



PROCES MATEMATIZACIJE PRI ŠTUDIJU NARAVOSLOVJA

Andreja Drobnič Vidic
Fakulteta za matematiko in fiziko,
Univerza v Ljubljani

PROBLEMI PRI MATEMATIKI V ŠOLI

- *Problemi so sestavni del izobraževanja matematike.*
- *Omogočajo razvoj miselnih sposobnosti in procesnih veščin.*
- *So osrednji cilj matematičnega kurikulumu.*



"Problemi so srce matematike."

Paul Halmos



VRSTE PROBLEMOV PRI MATEMATIKI

Yan in Lianghuo (2006) pri matematiki ločita naslednje probleme:

- *rutinski* (lahko rešimo z uporabo znane procedure ali formule),
nerutinski (procedura oz. algoritem reševalcu nista znana)
- *tradicionalni* (najdemo v učbenikih),
netradicionalni (problem zastavljen na neobičajen način)
- *enofazni* (rešimo v enem koraku),
večfazni (za rešitev potrebujemo več faz)
- *strukturirani* (ima natanko vse potrebne podatke),
nestrukturirani (ima kak podatek preveč ali premalo)
- *uporabni* (izhaja iz vsakdanjega življenja oziroma stroke),
neuporabni (teoretični) (kontekst ni vezan na vsakdanji svet ali stroko)
- *zaprti* (z natanko določeno pravilno rešitvijo),
odprti (z več možnimi pravilnimi rešitvami)



POGOSTOST RAZNIH VRST PROBLEMOV V IZOBRAŽEVANJU

Z leti šolanja naj bi količina nerutinskih, netradicionalnih, nestrukturiranih, večfaznih, odprtih in uporabnih problemov naraščala.

Takih problemov je pogosto v šolah pri pouku matematike premalo. Pomembni so pri študiju naravoslovnih usmeritev.

Pri 15-letnikih so merili uporabno znanje v vsakdanjih življenjskih situacijah v raziskavi PISA.



UPORABNI PROBLEM

Osredotočili se bomo na uporabni, nerutinski in večfazni problem, ki

- *je postavljen v realno situacijo ali stroko,*
- *zahteva določeno matematično znanje in veščine,*
- *zahteva proces matematizacije.*

- *Preoblikovanje uporabnega problema v matematični problem je navadno nerutinski del.*
- *Sam matematični problem pa je za reševalca lahko naloga, katere proces reševanja je spoznal pri pouku.*



UPORABNI PROBLEM IN MATEMATIZACIJA

Faze matematizacije (OECD, 2006):

- 1. seznanjanje s problemom, postavljenim v realno okolje*
- 2. prepoznavanje matematike in matematičnih pojmov v problemu*
- 3. preoblikovanje problema v matematični problem glede na prepoznane matematične pojme in odstranjevanje realne situacije*
- 4. reševanje matematičnega problema*
- 5. prenos rešitve matematičnega problema v realni problem*



UPORABNI PROBLEM V NARAVOSLOVJU

Rudnik ob ravni železniški progi oskrbuje s svojimi surovinami tovarno. Pravokotna razdalja tovarne od ravne železnice je 30 km, razdalja od rudnika do tovarne pa 50 km. Iz katere točke na železniški progi naj speljemo ravno cesto do tovarne, da bo prevoz surovin iz rudnika do tovarne najcenejši? Vemo, da stane kilometer prevoza tone blaga po železnici 1,5 centa, tonski kilometer prevoza po cesti pa 3,5 centa.

3. [25] Rudnik ob ravni železniški progi oskrbuje s svojimi surovinami tovarno. Razdalja tovarne od ravne železnice je 30 km, razdalja od rudnika do tovarne pa 50 km. Iz katere točke na železniški progi naj speljemo ravno cesto do tovarne, da bo prevoz surovin iz rudnika do tovarne najcenejši? Vemo, da stane kilometer prevoza tone blaga po železnici 1,5 centa, tonski kilometer prevoza po cesti pa 3,5 centa.

Diagram illustrating the problem setup. A mine (RUDNIK) is located on a railway line. A factory (TOVARNA) is located 30 km perpendicular to the railway. The distance from the mine to the factory is 50 km. A point N is marked on the railway line, and a right-angled triangle is formed with the mine (Rudnik) and the factory (Toarna). The distance from the mine to N is labeled as $x = 40$.

Handwritten calculations:

pot $R \rightarrow N \rightarrow T$ $40 \text{ km} \cdot 1,5 + 30 \cdot 3,5$

pot $R \rightarrow T$ $50 \cdot 3,5 = 175 \text{ centov}$



REŠEVANJE UPORABNEGA PROBLEMA

*Študenti 1. letnika kemije in
kemijskega inženirstva UL:
87 študentov kemije
59 študentov kemijskega inženirstva*

*Uporabni problem podan na 2.
kolokviju.*

*Poleg tega je bil iz iste snovi o
odvodih in iskanju ekstremov podan
še*

*RUTINSKI PROBLEM: Določi definicijsko območje, začetno
vrednost, ničle in lokalne ekstreme za funkcijo $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x^2}$.*

3. [25] Rudnik ob ravni železniški progi oskrbuje s svojimi surovinami to
razdalja tovarne od ravne železnice je 30 km, razdalja od rudnika do to
katere točke na železniški progi naj speljemo ravno cesto do tovarne, da
iz rudnika do tovarne najcenejši? Vemo, da stane kilometer prevoza ton
1,5 centa, tonski kilometer prevoza po cesti pa 3,5 centa.

pot $R \rightarrow N \rightarrow T$ 40 km c + 30 km
pot $R \rightarrow T$ 50 · 3,5 = 175 centov



DOSEŽENE FAZE MATEMATIZACIJE

Faza 1: naloga nerešena ali le izpis kakšnega podatka, ni razumevanja, kaj naloga zahteva, ni prepoznavanja nobenega matematičnega pojma.

Faza 2: prepoznan kak matematični objekt ali pojem v problemu, težave pri odstranjevanju realnega sveta (narisana skica/prepoznan pravokotni trikotnik/zapis cene poti po cesti/železnici,...), ni prepoznano bistvo naloge.

Faza 3: vedenje, kaj problem zahteva, a je pri odstranjevanju realnega sveta nastala napaka (iskanje minimuma poti in ne cene/napaka pri oblikovanju funkcije, ki izraža ceno v odvisnosti od poti...).

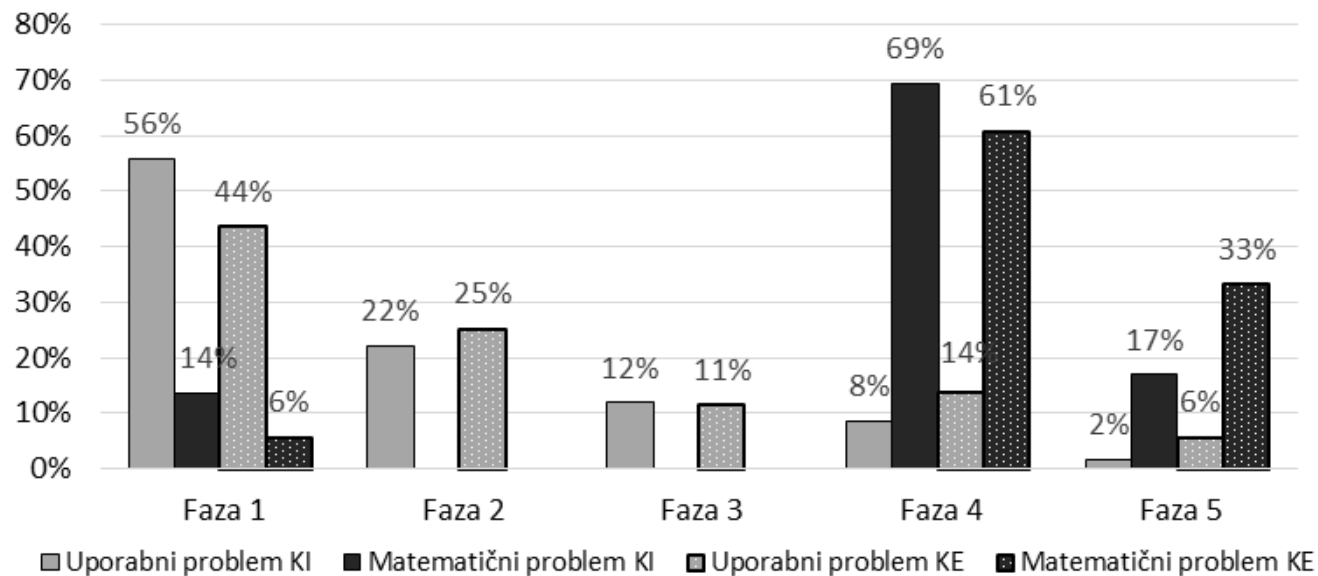
Faza 4: zapis funkcije cene prevoza v odvisnosti od poti z eno spremenljivko, napaka pri reševanju matematičnega problema (nepravilno odvajanje/napaka pri iskanju ničle odvoda,...).

Faza 5: pravilno rešen matematični problem (lahko napaka pri interpretaciji v realni svet / ni preverjeno, da je rešitev minimum,...).

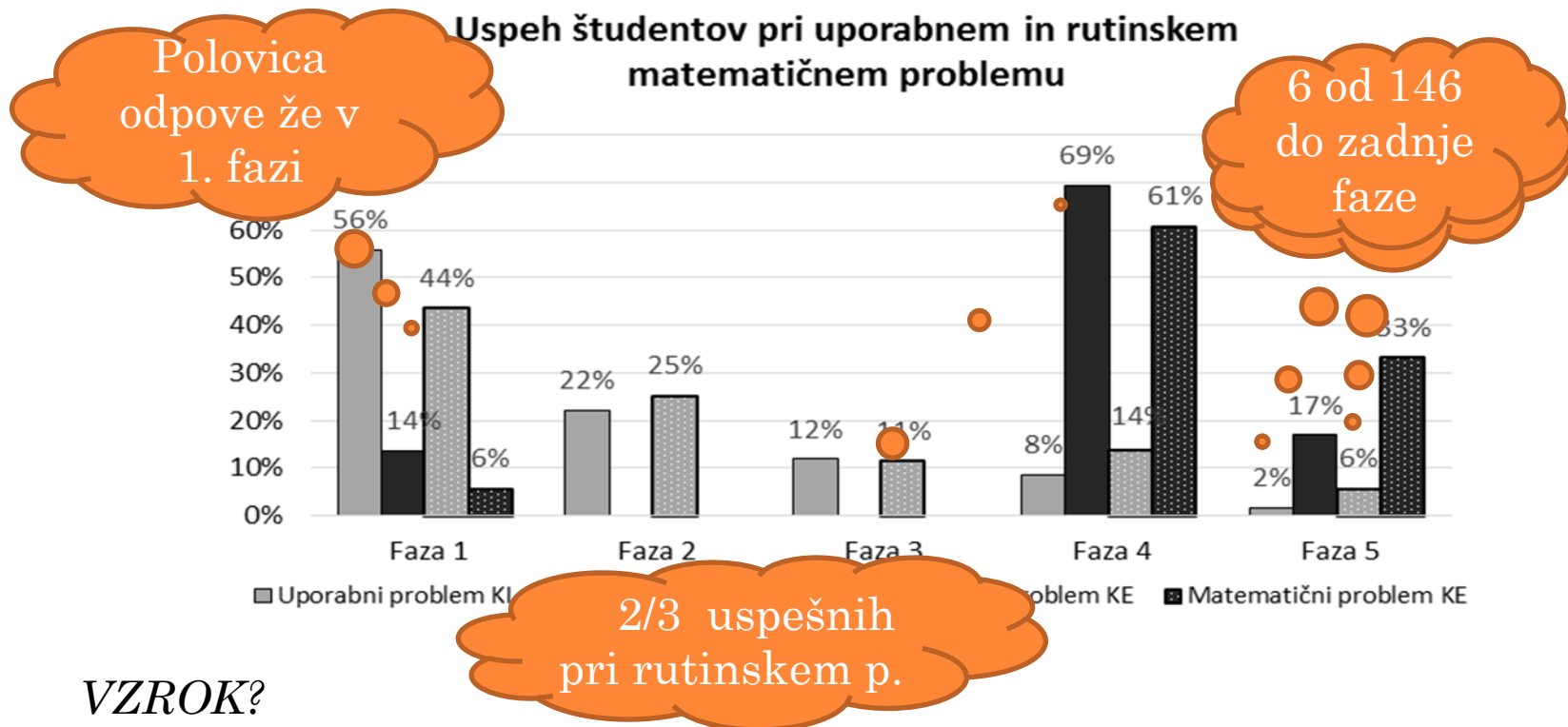


USPEH OBEH PROBLEMOV PO FAZAH MATEMATIZACIJE PRI ŠTUDENTIH NARAVOSLOVJA

Uspeh študentov pri uporabnem in rutinskem matematičnem problemu



VZROK ZA NEUSPEH PRI UPORABNEM PROBLEMU



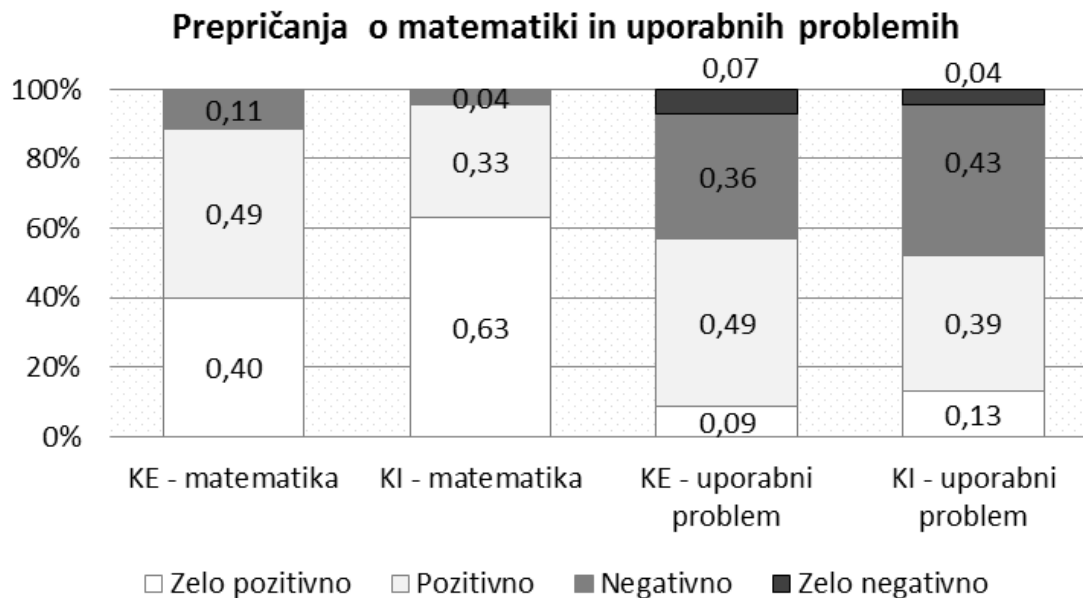
VZROK?

Mayer (1998): Za uspeh pri nerutinskem problemu

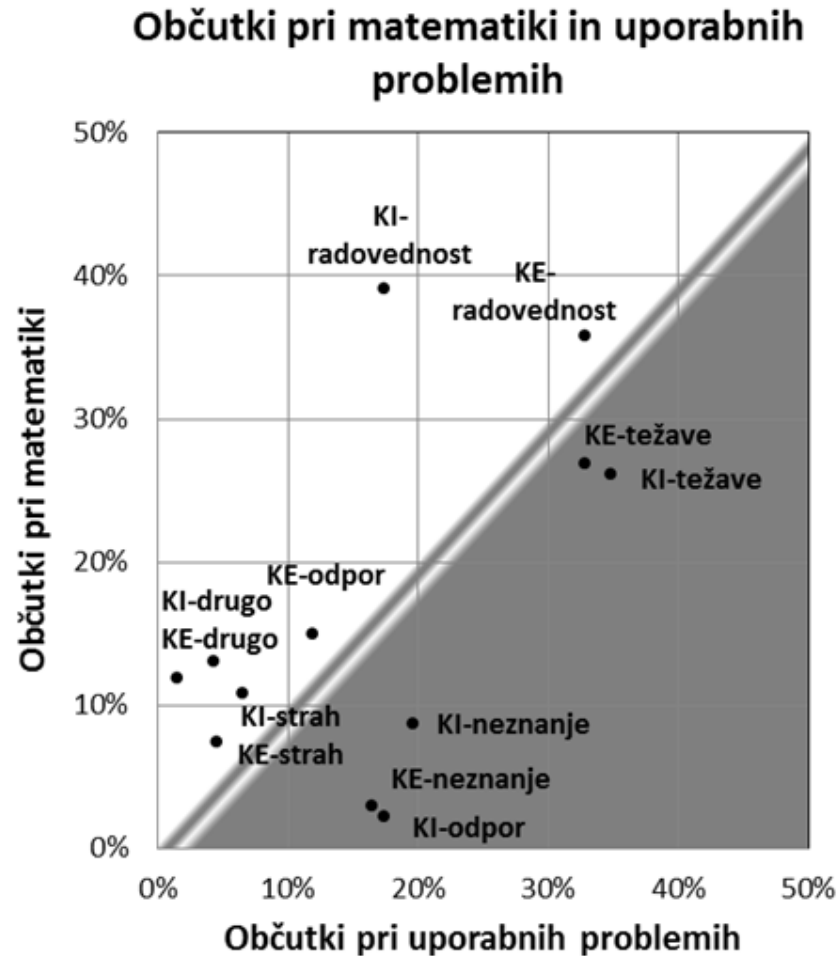
- matematično znanje,
- proceduralno znanje,
- motivacija za reševanje.



MOTIVACIJA - PREPRIČANJA O UPORABNIH PROBLEMIH IN O MATEMATIKI



OBČUTKI O UPORABNIH PROBLEMIH IN O MATEMATIKI



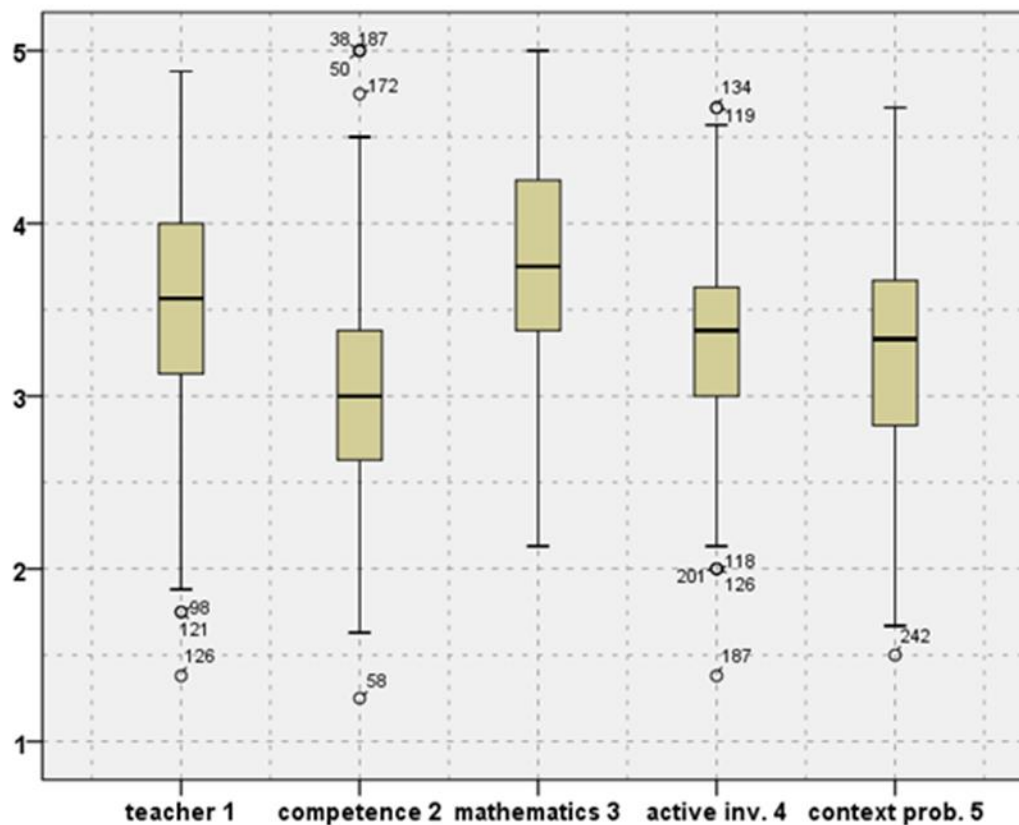
ŠIRŠA ŠTUDIJA

Vprašanja smo zastavili populaciji študentov 1. letnika FKKT. Glede na zahtevnost pri matematiki in pri celotnem programu smo jih razdelili v dve skupini: manj zahtevni program LD in bolj zahtevni program MD.

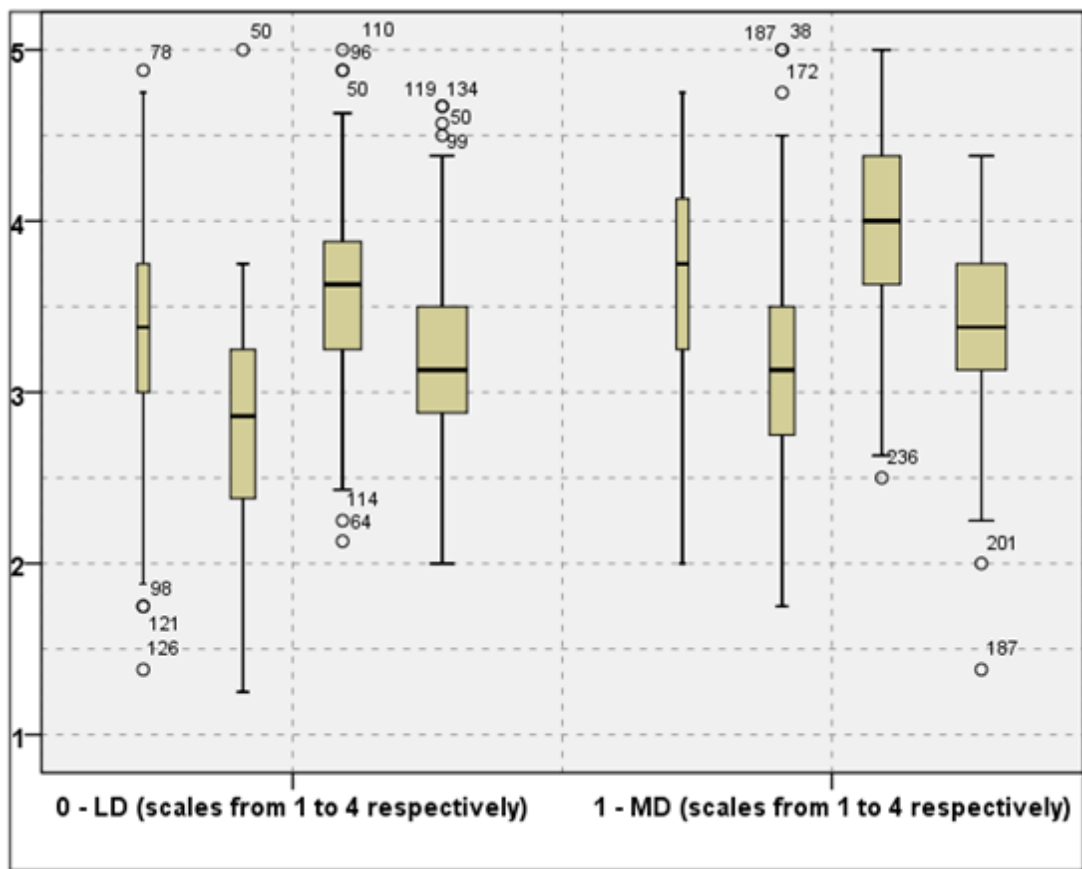
Študijski program	Kratica	Število anket	Stopnja programa	Matematika na zaključnem izpitu	Uspeh pri mat.
Kemijska tehnologija	LD - KT	57	VS	72 %	2.94
Tehniška varnost	LD - TV	42	UN - prej VS	93 %	2.92
Kemijsko inženirstvo 11	MD - KI11	46	UN	98 %	3.57
Kemijsko inženirstvo 12	MD - KI12	46	UN	98 %	3.67
Kemija	MD - KE	70	UN	100 %	4.20



SKLOPI PREPRIČANJ V CELOTNEM VZORCU



RAZLIKE V PREPRIČANJIH O UČITELJU, KOMPETENCAH, MATEMATIKI IN AKTIVNOSTIH

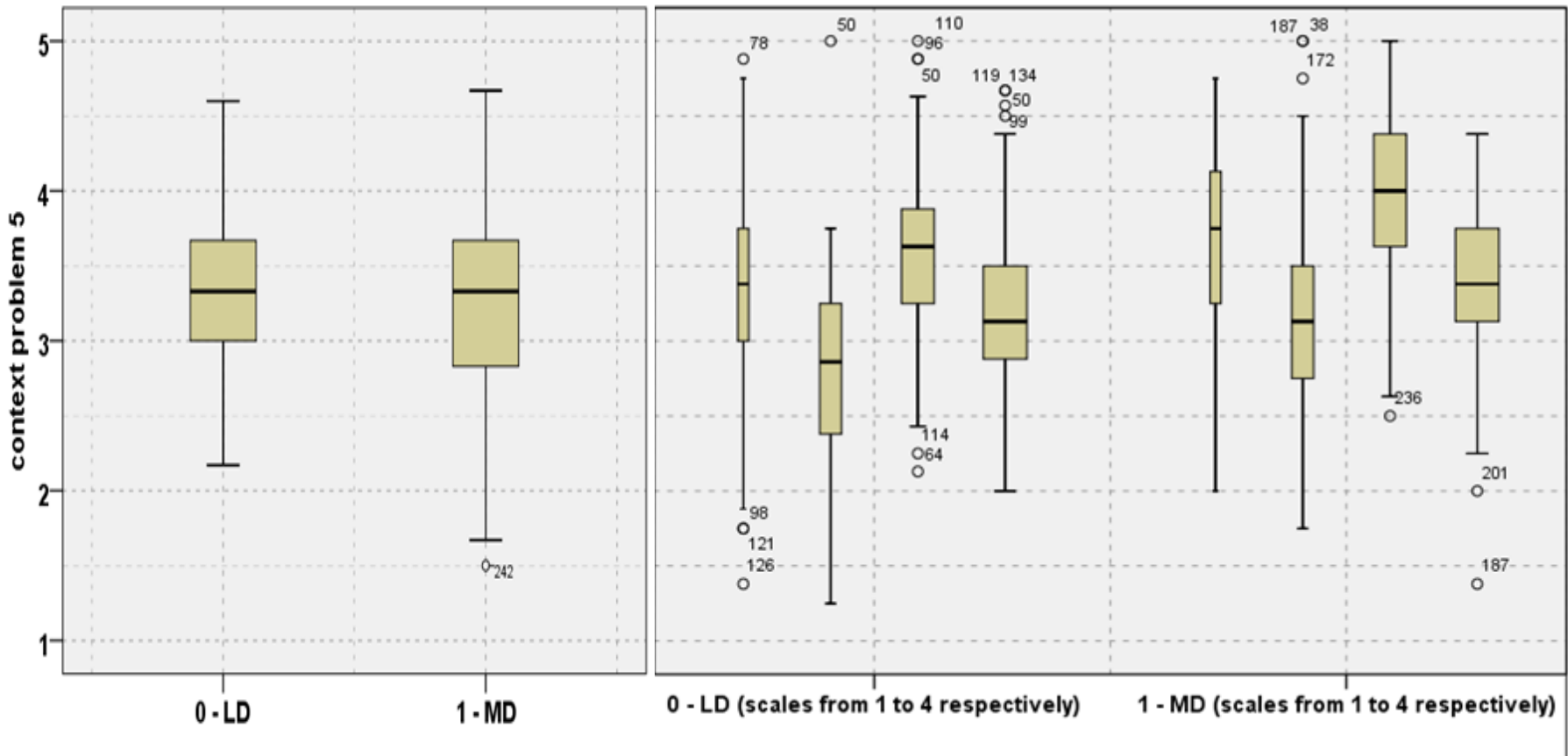


Razlike so staistično značilne:

$p_1 = 0,001$ $p_2 = 0,000$ $p_3 = 0,000$ $p_4 = 0,003$ v prid MD



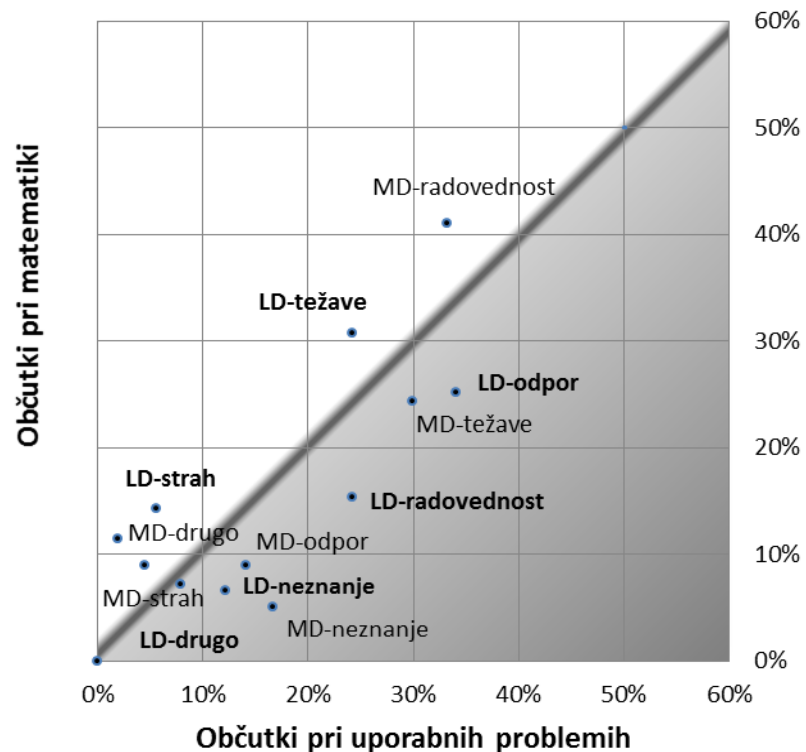
RAZLIKE V PREPRIČANJIH O UPORABNIH PROBLEMIH



*Razlike so staistično značilne:
 $p_5 = 0,048$ v prid LD*



RAZLIKE V OBČUTKIH PRI UPORABNIH PROBLEMIH IN MATEMATIKI



POVZETEK

Učenci, ki so sicer zelo uspešno zaključili matematiko v SŠ in so bili uspešni pri reševanju rutinskih problemov, so na začetku študija slabo rešujejo uporabne probleme.

Pri teh problemih jih dela težave matematizacija.

Morda imajo premalo izkušenj z izvajanjem tega procesa...

Morda je kriva motivacija: strah pred neuspehom, nepotrpežljivost...

Njihova prepričanja o uporabnih problemih so slabša od vrstnikov LD, medtem ko so prepričanja o matematiki veliko boljša.

Pomemben korak je, da skušamo ta prepričanja izboljšati.



ZAKLJUČEK

*Vzroke za negativna prepričanja o uporabnih problemih je potrebno raziskati.
Morda je pri pouku takih problemov premalo zaradi stiske s časom...
Morda takih problemov študenti ne pričakujejo na testih...
Morda ni potrpežljivosti...*

Učitelji:

*Vzeti več časa za primerno sestavo in reševanje uporabnih problemov.
Vključiti le-te v preverjanje znanja.
Prilagoditi način ocenjevanja takih problemov.*

Bistveni delež procesa reševanja sleherne naloge je želja, težnja, odločnost, da jo rešimo. Naloga, ki se je nameravate lotiti in ste jo dovolj dobro razumeli, še ni čisto vaša. Resnično vaša postane in vas vsega prevzame tedaj, ko se trdno odločite, da se je lotite kot je treba, in imate za cilj, da jo rešite.

G. Polya





Vaše izkušnje in predlogi?

HVALA ZA POZORNOST !