



K U P M 2 0 1 2

ŠTEVILSKI STOLPIČI IN ŠTEVILSKI KVADRATI

Marija Magdič, OŠ Turnišče

Raziskovalno učenje

- Raziskovalno učenje ima v učnem procesu pomemben didaktični vpliv:
 - učenje analiziranja, opazovanja, sklepanja, posploševanja ter preverjanja ugotovljenega,
 - aktivno delo,
 - razvoj kompetenc (matematično, govorno sporočanje, ...).
- Raziskovalnega učenja se pri urah matematike pogosto lotevam (vsebinah, ki so določene z učnim načrtom, ali pa učencem ponudim matematični izziv, ki ni vezan na obravnavano učno snov)

Opis aktivnosti

- Razred: 6. – 9.
- Trajanje: 3 ure.
- Uporaba žepnih računal in elektronskih preglednic/excel (orodje).
- Prilagoditev pristopa starosti učencev.
- Prepletanje individualnega dela in dela v parih/sodelovalnega učenja.

Številski stolpiči

- tabele, kjer so naravna/cela števila zapisana v različnem številu stolpcev.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64
65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88

Kaj smo raziskovali?

(števila so zapisana v 10-tih stolpcih)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
62	63	64	44	45	46	47	48	49	50
72	73	74	54	55	56	57	58	59	60
82	83	84	64	65	66	67	68	69	70
			74	75	76	77	78	79	80
			84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140

Razlika produktov števil v diagonalno nasprotnih vogalih

Prim.:

$$64 \cdot 82 - 62 \cdot 84 = 40$$

...

je vedno 40.

Spreminjali smo dolžino stranice kvadrata

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140

Razlika produktov števil v diagonalno nasprotnih vogalih

Kvadrat 3X3:

$$64 \cdot 82 - 62 \cdot 84 = 40$$

Kvadrat 2X2:

$$126 \cdot 135 - 125 \cdot 136 = 10$$

Kvadrat 4X4:

$$79 \cdot 106 - 76 \cdot 109 = 90$$

Kvadrat 5X5:

$$5 \cdot 41 - 1 \cdot 45 = 160$$

Kvadrat 6X6:

$$49 \cdot 94 - 44 \cdot 99 = 250$$

Ugotovitve

4. Ugotovitve zberi v tabeli:

Kvadrat	Razlika	
2 x 2	10 = 1 - 0	
3 x 3	40 = 4 - 0	30
4 x 4	90 = 9 - 0	50
5 x 5	160 = 16 - 0	70
6 x 6	250 = 25 - 0	90
7 x 7	360 = 36 - 0	110
8 x 8	490 = 49 - 0	130
9 x 9	640 = 64 - 0	150

Vedno pri številih 2 x 2, 3 x 3, 4 x 4 ... zmnožimo drugo število ≥ 10 . Tako dobimo 2 x 20, 3 x 30, 4 x 40 ... Če to zmnožimo dobimo število v naslednjem stolpcu (razlika) od naslednjega števila. Tako nadaljuje.

Razlika produktov števil v diagonalno nasprotnih vogalih kvadrata

$(n-1) \cdot (n-1) \cdot 10$; n je dolžina stranice kvadrata

Razširitev raziskovanja

v tabelah, kjer so števila zapisana v 5, 6, 7, 8 in 9 stolpcih

- Naloga enaka kot v prvi fazi raziskovanja.
- Sodelovalno učenje v parih.

Ugotovitve

- V kvadratu s stranico 2 so vse razlike enake številu stolpcev v tabeli.
- Vse razlike so večkratniki števila stolpcev.

Ugotovitve zberi v tabeli:

Kvadrat	Razlika
2 x 2	9 = 1 · 9
3 x 3	36 = 4 · 9
4 x 4	81 = 9 · 9
5 x 5	144 = 16 · 9
6 x 6	225 = 25 · 9
7 x 7	324 = 36 · 9

UGOTOVITEV: Pri kvadratu 2x2 narišemo 9 ker je 9 stolpcev
 Pri kvadratu 3x3 pa zmnožimo prejšnji kvadrat 2x2 =
 =4 in $4 \cdot 9 = 36$ to je razlika v kvadratu 3x3. Tako
 pri vseh kvadratih zmnožimo prejšnji kvadrat
 in zmnožimo s 9 ker je 9 stolpcev tako dobimo
 razlike.

Posplošitev

Zapis razlik produktov, kjer so števila zapisana v 10 stolpcih.

Kvadrat	Razlika	Zapis razlike v obliki produkta
2 x 2		
3 x 3		
4 x 4		
5 x 5		
6 x 6		

Zapis razlik pr

Kvadrat
2 x 2
3 x 3
4 x 4
5 x 5
6 x 6

Svoje ugotovitve zberi v tabeli.

Število stolpcev	Razlika v $n \times n$ kvadratu
10	$(n-1)^2 \cdot 10$
9	$(n-1)^2 \cdot 9$
8	$(n-1)^2 \cdot 8$
7	$(n-1)^2 \cdot 7$
6	$(n-1)^2 \cdot 6$
a	$(n-1)^2 \cdot a$

Zapis razlik produktov, kjer so števila zapisana v 9 stolpcih.

Kvadrat	Razlika	Zapis razlike v obliki produkta

13 stolpcev; v kvadratu 10×10

$$\text{razlika: } (10-1)^2 \cdot 13$$

$$= 81 \cdot 13$$

$$= \underline{\underline{1053}}$$

olpcih.

ike v

dukta

Razširitev raziskovanja na cela števila

- Dopolnitev tabele naravnih števil s celimi (uporaba excel-a).
- Preverjanje pravila/vzorca.

-109	-108	-107	-106	-105	-104	-103	-102	-101	-100
-99	-98	-97	-96	-95	-94	-93	-92	-91	-90
-89	-88	-87	-86	-85	-84	-83	-82	-81	-80
-79	-78	-77	-76	-75	-74	-73	-72	-71	-70
-69	-68	-67	-66	-65	-64	-63	-62	-61	-60
-59	-58	-57	-56	-55	-54	-53	-52	-51	-50
-49	-48	-47	-46	-45	-44	-43	-42	-41	-40
-39	-38	-37	-36	-35	-34	-33	-32	-31	-30
-29	-28	-27	-26	-25	-24	-23	-22	-21	-20
-19	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10
-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

$$15 \cdot 24 - 14 \cdot 25 = 10$$

$$33 \cdot 51 - 31 \cdot 53 = 40$$

$$[-21] \cdot 6 - [-24] \cdot 9 = -90$$

$$[-95] \cdot [-59] - [-99] \cdot [-55] = -160$$

Veljavnost pravila v množici celih števil

-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
109	108	107	106	105	104	103	102	101	100
-99	-98	-97	-96	-95	-94	-93	-92	-91	-90
-89	-88	-87	-86	-85	-84	-83	-82	-81	-80
-79	-78	-77	-76	-75	-74	-73	-72	-71	-70
-69	-68	-67	-66	-65	-64	-63	-62	-61	-60
-59	-58	-57	-56	-55	-54	-53	-52	-51	-50
-49	-48	-47	-46	-45	-44	-43	-42	-41	-40
-39	-38	-37	-36	-35	-34	-33	-32	-31	-30
-29	-28	-27	-26	-25	-24	-23	-22	-21	-20
-19	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10
-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

TRUE
TRUE
TRUE
TRUE
TRUE
TRUE

Kaj bi še lahko raziskovali? (Predlogi učencev)

- Primerjanje števil v vogalih kvadrata po velikosti.
- Raziskovanje števil v posameznem stolpcu.
- Vsota razlik števil v nasprotnih vogalih kvadrata:

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

Ugotovila sem še, da:
 $(56 - 34) + (54 - 36) =$
 $= \underline{40}$

Zakaj tako poučevanje?

- Take vrste aktivnosti učence močno motivirajo.
- So aktivni in medsebojno sodelujejo.
- Učence učimo matematičnega mišljenja na nevsiljiv način.
- Z uporabo IKT jih opremljamo z uporabnimi znanji, ki jih bodo kasneje v življenju potrebovali, tudi če ne bodo matematiki.

Viri in literatura

- Cotič, M. (2012): Priprava načrta za rešitev matematičnega problema. V Pouk v družbi znanja. Koper: Pedagoška fakulteta Koper, str. 272-276.
- Hodnik Čadež, T., Manfreda Kolar, (2012): Didaktična sredstva z vidika motivacije pri pouku matematike. V Pouk v družbi znanja. Koper: Pedagoška fakulteta Koper, str. 232-244..
- www.skupnost.sio.si/course/category.php?id=64 (20.1.2012).
- Uredila Kmetič, S. (1996): Prispevku k poučevanju matematike, ROTIS, Maribor.
- Razpet, N., Rovšek B., (2012): Opiši, nariši, razloži, opiši, nariši. V Pouk v družbi znanja. Koper: Pedagoška fakulteta Koper, str. 210-220.
- Žakelj, A. (2003): Kako poučevati matematiko, ZRSS, Ljubljana.
- www.zrss.si/projektiess/skladisce/...za.../didakticni_zakelj.doc (18. 5. 2012).

Hvala za pozornost!