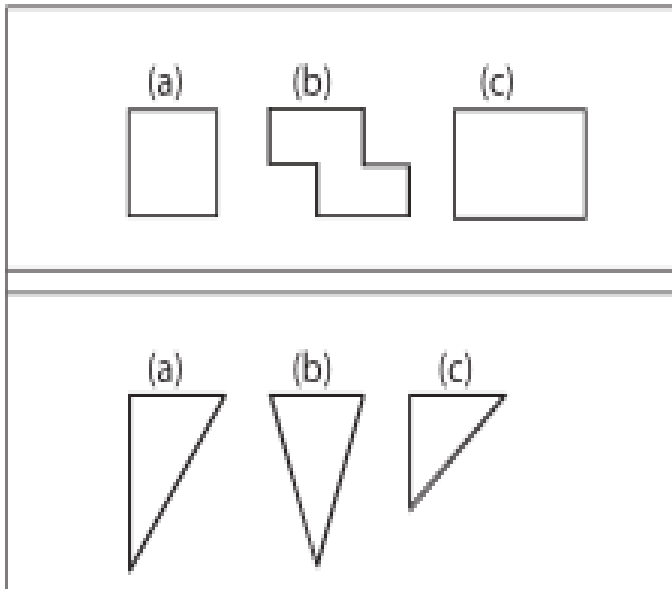


K U P M 2 0 1 2

Procesi razmišljanja pri pouku matematike

Silva Kmetič, ZRSŠ

Izloči en objekt



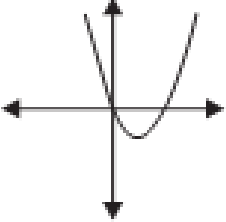
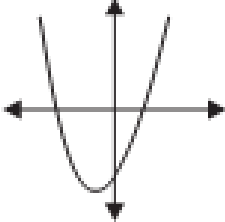
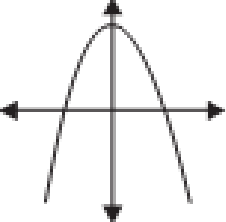
Klasifikacija

Reševalec izbere kriterij izločanja

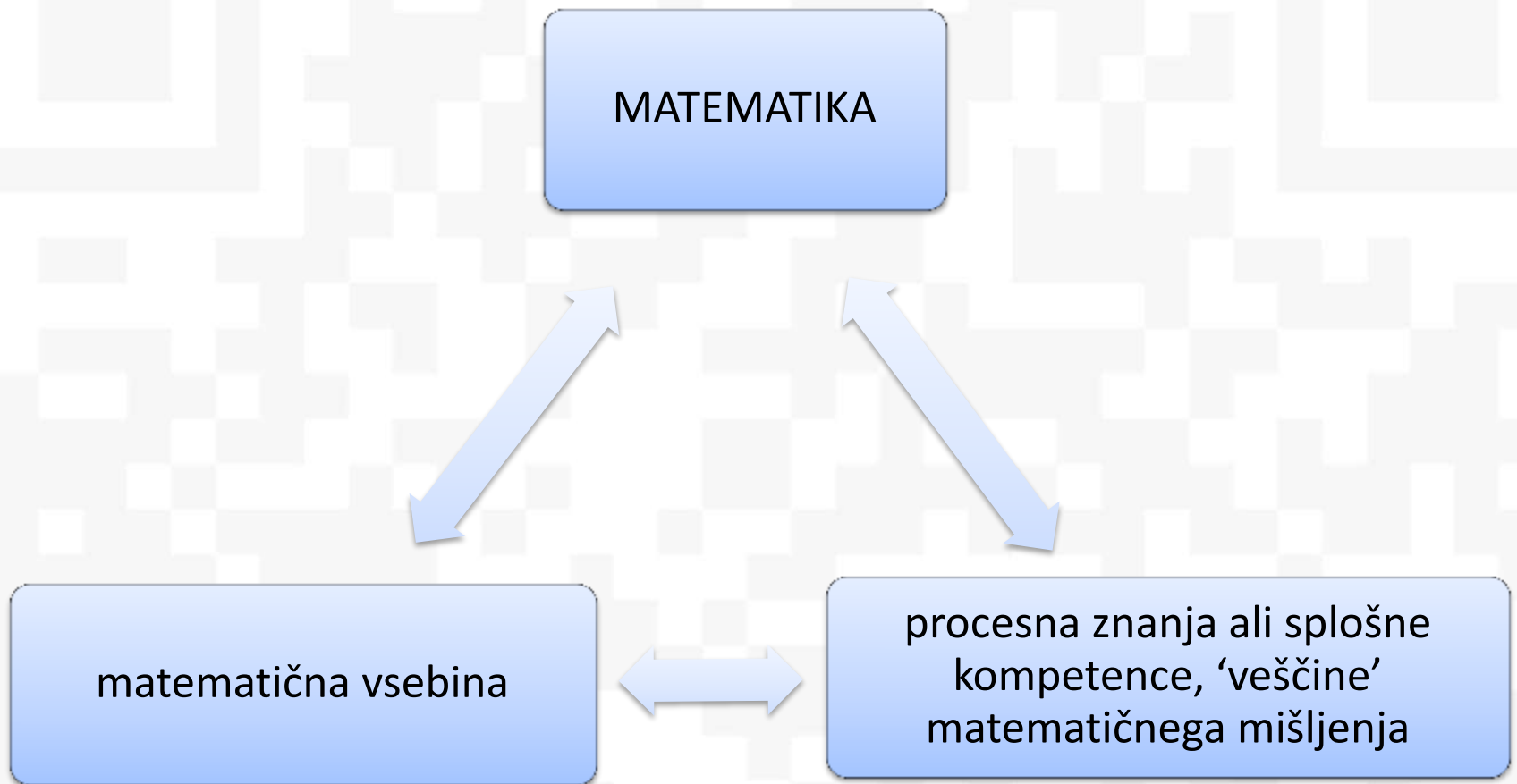
$y = x^2 + 2x + 4$	$y = x^2 - 5x + 4$		Razcep <u>je</u> v množici celih števil	Razcep <u>ni</u> v množici celih števil
$y = 2x^2 - 5x - 3$	$y = x^2 - 4x + 4$	Dve različni ničli		
$y = x^2 + 7x - 3$	$y = 4 + 3x - x^2$	Dve enaki ničli		
$y = x^2 + 5x - 2$	$y = 6x - x^2 - 9$	Nima ničel		
$y = x^2 - 3x - 1$	$y = x^2 + 10x + 9$	Ima enolično določeno maksimalno vrednost		
$y = x^2 + x + 3$	$y = x^2 + 4x + 4$	Pozitivna za vsako vrednost definicijskega območje		
$y = x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$	$y = 3x - x^2 + 7$	$f(0) = 4$		

Uporaba rutinskih postopkov je utrujajoča. Način dela vzpodbuja povezovanje znanj.

Interpretiraj zapise

		
$f(x) = 16 - x^2$	$f(0) = 0$	$f(0) > 0$
$f(x) = x^2 + 2x - 3$	$f'(0) = 0$	$f'(0) > 0$
$f(x) = x(x - 2)$	$f'(0) < 0$	$f(0) < 0$

Naloga sproža različne načine sklepanja.





Matematično mišljenje

Ena izmed značilnosti matematičnega razmišljanja:

- Sem v novi situaciji B.
- Problem znam rešiti v situaciji A.
- Kako bi spremenili situacijo B v situacijo A?

Takšna problemska situacija se najpogosteje pojavlja v učnih urah uvajanja novega pojma.

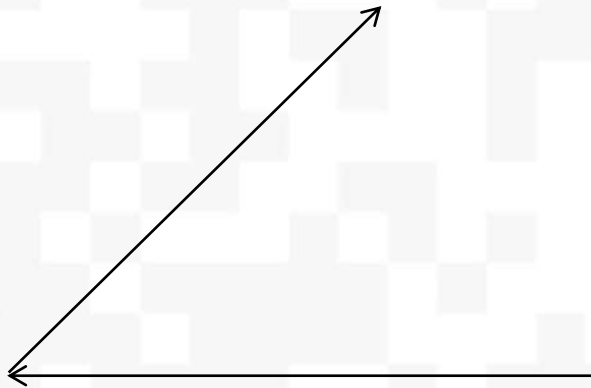
Primeri

Seštevanje vektorjev

- Znam sešteti vektorja, če sta v legi 'drug za drugim'.
- Kaj storim, če je lega drugačna?
 - Postavim vektorja v lego 'drug za drugim'.



Znam vektorja sešteti.



Kako bi vektorja odšteli?

Primeri

- *Vsota notranjih kotov trikotnika*
- Situacija A: Poznamo vsoto notranjih kotov v trikotniku.
- Situacija B: Kolikšna je vsota notranjih kotov v štiri, 5-, 6-... in n-kotniku?
- Situacijo B spremenimo v situacijo A: Razdelimo večkotnik na trikotnike.

Ploščina trapeza

Znam izračunati ploščino paralelograma. Kako bi izračunali ploščino trapeza?

Množenje dvočlenika z dvočlenikom

Situacija A: Znamo množiti dvočlenik z enočlenikom.

Situacija B: Kako bi množili dvočlenik z dvočlenikom?

Situacija B: Izračunaj $24 \cdot 12$

Situacija A: Znam množiti dvomestno število z enomestnim.

Primeri poti reševanja:

$$24 \cdot 12 = 24 \cdot 6 \cdot 2 = \underline{24 \cdot 6} \cdot 2$$

$$24 \cdot 12 = 24 \cdot 4 \cdot 3 = \underline{24 \cdot 4} \cdot 3$$

Situacija B: $24 \cdot 10 =$

Uporaba situacije A: $24 \cdot 10 = 24 \cdot 2 \cdot 5 = 48 \cdot 5 = 240$

Po nizu primerov, lahko učenci zaključijo:

- Če število množim z 10 ima zmnožek na mestu enic številko 0.
- Če z 10 množim dvomestno število, dobim trimestno ...

$$24 \cdot 12 = 24 \cdot (10 + 2) = 24 \cdot 10 + 24 \cdot 2$$



ANALOGIJA

Beseda analogia je grškega matematičnega izvora.

V vsakdanjem jeziku in v matematiki pomeni podobnost dveh objektov glede na izbrano oziroma opazovano lastnost.

Matematično povezuje analogija dva odnosa: $A:B$ je enako kot $C:D$.

Analogija se torej opisuje z 'enakostjo' dveh odnosov, torej s 'posplošenim sorazmerjem' $A:B :: C:D$.

SSSKJ
analogija -e ž (i) *pojav, ki postane zaradi sorodnih, vzporednih vzrokov (skoraj) enak drugemu pojavu: problemi v znanosti imajo analogije tudi v umetnosti; iskati, najti analogije / medsebojna, očitna analogija; nastati, razlagati si, sklepati po analogiji ♦ lingv. uravnava jezikovne prvine po podobnem vzorcu, nalika, SSKJ na*

Iz 2D v 3D

2D	3D	posplošitev
kvadrat		
pravokotnik		
krog		
krožnica		
stranica lika		
obseg lika		
ploščina lika		
oglišče lika		
diagonala lika		

Kvadrat: stranica :: Kocka : mejna ploskev

Kvadrat : oglišče :: Kocka: rob

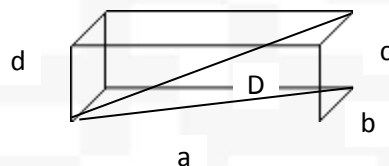
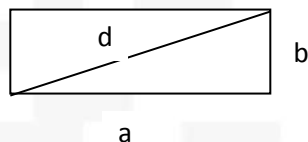
2D	3D	posplošitev
kvadrat	kocka	
pravokotnik	kvader	
krog	krogla	
krožnica	sfera	
stranica lika	ploskev telesa	
obseg lika	površina telesa	
ploščina lika	volumen telesa	
oglišče lika	rob telesa	
diagonala lika	'diagonalna' ploskev	

2D	3D	posplošitev
kvadrat	kocka	
pravokotnik	kvader	
krog	krogla	
krožnica	sfera	
stranica lika	ploskev telesa	mejni element objekta
obseg lika	površina telesa	mera mejnih elementov
ploščina lika	volumen telesa	mera zapolnitve prostora
oglišče lika	rob telesa	presečišče mejnih elementov
diagonala lika	'diagonalna' ploskev	diagonalni element

Z uporabo analogije lahko dani problem poenostavimo.

- Izračunati želimo dolžino telesne diagonale kvadra.
- Problem prevedemo - transformiramo na ravninski problem pravokotnega trikotnika ali pravokotnika.

Sinteza za objekta pravokotnik in kvader



$$o=2(a+b)$$

$$p=ab$$

$$d^2=a^2+b^2$$

$$P=2(ab+bc+ac)$$

$$V=abc$$

$$d^2=a^2+b^2+c^2$$

Trikotnik : Piramida

$$p = \frac{o \cdot v_o}{2} \quad : \quad V = \frac{O \cdot v}{3}$$

Zaključek:

Osredotočeni smo bili na dva načina sklepanja.

Prvi način prevede novo problemsko situacijo na že znano, drugi način pa je sklepanje po metodi analogije.

Načrtno vključevanje in spodbujanje obeh načinov mišljenja lahko aktivira učence in s tem prispeva k povezovanju znanja, razvoju problemskih in procesnih znanj oziroma k razvoju matematičnega mišljenja.

‘... mathematics education [in its proper sense] means a discipline that is rooted in mathematics itself.’

P . Heintel v E. Wittmann

Viri:

- J. Backhouse, L. Haggarty, S. Pirie, J. Stratton (1992): Improving the learning of mathematics, Cassel, London
- English L.D.(2004). Mathematical and Analogical Reasoning of Young Learners, Lawrence Erlbaum & Associates, New Jersey
- Kmetič, S. (1996) : Od pojma do definicije. V: Kmetič, S. (ur.). Prispevki k poučevanju matematike. Rotis, Maribor, str. 219-234.
- Pimm D. (1990): Speaking Mathematically, Routledge, London
- Marentič-Požarnik, B.(2000): psihologija učenja in pouka, DZS Ljubljana
- Marentič-Požarnik, B.(1980): Dejavniki in metode uspešnega učenja, DDU Univerzum Ljubljana
- Prvanović, S.(1970): Metodika savremenog matematičkog obrazovanja v OŠ, Beograd
- Orton, A. (1999): Pattern in the teaching and learning of mathematics, Cassell London
- Polya, G.(1987): Kako rešujemo matematične probleme, DMFA Ljubljana
- Magajna, Z.(2002/03) Problemi, problemsko znanje in problemski pristop pri pouku matematike. Mat. šol., 2002/2003, letn. 10, št. 3-4, str. 129-138,
- Žakelj A. (2010): Posodobitev pouka v gimnazijski praksi, Matematika, ZRSŠ, Ljubljana
- Hart K.M. (1981): Children's Understanding of Mathematics: 11 to 16, John Murray, London