



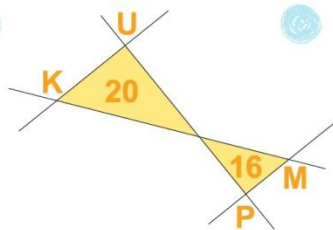
Metakognicija pri preverjanju znanja

Karmen Hebar

Zavod AMS, Škofijska gimnazija AMS

Natalija Zver

Gimnazija Litija



3. mednarodna konferenca
o učenju in poučevanju matematike

KUPM 2016



REPUBLIKA SLOVENIJA
**MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT**



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

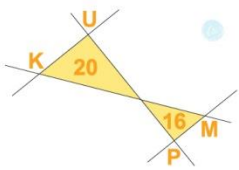
OSNOVNI POJMI (MK)

NAMEN

PREVERJANJE ZNANJA

RAZISKAVA

UPORABNOST?



METAKOGNICIJA

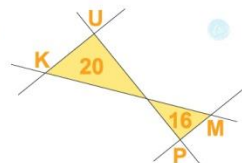
(Flavell, 1976)

MK kognicija

- MK **izkustva** (ocena poznanosti, sorodnosti in težavnosti naloge, ocena uspešnosti reševanja)
- MK **znanje** (o sebi, o nalogah, o strategijah)

MK kontrola

- **načrtovanje** kognitivnih procesov
- **sledenje** kognitivnim procesom
- **samoregulacija** (čustev)



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

NAMEN

- Razočaranje / presenečenje dijaka nad (ne)uspehom
- Dijak, starš, inštruktor – učitelj
- Zmanjševanje razhajanj



METAKOG. OCENA TEŽAVNOSTI

Predvidena težavnost,
sodba o težavnosti naloge

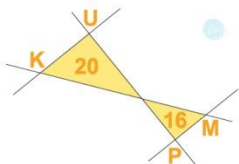
METAKOG. OCENA USPEŠNOSTI

Predvidena uspešnost,
sodba o ustreznosti rešitve

TOČNOST METAKOG. OCENE



Ocene uspešnosti so običajno obratno povezane z ocenami težavnosti: težja kot je naloga za reševalca, manjšo uspešnost si bo pripisal (Bakračevič Vukman, 2000).



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



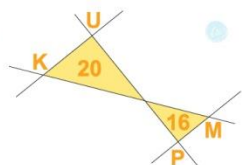
REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

PREVERJANJE ZNANJA

Metakognitivna ocena
uspešnosti in težavnosti



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SKLAD
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

ME TAKOGNICIJA

predstave

strategije

povezovanje

vprašanja

sinteza

pomembnost

vizualiziranje

Ali razumem prebrano?
Kaj naredim, če ne?

Ali je smiselno... ?
Kaj naredim, če ni?



Preverjanje znanja – 1. letnik

1) Racionaliziraj in rezultat skrči:

[4 t]

$$\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{11}}{2\sqrt{3} + \sqrt{11}}$$

Predvidena težavnost: _____

Predvideno št. doseženih točk: _____

2) Reši enačbi:

a) $x^2 = 3x + 4$

[3 t]

Predvidena težavnost: _____

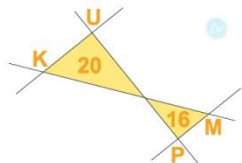
Predvideno št. doseženih točk: _____

b) $\frac{x-3}{x+2} + \frac{x+4}{x-1} = \frac{2x^2}{x^2+x-2}$

[5 t]

Predvidena težavnost: _____

Predvideno št. doseženih točk: _____



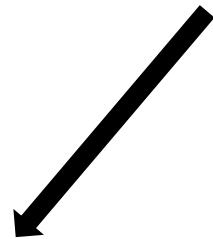
KUPM 2016

Reši enačbo:

$$\frac{x-3}{x+2} + \frac{x+4}{x-1} = \frac{2x^2}{x^2+x-2}$$

[5 t]

Predvidena težavnost: _____

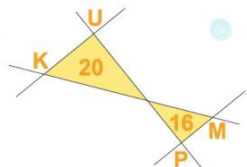


METAKOG. OCENA TEŽAVNOSTI

Predvideno št. doseženih točk: _____



METAKOG. OCENA USPEŠNOSTI



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

2) b)

$$\frac{x-3}{x+2} + \frac{x+4}{x-1} = \frac{2x^2}{x^2+x-2} \quad / \cdot (x+2)(x-1)$$

pogoji za defin.

$$x \neq 1$$

$$x \neq -2$$

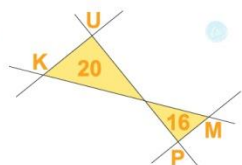
$$(x+2)(x-1)$$

$$(x-3)(x-1) + (x+4)(x+2) = 2x^2 \quad \text{ali razširitev do n.s.i.}$$

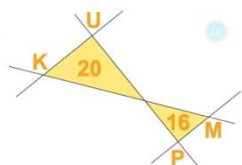
$$2x = -11$$

$$x = -\frac{11}{2} \quad \text{ali} \quad x = -5,5$$

- Seštejte dosežene točke pri posameznih nalogah in izračunajte uspešnost v procentih.
- Kaj pomeni, če je dijakovo predvideno število točk (pri posamezni nalogi) precej nižje od dejansko doseženega?
- Kaj pomeni, če je dijakovo predvideno število točk (pri posamezni nalogi) precej višje od doseženega?

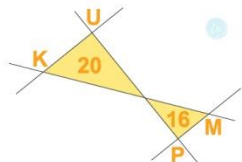


- Poiščite naloge, v katerih se predvideno število točk precej razlikuje od doseženega in se pogovorite o razlogih za to.
- V učbeniku poiščite isti tip naloge, ki je posameznemu dijaku povzročala težave pri preverjanju in naj jih reši za domačo nalogo.
- Dijaki, ki so slabo reševali preverjanje znanja, naj doma naloge še enkrat rešijo.



Raziskava

- **Dejavniki MK**
- **Vzorec** (30 dijakov 1. letnika in 28 dijakov 4. letnika ŠgAMS)
- **Problemi** (enaki, **nerutinski**, zaprti, dobro definirani, bolj kompleksni, več strategij reševanja)
- **Statistični prijemi**
Kolmogorov–Smirnov test (normalnost porazdelitve mat. ocen, ocen težavnosti in uspešnosti), Spearmanov koef. korelacije – med oceno uspešnosti in težavnosti, med učno oceno in dosežkom)
- **Pripomočki** (delovni list, točkovnik, SPSS.20)



KUPM 2016

NALOGE

1. naloga

V zaporedju števil 55, 176 in 539 je vsako naslednje število dobljeno tako, da predhodnega množimo z x in zmnožku prištejemo y .

Kolikšna je vsota x in y , če sta x in y pozitivni celi števili?

Ocena težavnosti naloge: ____
(1 pomeni zelo lahka, 5 pa zelo težka)

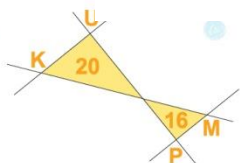
Ocena uspešnosti reševanja: ____
(1 pomeni slab rezultat, 5 pa zelo dobrega)

2. naloga

V ogradi na kmetiji so goske in ovce. Živali imajo skupaj 35 glav in 94 nog. Koliko je gosc in koliko ovc?

3. naloga

Petnajst vrtnarjev mora urediti mestni park. Ugotovili so, da bi to delo opravili v 22 dneh. Po 6 dneh 5 delavcev premestijo na drugo delovno mesto. V kolikšnem času bo park urejen?



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

4. naloga

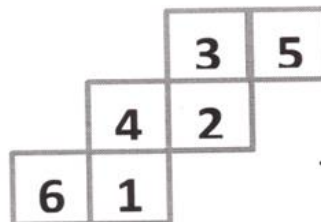
Kocko z robom dolžine 3 z vseh strani preluknjamo tako, da v smeri vseh treh osi iz nje izrežemo kvadre, katerih osnovne ploskve so kvadrati s stranico dolžine 1, kot kaže slika.

Kolikšna je prostornina nastalega telesa?



5. naloga

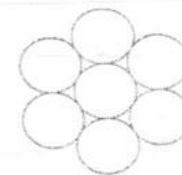
Narisan je plašč kocke, na mejnih ploskvah kocke pa so zapisana števila od 1 do 6. Za vsake tri ploskve, ki se stikajo v oglišču kocke, izračunamo zmnožek števil na teh ploskvah. Kolikšen bo največji zmnožek?



6. naloga

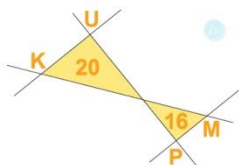
Sedem krogov je postavljenih tako, kot je prikazano na sliki. Okrog njih postavimo plastični obroč v obliki krožnice.

Koliko je dolg obroč, če imajo vsi krogi polmer 2?



HIPOTEZA	USPEŠNOST	TEŽAVNOST
Starejši: bolj točne MK ocene (Schoenfeld in Herrmann, 1982).	Mlajši precenjujejo, starejši podcenjujejo sposobnosti.	Razlika le pri 4. nalogi (mlajši so jo ocenili kot težjo).
Fantje: bolj točne MK ocene (Fitzpatrick, 1994).	Fantje nekoliko bolj točni.	Fantje nekoliko bolj točni.
Višja ocena pri MAT: bolj točne MK ocene (Željko, 2008).	Le pri dijakih prvih letnikov.	Ni stat. pomembnih razlik.

Dijaki z višjo oceno težavnosti podajajo nižje ocene uspešnosti in imajo pri nalogi slabši rezultat (Fitzpatrick, 1994) .



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



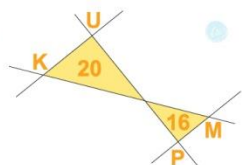
REPUBLIKA SLOVENIJA
 MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
 ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
 EVROPSKI
 SOCIALNI SKLAD
 NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

Točnost MK ocene uspešnosti v odvisnosti od starosti

		1.naloga		2.naloga		3.naloga		4.naloga		5.naloga		6.naloga	
		f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
mlajši	podcenjuje	6	21,4	9	32,1	9	32,1	8	28,6	6	21,4	10	35,7
	točno ocenjuje	12	42,9	7	25,0	4	14,3	6	21,4	7	25,0	4	14,3
	precenjuje	9	32,1	10	35,7	15	53,6	13	46,4	14	50,0	14	50,0
	manjkajoče vrednosti	1	3,6	2	7,1	0	0	1	3,6	1	3,6	0	0
starejši	podcenjuje	4	13,3	12	40,0	13	43,3	14	46,7	13	43,3	12	40,0
	točno ocenjuje	17	56,7	11	36,7	8	26,7	7	23,3	9	30,0	6	20,0
	precenjuje	9	30,0	7	23,3	9	30,0	9	30,0	8	26,7	12	40,0



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



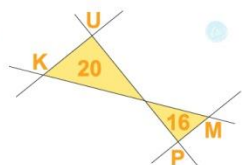
REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

Metakognitivna ocena težavnosti glede na starost (4. naloga)

	1.naloga		2.naloga		3.naloga		4.naloga		5.naloga		6.naloga	
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
mlajši	3,7	0,86	3,6	0,96	3,5	1,14	4,0	1,04	3,4	1,37	3,8	0,82
starejši	3,3	0,99	3,6	1,14	3,8	0,95	3,2	1,04	3,3	0,87	3,7	0,99



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

Povratna informacija in interveniranje

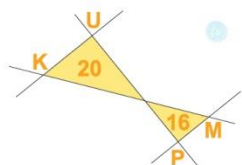
(velika in/ali ponavljajoča se odstopanja)

USPEŠNOST

- Precenjevanje (računske napake, nerazumevanje, neznanje, neustrezne strategije)
- Podcenjevanje – računanje na pamet, nizka samopodoba (ne)znanje, različne strategije (s poskušanjem), niso zapisovali postopkov (negotovost in slabša akademska samopodoba)

TEŽAVNOST

- Ne prepoznavanje pojmov in uporaba napačnih strategij, nezmožnost kategorizacije
- Učitelj informacijo o tem, katere naloge naj več vadi (če se pri večini MK ocene razlikujejo)



KUPM 2016

2) Reši enačbi:

a) $x^2 = 3x + 4$

$$x = \sqrt{3x+4}$$

~~$$x = 2 + \sqrt{3x}$$~~

[3 t]

Predvidena težavnost: 4

Predvideno št. doseženih točk: 0

0/

3) Trikratnik števila x je za pet manjši od dvakratnika števila 559.

Zapiši enačbo in izračunaj število x !

$$3x + 5 = 2 \cdot 559$$

$$3x = 1118 - 5$$

$$3x = 1113$$

$$x = 371$$



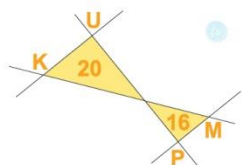
[4 t]

Predvidena težavnost: 4

Predvideno št. doseženih točk: 3

4/

Število x je 371.



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SKLAD
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

1. naloga

V zaporedju števil 55, 176 in 539 je vsako naslednje število dobljeno tako, da predhodnega množimo z x in zmnožku prištejemo y . Kolikšna je vsota x in y , če sta x in y pozitivni celi števili?

Ocena težavnosti naloge: 4
(1 pomeni zelo lahka, 5 pa zelo težka)

$$55 \rightarrow 56$$

$$176 \rightarrow 177$$

$$539 \rightarrow 540$$

$$55 \cdot x + y \quad \checkmark$$

$$176 \cdot x + y$$

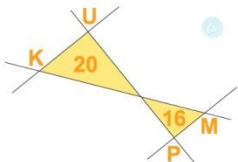
$$539 \cdot x + y \quad \checkmark$$

$$x = 1 \quad \checkmark \checkmark$$

$$y = 1 \quad \checkmark \checkmark$$

ODG: Vsota x in y je 2.

Ocena uspešnosti reševanja: 4 ali 5
(1 pomeni slab rezultat, 5 pa zelo dobrega)



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SKLAD
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

1. naloga

V zaporedju števil 55, 176 in 539 je vsako naslednje število dobljeno tako, da predhodnega množimo z x in zmnožku prištejemo y . Kolikšna je vsota x in y , če sta x in y pozitivni celi števili?

Ocena težavnosti naloge: 3
(1 pomeni zelo lahka, 5 pa zelo težka)

$$176 = 55 \cdot x + y$$

$$55 = \frac{176}{x} - y$$

$$539 = 176 \cdot x + y$$

$x = 3$	✓
$y = 11$	
$x + y = 14$	✓

PREIZKUS

$$176 = 55 \cdot 3 + 11$$

$$55 = \frac{176}{3} - 11$$

$$176 = 176$$

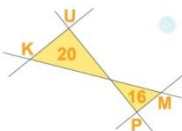
$$55 = 55$$

$$539 = 176 \cdot 3 + 11$$

$$539 = 539$$

S POSKUSANJEM SEM
PRIŠEL DO REZULTATA

Ocena uspešnosti reševanja: 5/2
(1 pomeni slab rezultat, 5 pa zelo dobrega)



KUPM 2016

2. naloga

V ogradi na kmetiji so goske in ovce. Živali imajo skupaj 35 glav in 94 nog. Koliko je gosk in koliko ovc?

$2x$ $4x$
↑ ↑

$$94 = 2 \cdot x + 4 \cdot y$$

$$35 = x + y \quad (1.4)$$

$$94 = 2 \cdot x + 4y$$

$$140 = 4x + 4y$$

$$\cancel{140} - \cancel{140} = -2x$$

$$x = 23$$

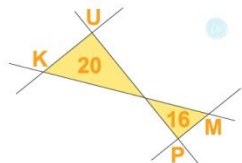
$$35 = 23 + y$$

$$y = \underline{\underline{12}}$$

O: gosk je 23, ovc pa 12.

Ocena težavnosti naloge: 3
(1 pomeni zelo lahka, 5 pa zelo težka)

Ocena uspešnosti reševanja: 4
(1 pomeni slab rezultat, 5 pa zelo dobrega)



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT

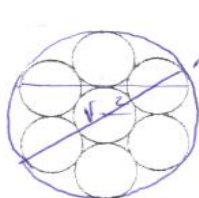


EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

6. naloga

Sedem krogov je postavljenih tako, kot je prikazano na sliki. Okrog njih postavimo plastični obroč v obliki krožnice. Koliko je dolg obroč, če imajo vsi krogi polmer 2?

Ocena težavnosti naloge: 5
(1 pomeni zelo lahka, 5 pa zelo težka)



$$\rightarrow 2r = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = \underline{\underline{12}}$$

$$\boxed{r = 6}$$

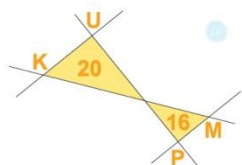
~~$$O = 2\pi r = 2\pi \cdot 12 = 24\pi$$~~

~~$$\underline{\underline{75,4}}$$~~

$$O = 2\pi r = 2\pi \cdot 6 = 12\pi \approx \underline{\underline{37,7}}$$

5/5

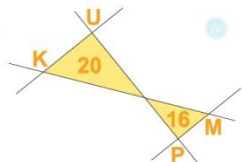
Ocena uspešnosti reševanja: 5
(1 pomeni slab rezultat, 5 pa zelo dobrega)



KUPM 2016

Uporabnost?

- Neposplošljivost rezultatov
- Informacija o MK konkretnih dijakov pri konkretnih matematičnih problemih
- Interveniranje: večja spodbuda starejših in pogostejše urjenje metakognicije pri mlajših
- Zavedanje dejavnikov metakognitivnih sposobnosti
- Identifikacija dijakov z netočnimi ocenami ter individualni pristop
- **Občasno** tovrstno preverjanje in urjenje MK
- **Povratna informacija** - element formativnega spremljanja
- Implicitno/eksplicitno



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



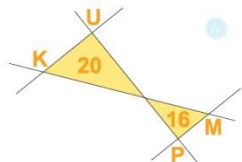
REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

Literatura

- Bakračević Vukman, K. (2000): Razvoj mišljenja v odrasli dobi. Kognitivni, sociokognitivni in metakognitivni aspekti, Pedagoška fakulteta, Maribor.
- Dolinar, G., Felda, D. in Željko, M. (2001). *Evropski matematični kenguru 1996-2001*. Ljubljana: DMFA.
- Flavell, J. H., Miller, P. H. in Miller, S. A. (2002). *Cognitive development*. Fourth edition, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Fitzpatrick, C. (1994): Adolescent mathematical problem solving: the role of metacognition, strategies and beliefs. Annual meeting of American educational research association, Columbia University, New Orleans.
- Kavka, D., Pavlič, G., Rugelj, M. in Šparovec, J. (2001). *Linea. Matematika za 1. letnik gimnazij*. Ljubljana: Modrijan.
- Schoenfeld, A. H. in Herrmann, D. J. (1982). Problem Perception and Knowledge Structure in Expert and Novice Mathematical Problem Solves. *Journal of Experimental Psychology: Learning Memory and Cognition*, 8 (5), 484-494.
- Željko, L. (2008). *Metakognicija in formalnogični procesi pri reševanju matematičnih problemov*. Doktorska disertacija, Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta.



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST