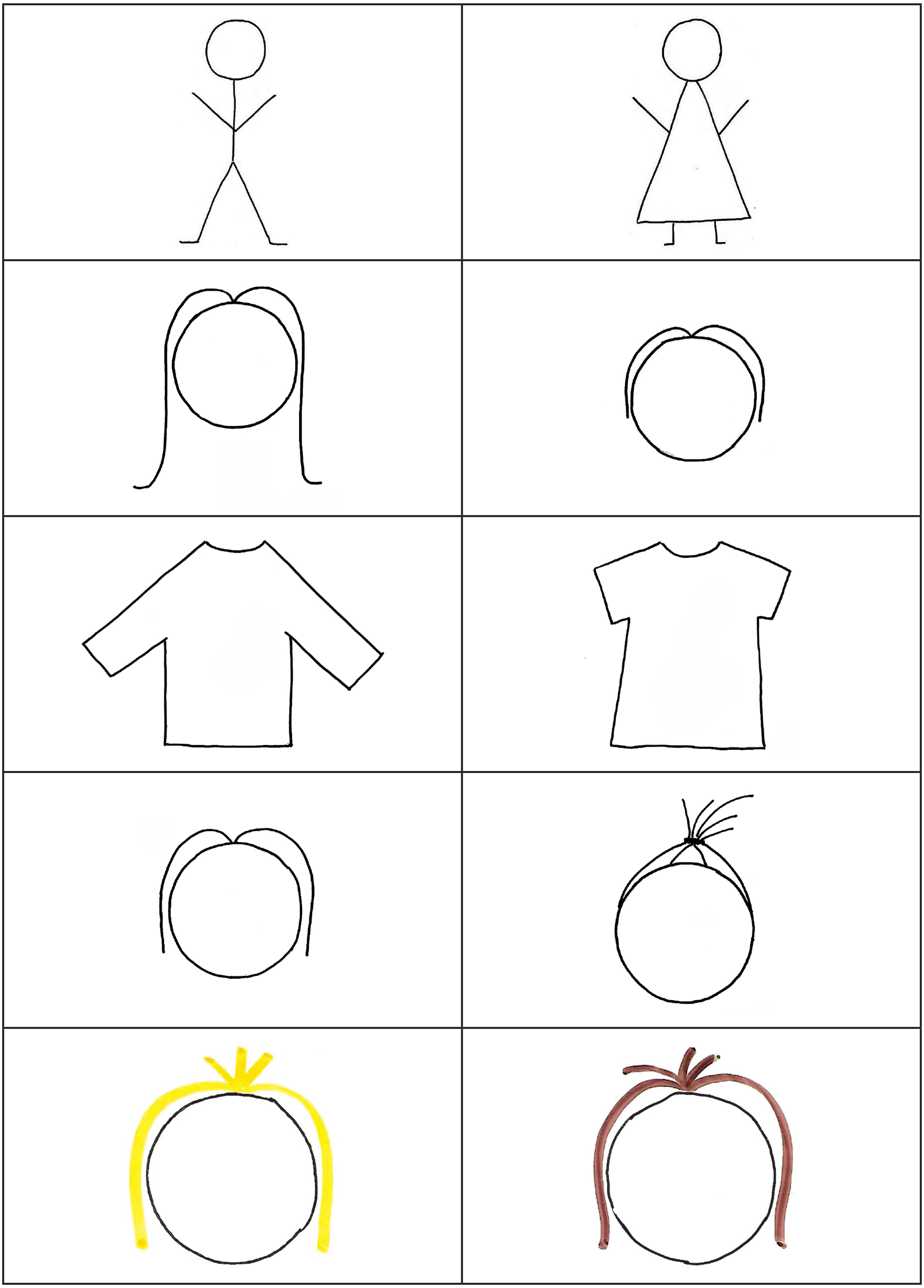
- 1.5 a) uporablja uspešne postopke pri igri in reševanju preprostih matematičnih nalog

Potek dejavnosti

Aktivnost otrok	Podgradniki	Vloga vzgojitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
a) Opazovanje Otroci opazujejo svoje telo in oblačila ter telo in oblačila drugih otrok. Med seboj iščejo podobnosti in razlike ter naštejejo različne lastnosti, ki jih opazijo (npr. barva oči, dolžina las itd.).	MP1.1 a MP1.1 b	Vzgojitelj postavlja vprašanja, ki vodijo otroke v opazovanje podobnosti in razlik na njihovem telesu in oblačilih ter telesu in oblačilih drugih otrok.	Naštevanje različnih lastnosti.
b) Prepoznavanje ene lastnosti Otroci se igrajo igro Določi lastnost, pri kateri na glasbo tekajo po prostoru. Ko se glasba ustavi, pozorno poslušajo vzgojiteljico. Ta jim pove, katero lastnost morajo prepoznati na sebi in kako pokažejo, ali imajo to lastnost: • Tisti otroci, ki imajo … se uležejo na tla, drugi mirujejo (izberemo eno izmed lastnosti lastnost, ki so jo našteli otroci). • Tisti otroci, ki imajo dolge lase, dvignejo roko, drugi mirujejo. • Tisti otroci, ki imajo kratke lase, se primejo za roke, drugi mirujejo. • …	MP1.1 a MP1.2 a MP1.5 a	Vzgojitelj pove pravila igre Določi lastnost. Vzgojitelj predvaja glasbo pribl. eno minuto in po tem določi lastnost. To večkrat ponovi in vsakič določi drugo lastnost. Vzgojitelj vsakič preveri, ali so otroci ustrezno upoštevali lastnost.	Izkazovanje prepoznanih lastnosti na sebi z ustreznim gibom v igri.
c) Prepoznavanje dveh lastnosti Otroci se igrajo igro Določi lastnost, pri kateri na glasbo tekajo po prostoru. Ko se glasba ustavi, pozorno poslušajo vzgojiteljico. Ta jim pove, kateri dve lastnosti morajo prepoznati na sebi in kako pokažejo, ali imajo ti lastnosti. • Tisti otroci, ki imajo … in …, dvignejo nogo (določimo dve lastnosti, ki so jih našteli otroci). • Tisti otroci, ki imajo dolge lase in so deklice, se postavijo k umivalniku. • Tisti otroci, ki imajo kratke lase in so dečki, poskočijo. • Tisti otroci, ki imajo kratke lase in so deklice, naj stopijo k meni. • …	MP1.1 a MP1.2 a MP1.5 a	Vzgojitelj pove pravila igre Določi lastnost. Vzgojitelj predvaja glasbo pribl. eno minuto in po tem določi lastnosti razvrščanja. To večkrat ponovi in vsakič določi drugi dve lastnosti. Vzgojitelj vsakič preveri, ali so otroci ustrezno upoštevali lastnosti in se uspešno razvrstili.	Izkazovanje prepoznanih dveh lastnosti na sebi z ustrezno razvrstitvijo ali gibom v igri.

Aktivnost otrok	Podgradniki	Vloga vzgojitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
č) Razvrščanje po eni lastnosti Otroci opazujejo parne piktograme in povedo, kaj prikazujejo: • dolgi lasje, kratki lasje; • temni lasje, svetli lasje; • lasje, speti v čop, prosto spuščeni lasje; • majica s kratkimi rokavi, majica z dolgimi rokavi; • deček, deklica; • …	MP1.1 b MP1.2 b	Vzgojitelj pokaže otrokom parne piktograme (priloga P1) in jih sprašuje, kaj prikazujejo.	Izkazovanje razumevanja pomena parnih piktogramov z opisom (verbalizacija).
Otroci se igrajo igro Določi lastnost z novimi pravili, pri kateri ob glasbi tekajo po prostoru. Ko se glasba ustavi, se razvrstijo k ustrezni mizi s piktogramom.	MP1.5 a	Vzgojitelj pove nova pravila igre Določi lastnost. Vzgojitelj predvaja glasbo pribl. eno minuto. Med predvajanjem glasbe na dve mizi postavi po en piktogram (npr. piktogram dolgi lasje na eno mizo, piktogram kratki lasje na drugo mizo). To večkrat ponovi in vsakič določi drugo lastnost. Vzgojitelj vsakič preveri, ali so se otroci ustrezno razvrstili.	Razumevanje postopka razvrščanja s pravilno razvrstitvijo k mizi s piktogramom lastnosti, prepoznane na sebi.
d) Razvrščanje po dveh lastnostih Otroci opazujejo piktograme in povedo, kaj prikazujejo: • deček in kratki lasje/deček in dolgi lasje, deklica in kratki lasje/deklica in dolgi lasje; • deček in temni lasje/deček in svetli lasje, deklica in temni lasje/deklica in svetli lasje; • deček in lasje, speti v čop/deček in prosto spuščeni lasje, deklica in lasje, speti v čop/deklica in prosto spuščeni lasje; • deček in majica s kratkimi rokavi/deček in majica z dolgimi rokavi, deklica in majica s kratkimi rokavi/deklica in majica z dolgimi rokavi; • dolgi lasje in majica s kratkimi rokavi/dolgi lasje in majica z dolgimi rokavi, kratki lasje in majica s kratkimi rokavi/kratki lasje in majica z dolgimi rokavi; • …	MP1.1 b MP1.2 b	Vzgojitelj pokaže otrokom piktograme (priloga P1) in jih sprašuje, kaj prikazujejo.	Izkazovanje razumevanja pomena lastnosti na dveh piktogramih, ki sta položena skupaj (verbalizacija).
Otroci se igrajo igro Določi lastnost z novimi pravili, pri kateri na glasbo tekajo po prostoru. Ko se glasba ustavi, se razvrstijo k ustrezni mizi z ustreznima piktogramoma.	MP1.5 a	Vzgojitelj pove nova pravila igre Določi lastnost. Vzgojitelj predvaja glasbo pribl. eno minuto. Med predvajanjem glasbe na štiri mize postavi piktograme (npr. piktograma deček in kratki lasje na eno mizo, deček in dolgi lasje na drugo mizo, deklica in kratki lasje na tretjo mizo ter deklica in dolgi lasje na četrto mizo). To večkrat ponovi in vsakič določi druge lastnosti. Vzgojitelj vsakič preveri, ali so se otroci ustrezno razvrstili.	Razumevanje postopka razvrščanja izkažejo s pravilno razvrstitvijo k mizi z dvema piktogramoma in prepoznanima lastnostma na sebi.

Piktogrami



Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD

Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Izvedba

Izvajalci:	VIZ:	Datum:
Veronika Zadel, Denis Markežič, Karmen Petrović	Vrtec pri OŠ Istrskega odreda Gračišče	17. 10. 2018, 24. 10. 2018

Evalvacija, refleksija vzgojiteljic

Prvi del dejavnosti, 17. 10. 2018 – izvajalka Veronika Zadel

Otroci so pri opazovanju svojih teles in oblačil ter telesa in oblačil drugih otrok našteli naslednje podobnosti/razlike oziroma lastnosti: lasje (kodrasti, dolgi), copati (črne barve, roza barve, različnih številk oziroma velikosti), koža oziroma polt (temnejša, svetlejša), oči, dolžina nohtov. Po naštevanju razlik je eden izmed otrok, brez dodatnih vprašanj, našel dve podobnosti, in sicer dve deklici z enakim imenom in dve deklici z enakim priimkom.

Pri prepoznavanju ene lastnosti sem uporabila naslednje ideje: tisti otroci, ki imajo roza copate, se uležejo na tla, drugi mirujejo; tisti otroci, ki imajo dolge lase, dvignejo roko, drugi mirujejo; tisti otroci, ki imajo kratke lase, se primejo za roke, drugi mirujejo; dečki stojijo na eni nogi, deklice počepnejo. Vsi otroci so prepoznali eno lastnost na sebi in izvedli določen gib. Če bi dejavnost znova izvajala, bi pri določanju lastnosti vedno uporabila zadnji način, npr.: tisti otroci, ki imajo dolge lase, dvignejo roko in tisti otroci, ki imajo kratke lase, dvignejo nogo. Torej, da drugi otroci ne mirujejo.

Pri prepoznavanju dveh lastnosti sem uporabila naslednje ideje: tisti otroci, ki imajo majico s kratkimi rokavi in so dečki, dvignejo nogo, drugi mirujejo; tisti otroci, ki imajo dolge lase in so deklice, se postavijo k umivalniku, drugi mirujejo; tisti otroci, ki imajo kratke lase in so deklice, naj stopijo k meni, drugi mirujejo; tisti otroci, ki imajo hlače brez vzorca in so deklice, poskočijo, drugi mirujejo; tisti otroci, ki imajo črne copate in copate na ježka, se postavijo k vratom, drugi mirujejo. Mlajši otroci so imeli pri prepoznavanju dveh lastnosti nekoliko težav ter so potrebovali dodatne usmeritve, saj je bilo preveč informacij naenkrat. Pri ponovnem izvajanju dejavnosti bi pri določanju lastnosti ravno tako spremenila to, da drugi otroci ne mirujejo, ampak bi tudi njim določila lastnosti in gib.

Slika 37: Otroci, ki imajo dolge lase, dvignejo roko.

Slika 38: Otroci, ki imajo roza copate, se uležejo.

Slika 39: Otroci, ki imajo kratke lase, se primejo za roke.

Drugi del dejavnosti, 24. 10. 2018 – izvajalka Denis Markežič

Otroci so imeli pri poimenovanju (opisu) piktogramov sprva težave, saj so npr. poleg dolgih las povedali še, da je deklica ali deček, ter niso znali razložiti, zakaj. Nato sem jim pokazala piktograma deček in deklica ter jim povedala, da se morajo pri drugih znakih oziroma piktogramih osredotočiti na druge lastnosti, saj imata deček in deklica že svoj znak oziroma piktogram. V nadaljevanju otroci niso imeli več težav pri poimenovanju piktogramov, razen pri piktogramu lasje, speti v čop, pri katerem so rekli, da je to kapa. Ko sem jih usmerila, naj bolje pogledajo in primerjajo s parnim piktogramom spuščeni lasje, so ugotovili, da gre za spete lase v čop. Najhitreje so prepoznali piktograma majica s kratkimi rokavi in majica z dolgimi rokavi ter piktograma deklica in deček. Pri razvrščanju po eni lastnosti sem uporabila vse zgoraj naštete ideje. Otroci pri razvrščanju po eni lastnosti niso imeli nobenih težav, saj so se razvrstili k ustrezni mizi.

Pri poimenovanju dveh piktogramov skupaj otroci niso imeli težav. Za piktograme, ki smo jih pokazali, upoštevajoč dve lastnosti, so otroci sami povedali, kako se bodo morali razvrstiti. Pri razvrščanju po dveh lastnostih sem uporabila naslednje ideje: deček in kratki lasje/deček in dolgi lasje, deklica in kratki lasje/deklica in dolgi lasje ter deček in majica s kratkimi rokavi/deček in majica z dolgimi rokavi, deklica in majica s kratkimi rokavi/deklica in majica z dolgimi rokavi. Mlajši otroci so imeli pri razvrščanju po dveh lastnostih nekoliko težav, saj jim je npr. pri razvrščanju glede na dolžino las in spol uspelo upoštevali le eno lastnost, drugo pa so zanemarili oziroma se niso sprehodili do vseh miz. Zato sem jim dala dodatne usmeritve, in sicer naj najprej pogledajo vse znake pri vseh mizah in naj se šele nato razvrstijo k ustrezni mizi. Na koncu so se vsi otroci razvrstili k ustrezni mizi.

Pri dejavnosti mi je bilo najzanimiveje to, da so nekateri (starejši) otroci ves čas opazovali druge otroke pri svoji mizi in sosednjih mizah ter jih opozarjali, če so se narobe razvrstili.

Slika 40: Prepoznavanje lastnosti.

Slika 41: Razvrščanje po eni lastnosti s pomočjo piktograma.

Slika 42: Razvrščanje po dveh lastnostih s pomočjo piktogramov.

Refleksija otrok

Prvi del dejavnosti, izveden 17. 10. 2018

Otrokom je bila dejavnost zanimiva, saj so vsakič po predvajani glasbi z navdušenjem čakali, kakšno nalogo jim bom zastavila. Motivacija otrok se je ves čas dejavnosti ohranjala.

Drugi del dejavnosti, izveden 24. 10. 2018

Otrokom je bila dejavnost zanimiva, povedali so, da jim je bilo razvrščanje po dveh lastnostih težje, najlažje pa jim je bilo razvrščanje po eni lastnosti glede na spol. Pri razvrščanju po dveh lastnostih sem zaznala, da otroci niso bili več motivirani za delo, zato sem dejavnost predčasno prekinila.

Viri in literatura

1. Bahovec, E. B., idr. (2010). *Kurikulum za vrtce*: *predšolska vzgoja v vrtcih*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.
2. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Klavs, A. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* [Elektronski vir]. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.

Sestavimo grad Bogenšperk z modeli geometrijskih teles in predstavimo prikaz

Kristina Angelov Troha, Osnovna šola Danila Lokarja Ajdovščina

Pouk geometrije se v 1. vzgojno-izobraževalnem obdobju začne z opazovanjem konkretnih predmetov ter uporabo konkretnih reprezentacij (fizičnih modelov). Učenci prepoznavajo in poimenujejo konkretne osnovne geometrijske elemente. Poglavitna metoda je didaktična igra, ki omogoča učencem razvoj predstav. Učenci osnovne geometrijske elemente spoznavajo s pomočjo različnih modelov in iz različnih perspektiv. Tako pridobivajo predstave o geometrijskih telesih, likih, črtah in točkah. Spoznavajo lastnosti posameznih geometrijskih oblik, jih opisujejo, iščejo podobnosti in različnosti ter tako razvijajo matematični jezik (terminologijo).

Dejavnost je bila izvedena v 3. razredu pri obravnavi sklopa Geometrijske oblike in uporaba geometrijskega orodja. Ker smo vsebino želeli osmisliti in nadgraditi, smo matematični izziv iskali v vsakdanji življenjski situaciji, saj mora biti primeren za razvojno stopnjo otrok. Izziv je moral biti tudi dovolj zanimiv in otrokom nekoliko znan.

Z učenci smo se že pogovarjali o gradovih, kdo je v njih živel, kje so že videli grad itd. Učencem sem pokazala slike gradu Bogenšperk, jih povprašala, ali grad prepoznajo, ter na zemljevidu pokazala pot od naše šole do gradu. Fotografije so prikazovale grad z različnih perspektiv z namenom, da si učenci čim bolj predstavljajo obliko in videz gradu z različnih zornih kotov.

Ker je bil namen dejavnosti, da učenci samostojno oblikujejo grad Bogenšperk iz gradnikov, sem za izvedbo te aktivnosti potrebovala več kompletov lesenih »kock«, več fotografij gradu, liste za risanje prikaza ter zemljevid poti.

Učenci so z izvedbo te dejavnosti utrdili znanje o geometrijskih telesih, orientaciji v prostoru in na ploskvi (z različnih perspektiv) ter sami oblikovali prikaz.

Na konkretnem primeru so usmerjeno opazovali sliko gradu in nato poiskali ustrezno geometrijsko telo, ki je kar najbolj posnemalo obliko dela gradu na fotografiji. Učenci so geometrijska telesa, ki so jih uporabili za gradnjo gradu, razvrstili po določenem in lastnem kriteriju ter razporeditev prikazali s prikazom. Svoje znanje so uporabili pri reševanju avtentičnega matematičnega problema z uporabo konkretnega materiala.

Pri dejavnostih smo uresničevali operativne cilje predmeta (vsebinske, *procesne*):

- opišejo položaj predmetov na ravnini (fotografiji) ter se pri opisu natančno izražajo,
- opisujejo odnos med dvema smerema: levo/desno, spredaj/zadaj, navpično/vodoravno,
- berejo različne načrte (fotografije) in se orientirajo po njih,
- prepoznajo in poimenujejo geometrijska telesa,
- *razporejajo elemente po različnih kriterijih in razporeditev prikažejo s prikazi,*
- *predstavijo podatke s poljubnim prikazom,*
- preberejo prikaz.

Vključili smo gradnike in podgradnike matematične pismenosti z opisniki:

1.1 razume sporočila z matematično vsebino

- 1.1 a) (sprejema) razume enostavna in strukturirana sporočila z matematično vsebino
- 1.1 c) povzema sporočilo z matematično vsebino, izlušči bistvo in potrebne podatke

1.2 pozna in uporablja strokovno terminologijo in simboliko

- 1.2 b) poimenuje in opisuje matematične pojme z matematično terminologijo ter simboliko

1.4 prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah

- 1.4 a) prepozna na različne načine (konkretno, grafično, simbolno) reprezentirane matematične pojme v znanih situacijah
- 1.4 b) uporablja različne reprezentacije matematičnih pojmov ter prehaja med njimi

1.5 pozna in v različnih okoliščinah uporablja ustrezne postopke in orodja

- 1.5 a) spoznava in raziskuje različne matematične situacije tako, da opazuje, prireja, primerja, razvršča in ureja elemente
- 1.5 c) pri reševanju uporablja lastne postopke

1.6 napoveduje in presoja rezultate, utemeljuje trditve, postopke in odločitve

- 1.6 c) presoja o ustreznosti izpeljave postopkov pri reševanju nalog
- 1.6 d) preverja pravilnost rešitev, prepozna napačne rešitve in jih popravi

1.7 uporablja različne strategije pri reševanju matematičnih problemov

- 1.7 c) na osnovi danih matematičnih situacij oblikuje različna vprašanja in podobne naloge

Potek dejavnosti

Aktivnost učencev	Podgradniki	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
a) Opis gradu Bogenšperk *Učna situacija:* *Učenci so razdeljeni v skupine. Skupine so lahko oblikovane heterogeno ali homogeno. V skupini so največ štirje učenci. Vsaka skupina ima pred seboj fotografije gradu Bogenšperk. Fotografije predstavljajo grad z različnih perspektiv.* Učenci si najprej samostojno ogledaajo fotografije gradu. Povedo svoje vtise ob fotografijah, na kaj jih grad spominja, kako si predstavljajo življenje na gradu …	MP1.1 a	Učitelj vodi pogovor o gradu na fotografijah. Z vprašanji učence spodbuja, da iščejo podobnosti in razlike med predstavljenim gradom na posameznih fotografijah. Z vprašanji spodbuja učence, da se poskušajo spomniti življenjske situacije, ko so bili na gradu, če so že videli podoben vhod, okna, dovoz …	Sodelovanje v pogovoru (opis gradu na fotografiji) in pri opisu geometrijskih elementov v prostoru z uporabo matematičnega jezika.
Na spletnem zemljevidu si ogledajo pot od Ajdovščine do gradu Bogenšperk. Prepoznajo kraje, mimo katerih se »peljejo«, primerjajo razdaljo, ki jo morajo prevoziti, z znanimi razdaljami (npr. pot do babice je pol krajša, to je toliko kot petkrat do Nove Gorice …).		Prikaže spletni zemljevid in pot iz Ajdovščine do gradu Bogenšperk. Učence z vprašanji in primeri spodbuja, da poskušajo še sami najti razmerje poti med njim znanimi razdaljami in razdaljo med Ajdovščino in Bogenšperkom.	
Učenci natančno opazujejo fotografije gradu. Povedo, ali so že kdaj videli podoben vhod, kje so videli take stolpe, strehe, atrij … Opišejo, s katerimi gradniki (lesenimi kockami) bi prikazali posamezne dele gradu. Pozorni so na količine in geometrijske oblike, ki sestavljajo grad (stolp, zidovi …). Opišejo grad, ki so ga opazovali. Povedo, na kaj so bili pozorni, kaj so prešteli in kaj so primerjali.	MP1.4 a MP1.4 b	Prisluhne razlagam učencev in podaja povratne informacije ter jih spodbuja z vprašanji za razjasnitev (npr. Kako to mislite?).	Izkazovanje natančnosti opazovanja in opisovanja delov gradu, prepoznavanje njihovih oblik in iskanje ustreznih oblik gradnikov za prikazovanje posameznih delov gradu.
b) Oblikovanje kriterijev uspešnosti Učenci sodelujejo pri oblikovanju kriterijev. *Uspešen bom, ko:* • bo sestavljen grad čim podobnejši gradu na fotografijah (npr. ustrezno število in oblika oken, vrat, oblika in število stolpov), • bo grad stal (se ne bo podiral), • bodo pri sestavljanju gradu sodelovali vsi člani skupine.	MP1.1 c	Učencem predstavi namen učenja. Poda navodila za sestavo gradu Bogenšperk iz lesenih »kock« (didaktična igra), ki bo kar najpodobnejši gradu, ki so ga opazovali na fotografijah. Usmeri jih, da naj uporabljajo le tiste gradnike (lesene »kocke«), ki jih imajo na mizi (oz. so bile v škatli), in da naj pri delu sodelujejo vsi učenci. Usmerja učence pri sestavi kriterijev.	

Aktivnost učencev	Podgradniki	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
c) Sestavljanje gradu Učenci v skupinah dobijo lesene »kocke«. V vsaki škatli so različne oblike »kock«. Vsebino škatle pregledajo in se pogovorijo, s katerimi gradniki (ali predmeti) bodo nadomestili manjkajoče oblike »kock«. Učenci imajo ves čas aktivnosti na voljo fotografije gradu, na katerih lahko preverjajo podobnosti in ustreznost gradnje. Iz nabora lesenih »kock« izberejo ustrezne oblike in sestavljajo grad, ki je kar najpodobnejši gradu na fotografijah. Usklajujejo različne predloge in izberejo najustreznejšega.	MP1.5 a MP1.4 b MP1.5 c	Poda navodilo za skupinsko delo: • Pri sestavljanju gradu sodelujejo vsi člani skupine. • Najprej med lesenimi »kockami« poiščejo ustrezne gradnike, iz katerih bodo sestavili grad. • Ko sestavljajo grad, naj skupaj preverjajo, ali so rešitve ustrezne. Spremlja gradnjo gradov, sprašuje o njihovem delu, po potrebi jih s podvprašanji usmerja in jim podaja sprotno povratno informacijo.	Vključenost vseh članov skupine v izgradnjo gradu. Sestavljen grad iz gradnikov, ki je čim podobnejši gradu na fotografiji.
č) Presojanje rezultatov dela in ustreznost postopkov Učenci s pomočjo fotografij usmerjeno opazujejo gradove (število in oblika oken, vrat, morebitna okolica, če so jo tudi naredili). Gradove med seboj primerjajo, primerjajo števila oken, oblike zidov in strehe. Primerjajo tudi sestavljene gradove s tistim na fotografiji. Naštejejo podobnosti in razlike. Predlagajo tudi morebitne ustreznejše rešitve. Gradove podrejo.	MP1.6 c MP1.6 d	Učence vodi pri opazovanju, usmerja jih, kaj naj še opazujejo. Spodbuja jih h kritični presoji izdelka ter k presoji o lastni aktivnosti pri skupinskem delu.	Kritično presojanje izdelka (sestavljen grad) s pomočjo postavljenih kriterijev uspešnosti.
d) Razvrščanje geometrijskih oblik Geometrijska telesa (lesene kocke), ki so jih porabili za gradnjo gradu, razvrstijo po obliki. Znotraj skupine se pogovorijo, ali velikost in barva vplivata na obliko gradnika (»kocke«).	MP1.5 a	Poda navodila, da kocke, ki so jih uporabili za gradnjo gradu, razvrstijo po obliki. Preveri razumevanje navodil. Po potrebi jih z vprašanji usmerja (ali je pomembno, kako veliki in kakšne barve so gradniki).	Razvrstitev lesenih kock po obliki.
e) Oblikovanje prikaza Učenci izberejo vrsto prikaza (vrstični, stolpčni, črtični) in z izbranim prikazom prikažejo število posameznih geometrijskih teles, ki so jih porabili za maketo gradu.	MP1.5 b	Pomaga in usmerja pri oblikovanju prikaza. Z vprašanji jih usmerja, da povedo, katere prikaze poznamo, kateri so nujni sestavni deli prikaza (legenda). Opozori na morebitno pozabljeno legendo v prikazu.	Skupinsko izdelan prikaz.

Aktivnost učencev	Podgradniki	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
f) Branje prikaza Natančno si ogledajo prikaz, pogovorijo se o tem, katere vse podatke lahko razberemo iz prikaza. Nato iz prikaza preberejo, katerih geometrijskih oblik so porabili največ in katerih najmanj.	MP1.2 b	Učence z vprašanji usmerja, da si natančno ogledajo prikaze. Spodbuja jih, da poiščejo čim več možnosti, katere podatke lahko preberemo v prikazu. Vpraša učence, katerih geometrijskih teles so porabili največ in katerih najmanj.	Pravilni odgovori na vprašanja o prikazu glede geometrijskih oblik in njihovih količin (katerih gradnikov so uporabili največ in katerih najmanj).
Učenci si še sami zastavijo vsaj dve vprašanji, na kateri lahko odgovorijo s pomočjo prikaza.	MP1.7 c	Učence spodbudi, da še sami postavijo vsaj dve vprašanji, na katera najdejo odgovor v prikazu. Spodbuja jih k postavljanju odprtih vprašanj (npr. Koliko več je kock kot kvadrov?). Če učenci postavljajo zaprta vprašanja (npr. Ali je kock 12?), jih usmerja, da vprašanje ustrezno spremenijo. Preverja ustreznost vprašanj (ali lahko dobimo odgovor iz prikaza).	Smiselno zastavljeno vprašanje, na katerega odgovor lahko najdejo v prikazu.
g) Kriteriji razvrščanja Učenci se v skupini pogovorijo še o eni lastnosti, po kateri bi lahko razvrstili uporabljena geometrijska telesa. Ko se znotraj skupine poenotijo, geometrijska telesa razvrstijo po izbrani lastnosti.	MP1.5 a	Učence usmerja z vprašanji: Ali lahko geometrijska telesa razvrstimo samo po obliki? Ker učenci običajno podajo odgovor, da jih razvrstimo še po barvi, jih učitelj spodbuja, da se spomnijo, kaj še znajo povedati o telesih (npr. število in oblika mejnih ploskev, število oglišč, krive in ravne mejne ploskve itd.).[1]	Primernost izbire kriterija razvrščanja in pravilna razvrstitev elementov (lesenih kock).
h) Ustvarjalna igra Iz istih geometrijskih teles, kot je bil sestavljen grad Bogenšperk, sestavijo še svoj grad. Med delom izmenjujejo ideje, sodelujejo in poskušajo najti rešitve, če »kock« zmanjkuje ali če ostajajo.	MP1.5 c	Učencem da navodilo, da iz istih lesenih »kock«, kot so sestavili grad Bogenšperk, sestavijo še svoj grad. Porabiti morajo vse »kocke«, dodati pa ne smejo nobene dodatne. Učitelj preveri razumevanje navodil.	Sestava gradu iz lesenih »kock« z upoštevanjem navodil.
j) Vrednotenje Gradove opazujejo in primerjajo z gradom Bogenšperk. Pozorni so na okna, vrata, zidove, stolpe, morebitno okolico gradu. Po opazovanju naštejejo vsaj eno podobnost in eno razliko med njihovim gradom in gradom Bogenšperk ter jo pojasnijo.	MP1.5 a	Učitelj vodi učence med usmerjenim opazovanjem. Spodbudi jih k iskanju čim več podobnosti, saj učenci običajno veliko hitreje najdejo razlike.	Podane ugotovitve o podobnostih in razlikah gradov.

1 Med izvedbo je ena skupina uredila kocke po abecedi poimenovanja (**k**ocka, **k**vader, **s**tožec, **v**alj …). Ko so pojasnjevali svoj kriterij, smo se pogovorili, kako uredimo besede, če se začnejo na isto črko. Druga skupina pa jih je uredila po velikosti množice (število posameznih geometrijskih teles), od najmanj do največ.

Izvedba

Izvajalka:	VIZ:	Datum:
Kristina Angelov Troha	OŠ Danila Lokarja Ajdovščina	junij 2018 – junij 2022

Evalvacija, refleksija učiteljice

Aktivnost sem izvedla že z dvema generacijama učencev. Učenci so bili med uro zelo aktivni in motivirani. Aktivno so sodelovali pri oblikovanju navodil ter kriterijev in v skupini sodelovali med seboj.

Učencem sem že nekaj dni pred izvedbo aktivnosti ponudila lesene kocke, da so se z njimi igrali že med odmori. Tako so med samo aktivnostjo brez težav sledili navodilom in usmeritvam. Iz izkušenj namreč vem, da težko sledijo navodilom, če prvič dobijo konkreten material tik pred izvedbo aktivnosti, saj bi se radi najprej sami prosto igrali.

Učenci so med aktivnostjo dosegli vse načrtovane cilje. Geometrijska telesa so večkrat imenovali ter drug drugega pri morebitnem nepravilnem imenovanju popravili. Natančno, v skladu s postavljenimi kriteriji so opazovali grad, šteli so okna, vrata, iskali ustrezne oblike v svojem naboru kock. Pri reševanju težav z neustreznimi oblikami kock za strehe, zidove gradu so bili zelo iznajdljivi in kreativni. Iskali so podobnosti in razlike med zgrajenima gradovoma. Dodatno podporo so potrebovali pri iskanju podobnosti, razlike so našteli zelo hitro.

Za obliko prikaza so se hitro dogovorili in ga tudi uspešno pripravili. Vse skupine so se sicer odločile za črtični prikaz. Če bi dejavnost ponovno izvedla, bi jih spodbudila k predstavitvi podatkov še s kakšnim drugim prikazom, predvsem zaradi upoštevanja legende.

Ko so učenci določali svoje kriterije razvrščanja (po obliki so jih razvrstili v skladu z mojim navodilom), so se večinoma odločili za barvo. Zato sem jih spodbudila, da so razvrščali še po drugih kriterijih (imajo »odprtino« – most itd.).

Učencem je bila aktivnost zelo všeč. Ko smo preverili predznanje, so jim posamezna imena geometrijskih teles še povzročala težave. Predvsem mešajo kvader in kvadrat ter kroglo in krog. Po izvedeni aktivnosti so vsi učenci v oddelku geometrijska telesa prepoznali in imenovali pravilno.

Dokazi oziroma izdelki učencev

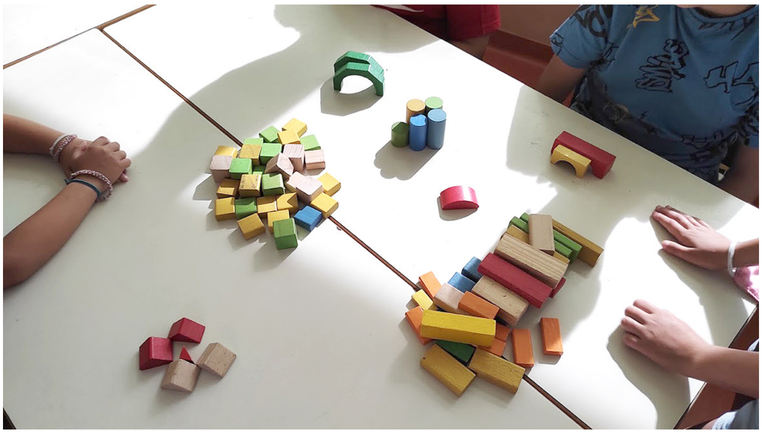
Slika 43: Lesene kocke kot elementi za sestavo gradu

Slika 44: Ustvarjalnost učencev pri sestavljanju gradu

Slika 45: Grad Bogenšperk iz lesenih kock

Slika 46: Sestava gradu Bogenšperk v drugi skupini

Slika 47: Dogovori in delo v skupinah



Slika 48: Razvrščanje lesenih kock glede na obliko

Slika 49: Razvrščanje in prikazovanje elementov s preglednico

Viri in literatura

1. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Klavs, A. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* [Elektronski vir]. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.
2. Žakelj, A. idr. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN_matematika.pdf.

Preiskovanje števila daljic s četrtošolci

Vesna Jeromen, Osnovna šola Brinje Grosuplje

Učenci v 3. razredu pri pouku geometrije spoznajo pojem najkrajša razdalja med dvema točkama in narišejo ravno črto med dvema točkama, v 4. razredu pa spoznajo pojem daljica. Da bi preverili, ali razumejo pojem in ali znajo daljice prepoznati na sliki (v situaciji), smo izvedli kratko dejavnost preiskovanja števila daljic. Poleg preverjanja doseganja teh dveh vsebinskih ciljev pa so se učenci urili tudi v procesnih ciljih, ko so morali sistematično beležiti podatke, reševati problem in poskušali ugotovitve posploševati.

Za izvedbo dejavnosti smo potrebovali le tablo (zvezke), ravnilo in kredo (svinčnik), problem je bil predstavljen z grafično reprezentacijo, dejavnost pa je potekala sprva v frontalni obliki, nato kot delo v parih in kot individualno delo. Za dejavnost je bilo predvidenih 10 do 15 minut časa, vendar je večina učiteljev, ki so preizkušali dejavnost, izvedbi namenila celotno uro.

V preiskovanje so bili vključeni naslednji gradniki in podgradniki matematične pismenosti z opisniki:

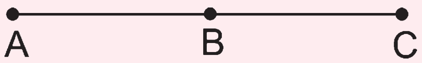
1.7 uporablja različne strategije pri reševanju matematičnih problemov

- 1.7 a) pri reševanju matematičnih problemov uporablja znane strategije (primerne razvojni stopnji)
- 1.7 b) pri reševanju raznovrstnih matematičnih problemov (zaprti, odprti, s preveč podatki, premalo podatki, nekonsistentnimi podatki, z več rešitvami, brez rešitev, nesmiselno rešitvijo) uporablja procesna znanja
- 1.7 c) na osnovi danih matematičnih situacij ali problemov oblikuje različna vprašanja in podobne probleme
- 1.7 d) presoja o ustreznosti izbire strategij pri reševanju problemov
- *1.7 e) reševanje matematičnih problemov doživlja kot izziv in kreativno dejavnost*

1.4 prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah

- 1.4 a) prepozna na različne načine (konkretno, grafično, simbolno) reprezentirane matematične pojme tudi v manj znanih situacijah

Potek dejavnosti

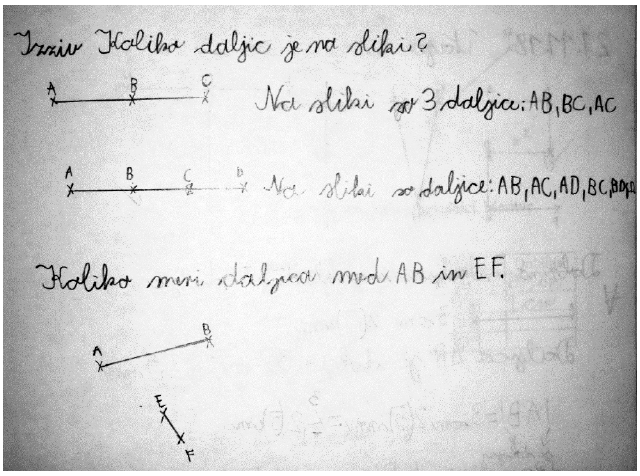
Aktivnost učencev	Podgradniki	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
Izziv: Odgovorijo na vprašanje, koliko daljic vidijo na sliki. Jih naštejejo.  	MP1.4 a	Na tablo nariše daljico s točkami *A, B, C*. Postavi vprašanje, koliko daljic je na sliki. Učence povabi, da zapišejo odgovor – pokažejo daljice in jih poimenujejo: *AB, AC, BC.*	Poimenovanje daljic na sliki.
Delo v parih: Odgovorijo na vprašanje, koliko daljic je na sliki. Odgovor primerjajo s sošolcem in utemeljijo rešitev.  	MP1.4 a MP1.7 a, d	Na tablo nariše daljico s točkami *A, B, C, D*. Učencem naroči, naj v parih razmislijo, koliko daljic je na sliki, jih poimenujejo in utemeljijo drug drugemu svojo rešitev. Učence usmerja v sistematičen zapis rešitve, npr. po abecedi *AB, AC, AD, BC, BD, CD*.	Poimenovanje daljic na sliki. Primerjava rešitve s sošolcem (delo v paru).
Samostojno delo: Razmislijo, kakšno bi bilo lahko naslednje vprašanje, ki bi ga postavili. Narišejo svojo sliko daljic in postavijo vprašanje o številu daljic.	MP1.7 c	Da navodila.	Zapis možnih vprašanj. Lastna slika daljic z vprašanjem.
Rešujejo problem: Koliko daljic bi nastalo, če bi točke označili z vsemi črkami slovenske abecede?	MP1.7	Učence usmeri k razmišljanju, s katerimi črkami lahko označimo točke. Spremlja reševanje.	Rešitev problema.

Izvedba

Izvajalki:	VIZ:	Datum:
Vesna Jeromen Erika Leban Zaletelj	OŠ Brinje Grosuplje OŠ Brinje Grosuplje	20. 11. 2018 20. 11. 2018

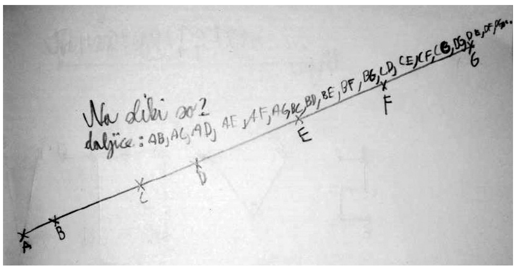
Evalvacija, refleksija učiteljic

Vsi učenci so uspešno rešili oba uvodno zastavljena problema s tremi in štirimi točkami. Pri naštevanju daljic na sliki s štirimi točkami smo se pogovorili o tem, da je za večje število točk pomembno, da imamo nekakšen sistem oziroma vrstni red zapisovanja daljic, npr. po abecednem vrstnem redu krajišč.

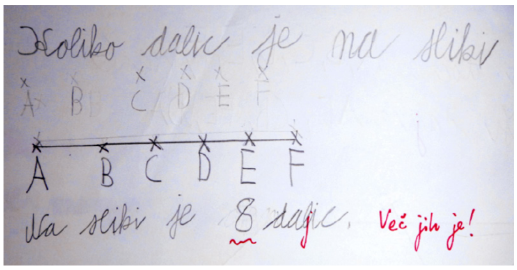


Slika 50: Reševanje uvodnih dveh problemov

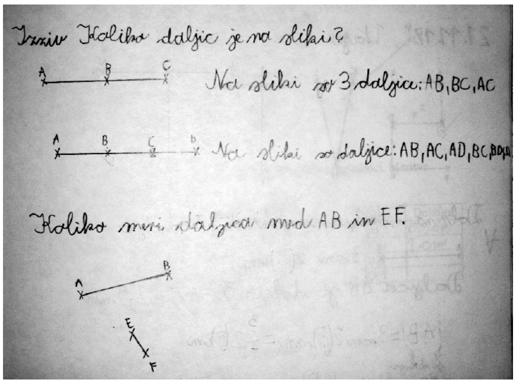
Opaziti je bilo, da učenci niso vajeni samostojnega formuliranja problema in neredki so imeli pri tem delu precej vprašanj in težav. Prišli so do različnih idej za nadaljevanje preiskovanja, od katerih so bila nekatera bolj, druga pa manj povezana z osnovnim problemom večanja števila točk na daljici. Lastni problem so nekateri rešili pravilno, drugi napačno.



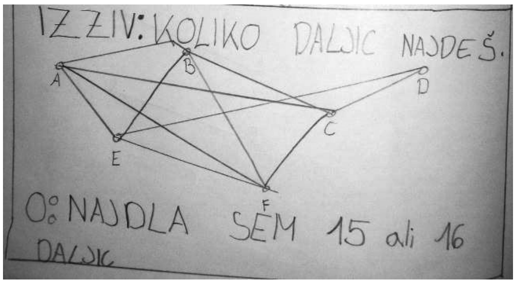
Slika 51: Nadaljevanje – sedem točk



Slika 52: Nadaljevanje – šest točk

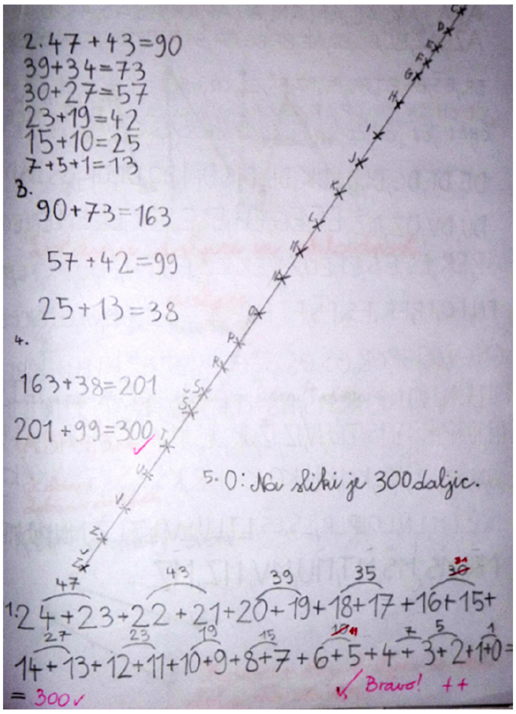


Slika 53: Nadaljevanje – merjenje dolžine

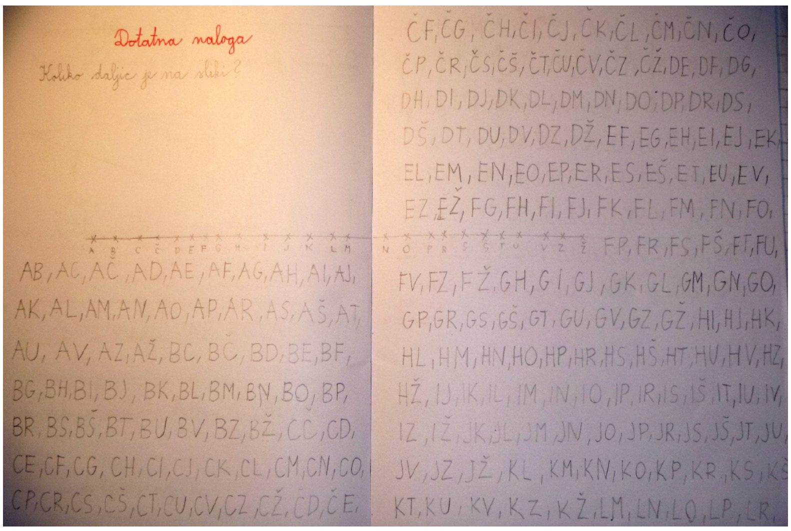


Slika 54: Nadaljevanje – nekolinearne točke

Za posploševanje problema na celotno slovensko abecedo je med poukom zmanjkalo časa, izziva pa sta se doma lotila uspešnejša učenca. Oba sta prišla do pravilne rešitve, prvi s pomočjo posploševanja in računanja, drugi pa s sistematičnim naštevanjem in preštevanjem daljic. Povedala sta, da je izziv zanimiv in zabaven, pot do rešitve pa da je zahtevala veliko časa in pisanja.



Slika 55: Reševanje izziva z vsemi črkami slovenske abecede s posploševanjem in računanjem



Slika 56: Reševanje izziva z vsemi črkami slovenske abecede s sistematičnim zapisovanjem

Iz povratnih informacij učiteljev, ki so uro opazovali ali izvedli

Dejavnost je večina učiteljev uspešno izvedla kot samostojno uro utrjevanja v 4. ali 5. razredu. V začetku so ponovili pojme daljica, krajišče, nato pa začeli s predlaganimi izzivi. Na ta način jim je ostalo več časa za preiskovanje različnih problemov, za dialog in posploševanje na črke slovenske abecede.

- Učenci so bili pri delu zelo zavzeti in motivirani, všeč jim je bila možnost medsebojnega sodelovanja. Nekateri so zastavili svoje primere problemov sošolcem. Nekaj navedenih problemov:
  - Koliko daljic najdemo v črkah svojega imena? (*Metka Hrastnik, IVIZ, OŠ Lovrenc na Pohorju.)*
  - Koliko daljic povezuje črke v besedi MATEMATIKA? *(Judita Bračko, IVIZ, OŠ Voličina.)*
  - Koliko daljic povezuje črke v besedi SLOVENIJA? *(Mojca Vogrin Pivljakovič, IVIZ, OŠ Voličina.)*
- Nekaj učencev je prišlo do rešitve problema s 25 črkami. Nekateri so problem nadgradili tako, da so poiskali pravilo za število daljic, če poznamo število točk. *(Biserka Srša, IVIZ, OŠ Turnišče.)*

Zaključimo lahko, da so tovrstni izzivi pri pouku matematike dobrodošli in koristni. Učenci imajo možnost utrjevanja učne snovi, poleg tega pa se učijo sistematičnega beleženja podatkov in posploševanja. Ko sošolcem predstavijo svoje delo, se učijo drug od drugega, pri delu pa so ves čas aktivni.

Viri in literatura

1. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Klavs, A. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* [Elektronski vir]. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.
2. Žakelj, A. idr. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN_matematika.pdf.

Primer, preizkušen v praksi s strani implementacijskega vzgojno-izobraževalnega zavoda (IVIZ)

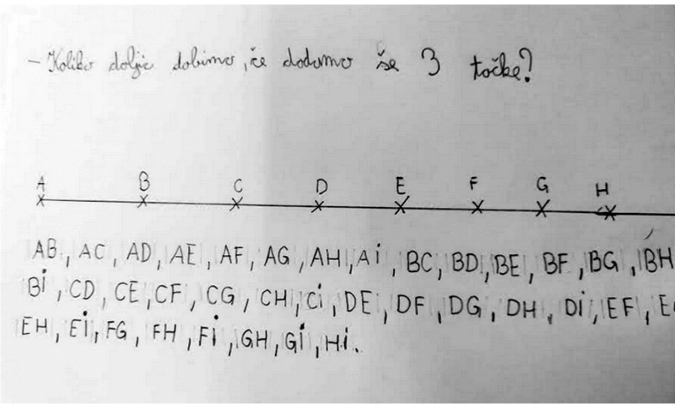
Izvajalka:	VIZ:	Datum:
Marjana Štern	OŠ Gustava Šiliha Laporje	24. 5. 2019

Zakaj ste se odločili preizkusiti izbrani primer dejavnosti?

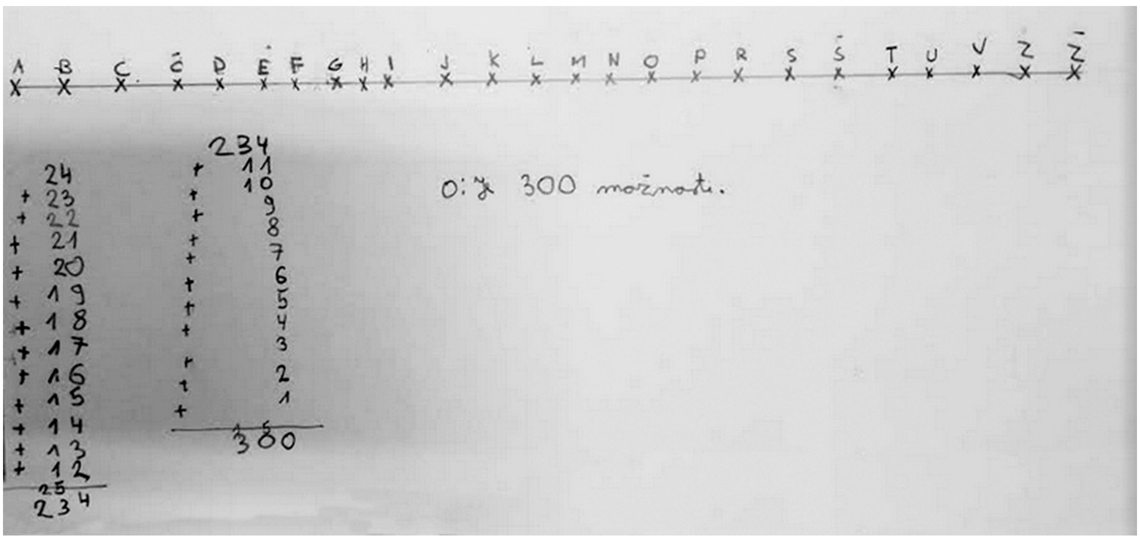
Za primer dejavnosti ge. Vesne Jeromen Iskanje števila daljic na sliki, sem se odločila, ker smo z učenci ponavljali geometrijske pojme. Predvsem pa me je zanimalo, kakšna vprašanja si bodo zastavili učenci in kako se bodo lotili reševanja problema.

Zapišite refleksijo izvedbe dejavnosti z vašimi učenci. Priložite morebitne spremenjene delovne liste, priloge ter dokaze vaših otrok/učencev/dijakov.

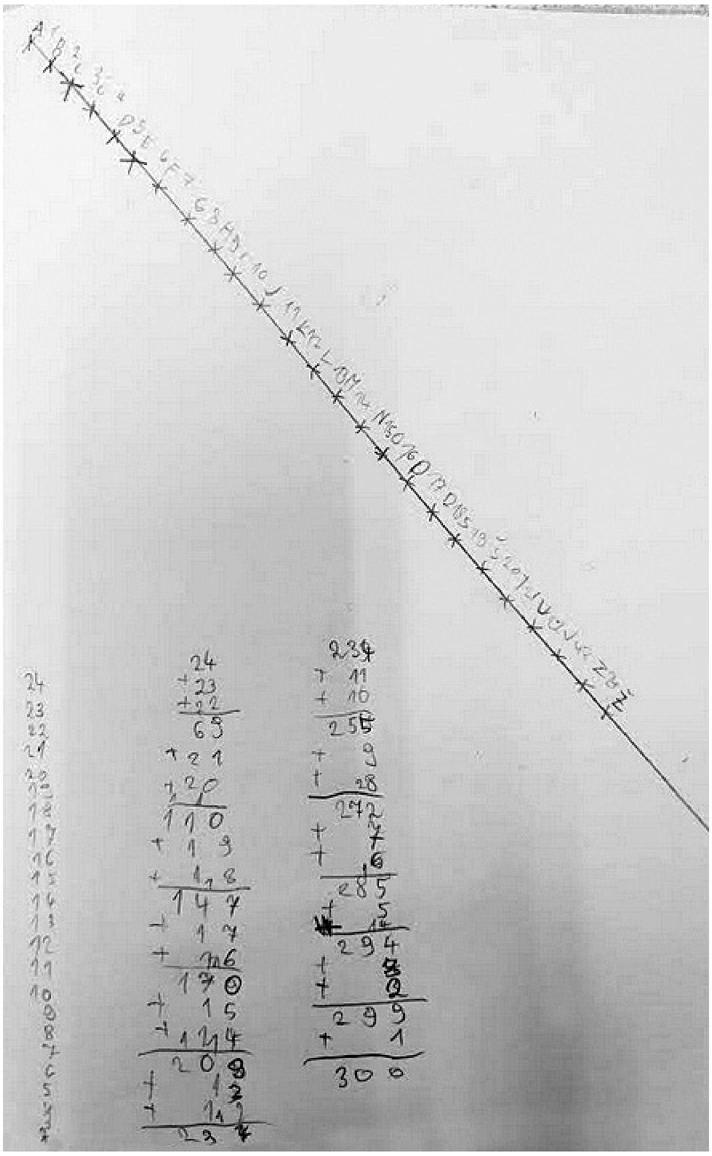
Učencem je bila dejavnost všeč. Vsi so se lotili postavljanja vprašanj, le da vsak na svoji stopnji razumevanja in sposobnosti. Dejavnost se ni zdela težka niti meni niti učencem, so pa bili veseli izziva. Uspešno so rešili tudi nalogo, pri kateri so si učenci sami zastavili cilj, da bodo preračunali vse daljice slovenske abecede. Čeprav je bilo daljic precej, so se učenci spodbujali in so vsi dosegli cilj.



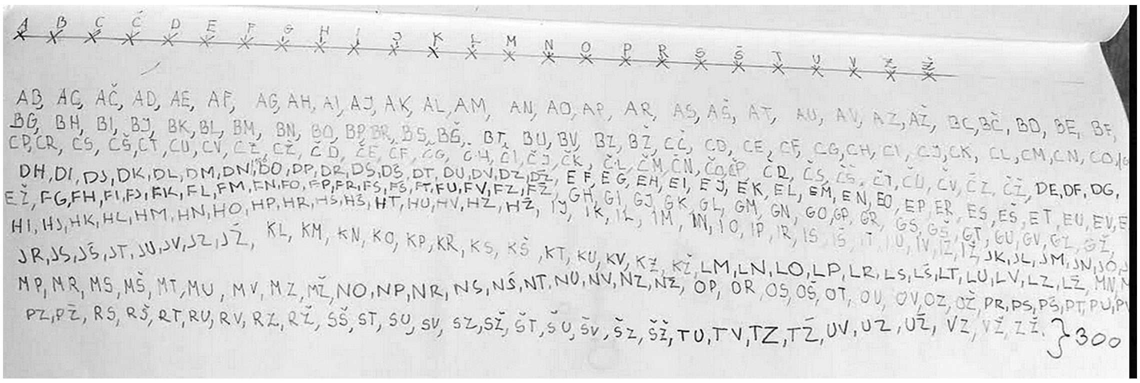
Slika 57: Strategija reševanja izziva s sistematičnim zapisom daljic



Slika 58: Strategija reševanja izziva števila daljic s poimenovanjem krajišč z vsemi črkami naše abecede



Slika 59: Strategija računanja daljic



Slika 60: Strategija sistematičnega zapisovanja števila daljic

Kaj bi še sporočili avtorju?

Dejavnost je zanimiva, predvsem del, ko učenec samostojno določi pot svojega učenja, zato sem pri izvedbi vašega primera učencem pustila prosto pot, sem jih pa spodbujala, da so se veliko pogovarjali, da so čim manj delali sami, ker je bila dejavnost primerna za delo tako v parih kot tudi v skupinah, predvsem v fazi, ko so učenci iskali sošolce, ki so podobno razmišljali, in v fazi, ko so odkrivali poti do rezultatov in jih primerjali.

Primer, preizkušen v praksi s strani implementacijskega vzgojno-izobraževalnega zavoda (IVIZ)

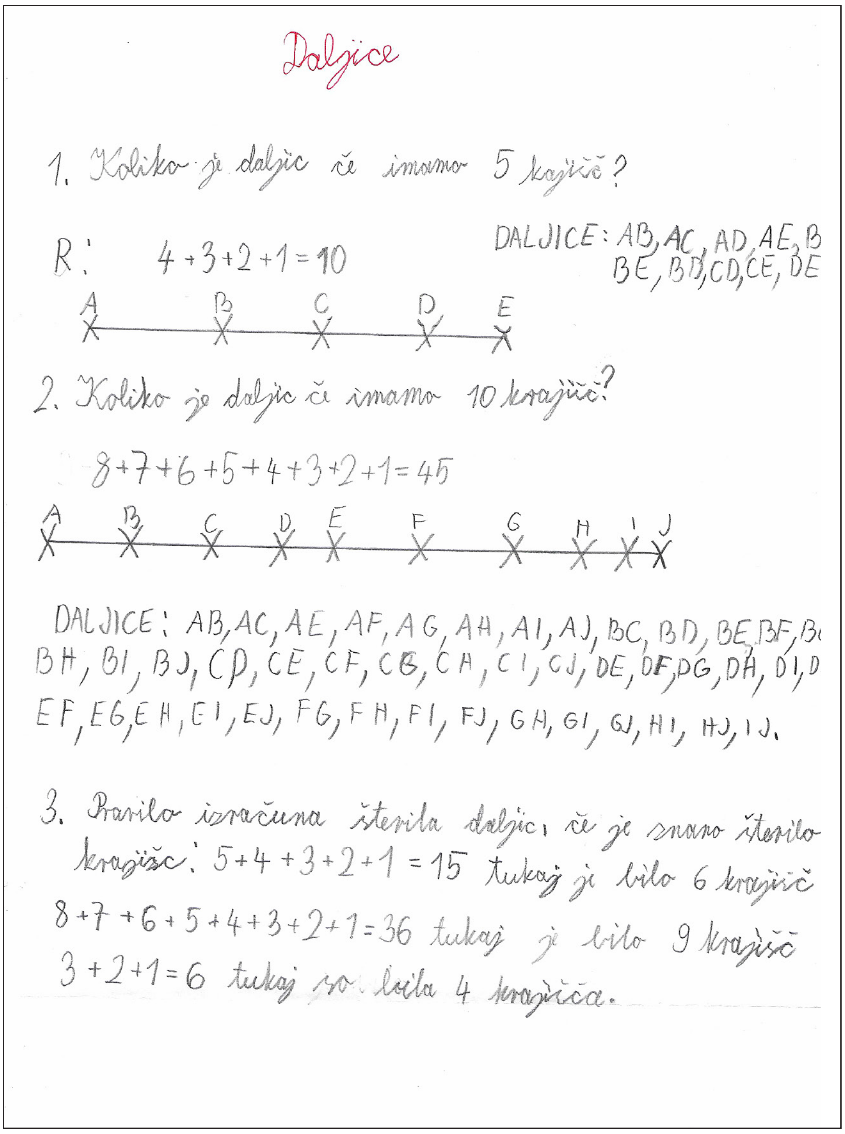
Izvajalka:	VIZ:	Datum:
Biserka Srša	Osnovna šola Turnišče	10. 1. 2020

Zakaj ste se odločili preizkusiti izbrani primer dejavnosti?

S temi učenci smo primer preizkušali v lanskem šolskem letu v 4. razredu in letos v 5. razredu. Zanimalo me je, koliko so si učenci zapomnili in kako bodo znanje nadgradili.

Kaj ste pri svoji izvedbi dejavnosti spremenili, nadgradili? Kaj ste ohranili enako?

V tem šolskem letu so gradili na izkušnjah iz prejšnjega razreda. Posebno pozornost smo namenili posploševanju. Ohranili smo ponovitev pojmov daljica in krajišča, sistematičnost beleženja podatkov ter risanja, predstavitev dela sošolcem.



Daljice

1. Koliko je daljic če imamo 5 krajišč?

R: 4+3+2+1=10

DALJICE: AB, AC, AD, AE, B
BE, BD, CD, CE, DE

A B C D E

2. Koliko je daljic če imamo 10 krajišč?

8+7+6+5+4+3+2+1=45

A B C D E F G H I J

DALJICE: AB, AC, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, BC, BD, BE, BF, B
BH, BI, BJ, CD, CE, CF, CG, CH, CI, CJ, DE, DF, DG, DH, DI, D
EF, EG, EH, EI, EJ, FG, FH, FI, FJ, GH, GI, GJ, HI, HJ, IJ.

3. Pravilo izračuna števila daljic, če je znano število krajišč: 5+4+3+2+1=15 tukaj je bilo 6 krajišč
8+7+6+5+4+3+2+1=36 tukaj je bilo 9 krajišč
3+2+1=6 tukaj so bila 4 krajišča.

Slika 61: Primer iskanja števila daljic, če poznamo število krajišč

Zapišite refleksijo izvedbe dejavnosti z vašimi učenci. Priložite morebitne spremenjene delovne liste, priloge ter dokaze vaših otrok/učencev/dijakov.

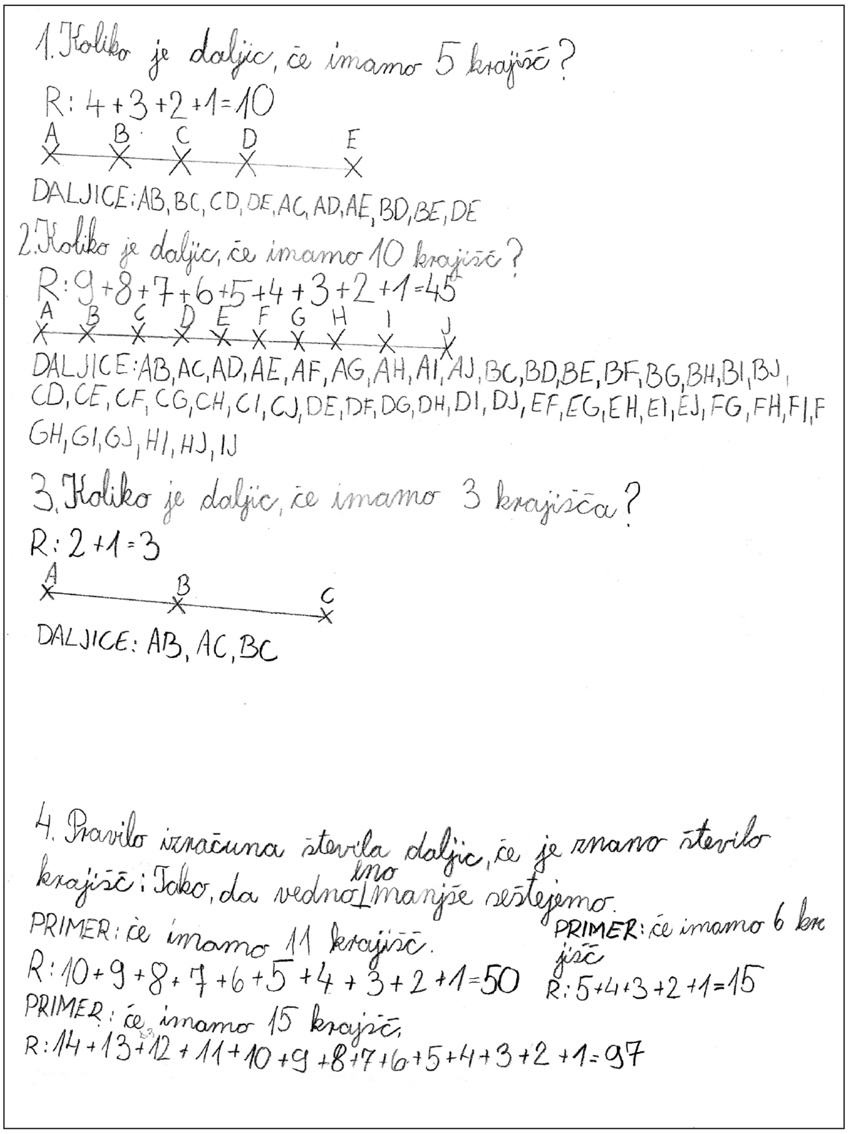
V 4. razredu je en učenec ugotovil, kako izračunamo število daljic, če nam je znano število krajišč. Svoj izračun je predstavil sošolcem v 5. razredu. Najprej je zastavil in zapisal vprašanje na tablo. Drugi učenci niso znali odgovoriti na vprašanje, zato jim je izračun predstavil. Nato je narisal in skupaj z drugimi učenci svoj izračun preveril s preštevanjem daljic na risbi.

Delo smo nadaljevali z urjenjem in nalogami drugih učencev, tako da so zastavljali vprašanja, izračunali in izračune preverjali z risanjem ter preštevanjem daljic na risbi.

Učili so se od sošolcev. Posploševali so, tako da so iz števila krajišč izračunali število daljic. Ponovili so in razumeli pojma daljica ter krajišče. Te so prepoznali na risbah. Sistematično so beležili podatke, zapisovali daljice. Sproti so predstavljali svoje delo sošolcem.

Kaj bi še sporočili avtorju?

Primer Preiskovanje števila daljic na sliki je zanimiv za nadgradnjo iz razreda v razred, tako da se povečuje zahtevnost. Je primeren za razvoj in krepitev medsebojnega učenja, raziskovanja ter sistematičnega prikazovanja.


1. Koliko je daljic, če imamo 5 krajišč?
R: 4+3+2+1=10
A B C D E
DALJICE: AB, BC, CD, DE, AC, AD, AE, BD, BE, DE
2. Koliko je daljic, če imamo 10 krajišč?
R: 9+8+7+6+5+4+3+2+1=45
A B C D E F G H I J
DALJICE: AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, BC, BD, BE, BF, BG, BH, BI, BJ, CD, CE, CF, CG, CH, CI, CJ, DE, DF, DG, DH, DI, DJ, EF, EG, EH, EI, EJ, FG, FH, FI, F GH, GI, GJ, HI, HJ, IJ
3. Koliko je daljic, če imamo 3 krajišča?
R: 2+1=3
A B C
DALJICE: AB, AC, BC
4. Pravilo izračuna števila daljic, če je znano število krajišč: Tako, da vedno ino manjše seštejemo.
PRIMER: če imamo 11 krajišč.
R: 10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=50
PRIMER: če imamo 6 krajišč
R: 5+4+3+2+1=15
PRIMER: če imamo 15 krajišč.
R: 14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=97

Slika 62: Pravilo pri iskanju števila daljic z danim število krajišč

Primerjamo, razvrščamo in tvorimo definicije štirikotnikov

mag. Melita Gorše Pihler, Zavod RS za šolstvo in
Loreta Hebar, Osnovna šola Jarenina

Dejavnost Primerjamo, razvrščamo in tvorimo definicije štirikotnikov lahko umestimo v sklop Geometrijski pojmi v 7. ali 8. razredu osnovne šole. V 7. razredu lahko to dejavnost smiselno umestimo k vsebinam o štirikotnikih ali pa opisano dejavnost izvedemo v 8. razredu pred vsebinami o večkotnikih. Dejavnost je predvidena za eno do dve šolski uri.

Potrebno predznanje za izvedbo dejavnosti:

- učenec zna opazovati, povezovati in izluščiti matematične lastnosti, izbrati kriterije primerjanja in razvrščanja in uporabljati sheme za razvrščanje;
- učenec pozna pojme: oglišče, stranica, diagonala, skladnost, vzporednost, pravokotnost, štirikotnik, kvadrat, pravokotnik, romb, paralelogram, trapez in deltoid.

Za izvedbo dejavnosti vsak učenec potrebuje izobraževalni listič Primerjajmo in razvrstimo štirikotnike (priloga P1) in učni list (priloga P2). Z izobraževalnega lističa izreže modele likov in jih uporabi pri izvajanju dejavnosti. Učenci izvajajo opisane dejavnosti v skladu s svojimi sposobnostmi. Dejavnosti lahko **diferenciramo** glede na izbiro likov, glede na število nalog in glede na njihovo težavnost (npr. učno šibkejši učenci štirikotnike le primerjajo, učno sposobnejši učenci štirikotnike primerjajo in razvrščajo, učno najsposobnejši učenci pa štirikotnike primerjajo, razvrščajo in oblikujejo njihove definicije).

V različnih virih najdemo različne definicije trapeza. Pomembno je, da učitelj konsistentno uporablja izbrano definicijo in tej izbiri prilagodi vse posledice.

Z dejavnostjo učenec razvija naslednje operativne cilje (vsebinske, *procesne*):

- *primerja like,*
- *razvršča like glede na izbrano lastnost,*
- *izbira neodvisne lastnosti likov,*
- *loči med opisom in definicijo lika,*
- *oblikuje definicije likov,*
- *razvija spretnost sodelovalnega učenja in odgovornost za skupne cilje.*

Zajeli smo naslednje podgradnike matematične pismenosti:

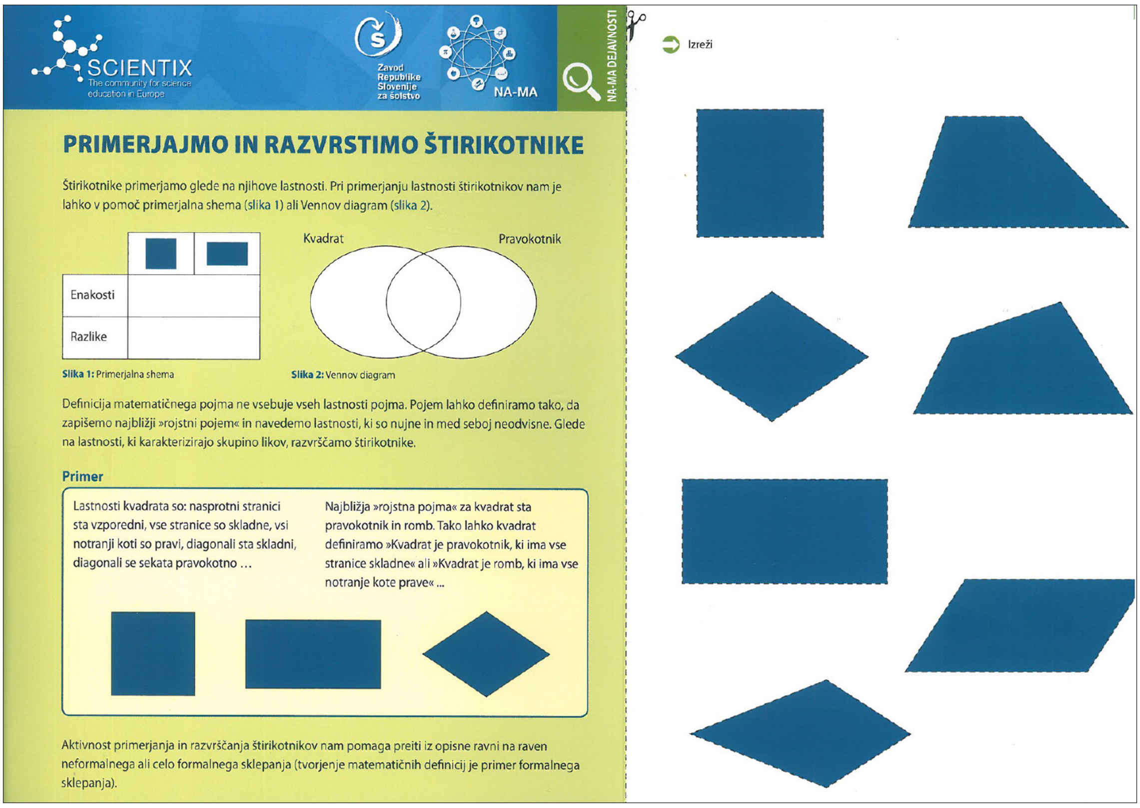
- 1.4 prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah,
- 1.2 pozna in uporablja strokovno terminologijo in simboliko,
- 1.6 napoveduje in presoja rezultate, utemeljuje trditve, postopke in odločitve,
- 1.7 uporablja različne strategije pri reševanju matematičnih problemov.

Potek dejavnosti

Aktivnost učencev	Podgradniki	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
Učenci opazujejo sliko in opišejo, kaj vidijo na sliki. Odgovorijo na vprašanje in poiščejo nekaj podobnih primerov.		Učencem pokaže sliko, na kateri so domače mačke in tiger, ter vpraša: »Ali je vsaka mačka tiger?«	Ugotovitev, da je vsak tiger mačka, vsaka mačka pa ni tiger.
Učenci primerjajo kvadrat in pravokotnik. Ugotovitve zapišejo v primerjalno shemo na izobraževalnem lističu *Primerjajmo in razvrstimo štirikotnike* (priloga P1).	MP1.4 e	Učence usmerja pri njihovem delu.	Izpolnjena primerjalna shema za kvadrat in pravokotnik (na izobraževalnem lističu – priloga P1).
Ugotovitve predstavijo drug drugemu. Na osnovi povratnih informacij sošolcev primerjalne sheme dopolnijo (priloga P1). Opišejo odnos med kvadratom in pravokotnikom. Svojo ugotovitev utemeljijo.	MP1.2 c MP1.6 e	Pozoren je na uporabo ustrezne terminologije. Učence spodbuja k utemeljevanju svojih ugotovitev.	Ustna predstavitev ugotovitev, dopolnjena primerjalna shema. Ugotovitev, da vse lastnosti, ki karakterizirajo pravokotnik, karakterizirajo tudi kvadrat, zato je vsak kvadrat pravokotnik.
Vsaka skupina (ali dvojica) učencev si sama izbere dva modela likov ali pa ji modela likov izbere učitelj. Lika primerja. Pri tem uporabi primerjalno shemo na delovnem listu (priloga P2 – 1. naloga). Vsaka skupina svoje ugotovitve predstavi sošolcem. Učenci dopolnijo povedi na delovnem listu (priloga P2 – 2. naloga): Vsak kvadrat je … Vsak pravokotnik je … … Med seboj primerjajo svoje ugotovitve.	MP1.4 e MP1.2 c MP1.6 e MP1.4 e MP1.4 c	Učence razdeli v skupine ali dvojice. Pozoren je na uporabo ustrezne terminologije. Učence spodbuja k utemeljevanju svojih ugotovitev. Usmerja delo učencev.	Rešena 1. naloga na učnem listu (priloga P2). Ustne predstavitve in ugotovitve: Vsak kvadrat je romb. Vsak pravokotnik je paralelogram. Vsak romb je deltoid. … Rešena 2. naloga na učnem listu (priloga P2).

Aktivnost učencev	Podgradniki	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
Učenci na prvi strani izobraževalnega lističa (priloga P1) preberejo, kako zapišemo definicijo matematičnega pojma.		Preveri, ali učenci razumejo besedilo o zapisu definicije matematičnega pojma.	
Učenci zapišejo generično definicijo pravokotnika na delovnem listu (priloga P2 – 3. naloga). (Učitelj lahko nalogo prilagodi tako, da učenci zapišejo generično definicijo katerega drugega lika.)	MP1.2 d MP1.6 a	Usmerja delo učencev.	Rešena 3. naloga na učnem listu (priloga P2).
Vsak učenec za sošolca oblikuje podobno nalogo (zapiše začetek definicije, npr. Kvadrat je romb, ki …).	MP1.7 c		
Vsak učenec reši nalogo, ki jo je zanj sestavil sošolec (dopolni definicijo).	MP1.2 d MP1.6 a		
Učenci pregledajo dopolnjene zapise sošolcev in jim zapišejo povratno informacijo.	MP1.6 a MP1.6 d		
Učenci na osnovi povratnih informacij sošolcev dopolnijo oz. popravijo svoje zapise.	MP1.2 d MP1.6 a		
Učenci zapišejo generično definicijo romba, nato samostojno oblikujejo definicijo še enega štirikotnika na delovnem listu (priloga P2 – 4. naloga).	MP1.2 d MP1.6 a MP1.7 c	Usmerja delo učencev.	Rešena 4. naloga na učnem listu (priloga P2).
Učenci razvrščajo štirikotnike (6 nalog na izobraževalnem lističu – priloga P1).	MP1.4 e MP1.4 c	Usmerja delo učencev in spodbuja vrstniško sodelovanje (postavlja vprašanja, npr. Kaj bi svetoval sošolcu, da bo uspešno izbral vse pravokotnike? Bi znal modele razvrstiti v shemo glede na lastnosti likov?)	Razvrščeni liki glede na navodila na izobraževalnem lističu (priloga P1).
Učenci izdelajo organizator štirikotnikov glede na njihove lastnosti (priloga P2 – 5. naloga).	MP1.4 e	Usmerja delo učencev in spodbuja vrstniško sodelovanje.	Rešena 5. naloga na učnem listu (priloga P2).

Priloga P1 – Izobraževalni listič: Primerjajmo in razvrstimo štirikotnike, dostopen na https://skupnost.sio.si/pluginfile.php/620228/mod_resource/content/3/12_Scientix%20Na-Ma_Final_PRIMERJANJE%20IN%20RAZVRSCANJE%20STIRIKOTNIKOV.pdf


SCIENTIX The community for science education in Europe · Zavod Republike Slovenije za šolstvo · NA-MA · NA-MA DEJAVNOSTI

PRIMERJAJMO IN RAZVRSTIMO ŠTIRIKOTNIKE

Štirikotnike primerjamo glede na njihove lastnosti. Pri primerjanju lastnosti štirikotnikov nam je lahko v pomoč primerjalna shema (slika 1) ali Vennov diagram (slika 2).

Enakosti		
Razlike		

Slika 1: Primerjalna shema

Slika 2: Vennov diagram

Definicija matematičnega pojma ne vsebuje vseh lastnosti pojma. Pojem lahko definiramo tako, da zapišemo najbližji »rojstni pojem« in navedemo lastnosti, ki so nujne in med seboj neodvisne. Glede na lastnosti, ki karakterizirajo skupino likov, razvrščamo štirikotnike.

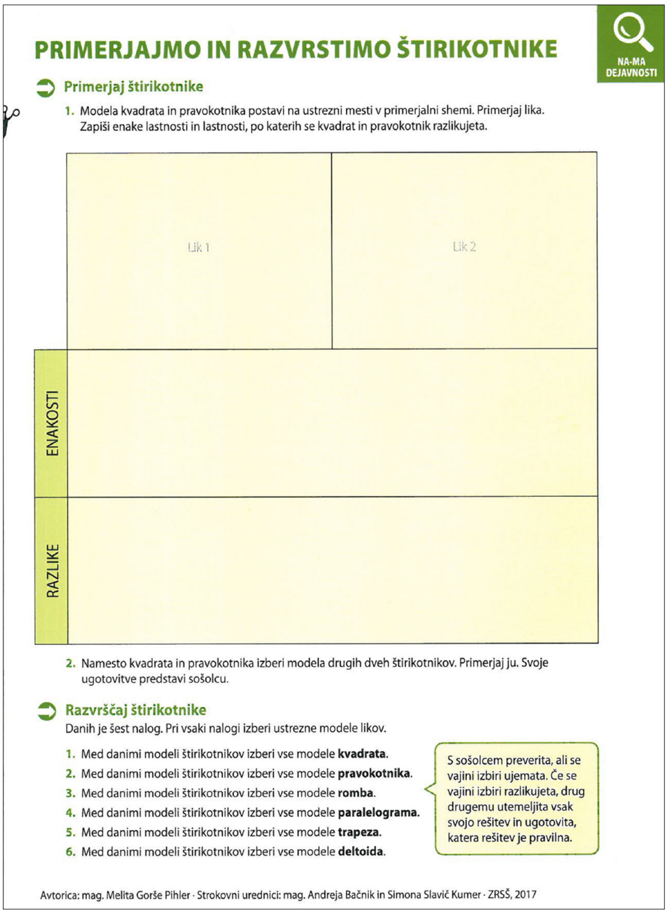
Primer

Lastnosti kvadrata so: nasprotni stranici sta vzporedni, vse stranice so skladne, vsi notranji koti so pravi, diagonali sta skladni, diagonali se sekata pravokotno …

Najbližja »rojstna pojma« za kvadrat sta pravokotnik in romb. Tako lahko kvadrat definiramo »Kvadrat je pravokotnik, ki ima vse stranice skladne« ali »Kvadrat je romb, ki ima vse notranje kote prave« ...

Aktivnost primerjanja in razvrščanja štirikotnikov nam pomaga preiti iz opisne ravni na raven neformalnega ali celo formalnega sklepanja (tvorjenje matematičnih definicij je primer formalnega sklepanja).

Izreži


PRIMERJAJMO IN RAZVRSTIMO ŠTIRIKOTNIKE

NA-MA DEJAVNOSTI

Primerjaj štirikotnike

1. Modela kvadrata in pravokotnika postavi na ustrezni mesti v primerjalni shemi. Primerjaj lika. Zapiši enake lastnosti in lastnosti, po katerih se kvadrat in pravokotnik razlikujeta.

	Lik 1	Lik 2
ENAKOSTI		
RAZLIKE		

2. Namesto kvadrata in pravokotnika izberi modela drugih dveh štirikotnikov. Primerjaj ju. Svoje ugotovitve predstavi sošolcu.

Razvrščaj štirikotnike

Danih je šest nalog. Pri vsaki nalogi izberi ustrezne modele likov.

1. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **kvadrata**.
2. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **pravokotnika**.
3. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **romba**.
4. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **paralelograma**.
5. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **trapeza**.
6. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **deltoida**.

S sošolcem preverita, ali se vajini izbiri ujemata. Če se vajini izbiri razlikujeta, drug drugemu utemeljita vsak svojo rešitev in ugotovita, katera rešitev je pravilna.

Avtorica: mag. Melita Gorše Pihler · Strokovni urednici: mag. Andreja Bačnik in Simona Slavič Kumer · ZRSŠ, 2017

Slika 63: Izobraževalni listič Primerjajmo in razvrstimo štirikotnike

Primerjajmo in razvrstimo štirikotnike

(Dodatno gradivo za učence)

	Lik 1	Lik 2
Enakosti		
Razlike		

Dopolni povedi. Izbiraj med pojmi: kvadrat, pravokotnik, romb, paralelogram, trapez, deltoid. Zapiši vse možnosti.

Vsak kvadrat je ______________________________

Vsak pravokotnik je ______________________________

Vsak romb je ______________________________

Vsak paralelogram je ______________________________

Vsak trapez je ______________________________

Dopolni poved (definicijo).

Pravokotnik je paralelogram, ki ______________________________

Za sošolca sestavi podobno nalogo. Sošolec naj sestavi podobno nalogo zate. Po reševanju drug drugemu preverita pravilnost in podajta povratno informacijo.

Besedilna naloga, ki jo je zate sestavil tvoj sošolec: ______________________________

____

Povratna informacija: ______________________________

____

Dopolni poved.

Romb je paralelogram, ki ______________________________

Zapiši še kakšno podobno poved o štirikotnikih, ki je resnična.

____

… je …, ki ….

*Izdelaj organizator (na primer Vennov diagram) štirikotnikov glede na njihove lastnosti.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

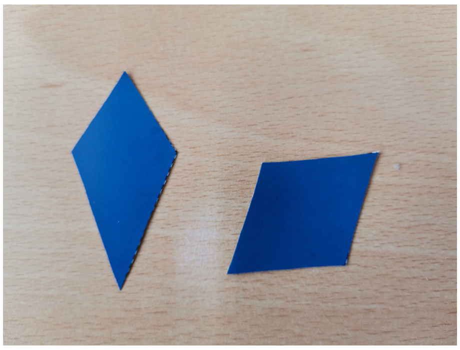
Evalvacija, refleksija učiteljice v 7. razredu

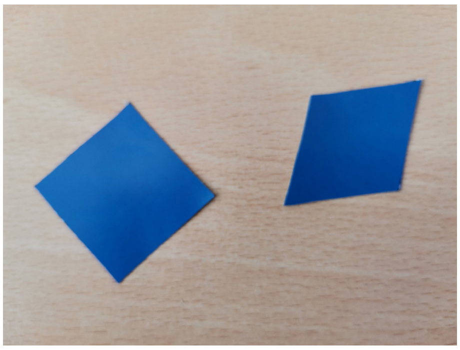
Izvedba v 7. razredu (Loreta Hebar, prva izvedba)

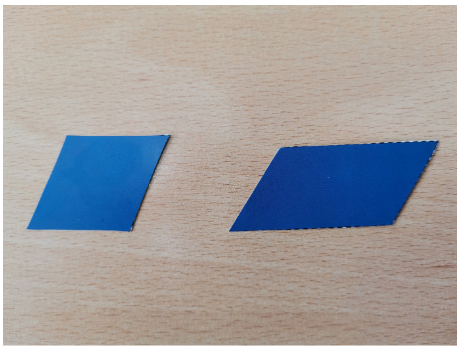
Dejavnost sem izvedla v 7. razredu in jo uporabila z namenom razvijanja procesnih ciljev (primerjanje, razvrščanje …) pri geometriji, ki nas čakajo v drugi polovici šolskega leta. Izvedli smo jo pred računanjem z ulomki in pred tem nismo obravnavali snovi iz geometrije. Učenci so bili veseli spremembe teme in tudi dejavnosti pri pouku. Pred pričetkom sem jim na tablo zapisala imena štirikotnikov in narisala skice, nato smo sledili načrtu ure. Pri prikazu mačke in tigra so takoj povedali, da podobno velja za kvadrat in pravokotnik. Ko so si pripravili modele likov, so nadaljevali delo v dvojicah. Veliko časa smo namenili opisu oziroma besednemu izražanju. Čez čas so povedali, da je težko povedati matematično pravilno. Pri delu so bili dokaj samostojni, sama sem jih usmerjala predvsem pri pravilnem matematičnem izražanju. Večino skupnih lastnosti so opisali sami. Ker še ne bomo nadaljevali s štirikotniki, se nismo posvečali lastnostim, povezanim z diagonalama, opisovali so le stranice in kote. Najprej so izpolnili izobraževalni listič, nato pa še učni list (ki sem ga prilagodila glede na predznanje in sposobnosti učencev tega oddelka). Prva stran učnega lista je bila namenjena vsem učencem, na drugi strani pa so bile naloge, ki so si jih učenci lahko izbrali glede na svoje sposobnosti in interes.

Kljub težavam, ki so jih imeli z izražanjem, so bili učenci motivirani in delovni. Dejavnost jim je bila všeč. Prav tako sem bila sama zadovoljna z njihovim opravljenim delom. Z dejavnostjo sem pri njih spodbudila tudi zanimanje za geometrijo, ki nas še čaka.

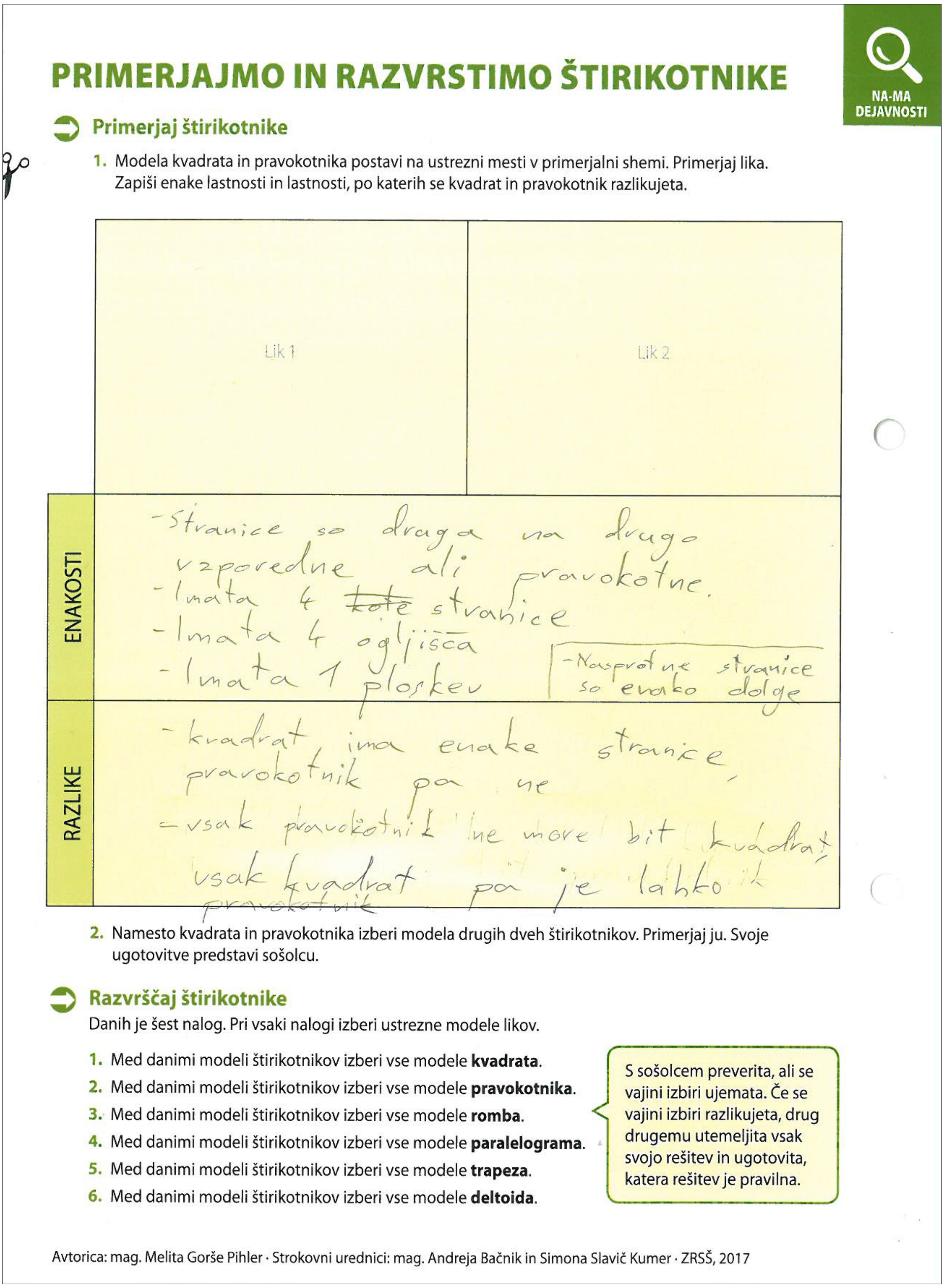
Dokazi učencev







Slika 64: Dvojice likov kot pomoč pri oblikovanju trditev: vsak romb je deltoid, vsak kvadrat je romb, vsak romb je paralelogram.



NA-MA DEJAVNOSTI

PRIMERJAJMO IN RAZVRSTIMO ŠTIRIKOTNIKE

Primerjaj štirikotnike

1. Modela kvadrata in pravokotnika postavi na ustrezni mesti v primerjalni shemi. Primerjaj lika. Zapiši enake lastnosti in lastnosti, po katerih se kvadrat in pravokotnik razlikujeta.

	Lik 1	Lik 2
ENAKOSTI	-Stranice so druga na drugo vzporedne ali pravokotne. -Imata 4 ~~kote~~ stranice -Imata 4 oglišča -Imata 1 ploskev -Nasprotne stranice so enako dolge	
RAZLIKE	-kvadrat ima enake stranice, pravokotnik pa ne -vsak pravokotnik ne more bit kvadrat, vsak kvadrat pa je lahko pravokotnik	

2. Namesto kvadrata in pravokotnika izberi modela drugih dveh štirikotnikov. Primerjaj ju. Svoje ugotovitve predstavi sošolcu.

Razvrščaj štirikotnike

Danih je šest nalog. Pri vsaki nalogi izberi ustrezne modele likov.

1. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **kvadrata**.
2. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **pravokotnika**.
3. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **romba**.
4. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **paralelograma**.
5. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **trapeza**.
6. Med danimi modeli štirikotnikov izberi vse modele **deltoida**.

S sošolcem preverita, ali se vajini izbiri ujemata. Če se vajini izbiri razlikujeta, drug drugemu utemeljita vsak svojo rešitev in ugotovita, katera rešitev je pravilna.

Avtorica: mag. Melita Gorše Pihler · Strokovni urednici: mag. Andreja Bačnik in Simona Slavič Kumer · ZRSŠ, 2017

Slika 65: Zapis na izobraževalnem lističu

Refleksija učencev

Učenci so bili navdušeni. Všeč jim je bilo delo z modeli, saj so jih lahko po vsaki napaki brez težav prerazporedili. Ob koncu dejavnosti so zapisali svoje vtise.

Všeč mi je bilo kako smo na podlagi razpredelnic opisovali like.

Delo mi je bilo všeč, ker nismo dosti računali in smo mogli bolj napeti možgane, da smo prišli do pravilnega odgovora.

Delo mi je bilo všeč, ker smo morali veliko razmišljati. Bilo je pa tudi zelo zahtevno, ker smo morali povedati oz. razložiti, kaj jim je skupnega in kaj je drugače.

Evalvacija in refleksija učiteljice v 8. razredu

Izvedba v 8. razredu (Loreta Hebar, druga in tretja izvedba)

Dejavnost sem ponovno izvedla z učenci 8. razreda (v obeh manjših učnih skupinah) pred začetkom obravnave večkotnikov in tako dobila vpogled v njihovo zmožnost uporabe znanja o štirikotnikih pri razvrščanju in oblikovanju definicij. Za dejavnost smo potrebovali eno šolsko uro. V prvi manjši učni skupini so učenci z nekoliko nižjimi učnimi sposobnostmi kot v drugi, kjer je večina učencev nadarjenih. Prav tako so v obeh skupinah učenci, ki imajo določene učne težave (tudi DSP). Vsi učenci so si izrezali modele štirikotnikov in se že ob tem pogovarjali o njihovih lastnostih in jih imenovali. Preden so začeli z delom v dvojicah, sem jim pokazala sliko mačke in tigra. Še preden sem jim postavila vprašanje, ali je vsaka mačka tiger, so komentirali in utemeljevali.

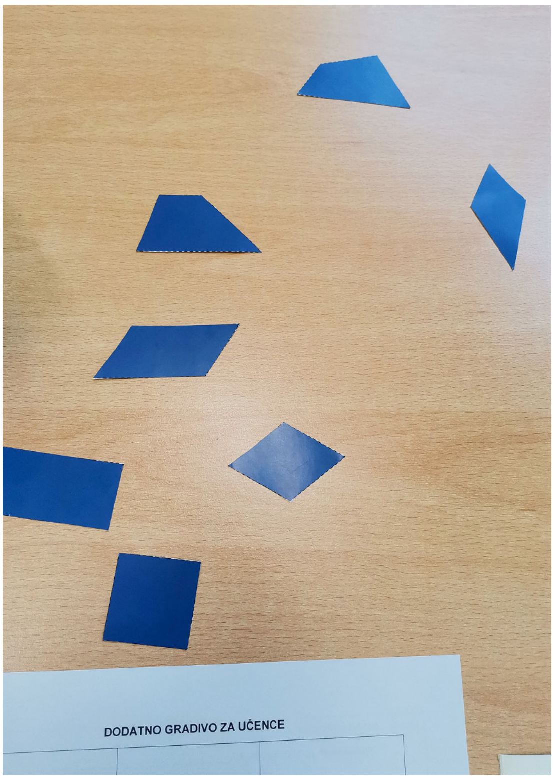
V prvi manjši učni skupini so delali predvsem z modeli in ob opazovanju naredili zaključke, oblikovali trditve in tudi definicije. Sama sem kdaj pa kdaj le usmerjala njihov pogovor in jim pomagala pri izražanju, če se jim je zataknilo. Dokaj hitro so si z modeli naredili organizator, ki jim je pomagal pri oblikovanju trditev. V tej skupini so naredili vse naloge na učnem listu, le en učenec je začel z risanjem organizatorja.

V drugi manjši učni skupini sama nisem imela veliko dela, bila sem le tihi opazovalec, saj so se učenci sami organizirali, dopolnjevali, popravljali in utemeljevali svoje trditve. Drug drugemu so bili kritični prijatelj, njihove povratne informacije so bile natančne in pravilne. Hitro so z modeli sestavili organizator in ugotovili, da ima kvadrat vse lastnosti vseh štirikotnikov nad njim (slika 66). Naredili so vse naloge in narisali organizator, nekateri celo dva različna. Imeli so težave z deltoidom pri Vennovem diagramu. Tako so svoj izdelek večkrat dopolnjevali ali ga pričeli risati znova.

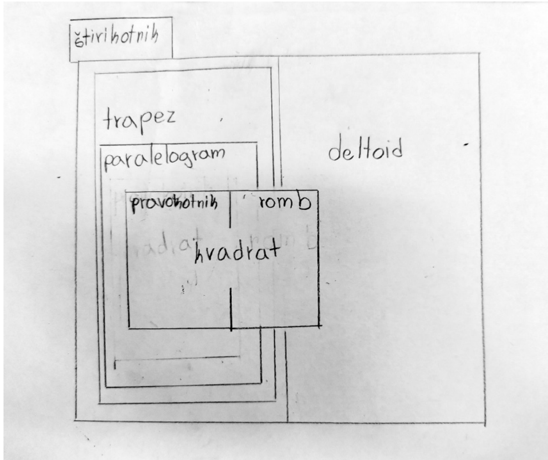
V obeh manjših učnih skupinah so bili učenci uspešni. Posebne diferenciacije ni bilo treba izvajati, saj so se učenci medsebojno lepo dopolnjevali in usmerjali. Morda zato, ker so si sami izbrali učnega partnerja in so delali po svojih sposobnostih in v svojem tempu.

Z izvedenima urama sem bila zelo zadovoljna, prav tako učenci. Sama sem dobila vpogled v njihovo matematično izražanje, zmožnost primerjanja, povezovanja in razvrščanja štirikotnikov ter oblikovanja definicij, kar je zame predstavljalo tudi izhodišče za nadaljnje delo – obravnavo večkotnikov.

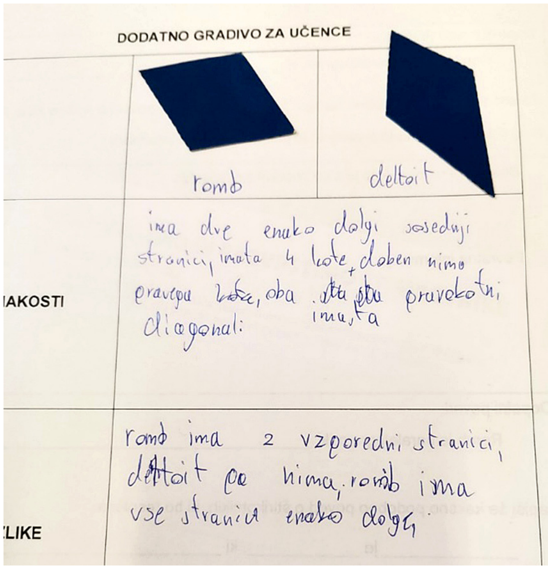
Dokazi učencev



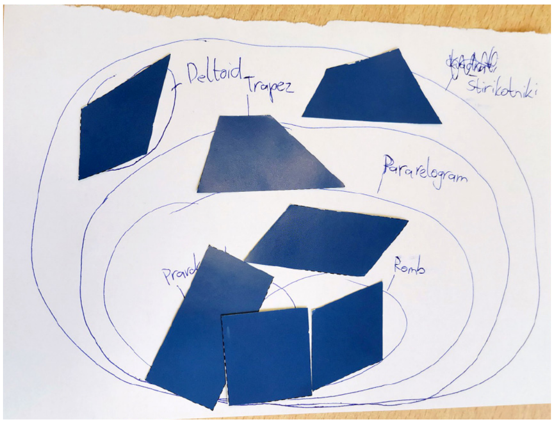
Slika 66: Izdelek učenca A – razvrstitev modelov štirikotnikov



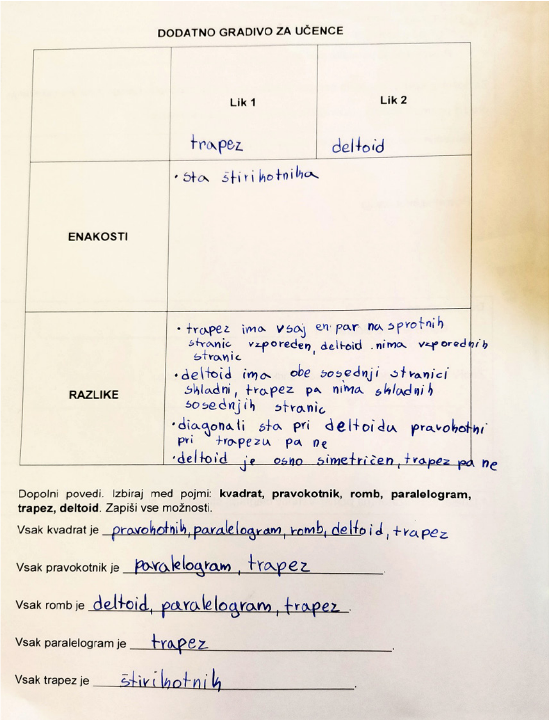
Slika 68: Izdelek učenca C – organizator štirikotnikov

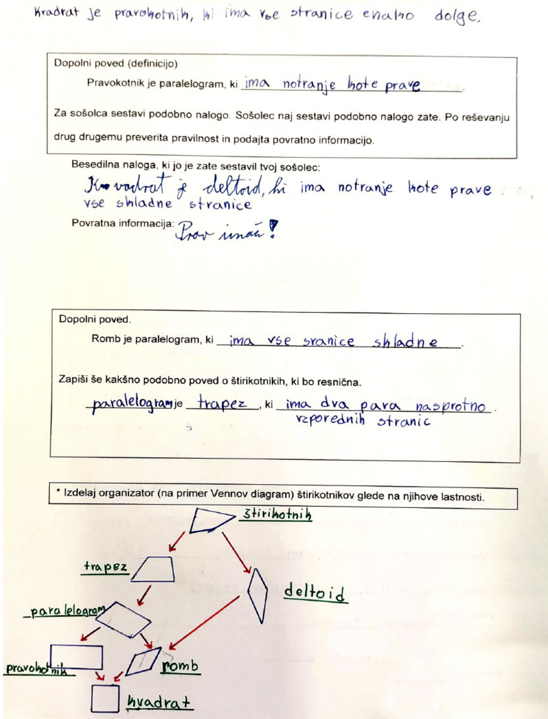


Slika 69: Izdelek učenca D – del izpolnjenega delovnega lista: primerjanje lastnosti romba in deltoida



Slika 67: Izdelek učenca B – štirikotniki v Vennovem diagramu





Slika 70 in 71: Izdelek učenca C – izpolnjen učni list z organizatorjem štirikotnikov

Refleksija učencev

Učencem se je dejavnost zdela zanimiva. Menijo, da si bodo na ta način vsebine bolje zapomnili. Všeč jim je bilo delo v skupinah. Ob koncu dejavnosti so zapisali svoje vtise.

Vsebina mi je bila všeč, saj sem lahko ponovil dosti stvari, ki sem jih pozabil. Všeč mi je tudi bilo, da smo se lahko posvetovali med sabo, ne pa samo z vami.

Na novi in zanimiv način smo ponovili znanje večkotnikov kar se mi je zdelo super.

Primeri uporabe opisane dejavnosti pri drugih vsebinah v osnovni in srednji šoli

V nadaljevanju predstavljamo nekaj primerov uporabe opisane dejavnosti pri drugih vsebinah v osnovni in srednji šoli.

1. primer: Primerjamo in razvrščamo geometrijska telesa

Učenci od 6. do 9. razreda primerjajo in razvrščajo geometrijska telesa (v 6. razredu kocko in kvader, v višjih razredih postopoma širimo nabor geometrijskih teles, lahko primerjajo npr. piramido in stožec, prizmo in piramido, prizmo in valj …): učenci zapišejo, katere lastnosti so enake in v katerih lastnostih se geometrijski telesi razlikujeta. Nalogo lahko diferenciramo glede na abstraktnost modela. Ugotovijo, da velja: vsaka kocka je kvader, vsak kvader je prizma in vsaka kocka je prizma.

2. primer: Razvrščamo števila v številskih množicah

Učenci v 8. razredu števila (zapisana npr. na kartončkih) razvrščajo v ustrezno številsko množico. Ugotovijo, da velja: npr. vsako naravno število je celo število, vsako racionalno število je realno število, vsako negativno celo število je negativno realno število … Ugotovljene odnose predstavijo z različnimi grafičnimi prikazi (npr. z Vennovim diagramom) in jih zapišejo z matematičnimi simboli.

3. primer: Primerjamo pojme: številski izraz, algebrski izraz, enačba, neenačba, enakost, neenakost

Učenci 8. ali 9. razreda osnovne šole ali dijaki 1. letnika srednje šole primerjajo pojme, npr. številski izraz in algebrski izraz, algebrski izraz in enačba, enačba in enakost, neenačba in neenakost …

4. primer: Primerjamo in razvrščamo funkcije

Dijaki primerjajo funkcije, npr. kvadratno funkcijo in polinomsko funkcijo, potenčno funkcijo in korensko funkcijo, eksponentno funkcijo in logaritemsko funkcijo, racionalno funkcijo in polinomsko funkcijo … Ugotovijo, da velja: vsaka linearna funkcija je polinomska funkcija, vsaka kvadratna funkcija je polinomska funkcija in vsaka potenčna funkcija z naravnim eksponentom je polinomska funkcija. Dane predpise različnih vrst funkcij ustrezno razvrstijo. Dijaki primerjajo lastnosti (enakosti in razlike) različnih funkcij:

- potenčna funkcija s pozitivnim sodim eksponentom, potenčna funkcija s pozitivnim lihim eksponentom
- eksponentna funkcija z osnovo $a > 1$ in $0 < a < 1$
- logaritemska funkcija z osnovo $a > 1$ in $0 < a < 1$
- funkciji $\sin x$ in $\cos x$
- …

Viri in literatura

1. Gorše Pihler, M. (2017). *Izobraževalni listič Scientix NA-MA. Primerjajmo in razvrstimo štirikotnike.* V: Izobraževalni lističi NA-MA. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Gradivo dostopno na: https://skupnost.sio.si/pluginfile.php/620228/mod_resource/content/3/12_Scientix%20Na-Ma_Final_PRIMERJANJE%20IN%20RAZVRSCANJE%20STIRIKOTNIKOV.pdf (pridobljeno 10. 1. 2022).
2. Kmetič, S., Gorše Pihler, M. (2018). *Od opisa do definicije geometrijskega pojma in Scientix*. 4. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018: zbornik razširjenih povzetkov. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Predstavitev dostopna na: http://www.zrss.si/kupm2018/wp-content/uploads/2018/07/kupm_2018_od_opisa_do_definicije_objava-3.pdf (pridobljeno 10. 2. 2022).
3. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Fras Bero, F. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. [Elektronski vir]. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.
4. Žakelj, A. idr. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN_matematika.pdf.

Komentar na dejavnost

Primerjamo, razvrščamo in tvorimo definicije štirikotnikov

Zapisal: dr. Nik Stopar, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko

Izbrana dejavnost učence vodi skozi postopek oblikovanja in uporabe matematičnih definicij. Poleg naštetih gradnikov matematične pismenosti dejavnost močno spodbuja tudi razvoj elementov kritičnega mišljenja, ki so tesno povezani s postopkom tvorbe definicij, kot so sistematično opazovanje, primerjanje in razvrščanje, oblikovanje argumentov ter induktivno in deduktivno sklepanje. Učenci se med dejavnostjo naučijo pravilne in predvsem natančne uporabe matematične terminologije ter izgrajujejo in utrjujejo različne matematične pojme – kvadrat, pravokotnik, paralelogram …, vzporednost, skladnost, pravokotnost …, štirikotnik, stranica, kot …

Pomembno je, da se ob dejavnostih, vezanih na matematične definicije, učenci zavedajo, da povezava med matematično definicijo in razumevanjem definiranega pojma ni enosmerna – opis in razumevanje novega matematičnega pojma nam omogočata tvorbo prave matematične definicije, namen matematične definicije pa je, da novi matematični pojem enolično in nedvoumno opredelimo. Definicija določenega matematičnega pojma ni enolična, saj lahko z uporabo ustrezne matematične terminologije matematični pojem opredelimo na različne načine. Pri tej dejavnosti lahko to ozaveščamo tako, da ponudimo več različnih možnosti za oblikovanje definicije, npr. »Pravokotnik je štirikotnik, ki ima _______.«, »Pravokotnik je lik, ki je hkrati _______ in ima _______ .«, »Štirikotnik, ki je hkrati _______ in _______, imenujemo _______.« itd. Učenci si tako lahko sami izberejo vrsto definicije, ki jo lažje oblikujejo. S tem ni več učiteljica tista, ki diktira oblikovanje definicije, ampak učenci sami in njihovo razumevanje pojma.

Dejavnost v prvi vrsti izgrajuje predvsem razumevanje pojmov in oblikovanje njihovih definicij, nekoliko manj pa razvija zmožnost uporabe definicij. Da podpremo še vidik uporabe, lahko dejavnost nadgradimo z dodatnimi nalogami, npr. »Izpiši matematične pojme, na katere si naletel skozi dejavnost, in z njihovo pomočjo opiši situacijo na dani sliki.« ali »Zapiši zaporedje ukazov, ki bodo robota vodili po poti, s katero bo orisal kvadrat/deltoid.« ali tudi »Ali lahko od vsakega paralelograma z enim ravnim rezom odrežemo deltoid? Odgovor utemelji z besedami (brez slike).« Take naloge so primerne predvsem za višje razrede, saj jih lahko uporabimo kot uvod v preiskovanje lastnosti štirikotnikov, npr. odnose med sosednjimi koti.

Preverjanje, razvrščanje in uporaba različnih reprezentacij geometrijskih teles

Anja Klavs Voštić in Antonija Miklavčič Jenič, Osnovna šola Dolenjske Toplice

Učenci 9. razreda v drugem polletju obravnavajo poglavje Geometrijska telesa, v katerem se naučijo prepoznati lastnosti in značilnosti posameznega geometrijskega telesa, izračunati njegovo površino in prostornino, izdelati njegov model, narisati in uporabiti njegovo mrežo pri izdelavi telesa oziroma izračunu preostalih lastnosti ter uporabiti na njem Pitagorov izrek pri reševanju problemskih nalog iz življenja.

Dejavnost Preverjanje znanja o geometrijskih telesih je bila izvedena ob zaključku poglavja Geometrijska telesa, in sicer z namenom, da učenci z njeno pomočjo preverijo, kako dobro so usvojili prej naštete cilje iz učnega načrta. Učenci so tak pristop k preverjanju znanja sprejeli z zanimanjem. Pridobljeno znanje so preverili s pomočjo učnega lista s slikami, ki ponazarjajo geometrijska telesa, uporabljena v vsakdanjem življenju, in z reševanjem nalog na to temo. Nato so svoje znanje uporabili pri izdelavi mreže izbranega telesa in posledično tudi izdelave telesa.

Primer predstavljene dejavnosti lahko z manjšimi prilagoditvami uporabimo tudi pri učencih 8. razreda, in sicer po končani obravnavi poglavja Kocka in kvader oziroma poglavja Pitagorov izrek v likih. V obeh primerih lahko učenec na zanimiv in drugačen način preveri usvojene cilje iz učnega načrta.

Operativni cilji dejavnosti:

- pozna osnovne pojme pri prizmi, valju, piramidi in stožcu,
- pozna in uporablja pojme in postopke s pojmi prostorske geometrije,
- prepozna, opiše in skicira geometrijska telesa,
- izdela modele teles in nariše njihove mreže (pokončna prizma in valj, pokončna piramida in stožec),
- uporablja obrazce za izračun površine in prostornine prizme, valja, piramide in stožca ter za računanje neznanih količin,
- v skladu z vsebinami osnovnošolske matematike razvije matematično in nematematično terminologijo (sporazumevanje v materinem jeziku),
- *primerja in razvršča geometrijska telesa glede na izbrano lastnost.*

Dejavnost razvija naslednje gradnike matematične pismenosti:

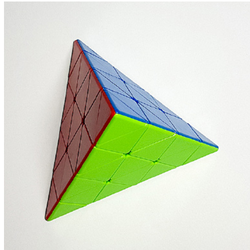
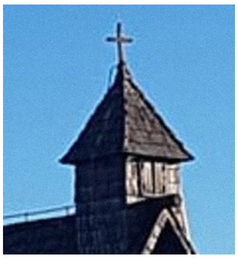
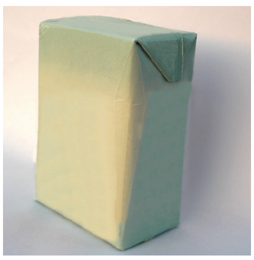
- MP1.4 prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah
- MP1.5 pozna in v različnih okoliščinah uporablja ustrezne postopke in orodja
- MP1.2 pozna in uporablja strokovno terminologijo

Potek dejavnosti

Aktivnost učencev *(z navedbo prilog P1 …)*	**Podgradnik NP/MP** *(št.)*	**Vloga učitelja**	**Pričakovani rezultati/dokazila** ***(kako bodo učenci izkazali, da so dosegli napredek/cilje)***
Poslušajo navodila, se porazdelijo v pare in si razdelijo učni list (P1).		Pripravi učno gradivo in predstavi potek ure.	Razdelitev v pare.
Učenci pregledajo učni list s slikami predmetov, ki predstavljajo različna matematična telesa. Pri tem se med seboj pogovarjajo, diskutirajo o slikah in njihovem pomenu. Prav tako skupaj poiščejo odgovore na vprašanji: • kje so telesa že videli, • kako so slike povezane z matematiko.	MP 1.4 a	Učence spodbuja k iskanju odgovorov na vprašanja in se z njimi pogovori o slikah.	Podani odgovori. Opažanja o telesih na sliki.
Naloga 1 Učenca v paru se med seboj pogovorita o lastnostih predmetov na slikah in poiščeta odgovore na vprašanja.	MP 1.4 c 1.4 e 1.3 a	Opozori učence na oblikovanje različnih kriterijev za dane slike.	Našteti kriteriji glede na lastnosti teles na slikah. Na primer: Razvrščanje glede na število in obliko ploskev, glede na število osnovnih ploskev …
Naloga 2 in 3 Učenci posamezne predmete imenujejo z matematičnimi pojmi geometrijskih teles. Zapišejo lastnosti geometrijskih teles. Pri tem si pomagajo z učnimi pripomočki kot na primer zvezek, učbenik …	MP 1.4 a 1.4 b	Po potrebi pomaga učencem in preverja njihove zapiske.	Zapisana imena teles, ki so predstavljena na slikah. Zapisane lastnosti geometrijskih teles.
Naloga 4 Učenci si izberejo dve telesi na sliki in ju čim podrobneje opišejo v matematičnem jeziku.	MP 1.2 c 1.4 b 1.4 f	Spodbuja in usmerja učence.	Opis izbranih teles.
Naloga 5 Pridobijo podatke z izbranega geometrijskega telesa. Na podlagi teh podatkov izdelajo mrežo, izračunajo zahtevane podatke in sestavijo telo. S pomočjo sestavljenega telesa predstavijo tudi uporabo Pitagorovega izreka.	MP 1.5 b	Usmerja in pomaga učencem pri reševanju naloge.	Izdelana mreža geometrijskega telesa, izračunana površina in prostornina ter predstavljena uporaba Pitagorovega izreka na telesu.
Pari med seboj izmenjajo podatke, s pomočjo katerih primerjajo in dopolnijo opravljene naloge. Opravijo refleksijo ure s vprašanji: • Kaj si se novega naučil? • Kakšna se vam je zdela izvedba ure?	MP 1.3 a	Usmerja izmenjavo podatkov med pari.	Predstavljene rešitve nalog in podana povratna informacija drugim učencem.

GEOMETRIJSKA TELESA 9. razred

V tabeli so prikazane slike različnih predmetov, ki so označeni s črkami.

			
A	B	C	Č
			
D	E	F	G
			
H	I	J	K
			
L	M	N	O
			
P	R	S	Š

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

1. a) Izberi si smiseln kriterij razvrščanja zgornjih predmetov in ga zapiši. Glede na izbrani kriterij razvrsti zgornje predmete.

   b) Sošolcu predstavi svoj kriterij in rešitev. Koliko različnih kriterijev razvrščanja ste izbrali v razredu? Katere?

2. Predstavljeni predmeti so modeli za različna geometrijska telesa. Katera geometrijska telesa prepoznaš?

3. Kaj lahko poveš o lastnostih geometrijskih teles?

4. Izberi dva predmeta na sliki, ki sta modela dveh različnih geometrijskih teles. Primerjaj ju. Zapiši skupne lastnosti in razlike med njima. Ugotovitve predstavi z ustreznim grafičnim organizatorjem (npr. primerjalna matrika, Vennov diagram …).

5. a) Od učitelja boš dobil geometrijsko telo. Nariši skico. Telesu izmeri potrebne lastnosti, da boš izdelal dve različni mreži geometrijskega telesa. Izračunaj površino in prostornino telesa.

   b) V geometrijskem telesu predstavi uporabo Pitagorovega izreka.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

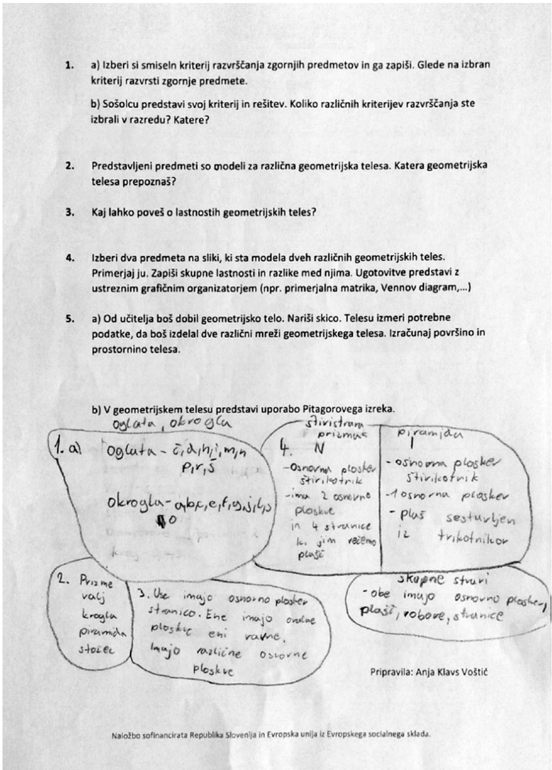
Evalvacija, refleksija učitelja

Učna ura je bila izvedena kot ponovitev snovi o geometrijskih telesih. Učencem je bila učna snov jasna. Poznali so že vse pojme in postopke računanja ter risanje mrež vseh geometrijskih teles. Za reševanje učnega lista ter izdelavo mreže geometrijskega telesa je bila porabljena celotna šolska ura. Učenci so dejavnost izvedli samostojno, pri tem so potrebovali le posamezne usmeritve ali napotke.

V podani refleksiji so učenci podali naslednje povratne informacije:

- To uro sem se naučil, da ni tako lahko narediti vseh teles. To uro mi je bilo všeč, da smo delali geometrijsko telo.
- Pri tej uri sem lahko ponovila svoje znanje o geometrijskih telesih. Ponovila sem tudi izdelovanje mreže in sestavljanje geometrijskih teles, kar je bilo zabavno in poučno.
- Danes pri uri sem se veliko naučil, saj se s pomočjo figur lažje zapomnim stvari kot s samo razlago. Upam, da bo še veliko takih ur.
- Ura mi je bila zelo všeč, saj je bila kreativna, naučili smo se izdelovati mrežo teles in morali smo natančno paziti na zavihke. Bilo je super. Skupaj smo ponovili telesa in utrdili že naše znanje.

Priložena dokazila o izvedbi dejavnosti



1. a) Izberi si smiseln kriterij razvrščanja zgornjih predmetov in ga zapiši. Glede na izbran kriterij razvrsti zgornje predmete.

b) Sošolcu predstavi svoj kriterij in rešitev. Koliko različnih kriterijev razvrščanja ste izbrali v razredu? Katere?

2. Predstavljeni predmeti so modeli za različna geometrijska telesa. Katera geometrijska telesa prepoznaš?

3. Kaj lahko poveš o lastnostih geometrijskih teles?

4. Izberi dva predmeta na sliki, ki sta modela dveh različnih geometrijskih teles. Primerjaj ju. Zapiši skupne lastnosti in razlike med njima. Ugotovitve predstavi z ustreznim grafičnim organizatorjem (npr. primerjalna matrika, Vennov diagram,...)

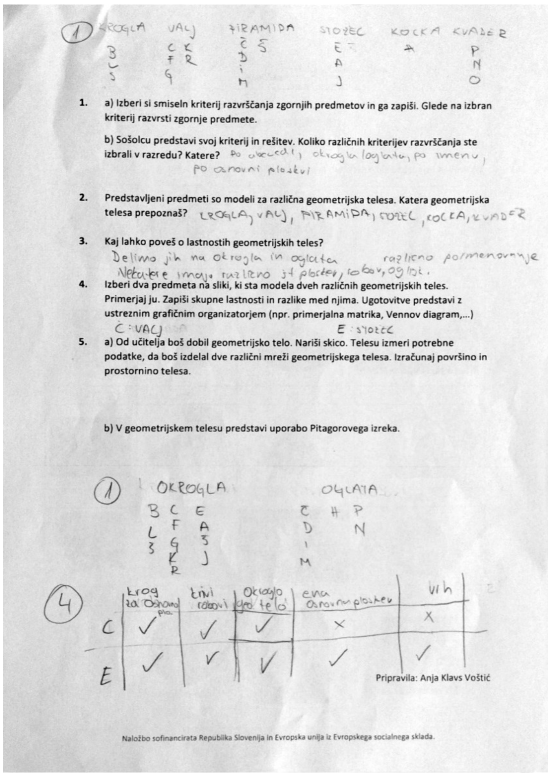
5. a) Od učitelja boš dobil geometrijsko telo. Nariši skico. Telesu izmeri potrebne podatke, da boš izdelal dve različni mreži geometrijskega telesa. Izračunaj površino in prostornino telesa.

b) V geometrijskem telesu predstavi uporabo Pitagorovega izreka.

Pripravila: Anja Klavs Voštić

Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada.

Slika 72: Primer izpolnjenega učnega lista



1. a) Izberi si smiseln kriterij razvrščanja zgornjih predmetov in ga zapiši. Glede na izbran kriterij razvrsti zgornje predmete.

b) Sošolcu predstavi svoj kriterij in rešitev. Koliko različnih kriterijev razvrščanja ste izbrali v razredu? Katere?

2. Predstavljeni predmeti so modeli za različna geometrijska telesa. Katera geometrijska telesa prepoznaš?

3. Kaj lahko poveš o lastnostih geometrijskih teles?

4. Izberi dva predmeta na sliki, ki sta modela dveh različnih geometrijskih teles. Primerjaj ju. Zapiši skupne lastnosti in razlike med njima. Ugotovitve predstavi z ustreznim grafičnim organizatorjem (npr. primerjalna matrika, Vennov diagram,...)

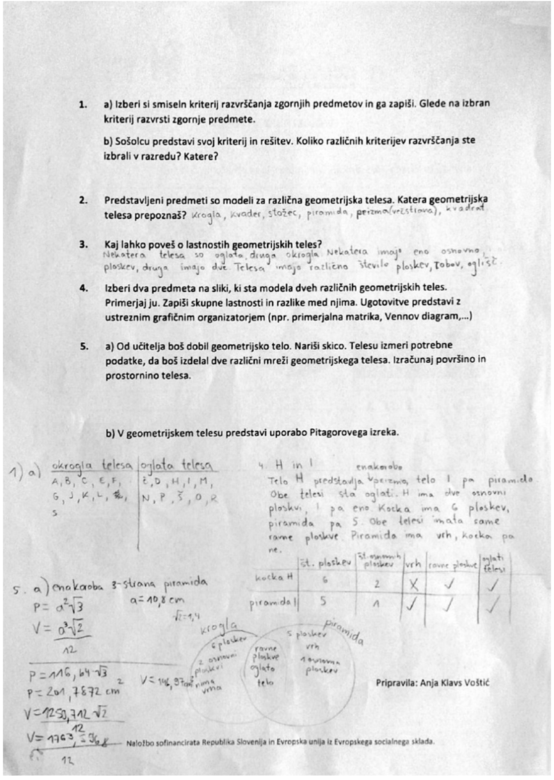
5. a) Od učitelja boš dobil geometrijsko telo. Nariši skico. Telesu izmeri potrebne podatke, da boš izdelal dve različni mreži geometrijskega telesa. Izračunaj površino in prostornino telesa.

b) V geometrijskem telesu predstavi uporabo Pitagorovega izreka.

Pripravila: Anja Klavs Voštić

Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada.

Slika 73: Primer izpolnjenega učnega lista



1. a) Izberi si smiseln kriterij razvrščanja zgornjih predmetov in ga zapiši. Glede na izbran kriterij razvrsti zgornje predmete.

   b) Sošolcu predstavi svoj kriterij in rešitev. Koliko različnih kriterijev razvrščanja ste izbrali v razredu? Katere?

2. Predstavljeni predmeti so modeli za različna geometrijska telesa. Katera geometrijska telesa prepoznaš? Krogla, kvader, stožec, piramida, prizma(večstrana), kvadrat

3. Kaj lahko poveš o lastnostih geometrijskih teles?
   Nekatera telesa so oglata, druga okrogla. Nekatera imajo eno osnovno ploskev, druga imajo dve. Telesa imajo različno število ploskev, robov, oglišč

4. Izberi dva predmeta na sliki, ki sta modela dveh različnih geometrijskih teles. Primerjaj ju. Zapiši skupne lastnosti in razlike med njima. Ugotovitve predstavi z ustreznim grafičnim organizatorjem (npr. primerjalna matrika, Vennov diagram,...)

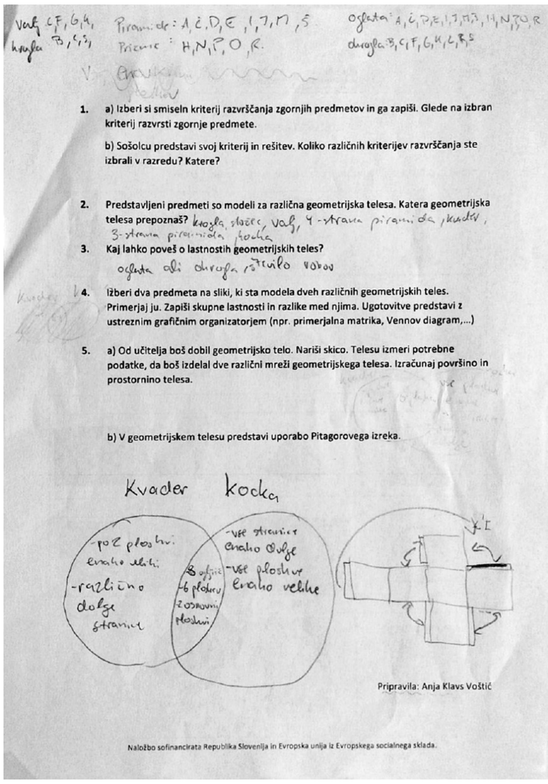
5. a) Od učitelja boš dobil geometrijsko telo. Nariši skico. Telesu izmeri potrebne podatke, da boš izdelal dve različni mreži geometrijskega telesa. Izračunaj površino in prostornino telesa.

   b) V geometrijskem telesu predstavi uporabo Pitagorovega izreka.

Pripravila: Anja Klavs Voštić

Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada.

Slika 74: Primer izpolnjenega učnega lista



1. a) Izberi si smiseln kriterij razvrščanja zgornjih predmetov in ga zapiši. Glede na izbran kriterij razvrsti zgornje predmete.

   b) Sošolcu predstavi svoj kriterij in rešitev. Koliko različnih kriterijev razvrščanja ste izbrali v razredu? Katere?

2. Predstavljeni predmeti so modeli za različna geometrijska telesa. Katera geometrijska telesa prepoznaš?

3. Kaj lahko poveš o lastnostih geometrijskih teles?

4. Izberi dva predmeta na sliki, ki sta modela dveh različnih geometrijskih teles. Primerjaj ju. Zapiši skupne lastnosti in razlike med njima. Ugotovitve predstavi z ustreznim grafičnim organizatorjem (npr. primerjalna matrika, Vennov diagram,...)

5. a) Od učitelja boš dobil geometrijsko telo. Nariši skico. Telesu izmeri potrebne podatke, da boš izdelal dve različni mreži geometrijskega telesa. Izračunaj površino in prostornino telesa.

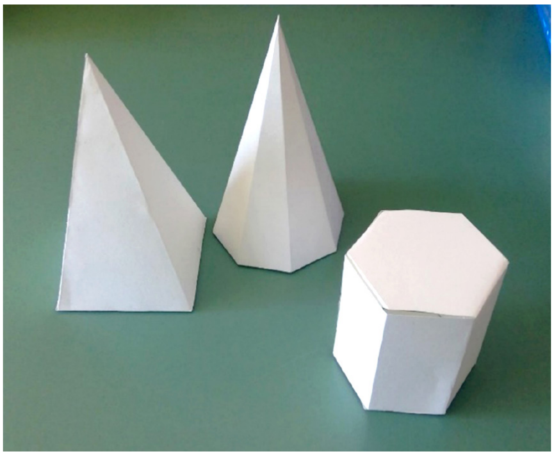
   b) V geometrijskem telesu predstavi uporabo Pitagorovega izreka.

Kvader kocka

Pripravila: Anja Klavs Voštić

Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada.

Slika 75: Primer izpolnjenega učnega lista



Slika 76: Izdelana telesa s pomočjo meritev in mreže

Viri in literatura

1. Žakelj, A. idr. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN_matematika.pdf.
2. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Fras Bero, F. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. [Elektronski vir]. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.

Razumevanje in uporaba različnih pojmov (funkcija, enačba, neenačba, ničla funkcije, krivulja …) pri kvadratni funkciji

Simona Vreš, Šolski center Ravne na Koroškem, Gimnazija Ravne na Koroškem

V prispevku je predstavljena dejavnost, s katero sem želela pridobiti informacijo o znanju dijakov po končani obravnavi poglavja Kvadratna funkcija in enačba. Dejavnost sem naslovila Razumevanje in uporaba različnih pojmov (funkcija, enačba, neenačba, ničla funkcije, krivulja …) pri kvadratni funkciji. Dejavnost sem izvedla v 3. letniku po končani obravnavi učnega sklopa Kvadratna funkcija in enačba. Učni sklop sicer obravnavamo na koncu 2. letnika, vendar vedno ostane nekaj ciljev neobravnavanih. S tega vidika je taka dejavnost toliko bolj smiselna, saj z njo pridobimo širšo sliko o znanju dijakov, predvsem kar se tiče razumevanja matematičnih pojmov in uporabe pridobljenega znanja. Na drugi strani dejavnost dijakom nudi kvalitetno povratno informacijo o usvojenem znanju. Skozi dejavnost dijaki odpravljajo vrzeli v znanju, ozaveščajo nedoslednosti v svojih zapisih in poglabljajo razumevanje odnosov med posameznimi matematičnimi pojmi.

Za dijake sem pripravila šest različnih nalog. Vseh šest nalog se je navezovalo na isti kvadratni tričlenik (, ki je bil del zapisa kvadratne funkcije, kvadratne parabole, kvadratne enačbe ali kvadratne neenačbe. Dijaki so morali zapisati vse, kar vedo o danem matematičnem pojmu, in sestaviti nalogo, ki bo vsebovala dani matematični pojem. Dijake sem naključno razdelila v šest skupin in vsaka skupina je reševala svojo nalogo. V vsaki skupini so dijaki najprej prebrali nalogo, zapisano na listu, se pogovorili, kako razumejo zapisano nalogo, in si organizirali delo. Nato so reševali nalogo, zapisano na listu. Glede na dogovor v skupini, so svoje ugotovitve in potek reševanja ustrezno zapisovali.

V vsaki skupini so pripravili skupen zapis svojih ugotovitev v obliki, ki so si jo izbrali sami (z besedami, v matematičnem zapisu, kot miselni vzorec …).

Predstavnik vsake skupine je predstavil njihovo delo. Za predstavitev je lahko uporabil kredo in tablo, plakat ali interaktivno tablo. Člani drugih skupin so lahko zapis dopolnili, lahko so tudi izrazili nestrinjanje z zapisanim. Skupaj smo pogledali predvsem zapisane naloge in po potrebi dopolnili ali popravili besedilo.

Po vsaki predstavitvi sem povzela ključne elemente, opozorila na pomembnost razumevanja zapisa (npr. ni vseeno ali je ali), opozorila na tiste dele, pri katerih imajo dijaki še težave, po potrebi dodatno kaj razložila.

Na ta način so dijaki sami sestavili šest nalog, ki so jih potem rešili za domačo nalogo.

Z dejavnostjo Razumevanje in uporaba različnih pojmov (funkcija, enačba, neenačba, ničle, krivulja …) pri kvadratni funkciji sem prednostno razvijala dva gradnika matematične pismenosti:

- MP1.4 prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah
- MP1.2 pozna in uporablja strokovno terminologijo in simboliko

V dejavnosti pri dijakih razvijamo vsebinska cilja in *procesne cilje*:

- uporabljajo pojem kvadratne funkcije na različne načine,
- uporabljajo in razumejo pojme funkcijski predpis, krivulja (parabola), ničla, presečišče, enačba, neenačba …
- *načrtujejo in sestavijo nalogo,*
- *predstavijo nalogo,*
- *komunicirajo v matematičnem jeziku.*

Potek dejavnosti

Aktivnost učencev/k *(z navedbo prilog P1 …)*	**Podgradnik NP/MP** *(št.)*	**Vloga učitelja**	**Pričakovani rezultati/dokazila** *(kako bodo učenci izkazali, da so dosegli napredek/cilje)*
Reševanje pripravljenega učnega lista po skupinah (šest skupin).		Razdeli dijake v skupine.	
V vsaki skupini dijaki najprej preberejo nalogo, zapisano na listu, se pogovorijo o tem, kako razumejo zapisano nalogo, in si sami organizirajo delo.	MP1.1 a MP1.4 a	Moderira, usmerja.	Dogovor o načinu dela znotraj skupin.
Rešujejo nalogo. Glede na dogovor v skupini svoja razmišljanja beležijo in razmišljajo o predstavitvi svojih ugotovitev. V vsaki skupini pripravijo skupen zapis svojih ugotovitev v obliki, ki so si jo izbrali sami (z besedami, v matematičnem zapisu, kot miselni vzorec …).	MP1.4 a, b, e MP1.2 a, b, c MP1.3 b	Moderira, usmerja, nudi povratno informacijo. Po potrebi pomaga pri oblikovanju zapisov.	Izdelek (zapis) vsake skupine.
Predstavnik vsake skupine predstavi njihovo delo. Za predstavitev lahko uporabi kredo in tablo, plakat ali interaktivno tablo. Člani drugih skupin lahko predstavitev dopolnijo, lahko tudi izrazijo nestrinjanje z zapisanim. Skupaj z učiteljem pogledajo predvsem zapisane naloge in po potrebi dopolnijo ali popravijo besedilo.	MP1.3 a, b MP1.2 c	Moderira, usmerja, povzame, nudi povratno informacijo. Dijake usmerja v to, da argumentirajo svoje zapise, popravi nekorektne zapise, opozori na nedoslednosti.	Šest predstavitev, postavljena vprašanja s strani drugih med predstavitvami in vključevanje v pogovor.
Kritično reflektirajo lastno znanje (s pogovorom).	MP1.3 c	Evalvira, povzame ključne elemente, opozori na pomembnost razumevanja zapisa (npr. ni vseeno ali je y ali $f(x)$), opozori na tiste dele, pri katerih imajo dijaki še težave, po potrebi dodatno kaj razloži. Dijakom priporoča, da zapisane naloge rešijo za domačo nalogo.	Pogovor, refleksija o lastnem znanju.
Domača naloga: Rešijo sestavljene naloge.		Poda povratno informacijo na domačo nalog, na vprašanja dijakov.	Rešena domača naloga.

Učni list P1, na katerem je zapisanih vseh šest nalog (vsaka skupina dobi samo eno nalogo iz delovnega lista).

Razumevanje in uporaba različnih pojmov pri kvadratni funkciji

1. V skupini zapišite vse, kar veste o zapisu $y = 2x^2 - 10x + 8$ in sestavite nalogo, ki bo vključevala:

$$y = 2x^2 - 10x + 8$$

2. V skupini zapišite vse, kar veste o zapisu $f(x) = 2x^2 - 10x + 8$ in sestavite nalogo, ki bo vključevala:

$$f(x) = 2x^2 - 10x + 8$$

3. V skupini zapišite vse, kar veste o zapisu $2x^2 - 10x + 8 = 0$ in sestavite nalogo, ki bo vključevala:

$$2x^2 - 10x + 8 = 0$$

4. V skupini zapišite vse, kar veste o zapisu $2x^2 - 10x + 8 = 2x - 2$ in sestavite nalogo, ki bo vključevala:

$$2x^2 - 10x + 8 = 2x - 2$$

5. V skupini zapišite vse, kar veste o zapisu $2x^2 - 10x + 8 \geq 0$ in sestavite nalogo, ki bo vključevala:

$$2x^2 - 10x + 8 \geq 0$$

6. V skupini zapišite vse, kar veste o zapisu $\sqrt{2x^2 - 10x + 8} \in \mathbb{R}$ in sestavite nalogo, ki bo vključevala:

$$\sqrt{2x^2 - 10x + 8} \in \mathbb{R}$$

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Evalvacija in refleksija učiteljice

Učitelj izvede dejavnost po končani obravnavi učne vsebine. Dejavnost je sicer pripravljena za poglavje Kvadratna funkcija in enačba, je pa prenosljiva na katerokoli drugo vsebino in na katerokoli stopnjo izobraževanja.

Dijaki so pri uri zavzeto sodelovali, reševanje prvega dela jim ni povzročalo težav, drugi del (sestavljanje naloge) pa je bil kar izziv. Dodana vrednost te dejavnosti se mi zdi predvsem to, da dijake opozori na nedoslednost, mešanje pojmov in nenatančnost v izražanju. Izkazalo se je, da so pri prvih treh nalogah pravzaprav vse tri skupine pisale enake ali podobne odgovore. Dijaki niso pozorni na razliko med funkcijo, grafom funkcije in enačbo. Pri sestavljanju naloge pa so imeli precej težav. Bolj ali manj so iskali v zvezku primerno nalogo.

Po uri so bili dijaki zelo zadovoljni. Menijo, da so se skozi tak način dela veliko naučili in da so šele pri uri ugotovili, da je njihovo znanje pravzaprav zelo površinsko. Izrazili so željo po tej obliki utrjevanja snovi ob koncu vsakega poglavja.

Primer so preizkušali učitelji na IVIZ-ih. Dobila sem devet povratnih informacij. Glede na te povratne informacije lahko rečem, da je primer prenosljiv na katerokoli vsebino in na vse stopnje izobraževanja.

Preizkušanje dejavnosti

Damjana Jovan, Šolski center Ljubljana, Gimnazija Antona Aškerca

»Naloge iz učnega lista so mi všeč, dijaka vzpodbujajo k kritičnemu razmišljanju in rabi strokovne terminologije.«

Urška Mihelič, Grm Novo mesto – Center biotehnike in turizma, Kmetijska šola in biotehniška gimnazija

»Dijakom je bilo v splošnem delo v dvojicah všeč, tak način pouka dober in zanimiv, pa tip naloge so pohvalili, saj so ›ponovili osnovne pojme, formule, lastnosti‹. Nekateri so se učili iz napak, ki so jih napravili kljub temu, da so test na to temo pisali pozitivno. Kljub temu da je bilo navodilo res kratko, so nekateri ugotovili, ›da morava bolj pozorno brati navodila‹ in tega res nisem pričakovala. V evalvaciji so mi nekateri zapisali tudi, da so se naučili razliko med tem in onim in mi jo podrobno pojasnili. Ena dvojica je zapisala, da se jima je zdelo ›zelo kompleksno in da je bil del, kjer moraš zapisati svojo nalogo, odvečen‹. Nekomu naloga ni bila všeč, ker je zahtevala ›preveč razmišljanja in matematične teorije, najtežje pa se je bilo spomniti ustrezne naloge. Delo v dvojicah je za tako nalogo v redu, kot samostojno pa predolgotrajno‹.«

Tatjana Levstek, Gimnazija Ledina

»Primer predstavlja sintezo znanj o funkcijskih pojmih, specifično o kvadratni funkciji. Po predelani snovi glede na učni načrt je bila naloga zelo primerna za utrjevanje znanja.«

Maruška Korelc, Biotehniški center Naklo

»Primer je izredno zanimiv, ker se v teh primerih dijaki prelevijo v učitelja. Tako morajo dijaki sestaviti test kvadratne funkcije, ki bo vseboval dane oporne točke. Dijaki s tem ponovijo risanje, računanje, presečišče funkcij, enačbe, teoretični del.«

Tanja Kogoj, OŠ Milojke Štrukelj Nova Gorica

»Dejavnost sem izvedla v 9. razredu na koncu poglavja Razmerje in sorazmerje. Spremenila sem navodilo, ki ga prilagam. Ker je pouk potekal po zoomu, sem jih dala v 4 skupine, da so delali samostojno, vmes pa sem hodila od skupine do skupine in preverjala, kako jim gre. Na koncu smo se dobili vsi skupaj, kjer je vsaka skupina najprej poročala, nato pa so ostali še kaj dodali.

Navodilo

1. skupina

Kaj predstavlja dani zapis? 18 : 24

Razmisli in zapiši, kaj vse bi o njem lahko povedal.

Zapiši nalogo, v kateri bo uporabljen zgornji zapis.

2. skupina

Kaj predstavlja dani zapis? $1 : 200000 = 6 : x$

Razmisli in zapiši, kaj vse bi o njem lahko povedal.

Zapiši nalogo, v kateri bo uporabljen zgornji zapis.

3. skupina

Kaj predstavlja dani zapis? $x : 4 = 3 : y$

Razmisli in zapiši, kaj vse bi o njem lahko povedal.

Zapiši nalogo, v kateri bo uporabljen zgornji zapis.

4. skupina

Kaj predstavlja dani zapis? $x : 7 = y : 5$

Razmisli in zapiši, kaj vse bi o njem lahko povedal.

Zapiši nalogo, v kateri bo uporabljen zgornji zapis.«

Viri in literatura

1. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Fras Bero, F. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. [Elektronski vir]. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.
   https://masdiv-project.eu/.
2. Adrijana Mastnak, Predstave bodočih učiteljev predmeta matematika v OŠ o neformalnem formativnem preverjanju znanja, magistrsko delo. https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjpntS11f7eAhVDWywKHfFbCH8QFjABegQ ICRAC&url=http%3A%2F%2Fpefprints.pef.uni-lj.si%2F2574%2F1%2Fkoncni_tiska_naloga20092014_knjiznica.pdf&usg=AOvVaw14X8SapfHpB9iVu-DowLNN (5. 9. 2018).

Prikaz in računanje prevožene poti kolesarja z uporabo eksponentne funkcije

Natalija Horvat, Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer

Dejavnost Prikaz in računanje prevožene poti kolesarja z uporabo eksponentne funkcije lahko umestimo v sklop Eksponentna funkcija v poljubnem srednješolskem programu. Dejavnost je predvidena za eno šolsko uro. Prilagojeno dejavnost bi lahko izvedli tudi v 1. letniku ali pa v zadnjih razredih osnovne šole. Dejavnost sem izvedla v 3. letniku umetniške gimnazije po obravnavi eksponentne funkcije. Gre za primer raziskovanja, pri katerem dijaki iščejo ustrezen dan, ko bo kolesar prevozil označeno pot na zemljevidu. Z uporabo IKT (prenosnih telefonov, tablic, računalnikov) si dijaki izračunajo celotno pot kolesarja, ki jo mora prevoziti.

Potrebno predznanje za izvedbo dejavnosti:

- dijak pozna in uporablja pojme: ulomek, delež, eksponentna funkcija, eksponentna enačba, različne predstavitve funkcije (tabela, graf, funkcijski predpis)

Za izvedbo dejavnosti učitelj pripravi učne liste ter zagotovi uporabo IKT pri pouku.

Z dejavnostjo so dijaki razvijali naslednje operativne cilje (vsebinske, *procesne*):

- naredijo različne reprezentacije prevožene poti,
- prepoznajo eksponentno rast,
- prepoznajo in rešijo eksponentno enačbo,
- *uporabljajo tehnološka orodja: iščejo podatke na spletu,*
- *interpretirajo pot reševanja.*

V dejavnosti smo prednostno razvijali naslednje podgradnike matematične pismenosti:

- 1.4 prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah
- 1.5 pozna in v različnih okoliščinah uporablja ustrezne postopke in orodja

Dejavnost bi lahko v nadaljevanju nadgradili v primer matematičnega modeliranja:

Marko s prijatelji načrtuje enodnevni kolesarski izlet iz Ljutomera čez Razkrižje, Črenšovce, Beltince, Lipovce, Veržej in nazaj v Ljutomer (oziroma za vaš kraj primerno kolesarsko pot). Izdelaj načrt kolesarjenja, kje se bodo ustavili in katere znamenitosti si bodo ogledali, kje bodo imeli kosilo, kolikšna bo cena izleta. Izdelajte reklamni plakat, na katerem boste oglaševali dva najboljša načrta.

Potek dejavnosti

Aktivnost dijakov	Podgradnik MP	Vloga učitelja	**Pričakovani rezultati/dokazila** *(kako bodo dijaki izkazali, da so dosegli cilje)*
Dijaki preberejo navodila in začnejo reševati primer a. Računajo in zapisujejo prevoženo pot po posameznih dnevih. Prevoženo pot kolesarja predstavijo na vsaj tri različne načine. Na tablo zapišejo svoje rešitve (samo določeni dijaki, ki jih pokliče učitelj).	1.1 a, b 1.2 b 1.3 b 1.4 b 1.5 a, b	Razdeli učni list (P1). Dijakom pove, da morajo prebrati navodilo in rešiti primer a. Preveri, ali so dijaki razumeli navodila. Spremlja delo dijakov. Po potrebi dijake usmerja, da res predstavijo prevoženo pot na tri različne načine. K tabli kliče dijake, da predstavijo različne načine rešitev.	Izpolnjen učni list (P1), primer a: • izpolnjena tabela • zapis predpisa funkcije • narisan graf • narisan grafikon (npr. stolpčni)
Dijaki s pomočjo prenosnega telefona izračunajo dolžino poti, ki jo mora opraviti kolesar. S pomočjo izračunov določijo, kateri dan bo sposoben prekolesariti dano pot. Izbran dijak na tablo zapiše rešitev.	1.1 d 1.3 a, b 1.5 a, b	Dijake spodbudi, da se lotijo reševanja primera b. Dovoli dijakom, da lahko pri delu uporabljajo prenosni telefon. Spremlja delo dijakov. Izbere dijaka, ki predstavi rešitev.	Izpolnjen učni list (P1), primer b: • zapisana dolžina poti • izračunan in zapisan ustrezen dan

Pot kolesarja

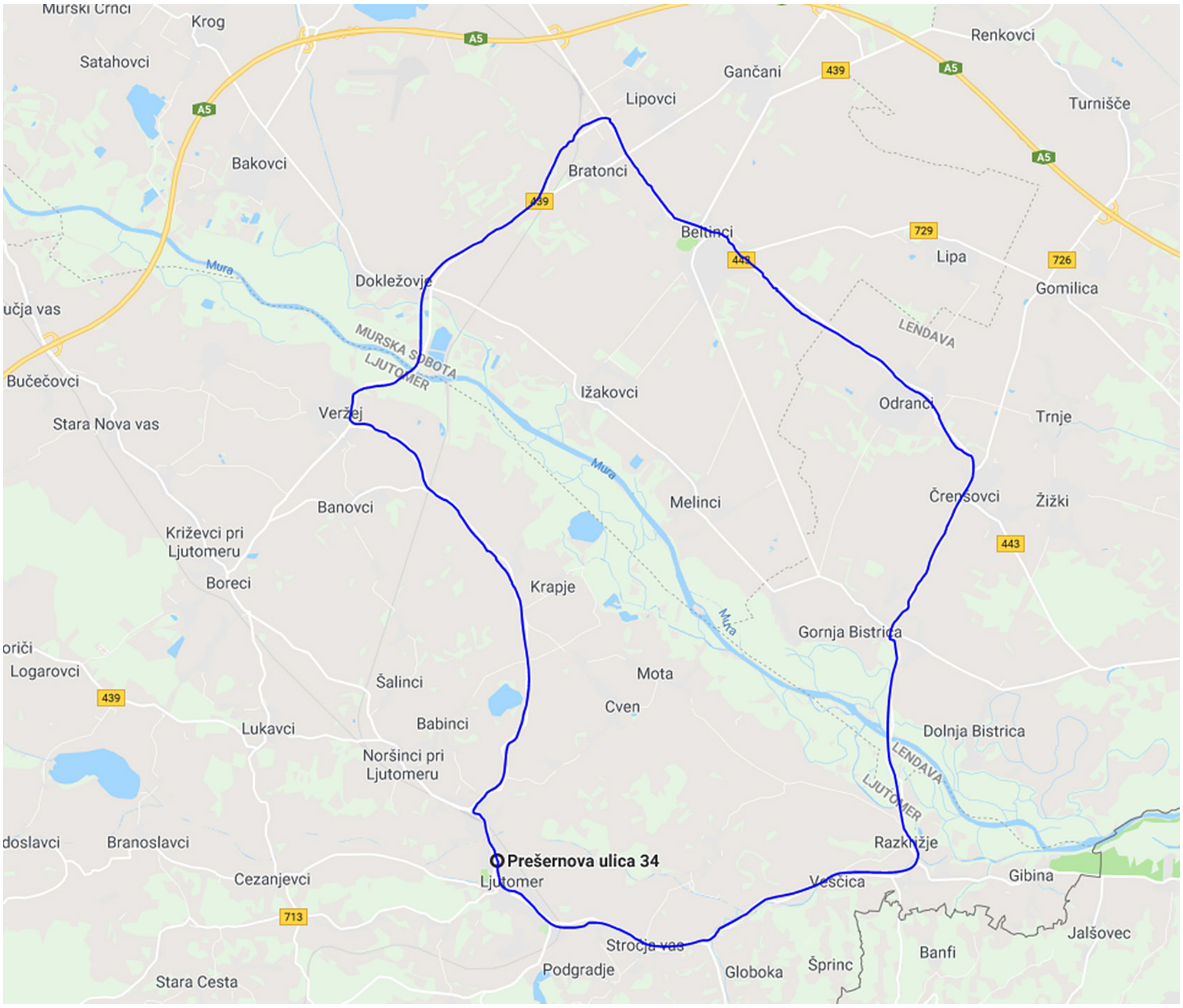
Marko ima tak poklic, da v službi večino časa dela za računalnikom. Ker so se mu začele pojavljati zdravstvene težave, se je odločil, da bo začel kolesariti.

Naredil si je načrt kolesarjenja.

Prvi dan bo prekolesaril . Drugi dan bo prekolesaril $\frac{5}{4}$ poti prvega dne. Tretji dan bo prekolesaril $\frac{5}{4}$ poti drugega dne, četrti dan bo prekolesaril $\frac{5}{4}$ poti tretjega dne ...

a) Na vsaj tri različne načine predstavi Markovo prevoženo pot v odvisnosti od dneva.

b) Kateri dan se bo lahko odpravil na kolesarjenje iz Ljutomera čez Razkrižje, Črenšovce, Beltince, Lipovce, Veržej in nazaj v Ljutomer, če štarta pred Gimnazijo Franca Miklošiča Ljutomer (GFML). Prevožena pot je označena na spodnji sliki.



Evalvacija, refleksija učitelja

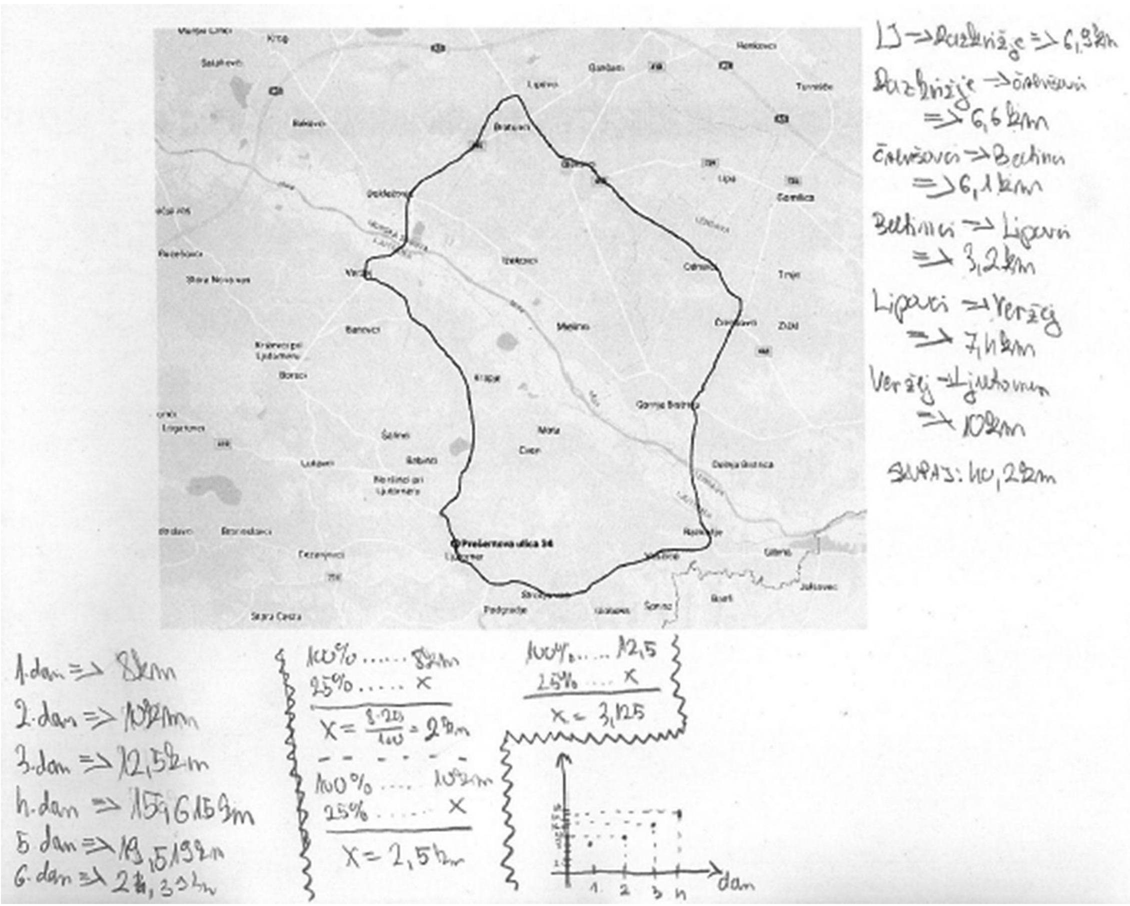
Dijakom je bilo navodilo naloge zelo všeč, saj je iz vsakdanjega življenja. Razumeli so navodilo in brez težav izračunali dolžino poti kolesarja za posamezen dan. Težave so se pojavile pri predstavitvi prevožene poti. Dva načina so se spomnili, več pa ni šlo. Zato sem jim morala podati namig za tretji način.

Zelo dobro so se lotili računanja dolžine označene poti kolesarja na zemljevidu. Pomagali so si s prenosnimi telefoni oz. računalniki in Googlovimi zemljevidi tako, da so nekateri vpisali pot s postanki, drugi pa so računali razdalje od enega kraja do drugega ter jih sešteli.

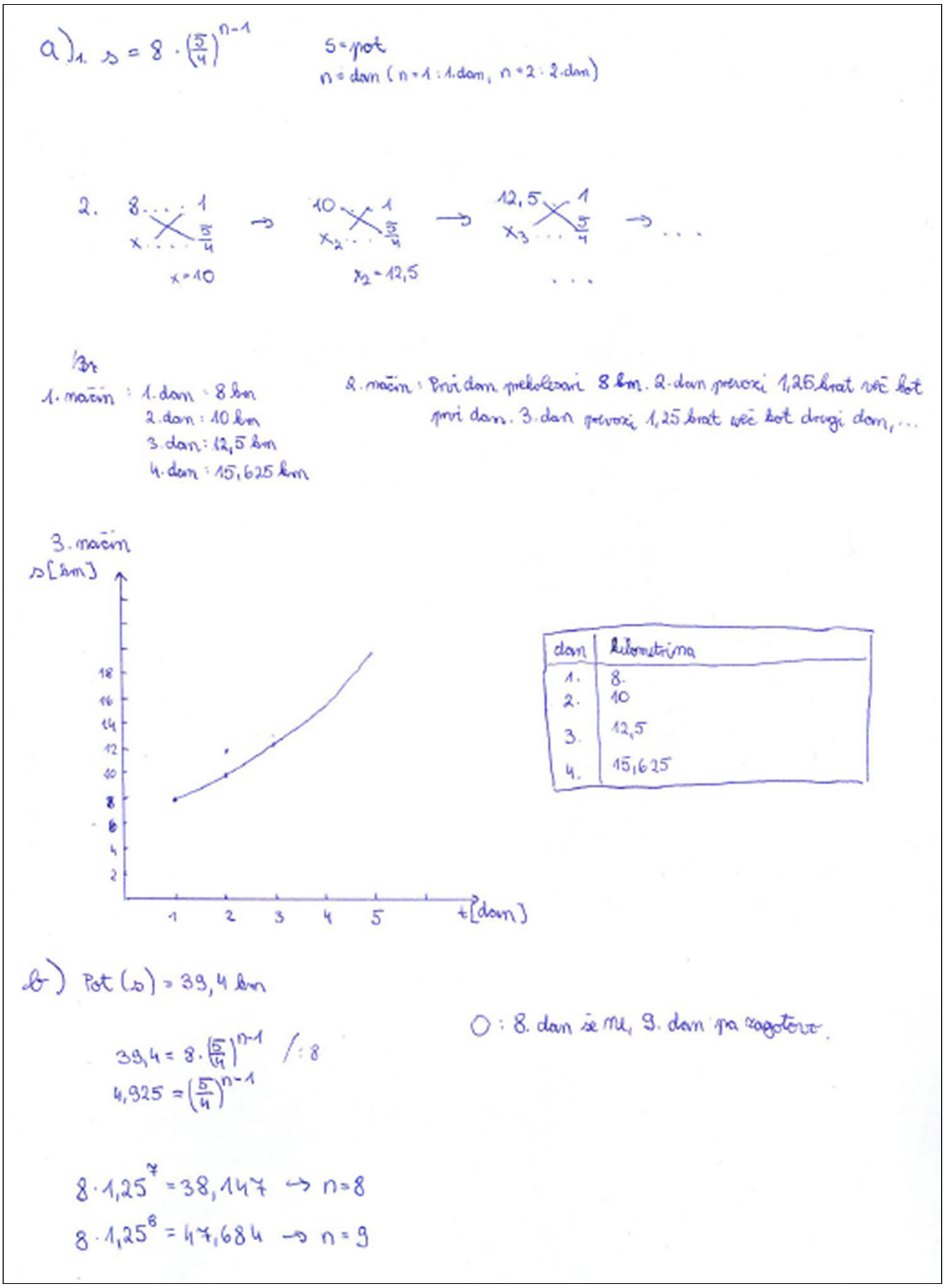
Refleksija dijakov

Dijaki so sporočali, da jim je bila ura zelo všeč, predvsem zaradi računanja dolžine poti in uporabe računalnikov ali prenosnega telefona. Niso navajeni takih ur, želijo si jih več. Našli so se v tej situaciji, saj bi lahko tudi sami prekolesarili to pot. Dali so tudi predloge za druge poti, kjer bi bilo nekaj vzponov, saj je označena pot na zemljevidu ravninska.

Priložena dokazila o izvedbi dejavnosti



Slika 77: Reševanje prvega dijaka



a) 1. $s = 8 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{n-1}$ s = pot
n = dan (n = 1: 1. dan, n = 2: 2. dan)

2. $8 \ldots 1$, $x \ldots \frac{5}{4}$ → $10 \ldots 1$, $x_2 \ldots \frac{5}{4}$ → $12{,}5 \ldots 1$, $x_3 \ldots \frac{5}{4}$ → ...

$x = 10$ $x_2 = 12{,}5$ ...

1. način: 1. dan: 8 km
2. dan: 10 km
3. dan: 12,5 km
4. dan: 15,625 km

2. način: Prvi dan prekolesari 8 km. 2. dan prevozi 1,25 krat več kot prvi dan. 3. dan prevozi 1,25 krat več kot drugi dan, ...

3. način

s [km]
18
16
14
12
10
8
6
4
2
1 2 3 4 5
t [dan]

dan	kilometrina
1.	8.
2.	10
3.	12,5
4.	15,625

b) Pot (s) = 39,4 km

$39{,}4 = 8 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{n-1} \quad /:8$

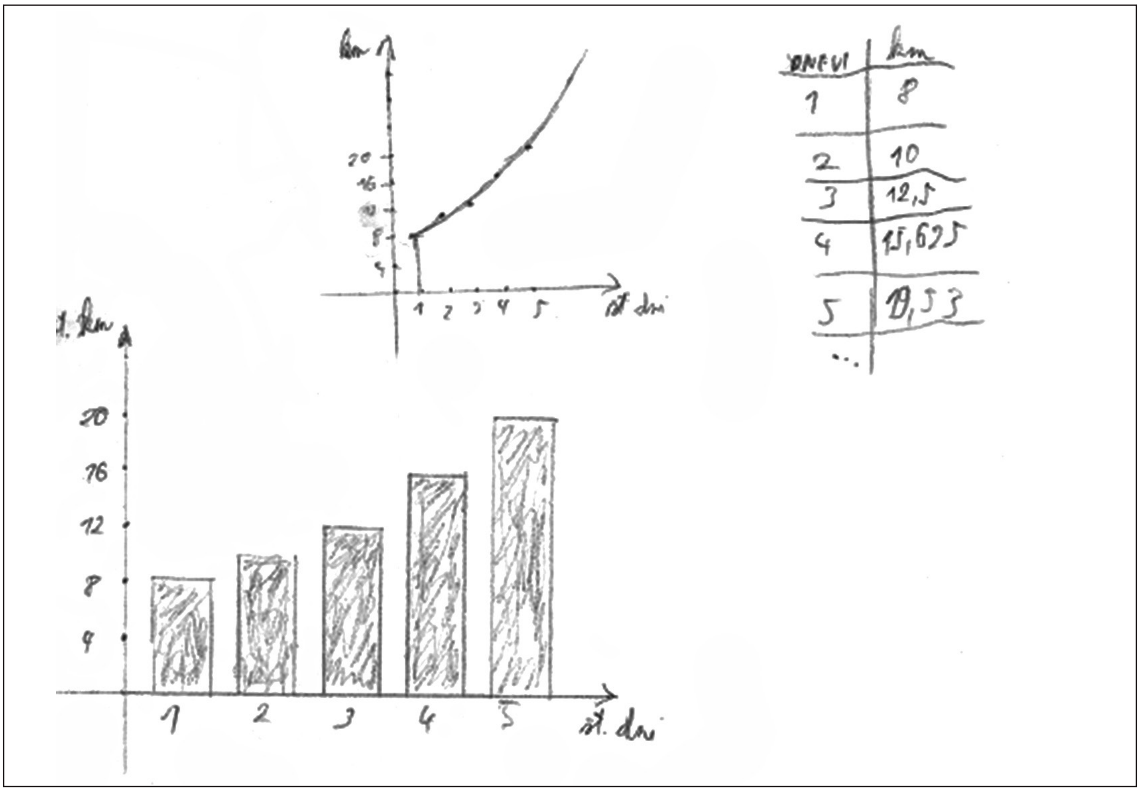
$4{,}925 = \left(\frac{5}{4}\right)^{n-1}$

O: 8. dan še ne, 9. dan pa zagotovo.

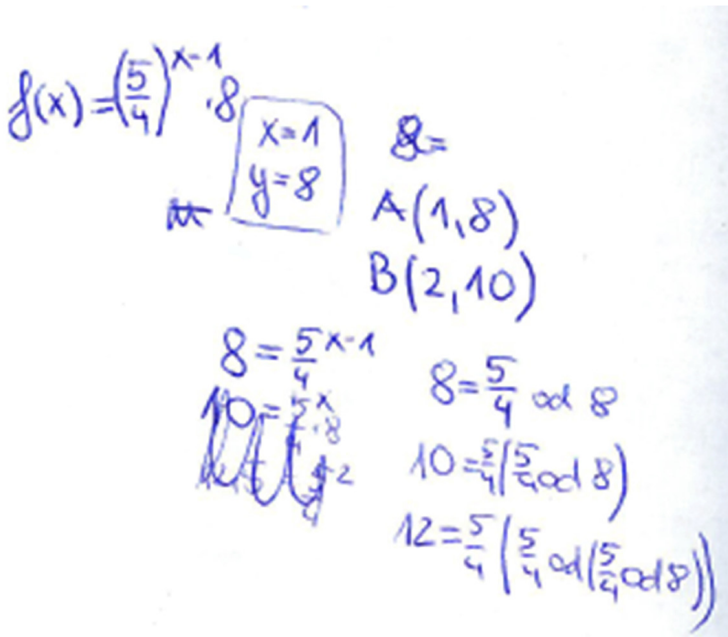
$8 \cdot 1{,}25^7 = 38{,}147 \rightarrow n = 8$

$8 \cdot 1{,}25^8 = 47{,}684 \rightarrow n = 9$

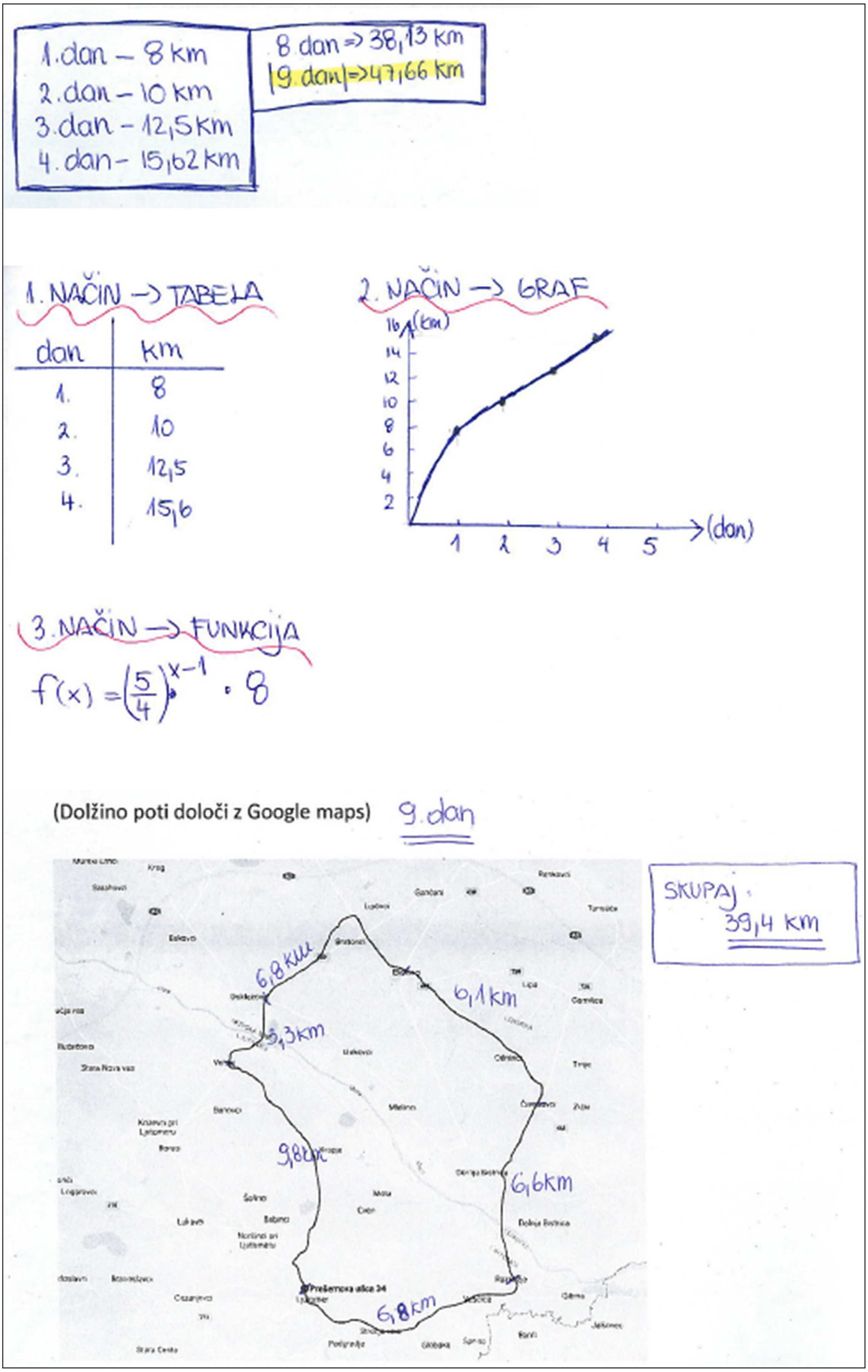
Slika 78: Reševanje drugega dijaka



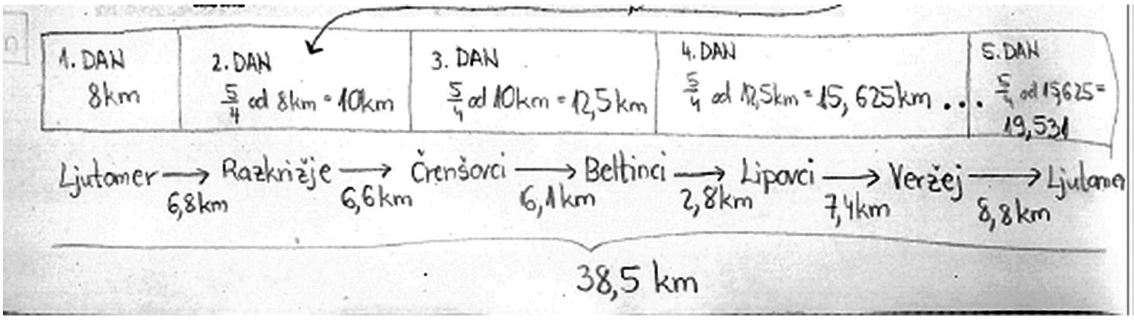
Slika 79: Reševanje tretjega dijaka



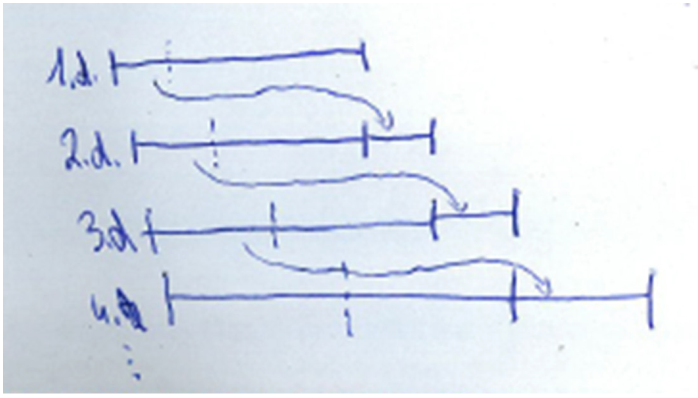
Slika 80: Reševanje četrtega dijaka



Slika 81: Reševanje petega dijaka



Slika 82: Reševanje šestega dijaka



Slika 83: Reševanje sedmega dijaka

Viri in literatura

1. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Fras Bero, F. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* [Elektronski vir]. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.
2. Google Zemljevidi. Pridobljeno 25. 10. 2018. Dostopno na spletnem naslovu: https://www.google.si/maps.

Raziskovanje obstoja in lastnosti platonskih teles

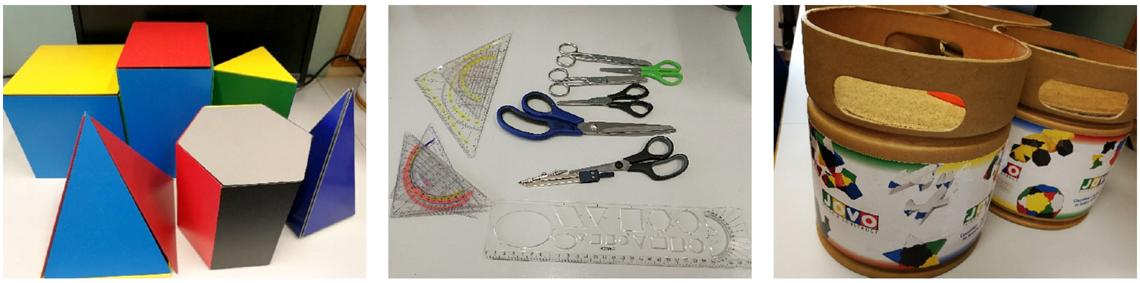
Viktorija Ternar Horvat, Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer

Dejavnost Raziskovanje obstoja in lastnosti platonskih teles lahko umestimo v sklop Geometrijska telesa v poljubnem srednješolskem programu. Dejavnost je predvidena za dve do tri šolske ure. Dejavnost bi lahko izvedli tudi v 9. razredu osnovne šole pri vsebini geometrijska telesa. Dejavnost sem izvedla v srednjem strokovnem izobraževanju v 3. letniku predšolske vzgoje. Gre za primer vodenega raziskovanja, pri katerem z uporabo konkretnega materiala dijaki sestavijo modele in mreže vseh platonskih teles in iščejo njihove lastnosti.

Potrebno predznanje za izvedbo dejavnosti:

- dijak pozna in uporablja pojme: geometrijski lik, pravilni večkotnik, geometrijsko telo, oglišče, rob, ploskev, mreža telesa, model telesa

Za izvedbo dejavnosti dijaki pripravijo učilnico za delo v skupinah. Učitelj pripravi učne liste in potreben material za delo po skupinah: modeli oglatih geometrijskih teles, sistem JOVO, škarje, papir, geotrikotniki, ravnila, šestila (slika 84).



Slika 84: Potreben material za izvedbo dejavnosti

Pazimo, da pred dijaki ne uporabimo poimenovanj za platonska telesa, saj po preiskovanju obstoja in lastnosti sami poiščejo vire in imenujejo sestavljena telesa.

Z dejavnostjo dijaki prednostno razvijajo naslednje cilje:

- izdelajo modele in uporabijo različne reprezentacije platonskih teles,
- opišejo lastnosti platonskih teles,
- primerjajo različna platonska telesa in poiščejo skupno zvezo med številom oglišč, robov in stranskih ploskev (Eulerjeva formula),
- *z uporabo različnih strategij rešijo matematični problem,*
- *razvijajo analitično mišljenje in samoiniciativnost,*
- *komunicirajo v matematičnem jeziku in utemeljujejo svoje ugotovitve,*
- *razvijanje veščine sodelovalnega dela v skupini.*

Dejavnost razvija naslednje gradnike matematične pismenosti:

1.1 razume sporočila z matematično vsebino

1.4 prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah

1.6 napoveduje in presoja rezultate, utemeljuje trditve, postopke in odločitve

1.7 uporablja različne strategije pri reševanju matematičnih problemov

Pravilni polieder ali platonsko telo je geometrijsko telo, katerega ploskve so pravilni večkotniki in pri katerem se v vsakem oglišču stika enako število robov.

Za njih velja Eulerjeva poliedrska formula: Naj bo O število oglišč, P število ploskev in R število robov poliedra, za poljuben enostaven polieder velja:

$$O + P - R = 2$$

Potek dejavnosti

Aktivnost dijakov	Podgradnik MP	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila *(kako bodo dijaki izkazali, da so dosegli cilje)*
Dijaki v skupinah opazujejo model oglatega geometrijskega telesa in si zastavijo čim več različnih vprašanj o tem modelu.	MP1.1 a MP1.7 d	Dijake razdeli v skupine. Vsaki skupini da učni list (P1) in model enega znanega oglatega geometrijskega telesa (*različne prizme in piramide*). Preveri, ali so dijaki razumeli navodila, zapisana na učnem listu (P1). Spremlja delo v skupinah.	Izpolnjen učni list (P1).
Dijaki v skupinah raziščejo obstoj in lastnosti pravilnih teles, katerih ploskve so enakostranični trikotniki. Izdelajo modele tetraedra, oktaedra in ikozaedra iz elementov sistema JOVO, s pomočjo katerih opišejo njihove lastnosti. Izdelajo čim več različnih mrež sestavljenih teles in preizkusijo njihovo ustreznost.	MP1.1 a MP1.4 b MP1.7 a	Vsaki skupini da učni list (P2) in preveri, ali so dijaki razumeli navodila, zapisana na učnem listu (P2). Spremlja delo v skupinah. Če je potrebno, dijake pri delu v skupini usmeri.	Sestavljeni modeli tetraedra, oktaedra in ikozaedra iz elementov sistema JOVO. Izdelane mreže tetraedra, oktaedra in ikozaedra. Izpolnjen učni list (P2).

Aktivnost dijakov	Podgradnik MP	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila *(kako bodo dijaki izkazali, da so dosegli cilje)*
Dijaki v skupinah raziščejo obstoj in lastnosti pravilnih teles, katerih ploskve so kvadrati. Izdelajo model kocke iz elementov sistema JOVO, s pomočjo katerega opišejo njegove lastnosti. Izdelajo čim več različnih mrež kocke in preizkusijo njihovo ustreznost.	MP1.1 a MP1.4 b MP1.7 a	Vsaki skupini da učni list (P3) in preveri, ali so dijaki razumeli navodila, zapisana na učnem listu (P3). Spremlja delo v skupinah. Če je potrebno, dijake pri delu v skupini usmeri.	Sestavljeni model kocke iz elementov sistema JOVO. Izdelane mreže kocke. Izpolnjen učni list (P3).
Dijaki v skupinah raziščejo obstoj in lastnosti pravilnih teles, katerih ploskve so pravilni petkotniki. Izdelajo model dodekaedra iz elementov sistema JOVO, s pomočjo katerega opišejo njegove lastnosti. Izdelajo čim več različnih mrež dodekaedra in preizkusijo njihovo ustreznost.	MP1.1 a MP1.4 b MP1.7 a	Vsaki skupini da učni list (P4) in preveri, ali so dijaki razumeli navodila, zapisana na učnem listu (P4). Spremlja delo v skupinah. Če je potrebno, dijake pri delu v skupini usmeri.	Sestavljeni model dodekaedra iz elementov sistema JOVO. Izdelane mreže dodekaedra. Izpolnjen učni list (P4).
Dijaki v skupinah raziščejo obstoj pravilnih teles, katerih ploskve so pravilni šestkotniki.	MP1.1 a MP1.7 a MP1.6 e	Vsaki skupini da učni list (P5) in preveri, ali so dijaki razumeli navodila, zapisana na učnem listu (P5). Spremlja delo v skupinah. Če je potrebno, dijake pri delu v skupini usmeri.	Ugotovitev, da ni mogoče sestaviti pravilnega telesa iz pravilnih šestkotnikov.
Dijaki v skupini zapišejo utemeljitev, zakaj ni mogoče sestaviti pravilnega telesa iz pravilnih šestkotnikov.	MP1.6 f	Vsaki skupini da učni list (P6) in dijake spodbudi k samostojnemu utemeljevanju.	Izpolnjen učni list (P6).
Dijaki v skupinah poiščejo in navedejo spletne vire, v katerih so predstavljena platonska telesa ter jih imenujejo. Vire kritično ovrednotijo.	MP1.1 d	Dijakom da ustno navodilo, da bodo pri naslednji nalogi uporabili svoje prenosne telefone. Vsaki skupini da učni list (P7) in preveri, ali so dijaki razumeli navodila, zapisana na učnem listu (P7).	Izpolnjen učni list (P7).
Dijaki v skupinah raziščejo povezavo med številom oglišč, robov in stranskih ploskev platonskih teles in zapišejo Eulerjevo formulo.	MP1.7 a	Vsaki skupini da učni list (P8) in preveri, ali so dijaki razumeli navodila, zapisana na učnem listu (P8). Dijake spodbuja k samostojnemu preiskovanju.	Izpolnjen učni list (P8).

Priloge*:*

- P1 – Učni list za postavljanje vprašanj ob modelu oglatega geometrijskega telesa
- P2 – Učni list za raziskovanje platonskih teles, katerih ploskve so enakostranični trikotniki
- P3 – Učni list za raziskovanje platonskih teles, katerih ploskve so kvadrati
- P4 – Učni list za raziskovanje platonskih teles, katerih ploskve so pravilni petkotniki
- P5 – Učni list za raziskovanje platonskih teles, katerih ploskve so pravilni šestkotniki
- P6 – Učni list za utemeljevanje neobstoja pravilnega telesa, katerega ploskve bi bile pravilni šestkotniki
- P7 – Učni list za delo z viri
- P8 – Učni list za raziskovanje Eulerjeve formule

Učni list za postavljanje vprašanj ob modelu oglatega geometrijskega telesa

Člani skupine:

Navodilo

V skupini se pogovorite in zastavite čim več vprašanj o modelu telesa, ki je pred vami.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Učni list za raziskovanje platonskih teles, katerih ploskve so enakostranični trikotniki.

Člani skupine:

Navodilo

S pomočjo sistema JOVO oblikujte vsa telesa, katerih ploskve so skladni enakostranični trikotniki z značilnostjo, da se v vsakem oglišču stika enako število enakostraničnih trikotnikov, in rešite naslednje naloge.

a) Raziščite lastnosti sestavljenih teles in za vsako sestavljeno telo dopolnite spodnjo tabelo.

Ploskev	Število ploskev	Število oglišč	Število robov	Število ploskev, ki se stikajo v enem oglišču
Enakostranični trikotnik				

b) Narišite mrežo vsakega sestavljenega telesa in preizkusite njeno ustreznost. Če mreža ni ustrezna, poiščite ustrezno.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Učni list za raziskovanje platonskih teles, katerih ploskve so kvadrati

Člani skupine:

Navodilo

S pomočjo sistema JOVO oblikujte vsa telesa, katerih ploskve so skladni kvadrati z značilnostjo, da se v vsakem oglišču stika enako število kvadratov, in rešite naslednje naloge.

a) Raziščite lastnosti sestavljenih teles in za vsako sestavljeno telo dopolnite spodnjo tabelo.

Ploskev	Število ploskev	Število oglišč	Število robov	Število ploskev, ki se stikajo v enem oglišču
Kvadrat				

b) Narišite mrežo vsakega sestavljenega telesa in preizkusite njeno ustreznost. Če mreža ni ustrezna, poiščite ustrezno.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Učni list za raziskovanje platonskih teles, katerih ploskve so pravilni petkotniki

Člani skupine:

Navodilo

S pomočjo sistema JOVO oblikujte vsa telesa, katerih ploskve so skladni pravilni petkotniki z značilnostjo, da se v vsakem oglišču stika enako število petkotnikov, in rešite naslednje naloge.

a) Raziščite lastnosti sestavljenih teles in za vsako sestavljeno telo dopolnite spodnjo tabelo.

Ploskev	Število ploskev	Število oglišč	Število robov	Število ploskev, ki se stikajo v enem oglišču
Pravilni petkotnik				

b) Narišite mrežo vsakega sestavljenega telesa in preizkusite njeno ustreznost. Če mreža ni ustrezna, poiščite ustrezno.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Učni list za raziskovanje platonskih teles, katerih ploskve so pravilni šestkotniki

Člani skupine:

Navodilo

S pomočjo sistema JOVO oblikujte vsa telesa, katerih ploskve so skladni pravilni šestkotniki z značilnostjo, da se v vsakem oglišču stika enako število šestkotnikov, in rešite naslednje naloge.

a) Raziščite lastnosti sestavljenih teles in za vsako sestavljeno telo dopolnite spodnjo tabelo.

Ploskev	Število ploskev	Število oglišč	Število robov	Število ploskev, ki se stikajo v enem oglišču
Pravilni šestkotnik				

b) Narišite mrežo vsakega sestavljenega telesa in preizkusite njeno ustreznost. Če mreža ni ustrezna, poiščite ustrezno.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Učni list za utemeljevanje neobstoja pravilnega telesa, katerega ploskve bi bile pravilni šestkotniki

Člani skupine:

Navodilo

Utemeljite, zakaj ni mogoče sestaviti telesa, ki bi bilo sestavljeno iz skladnih pravilnih šestkotnikov z značilnostjo, da bi se v vsakem oglišču stikalo enako število ploskev.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Učni list za delo z viri

Člani skupine:

Navodilo

Na spletu poiščite in navedite vire, v katerih so predstavljena telesa, ki ste jih sestavili pri prejšnjih aktivnostih, in jih poimenujte.

Navedene vire primerjajte in jih kritično ovrednotite.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD

Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Učni list za raziskovanje Eulerjeve formule

Člani skupine:

Navodilo

Raziščite število oglišč, število ploskev in število robov različnih platonskih teles.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Evalvacija, refleksija učiteljice

Dejavnost Raziskovanje obstoja in lastnosti platonskih teles sem izvedla v 4. letniku programa predšolske vzgoje pri predmetu Matematika za otroke.

Za izvedbo sem časovno predvidela dve šolski uri, ampak se je izkazalo, da so imeli dijaki premalo časa, zato bi bilo treba pri naslednji izvedbi časovni potek prilagoditi zmožnostim dijakom in jim dati več časa za premislek.

Skozi dejavnost se je izkazalo več stvari, ki bi jih rada poudarila. Na začetku bi izpostavila, da so dijaki pri dajanju in branju navodil premalo pozorni, kar se je kasneje izkazalo pri sestavljanju teles iz sistema JOVO, saj so nekateri oblikovali tudi nekonveksne poliedre. Potem ko sem jim še enkrat podala navodila, težav z razumevanjem niso imeli.

Pri postavljanju vprašanj ob modelu telesa ter pri utemeljevanju obstoja platonskih teles se je izkazalo, da imajo dijaki težave s strokovno terminologijo.

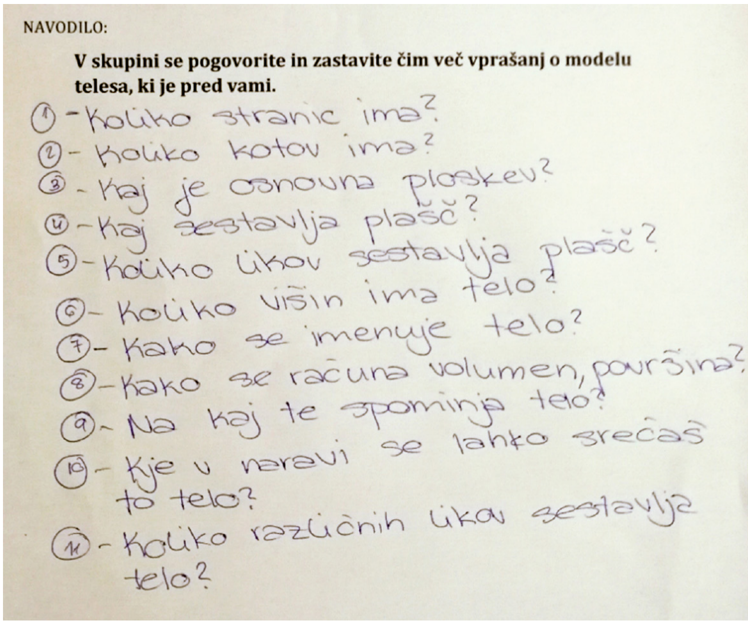
Ob sestavljanju modelov platonskih teles iz elementov sistema JOVO so naravnost uživali. Usmeritev so potrebovali le pri sestavljanju platonskih teles iz enakostraničnih trikotnikov; tetraeder in oktaeder so sestavili razmeroma hitro, medtem ko so nekatere skupine potrebovale usmeritev za sestavo ikozaedra. K skupini sem pristopila sistematično in jih s vprašanji usmerila do ugotovitve, koliko enakostraničnih trikotnikov bi se lahko stikalo v enem oglišču. Pri izdelovanju mrež nisem opazila nobenih posebnih težav, mogoče so bili v nekaterih skupinah premalo natančni. Razen pri izdelavi mreže ikozaedra, ko eni skupini ni uspelo izdelati pravilne mreže, druga skupina pa svoje mreže sploh ni priložila. Prav tako niso imeli težav z določanjem lastnosti platonskih teles. Delo v skupinah pa se je zataknilo pri utemeljevanju, zakaj ne obstaja platonsko telo, sestavljeno iz pravilnih šestkotnikov. Učne liste P2, P3, P4 in P5 bi lahko združili skupaj v en učni list.

Za iskanje povezave med številom robov, oglišč in ploskev platonskih teles bi potrebovali več časa, zato večina skupin ni prišla do Eulerjeve formule.

Kar pa se mi zdi zaskrbljujoče, je, da dijaki v poplavi tehnologije, s katero živijo na vsakem koraku, niso vešči iskanja informacij na spletu in brskanja po spletnih straneh, ki bi jih vodile do cilja, ki je bil pri naši dejavnosti imenovanje platonskih teles. Prav tako niso ustrezno navedli virov.

Menim, da je dejavnost dosegla svoj namen, saj so dijaki pridobili pozitivne izkušnje z vodenim raziskovanjem platonskih teles.

Dokazi oziroma izdelki dijakov

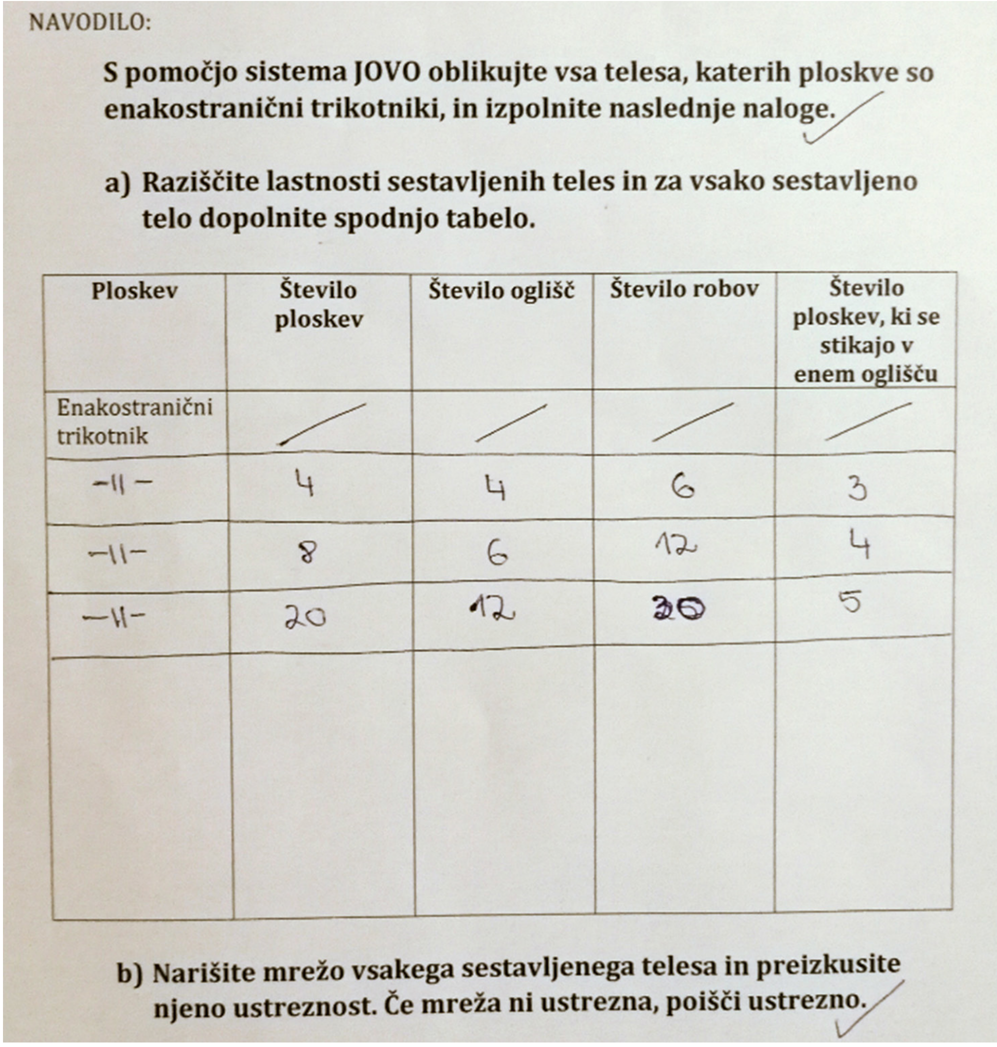


NAVODILO:

V skupini se pogovorite in zastavite čim več vprašanj o modelu telesa, ki je pred vami.

1 - Koliko stranic ima?
2 - Koliko kotov ima?
3 - Kaj je osnovna ploskev?
4 - Kaj sestavlja plašč?
5 - Koliko likov sestavlja plašč?
6 - Koliko višin ima telo?
7 - Kako se imenuje telo?
8 - Kako se računa volumen, površina?
9 - Na kaj te spominja telo?
10 - Kje v naravi se lahko srečaš to telo?
11 - Koliko različnih likov sestavlja telo?

Slika 85: Postavljanje vprašanj



NAVODILO:

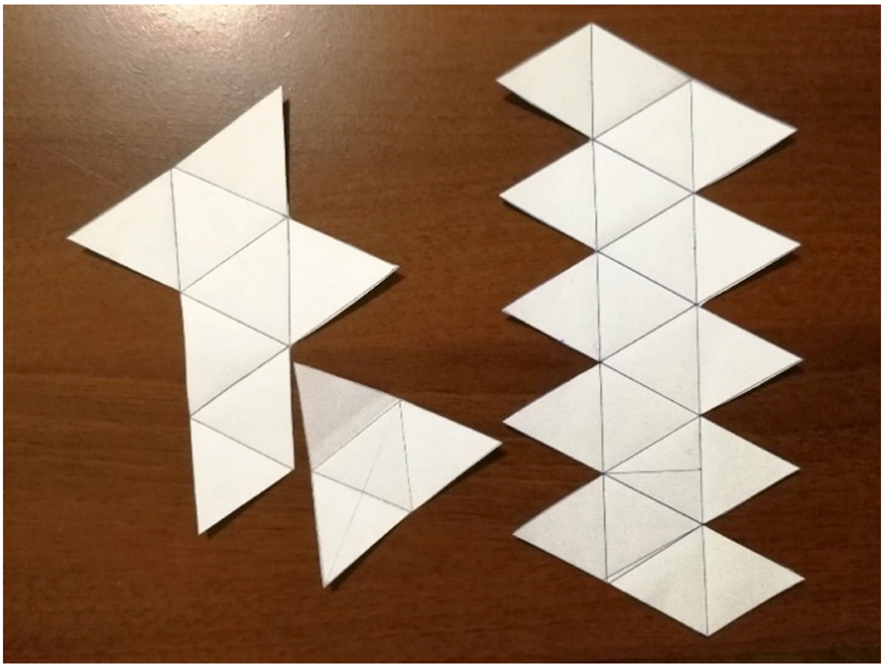
S pomočjo sistema JOVO oblikujte vsa telesa, katerih ploskve so enakostranični trikotniki, in izpolnite naslednje naloge.

a) Raziščite lastnosti sestavljenih teles in za vsako sestavljeno telo dopolnite spodnjo tabelo.

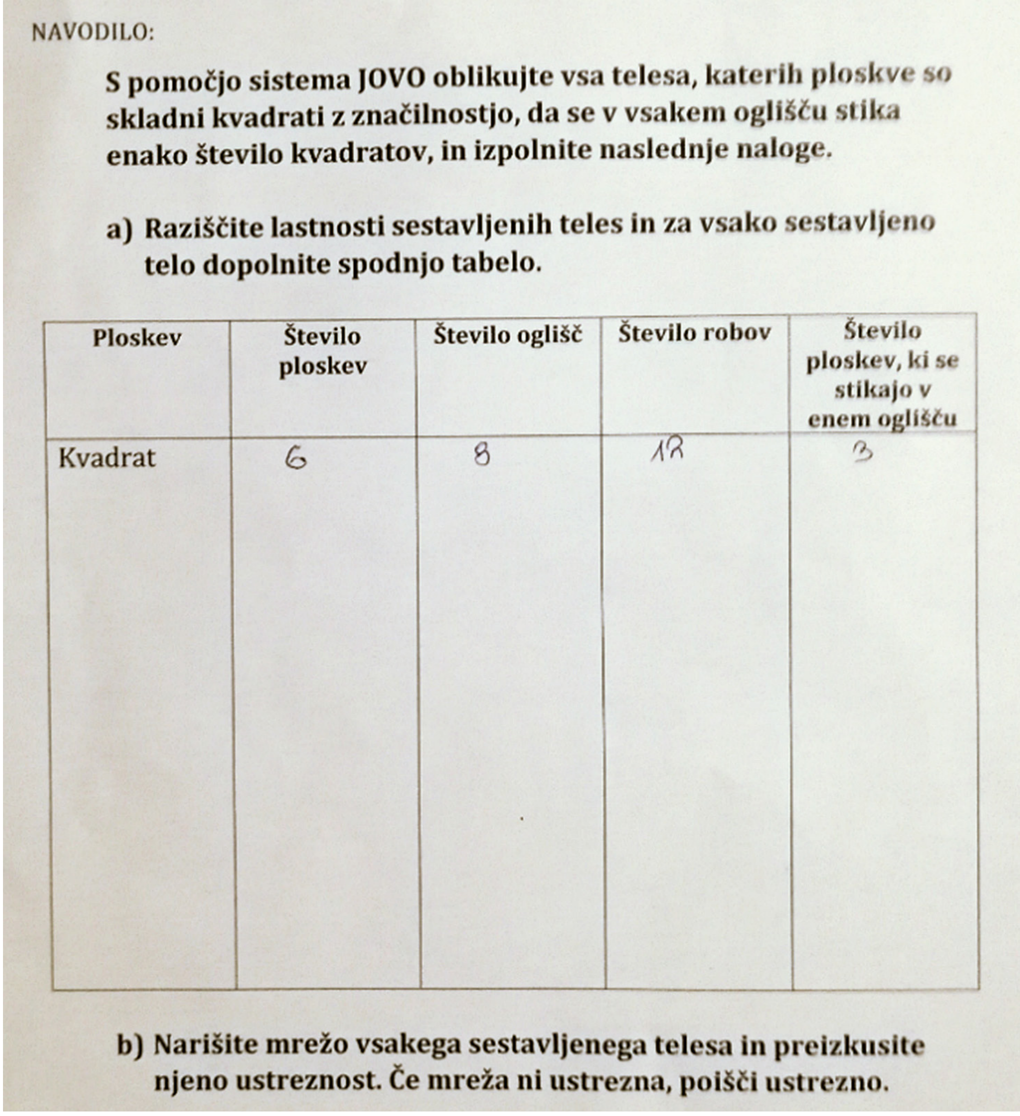
Ploskev	Število ploskev	Število oglišč	Število robov	Število ploskev, ki se stikajo v enem oglišču
Enakostranični trikotnik				
–॥–	4	4	6	3
–॥–	8	6	12	4
–॥–	20	12	30	5

b) Narišite mrežo vsakega sestavljenega telesa in preizkusite njeno ustreznost. Če mreža ni ustrezna, poišči ustrezno.

Slika 86: Raziskovanje platonskih teles, tirkotniki



Slika 87: Mreža platonskega telesa, trikotniki


NAVODILO:

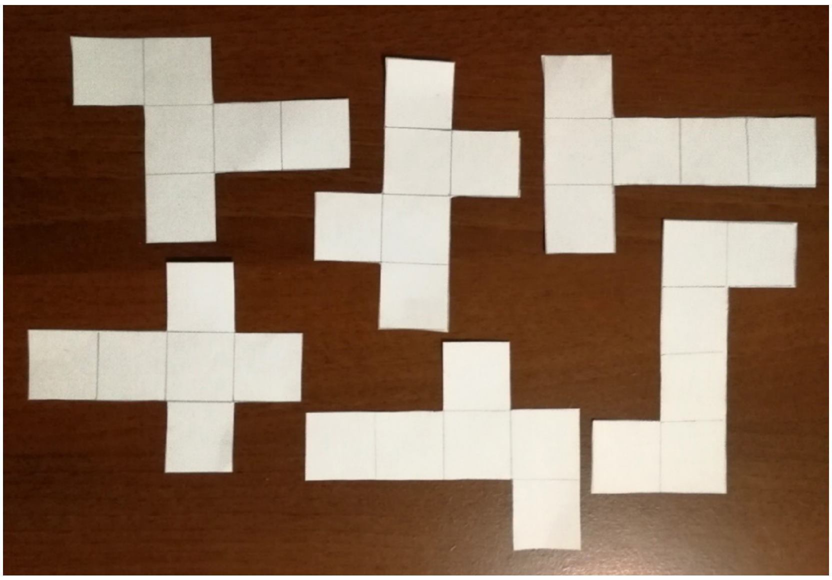
S pomočjo sistema JOVO oblikujte vsa telesa, katerih ploskve so skladni kvadrati z značilnostjo, da se v vsakem oglišču stika enako število kvadratov, in izpolnite naslednje naloge.

a) Raziščite lastnosti sestavljenih teles in za vsako sestavljeno telo dopolnite spodnjo tabelo.

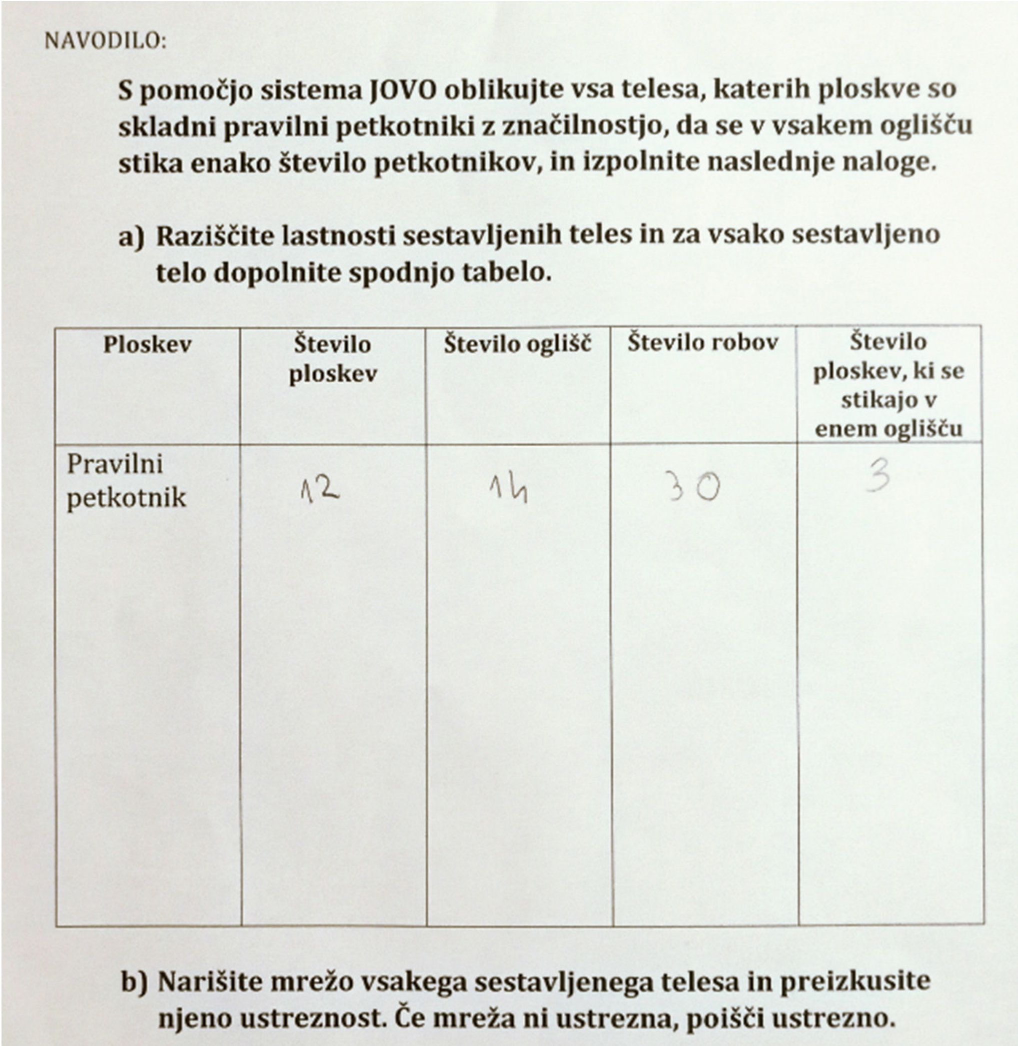
Ploskev	Število ploskev	Število oglišč	Število robov	Število ploskev, ki se stikajo v enem oglišču
Kvadrat	6	8	12	3

b) Narišite mrežo vsakega sestavljenega telesa in preizkusite njeno ustreznost. Če mreža ni ustrezna, poišči ustrezno.

Slika 88: Raziskovanje platonskih teles, kvadrati



Slika 89: Mreža platonskih teles, kvadrati



NAVODILO:

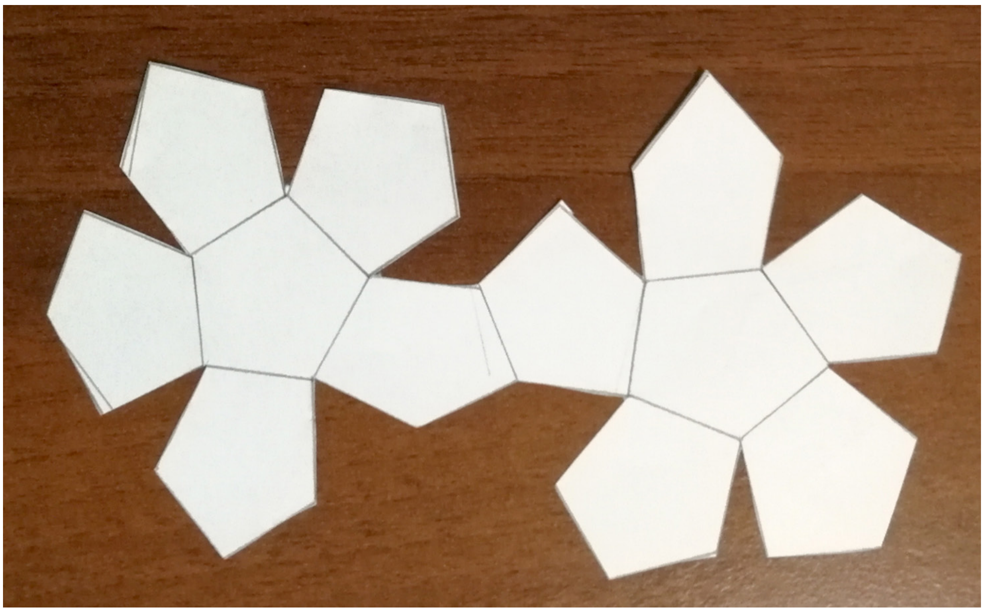
S pomočjo sistema JOVO oblikujte vsa telesa, katerih ploskve so skladni pravilni petkotniki z značilnostjo, da se v vsakem oglišču stika enako število petkotnikov, in izpolnite naslednje naloge.

a) Raziščite lastnosti sestavljenih teles in za vsako sestavljeno telo dopolnite spodnjo tabelo.

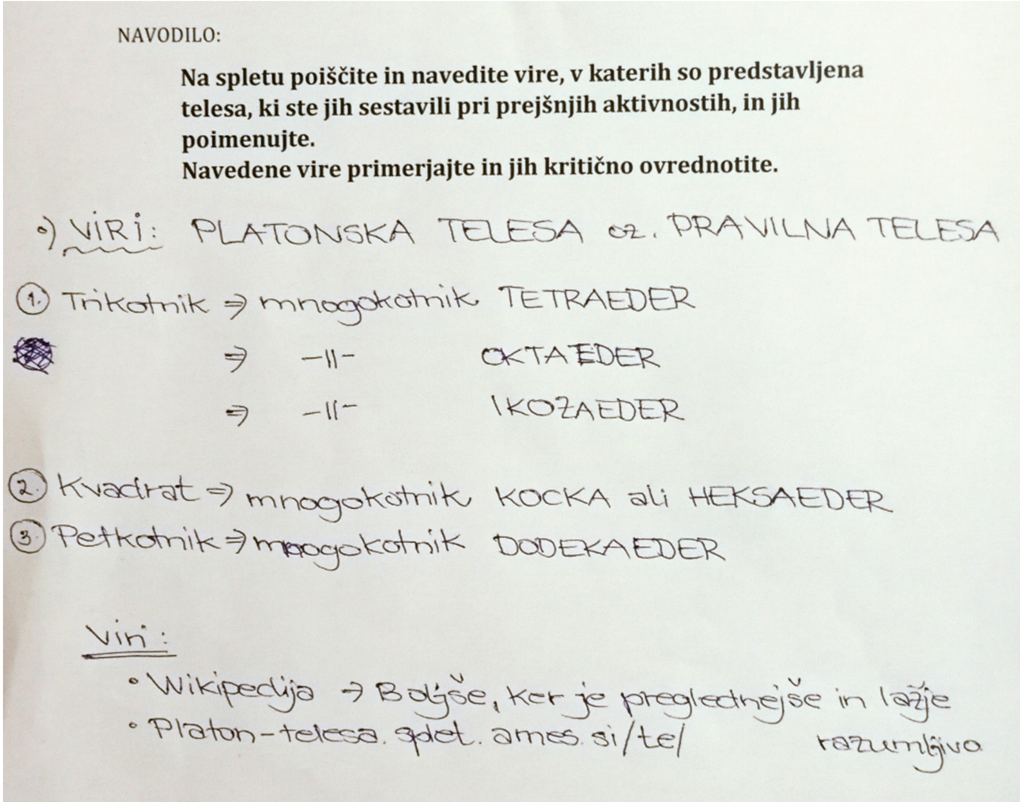
Ploskev	Število ploskev	Število oglišč	Število robov	Število ploskev, ki se stikajo v enem oglišču
Pravilni petkotnik	12	14	30	3

b) Narišite mrežo vsakega sestavljenega telesa in preizkusite njeno ustreznost. Če mreža ni ustrezna, poišči ustrezno.

Slika 90: Raziskovanje platonskih teles, petkotniki



Slika 91: Mreža platonskih teles, petkotniki



NAVODILO:

Na spletu poiščite in navedite vire, v katerih so predstavljena telesa, ki ste jih sestavili pri prejšnjih aktivnostih, in jih poimenujte.
Navedene vire primerjajte in jih kritično ovrednotite.

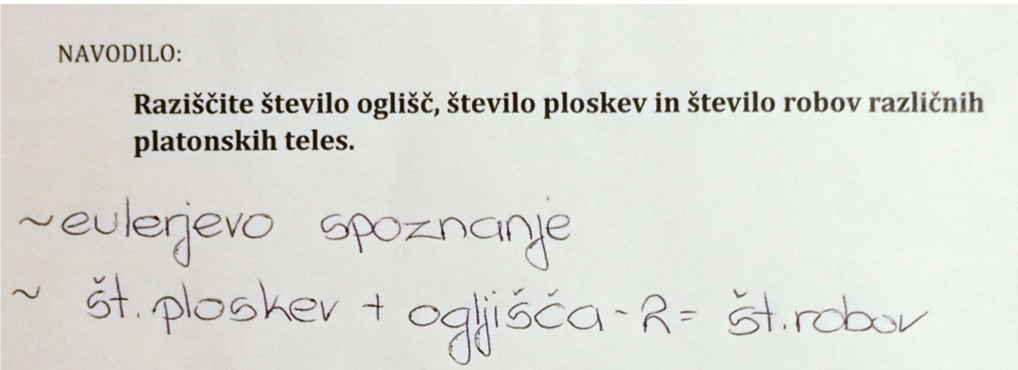
•) VIRI: PLATONSKA TELESA oz. PRAVILNA TELESA

1. Trikotnik ⇒ mnogokotnik TETRAEDER
   ⇒ –״– OKTAEDER
   ⇒ –״– IKOZAEDER
2. Kvadrat ⇒ mnogokotnik KOCKA ali HEKSAEDER
3. Petkotnik ⇒ mnogokotnik DODEKAEDER

Viri:

- Wikipedija → Boljše, ker je preglednejše in lažje razumljivo
- Platon-telesa.gdet.amss.si/tel

Slika 92: Poimenovanje teles



NAVODILO:

Raziščite število oglišč, število ploskev in število robov različnih platonskih teles.

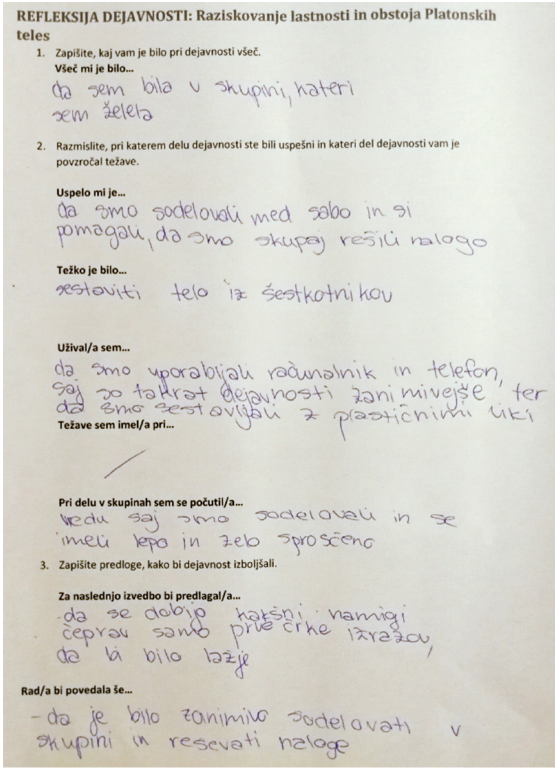
~ eulerjevo spoznanje
~ št. ploskev + ogljišča - 2 = št. robov

Slika 93: Eulerjevo spoznanje

Refleksija dijakov po izvedbi

Dijaki so ob dejavnosti uživali. Delo v skupinah jim je všeč, prav tako so jim bile blizu konkretne reprezentacije teles. Zapisali so, da so imeli težave pri iskanju informacij o imenu sestavljenih teles in pri utemeljevanju njihovega obstoja. Predlagali so, da bi takšne dejavnosti lahko večkrat izvajali pri pouku, saj so odkrivali matematiko v sproščenem vzdušju.

Refleksije štirih dijakov



REFLEKSIJA DEJAVNOSTI: Raziskovanje lastnosti in obstoja Platonskih teles

1. Zapišite, kaj vam je bilo pri dejavnosti všeč.

Všeč mi je bilo...

da sem bila v skupini, kateri sem želela

2. Razmislite, pri katerem delu dejavnosti ste bili uspešni in kateri del dejavnosti vam je povzročal težave.

Uspelo mi je...

da smo sodelovali med sabo in si pomagali, da smo skupaj rešili nalogo

Težko je bilo...

sestaviti telo iz šestkotnikov

Užival/a sem...

da smo uporabljali računalnik in telefon, saj so takrat dejavnosti zanimivejše, ter da smo sestavljali z plastičnimi liki

Težave sem imel/a pri...

/

Pri delu v skupinah sem se počutil/a...

vredu saj smo sodelovali in se imeli lepo in zelo sproščeno

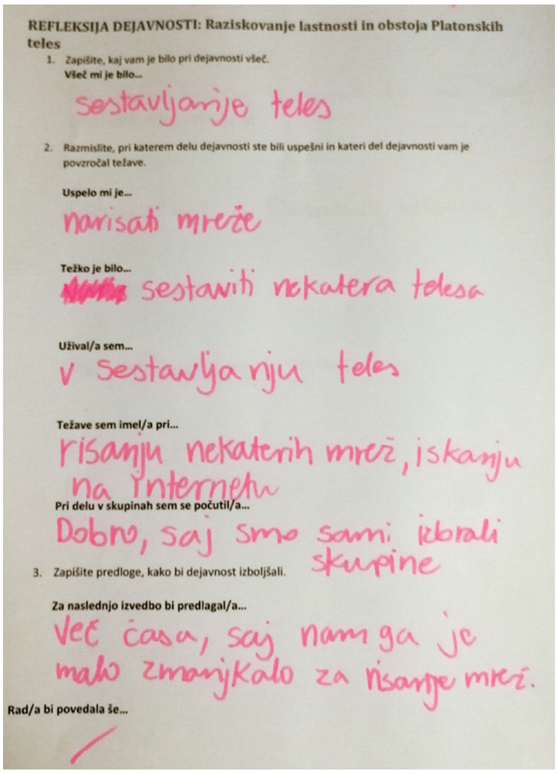
3. Zapišite predloge, kako bi dejavnost izboljšali.

Za naslednjo izvedbo bi predlagal/a...

da se dobijo kakšni namigi čeprav samo prve črke izrazov, da bi bilo lažje

Rad/a bi povedala še...

- da je bilo zanimivo sodelovati v skupini in reševati naloge



REFLEKSIJA DEJAVNOSTI: Raziskovanje lastnosti in obstoja Platonskih teles

1. Zapišite, kaj vam je bilo pri dejavnosti všeč.

Všeč mi je bilo...

sestavljanje teles

2. Razmislite, pri katerem delu dejavnosti ste bili uspešni in kateri del dejavnosti vam je povzročal težave.

Uspelo mi je...

narisati mreže

Težko je bilo...

sestaviti nekatera telesa

Užival/a sem...

v sestavljanju teles

Težave sem imel/a pri...

risanju nekaterih mrež, iskanju na internetu

Pri delu v skupinah sem se počutil/a...

Dobro, saj smo sami izbrali skupine

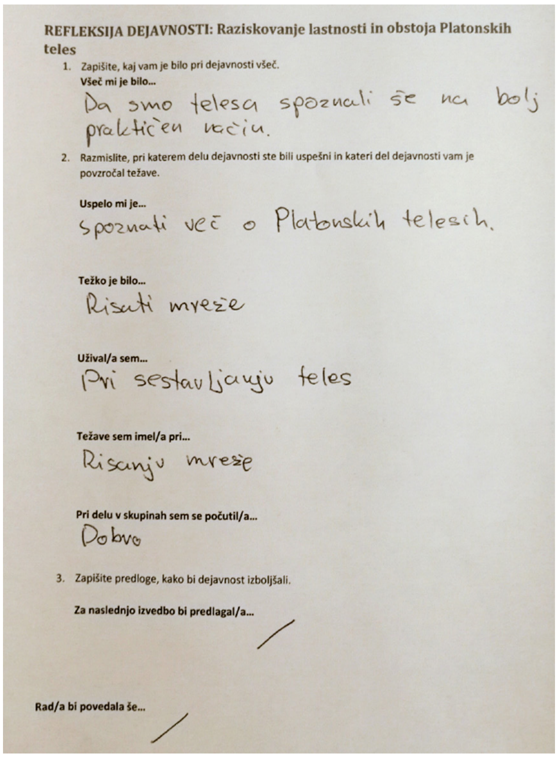
3. Zapišite predloge, kako bi dejavnost izboljšali.

Za naslednjo izvedbo bi predlagal/a...

Več časa, saj nam ga je malo zmanjkalo za risanje mrež.

Rad/a bi povedala še...

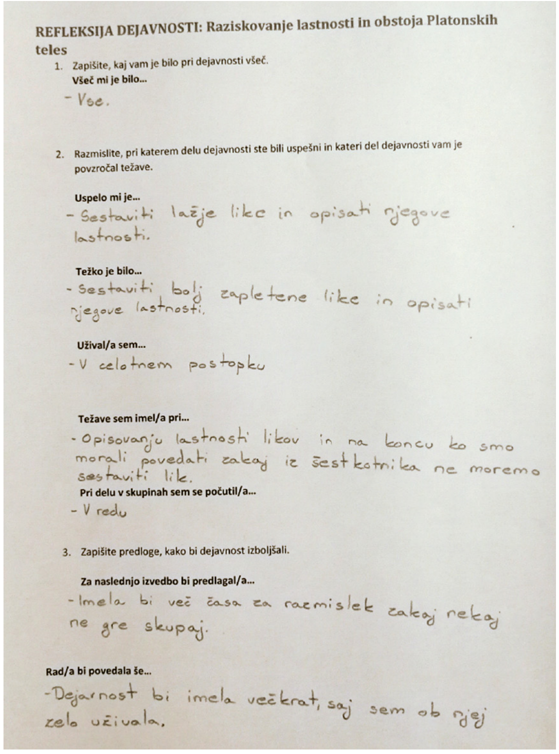
/



REFLEKSIJA DEJAVNOSTI: Raziskovanje lastnosti in obstoja Platonskih teles

1. Zapišite, kaj vam je bilo pri dejavnosti všeč.
   Všeč mi je bilo...
   Da smo telesa spoznali še na bolj praktičen način.
2. Razmislite, pri katerem delu dejavnosti ste bili uspešni in kateri del dejavnosti vam je povzročal težave.
   Uspelo mi je...
   spoznati več o Platonskih telesih.
   Težko je bilo...
   Risati mreže
   Užival/a sem...
   Pri sestavljanju teles
   Težave sem imel/a pri...
   Risanju mreže
   Pri delu v skupinah sem se počutil/a...
   Dobro
3. Zapišite predloge, kako bi dejavnost izboljšali.
   Za naslednjo izvedbo bi predlagal/a...
   /

Rad/a bi povedala še...
/



REFLEKSIJA DEJAVNOSTI: Raziskovanje lastnosti in obstoja Platonskih teles

1. Zapišite, kaj vam je bilo pri dejavnosti všeč.
   Všeč mi je bilo...
   - Vse.
2. Razmislite, pri katerem delu dejavnosti ste bili uspešni in kateri del dejavnosti vam je povzročal težave.
   Uspelo mi je...
   - Sestaviti lažje like in opisati njegove lastnosti.
   Težko je bilo...
   - Sestaviti bolj zapletene like in opisati njegove lastnosti.
   Užival/a sem...
   - V celotnem postopku
   Težave sem imel/a pri...
   - Opisovanju lastnosti likov in na koncu ko smo morali povedati zakaj iz šestkotnika ne moremo sestaviti lik.
   Pri delu v skupinah sem se počutil/a...
   - V redu
3. Zapišite predloge, kako bi dejavnost izboljšali.
   Za naslednjo izvedbo bi predlagal/a...
   - Imela bi več časa za razmislek zakaj nekaj ne gre skupaj.

Rad/a bi povedala še...
- Dejavnost bi imela večkrat, saj sem ob njej zelo uživala.

Viri in literatura

1. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Fras Bero, F. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. [Elektronski vir]. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.
2. Svetlin, P. (2012). *Matematično preiskovanje poliedrov v osnovni šoli* (diplomska naloga). Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta, Fakulteta za matematiko in fiziko. Pridobljeno s http://pefprints.pef.uni-lj.si/769/1/POLIEDRI.pdf.
3. Verdnik, A. (2013). Pravilni poliedri (diplomska naloga). Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta. Pridobljeno s http://pefprints.pef.uni-lj.si/1971/1/pravilni_poliedri_andreja_verdnik.pdf.
4. Platonsko telo (2018). Wikipedija, prosta enciklopedija. Pridobljeno 5. 9. 2018. Dostopno na spletnem naslovu: https://sl.wikipedia.org/wiki/Platonsko_telo.
5. Učni načrt (2008). *Matematika. Gimnazija; Splošna, klasična in strokovna gimnazija.* Predmetna komisija Amalija Žakelj idr. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno 5. 9. 2018 s spletne strani http://eportal.mss.edus.si/msswww/programi2013/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_matematika_gimn.pdf.

III.

Primeri dejavnosti iz prakse za razvijanje drugega gradnika matematične pismenosti

Različno dolge poti od starta do cilja

Sonja Miklavc, Javni vzgojno-izobraževalni zavod Mozirje, OE Vrtec Mozirje DE Tulipan

Otrok se v življenju že zelo zgodaj sreča z matematiko, spontano ali načrtno. Določene življenjske situacije ga silijo k matematičnemu mišljenju in iskanju novih rešitev. Kot vzgojitelj opažam, da otrokom matematika predstavlja vedno nove izzive. Ko ob zastavljeni nalogi pridejo do rešitve ali novega uvida, jih to spodbudi k reševanju novih problemov.

Pri izvedbi predstavljene dejavnosti sem izhajala iz otrok. S skupino otrok, starih od 4 do 5 let, smo obiskali društvo upokojenk domačega kraja. Do njihovega naslova smo šli po eni, vračali pa smo se po drugi, daljši poti. Ker se nam je mudilo na kosilo, smo stopili malo hitreje. Nakar je fant iz skupine vprašal: »Zakaj se ne vračamo v vrtec po isti poti, kot smo šli do upokojenk, saj bi prišli hitreje na cilj?« To njegovo vprašanje me ni pustilo ravnodušne. Želela sem, da otroci preko lastne aktivnosti, ob primerni motivaciji in s premišljenimi didaktičnimi sredstvi prihajajo do novih spoznanj, v našem primeru do odgovora o dolžini poti.

Vprašali smo se, po kateri poti bi hitreje prišli od cilja, ravni ali ovinkasti, pri tem pa moramo upoštevati, da obe poti vodita od istega začetnega položaja do istega cilja.

V dejavnost sem vključila globalni cilj: razvijanje matematičnega mišljenja.

Dejavnost sem izvedla v dveh skupinah, saj sem tako otroke lažje motivirala ter spodbujala k matematičnemu razmišljanju. Da bi otroci lažje prišli do odgovora, smo že dan pred izvedbo nastopa otrokom pred vrtcem narisali dve črti oziroma poti, eno ravno in drugo krivo, ki sta vodili od istega starta do istega cilja. Otroci so poljubno potiskali avtomobile po njima, tako jim je bila dana možnost zaznavanja dolžine poti.

Z dejavnostjo smo nadaljevali naslednji dan v igralnici. Otroci so izmenično potiskali svoje avtomobilčke po modri in rjavi črti. Obe sta potekali od istega začetnega položaja do istega cilja, pri tem je bila modra ravna ter rjava ovinkasta. Otroci so bili vseskozi primerno vodeni, predvsem smo želeli, da poskušajo sami priti do želenega odgovora.

Skozi dejavnost sem sledila naslednjim operativnim ciljem (vsebinski, *procesni*):

- Otrok se seznanja z verjetnostjo dogodkov in rabi izraze za opisovanje verjetnosti dogodka (1.6 b).
- *Otrok se seznanja s strategijo merjenja ter primerjanja različnih dolžin* (2.1 d).
- Otrok preverja smiselnost dobljene rešitve problema (2.1 e).
- Otrok razume razliko v dolžini cest (ovinkasta, ravna cesta), ki vodita do istega cilja (2.1 b).

Pri načrtovanju dejavnosti sem stremela, da je vsak operativni cilj vključeval vsaj en podgradnik.

Vključeni gradniki matematične pismenosti pri dejavnosti so:

1.6 napoveduje in presoja rezultate, utemeljuje trditve, postopke in odločitve

- 1.6 b) na podlagi lastnih izkušenj napove, kaj se bo zgodilo

2.1 obravnava raznolike življenjske probleme

- 2.1 a) zazna in opredeli matematični problem v življenjski situaciji
- 2.1 b) ponazori situacijo s konkretnim materialom in jo opiše v vsakdanjem jeziku
- 2.1 d) oblikuje in uporabi ustrezno matematično strategijo za reševanje problema
- 2.1 e) opiše (delne in končne) rešitve v kontekstu

Potek dejavnosti

Aktivnost otrok	Podgradnik MP	Vloga vzgojiteljice	Pričakovani rezultati/dokazila
Otrok potiska avtomobil po dveh različnih cestah (ravna in ovinkasta) od istega starta do istega cilja, ki sta označeni z dvema vrvicama. Otroci pripovedujejo o svoji izkušnji (kaj mislijo, katera pot je daljša).	MP2.1 a MP2.1 b	Pripravi sredstva, usmerja otroka na podlagi predhodno podanih navodil, komentira ter posluša komentarje otrok.	Opis (izkazovanje) zaznavanja dolžin poti od starta do cilja ob lastni aktivnosti (potiskanje avtomobila).
Otrok se glede na vprašanje opredeli o pravilni trditvi (pobarva pot, za katero predvideva, da je daljša). Svojo odločitev predstavi. Iz preglednice spozna dobljene rezultate.	MP1.6 b	Usmeri otroka k razmišljanju, ponudi obrazec za označitev otrokove trditve, trditve označi na preglednici.	Označevanje trditev (pobarva pot) na podlagi lastne aktivnosti ter pridobljene izkušnje.
Opazuje situacijo in primerja dolžini napetih barvnih vrvic, ki sta označevali poti od istega starta do istega cilja.	MP2.1 d	Napne vrvici, ki sta označevali poti, otroke povabi k interpretaciji opaženega.	Izrazi ugotovitev, da je ovinkasta cesta (rjava) daljša od ravne ceste (modre).
Viden rezultat (napeti barvni vrvici) primerja s trditvami v preglednici, ki označuje njegovo hipotezo.	MP2.1 e	Otroke povabi k povezovanju dobljenih rezultatov z njihovo hipotezo.	Pokaže, katere slike prikazujejo prave rešitve.

Izvedba

Izvajalka:	VIZ:	Datum:
Sonja Miklavc	JVIZ Mozirje OE Vrtec Mozirje DE Tulipan	December 2019

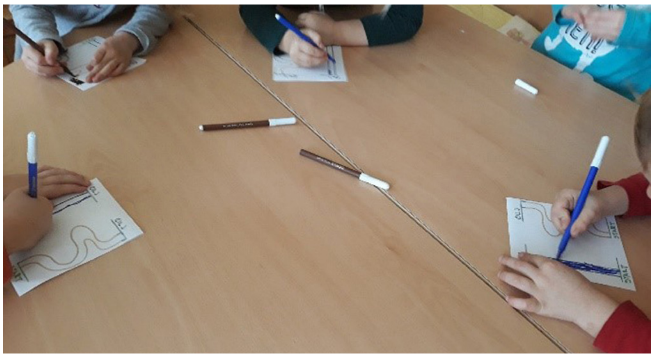
Refleksija vzgojiteljice

Otroci so že med pripravo dejavnosti čutili, da zanje pripravljamo nekaj posebnega, zato so z zanimanjem opazovali ter sodelovali pri pripravi prostora, kar jih je še dodatno motiviralo. Vseskozi so bili radovedni, kaj pomenita prilepljeni vrvici na tleh, zakaj sta različnih oblik in barv. Že tu sem čutila njihovo pripravljenost za sodelovanje preko igre.

Po dejavnosti s potiskanjem avtomobilov po ovinkasti in ravni črti so sledila odprta vprašanja, ki so od otroka zahtevala matematično razmišljanje. Vseskozi sem težila k individualizaciji ter postopnosti izpeljave primera. Le tako sem lahko obdržala sledljivost. Svoje odgovore o dolžini poti so otroci označili na pripravljen obrazec. Rezultati so bili zelo zanimivi, saj je več kot polovica otrok predvidevalo, da je daljša modra, ravna pot. Po mojem mnenju je razlog za to premalo izkušenj oziroma izzivov, ki bi jih pripeljali do razumevanja postavljene hipoteze.

Slika 94: Potiskanje avtomobila po ravni in ovinkasti cesti

Med barvanjem poti sem prišla do spoznanja, da bi pri ponovni izvedbi dejavnosti na vsako mizo dala še več modrih in rjavih flomastrov, saj bi otroci na ta način imeli dovolj barv flomastrov, s katerimi bi lahko označiti pot. Opazila sem, da so otroci, ki niso bili prepričani v svojo trditev oziroma zanjo niso imeli svoje razlage, vzeli flomaster, ki je bil prost.



Slika 95: Postavitev hipoteze

Zbrani rezultati, prilepljeni na tablo, so pokazali, kako se je vsak posameznik odločil in katerih odločitev je bilo največ. Tu sem otroke ponovno verbalno izzvala, da bi z lastnim razmišljanjem prišli do ideje, kako bi preverili pravilnost postavljene hipoteze. K razmišljanju sem še posebej povabila otroke, ki so se odločili in označili rjavo pot kot pravo. Nobeden od teh otrok ni imel razlage, ki bi opravičevala dobljeni rezultat. Otroci kljub namigovanju ter dodatni razlagi niso prišli do ideje, zato sem jim pomagala. Odlepila sem rjavo vrvico ter jo položila poleg modre ravne vrvice. Otroci so bili vidno presenečeni. Njihovi odgovori oziroma interpretacije so bile zelo različne, veliko so omenjali ovinke, ki so jih povezovali s hitrostjo, a le eden otrok je smiselno povezal, da po ravni cesti hitreje pridemo do cilja.

Slika 96: Rezultati hipoteze

Ko so otroci videli primerjavo obeh vrvic, jim je bilo hitro jasno, da je ovinkasta cesta od istega starta do istega cilja daljša kot ravna. Otroci so bili aktivno vključeni v proces učenja, saj so na konkretni ravni ter preko lastne aktivnosti prihajali do novih znanj. Vseskozi so bili primerno vodljivi, dejavnost jih je zanimala, saj je od njih vseskozi terjala akcijo tako v smislu igre kot v smislu matematičnega razmišljanja.

Slika 97: Rjava pot je daljša od modre

Preko predstavljene dejavnosti sem spoznala, kako pomembno je iz otroka izvabljati čudenje, radovednost, zanimanje, dobre občutke ob novih spoznanjih, in tudi s tega vidika je pomembno, da otroku spodbudimo zanimanje za matematiko že v predšolskem obdobju.

Viri in literatura

1. Bahovec, E. B., idr. (2010). *Kurikulum za vrtce*: *predšolska vzgoja v vrtcih*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.
2. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Klavs, A. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* [Elektronski vir]. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.

Reševanje matematičnega problema – na pikniku s preveč gosti in premalo hrane

Nataša Vrabič, Javni vzgojno-izobraževalni zavod Mozirje OE Vrtec Mozirje

V vrtcu se vsakodnevno srečujemo s številnimi matematičnimi dejavnostmi, ki se jih zavedamo ali mogoče tudi ne, jih načrtno izvajamo preko usmerjenih dejavnostih ali spontano med samo dnevno rutino in vsakdanjimi situacijami.

Drugi gradnik matematične pismenosti, reševanje problemov v raznolikih kontekstih, ki omogočajo matematično reševanje, me je spodbudil k razmišljanju o vsakodnevnih situacijah otrok, pri katerih se pojavljajo matematični izzivi. Pri izvedbi dejavnosti sem izhajala iz življenjske situacije, s katero se otroci lahko srečujejo doma, v vrtcu, pri simbolni igri. Izbira Piknik oziroma zabava, kot smo našo dejavnost z otroki poimenovali, se je izkazala za dobro izbiro. Pogosto se namreč gostitelji srečujejo s težavo, da imajo premalo hrane ali pijače za pogostitev vseh gostov, zato poskušajo rešiti nastali problem na raznovrstne načine.

Pri načrtovanju dejavnosti sem si zastavila dva globalna cilja: seznanjanje z matematiko v vsakdanjem življenju ter razvijanje matematičnega mišljenja, ki se dobro navezujeta na podgradnik matematične pismenosti 2.1 – obravnava raznolike življenjske probleme.

Dobra motivacija in participacija otrok sta pomembna elementa, ki kvalitetno prispevata k izvedbi dejavnosti, zato sem temu namenila več pozornosti. Otroci so bili vključeni že v pripravo prostora, kar je bila še dodatna spodbuda. Pripravili smo si prostor za piknik v igralnici, na tla smo pogrnili odejo in si za boljše vzdušje postavili tudi smrečice, pripravili papirnate krožnike, prtičke, lončke, kekse, sok, banane. Dejavnost smo kasneje ponovili v toplejših mesecih, zato smo lahko piknik izvedli tudi na prostem, kar je bilo otrokom še bolj všeč.

Ker je bila dejavnost izvedena v heterogeni skupini otrok, starih 3–5 let, sem predvidevala, da bodo imeli mlajši otroci pri reševanju problemov več težav kot starejši, zato sem načrtovala primerno izvedbo glede na sposobnosti otrok in prilagodila zahtevnost (število gostov in ponujene hrane). Med samo dejavnostjo sem tako prilagajala število gostov in količino hrane glede na izkušnje otrok z reševanjem matematičnih problemov in jih tako postavljala v različne problemske situacije s prilagajanjem zahtevnosti. Dejavnost je bila izvedena v manjših skupinah otrok, kar je omogočilo večjo individualizacijo in kvalitetnejšo izvedbo.

V dejavnosti Reševanje matematičnega problema – na pikniku s preveč gosti in premalo hrane sem želela slediti naslednjim operativnim ciljem (vsebinski, *procesni*):

- Otrok se seznanja s štetjem in rabi imena za števila.
- Otrok zaznava prirejanje 1 : 1 in *prireja 1 : 1*.
- Otrok išče (s preizkušanjem), zaznava in uporablja različne možnosti rešitve problema.
- Otrok preverja smiselnost dobljene rešitve problema.

S dejavnostjo smo uresničevali drugi gradnik matematične pismenosti:

2.1 obravnava raznolike življenjske probleme

- 2.1 a) zazna in opredeli matematični problem v življenjski situaciji
- 2.1 b) ponazori situacijo s konkretnim materialom in jo opiše v vsakdanjem jeziku
- 2.1. c) sodeluje pri oblikovanju načrta reševanja
- 2.1 d) oblikuje in uporabi ustrezno matematično strategijo za reševanje problema
- 2.1 e) opiše (delne in končne) rešitve v kontekstu

Potek dejavnosti

Aktivnost otrok	Podgradnik MP	Vloga vzgojiteljice	Pričakovani rezultati/dokazila
Sodelovanje pri pripravi sredstev in prostora za piknik. Otrok sledi navodilom, prešteva predmete in povabi na piknik določeno število otrok (dva, štiri …).	MP2.1 b	Priprava sredstev in prostora za piknik. Izbere dva otroka – gostitelja (lahko tudi več ali manj). Poda navodila: gostitelja lahko povabita na piknik določeno število otrok (število izbere vzgojitelj glede na starost in sposobnosti otrok – dva, štiri … otroke).	Štetje določenega števila otrok.
Otrok razdeli gostom krožnike in prtičke.	MP2.1 a	Usmerja otroke, vodi pogovor in jim nudi pomoč.	Izkazovanje ustreznega prirejanja 1 : 1 (krožnike in prtičke).
Otrok si ogleda hrano in pijačo, ki je na voljo. Otrok išče rešitev, kako bi pogostil vse goste z enako količino hrane in pijače z dano količino. Primer: Otrok dva keksa razdeli med štiri goste. Primer: Štirim gostom razdeli eno oziroma dve banani. Primer: Otrok nalije vsem gostom enako čaja in ga po potrebi preliva iz lončka v lonček, da je v lončkih enaka količina. Lahko pa otrok upošteva željo gostov, nalije v lončke veliko ali malo čaja. Otrok spozna termine za velikostne odnose (večji, manjši, enako, veliko, malo, več, manj, polovica, na pol).	MP2.1 a MP2.1 b MP2.1 c MP2.1 d MP2.1 e	Vzgojitelj glede na situacijo (izbrano število gostov) prilagaja količino hrane in tako prilagaja zahtevnost izziva. Spodbuja otroke, da morajo celoto (kekse, banane) razdeliti na enake dele. Primer: Otrokom pove, da imajo na voljo za pogostitev (štirih) gostov: • dva keksa, • eno banano, • čaj. Otrokom da navodilo, naj vsak gost dobi enako količino hrane in pijače. Skrbi za postopnost pri pogostitvi, najprej pogostitev s keksi, nato sadjem in čajem. Usmerja otroke in vodi pogovor. Nudi otrokom pomoč, jih spodbuja pri reševanju problemov. Vzgojitelj in otroci gostitelji lahko upoštevajo tudi željo gostov, ali bodo imeli veliko ali malo čaja, ter pri tem otroke spodbudi, da upoštevajo količinska razmerja.	Ugotavljanje (s štetjem), da je gostov več kot posamezne količine keksov, banan in čaja. Z uporabo strategije (s poskusi in napakami) prikaže delitev hrane in pijače za vse goste enako. Izkaže razumevanje terminov za odnose.

Izvedba

Izvajalka:	VIZ:	Datum:
Nataša Vrabič	JVIZ Mozirje, OE Vrtec Mozirje, DE Lipa Rečica ob Savinji	9. 1. 2020

Evalvacija, refleksija vzgojiteljice

Dejavnost Reševanje matematičnega problema – na pikniku s preveč gosti in premalo hrane je otroke zelo pritegnila, ves čas so bili aktivni in vztrajni, k čemur so verjetno prispevala tudi sredstva in priprava prostora. Za dobro izvedbo sta bila pomembna postopnost izvedbe in delo v manjših skupinah otrok. Pomembno je tudi, da dobro poznamo otroke, se zavedamo njihovih sposobnosti ter temu primerno načrtujemo izvedbo.

Opisana dejavnost nam omogoča možnost izbire različnih problemskih situacij, nadgradnjo dejavnosti in različne stopnje zahtevnosti. Starejši otroci gostitelji so že na začetku povabili več gostov kot mlajši. Ob prvi izvedbi so povabili na svoj piknik štiri goste. Brez preštevanja gostov sta gostitelja ugotovila, da potrebujeta štiri krožnike in štiri prtičke. Dva keksa sta štirim gostom razdelila brez večjih težav in sta hitro ugotovila, da je treba kekse razpoloviti na pol. Glede na to, da otroka nista imela težav pri delitvi keksov, sem težavnost povečala pri delitvi banan. Gostiteljema je bila ponujena ena banana za štiri otroke. Po krajšem premisleku sta otroka pravilno ugotovila, da bi banano razrezala na štiri enake kose. Dobro se mi zdi, da se je pri dejavnosti glede na uspešnost otroka postopno povečevala tudi zahtevnost same dejavnosti. Ker sem predvidevala, da bodo imeli mlajši otroci več težav, so mlajši otroci sprva povabili na svoj piknik manj gostov, najprej dva. Brez večjih težav so hitro ugotovili, da je treba keks prepoloviti. Glede na njihovo uspešno izvedbo smo povečali zahtevnost in povečali število gostov na štiri. Podobno kot pri starejših otrocih so imeli tudi mlajši otroci eno banano za štiri goste. V večini primerov so ob preštevanju gostov uspešno ugotovili, da jo je treba narezati na manjše kose.

Slika 98: Primer delitve ene banane za štiri goste

Pri nalivanju soka so se otroci trudili naliti enako količino v vse kozarce. Že na začetku sem otrokom postavila novo problemsko situacijo in jim namenila en lonček več, kot je bilo gostov, kar je nekoliko zmedlo že starejše otroke, ki pa po preštevanju gostov soka niso nalili v vse lončke. Mlajši so v nasprotju s starejšimi nalili sok v vse lončke. Menim, da je dobro otroke občasno pustiti, da naredijo napako in jim tudi pustiti, da jo s svojimi idejami rešijo. Ob pogostitvi gostov s sokom so otroci namreč hitro ugotovili, da je en kozarec soka preveč. Ob spodbujanju, kaj bi sedaj lahko naredili, so predlagali, da bi povabili še enega otroka na piknik, in težava je bila hitro rešena.

Slika 99: Zmanjkalo je soka za zadnji lonček – prelivanje tekočine iz drugih lončkov

Zanimiva je bila situacijo, ko je otrokom zmanjkalo soka za zadnji lonček, saj so imeli na voljo omejeno količino soka. Podajali so različne rešitve, nekateri bi nalili vodo, spet drugi bi šli v kuhinjo po dodaten sok. Šele kasneje so s pomočjo drugih otrok prišli do rešitve, da bi prelili sok iz drugega lončka. Izkazalo se je, da ima njihova rešitev nekaj pomanjkljivosti, saj so lonček v celoti izpraznili in en lonček je bil ponovno prazen. Ker po kar nekaj poskusih niso ugotovili, kako bi rešili nastali problem, sem k dejavnosti povabila najstarejše otroke, ki so čez čas ugotovili, da bi s prilivanjem manjših količin soka iz drugih lončkov dobili enako količino soka v vseh lončkih in tako je medvrstniško učenje hitro prišlo v ospredje.

Slika 100: Primerjanje tekočine v lončkih

Dejavnost smo kasneje ponovili in nadgradili problemske situacije. Otrokom je predstavljala velik izziv kombinacija lihega števila gostov in sodega število banan. Kako bi dve banani razdelili med tri goste, je od otrok zahtevalo kar nekaj razmišljanja, medvrstniškega sodelovanja in podpore vzgojitelja. Ponovno se je pokazalo boljše dojemanje in reševanje problemov pri starejših otrocih, medtem ko so mlajši potrebovali več usmerjanja in spodbude. Otroci so ob nekoliko težjih matematičnih situacijah pokazali veliko domišljije ter uporabljali različne strategije reševanja matematičnega problema, ki pa so pripeljale do istega cilja.

Slika 101: Primer delitve dveh keksov za tri goste

Slika 102: Primer delitve dveh banan za tri goste

Otroci so bili med dejavnostjo zelo motivirani, zelo radi so se vključili v dejavnost in želeli sodelovati kot gostitelji in tudi kot gosti. Otrokom sem prepustila, da so s svojimi idejami reševali nastale »težave«, in jih spodbujala pri samostojnem reševanju problemov. Otrokom je bilo omogočeno, da so sami preverjali smiselnost dobljene rešitve ter jo po potrebi spremenili. Pri dejavnosti sem jih poskušala čim manj usmerjati, jim nudila pomoč z odprtimi vprašanji, prisluhnila njihovim idejam in mnenjem ter jih spodbujala k medsebojni pomoči.

Zadani cilji v pripravi so bili med dejavnostjo dobro realizirani. Opisana dejavnost nam nudi različne možnosti, saj v njej zasledimo številne matematične dejavnosti. Otroci so v dejavnosti prirejali 1 : 1, se seznanjali s štetjem, uporabljali imena za števila in preštevali, iskali, zaznavali ter uporabljali različne možnosti rešitve problema, preverjali smiselnost dobljene rešitve problema ter se seznanili tudi s pojmi celota in deli celote, velikostnimi odnosi veliko, malo in enako.

Refleksija otrok

Slika 103: Izvedba piknika na prostem

Da je bila dejavnost otrokom všeč, potrjujejo tudi njihovi komentarji, od katerih jih omenjam le nekaj:

»Piknik mi je bil všeč.«

»Meni je bilo najbolj všeč, ko sva imela goste. Zato, ker sva delila. Banano in piškote.«

»Všeč mi je bilo, ko sem delila kekse in banane.«

»Banano sem prerezal na kose. Na vse kose.« »Na štiri.«

»Keks smo dali na pol, takole na pol.«

»Meni je bil najbolj všeč sok.«

»Štirje soki so bili, samo eden je bil preveč.«

»Smo povabili še enega na piknik.«

Ob vprašanju, kaj so se naučili, so bili najprej tiho, nato so nekateri povedali, da so se naučili, kako postreči gostom, kako daš keks na pol in da so šteli.

Viri in literatura

1. Bahovec, E. B., idr. (2010). *Kurikulum za vrtce*: *predšolska vzgoja v vrtcih*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.
2. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Klavs, A. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* [Elektronski vir]. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.

Komentar na dejavnost

Reševanje matematičnega problema – na pikniku s preveč gosti in premalo hrane

Napisal: dr. Nik Stopar, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko

Čeprav je dejavnost na prvi pogled videti relativno preprosta, je izjemno bogata, saj razvija ogromno različnih matematičnih vsebin (štetje, prirejanje, primerjanje, delitev na dele …) in podpira mnoge podgradnike matematične pismenosti (obravnava življenjske probleme, utemeljuje postopke, uporablja matematično terminologijo, predstavi lastne miselne procese …). Zato je pomembno, da pri izvedbi take dejavnosti otroke primerno usmerjamo in jih spodbujamo k razmišljanju s sprotnim zastavljanjem podvprašanj.

Primarni podgradnik 2.1 – obravnava raznolike življenjske probleme – je podprt v celoti in skozi celotno dejavnost. Zaznavanje matematičnega problema v zadani situaciji lahko otroci izkažejo tako, da pojasnijo, zakaj naletimo na težavo, ko želimo dano količino hrane razdeliti med dano število gostov (preštevanje, primerjava velikosti števil). Za sodelovanje otrok pri oblikovanju načrta oziroma strategije reševanja problema je poskrbljeno s sprotno razpravo in postavljanjem vprašanj. Pri tem je pomembno ne le, da znajo otroci rešitev prikazati, ampak tudi, da jo znajo z lastnimi besedami opisati (npr. »Razdelim piškot na dva dela.« ali »Prelijemo sok iz enega kozarca v drugega.«) in preveriti njeno ustreznost. S tem zajamemo tudi 1. gradnik matematične pismenosti, saj poskrbimo, da otroci ozaveščajo svoje početje in se učijo izražati svoje razmišljanje z uporabo ustrezne terminologije.

Kot je razvidno iz refleksije, dejavnost omogoča sprotno prilagajanje težavnosti problemov znanju otrok. Največ težav so otroci imeli pri vprašanju delitve soka in pri vprašanju delitve sodega števila banan med liho števili gostov. Če otroci sami ne najdejo rešitve, jim lahko pomagamo tako, da problem poenostavimo, a ohranimo bistvo. Namesto delitve dveh banan med tri goste, jih najprej vprašamo, kako bi razdelili eno banano med tri goste, nato pa jih napeljemo na rešitev problema za dve banani. Podobno lahko problem »izenačevanja« količine soka v petih lončkih, od katerih so štirje polni in en prazen, najprej poenostavimo na »izenačevanje« količine soka v dveh lončkih, od katerih je en poln in en prazen. Tako na zelo naraven način otroke hkrati navajamo tudi na induktivno sklepanje.

Dejavnost je res dobro premišljena, hkrati pa je predstavljena izvedba s sprotnim prilagajanjem, odprtimi nalogami in ustreznim usmerjanjem primer dobre prakse pri izvajanju podobnih dejavnosti.

Modeliranje z učenci 2. razreda ob nalogi naročanje pic

Vesna Vršič, Zavod RS za šolstvo

Reševanje matematičnih problemov z modeliranjem na razredni stopnji je manj znan pristop, ki temelji na reševanju z raziskovanjem. Problemske situacije za tak pristop naj bi izhajale iz realnega življenja in jih pred reševanjem prenesemo v matematični kontekst. Problemska situacija večinoma vsebuje veliko podatkov, včasih pa podatki za rešitev niso dani, temveč jih mora reševalec doreči, ko si »postavi okvire problema« (izpelje predpostavke). Problem, ki smo ga izbrali za učence 2. razreda, izhaja iz učencem znanega konteksta: zabave ob zaključku šolskega leta s pogostitvijo s picami (»pizza party«).

Pri matematičnem modeliranju je pomembno, da izhajamo iz konteksta, ki je učencem znan, in tako lahko izhajamo tudi iz njihovih izkušenj. Kontekst o organizaciji zabave ob zaključku šolskega leta, ko bomo za posameznega gosta naročili pico (glede na vrsto in količino, ki jo lahko poje osemletni otrok), se nam je zdel primeren za čas izpeljave (ob zaključku šolskega leta). Problem iz realnega sveta smo tako prenesli na področje matematike, ga prikazali s pomočjo otrokom primernih reprezentacij ter posebno pozornost namenili razumevanju pojmov za rešitev naloge (npr. razdelitev pice na štiri enake dele, četrtine – ena velika pica zadostuje za štiri učence).

O problemu (koliko pic moramo naročiti za zabavo) smo razmišljali z različnih zornih kotov in osmišljali omejitve (npr. koga bomo povabili na zabavo, kolikšen del pice lahko pojemo, katero pico bi jedli) ter oblikovali predpostavke.

Sledili smo naslednjim operativnim ciljem dejavnosti (vsebinski*, procesni*):

Učenec:

- opredeli matematični problem v dani realni situaciji (nalogi),
- poišče potrebne podatke za rešitev naloge, razloži dogajanje v problemu, napove druga dogajanja,
- *predstavi problemsko situacijo s konkretnimi pripomočki (modeli celote),*
- predstavi način reševanja (načrt),
- s svojimi besedami opiše model,
- *preizkuša model v podobni situaciji*.

S posameznimi dejavnostmi smo razvijali naslednje (pod)gradnike in opisnike matematične pismenosti:

2.2 obravnava situacije z matematičnim modeliranjem

2.2.1 prenese situacijo v matematični kontekst

- 2.2.1 a) sodeluje pri opisu (osebnega) življenjskega problema v matematičnem jeziku
- 2.2.1 b) sodeluje pri predstavitvi situacije z matematičnimi sredstvi in pri oblikovanju problemskega vprašanja

2.2.3 uporablja matematične modele

- 2.2.3 a) sodeluje pri opisu danega modela
- 2.2.3 b) sledi reševanju po danem modelu in izvaja posamezne korake reševanja
- 2.2.3 c) opisuje matematične rešitve v kontekstu.

Reševanje problema modeliranja smo načrtovali strnjeno za dve pedagoški uri.

Potek dejavnosti

Aktivnost učencev	Podgradnik MP	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
a) Pogovor o praznovanju/zabavah Učitelj vodi pogovor o njihovih praznovanjih (rojstnega dne, družinskih praznikih …) in organiziranih zabavah. Učenci opišejo priprave na zabavo (izbira prostora, nakup prigrizkov in napitkov, povabilo na zabavo …).		Vodi pogovor o temi.	Sodelovanje v pogovoru o temi.
b) Realistična situacija ***Primer naloge:*** *Vaš razred želi ob koncu šolskega leta prirediti zabavo ob picah – pizza party. Koliko pic bi morali naročiti?* **Vprašanje:** Kaj nas zanima? (Pogovor: kdo bo na zabavi, kakšne pice bi jedli, katero pico bi naročili, kdo izmed učencev v celoti poje veliko pico, kako velika je velika pica, kako velika je mala pica, kolikšen del pice največkrat pojeste, kdo vam pico razreže, kolikšen del pic bi ostal, če bi vsakemu učencu naročili celo pico itd.) Učenci na učni list narišejo vrsto pice, ki bi jo želeli jesti na zabavi, in model izrežejo.	MP2.2.1 a 2.2.1. b	Učitelj vodi pogovor. Učitelj razdeli vsakemu učencu učni list s krogom (P1 – učni list), ki predstavlja pico.	Postavljanje vprašanj ob dani situaciji. Prikaz vrste pice (na učnem listu), ki bi jo želeli jesti na zabavi.
c) Predstavitev situacije – opazovanje Vse izrezane modele pic učenci predstavijo na tabli. Analizirajo situacijo in se pogovarjajo, katere vrste pic imajo radi, ali pojedo celo pico, kako bi si pice lahko delili … Učenci pridejo do spoznanja, **koliko učencev si bo razdelilo eno pico** (model).	MP2.2.1 b	Vodi pogovor. Učitelj za razdelitev pic uporabi slikovno aplikacijo v realni velikosti pic (mala pica 28 cm, velika pica 33 cm). **Razumevanje modela** prikaže ob konkretni dejavnosti (pico – aplikacijo razkosa na štiri enake dele in vsak kos pice poda enemu učencu).	Opisovanje situacije o izbranih vrstah pic učencev. Oblikovanje nabora možnih rešitev (polovico male pice, četrtino večje pice, razmislek o ceni), sprejetje dogovorov.

Aktivnost učencev	Podgradnik MP	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
č) Modeliranje			
a) Kaj nas zanima? Ob pogovoru z učenci oblikujemo naslednje predpostavke: • na zabavi bomo vsi učenci in učiteljica • vsi bomo jedli klasično pico • za vsakega bo na voljo četrtina pice	MP2.2.3 a	Usmerja učence pri razmišljanju in poenotenju mnenj. Predpostavke zapisuje in frontalno predstavi. Učitelj potrebne podatke zapiše in frontalno predstavi.	Sodelovanje v pogovoru in pri oblikovanju predpostavk. Sklepanje iz predpostavk na potrebne podatke.
b) Kaj vemo? • na zabavi bo npr. 22 učencev in učiteljica (skupaj 23) • jedli bomo klasično pico • eno pico razrežemo na štiri enake dele (vsak udeleženec dobi en kos razrezane pice)		Spremlja delo učencev in jih usmerja.	Sklepanje, koliko učencev poje razrezano pico, s prepogibanjem in rezanjem fizičnega (konkretnega) modela pice.
c) Kaj mislite, koliko pic bi morali naročiti? Učenci v skupini (po trije učenci ob konkretnih modelih) sklepajo, kako bi prišli do pravilne rešitve, koliko pic bi bilo treba naročiti. Svoja razmišljanja rišejo, pišejo, računajo in na koncu predstavijo rešitev.	MP2.2.3 b		Napovedovanje možnih rešitev. Prikazovanje in predstavljanje reševanja.
č) Kako bi pokazali, da smo prav razmišljali glede števila naročenih pic? **Vprašanje:** Ali lahko z našim modelom napovemo, koliko pic bi morali naročiti, če bi se nam pridružili učenci 2. a razreda z njihovo učiteljico?	MP2.2.3 c		Ugotavljanje, ali lahko z gotovostjo napovemo, koliko pic bi v novonastali situaciji lahko naročili.

Aktivnost učencev	Podgradnik MP	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
d) Uporaba modela **Vprašanje:** Koliko pic bi morali naročiti, če bi upoštevali vse želje učencev in učiteljice ter naročiti tiste vrste pic, ki jih imajo radi? *Kaj nas zanima?* • na zabavi bodo vsi učenci in učiteljica • učenci bodo jedli različne vrste pic • za vsakega bo na voljo četrtina pice *Kaj vemo? Kaj moramo še izvedeti?* • na zabavi bo 22 učencev in učiteljica (skupaj 23) • jedli bomo npr.: *klasično pico ______ učencev* *morsko pico ______ učencev* *vegetarijansko pico ______ učencev* • eno pico razrežemo na štiri enake dele (vsak udeleženec dobi en kos razrezane pice) *Kaj mislite, koliko pic bi morali naročiti?* Učenci v skupini (po trije učenci) ob konkretnih modelih sklepajo, kako bi prišli do pravilne rešitve, koliko pic posamezne vrste bi bilo treba naročiti. *Kako bi pokazali, da smo prav razmišljali glede števila naročenih pic?*	MP2.2.3 a MP2.2.3 b MP2.2.3 c	Učitelj vodi pogovor in usmerja učence.	Sodelovanje v pogovoru. Postopek (rišejo, pišejo, računajo) reševanja in predstavitev rešitev.
Refleksija Ob izboru smeška izkažejo svoje počutje ob reševanju naloge. Odgovorijo na vprašanja: • Kakšna se vam je zdela naloga? • Kaj vam je dobro šlo pri reševanju naloge? • Kaj vam je bilo pri reševanju naloge najtežje? • Kako bi si želeli naslednjič reševati take matematične naloge?			Izražanje lastnega počutja s smeški.

Uporaba slikovnega materiala učitelja:

Slika 104: Kako velika je velika pica in kako majhna je mala pica

Slika 105: Veliko pico bomo razdelili na štiri enake dele – ena pica bo namenjena štirim učencem (model)

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SOCIALNI SKLAD

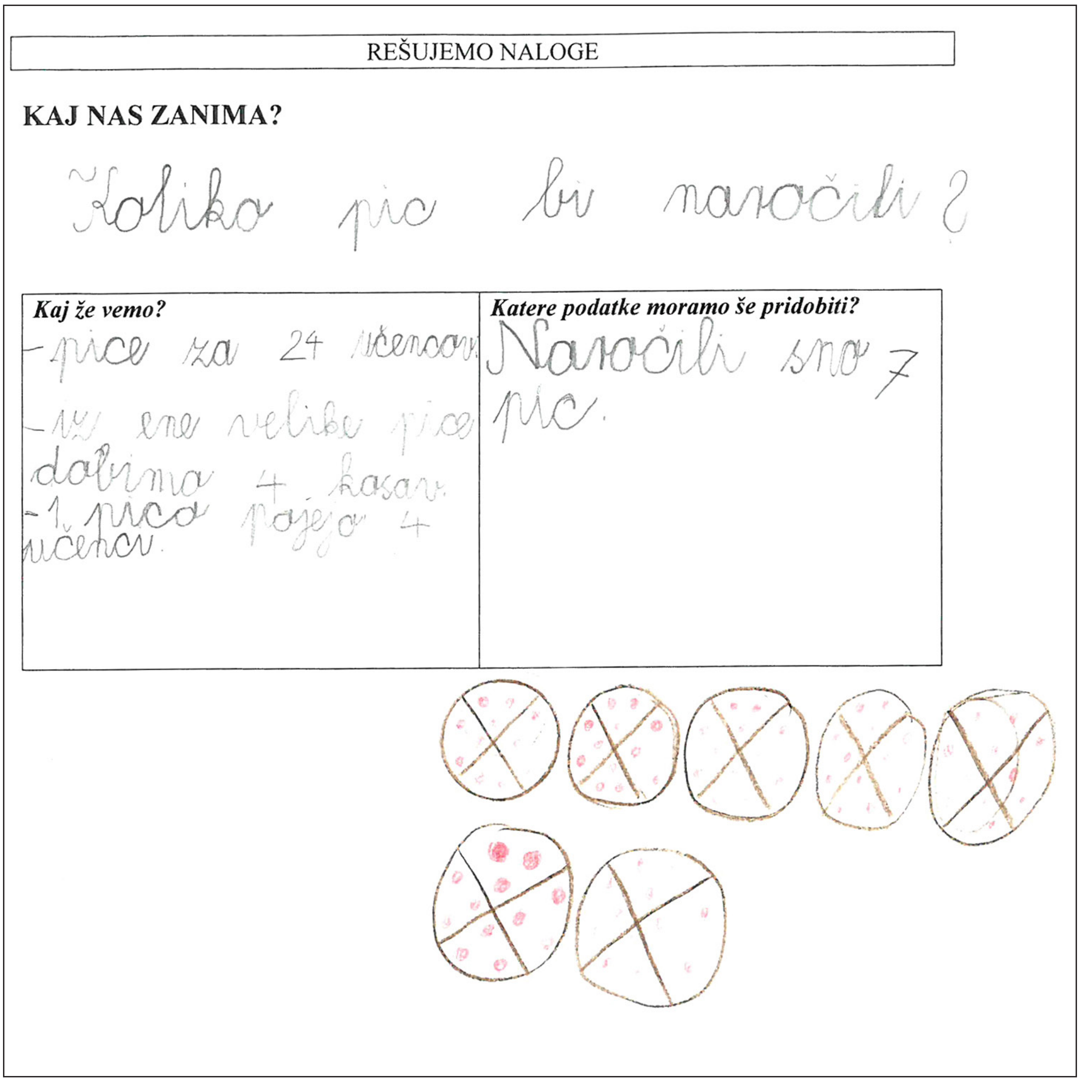
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Izvedba

Izvajalka:	VIZ:	Datum:
Vesna Vršič	Zavod RS za šolstvo	Junij 2019

Evalvacija, refleksija učitelja

Tema je bila aktualna pred zaključkom šolskega leta. Za realizacijo načrtovanega primera sta bili porabljeni dve uri in pol. Učenci so izkazovali svoje miselne zmožnosti in ustvarjalen pristop k reševanju. Kar nekaj učencev je pri reševanju naloge potrebovalo spodbudo oz. potrditev. Tak način reševanja je bil za učence prva taka izkušnja.

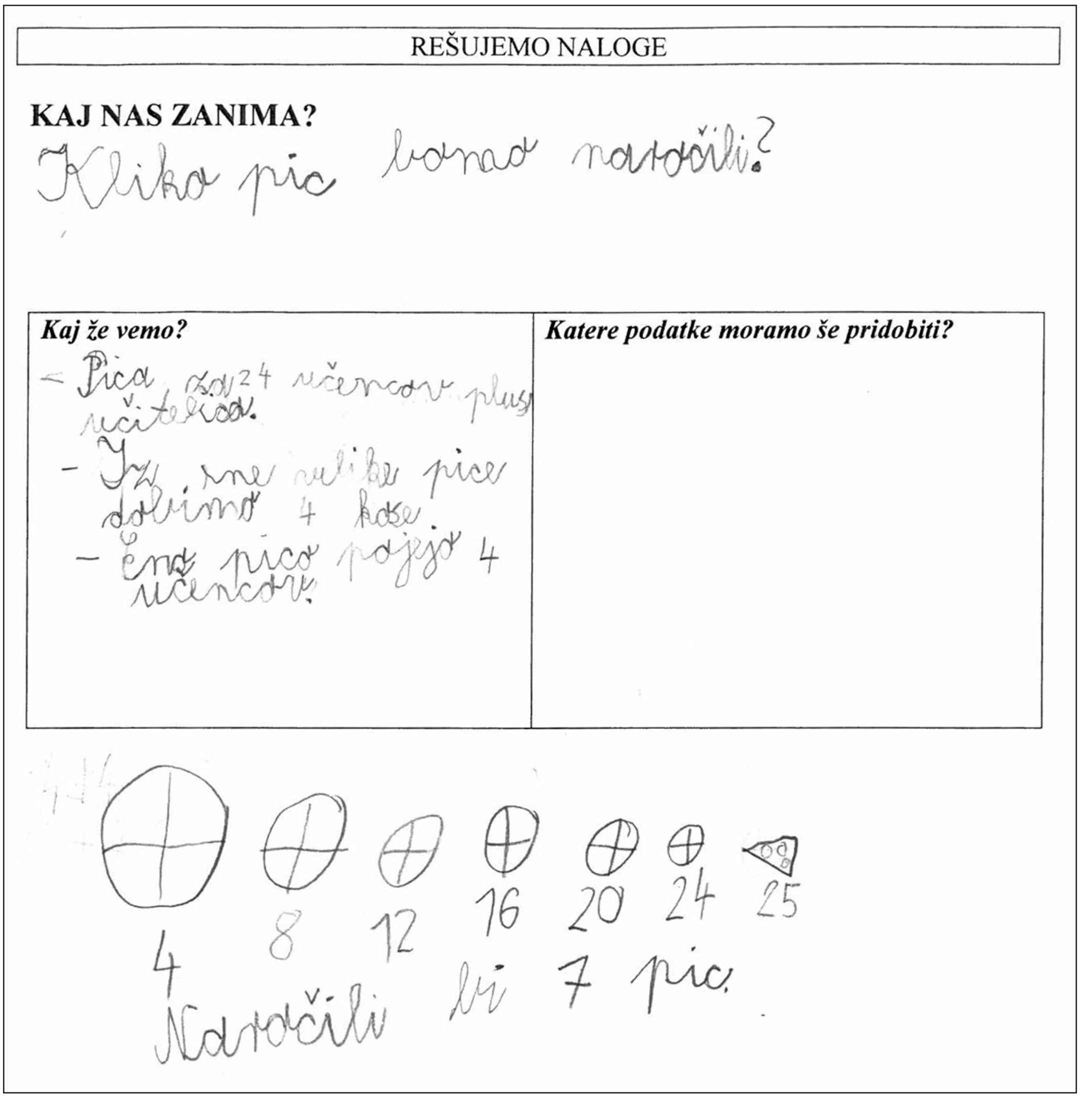

REŠUJEMO NALOGE

KAJ NAS ZANIMA?

Koliko pic bi naročili ?

Kaj že vemo?	*Katere podatke moramo še pridobiti?*
-pice za 24 učencev -iz ene velike pice dobimo 4 kosov. -1 pico pojejo 4 učenci.	Naročili smo 7 pic.

Slika 106: Z risanjem skice in sklepanjem do rešitve



REŠUJEMO NALOGE

KAJ NAS ZANIMA?

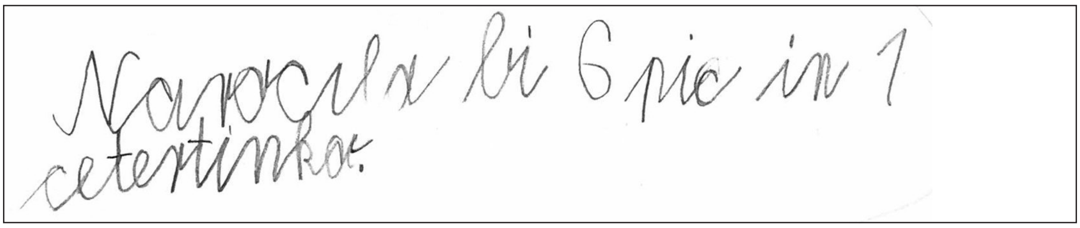
Kliko pic bomo naročili?

Kaj že vemo?	*Katere podatke moramo še pridobiti?*
- Pica za 24 učencov plus učiteljca. - Iz ene velike pice dobimo 4 kose. - Eno pico pojejo 4 učencov.	

4 8 12 16 20 24 25

Naročili bi 7 pic.

Slika 107: Iz slike sklepamo na rešitev



Naročila bi 6 pic in 1 četertinko.

Slika 108: Ugotovitev učenke

V fazi uporabe modela se je pokazal velik razkorak med učenci, ki so razumeli model, in tistimi, ki so čakali na konkretna navodila oziroma vodenje učitelja.

Učenci so se aktivno vključevali v pogovor. Večina je dojela koncept, da si bodo pico razdelili štirje učenci. Pri željah, katere vrste pic bi želeli jesti, so bili zelo izvirni (s pomfritom, s čevapčiči …).

Nekateri učenci so izkazovali težave pri oblikovanju skice oz. beleženju (šteli so po štiri učence v razredu, pri tem pa vedno pozabili, kolikokrat po štiri so jih že prešteli).

REŠUJEMO NALOGE

KAJ NAS ZANIMA?

Koliko pic bi naročili?

Naročili bi 9 pic

Kaj že vemo?	*Katere podatke moramo še pridobiti?*
- 24 ucencev in 1 učiteljica - Vsak poje 1 četrtino. - [illegible]	

- Pice z
- z gobica 3U Pic rabimo 1 pico
- s salamo 4U. Pic rabimo 1 pico
- s tuno 4U. Pic rabimo 1 pic
- s margerita 3U. Pic rabimo 1 pico
- s marska 1U. Pic rabimo 1 pica
- s zelenjava 2U. Pic rabimo 1 pico
- z pomfrijem 2U. Pic rabimo 1 pico
- s narodna 4U. Pic rabimo 1 pico
- z mleto meso 2U Pic rabimo 1 pico

Slika 109: Uporaba modela pri naročanju različnih vrst pic

REŠUJEMO NALOGE

KAJ NAS ZANIMA?

Koliko pic bi naročili

Kaj že vemo?	*Katere podatke moramo še pridobiti?*
-24 učencev in ena učiteljica -vsak paje četertino pice	

pice:

- z gobicami: 3 ΔΔΔ – 1 p
- s salama: 4 ΔΔΔΔ – 1 p
- s tuna: 4 ΔΔΔΔ – 1 p
- morska: 1 Δ
- zelenjavna: 2 ΔΔ – 1 p
- s pomfrijem: 2 ΔΔ – 1 p
- mleto meso: 2 ΔΔ – 1 p
- navadna: 4 ΔΔΔΔ – 1 p

skupaj jih je 7 pic.

Slika 110: Ali je tudi moja rešitev pravilna?

Refleksija učencev po izvedbi

V fazi refleksije se je večina učencev počutila dobro, le nekaj jih je omenilo, da je bila naloga težka in zaradi tega jim »ni bilo lepo«, saj jim je morala pomagati učiteljica.

Ena izmed deklic pa je izjavila:

Sedaj bi znala tudi druge naloge rešiti.

Viri in literatura

1. Bliss, K., Fowler, K., Galluzzo, B., garfunkel, S., Giordano, F., Goldbold, L., Zbiek, R. idr. (2016). *Gaimme, Guedelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education.* Pridobljeno s http://www.siam.org/Portals/0/Publications/Reports/gaimme-full_color_for_online_viewing.pdf?ver=2018-03-19-115454-057.
2. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Klavs, A. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* [Elektronski vir]. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.
3. Šterman Ivančič, K. (2013). *Izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2012 s primeri nalog: strokovna monografija*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Pedagoški inštitut. Pridobljeno s https://www.pei.si/ISBN/978-961-270-199-4/mobile/index.html#p=6.
4. Žakelj, A. idr. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN_matematika.pdf.

Modeliranje z učenci 5. in 6. razreda ob nalogi Ukrepanje s sredstvi za varstvo rastlin

Vesna Vršič in mag. Mateja Sirnik, Zavod RS za šolstvo

Pri matematičnem modeliranju smo izhajali iz besedila s strokovnim kontekstom naravoslovja. Besedilo je vsebovalo mnogo strokovnih terminov, kar je predstavljalo velik izziv, kako učencem predstaviti te termine, da jih bodo razumeli. Strokovne termine smo izpisali v mrežo in jih v nadaljevanju ob pogovoru o gojenju rastlin razjasnjevali. Pri delu z besedilom smo uporabili še slovarček, v katerem so učenci povzemali pomen manj znanih terminov.

ŠKODLJIVI ORGANIZMI	GOJENJE RASTLIN	SREDSTVA ZA VARSTVO RASTLIN
FITOFARMACEVTSKA SREDSTVA	PESTICIDI	POJAVLJANJE SIMPTOMOV
BOLEZNI RASTLIN	TEHNOLOŠKI UKREPI	JABOLČNI ZAVIJAČ
HRUŠEV OŽIG	INTEGRIRANA PRIDELAVA	NAPADENI LISTI IN PLODOVI

V besedilu je bil predstavljen model za škropljenje proti jabolčnemu zavijaču. Ta del besedila so morali učenci še prav posebej dobro razumeti, zato smo si ga označili na bralnem listu in izpisali korake pri škropljenju.

> Ena izmed metod matematika Volterra za premišljeno rabo fitofarmacevtskih sredstev je: Od 1. januarja naprej, recimo za vsak dan, ko je povprečna dnevna temperatura presegla 10 °C, zapišemo ta presežek. Ko vsota teh presežkov doseže 100 °C, imamo navadno prvi pojav metuljev jabolčnega zavijača.

Ker je reševanje matematičnega problema zahtevalo vpogled v vremenska stanja in povprečne dnevne temperature v tekočem letu (lahko tudi v prejšnjih), smo za nekatere skupine učencev pripravili že natisnjena gradiva povprečnih temperatur za najbližji domači kraj (npr. Mursko Soboto) s spletne strani http://meteo.arso.gov.si/. Učenci so spletni portal že spoznali pri pouku družbe, potrebovali so le nekaj usmeritev za vstop v arhiv in za iskanje podatkov v arhivu meteoroloških podatkov.

Reševanje matematičnega problema z modeliranjem v našem primeru je bilo smiselno zastaviti medpredmetno (SLJ, MAT, NIT, DRU). Za izvedbo smo načrtovali dve pedagoški uri strnjeno.

Zastavili smo si naslednje operativne cilje (vsebinski, *procesni*):

Učenci:

- berejo besedilo Ukrepanje s sredstvi za varstvo rastlin in opredelijo pomen manj znanih terminov,
- opisujejo in razjasnjujejo ukrepe za uporabo fitofarmacevtskih sredstev,

- opredelijo matematični problem v dani realni situaciji,
- s svojimi besedami povzamejo problemsko situacijo, opredelijo potrebne podatke za rešitev naloge, oblikujejo problemsko vprašanje,
- napovedo rešitev z upoštevanjem danih okoliščin,
- poiščejo potrebne podatke na spletnem portalu arso.si,
- s svojimi besedami opišejo model.

Vključeni so (pod)gradniki in opisniki naravoslovne, matematične in bralne pismenosti.

Gradniki naravoslovne pismenosti:

1.1 prikliče, povezuje in uporablja naravoslovno znanje za opis/razlago pojavov z uporabo strokovnega besedišča

- 1.1 a) prikliče ustrezno znanje ter ga uporablja za razlago pojavov v ožjem in širšem okolju
- 1.1 c) smiselno povezuje, ureja/organizira podatke/pojme v preprosto hierarhično strukturo

Gradniki bralne pismenosti:

5. gradnik: **besedišče** – razumevanje pomena besed in njihova uporaba pri sprejemanju in tvorjenju besedil

V 2. VIO izkaže tako, da:

- *pozna, razume in uporablja besedišče različnih predmetnih področij,*
- *sklepa o pomenu besed/besednih zvez iz sobesedila,*
- *poišče razlago neznanih besed v kontekstu in jezikovnih priročnikih.*

7. gradnik: razumevanje besedil – sklepanje, razbiranje bistva

V 2. VIO izkaže tako, da:

- *v besedilu poišče bistvene podatke in podrobnosti,*
- *razume 90 do 95 % besed v prebranem besedilu,*
- *povzema besedilo s svojimi besedami.*

Gradniki matematične pismenosti:

2.2 obravnava situacije z matematičnim modeliranjem

2.2.1 prenese situacijo v matematični kontekst

- 2.2.1 a) sodeluje pri opisu (osebnega, družbenega) življenjskega problema v matematičnem jeziku
- 2.2.1 b) predstavi situacijo z matematičnimi sredstvi in oblikuje problemsko vprašanje

2.2.3 uporablja matematične modele

- 2.2.3 a) opiše dani model in ga predstavi
- 2.2.3 b) uporabi dane modele
- 2.2.3 c) upošteva značilnosti konteksta (ustrezne enote, natančnost, zaokroževanje)
- 2.2.3 d) interpretira matematične rešitve *(izračune, dobljene z modelom)* v kontekstu

Potek dejavnosti v 5. in 6. razredu

Aktivnost učencev	Podgradnik NP/ BP/MP	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
Pogovor o temi – gojenje in varstvo rastlin Učenci sodelujejo v pogovoru o gojenju rastlin v domačem okolju (vrt, sadovnjak, vinograd) in o varstvu narave pred škodljivimi organizmi. Npr.: *Katere rastline gojimo doma na vrtu, v sadovnjaku, vinogradu …?* *Kako skrbimo za rastline, da so zdrave, jih ubranimo pred boleznimi, škodljivci …?* Učenci so razdeljeni v skupine (po tri). Iz strokovnih izrazov (učni list – P1), ki jih razrežejo na kartice, oblikujejo shemo (mrežo) nadrednih in podrednih besed, ki jih znajo uporabiti v povedi. Razvrstitev prikažejo na plakatu (listu A3) in s puščicami povežejo pojme ter razjasnijo njihove povezave (pojmovna mreža).	NP1.1 b	Vodi pogovor o temi in vpleta strokovne izraze, ki so uporabljeni v besedilu, da jih skupaj z učenci razjasnjuje. Učitelj učencem v skupini ponudi učni list – P1 z besedami in barvno podlago (A3), kamor učenci razporejajo lističe s strokovnimi izrazi.	Predstavitev plakata strokovnih izrazov v skupinski mreži. Tvorjenje povedi s strokovnimi izrazi. Podajanje vrstniške povratne informacije.
Realistična situacija Individualno, v dvojicah in frontalno preberejo besedilo **Ukrepanje s sredstvi za varstvo rastlin** (učni list – P2) in oblikujejo slovarček manj znanih besed. **Vprašanje:** Kako omejiti uporabo fitofarmacevtskih sredstev (pesticidov) pri gojenju rastli? Kakšen model nam je predstavil matematik Vito Volterra? **Vprašanje:** Kaj nas zanima? Npr.: *Kdaj bi bilo primerno ukrepati proti škodljivim organizmom v letu 2019?* *Ali moramo ukrepati proti škodljivim organizmom vsako leto ob istem času?* *V katerem mesecu morajo ukrepati sadjarji proti jabolčnemu zavijaču?*	BP 5. in 7. gradnik MP 2.2.1. a 2.2.1. b	Razdeli bralne liste: Ukrepanje s sredstvi za varstvo rastlin. Učitelj razdeli vsakemu učencu učni list (P3), na katerega si v skupini oblikujejo vprašanje (Kaj nas zanima?).	Razumevanje besedila in razjasnitev manj znanih besed. Oblikovanje vprašanj na dano situacijo (model).

Aktivnost učencev	Podgradnik NP/ BP/MP	Vloga učitelja	Pričakovani rezultati/dokazila
Spoznavanje modela Učenci prepoznajo Volterrov model in ga ubesedijo: Od 1. januarja naprej, recimo za vsak dan, ko je povprečna dnevna temperatura presegla 10 °C, zapišemo ta presežek. Ko vsota teh presežkov doseže 100 °C, imamo navadno prvi pojav metuljev jabolčnega zavijača.	MP 2.2.3. a	Vodi pogovor. *Kakšna so navodila matematika Volterra za čas ukrepanja proti metulju jabolčnega zavijača?*	Opisovanje situacije. Napovedovanje možnih rešitev.
Reševanje po modelu a) *Kaj že vemo?* • pomembne so temperature za vsak dan od 1. januarja naprej v določenem letu (npr. 2019) • pomembne so povprečne temperature, ki so višje od 10 °C • znamo določiti presežke temperature od 10 °C • iščemo vsoto temperatur, ki presegajo 10 °C • vsota presežkov temperatur mora doseči 100 °C b) *Katere podatke moramo še pridobiti?* • kolikšna je povprečna dnevna temperatura za mesec januar, februar, marec, april, maj … 2019 • poiskali bomo temperaturo za Mursko Soboto	MP 2.2.3. b	Vodi pogovor in zapisuje predpostavke. Razjasni, kaj so povprečne temperature, kaj je presežek (npr. če je temperatura 9 °C; 10,1 °C; 12,6 °C).	Izpisovanje danih podatkov in podatkov, ki jih morajo pridobiti.
Iskanje potrebnih podatkov Učenci si v skupini pridobijo podatke iz spletne strani http://meteo.arso.gov.si/ ali iz pripravljenih gradiv (natisnjenih iz spletne strani) iščejo ustrezne podatke (učni list – P4). Učenci uporabijo dani model in iščejo rešitev.	MP 2.2.3 c	Učitelj usmerja učence pri iskanju podatkov na spletu in pri tiskanih gradivih (učni list – P4). Ker so povprečne temperature zapisane v decimalnih številih, lahko učitelj učencem ponudi podlago (preglednico z desetiškimi enotami na učnem listu – P5) za računanje z decimalnimi števili.	Razdelitev nalog med učenci znotraj skupine. Izpisovanje ustreznih podatkov (presežki temperatur nad 10 °C), seštevanje presežnih temperatur, določitev datuma, ko presežki temperatur dosežejo 100 °C. Predstavitev razmišljanj, rešitve in postopka reševanja.
Refleksija Odgovorijo na vprašanja: • Kakšna se vam je zdela naloga? • Kaj vam je dobro šlo pri reševanju naloge? • Kaj vam je bilo pri reševanju naloge najtežje? • Kako bi si želeli naslednjič reševati take matematične naloge?			Sodelovanje v pogovoru.

Priloge:

- P1 – Učni list – Pojmi za pojmovno mrežo
- P2 – Učni list – Besedilo za realistično situacijo
- P3 – Učni list – Kaj nas zanima
- P4 – Učni listi natisnjenih povprečnih dnevnih temperatur za Mursko Soboto (podatki v grafu)
- P5 – Učni list – Preglednica z desetiškimi enotami

Pojmi za pojmovno mrežo

ŠKODLJIVI ORGANIZMI	GOJENJE RASTLIN	SREDSTVA ZA VARSTVO RASTLIN
FITOFARMACEVTSKA SREDSTVA	PESTICIDI	POJAVLJANJE SIMPTOMOV
BOLEZNI RASTLIN	TEHNOLOŠKI UKREPI	JABOLČNI ZAVIJAČ
HRUŠEV OŽIG	INTEGRIRANA PRIDELAVA	NAPADENI LISTI IN PLODOVI

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Ukrepanje s sredstvi za varstvo rastlin

Opazovalno-napovedovalna služba za varstvo rastlin

V ***Tehnoloških navodilih za integrirano pridelavo*** skuša opazovalno-napovedovalna služba za varstvo rastlin napovedati razvoj škodljivih organizmov na gojenih rastlinah in primeren čas ukrepanja s sredstvi za varstvo rastlin.
V primerih, ko takih sredstev ni na voljo (npr. varstvo pred hruševim ožigom), je napovedan le čas pojavljanja simptomov, da lahko pridelovalci zgodaj odstranjujejo obolele rastline in izvajajo druge tehnološke ukrepe.
Napovedi in informacije so javno dostopne v časopisih, na spletnih straneh (http://agromet.mkgp.gov.si/pp/), na telefonskih odzivnikih ali pa se je mogoče na posameznih centrih celo naročiti pisne informacije.

Integrirana pridelava

integrirani

Nacionalni zaščitni znak »integrirani« se uporablja za kmetijske pridelke oziroma živila, ki so pridelani v skladu s Pravilniki o integrirani pridelavi in Tehnološkimi navodili za integrirano pridelavo. Pravico do uporabe tega zaščitnega znaka pridobite z veljavnim certifikatom pooblaščenega certifikacijskega organa s strani države. Vlogo za uporabo zaščitnega znaka je potrebno oddati na Ministrstvo za kmetijstvo, gozdarstvo in prehrano.

Raba sredstev za varstvo rastlin nekoč
Matematik Vito Volterra je že pred letom 1930 izdelal prvi matematični model, v katerem je opisal, da je posledica nekontrolirane rabe insekticidov tudi zmanjšanje števila plenilcev škodljivih organizmov in se tako čez čas povzroči namnožitev škodljivih organizmov. S tem je opisal presenetljive posledice človekovih posegov v naravo.
V kmetijstvu vse večjo težo dobiva integrirana pridelava rastlin, ki upošteva naravno uničevanje škodljivih organizmov in bolj premišljeno rabo gnojil in fitofarmacevtskih sredstev (pesticidi). Še bolj se na naravno uničevanje škodljivih organizmov opira ekološka ali biološka (organska) pridelava.

Vsi ti ukrepi pa zahtevajo več opazovanja, ugotavljanja in preštevanja škodljivih organizmov, ocenjevanja deleža napadenih listov in plodov, zbiranja vremenskih podatkov itd.
Ena izmed metod matematika Volterra za premišljeno rabo fitofarmacevtskih sredstev je:
Od 1. januarja naprej, recimo za vsak dan, ko je povprečna dnevna temperatura presegla 10 °C, zapišemo ta presežek. Ko vsota teh presežkov doseže 100 °C, imamo navadno prvi pojav metuljev jabolčnega zavijača.

Jabolčni zavijač in posledice na plodovih

Podobne empirično dobljene formule veljajo tudi v več drugih primerih.
Preden posežemo po fitofarmacevtskih sredstvih, vsekakor poglejmo v strokovno literaturo o integriranem varstvu (Integrated Pest Management = IMP).

Slovarček

Vir: ***Tehnološka navodila za integrirano pridelavo za leto 2019***. Pridobljeno s http://www.mkgp.gov.si/si/delovna_podrocja/kmetijstvo/integrirana_pridelava/tehnoloska_navodila/.

Kaj nas zanima?

Kaj že vemo?	*Katere podatke moramo še pridobiti?*

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Temperatura v Murski Soboti

MURSKA SOBOTA - RAKIČAN lon=16.1913 lat=46.6521 viš=187m	povp. dnevna T [°C]
2019-01-01	0.9
2019-01-02	1.7
2019-01-03	-1
2019-01-04	-1.8
2019-01-05	-0.1
2019-01-06	0.1
2019-01-07	-0.9
2019-01-08	-3.2
2019-01-09	-0.1
2019-01-10	0.9
2019-01-11	-2.3
2019-01-12	-0.2
2019-01-13	5.6
2019-01-14	3.4
2019-01-15	0.3
2019-01-16	0.8
2019-01-17	6.9
2019-01-18	1.3
2019-01-19	-0.7
2019-01-20	0.6
2019-01-21	-0.3
2019-01-22	-2.9
2019-01-23	-3.3
2019-01-24	-1.5
2019-01-25	-3.9
2019-01-26	-4.3
2019-01-27	2.1
2019-01-28	1.1
2019-01-29	-0.2
2019-01-30	0
2019-01-31	-1.8

MURSKA SOBOTA - RAKIČAN lon=16.1913 lat=46.6521 viš=187m	povp. dnevna T [°C]
2019-02-01	5.2
2019-02-02	9.7
2019-02-03	6
2019-02-04	0.9
2019-02-05	-0.1
2019-02-06	-0.7
2019-02-07	-1.6
2019-02-08	0.2
2019-02-09	1.3
2019-02-10	7.4
2019-02-11	5.2
2019-02-12	2.2
2019-02-13	3.6
2019-02-14	3.9
2019-02-15	2.5
2019-02-16	3.6
2019-02-17	3.6
2019-02-18	3.8
2019-02-19	3.3
2019-02-20	4.4
2019-02-21	6.9
2019-02-22	4.8
2019-02-23	-1.8
2019-02-24	-0.4
2019-02-25	3.4
2019-02-26	10.7
2019-02-27	6.1
2019-02-28	9.7

MURSKA SOBOTA - RAKIČAN lon=16.1913 lat=46.6521 viš=187m	povp. dnevna T [°C]
2019-03-01	8.2
2019-03-02	5
2019-03-03	9.7
2019-03-04	10.9
2019-03-05	5.7
2019-03-06	10.2
2019-03-07	13.9
2019-03-08	11.1
2019-03-09	11.9
2019-03-10	9.9
2019-03-11	4.5
2019-03-12	3.8
2019-03-13	5.3
2019-03-14	7.1
2019-03-15	6
2019-03-16	7.7
2019-03-17	11.8
2019-03-18	4.7
2019-03-19	4.6
2019-03-20	4
2019-03-21	4.1
2019-03-22	7
2019-03-23	8.8
2019-03-24	10.5
2019-03-25	8.5
2019-03-26	6.7
2019-03-27	4.6
2019-03-28	8.1
2019-03-29	8.2
2019-03-30	8.2
2019-03-31	10

MURSKA SOBOTA - RAKIČAN lon=16.1913 lat=46.6521 viš=187m	povp. dnevna T [°C]
2019-04-01	12.3
2019-04-02	10.2
2019-04-03	10.5
2019-04-04	13.7
2019-04-05	8.1
2019-04-06	9.7
2019-04-07	10.4
2019-04-08	14.9
2019-04-09	13.6
2019-04-10	12.1
2019-04-11	6.5
2019-04-12	7.3
2019-04-13	7
2019-04-14	7
2019-04-15	8.4
2019-04-16	8.3
2019-04-17	10.4
2019-04-18	10.7
2019-04-19	12.4
2019-04-20	11.5
2019-04-21	12.5
2019-04-22	15.3
2019-04-23	12
2019-04-24	16.7
2019-04-25	19.5
2019-04-26	19.1
2019-04-27	12.4
2019-04-28	12.1
2019-04-29	10.7
2019-04-30	10.4

MURSKA SOBOTA - RAKIČAN lon=16.1913 lat=46.6521 viš=187m	povp. dnevna T [°C]
2019-05-01	14.1
2019-05-02	17.2
2019-05-03	13.3
2019-05-04	11.6
2019-05-05	6.1
2019-05-06	6
2019-05-07	9.6
2019-05-08	12.8
2019-05-09	9.9
2019-05-10	13.1
2019-05-11	15.8
2019-05-12	12.2
2019-05-13	9.3
2019-05-14	8.2
2019-05-15	7.2
2019-05-16	9.8
2019-05-17	9.4
2019-05-18	14.6
2019-05-19	14.7
2019-05-20	14.1
2019-05-21	15.2
2019-05-22	17.3
2019-05-23	16.1
2019-05-24	16.2
2019-05-25	18.1
2019-05-26	19.6
2019-05-27	15.9
2019-05-28	16.1
2019-05-29	12.4
2019-05-30	11.5
2019-05-31	16.2

Vir: Meteo.si. (b.d.). Uradna vremenska napoved za Slovenijo. Pridobljeno s http://meteo.arso.gov.si/met/sl/app/webmet/#webmet==8Sdwx2bhR2cv0WZ0V2bvEGcw9ydlJWblR3LwVnaz9SYtVmYh9iclFGbt9SaulGdugXbsx3cs9m-dl5WahxXYyNGapZXZ8tHZv1WYp5mOnMHbvZXZulWY-nwCchJXYtVGdlJnOn0UQQdSf.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Preglednica z desetiškimi enotami

	D	E	,	d	

	D	E	,	d	

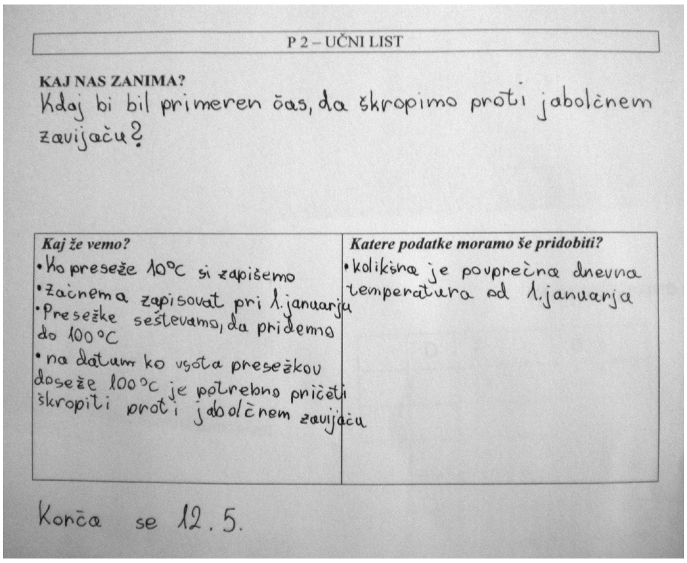
Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Izvedba v 5. in 6. razredu

Izvajalec:	**VIZ:**	**Datum:**
Vesna Vršič, 5. razred Mateja Sirnik, 6. razred	Zavod RS za šolstvo	Junij 2019

Evalvacija, refleksija učitelja v 5. razredu

Učenci v 5. razredu so delali v šestih trojicah (razdelili smo se že pred reševanjem). Veliko časa smo namenili razumevanju tematike (strokovnega konteksta). Kontekst naloge je bil za učence zahteven, poudarili smo ključne pojme iz besedila in jih predhodno razjasnjevali. Iskanje in branje podatkov večini učencev ni delalo težav (na spletni strani, na predhodno natisnjenih gradivih). Delo v trojicah se je pokazalo kot zelo uspešno pri delitvi dela v skupini.



P 2 – UČNI LIST

KAJ NAS ZANIMA?
Kdaj bi bil primeren čas, da škropimo proti jabolčnem zavijaču?

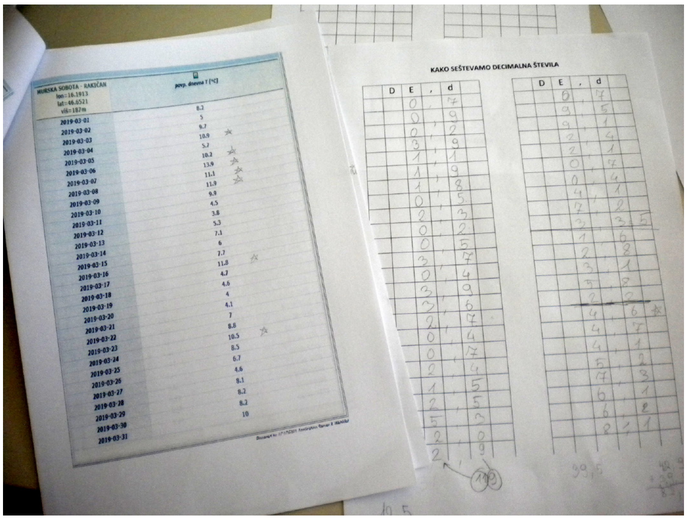
Kaj že vemo?	*Katere podatke moramo še pridobiti?*
• Ko preseže 10°C si zapišemo • Začnema zapisovat pri 1. januarju • Presežke seštevamo, da pridemo do 100 °C • na datum ko vsota presežkov doseže 100 °C je potrebno pričeti škropiti proti jabolčnem zavijaču	• kolikšna je povprečna dnevna temperatura od 1. januarja

Konča se 12. 5.

Slika 111: Izpis podatkov in vprašanja na učni list (Foto: Vesna Vršič)

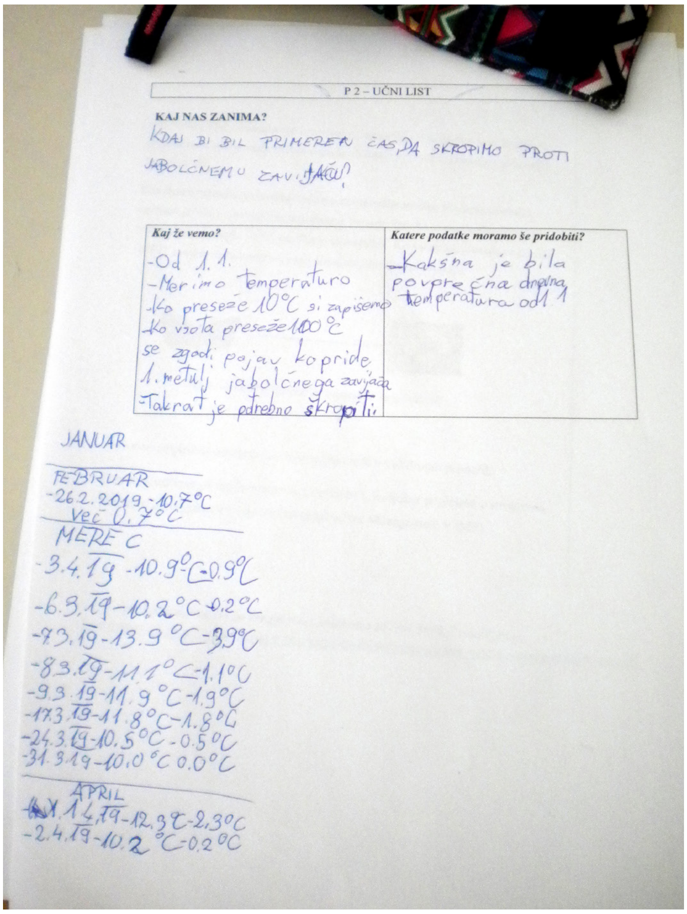
Slika 112: Delo v trojicah pri iskanju potrebnih podatkov na spletu (Foto: Vesna Vršič)

Reševanja problema so se lotili zelo hitro in naleteli na prvo težavo – niso upoštevali oz. še dojeli, kaj je presežek (čez 10 °C) ter seštevali povprečne dnevne temperature, ki so presegala 10 °C. Bila je potrebna dodatna razlaga, kaj je presežek pri povprečni dnevni temperaturi npr. 10,7 °C. Povprečne temperature so bile izražene v decimalnem zapisu, ki ga učenci 5. razreda spoznajo šele ob vsebini Denar (UN za matematiko, str. 12). Kljub temu so učenci v nadaljevanju znali določiti presežek čez 10 °C.



Slika 113: Iskanje presežnih temperatur z gradivom in izpis v preglednico za računanje z decimalnim zapisom (Foto: Vesna Vršič)

Pri računanju z decimalnimi števili so si nekatere skupine pomagale z računalom na računalniku ali telefonu, dve skupini kar s preglednico (učni list – P5), ko smo ponovili računanje z denarjem. Dve skupini učencev nista bili pozorni na določeno mejo (ki je bila 100 °C) in so seštevali presežke temperatur do konca maja. Po usmeritvi učitelja so ponovno sešteli presežke temperature po mesecih in na koncu po dnevih dodajali še za mesec maj, da so prišli do datuma, ko je bila vsota presežkov temperature 100 °C. Učenci so bili vse napake pripravljeni popravljati in poiskati »pravi rezultat«.



Slika 114: Računanje vsote presežkov temperature (Foto: Vesna Vršič)

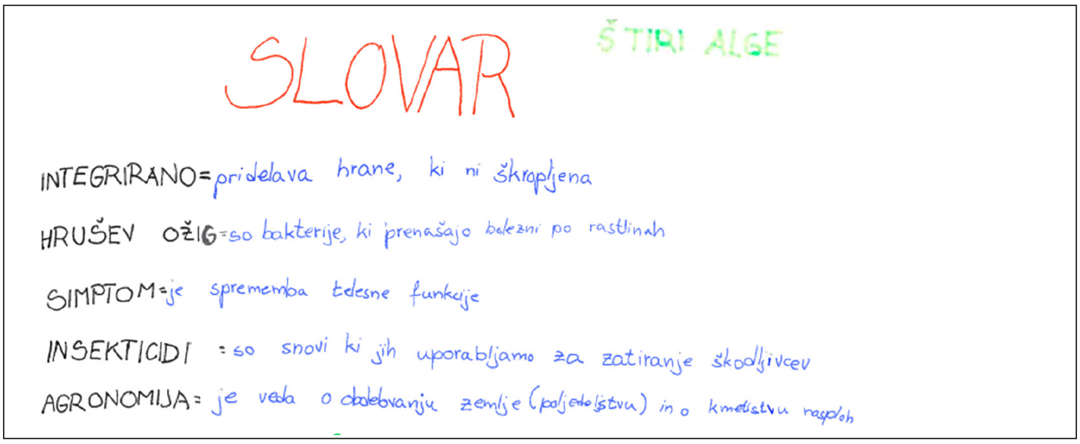
Štiri skupine so prišle do pravilnega rezultata, ena skupina je prišla do neustreznega rezultata, ena skupina ni dokončala.

Evalvacija, refleksija učitelja v 6. razredu

Učenci v 6. razredu so delali v skupinah po štiri, tudi pri drugih urah pouka matematike sedijo v skupinah po štirje učenci ne glede na obliko dela. Prvo šolsko uro smo porabili za delo za razumevanje situacije, delo z besedilom, postavljanje vprašanj, zato bi bilo smiselno dejavnost izpeljati medpredmetno in bi v prvi del vključili učitelja naravoslovnih predmetov. Ker so učenci izhajali iz vaškega okolja, so o zatiranju različnih škodljivcev veliko vedeli in si delili izkušnje iz domačega okolja.

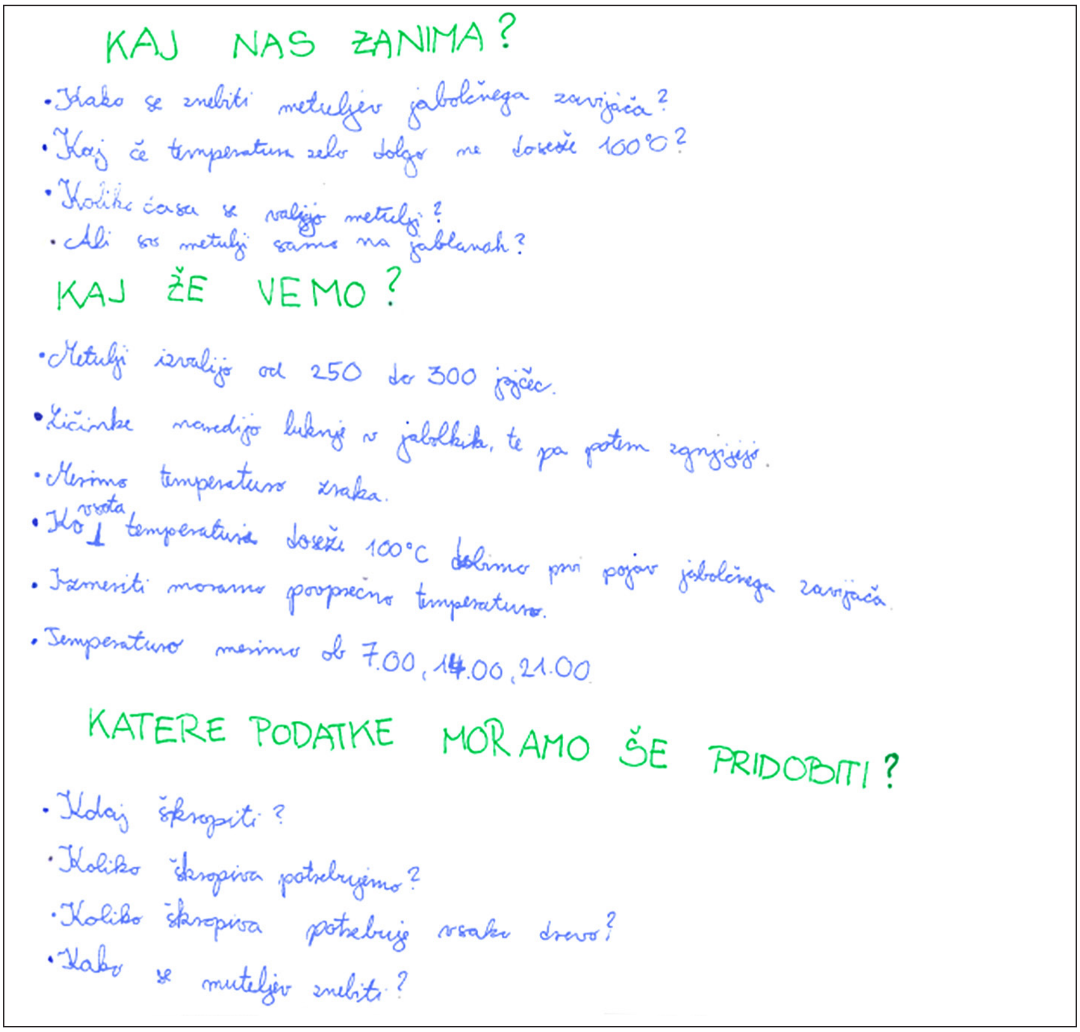
Opisano dejavnost smo v 6. razredu izvedli z naslednjimi prilagoditvami:

Dejavnost smo izvedli brez učnega lista P1 – pojmi za pojmovno mrežo. Neznane pojme so učenci zapisali v levi stolpec na učnem listu P2 – besedilo za realistično situacijo. Ob uporabi različnih virov (spletnih, tiskanih) so v skupinah poiskali njihovo razlago in to napisali na plakat (slika 115). Sledil je skupen pogovor o izpisanih neznanih pojmih in razlagi teh.



Slika 115: Primer zapisa neznanih pojmov z razlago (Foto: Mateja Sirnik)

Pri razlagi neznanih pojmov sem učencem zastavila vprašanje: *Kaj je povprečna dnevna temperatura?* Učenci v 6. razredu še ne poznajo matematičnega pojma aritmetična sredina. Kljub temu so predlagali merjenje različnega števila temperatur, od urnega merjenja do merjenja treh, štirih temperatur v različnih časovnih intervalih in izračuna aritmetične sredine izbranih temperatur. Pravilni odgovor so poiskali tako, da so na spletu (meteo.si - Uradna vremenska napoved za Slovenijo - Državna meteorološka služba RS - Opis grafikonov (gov.si)) poiskali odgovor in našli zapis: *Povprečna dnevna temperatura zraka je vsota četrtine izmerjene temperature ob 7. in 14. uri in polovice izmerjene vrednosti ob 21. uri po zimskem času.* Ta zapis jih je presenetil, ker niso pričakovali, da upoštevajo samo tri dnevne temperature in da ima temperatura ob 21. uri večji vpliv na povprečno temperaturo kot drugi dve.



KAJ NAS ZANIMA?

- Kako se znebiti metuljev jabolčnega zavijača?
- Kaj če temperatura zelo dolgo ne doseže 100°C?
- Koliko časa se valijo metulji?
- Ali so metulji samo na jablanah?

KAJ ŽE VEMO?

- Metulji izvalijo od 250 do 300 jajčec.
- Ličinke naredijo luknje v jabolkih, te pa potem zgnijejo.
- Merimo temperaturo zraka.
- Ko vsota temperatur doseže 100°C dobimo prvi pojav jabolčnega zavijača.
- Izmeriti moramo povprečno temperaturo.
- Temperaturo merimo ob 7.00, 14.00, 21.00

KATERE PODATKE MORAMO ŠE PRIDOBITI?

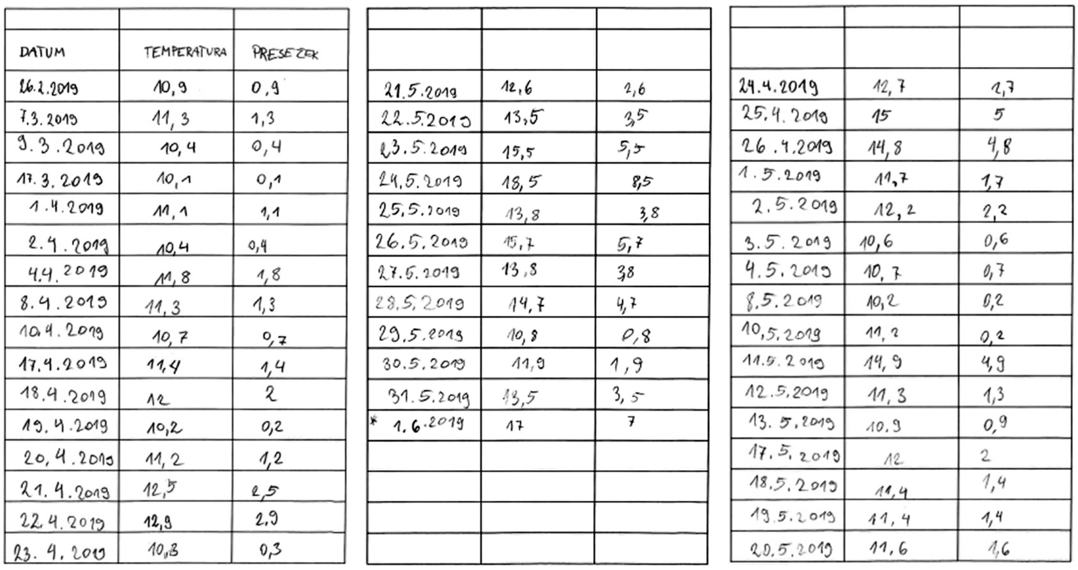
- Kdaj škropiti?
- Koliko škropiva potrebujemo?
- Koliko škropiva potrebuje vsako drevo?
- Kako se metuljev znebiti?

Slika 116: Primer zastavljenih vprašanj (Foto: Mateja Sirnik)

Dejavnost smo izvedli brez učnega lista P3 – Kaj nas zanima. Učenci so si odgovore na vsa tri vprašanja zapisovali na risalni list (slika 116). Po zapisu na vprašanje *Kaj nas zanima?* smo pogledali njihove zapise in se skupaj odločili, da bomo iskali odgovor na vprašanje: *Kdaj je treba* škropiti sadna drevesa *ob upoštevanju Volterrove rešitve?* Nato so učenci skupinsko odgovarjali še na drugi dve vprašanji.

Uporabili smo podatke za njim najbližjo samodejno vremensko postajo, to je bila vremenska postaja na Letališču Jožeta Pučnika Ljubljana. Učenci so poznali decimalna števila in računanje z njimi, zato učnega lista P5 – preglednica z desetiškimi enotami nismo uporabljali. Vešči so bili tudi uporabe žepnega računala, zato so za lažje delo dobili samo prazno preglednico, kamor so si lahko zapisovali potrebne podatke.

Pri iskanju ustreznega časovnega termina za zatiranje metuljev jabolčnega zavijača so učenci hitro spoznali, da si morajo primerno organizirati delo, npr. eden je bral podatke, drugi je beležil v preglednico, tretji je računal z računalom, četrti je preverjal druge. Pri tem primeru so ugotovili, kako pomembno je, da znajo spretno uporabljati žepno računalo in poiskati ter popraviti napako, če se zmotijo pri vnosu podatkov. Ena skupina je tudi povedala, da si na začetku niso primerno organizirali dela, ker je vsak sam začel zbirati podatke. Do pravilne rešitve so prišle vse skupine (slika 117).



DATUM	TEMPERATURA	PRESEZEK
26.2.2019	10,9	0,9
7.3.2019	11,3	1,3
9.3.2019	10,4	0,4
17.3.2019	10,1	0,1
1.4.2019	11,1	1,1
2.4.2019	10,4	0,4
4.4.2019	11,8	1,8
8.4.2019	11,3	1,3
10.4.2019	10,7	0,7
17.4.2019	11,4	1,4
18.4.2019	12	2
19.4.2019	10,2	0,2
20.4.2019	11,2	1,2
21.4.2019	12,5	2,5
22.4.2019	12,9	2,9
23.4.2019	10,3	0,3

21.5.2019	12,6	2,6
22.5.2019	13,5	3,5
23.5.2019	15,5	5,5
24.5.2019	18,5	8,5
25.5.2019	13,8	3,8
26.5.2019	15,7	5,7
27.5.2019	13,8	3,8
28.5.2019	14,7	4,7
29.5.2019	10,8	0,8
30.5.2019	11,9	1,9
31.5.2019	13,5	3,5
* 1.6.2019	17	7

24.4.2019	12,7	2,7
25.4.2019	15	5
26.4.2019	14,8	4,8
1.5.2019	11,7	1,7
2.5.2019	12,2	2,2
3.5.2019	10,6	0,6
4.5.2019	10,7	0,7
8.5.2019	10,2	0,2
10.5.2019	11,2	0,2
11.5.2019	14,9	4,9
12.5.2019	11,3	1,3
13.5.2019	10,9	0,9
17.5.2019	12	2
18.5.2019	11,4	1,4
19.5.2019	11,4	1,4
20.5.2019	11,6	1,6

Slika 117: Primer iskanja ustreznega datuma zatiranja škodljivcev (Foto: Mateja Sirnik)

Refleksija učencev po izvedbi

Učenci v 5. razredu so povedali:

Naloga je bila zanimiva.

Bila je težka.

Zahtevala je daljši čas reševanja.

Skupaj smo jo uspele rešiti. Bile smo uspešne, prišle smo do rešitve.

...

Učenci v 6. razredu so zapisali (slika 118):

1. Naloga se mi je zdela zelo zanimiva, ker smo se
veliko pogovarjali in nam je učiteljica vse razložila
tako da smo zlahkoto vse razumeli.
2. Pri reševanju nam je dobro šlo to, da smo sami
poiskali besede, ki jih nismo razumeli in smo jih
potem razumeli in skupaj spoznali.
3. Najtežje se mi je zdelo računanje presežkov
odštevanje, seštevanje decimalnih števil) in računanje povprečne
dnevne temperature.
4. Seveda, take naloge se mi namreč zdijo zelo
dobre za pridobivanje znanja na malo
drugačen način.
5. Uporabili smo računanje z decimalnimi
števili (seštevanje, odštevanje) števila pa smo
med seboj tudi primerjali.

(1) Naloga se mi je zdela zanimiva, zato ker
tega v šoli še nismo delali. Tega nisem
pričakovala, zato mi je bilo še bolj všeč.
(2) Naši skupini je najbolje šlo raziskovanje
besed. Veliko besed smo že poznale nekaterih
pa še ne (ne zdaj jih)
(3) Najtežje je bilo ker na začetku
nismo vsega razumeli.
(4) Ja, z veseljem. Take naloge so mi
všeč ker lahko delaš v skupini.
(5) Uporabili smo seštevanje dec. št., primerjanje
števil, odštevanje dec. št..

Slika 118: Zapisi učencev (Foto: Mateja Sirnik)

Viri in literatura

1. ARSO (b. d.). *Vreme.* Pridobljeno s https://vreme.arso.gov.si/napoved/Murska%20Sobota/graf.
2. Bačnik, A., Slavič Kumer, S., Bah Berglez, E., Eršte, S., Golob, N., Gostinčar Blagotinšek, A., Vičič, T. idr. (2022). *Naravoslovna pismenost. Opredelitev in gradniki* [Elektronski vir]. Ljubljana; Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Naravoslovna_pismenost_gradniki.pdf.
3. Bliss, K., Fowler, K., Galluzzo, B., garfunkel, S., Giordano, F., Goldbold, L., Zbiek, R. idr. (2016). *Gaimme, Guedelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education*. Pridobljeno s http://www.siam.org/Portals/0/Publications/Reports/gaimme-full_color_for_online_viewing.pdf?ver=2018-03-19-115454-057.
4. Haramija, D., (ur.) (2020). *Gradniki bralne pismenosti*. [Elektronski vir]. Maribor: Univerzitetna založba Univerze. Pridobljeno s https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/515.
5. *Kratka navodila za iskanje podatkov v arhivu meteoroloških podatkov*. Pridobljeno s http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/meteorologija/dostopi_do_po_in.html.
6. Meteo.si. (b. d.). *Uradna vremenska napoved za Slovenijo*. Pridobljeno s http://meteo.arso.gov.si/met/sl/app/webmet/#webmet==8Sdwx2bhR2cv0WZ0V2bvEGcw9ydlJWblR3LwVnaz9SYtVmYh9iclFGbt9SaulGdugXbsx3cs9mdl5WahxXYyNGapZXZ8tHZv1WYp5mOnMHbvZXZulWYnwCchJXYtVGdlJnOn0UQQdSf.
7. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Klavs, A. idr. (2022). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* [Elektronski vir]. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf.
8. Šterman Ivančič, K. (2013). *Izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2012 s primeri nalog*: strokovna monografija. [Elektronski vir]. Ljubljana: Pedagoški inštitut. Pridobljeno s https://www.pei.si/ISBN/978-961-270-199-4/mobile/index.html#p=6.
9. Žakelj, A. idr. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN_matematika.pdf.
10. Legiša P. (2005). *Matematika 3. Merjenje v geometriji, kotne funkcije, trigonometrija*. Ljubljana: DZS.

Izdelava darilne škatlice za čokoladne bonbone

mag. Mateja Sirnik, Zavod RS za šolstvo

Dejavnost je glede na učni načrt za matematiko v osnovni šoli umeščena v tematski sklop Liki in telesa ter Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami. Izvedemo jo lahko v 6. razredu po obravnavi geometrijskih pojmov kocka in kvader ali v 9. razredu pri geometrijskih telesih. V 9. razredu jo lahko izvedemo pred obravnavo geometrijskih teles kot ponovitev o kocki in kvadru ali po obravnavi vseh geometrijskih teles, ko vključimo poznavanje in razumevanje različnih geometrijskih teles v izdelavo najrazličnejših darilnih škatlic.

Po učnem načrtu za matematiko v osnovni šoli učenci modelirajo fizične objekte z geometrijskimi modeli. Primer lahko uporabimo tudi na srednješolski ravni izobraževanja. Pri izvajanju dejavnosti lahko učenci/dijaki ob izdelavi geometrijskih modelov reflektirajo svoje geometrijsko znanje, razvijajo analitično mišljenje, ustvarjalnost ter se učijo preprostih argumentacij.

Pri izvajanju dejavnosti je poudarek na izdelavi lastnega matematičnega modela, zato prednostno med gradniki matematične pismenosti razvijamo:

2.2 obravnava situacije z matematičnim modeliranjem

2.2.2 oblikuje matematične modele za dano situacijo

2.2.4 vrednoti matematične modele

Pri izvajanju dejavnosti učenci/dijaki uresničujejo naslednje cilje pouka matematike (vsebinske, *procesne*):

- opredelijo matematični problem v dani realni situaciji
- poiščejo potrebne podatke, prestavijo in razložijo problem
- modelirajo fizične modele z geometrijskimi modeli
- s svojimi besedami opišejo model
- *predstavijo način reševanja*
- *sodelujejo v skupini*

Za izvedbo pripravimo liste formata A4 za izdelavo škatlic, škarje, ravnila, geotrikotnik, žepno računalo. Pripravimo plakate ali grafitno folijo za pripravo predstavitev.

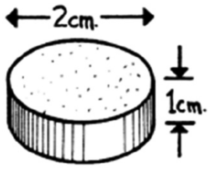
Učencem lahko pripravimo modele čokoladnih bombonov ali jih prej naredimo pri gospodinjstvu.

Potek dejavnosti

Aktivnost učencev *(z navedbo prilog P1 …)*	**Podgradnik NP/MP/FP** *(št.)* *(KM, RAP, ONM)*	**Vloga učitelja**	**Pričakovani rezultati/dokazila** *(kako bodo učenci izkazali, da so dosegli napredek/cilje)*
Učenci individualno preberejo nalogo na učnem listu P1. **Pogovor o temi – izdelava darilne škatlice** Učenci sodelujejo v pogovoru in odgovarjajo na vprašanja o izdelavi darilne škatle: • Kaj že znamo/vemo? • Katero matematično znanje bomo potrebovali? • Ali lahko izdelamo različne škatle? • Kaj so potrebni podatki za izdelavo škatlice? …	MP1.1 a MP1.3 b MP2.2.1 c	Vodi pogovor o temi.	Sodelovanje pri pogovoru (povedo, kar že vedo.)
Individualno: izdelava škatlice Vsak učenec si izbere svojo postavitev bombonov in jo nariše na učni list (uporablja izdelane bombone ali pa npr. lesene modelčke). Za narisano postavitev izdeluje svojo darilno škatlico. Svoj model škatlice opiše.	MP 2.2.2 c 2.2.2 d 2.2.3 a	Učitelj usmerja učence, po potrebi pomaga posameznikom. Med dejavnostjo oblikuje seznam skupin.	Narisana postavitev, izdelana škatlica, zapisana predstavitev škatlice.
V skupinah: • drug drugemu **predstavijo** izdelane škatlice, • **izberejo najustreznejšo** škatlico (model) in **utemeljijo** izbiro (navedejo kriterije za izbiro; lahko izdelajo nov primernejši model) • **pripravijo predstavitev** za oblikovalsko podjetje	MP 2.2.3 a 2.2.4 d MP1.3 a	Razdeli učence v skupine. Učitelj usmerja učence, po potrebi pomaga posameznim skupinam.	Predstavitve znotraj posameznih skupin, izbran najustreznejši model z ustrezno utemeljitvijo, narejena predstavitev.
Predstavitev skupin Vsaka skupina predstavi svoj izdelek z utemeljitvijo, zakaj naj izberejo njihovo embalažo.	MP 1.3 a 1.3 b	Moderira predstavitve.	Zapisani odgovori na vprašanja refleksije.
Refleksija Odgovorijo na vprašanja na učnem listu P1: • Kakšna se vam je zdela naloga? • Kaj vam je dobro šlo pri reševanju naloge? • Kaj vam je bilo pri reševanju naloge najtežje? • Si še želite reševati take nalog?	MP1.3 c		Zapisani odgovori na vprašanja refleksije.

Izdelava darilne škatlice za čokoladne bombone

Oblikovalsko podjetje te je zaprosilo za oblikovanje darilne škatle, v kateri bo 18 čokoladnih bombonov. Vsak čokoladni bombon je premera 2 cm in debeline 1 cm.



Škatla mora biti narejena iz enega lista (kartona ali drugega materiala) velikosti formata A4 in s čim manj rezanja.

1. Nariši postavitev čokoladnih bombonov v darilni embalaži. Za izbrano postavitev izdelaj svojo škatlo.

2. V skupini si predstavite škatle. Primerjajte vaše modele škatel. Odločite se, kateri je najustreznejši, ter utemeljite, zakaj. (Lahko tudi izdelate nov ustreznejši model darilne škatle.)

3. Pripravite poročilo (npr. na plakatu), v katerem bodo predstavljeni vaši izdelani modeli škatel in vaša izbira najprimernejše darilne škatle z utemeljitvijo.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Vprašanja za refleksijo

- Kakšna se vam je zdela naloga?

- Kaj vam je dobro šlo pri reševanju naloge?

- Kaj vam je bilo pri reševanju naloge najtežje?

- Si še želite reševati take naloge?

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Predstavljen primer je izvedlo več učiteljev in zapisalo povratno informacijo.

Evalvacija, refleksija učiteljice

Zanimiv, drugačen pristop do zastavljenih ciljev. Pred obravnavo geometrijskih teles v 9. r. sem učencem zastavila to predstavljeno nalogo. Dodala sem še čokoladico (kvader), da so se lahko tudi učenci z nižjimi sposobnostmi lotili naloge. Naloge iz vsakdanjega življenja so dober pokazatelj razumevanja ter sinteze znanj, ki bi/so jih učenci usvojili, pridobili pri pouku. Primer je zelo uporaben, saj ga lahko uporabimo v različnih fazah učnega procesa (iskanje predznanja, motivacijska – problemska naloga, za utrjevanje snovi …).

Izražena je medpredmetna povezanost (GOS, TIT, MAT, LVZ …), kar je v redu, da učenci znajo pridobljena znanja prepletati med seboj v neki končen »uporaben« izdelek.

Nalogo so v času pouka na daljavo učenci reševali samostojno.

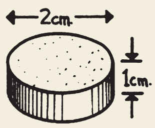
Učiteljica Stanislava Letonja iz OŠ Dušana Flisa Hoče

Dopolnjena naloga s čokolado v obliki kvadra

P1 – Izdelava darilne škatlice za čokoladice/bonbone

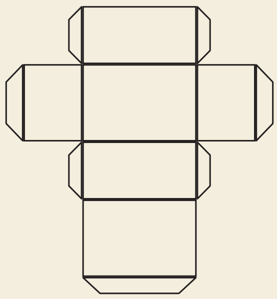
Oblikovalsko podjetje te je zaprosilo za oblikovanje darilne škatle.

- Darilna škatla 1 za 8 čokoladic. Vsaka čokoladica je dolga 7,5 cm, široka 1,5 cm in visoka 0,8 cm.
- Darilna škatla 2 za 18 bonbonov. Vsaka čokoladni bonbon je premera 2 cm in debeline 1 cm.



Škatla mora biti narejena iz enega lista (kartona ali drugega materiala) velikosti A4 formata in s čim manj rezanja.

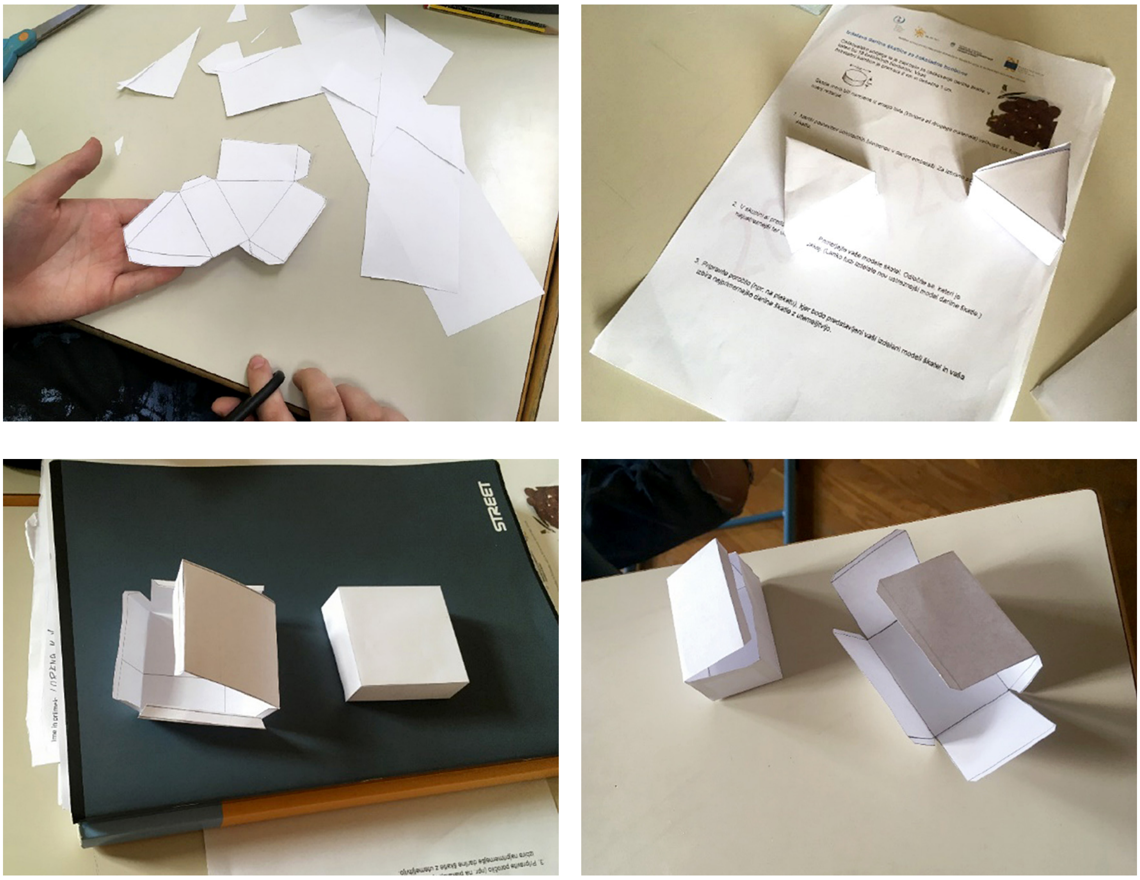
Primer škatle:



Evalvacija, refleksija učitelja

Uro sem izvedel v 6. in v 9. razredu. Seveda so imeli učenci v 9. razredu manj težav, saj so starejši in imajo več znanja. Učenci so bili razdeljeni v tri skupine. V 6. razredu sem učencem moral z mrežo pomagati. Skupaj smo razmislili, kakšne mreže bi lahko naredili, in potem je vsaka skupina naredila različne mreže. V 9. razredu smo se prav tako skupinsko pogovorili, kakšne mreže bi lahko naredili, a je bilo več akcije s strani učencev. Na koncu je sledila predstavitev vsake skupine in pogovor. Menim, da je za učence to delo bilo zelo zahtevno. V 9. razredu pa mislim, da bi lahko učenci to rešili samostojno. Želel sem opraviti delo v eni uri, saj mi je primanjkovalo časa za druge snovi, saj je bilo zahtevno leto. Je pa zanimiva ura, saj se učenci s takšnim delom samostojno učijo in razmišljajo.

Učitelj Sergej Tratnik iz OŠ Bojana Ilicha Maribor



Slika 119: Izdelki učencev

Viri in literatura

1. Učni načrt. (2011). *Program osnovna šola. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN_matematika.pdf.
2. Žakelj, A. idr. (2008). *Učni načrt. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/ss/programi/2008/Gimnazije/UN_MATEMATIKA_gimn.pdf.
3. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Vreš, S., Kretič Mamič, V., Ternar, V., Angelov Troha, K., Zadel, V., Lipovec, A., Žakelj, A., Klemenčič, E., Fras Bero, F. idr. (2019). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki*. https://www.zrss.si/wp-content/uploads/2021/05/Matematicna_pismenost.pdf.
4. Tackling unstructed problems, https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/10/primas_pd_2_guide.pdf.
5. Vir fotografije: https://kascha.rs/zdrave-cokoladne-praline/.

Uporaba linearnega modela za gorenje sveče

mag. Simona Pustavrh, Šolski center Novo mesto, Srednja elektro šola in tehniška gimnazija

Učni načrt matematike za gimnazijske programe vsebuje med drugim tudi sklop Linearna funkcija, za katerega je priporočeno, da se obravnava v 1. letniku. Ena izmed vsebin pri obravnavi linearne funkcije je modeliranje, pri kateri naj dijaki spoznajo in obravnavajo preproste probleme iz vsakdanjega življenja, ki jih lahko modeliramo z linearno funkcijo.

Vodena dejavnost je bila izvedena, ko so dijaki že obvladali linearno funkcijo. Dijaki so sledili navodilom na pripravljenem učnem listu (priloga P1). Ker je modeliranje za dijake v 1. letniku novost, sem dejavnosti izkoristila kot uvodno dejavnost v modeliranje. Pri izvedbi dejavnosti so dijaki uporabljali aplikacijo GeoGebra na telefonih. Ker je tudi GeoGebra za nekatere dijake novost, sem na učnem listu pripravila povezavo na izdelan aplet za nalogo, ki sem jo objavila na GeoGebraTube. Dejavnosti sem namenila 30 minut.

Z dejavnostjo smo realizirali več ciljev iz učnega načrta. Najpomembnejši cilj je bil, da dijaki modelirajo preproste probleme iz vsakdanjega življenja z linearno funkcijo. Ob tem smo ponovili risanje premic, smerni koeficient, začetno vrednost in ničlo linearne funkcije. Dijaki so spoznali praktični pomen omenjenih pojmov, poudarili pa smo tudi razliko med funkcijskim in realnim definicijskim območjem in zalogo vrednosti za obravnavani primer.

Izvedena dejavnost *Dijaki uporabljajo linearni model za gorenje sveče* je povzeta po primeru iz Gorenje sveče v Posodobitev pouka v gimnazijski praksi. Pri dejavnosti je bil poudarek na uporabi že izdelanih matematičnih modelov, kar med gradniki matematične pismenosti najdemo pod:

2.2 obravnava situacije z matematičnim modeliranjem

2.2.3 uporablja matematične modele

2.2.4 vrednoti matematične modele

Pri izvedbi dejavnosti dijaki uresničujejo naslednje vsebinske cilje:

- predstavijo podatke v pravokotnem koordinatnem sistemu na učnem listu in v GeoGebri,
- primerjajo različne linearne modele in izberejo najustreznejši model,
- uporabljajo koeficiente linearne funkcije,
- uporabljajo linearni model za izračun ali napovedovanje vrednosti.

Poleg vsebinskih ciljev razvijamo tudi pomembne *procesne* cilje. Dijaki:

- *spretno uporabljajo informacijsko komunikacijsko tehnologijo z uporabo GeoGebre,*
- *utemeljujejo ugotovitve pri posameznih podvprašanjih,*
- *ustno in pisno se izražajo pri zapisovanju in utemeljevanju svojih ugotovitev,*
- *kritično razmišljajo pri odločanju o ustreznosti modelov in dejavnikih, ki vplivajo na hitrost gorenje sveče,*
- *razvijajo veščine sodelovalnega dela v dvojicah.*

Potek dejavnosti

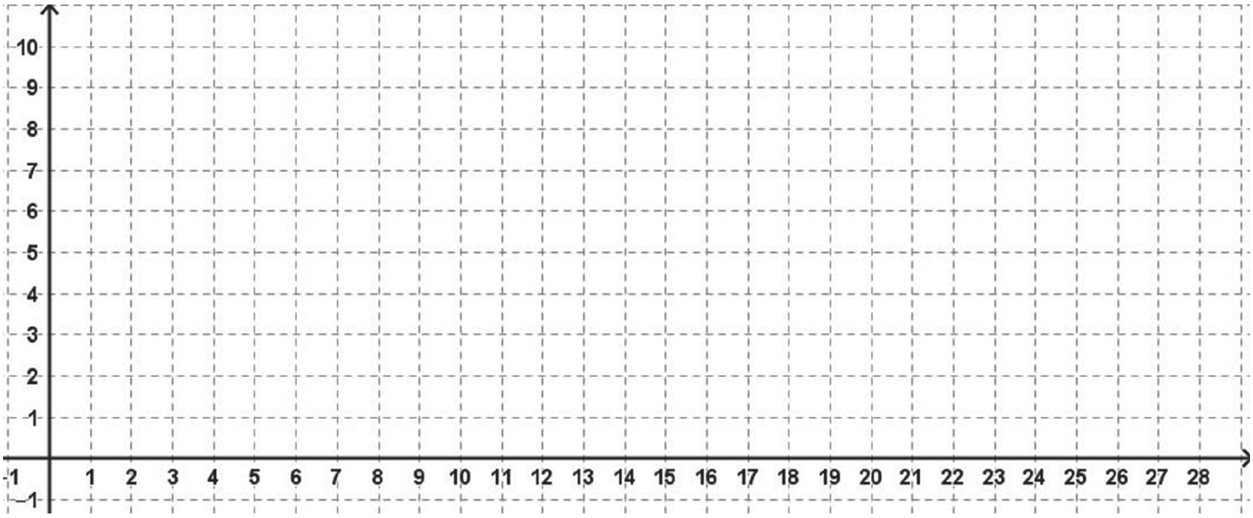
Aktivnost učencev *(z navedbo prilog P1 …)*	**Podgradnik MP** *(št.)*	**Vloga učitelja**	**Pričakovani rezultati/dokazila** *(kako bodo učenci izkazali, da so dosegli napredek/cilje)*
Dijaki se razdelijo v pare.		Dijakom poda navodila za delo.	Dijaki razdeljeni v pare.
Dijaki v dvojicah preberejo navodila in rešijo prvo nalogo, pri kateri predstavijo dane podatke iz preglednice (čas gorenja, višina sveče) v pravokotnem koordinatnem sistemu na učnem listu.	2.2.3 c	Učitelj spremlja delo dijakov in jim po potrebi pomaga pri risanju točk.	V pravokotnem koordinatnem sistemu na učnem listu narisana množica točk. Pravilno poimenovane osi.
Dijaki nadaljujejo z delom v dvojicah in podatke o gorenju sveče predstavijo v GeoGebri. Pri delu uporabljajo tehnologijo (tablični računalnik ali telefon).	2.2.3 d 2.2.3 e	Učitelj spremlja delo dijakov in jim po potrebi pomaga pri uporabi GeoGebre.	V GeoGebri narisana množica točk.
Pri tretji nalogi dijaki v parih navedene linearne modele narišejo v GeoGebri in izberejo tistega, ki se podatkom po njihovem mnenju najboljše prilega.	2.2.3 d 2.2.3 e 2.2.4 a 2.2.4 d	Učitelj spremlja delo dijakov. S podvprašanji ugotovi, ali so dijaki razumeli nalogo.	V GeoGebri narisane vse štiri dane premice in na učnem listu obkrožena tista, ki se podatkom najboljše prilega. Za vsak model zapisana utemeljitev, zakaj je/ni model ustrezen.
Dijaki v parih pri nalogi 4 iz izbranega modela razberejo, koliko je sveča visoka na začetku in koliko cm sveče zgori vsako minuto.	2.2.3 f	Učitelj spremlja delo dijakov in jim po potrebi z podvprašanji priskoči na pomoč.	Izpisana začetna vrednost in smerni koeficient premice.
V nalogah 5–7 dijaki v parih uporabijo izbrani model za napovedovanje vrednosti višine sveče v določenem trenutku ter napovedovanje časa, kdaj bo sveča zgorela, in časa, kdaj bi zgorela 10 cm visoka sveča.	2.2.3 d	Učitelj spremlja delo dijakov in preverja pravilnost izračunov.	Pri vsaki nalogi na učnem listu zapisan račun in odgovor.
Pri zadnji nalogi dijaki v parih razmišljajo, od česa je odvisno gorenje sveče.	2.2.4 a	Učitelj spodbudi razmišljanje dijakov. Dijake, ki nimajo idej, napoti na splet.	Zapisane ugotovitve na učnem listu.
Dijaki odgovarjajo na vprašanja.	1.1 c	Učitelj z dijaki ustno izvede evalvacijo ure.	Odgovori dijakov na učiteljeva vprašanja.

Modeliranje s funkcijami – Gorenje sveče

Matej je raziskoval hitrost gorenja sveče. Vsaki dve minuti je zapisal njeno višino.

Čas (min)	Višina sveče (cm)
0	7,5
2	7,2
4	6,6
6	6,1
8	6,0
10	5,6
12	5,0

1. Podatke predstavi v koordinatnem sistemu. Poimenuj koordinatni osi.



2. Podatke predstavi tudi v Geogebri (uporabiš lahko aplikacijo za telefon ali aplikacijo na povezavi http://url.sio.si/Dxx).

3. Kateri linearni model se podatkom najboljše prilega? (Pomoč: Nariši vse štiri modele v Geogebro.)

a) $y = 0{,}2x + 7{,}5$

b) $y = -0{,}3x + 7{,}5$

c) $y = -0{,}2x + 7{,}5$

č) $y = -0{,}15\,x + 7{,}5$

Za vsak model utemelji, zakaj je ustrezen oziroma zakaj ne.

a) ______________________________

b) ______________________________

c) ______________________________

č) ______________________________

Model, ki se podatkom najbolje prilega, nariši tudi v zgornji koordinatni sistem.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

4. Izpolni prazni polji glede na izbrani model.

Sveča je na začetku visoka ________ cm.

Vsako minuto zgori ________ cm sveče.

5. a) Izračunaj, kdaj bo sveča po izbranem modelu visoka 2 cm.

Račun:

Odgovor: ________________________________

b) Rešitev poišči tudi grafično v Geogebri.

6. a) Kdaj bo sveča po izbranem modelu zgorela?

Račun:

Odgovor: ________________________________

b) Rešitev poišči tudi grafično v Geogebri.

7. a) V kolikšnem času bo zgorela 10 cm visoka sveča iz enakega materiala in enake debeline?

Račun:

Odgovor: ________________________________

b) Rešitev poišči tudi grafično v Geogebri.

8. Razišči in zapiši, od česa je odvisno gorenje sveče.

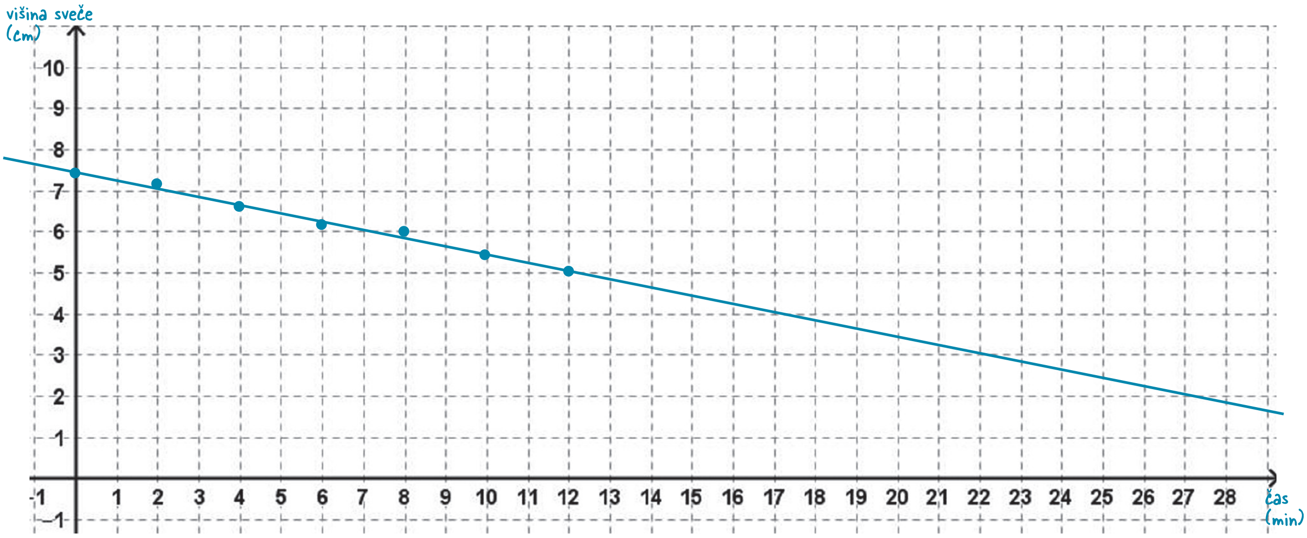
Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Modeliranje s funkcijami – Gorenje sveče

Matej je raziskoval hitrost gorenja sveče. Vsaki dve minuti je zapisal njeno višino.

Čas (min)	Višina sveče (cm)
0	7,5
2	7,2
4	6,6
6	6,1
8	6,0
10	5,6
12	5,0

1. Podatke predstavi v koordinatnem sistemu. Poimenuj koordinatni osi.



2. Podatke predstavi tudi v Geogebri (uporabiš lahko aplikacijo za telefon ali aplikacijo na povezavi http://url.sio.si/Dxx).

3. Kateri linearni model se podatkom najboljše prilega? (Pomoč: Nariši vse štiri modele v Geogebro.)

   a) $y = 0{,}2x + 7{,}5$ c) $y = -0{,}2x + 7{,}5$

   b) $y = -0{,}3x + 7{,}5$ č) $y = -0{,}15\,x + 7{,}5$

   Za vsak model utemelji, zakaj je ustrezen oziroma zakaj ne.

   a) Ne, ker narašča.

   b) Ne, ker je gre skozi nobeno točko.

   c) Da, ker gre skozi večino točk.

   č) Ne, ker ne gre skozi večino točk.

Model, ki se podatkom najbolje prilega, nariši tudi v zgornji koordinatni sistem.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

4. Izpolni prazni polji glede na izbrani model.

Sveča je na začetku visoka 7,5 cm.

Vsako minuto zgori 0,2 cm sveče.

5. a) Izračunaj, kdaj bo sveča po izbranem modelu visoka 2 cm.

Račun:

$$\begin{aligned} 2 &= -0{,}2x + 7{,}5 \\ 0{,}2x &= 7{,}5 - 2 \\ 0{,}2x &= 5{,}5 \,/ : 0{,}2 \\ x &= 27{,}5 \end{aligned}$$

Odgovor: Sveča bo visoka 2 cm po 27,5 min.

b) Rešitev poišči tudi grafično v Geogebri.

6. a) Kdaj bo sveča po izbranem modelu zgorela?

Račun:

$$\begin{aligned} 0 &= -0{,}2x + 7{,}5 \\ 0{,}2x &= 7{,}5 \,/ : 0{,}2 \\ x &= 37{,}5 \end{aligned}$$

Odgovor: Sveča bo zgorela po 37,5 min.

b) Rešitev poišči tudi grafično v Geogebri.

7. a) V kolikšnem času bo zgorela 10 cm visoka sveča iz enakega materiala in enake debeline?

Račun:

$$\begin{aligned} y &= -0{,}2x + 10 \\ 0 &= -0{,}2x + 10 \\ 0{,}2x &= 10 \,/ : 0{,}2 \\ x &= 50 \end{aligned}$$

Odgovor: Sveča bo zgorela po 50 min.

b) Rešitev poišči tudi grafično v Geogebri.

8. Razišči in zapiši, od česa je odvisno gorenje sveče.

Gorenje sveče je odvisno od višine in debeline sveče.

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Refleksija učiteljice

Z izvedeno uro sem bila zadovoljna. Ugotovila sem, da je bila snov za dijake zelo preprosta. Hitro so predlagali, kako bi lahko dober model izračunali tudi sami z izborom dveh točk, saj že znajo izračunati enačbo premice čez dve točki. Zanimalo jih je tudi, kako izmed več mogočih linearnih modelov izberemo najustreznejšega oziroma kako GeoGebra določi prilagoditveno funkcijo, zato sem na kratko razložila geometrijsko idejo metode najmanjših kvadratov.

Gorenje sveče je pojav, ki ga dijaki dobro poznajo. Ker je bil primer uvodna dejavnost v modeliranje, so dijaki dobili podatke in modele na učnem listu. Če bi dijaki že obvladali modeliranje, bi lahko dejavnost izvedli tudi praktično tako, da bi tanko svečo, ki hitro gori, prižgali v razredu in merili njeno višino vsaki dve minuti. Dijaki bi podatke prikazali grafično in določili ustrezen linearni model. Model bi lahko poiskali brez uporabe tehnologije tako, da bi sami izračunali koeficiente linearnega modela. S primerjanjem tako dobljenih modelov bi lahko ugotovili, da so dobili nekoliko različne koeficiente in utemeljili, da so koeficienti odvisni od izbranih točk. Če bi imeli na voljo tehnologijo, pa bi modele določili npr. z GeoGebro. Za uspešno izvedbo dejavnosti je priporočljivo, da dijaki poznajo osnovno uporabo GeoGebre (risanje točk, premic). Dejavnost je primerna tudi za 3. vzgojno izobraževalno obdobje.

Refleksijo dijakov sem tokrat izvedla ustno. Učno snov so ocenili kot zelo preprosto, vendar zanimivo. Menili so, da bi lahko uro izvedli že v osnovni šoli. Navdušeni so bili, da so lahko pri pouku uporabljali telefon in GeoGebro. Želijo si še več podobnih ur.

Viri in literatura

1. Bon Klanjšček, M. (2010): *Gorenje sveče v Posodobitev pouka v gimnazijski praksi.* Pridobljeno s https://www.zrss.si/digitalnaknjiznica/Posodobitve%20pouka%20v%20gimnazijski%20praksi%20MATEMATIKA/#/110/, str. 110.
2. Žakelj, A. idr. (2008): *Učni načrt. Matematika.* [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/ss/programi/2008/Gimnazije/UN_MATEMATIKA_gimn.pdf.
3. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Vreš, S., Kretič Mamič, V., Ternar, V., Angelov Troha, K., Zadel, V., Lipovec, A., Žakelj, A., Klemenčič, E., Fras Bero, F. idr. (2019). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki.* https://www.zrss.si/wp-content/uploads/2021/05/Matematicna_pismenost.pdf

Izdelava matematičnega modela za zavorno pot avtomobila

Ana Kretič Mamič, Gimnazija Nova Gorica

Predstavljena dejavnost povezuje znanje linearne in kvadratne funkcije s primerom iz vsakdanjega življenja, pri katerem največkrat niti ne pomislimo, da je v ozadju skrita preprosta matematika. Na ta način dejavnost tudi predstavim dijakom, poskušam v njih prebuditi željo po odkrivanju nečesa novega in jim tudi postavljam izzivalna vprašanja, npr. ali ste že videli, da so policisti po prometni nesreči hodili po cesti z metrom in merili, kaj so merili, čemu … Lahko jim povemo, da so pri testih v avtošoli vprašanja o zavorni poti vozila.

Dejavnost je primerna po obravnavi snovi kvadratne funkcije, lahko jo izvedemo tudi kot medpredmetno povezavo s fiziko, kjer lahko vključimo še druge elemente (suha cesta, mokra cesta, masa vozila, kinetična energija …).

Glavni cilj je uporaba modeliranja pri nalogi iz vsakdanjega življenja, gre za nadgradnjo znanja kvadratne funkcije z uporabo digitalne tehnologije.

Dijaki so morali izdelati matematični model za zavorno pot avtomobila.

Kaj je pot ustavljanja avtomobila?

Reakcijski čas je čas od opaženja ovire do reagiranja. Pri povprečnem vozniku je ta čas ena sekunda. Reakcijska pot je pot, ki jo vozilo prevozi od trenutka, ko voznik zazna oviro pred vozilom, do trenutka, ko začne zavirati, torej pot, ki jo prevozi v reakcijskem času. Če predvidevamo, da vozilo pred nami zavira z enakim pojemkom kot naše vozilo, je minimalna varnostna razdalja enaka reakcijski poti. Približno reakcijsko pot v metrih dobimo, če hitrost v kilometrih na uro množimo z 0,3.

Reakcijski čas in s tem reakcijska pot se podaljša:

- če voznik ne pričakuje ovire,
- če ni pozoren na cesto in okolico,
- če vozi utrujen ali pod vplivom alkohola oziroma drugih psihoaktivnih snovi,
- glede na trenutno razpoloženje in sposobnosti voznika,
- s starostjo voznika.

Zavorna pot je pot, ki jo vozilo prevozi od začetka zaviranja do popolne ustavitve.

Na zavorno pot vplivajo:

- hitrost vožnje vozila (pri večjih hitrostih je daljša),
- vremenske razmere (mokro cestišče, poledica – pot zaviranja se dvakrat oz. trikrat podaljša),
- izrabljene (stare) pnevmatike, ki ne dajejo več dobrega oprijema,
- stanje cestišča (izrabljena površina cestišča),
- kvaliteta in brezhibnost zavornih sistemov v vozilu.

Pot ustavljanja je pot, ki jo sestavljata reakcijska in zavorna pot. Čas ustavljanja je čas, ki ga sestavljata reakcijski čas in čas zaviranja.

Pri izvedbi dejavnosti dijaki uresničujejo naslednje (vsebinske, *procesne*) cilje pouka matematike:

- predstavijo zbrane podatke v preglednici, koordinatnem sistemu,
- uporabljajo linearne modele za reakcijsko pot in kvadratne modele za zavorno pot avtomobila,
- *uporabljajo informacijsko komunikacijsko tehnologijo (splet kot vir podatkov, Excell),*
- *kritično razmišljajo o ustreznosti dobljenih modelov in dejavnikih, ki vplivajo na zavorno pot,*
- *ustno in pisno predstavljajo in utemeljujejo svoje rešitve.*

Dijaki so morali izdelati matematični model za zavorno pot avtomobila, kjer smo izbrali pristop odprtega reševanja avtentičnega problema. Z dijaki smo se pogovorili o problemu, o razumevanju strokovnih izrazov, potem pa so samostojno po skupinah reševali problem.

Dejavnost uvrščamo med naslednje podgradnike matematične pismenosti:

2.2 obravnava situacije z matematičnim modeliranjem

2.2.1 prenese situacijo v matematični kontekst

2.2.2 oblikuje matematične modele za dano situacijo

2.2.4 vrednoti matematične modele

Aktivnost učencev *(z navedbo prilog P1 …)*	**Podgradnik MP** *(št.)*	**Vloga učitelja**	**Pričakovani rezultati/dokazila** *(kako bodo učenci izkazali, da so dosegli napredek/cilje)*
Dijaki se razdelijo v skupine (4 do 5 dijakov v skupini) in razdelijo učne liste.		Dijakom poda navodilo za delo.	Dijaki razdeljeni v skupine, razdeljeni učni listi.
Dijaki preberejo učni list. Sodelujejo v pogovoru, kjer si razložijo strokovne pojme, ki jih situacija vključuje.	MP1.1. a MP1.3 a	Vodi pogovor o temi in vpleta strokovne izraze, ki jih problemska situacija obravnava.	Razumevanje problema in razjasnitev obravnavanih izrazov.
Dijaki **rešujejo odprt avtentičen problem**	MP1.1 d MP2.2.1 MP2.2.2 b, c, d MP2.2.4 a	Učitelj pomaga, usmerja dijake, kadar je to potrebno.	Rešen problem in rešitev prikazana v predstavitvi (npr. plakat).
Dijaki po skupinah predstavijo svoje ugotovitve.	MP2.2.4 d MP2.3 b	Učitelj poskrbi za konstruktivno debato.	Sodelovanje pri predstavitvah.

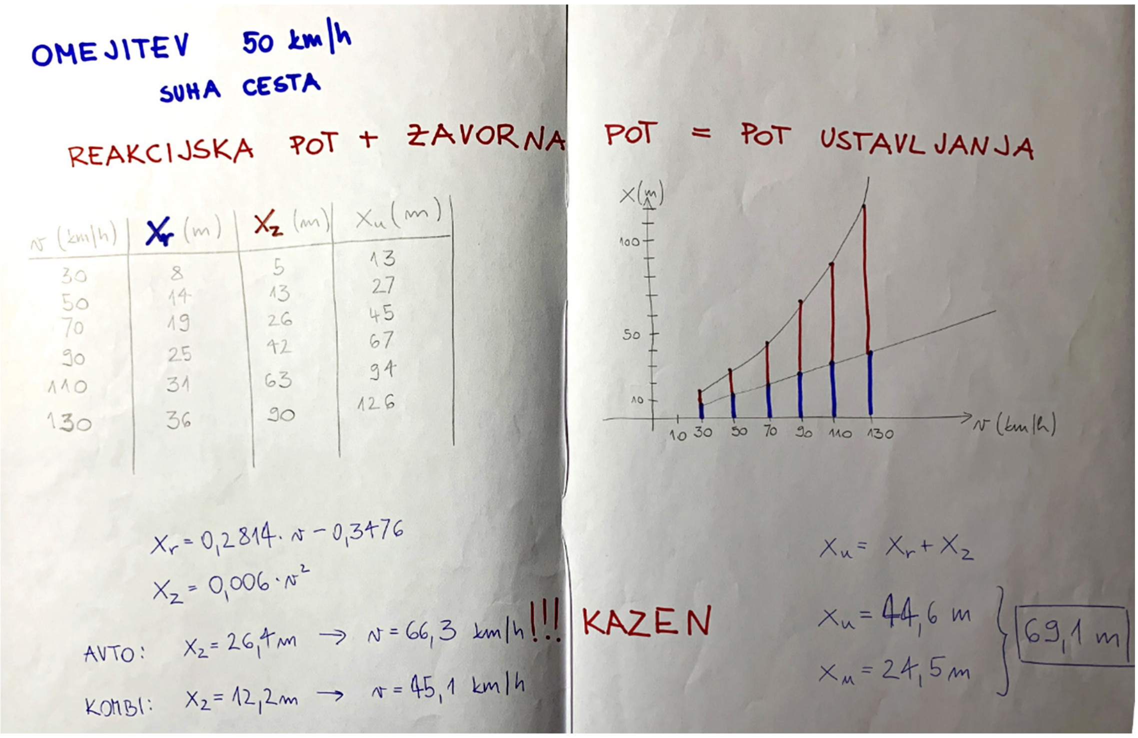
Pot ustavljanja avtomobila

Na cesti med Novo Gorico in Solkanom se je zgodila prometna nesreča, v kateri sta bili udeleženi dve vozili: osebni avtomobil in kombinirano vozilo. Policija je izmerila dolžino črne sledi gum, ki je pri avtomobilu znašala 26,4 m, pri kombiniranem vozilu pa 12,2 m. Ali je kateri izmed voznikov vozil prehitro in bo zato kaznovan? Na kolikšni medsebojni oddaljenosti sta voznika opazila nevarnost in začela zavirati?

Slika 120: Sledi gum pri zaviranju (vir: https://sl.puntomarinero.com/braking-distance-during-emergency-braking/, pridobljeno 1. 10. 2019)

Zavod Republike Slovenije za šolstvo
NA-MA POTI
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

Dokazi, izdelki učencev



Slika 121: Rešitev ene skupine dijakov

Refleksija učiteljice

Dijake sem v skupine razdelila tako, da je bil v vsaki skupini vsaj en dijak z boljšim znanjem matematike. Dobro so se znašli pri iskanju podatkov po spletu, uporaba Excela jim ni delala težav, ker smo pri pouku že večkrat iskali prilagoditveno funkcijo (trendno črto) in oblikovali predvidene grafe funkcij. Pogovor je kasneje stekel tudi v smeri razmer na cesti.

Viri in literatura

1. Žakelj, A. idr. (2008). *Učni načrt. Program Gimnazija. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Pridobljeno s http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/ss/programi/2008/Gimnazije/UN_MATEMATIKA_gimn.pdf.
2. Sirnik, M., Vršič, V., Magajna, Z., Hodnik, T., Stopar, N., Pustavrh, S., Vreš, S., Kretič Mamič, V., Ternar, V., Angelov Troha, K., Zadel, V., Lipovec, A., Žakelj, A., Klemenčič, E., Fras Bero, F. idr. (2019). *Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki*. Pridobljeno s https://www.zrss.si/wp-content/uploads/2021/05/Matematicna_pismenost.pdf.
3. Javna agencija republike Slovenije za varnost prometa. Pridobljeno: https://www.avp-rs.si/preventiva/preventivni-dogodki/naprave/stopko-in-fleksi/.
4. Stopko in fleksi. Pridobljeno: https://www.avp-rs.si/preventiva/preventivni-dogodki/naprave/stopko-in-fleksi/.
5. https://ucilnice.arnes.si/pluginfile.php/238491/mod_resource/content/0/MERJENJA/Varnostna_razdalja.doc.

Komentar na dejavnost

Komentar na dejavnost Izdelava matematičnega modela za zavorno pot avtomobila

Napisal: dr. Nik Stopar, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko

Dejavnost obravnava realen problem s področja prometne varnosti – kako oceniti, kakšna je bila hitrost vozila ob prometni nesreči na podlagi podatkov, ki jih policija lahko zbere po dogodku. Kot taka zelo lepo pokaže smisel in uporabnost matematičnega modeliranja. Matematična analiza dokaj zapletene življenjske situacije pripelje do relativno preprostega funkcijskega modela (kvadratne funkcije) za napovedovanje zavorne poti na podlagi hitrosti vozila in obratno. Matematični model je torej orodje, s katerim lahko napovedujemo dogodke, hkrati pa nam preprosti matematični modeli napovedovanje tudi olajšajo. Tu gre torej za primer funkcijskega modeliranja s kombinacijo teoretičnega in empiričnega pristopa – teorija pove, da bo zavorna pot kvadratna funkcija hitrosti, dijaki pa do optimalne funkcije pridejo s poskušanjem (vizualnim prilagajanjem grafa funkcije izbranim podatkom).

Dejavnost je zanimiva predvsem z dveh stališč – obravnave matematičnega modela in možnosti medpredmetnega povezovanja.

Zastavljena vprašanja pred izvedbo dejavnosti, kaj in zakaj policija po prometni nesreči počne z metrom na cesti, spodbujajo razmišljanje o spremenljivkah modela (podatkih, ki so potrebni za napovedovanje hitrosti). Hkrati pa izbrana situacija ponuja odlično priložnost za obravnavo predpostavk, omejitev in ustreznosti izbranega modela, zato je smiselno, da se po opravljeni nalogi z dijaki pogovorimo tudi o tem. Predpostavka linearnega modela za izračun reakcijske poti pa je prav gotovo to, da voznik v času nesreče ni bil pod vplivom alkohola, saj alkohol spremeni človekovo odzivnost. Ena od predpostavk modela za napovedovanje hitrosti je zagotovo, da je bila cesta ob prometni nesreči suha. Druga nekoliko bolj skrita predpostavka pa je, da je do končnega trka prišlo ob relativno majhni hitrosti vozil. V nasprotnem primeru so namreč sledi gum na cesti bistveno krajše od dejanske zavorne poti, ki bi jo izmerili, če vozili ne bi trčili. Hitrost, ki jo napove model, je torej manjša od dejanske hitrosti vozila, zato lahko model uporabimo le za spodnjo oceno hitrosti vozila ob trku. Ali je torej tak model ustrezen za obravnavano situacijo, npr. za uporabo na sodišču? Da, je. Pravzaprav je idealen, saj deluje v prid »obtoženca«. Če je voznik dovoljeno hitrost le malo prekoračil, ga model ne bo »obtožil«. Zagotovo pa bo model prepoznal voznika, ki je pretiraval s hitrostjo. Dijake lahko pozovemo, da razmislijo, kako bi se oba modela spremenila, če bi spremenili predpostavke.

Zaviranje avtomobila lahko v primeru enakomerne podlage obravnavamo kot pospešeno gibanje s konstantnim negativnim pospeškom, zato lahko preko medpredmetnega povezovanja dejavnost podkrepimo še s teoretično razlago pri pouku fizike. S tem osmislimo tako obravnavo kvadratne funkcije pri matematiki kot tudi obravnavo pospešenega gibanja pri fiziki. Dodatna potrditev, da je kvadratna funkcija, do katere dijaki sami pridejo pri reševanju naloge, res prava rešitev, lahko dijake dodatno motivira za usvajanje sorodnih matematičnih vsebin.