



K U P M 2 0 1 2

STEKLENA PRIZMA – priložnost za matematično razmišljanje

Irena Rauter Repija

Medpredmetna povezava matematike s fiziko



Lom svetlobe na stekleni prizmi in modeliranje s kvadratno funkcijo.

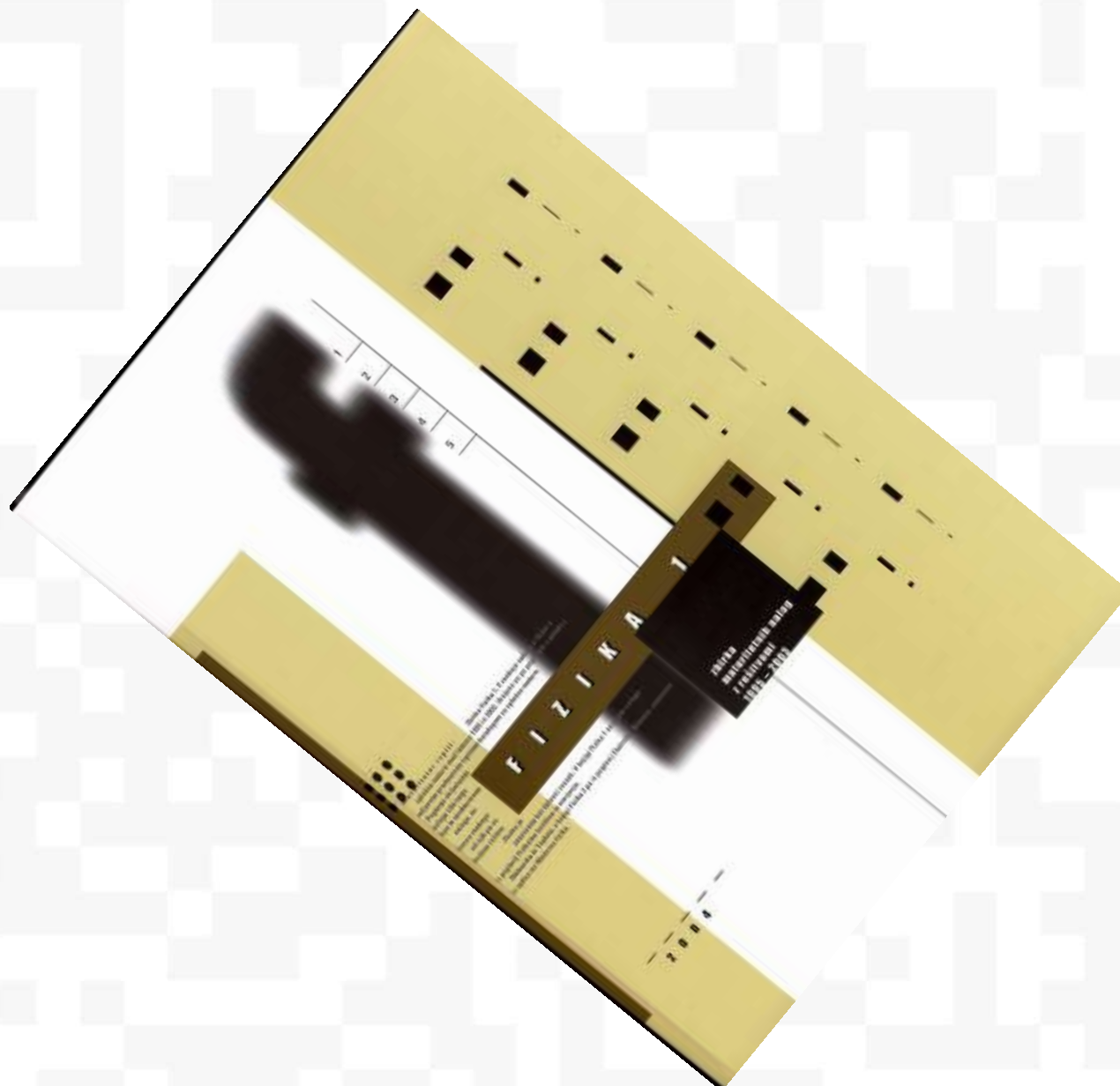
Namen medpredmetnega povezovanja

- Večja povezanost in prenosljivost znanja
- Iskanje povezav svojega predmeta z drugimi medpredmetnimi področji
- Skupno načrtovanje obravnave sorodnih vsebin
- Oblikovanje projektne tedna

Cilj učne ure

Dijaki:

- modelirajo s kvadratno funkcijo,
- rešijo nalogo brez tehnologije,
- uporabijo numerično računalno pri reševanju enačb in sistemov,
- uporabijo programsko orodje pri analizi podatkov in funkcije
- učijo se povezovati matematiko z realnimi situacijami,
- vidijo uporabno vrednost matematike tudi pri drugih predmetih.



Reševanje naloge brez uporabe programske opreme

Naloga

Svetlobni curek se pri prehodu skozi stekleno prizmo dvakrat lomi, zato spremeni smer.

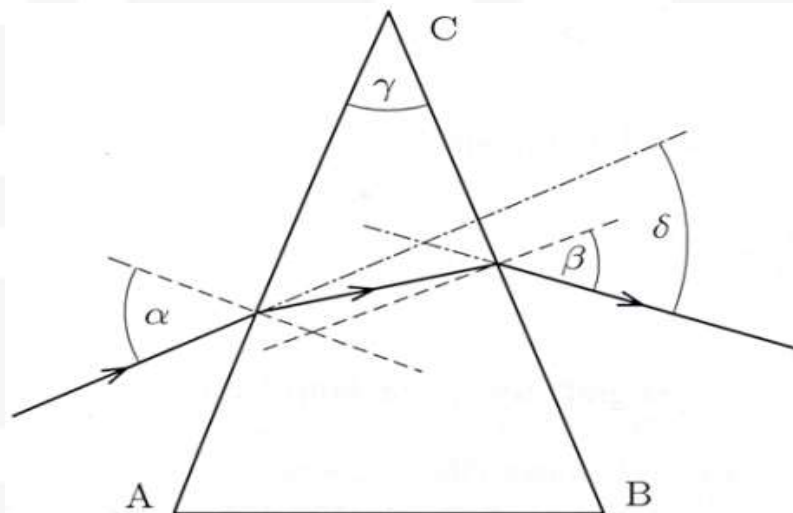
Oznake na sliki pomenijo:

α – vpadni kot,

β – izstopni kot,

γ – lomeči kot prizme

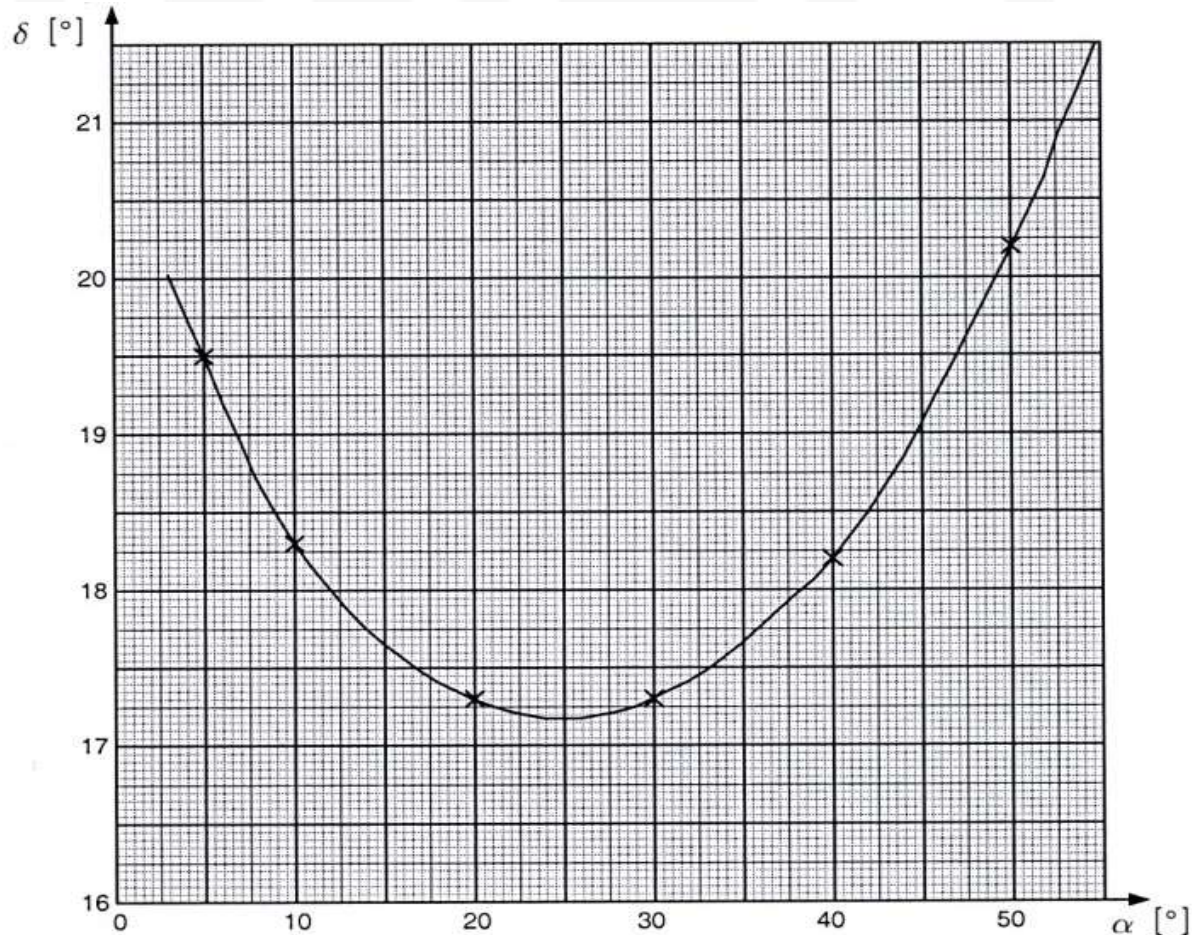
δ – odklonski kot



Z natančnim merilnikom merimo vpadni kot, izstopni kot in odklon svetlobnega curka na stekleni prizmi pri različnih vpadnih kotih. Rezultate merjenj zapišemo v tabelo.

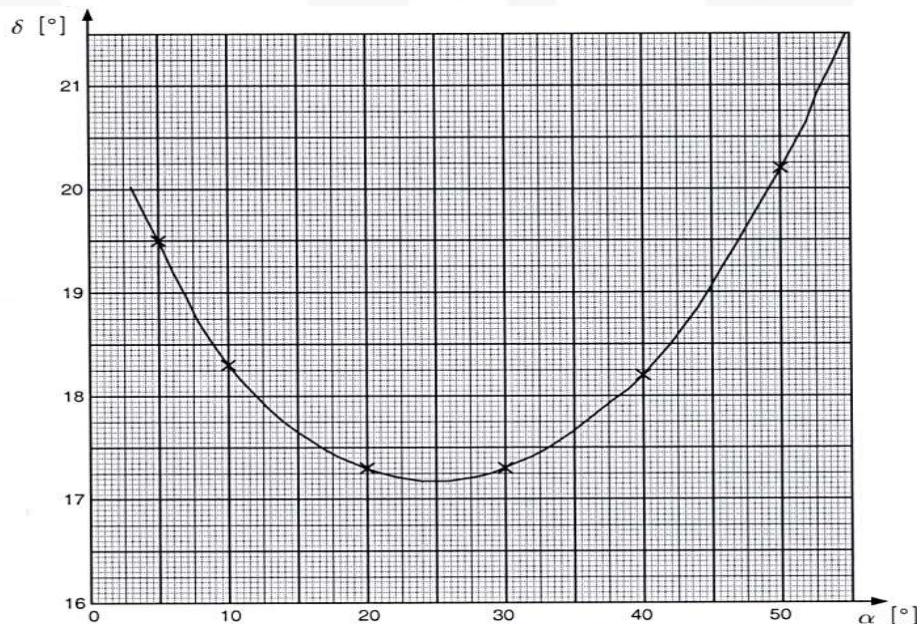
α°	β°	δ°	γ°
5,0	47,0	19,5	
10,0	40,8	18,3	
20,0	29,8	17,3	
30,0	19,8	17,3	
40,0	10,7	18,2	
50,0	2,7	20,2	

Navodilo: Uporabite vrednosti za kota α in δ , ki so zapisane v tabeli, in v dano mrežo narišite graf funkcije $\delta = \delta(\alpha)$.



a) Zapišite enačbo krivulje, ki pripada grafu funkcije $\delta = \delta(\alpha)$. Pri reševanju sistema si lahko pomagata z računalom (numeričnim ali grafičnim).

Enačba krivulje $\delta = \delta(\alpha)$: _____



Iz narisane grafa smo sklepali, da je krivulja, ki se najbolj prilega danim točkam, kvadratna parabola

$$y = ax^2 + bx + c \text{ oziroma } \delta = a\alpha^2 + b\alpha + c.$$

Izbrali smo tri točke $A(5, 19.5)$, $B(20, 17.3)$ in $C(50, 20.2)$ in zapisali sistem enačb:

$$25a + 5b + c = 19.5$$

$$400a + 20b + c = 17.3$$

$$2500a + 50b + c = 20.2$$

```

Scratchpad
linSolve {
  25·a+5·b+c=19.5
  400·a+20·b+c=17.3 , {a,b,c}
  2500·a+50·b+c=20.2
}
{0.005407407407,-0.281851851852,20.7740740741}
1/99

```

```

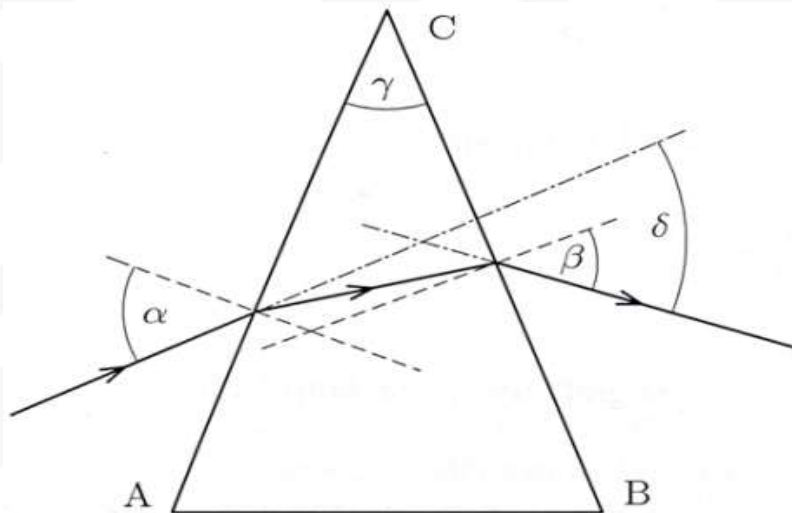
Scratchpad
QuadReg {5,20,50},{19.5,17.3,20.2},1
"Title" "Quadratic Regression"
"RegEqn" "a*x^2+b*x+c"
"a" 0.005407407407
"b" -0.281851851852
"c" 20.7740740741
"R²" 1.
"Resid" "{...}"
1/99

```

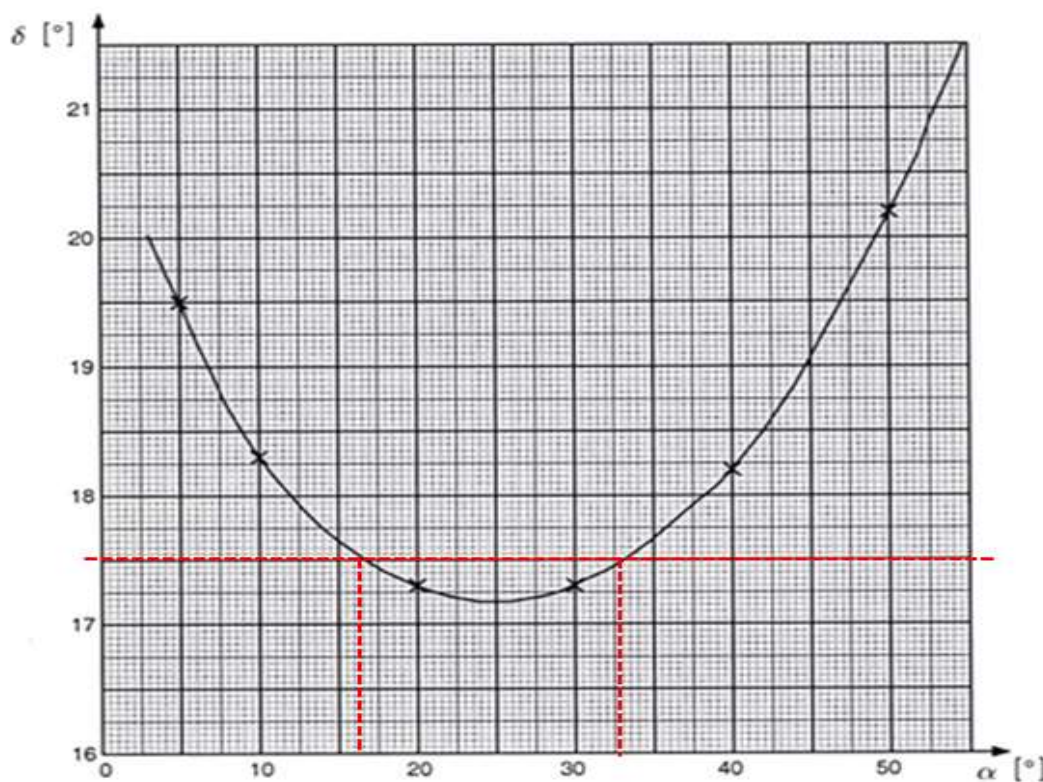
Enačba krivulje je torej: $\delta(\alpha) = 0,0054\alpha^2 - 0,282\alpha + 20,774$

b) Ali lahko iz dobljene enačbe izračunamo oziroma sklepamo kolikšen bo kot δ , če je vpadni kot $\alpha = 0^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ$? Vrednosti tudi izračunajte.

Enačba krivulje je torej: $\delta(\alpha) = 0,0054\alpha^2 - 0,282\alpha + 20,774$



c) Določite približno vrednost za vpadni kot α , če je odklonski kot $\delta = 17,5^\circ$.



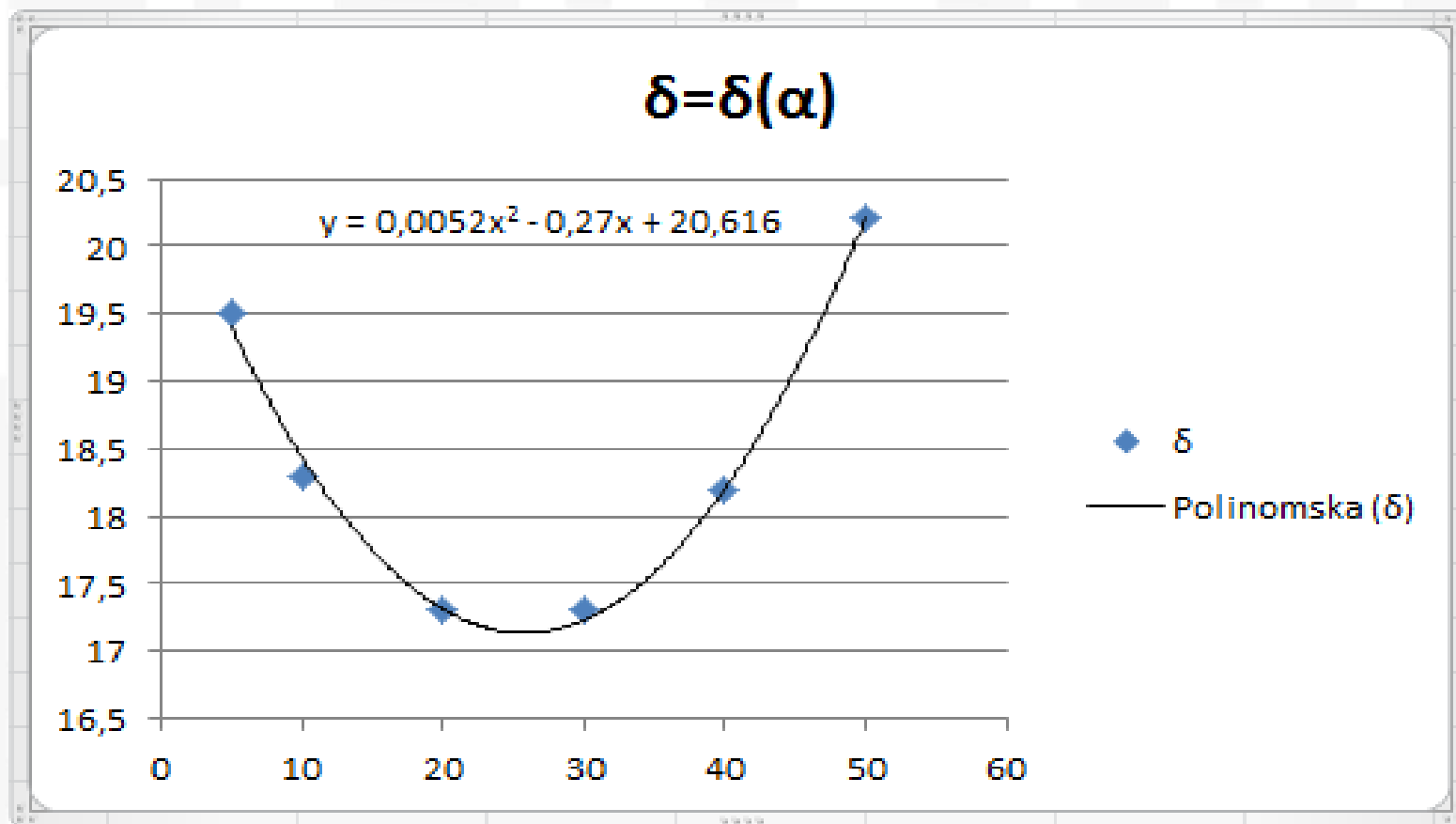
Nekaj dijakov je predlagalo, da bi kot α lahko izračunali tako, da bi rešili kvadratno enačbo $0,0054\alpha^2 - 0,282\alpha + 20,774 = 17,5$.

Obdelava podatkov v programu Excel

D2		fx			
		=A2+B2-C2			
	A	B	C	D	E
1	α	β	δ	γ	
2	5	47	19,5	32,5	
3	10	40,8	18,3	32,5	
4	20	29,8	17,3	32,5	
5	30	19,8	17,3	32,5	
6	40	10,7	18,2	32,5	
7	50	2,7	20,2	32,5	

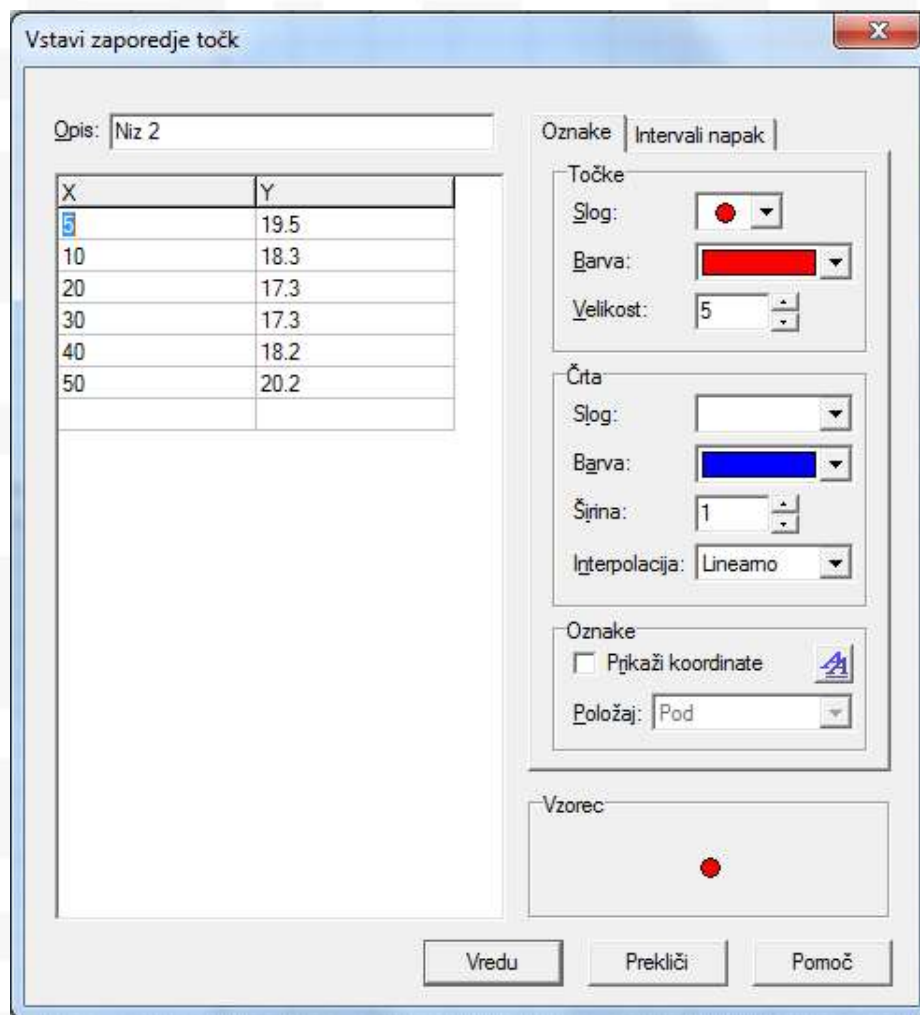
Če poznamo α , β in γ , lahko odklonski kot δ izračunamo iz enačbe $\delta = \alpha + \beta - \gamma$.

Obdelava podatkov v programu Excel

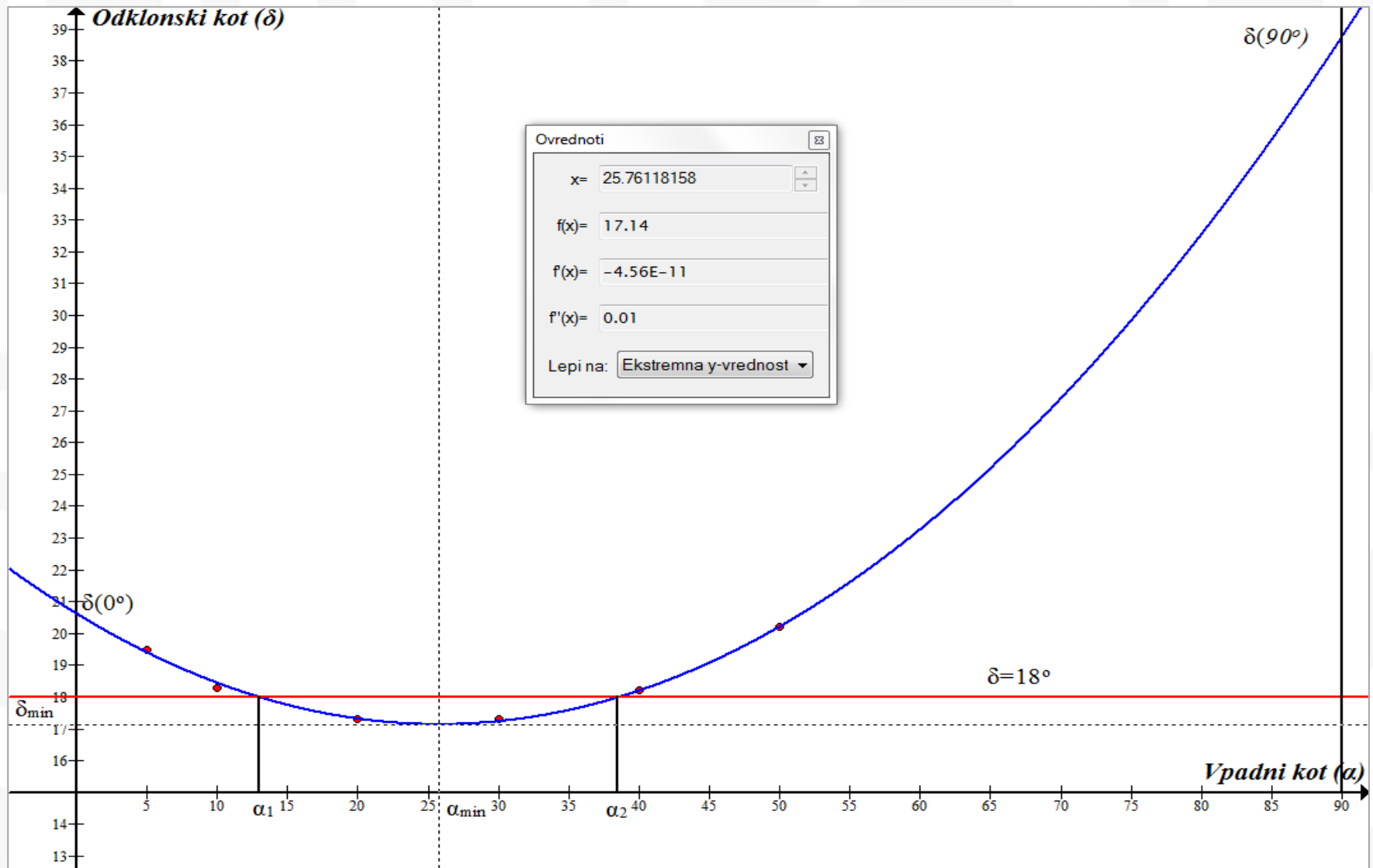


Določite približno vrednost za odklonski kot δ , če je vpadni kot $\alpha = 60^\circ$.

Obdelava podatkov s programom Graph



Obdelava podatkov s programom Graph



V primeru, ko je vpadni kot α enak izstopnemu kotu β , pravimo, da je prehod svetlobe skozi optično prizmo simetričen. Odklonski kot je takrat najmanjši (δ_{\min}). Za prizmo, ki je narejena iz stekla z lomnim količnikom n , sledi v tem primeru iz lomnega zakona zveza:

$$n = \frac{\sin \frac{\gamma + \delta_{\min}}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}$$

Uporabite podatke, ki ste jih prebrali iz grafa, in izračunajte lomni količnik n stekla, iz katerega je prizma. (Pri računanju si pomagajte z računalom.)

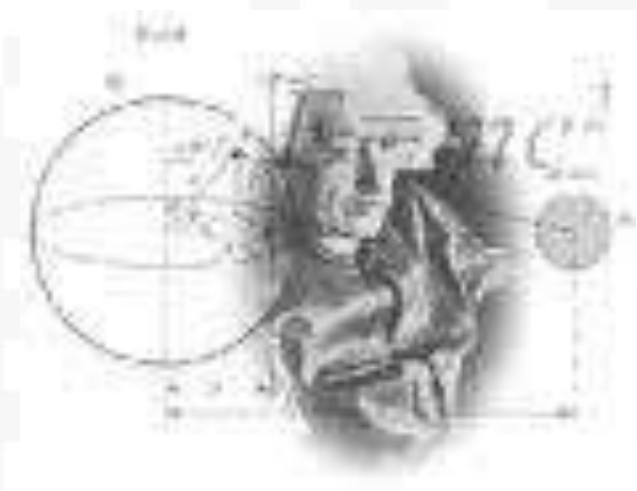
$$n = \underline{\hspace{10em}}$$

Zaključek

Dijaki

- so za reševanje nalog potrebovali dve šolski uri,
- so delali v parih v računalniški učilnici,
- pri delu s programom Excel in Graph niso potrebovali pomoči,
- so ugotovili so, da marsikaj, kar so se naučili, lahko uporabijo pri pouku,
- so ugotovili, da je smotrno, če že na začetku premislimo, katero programsko orodje bi uporabili pri reševanju danega problema.

Oba učitelja sva se strinjala, da morata biti v razredu za uspešno izpeljano uro prisotna oba, tako matematik kot fizik.



Med seboj se ves čas dopolnjujeta in razlagata rezultate z vidika svojega predmetnega področja.

HVALA