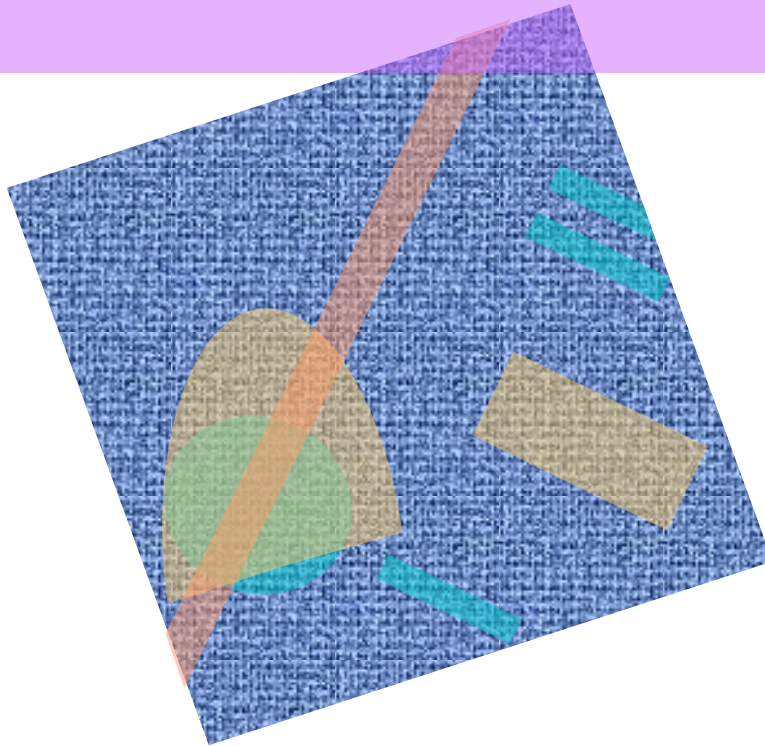


Učenje usmjerenim opažanjem



Nives Jozić

Filozofski fakultet u Splitu

KUPM 2012

Maribor, 24. kolovoza 2012.

Koji nam je CILJ?

- Želimo da uspješno **POLOŽE** matematiku.
- Želimo da naši učenici (studenti) **ZNAJU** matematiku.
- Želimo da imaju **KORISTI** od učenja matematike u svakodnevnom životu.

Kakav nam je ISHOD?

- Brojne ocjene **NEDOVOLJAN**.
- Mnogi odmah **ZABORAVE** ono što su učili.
- **NE VIDE SVRHU** učenja suhoparnih sadržaja. Uglavnom ne vide poveznicu sa stvarnim životom.

U čemu je **PROBLEM?**

Koji PRISTUP koristimo?

Matematički **SADRŽAJI**
(razvijamo matematičke
kompetencije)

2 **PRIMJENA, KORISNOST**
(kompetencije koje se
razvijaju matematikom)



Promijenimo PRISTUP:

Matematički **SADRŽAJI**
(računanje, konstruiranje,
određivanje...)

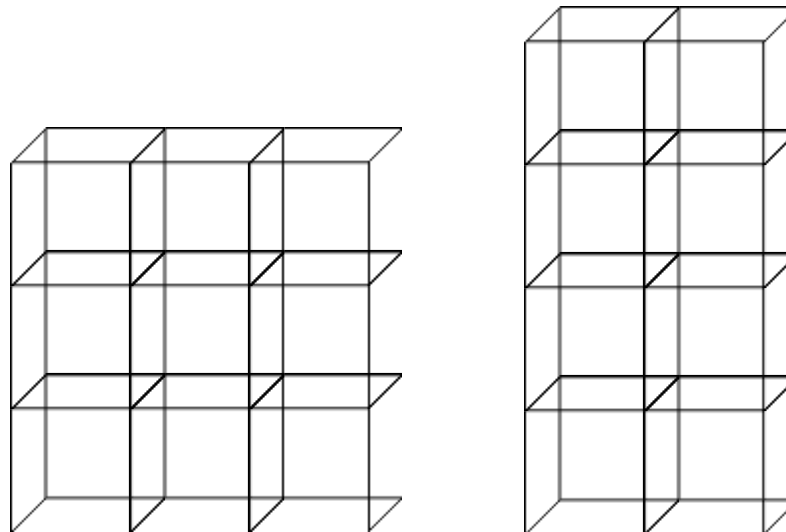
2

PRIMJENA, KORISNOST (otkrivanje,
analiziranje, prosuđivanje,
argumentiranje, logičko
povezivanje, zaključivanje...)

1

Primjer: ISPLATIVOST

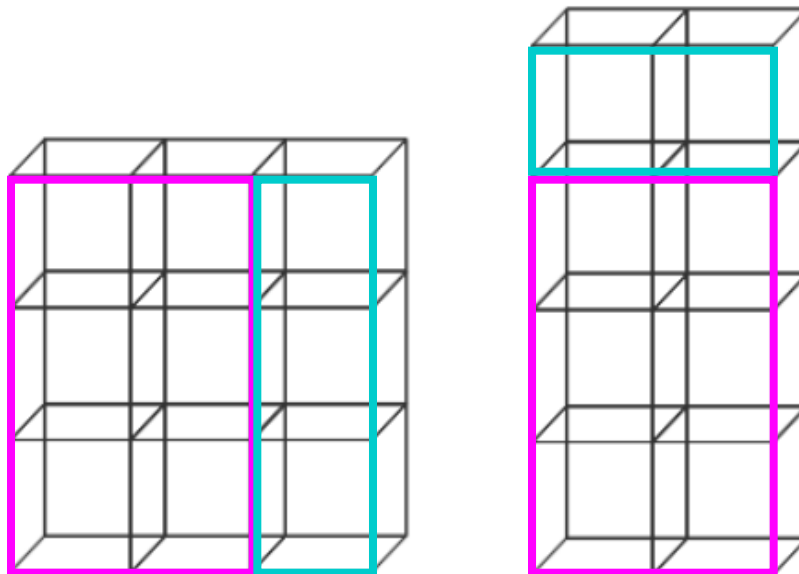
- Nalazite se u salonu namještaja gdje tražite staklene police za knjige i nude vam se dvije vrste prikazane na slici. Svi otvori su dimenzije **30cm x 30cm x 30cm**, a prodaju se po istoj cijeni.



- **Koju od njih bi kupili i zašto?**
- **Je li neka od njih ipak isplativija? Obrazložite.**

Pozornost usmjerimo na bitne elemente:

1. Zajednički dio i dodatak.

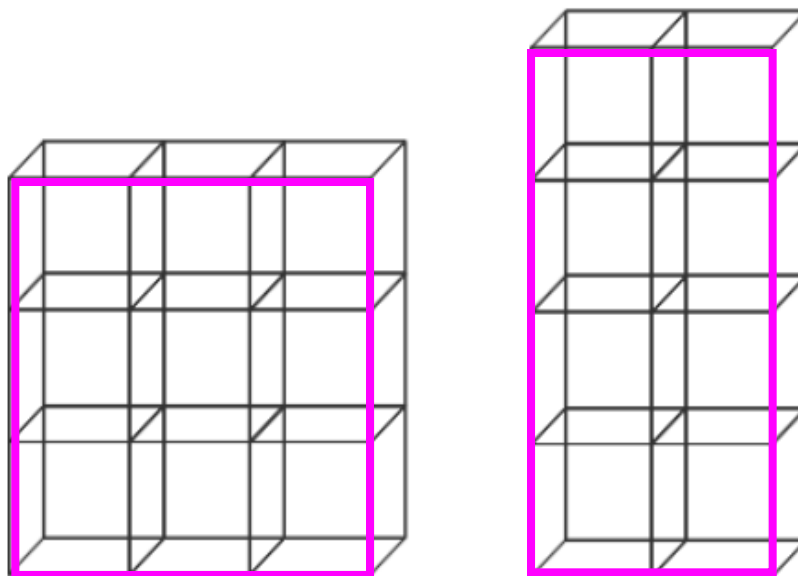


Zaključak:

Na lijevu policu možemo smjestiti više knjiga, a cijene su im jednake pa je lijeva polica isplativija.

Pozornost usmjerimo na bitne elemente:

2. Broj otvora.

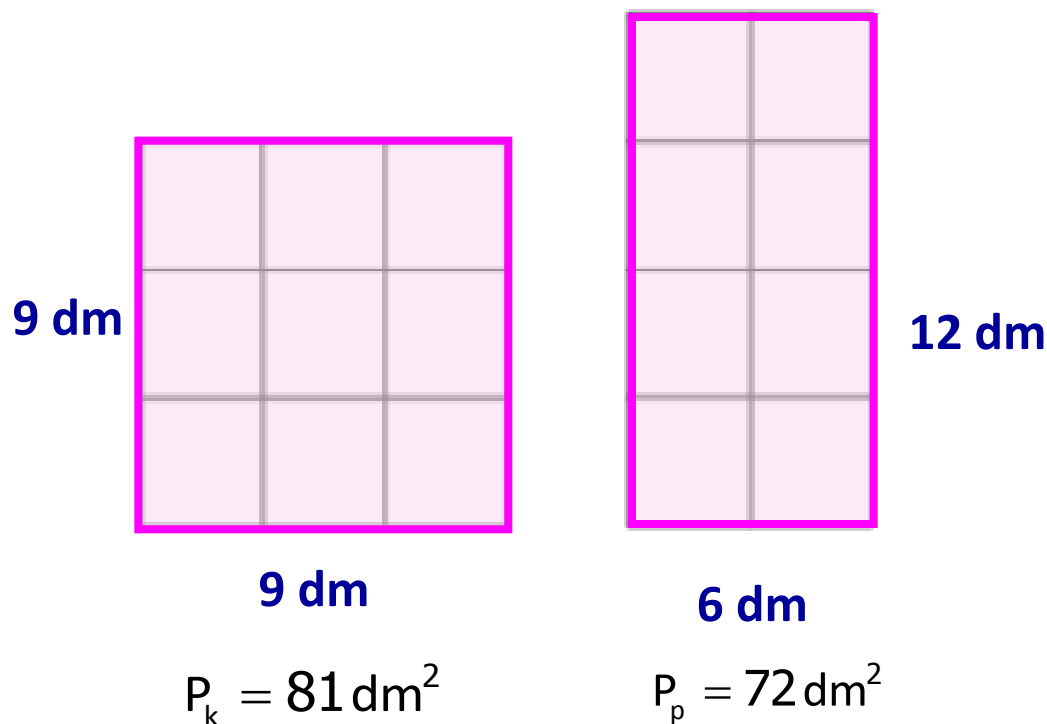


Zaključak:

Lijeva polica ima 9 otvora, desna 8. Na lijevu policu možemo smjestiti više knjiga, a cijene su im jednake pa je lijeva polica isplativija.

Pozornost usmjerimo na bitne elemente:

3. Jednaka dubina. Promatramo samo prednje strane.

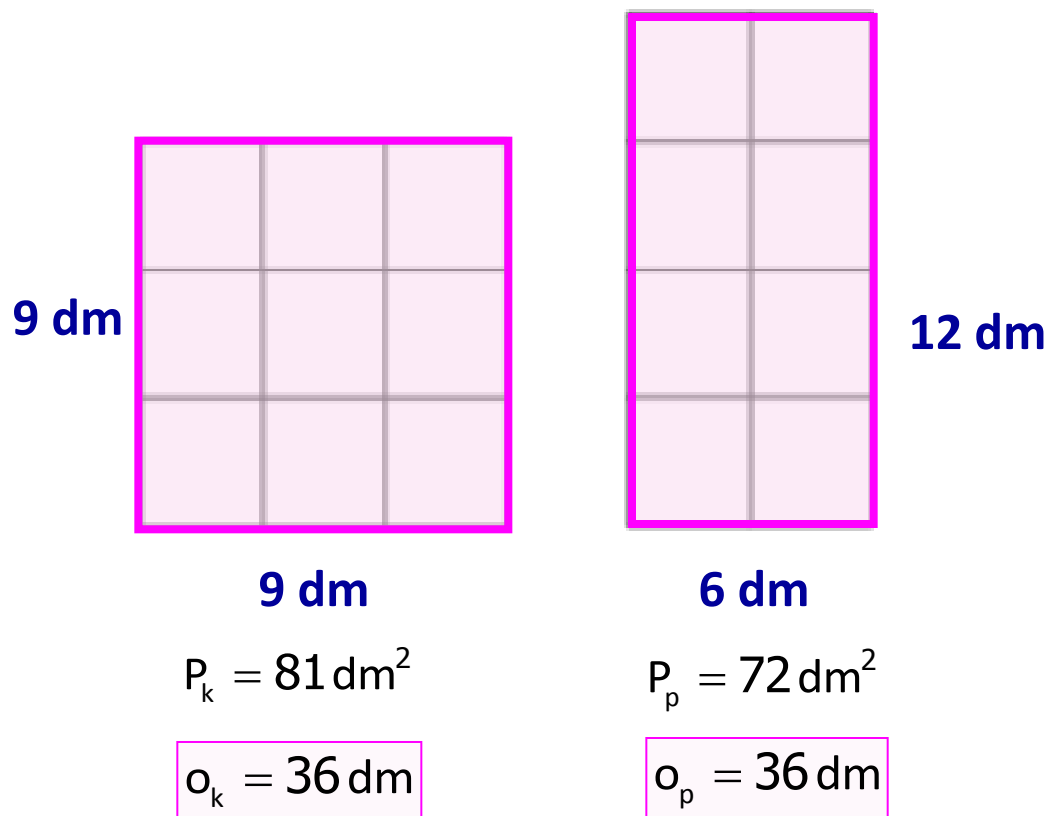


Zaključak:

Lijeva polica ima prednju stranu veće ploštine pa je i većeg volumena. Na lijevu policu možemo smjestiti više knjiga, a cijene su im jednake pa je lijeva polica isplativija.

Pozornost usmjerimo na bitne elemente:

4. Povežimo opsege i ploštine.



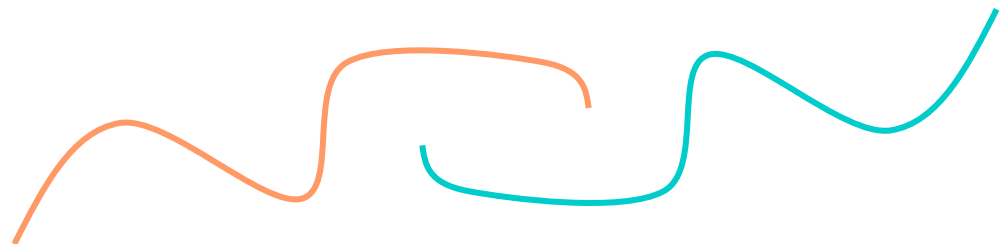
Zaključak: Likovi su jednakog opsega, ali različite površine.

Postavimo tvrdnju općenito:

TVRDNJA: Ako pravokutnik i kvadrat imaju jednake opsege, tada kvadrat zauzima veću površinu.

DOKAZ. (Formalni) matematički dokaz treba postupno razvijati još od nižih razreda osnovne škole. Pri otkrivanju i provjeravanju matematičkih činjenica korisno je služiti se programom dinamičke geometrije.

Uzmimo dva komada žice jednake duljine. Od jedne oblikujemo model kvadrata, od druge model pravokutnika te im usporedimo ploštine.

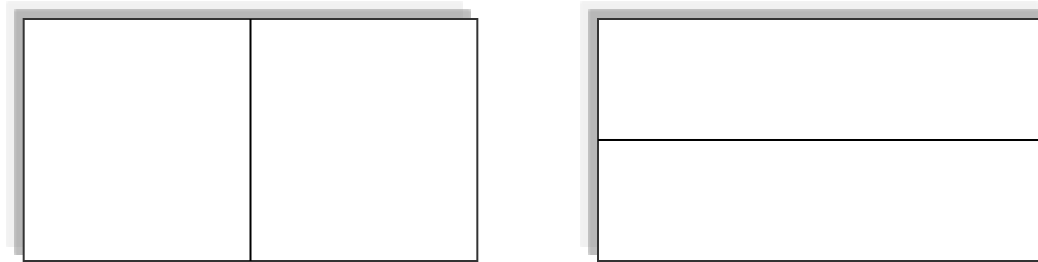


Priču možemo proširivati sve do **izoperimetrijskog problema:**

1. Od svih trokuta jednakog opsega, najveću ploštinu će imati jednakostranični trokut.
2. Od svih četverokuta jednakog opsega, najveću ploštinu će imati kvadrat.
3. Od svih peterokuta jednakog opsega, najveću ploštinu će imati jednakostranični peterokut. Itd..
- ...
4. Od svih mnogokuta jednakog opsega, najveću ploštinu će imati onaj s više stranica. (Npr. od jednakostraničnog trokuta i kvadrata jednakog opsega, veću površinu ima kvadrat.)
5. **Od svih likova jednakog opsega najveću ploštinu ima krug.**

Razmatrajmo **obrnuto**: može li se na temelju ploštine likova zaključiti nešto o njihovim opsezima.

- Uzmimo dva lista papira jednakih dimenzija **40cm x 20cm** te ih podijelimo na dva jednaka dijela:



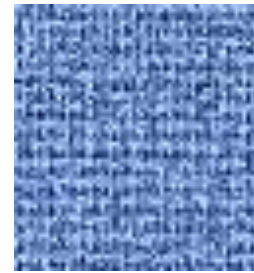
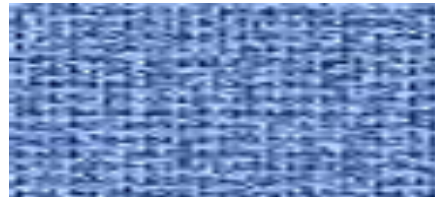
- Ploštine ovih listova su jednake, kao i ploštine njihovih polovica.
- Polazni listovi imaju jednake opsege, ali nakon dijeljenja, imamo dva kvadrata opseg 80 cm, te dva pravokutnika opsega 100 cm.

Postavimo tvrdnju općenito:

TVRDNJA: Ako pravokutnik i kvadrat imaju jednake ploštine, tada kvadrat ima manji opseg.

DOKAZ. Uzmimo proizvoljni pravokutnik čije su stranice duljina a i b te kvadrat jednake površine stranice duljine c . To znači da je:

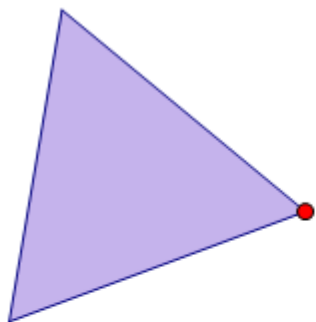
$$a \cdot b = c^2$$



Uspostavimo geometrijsku vezu među duljinama a , b i c koristeći Euklidov poučak.

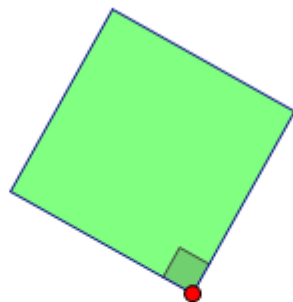
Priču možemo proširivati do duala izoperimetrijskog problema:

Od svih likova jednake ploštine najmanji opseg ima krug.



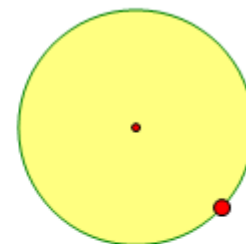
$$P_t = 7,6 \text{ cm}^2$$

$$o_t = 12,5 \text{ cm}$$



$$P_{kv} = 7,6 \text{ cm}^2$$

$$o_{kv} = 11,0 \text{ cm}$$



$$P_{kr} = 7,6 \text{ cm}^2$$

$$o_{kr} = 9,8 \text{ cm}$$

Procedure, procedure, procedure...

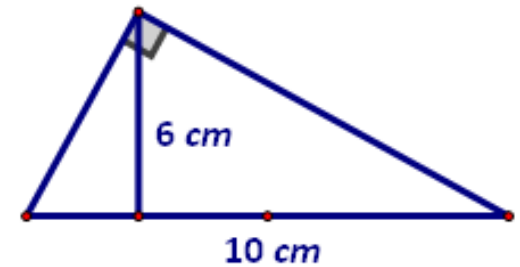
- Rješavajući pojedinačne zadatke učenici svoju pozornost najčešće usmjere na sami postupak rješavanja – proceduru.
- Npr. kako bi učenici riješili zadatak: *Odredite ploštinu pravokutnog trokuta kojemu je duljina hipotenuze 10 cm, a pripadna visina duljine 6 cm.*

(a) zapisat će $c = 10 \text{ cm}$, $v_c = 6 \text{ cm}$,

(b) postavit će formulu: $P = \frac{c \cdot v_c}{2}$

(c) uvrstit će zadane podatke i izračunati:

$$P = 30 \text{ cm}^2$$

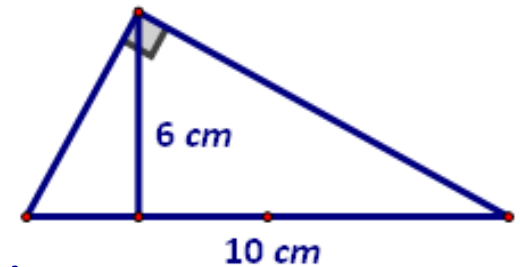


Procedure, procedure, procedure...

- Ima li netko drugačije rješenje?
- Što znači riješiti (matematički) zadatak?

- Imamo ČETIRI FAZE:

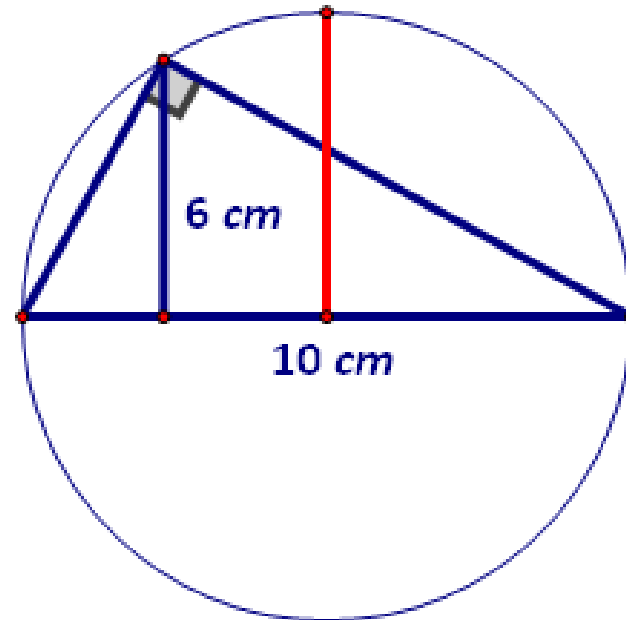
- 1) Razumjeti.
- 2) Osmisliti strategiju rješavanja.
- 3) Riješiti (provesti strategiju).
- 4) Provjeriti i interpretirati rješenje.



- Učenici najčešće provode samo 3. fazu – proceduralni postupak.

Procedure, procedure, procedure...

Pokušajmo ponovno.



- Prema Euklidovom poučku, duljina visine na hipotenuzu duljine 10 cm ne može biti veća od 5 cm.
- ***Trokut sa zadanim elementima ne postoji pa nema smisla niti računati ploštinu.***

Zadaci – moćan alat za učenje

Osmišljavati zadatke koji će imati :

- **više** podataka nego što je potrebno,
- **manje** podataka – nemogućnost rješavanja,
- **nekorektno** zadane podatke,
- veze sa **realnim životom**, itd.

Usmjerimo učenike da sami osmišljavaju zadatke.

Usmjeravati učenike da:

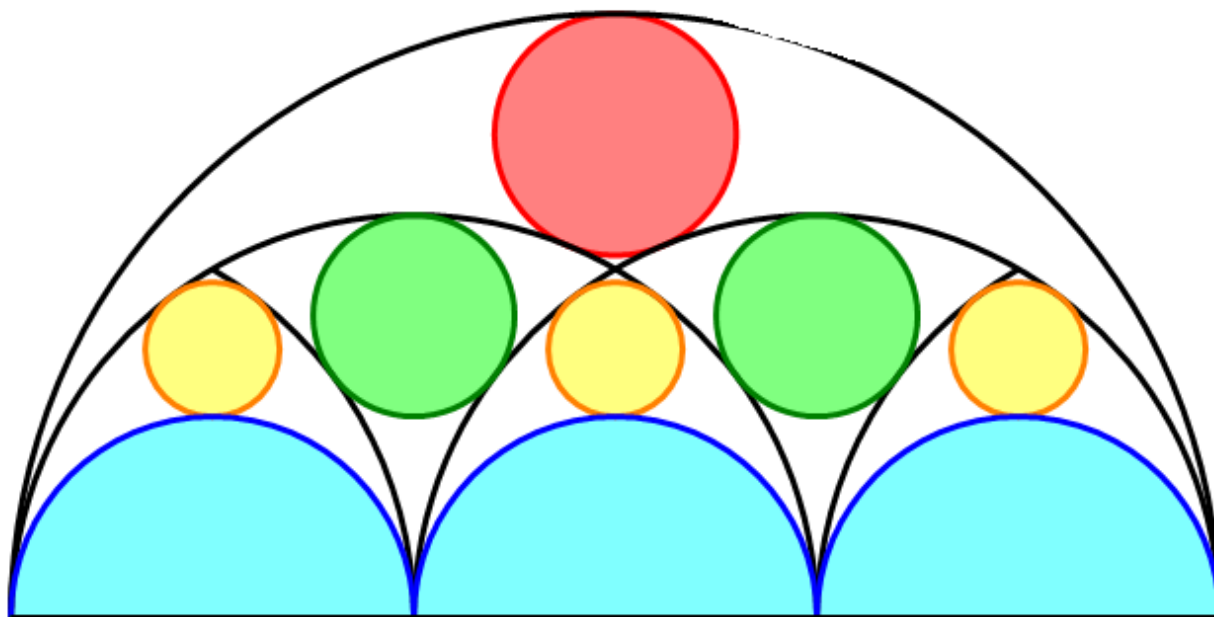
- **cjelovito** sagledavaju sve elemente,
- provjeravaju **smislenost** zadanih **podataka**,
- provjeravaju korektnost i **smislenost** dobivenih **rješenja**,
- **raspravljaju** o idejama i postupcima rješavanja,
- **argumentiraju**, itd.

Primjer: Fotografija kao nastavno sredstvo, zadatak?.



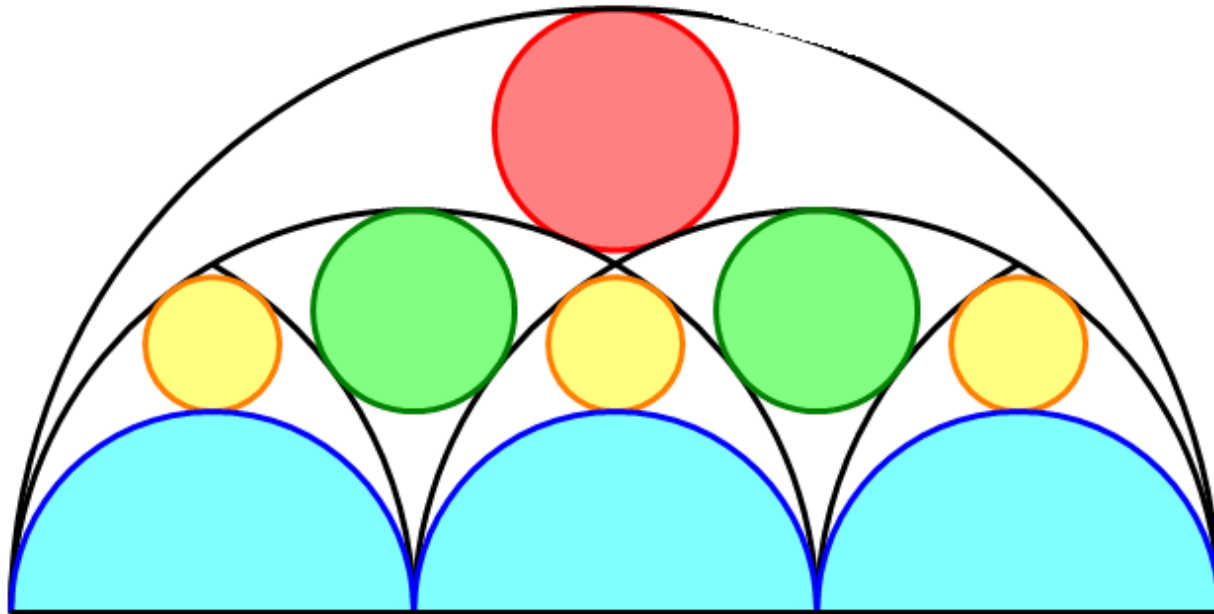
Dio pročelja Crkve Orsanmichele u Firenci iz 13.

Rekonstrukcijom pročelja dolazimo do
sljedećeg crteža:

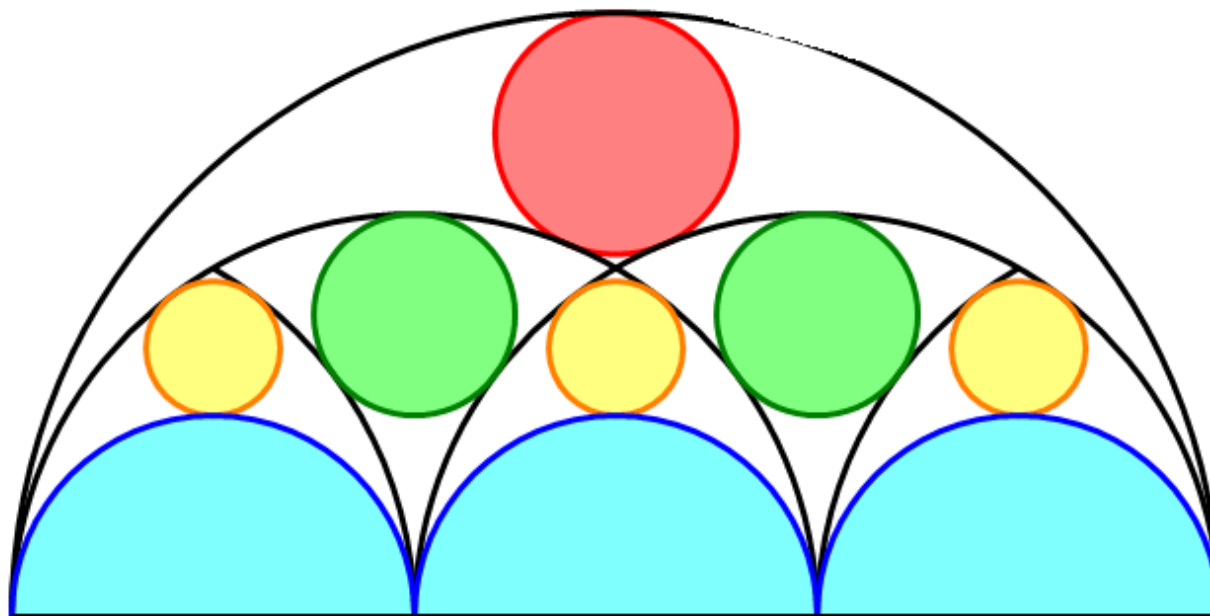


**Bi li naši učenici (studenti) bili u mogućnosti ovo
konstruirati?**

Neka je duljina polumjera najveće kružnice r .

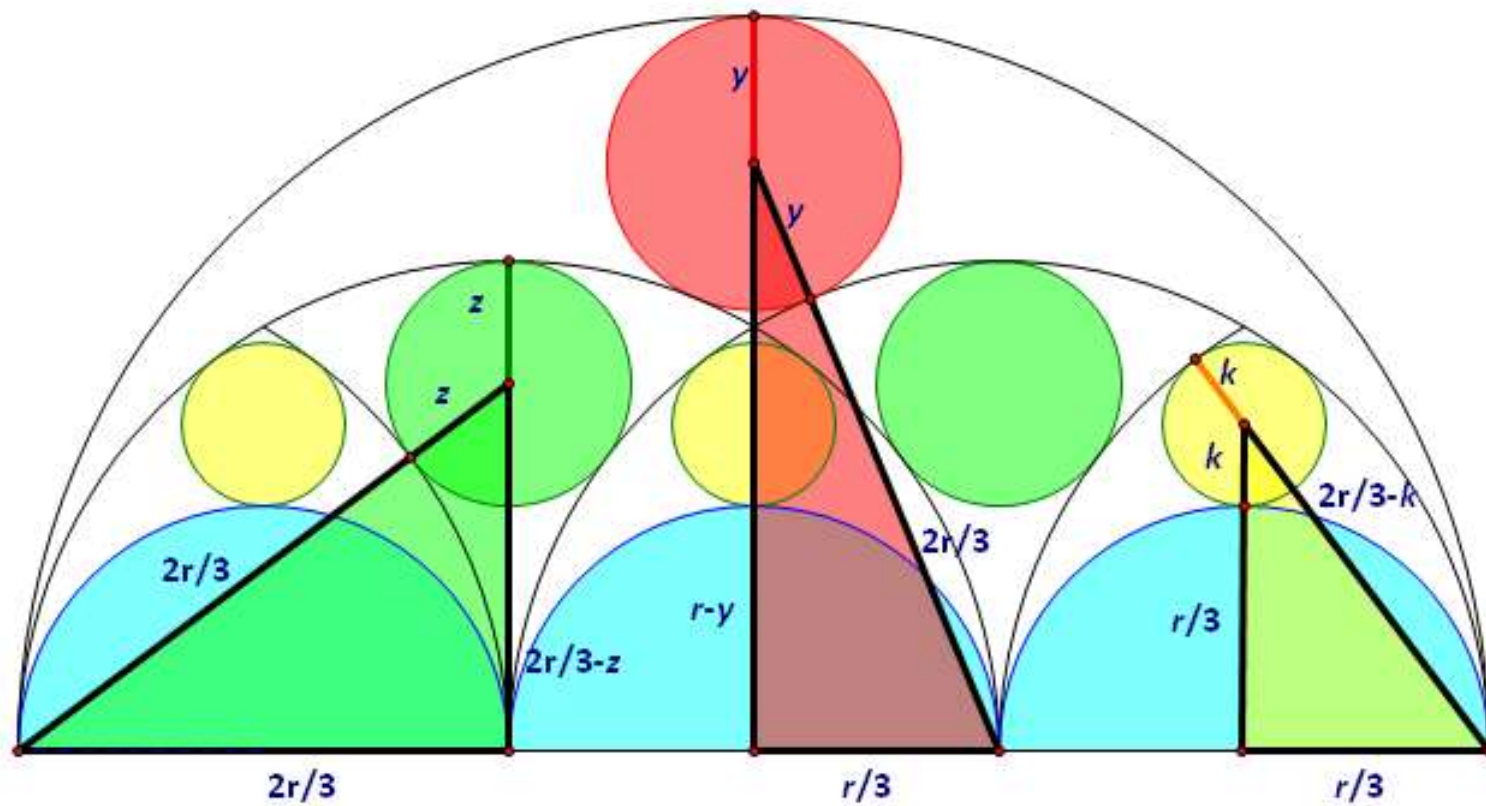


Duljina polumjera kružnih lukova između kojih se nalaze kružnice zelene boje je trećina promjera velike kružnice, tj. $2r/3$.



(a) Promjer kružnice plave boje je trećina promjera velike kružnice, tj. $2r/3$, pa je **polumjer kružnice plave boje $r/3$** , tj.

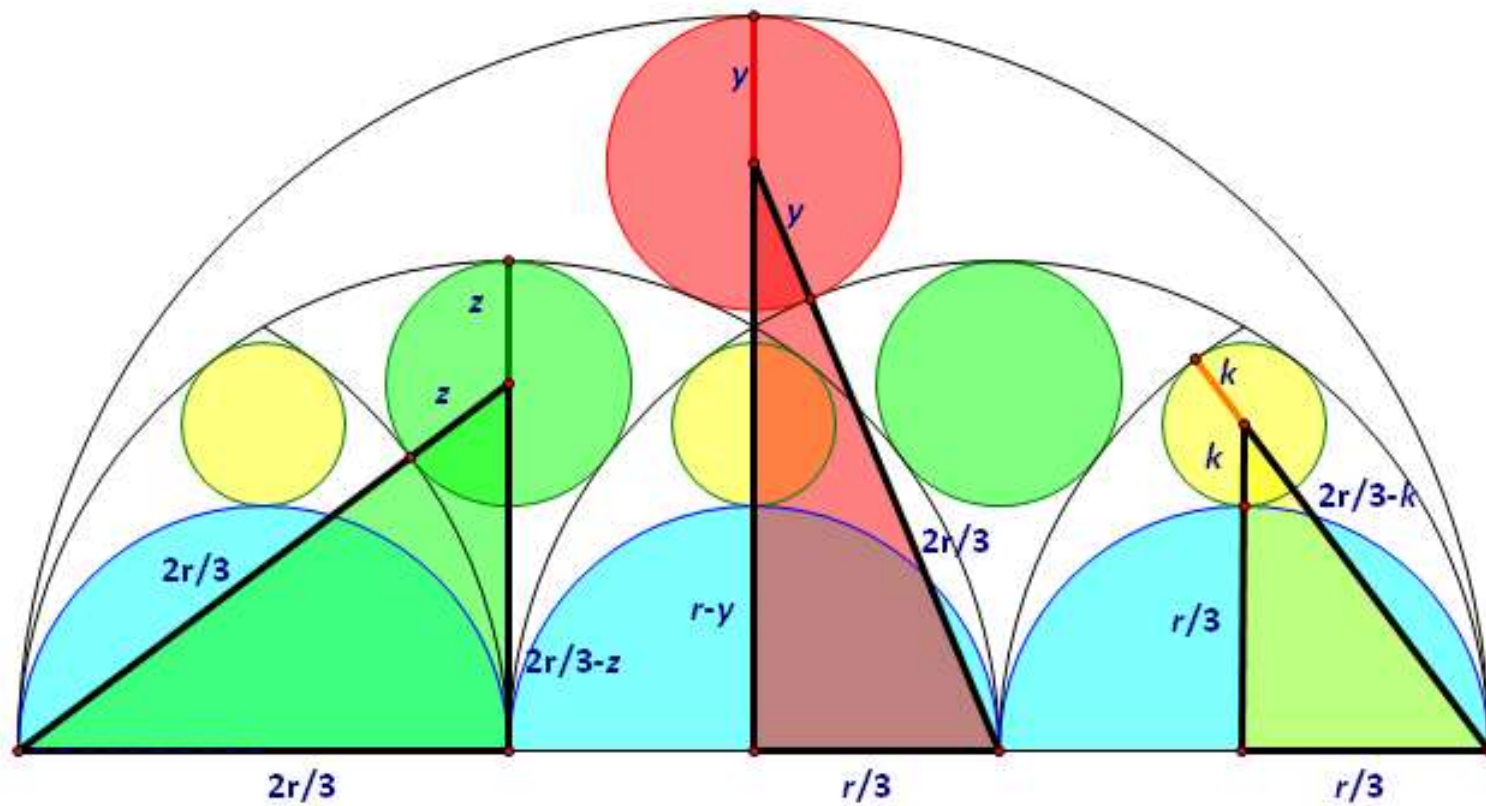
$$x = \frac{1}{3}r$$



(b) Polumjer kružnice
crvene boje:

$$\left(\frac{1}{3}r\right)^2 + (r-y)^2 = \left(\frac{2}{3}r + y\right)^2$$

$$y = \frac{1}{5}r$$



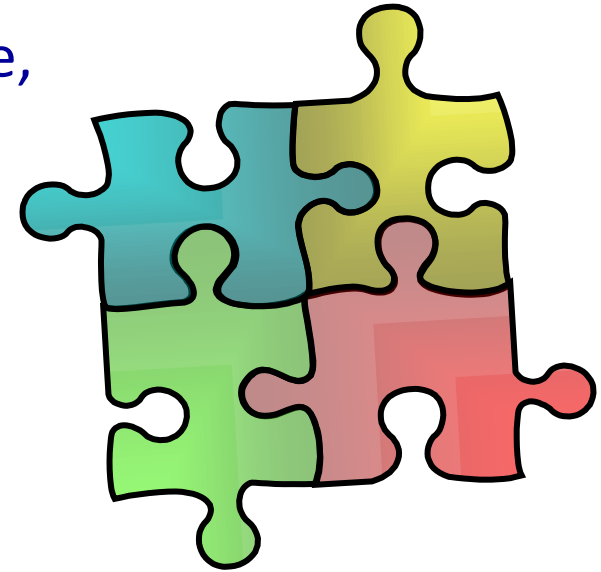
(d) Polumjer kružnice
žute boje:

$$\left(\frac{1}{3}r\right)^2 + \left(\frac{1}{3}r + k\right)^2 = \left(\frac{2}{3}r - k\right)^2$$

$$k = \frac{1}{9}r$$

U jednom zadatku koristili su se različiti sadržaji:

- Definicija, konstrukcija kružnice,
- uvjet dodira dviju kružnica,
- Pitagorin poučak,
- kvadriranje razlomaka,
- kvadriranje binoma,
- rješavanje jednadžbi,
- svojstva jednakosti
- dijeljenje dužine na jednake dijelove, itd.



Opažajući veze među pojedinim elementima i konstruiranjem potrebnih veličina povezujemo različite matematičke sadržaje u jednu **funkcionalnu cjelinu**.

Ako nam je CIJ da učenici:

- izgrade cjelovita i trajna znanja,
- da razumiju,
- da su u mogućnosti povezati poznate sadržaja u jednu funkcionalnu cjelinu,
- da argumentirano raspravljaju,
- da su u mogućnosti koristiti matematička znanja u svakodnevnom životu i radu.
- ...

...usmjeravajmo ih i ohrabrimo da:

- samostalno istražuju,
- uočavaju pravilnosti,
- postavljaju i formuliraju tvrdnje,
- povezuju poznate sadržaje
- iznose svoje ideje i o njima raspravljaju,
- ...
- **Da se dobro osjećaju na satu matematike.**

Zaključak?

Budući da ne postoji savršen pristup niti savršena strategija koji garantiraju savršeno učenje, korisno je poznavati različite pristupe, njihove prednosti i nedostatke te ih kombinirati kako bi proces poučavanja optimizirali, a ishode učenja pospješili.



Pitanja?