

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU

Avtorica:

Maja Vogrinčič Bizjak

majavb@gmail.com

Šolski center Nova Gorica

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU

Predstavitev:

- Uvod
- Cilji
- Potek pouka
- Zaključek
- Viri



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU

Uvod:

- Ali bi lahko napovedali koliko CO₂ bo leta 2080? To vprašanje smo si zastavili pri uri matematike v programu Strojni tehnik.
- Sodelovalo je 18 dijakov zaključnih letnikov. Razdeljeni so bili v šest skupin. Vsaka skupina je dobila na delovnem listu navodila.
- S programom Excel so poiskali matematični model za povečano vsebnost CO₂ v zraku, da bodo lahko napovedali koncentracijo CO₂ leta 2080.

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

Cilji:

- Dijakom sem želela matematiko prikazati v drugačni luči.
- Ugotovili so, da je uporabna tudi v vsakdanjem življenju.
- Spoznali so uporabo novih funkcij Excela.
- Analizirali so pridobljene podatke in primerjali matematične modele med seboj.

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU

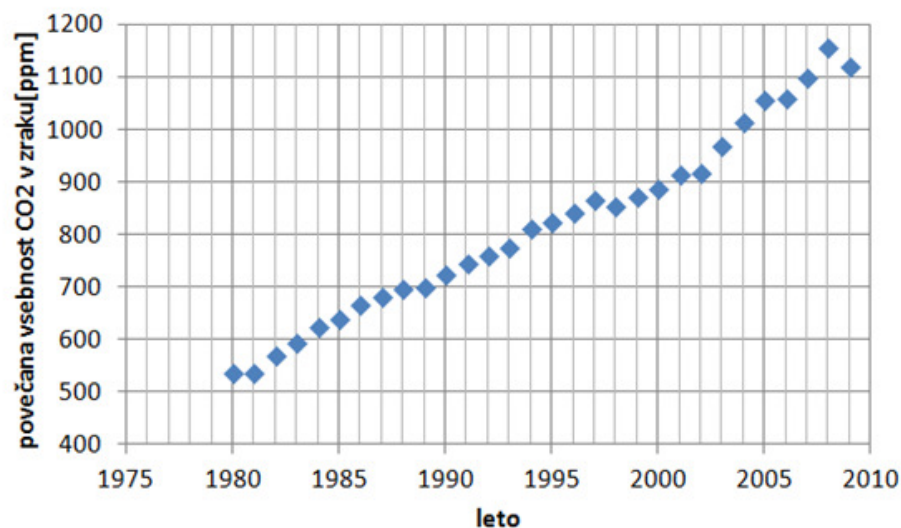
Potek pouka:

- Vsaka skupina je imela nalogo, da s programom Excel izdelala matematični model povečane vsebnosti CO₂ v zraku za različna področja: Evrazijo, Severno Ameriko, Afriko, Evropo, Azijo&Oceanijo ter Južno& Srednjo Ameriko.
- V nadaljnjem bom opisala potek iskanja matematičnega modela za povečano vsebnost CO₂ v Afriki.
- Dijaki so v Excelu naredili tabelo, v katero so vnesli podatke.

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU

Potek pouka:

- V prvem stolpcu so bila vnesena leta kot neodvisna spremenljivka (1980 – 2009), v drugi stolpec pa so vnesli izmerjene koncentracije CO₂ v zraku za vsako leto. Enota za merjenje koncentracije je bila ppm. Nato so dijaki podatke prikazali še grafično.



Slika 2: Grafični prikaz emisij CO₂ v Afriki

EMISIJE CO ₂ V AFRIKI		EMISIJE CO ₂ V AFRIKI	
leto	koncentracija CO ₂ [ppm]	leto	koncentracija CO ₂ [ppm]
1980	537,12	1995	825,73
1981	536,44	1996	843,09
1982	570,34	1997	867,92
1983	595,39	1998	856,28
1984	626,27	1999	872,97
1985	640,93	2000	887,25
1986	666,79	2001	915,72
1987	681,84	2002	918,32
1988	698,09	2003	968,63
1989	701,59	2004	1016,78
1990	725,7	2005	1056,89
1991	747,39	2006	1062,29
1992	760,72	2007	1099,85
1993	775,79	2008	1157,71
1994	812,17	2009	1121,59

Slika 1: Emisije CO₂ v Afriki med letoma 1980 in 2009

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

Potek pouka:

- Dijaki so iskali matematično funkcijo, ki bi se podatkom najboljše prilegala. Ocenili so, da bi bila linearna funkcija najboljši model za podatke. Razložila sem jim, da kadar merimo odvisnost dveh slučajnih spremenljivk, torej kakšen vpliv imata ena na drugo, govorimo o regresiji.
- Prva ocena je bila, da gre za linearno regresijo. Iskali so premico $y = ax + b$. Za koeficient a so ocenili, da bi bil 1, za začetno vrednost pa -1300. Nato so s pomočjo Excela izračunali modelirane vrednosti. Le te so se razlikovale od dejanskih vrednosti, zato so v naslednji stolpec zapisali razliko med dejansko in modelirano vrednost.
- Torej iskali so kolikšna je bila napaka. Ker so imele napake pozitivno ali negativno vrednost, so zapisali še kvadrate teh napak.

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU

Potek pouka:

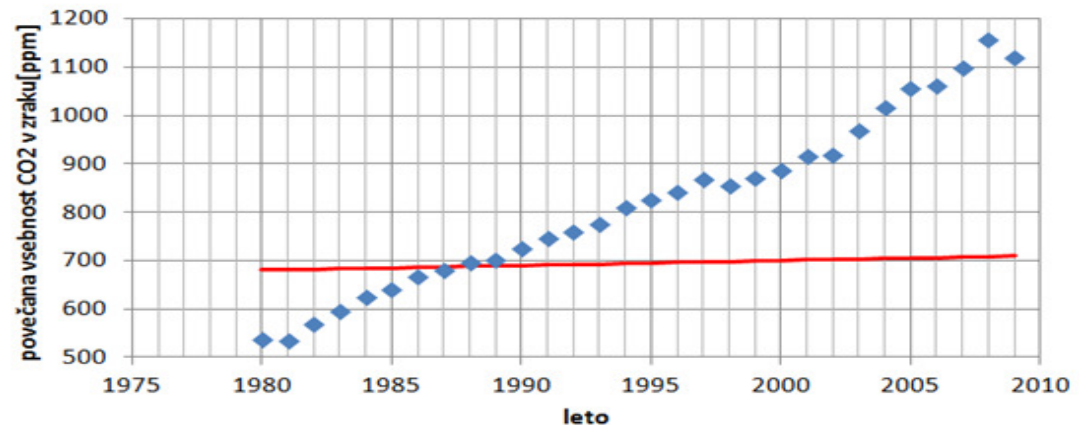
Modelirane
vrednosti in
napake

Grafični prikaz
dejanskih
modeliranih
vrednosti

	A	B	C	D	E
1				premica	
2			ka	1	
3			na	-1300	
4	EMISIJE CO ₂ V AFRIKI				
5	leto	koncentracija CO ₂ [ppm]	modelirana vrednost	napaka	kvadrat napake
6	1980	537,12	680	-142,88	20414,6944
7	1981	536,44	681	-144,56	20897,5936
8	1982	570,34	682	-111,66	12467,9556
9	1983	595,39	683	-87,61	7675,5121
10	1984	626,27	684	-57,73	3332,7529
11	1985	640,93	685	-44,07	1942,1649
12	1986	666,79	686	-19,21	369,0241
13	1987	681,84	687	-5,16	26,6256
14	1988	698,09	688	10,09	101,8081
15	1989	701,59	689	12,59	158,5081
16	1990	725,7	690	35,7	1274,49
17	1991	747,39	691	56,39	3179,8321
18	1992	760,72	692	68,72	4722,4384
19	1993	775,79	693	82,79	6854,1841
20	1994	812,17	694	118,17	13964,1489
21	1995	825,73	695	130,73	17090,3329
22	1996	843,09	696	147,09	21635,4681
23	1997	867,92	697	170,92	29213,6464
24	1998	856,28	698	158,28	25052,5584
25	1999	872,97	699	173,97	30265,5609
26	2000	887,25	700	187,25	35062,5625
27	2001	915,72	701	214,72	46104,6784
28	2002	918,32	702	216,32	46794,3424
29	2003	968,63	703	265,63	70559,2969
30	2004	1016,78	704	312,78	97831,3284
31	2005	1056,89	705	351,89	123826,5721
32	2006	1062,29	706	356,29	126942,5641
33	2007	1099,85	707	392,85	154331,1225
34	2008	1157,71	708	449,71	202239,0841
35	2009	1121,59	709	412,59	170230,5081
36					
37				povpr. Vr.	43152,05

Slika 3: Modelirane vrednosti in napake

Dijaki so primerjali dejanske in modelirane vrednosti še grafično.



Slika 4: Grafični prikaz dejanskih in modeliranih vrednosti

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

Potek pouka:

- Ugotovili so, da so modelirane vrednosti veliko odstopale od dejanskih vrednosti. Torej smerni koeficient premice in začetna vrednost nista bili pravilno ocenjeni. Če bi algebraično izračunali kolikšna sta smerni koeficient in začetna vrednost za naše podatke, bi potrebovali veliko časa.
- Zato pa so dijaki naložili v Excel dodatek Reševalec, ki jim je izračunal kolikšno je minimalno povprečje kvadratov napak. Hkrati je ta dodatek tudi pravilno ocenil kolikšna sta smerni koeficient in začetna vrednost.
- Tu je bila uporabljena metoda najmanjših kvadratov.

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

Potek pouka:

- Enačba premice, ki je najbolj ustrezala našemu modelu je bila naslednja: $y = 20,07 \cdot x - 39215,5$
- Povprečna vrednost kvadratov napak pa je bila 555,21. S tem modelom so lahko izračunali koliko se bo povečala koncentracija CO₂ leta 2080. Izračun je bil 2530,1 ppm.
- Vprašali smo se, ali je to dober model, ali bi lahko podatki prikazovali, da gre za kvadratno regresijo. Zapisali so enačbo za kvadratno funkcijo $y = ax^2 + bx + c$
- Za koeficiente so določili, da so imeli vsi vrednost 1.
- Nato so izračunali kolikšne so bile modelirane vrednosti, razliko med dejanskimi in modeliranimi vrednostmi, kvadrate le-teh razlik ter povprečno vrednost kvadratov napak.
- S pomočjo dodatka Reševalec so izračunali kolikšne so bile pravilne vrednosti koeficientov ter kolikšna je bila povprečna vrednost kvadratov napak. Ponovno so uporabili metodo najmanjših kvadratov.

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

Potek pouka:

- Enačba kvadratne funkcije, ki je najbolj ustrezala našemu modelu je bila naslednja: $y = 0,1826 \cdot x^2 - 708,308 \cdot x + 687136,6$
- Povprečna vrednost kvadratov napak pa je bila 405,9911 . Pri kvadratni regresiji je bila povprečna vrednost kvadratov napak manjša kot pri linearni regresiji. Torej so dijaki sklepali, da je bila kvadratna funkcija boljši model kot pa linearna. Leta 2080 bo povečana vsebnost CO₂ v zraku 3856,53 ppm .
- Pri ugotavljanju boljšega modela so dijaki s pomočjo Excela izračunali tudi koeficient determinacije (R²). Izvedeli so, da so s tem koeficientom ocenjevali, kdaj se je njihov model dobro prilegal podatkom in kdaj ne. Ta koeficient se vedno giblje med 0 in 1.
- Bližje kot je 1, boljši je model, bolj so podatki povezani med seboj. Tudi s tega vidika so dijaki ugotovili, da je bila kvadratna funkcija boljši model kot linearna, saj je bil koeficient pri kvadratni funkciji 0,9868 , pri linearni pa 0,982.

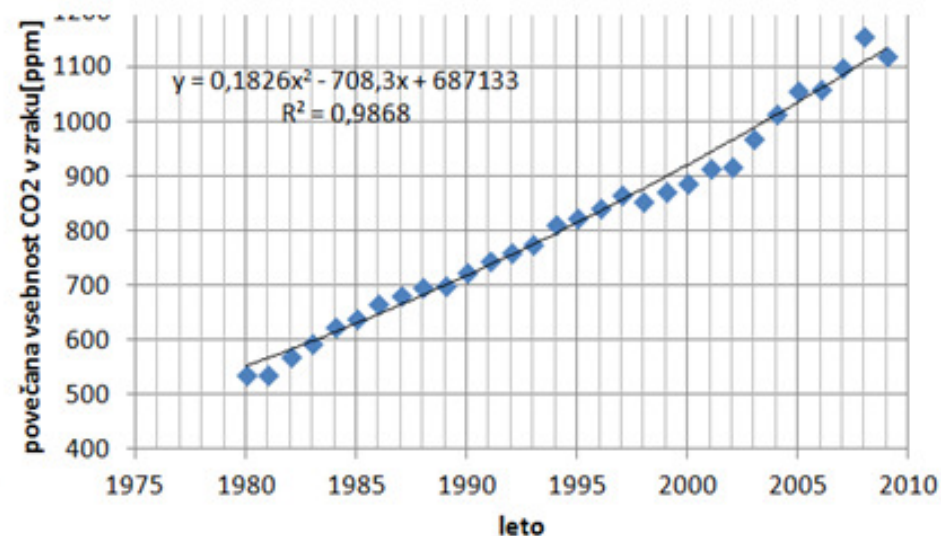
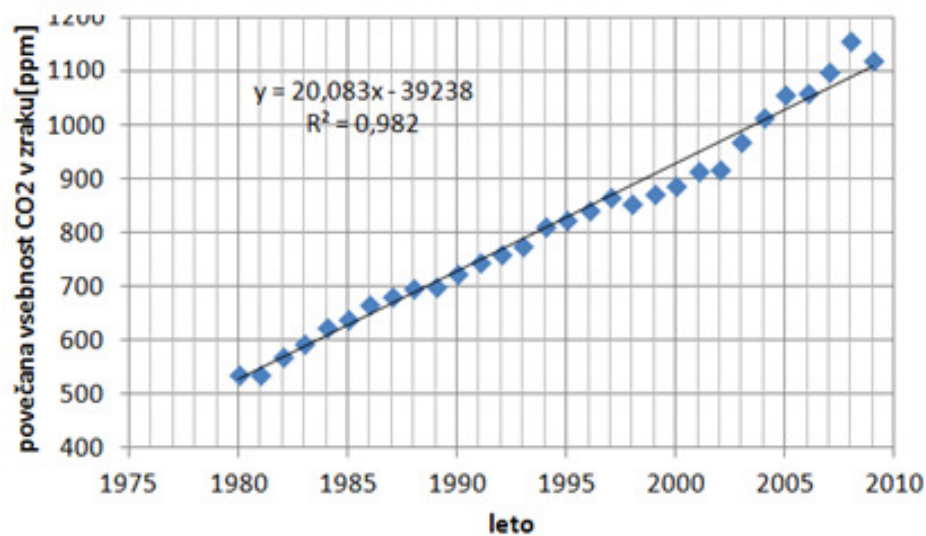
MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

Potek pouka:

- Matematična modela, ki ponazarjata linearno in kvadratno regresijo



Slika 8: Matematična modela, ki ponazarjata linearno in kvadratno regresijo

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU

Zaključek:

- Ostale skupine so ugotovile, da so si rezultati bili med seboj različni, prihajalo je tudi do odstopanj. Ugotovili smo, da se je v razvitih državah vsebnost povečanega CO₂ zmanjšala. V nerazvitih državah pa je situacija obratna. S strmim vzponom industrije se povečujejo tudi izpusti CO₂ v ozračje.
- Dijaki so spoznali nove metode za analiziranje podatkov, kako iz podatkov izdelajo matematični model, s katerim lahko predvidijo izpuste CO₂ v prihodnosti.
- Z nekaterimi primeri so se tudi naučili, da so bili pozorni na rezultate, ki so odstopali. Z upoštevanjem le-teh bi lahko privedli do napačne analize in s tem tudi do nepravilne napovedi.

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI CO₂ V ZRAKU



Viri:

- http://www.stat.si/novica_prikazi.aspx?id=2054
- http://pxweb.stat.si/pxweb/Database/Okolje/27_okolje/04_27210_zrak/

MATEMATIČNI MODEL POVEČANE VSEBNOSTI
CO₂ V ZRAKU



Hvala za pozornost