

# OD NEFORMALNEGA DO FORMALNEGA UČENJA MATEMATIKE

## From Non-Formal to Formal Learning of Mathematics

Izr. prof. dr. Amalija Žakelj

[amalija.zakelj@pef.upr.si](mailto:amalija.zakelj@pef.upr.si)

Pedagoška fakulteta Koper, Univerza na Primorskem

### Razširjeni povzetek

Tako kot je nemogoče, da bi funkcionalno uporabljali jezik že, če bi se naučili le veliko besed ter poznali slovnična pravila (Truus Dekker, 2007), je malo verjetno, da bi razumeli in funkcionalno uporabljali matematiko, če bi učenje le-te skrčili samo na učenje definicij, pravil in algoritmov, le na formalno/abstraktno raven, brez izkušenj z neformalnim in predformalnim učenjem, brez izkušenj s pridobivanjem pojmovnih predstav znotraj realističnih in matematičnih kontekstov, ki so vir avtentičnosti, konkretizacije, izkušenjskega učenja.

V prispevku bomo na temelju izsledkov različnih raziskav – skozi teorijo in s primeri – predstavili nekatere značilnosti neformalnega, predformalnega in formalnega učenja matematike ter v povezavi s predstavljenimi dejavnostmi nakazali tudi jezikovno dimenzijo matematike kot sicer posebno, a integralno, nedeljivo komponento matematike.

Procesi učenja, ki jih bomo predstavili in sledijo vsem ravnenim učenaja in poučevanja, od neformalne, predformalne do formalne ravni, potekajo znotraj realističnega konteksta, z uporabo modelov. Kontekst prevzema vlogo učnega okolja in je vir učenja matematike. Formalne definicije in algoritmi, simbolni zapisi idr. so samo "končna postaja". Neformalno in predformalno razumevanje je potrebno za razumevanje na abstraktni ravni.

Z vključevanjem matematičnih modelov v realistični in matematični kontekst bomo prikazali poti do formalnega, konceptualnega razumevanja. Modeli praviloma izhajajo iz konteksta. Sprva so modeli malo več kot le predstavitev/reprezentacija, pozneje postanejo bolj prefinjena matematična orodja kot npr. diagrami, številska os, preglednice idr. Modeli nadomeščajo vrzeli med neformalnim in formalnim, so kot učna sredstva, ki pomagajo učencem, da se lahko učijo prilagojeno svojim zmožnostim, razvojni stopnji in predznaju. Če imajo posamezniki težave z razumevanjem in usvajanjem pojmov na formalni/abstraktni ravni, bodo še vedno lahko napredovali ob uporabi modelov.

Npr. proces predalgebrskega razmišljanja se lahko začne že zelo zgodaj, v nižjih razredih osnovne šole, prek prepoznavanja vzorca v naravi, nadalje z uporabo lastnih modelov, prek dejavnosti opazovanja, napovedovanja, prepoznavanja pravil idr. do posploševanja na višjih stopnjah šolanja. Predstavitev bomo oprli na rezultate raziskav, ki kažejo, da se učenci, ki ostanejo povezani s kontekstom, laže senzibilizirajo s tem, kar počnejo, in se jim ni treba zateči k zapomnitvi pravil in postopkov, ki jih ne razumejo.

Učenja si seveda ni mogoče predstavljati brez jezikovne pismenosti, ki predpostavlja bogato besedišče in precejšnje poznavanje slovničnih pravil, fonetike, pravopisa itd..

da posamezniki lahko komunicirajo in ustvarjalno združujejo te elemente glede na realistične situacije, ki jih srečujejo v življenju. Enako matematične pismenosti ni mogoče skrčiti na znanje matematične terminologije, dejstev in postopkov, pa tudi ne na zgolj spremnosti pri izvajanju postopkov. Matematična pismenost vključuje ustvarjalno kombinacijo teh elementov ter odziv na zahteve, ki jih nalaga zunanji svet (PISA Programme for International Student Assessment, 2003).

V povezavi s predstavljenimi dejavnostmi bomo tako opozorili tudi na jezikovno dimenzijo matematike (Žakelj, 2016). Predstavili bomo nekatere zančilnosti matematičnega jezika, kot so abstrakcija, nelinearnost in kompleksnost jezika (Wakefield, 2000; Adams, 2003), ter opozorili predvsem na tiste sporazumevalne dejavnosti pri pouku matematike, ki neposredno podpirajo razvoj pojmovnih predstav, denimo razvijanje besedišča, interpretiranje matematičnih besedil, ustvarjalno mišljenje in spodbujanje kreativnega pisanja pri matematiki. Učencem bomo lahko v veliki meri pomagali spoznati, razumeti, usvojiti in funkcionalno uporabljati matematiko, če jih bomo vodili skozi učni proces postopoma, od neformalnega in predformalnega do formalnega učenja, pri čemer bomo matematične dejavnosti premišljeno doponjevali z jezikovno dimenzijo matematike, ki jo bomo celostno razvijali skozi vse štiri sporazumevalne dejavnosti: branje, pisanje, poslušanje in govorjenje (Žakelj, 2016).

**Ključne besede:** matematika, kontekst, neformalno, predformalno in formalno učenje, neformalno sklepanje, predformalno sklepanje, formalno razumevanje, abstrakcija, nelinearnost in kompleksnost jezika

### Abstract

In the present article we will present some characteristics of non-formal, pre-formal, and formal learning of Mathematics, based on the findings of various studies, through theory and practice. In connection with these activities we will also point to the linguistic dimension of Mathematics as a separate, but integral and indivisible component of all activities in learning Mathematics. We will present some characteristics of mathematical language such as abstraction, non-linearity and complexity of language (Wakefield, 2000; Adams, 2003), and draw attention primarily to those communication activities in Mathematics classes that directly support the development of conceptual notions such as development of vocabulary, interpretation of mathematical texts, creative thinking, and encouraging creative writing in Mathematics.

**Keywords:** Mathematics, context; non-formal, pre-formal, and formal learning; non-formal reasoning, pre-formal reasoning, formal understanding; abstraction, non-linearity and complexity of language

### Viri

1. Adams, T. L. (2003). Reading mathematics: More than words can say. *The Reading Teacher*, 56(8), 789–795.
2. Truus Dekker (2007). The Dutch Experience, Threat or Treat. V: Proceedings Of 14th and 15th September, 2007. Freudenthal Institute, Utrecht, The Netherlands.
3. PISA Programme for International Student Assessment (OECD) 2003 Assessment Framework (2003).
4. Wakefield, D. V. (2000). Math as a second language. *The Educational Forum*.

5. ŽAKELJ, Amalija. Jezikovna dimenzija matematike in pouk matematike. V: DEVJAK, Tatjana (ur.), SAKSIDA, Igor (ur.), DAGARIN FOJKAR, Mateja (ur.). Bralna pismenost kot izziv in odgovornost. 1. izd. Ljubljana: Pedagoška fakulteta, 2016.

