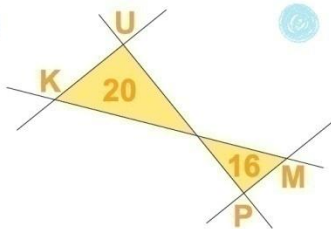


# Matematične aktivnosti u nastavi geometrije kroz obrazovnu vertikalnu

**Doc. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin**

University of Zagreb, Faculty of Teacher Education



3. mednarodna konferenca  
o učenju in poučevanju matematike

**KUPM 2016**

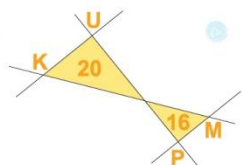
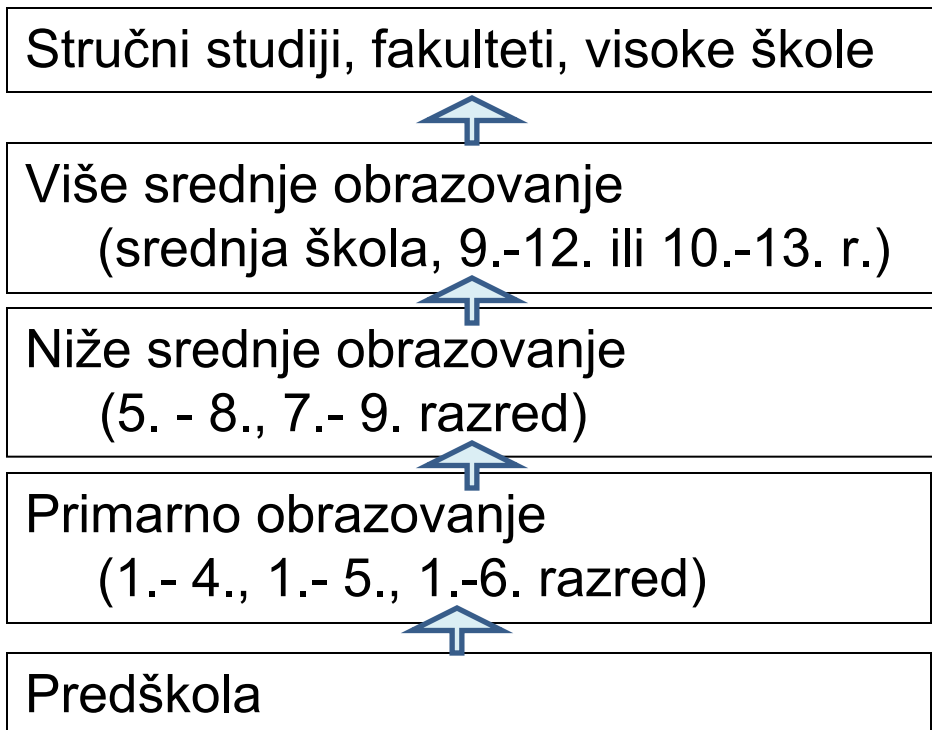


REPUBLIKA SLOVENIJA  
**MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,  
ZNANOST IN ŠPORT**



EVROPSKA UNIJA  
EVROPSKI  
SOCIALNI SKLAD  
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

# Obrazovna vertikala



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo

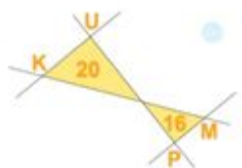
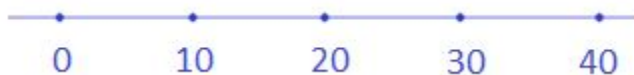
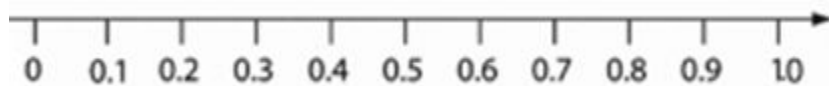
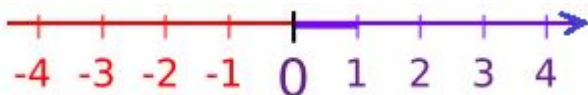
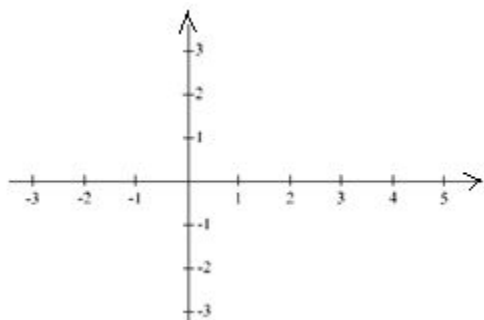


REPUBLIKA SLOVENIJA  
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,  
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA  
EVROPSKI SKLAD  
SOCIALNI SKLAD  
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

# Matematika i obrazovna vertikala

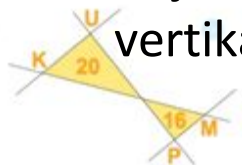


# Geometrija i obrazovna vertikala

- geometrija ima veliku tradiciju u matematičkoj edukaciji (Dadić, 1982)
- i prednost i mana
  - prednost stoga što je postala kulturom nastave matematike (Prediger, 2004)
  - mana - teško se mijenja
- postoji potreba da se u nastavu matematike uključe i „mlađe“ discipline
  
- nastava geometrije - u krizi?
- geometrijski sadržaji se reduciraju

Potrebno je duboko i kritičko promišljanje o smislu i zahtjevima u nastavi geometrije.

Prije svega potrebno je dobro snimiti postojeće stanje na cijeloj vertikali, a posebice na mjestima transfera.



# Meranski nastavni plan iz 1905. godine

Merano (Južni Tirol)

Društvo njemačkih prirodosnanstvenika i liječnika

Meranski nastavni plan (*Meraner Lehrplan*)

Felix Klein- važnost vizualizacije i primjene

- korištenje modela i tehnologije

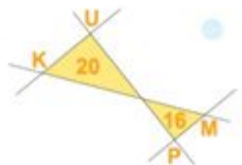
- razvoj funkcijskog razmišljanja

(*Funktionales Denken*)

vizualizacija

pristup funkcijama

genetička nastava



# Meranski nastavni plan iz 1905. godine

Program za geometriju:

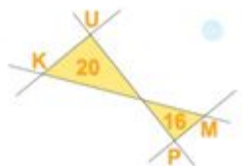
## A. Unterstufe (Niža gimnazija)

**Dinamika likova**; ovisnost dijelova trokuta jednog od drugog; prijelazni slučajevi (pravokutan trokut, jednakokračan trokut, jednakostraničan)

**Promatranje utjecaja** koje vrši promjena veličine pojedinih dijelova lika na cjelokupni karakter lika.

Računanje zakrivljenih omeđenih dijelova ravnine metodom **približavanja**.

Iscrpno promatranje **obostrane ovisnosti** razmjera stranica i vrijednosti kuta kod trokuta, posebno kod pravokutnog. Postavljanje i testiranje tablica za tu ovisnost (kao priprema za trigonometriju), u dodatku praktični zadaci iz tog područja (rad na „mjernom stolu“).



# Meranski nastavni plan iz 1905. godine

Program za geometriju:

## B. Oberstufe (Viša gimnazija)

Ovisnosti između promjene kuta i promjene vrijednosti funkcije; grafički prikaz ovih ovisnosti. Restrikcija na harmonijske odnose i na **osnove novije geometrije** kao završetak planimetrije.

Stereometrija. Najjednostavniji teoremi sferne trigonometrije. **Matematička geografija**, obuhvatno s učenjem projekcija na karti.

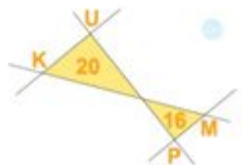
**Učenje o presjecima stošca** kako analitičkim tako i sintetičkim postupcima, s primjenom na elemente astronomije.



# Dva aspekta nastave geometrije

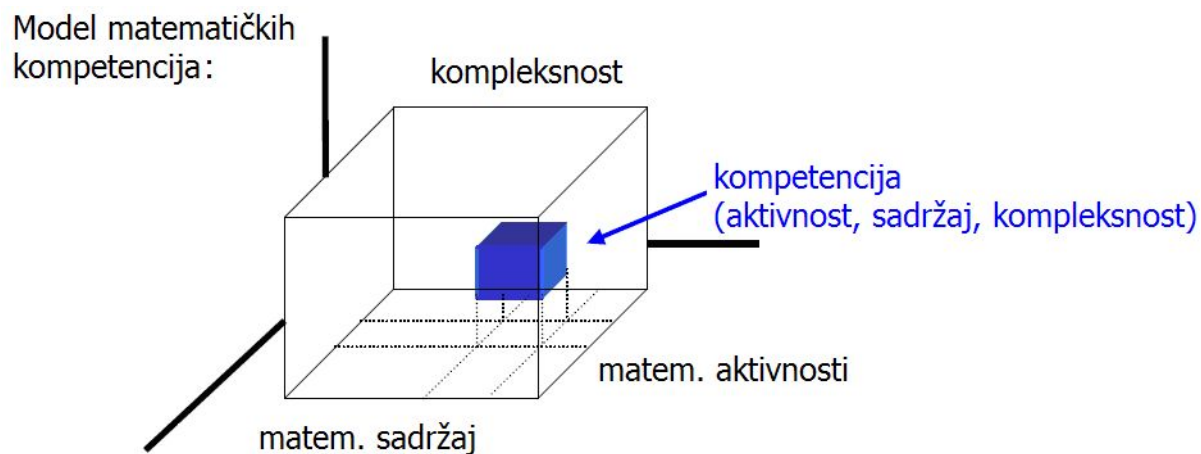
- geometrija koja izvire iz potreba svakodnevnog života (svakodnevna geometrija)
- geometrija koja teži u strogu apstrakciju (geometrija kao dio matematike kao znanstvene discipline)

Oba aspekta trebaju biti prisutna u nastavi geometrije, prožimati se i povezivati se gdje god je to moguće.





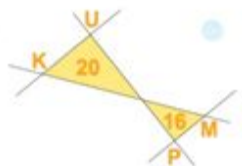
# Matematička kompetencija (IDM, 2007)



Na raznim stupnjevima obrazovanja se uče različiti sadržaji...

Na raznim stupnjevima se stavlja naglasak na različite kompleksnosti...

Ali aktivnosti trebaju biti prisutne na svim stupnjevima!



# Matematičke aktivnosti

Matematička aktivnost se odnosi na vrstu akcije koja se očekuje od učenika kako bi riješio zadani zadatak.

Odgovara na pitanje **što** se treba napraviti u zadatku

## Prikazivanje i modeliranje



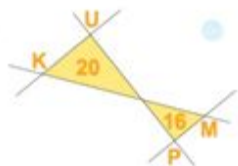
## Računanje i operiranje



## Interpretiranje



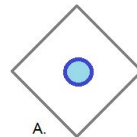
## Argumentacija i dokazivanje



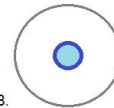
# Prikazivanje i modeliranje

- „prebacivanje“ danih matematičkih podataka u drugi matematički oblik
- crtanja ili skiciranja
- prebacivanja iz jednog prikaza u drugi (tablični, stupčasti, linijski, kružni i sl.)
- modeliranje

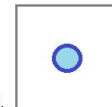
U sredini parka se nalazi fontana. Želimo postaviti ogradu parka na udaljenosti 5 m od fontane tako da ograda na svakom mjestu bude jednako udaljena od fontane. Kako će izgledati park iz zraka?



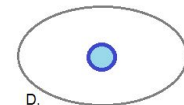
A.



B.



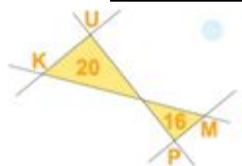
C.



D.

Konstruiraj kvadrat  $ABCD$ . Nađi njegovu osnosimetričnu sliku obzirom na pravac  $DE$ . Točka  $E$  je polovište dužine  $AB$ .

Nacrtaj graf funkcije  $f(x) = x^2 + 5x + 1$ .

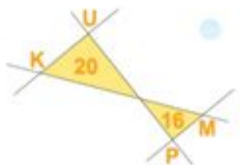


# Računanje i operiranje

- *Računanje*: provođenje elementarnih računskih operacija s konkretnim ili općim brojevima
- *Operiranje*: korektno, smisleno i efikasno provođenje računskih ili konstrukcijskih koraka

Izračunaj opseg i površinu jednakokravnog trokuta s krakom dugim 73 cm i osnovicom 55 cm.

Riješi jednadžbu  $x^2 - 7x + 12 = 0$ .



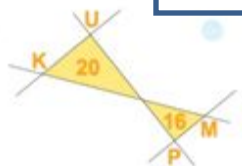
# Interpretiranje

- prepoznavanje odnosa i relevantnih podataka danih u obliku matematičkih prikaza (grafičkih, simboličkih)
- tumačenje u danom kontekstu
- očitavanje podataka s grafičkih ili simboličkih prikaza i njihovo tumačenje u danom kontekstu
- raspoznavanje točnih od netočnih interpretacija

Bačva oblika valjka je visoka 82 cm i ima promjer 82 cm. Bačva je do polovice napunjena vodom.

Što je prikazano izrazom  $\left(\frac{82}{2}\right)^2 \cdot \pi$  ?

- Volumen bačve
- Oplošje bačve
- Volumen vode u bačvi
- Površina plašta bačve
- Površina baze bačve
- Opseg baze bačve



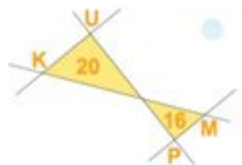
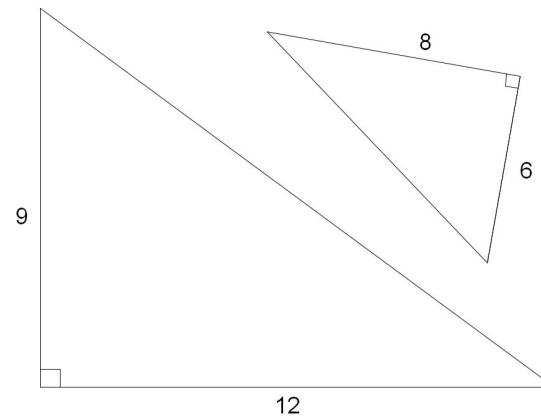
# Argumentiranje i dokazivanje

- *Argumentiranje*: opisivanje matematičkih aspekata koji govore u prilog ili protiv neke određene odluke
- *Dokazivanje*: niz istina koje vode do određenih zaključaka

Dan je sljedeći izraz:  $\frac{5^5}{5^3} = 5^2$

Pokaži da gornja tvrdnja vrijedi!

Objasni zašto su ova dva trokuta slična:



# Istraživanje o matematičkim aktivnostima u geometriji

- Koje matematičke aktivnosti prevladavaju u nastavi geometrije?
- udžbenici najviše koriste kao izvor zadataka za vježbu (Glasnović Gracin, 2011; 2016)
- ispitani svi geometrijski zadaci iz odobrenih udžbenika u Republici Hrvatskoj od 6. do 8. razreda (preko 5800 zadataka)
- preko 80% tržišta



R	Tema	Prikaz.	Račun.	Interpr.	Arg.	K1	K2	K3
6	Trokut	30%	68%	41%	3%	50%	49%	1%
6	Četverokut	22%	75%	32%	3%	65%	35%	0%
7	Mnogokuti	23%	73%	18%	2%	70%	30%	0%
7	Krug	25%	62%	22%	0%	72%	28%	0%
7	Sličnost	33%	50%	50%	15%	45%	55%	0%
8	Pitagorin t.	8%	92%	13%	0%	41%	59%	0%
8	Izometrije r.	69%	7%	49%	0%	46%	54%	0%
8	Pravci u prostoru	41%	21%	62%	0%	89%	20%	0%
8	Geom. tijela	4%	86%	32%	0%	59%	41%	0%



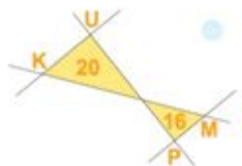
# Rezultati istraživanja - geometrija

- Geometrija se radi kroz uglavnom jednostavne zadatke dominantnog računanja i operiranja
- Računanje: uvrštavanje u formule za opseg, površinu, volumen ili oplošje te za računanje korištenjem Pitagorinog teorema
- Prikazivanje se uglavnom odnosi na crtanje geometrijskih likova koristeći ravnalo i šestar, i to samo u nekim geometrijskim poglavljima poput izometrijskih preslikavanja ravnine u osmom razredu.
- Aktivnosti argumentacije nisu uopće ili gotovo da nisu prisutne u zadacima iz geometrije.



# Rezultati istraživanja - geometrija

- Ne njeguje se konceptualno razumijevanje
- Dominiraju procedure računanja po formuli ili konstrukcije po zadanom nizu koraka
- Geometrija se brzo zamjenjuje s još računanja
- Umjesto savladavanjem geometrijskih koncepata i odnosima u ravnini i prostoru
- Geometrija je samo paravan / kontekst za još aritmetike, još algebre
- Ovakav pogled na geometriju može utjecati na učenikov pojam o tome što geometrija jest, i to baš na srednjem stupnju obrazovanja (6. do 8. razred školovanja) kada je važno razviti matematičke kompetencije potrebne za više stupnjeve obrazovanja.



# Matematičke aktivnosti kroz obrazovnu vertikalu

## Prikazivanje

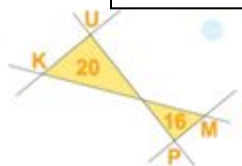
- Složenije konstrukcije
- Prijelaz iz tekstnog / simboličkog / tabličnog oblika u grafički
- Modeliranja vezana uz sadržaje srednje škole



- Konstruiranje geometrijskih likova
- Isticanje dijelova likova i tijela (visina, težišnica, pravokutni trokuti...)
- Ravnina – Prostor (projekcije)
- Modeliranja vezana uz osnovnoškolske sadržaje



- Skiciranje geometrijskih likova
- Crtanje, bojenje i izrezivanje geometrijskih likova
- Izrada geometrijskih tijela (plastelin, papir prema nacrtanoj mreži)
- Učenici sami zadaju zadatke (Koliko ima kockica...)
- Koju računsku operaciju koristiti (model)?



# Matematičke aktivnosti kroz obrazovnu vertikalu

## Argumentiranje i dokazivanje

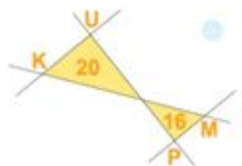
- Dokaži koristeći matematičke argumente.
- Koristeći teorem/svojstva/pravila... dokaži...
- Navedi tri različita matematička argumenta za ili protiv...



- Slažeš li se s ovom izjavom: .....
- Daj matematičke argumente ZA ili PROTIV
- Objasni zašto.
- Daj protuprimjer.
- Pokaži. Dokaži.



- Opiši razliku između... opiši sličnosti između...
- Poticanje govora
- Objasni svojim riječima
- Zašto?



# Matematičke aktivnosti kroz obrazovnu vertikalu

## Interpretiranje

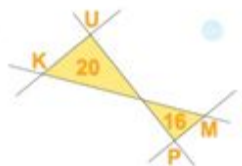
- Objasni sliku
- Očitaj sa slike
- Objasni matematičku rečenicu
- Što znači da...



- Objasni sliku
- Očitaj sa slike
- Objasni matematičku rečenicu
- Što znači da...



- Objasni sliku
- Očitaj sa slike
- Objasni matematičku rečenicu
- Što znači da...



# Zaključak

Matematičke aktivnosti kroz obrazovnu vertikalnu...

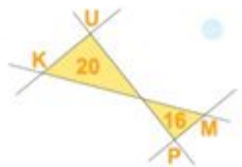


Prikazivanje

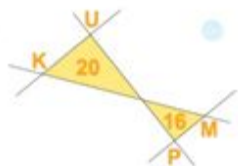
Računanje

Interpretiranje

Argumentiranje



Zahvaljujem na pažnji!



KUPM 2016

# Literatura

- Dadić, Ž. (1982). *Povijest egzaktnih znanosti u Hrvata*. Zagreb: Sveučilišna naklada Liber.
- Glasnović Gracin, D. (2010). Meranski nastavni plan iz 1905. godine. *Matematika i škola*, 56, 8-12.
- Glasnović Gracin, D. (2011). Teacher and textbook in geometry education. In: M. Pavleković (ur.) *The Third International Scientific Colloquium Mathematics and Children (The Math Teacher)* Osijek, 234-241. Zagreb: Element.
- Glasnović Gracin, D. (2011). *Requirements in mathematics textbooks and PISA assessment*. (Doctoral dissertation, University of Klagenfurt). Klagenfurt: University of Klagenfurt
- IDM - Institut für Didaktik der Mathematik (2007). *Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe*. Alpen-Adria-Universität Klagenfurt. Retrieved from [http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Standardkonzept\\_Version\\_4-07.pdf](http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Standardkonzept_Version_4-07.pdf)
- Klein, F. & Schimmack, R. (1905). Der Meraner Lehrplan für Mathematik. Izašlo u: *Der mathematische Unterricht an höheren Schulen, Teil 1: Von der Organisation des mathematischen Unterrichts Der Meraner Lehrplan für Mathematik*, Wiederabdruck, str. 213-216.

