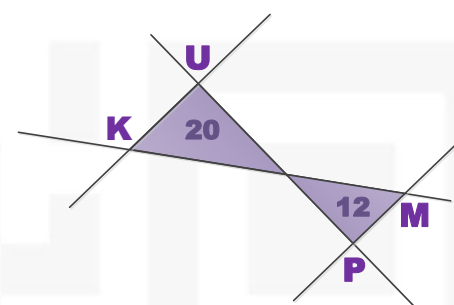




K U P M 2 0 1 2

MATEMATIKA – VEČ KOT UČNI PREDMET

Milena Strnad

Pomen matematike

Matematika učenke in učence usposablja:

- ✓ za reševanje številnih **vsakdanjih** in ne le matematičnih problemov;
- ✓ omogoča šolanje in študij **naravoslovnih, tehničnih** in nekaterih drugih **znanosti** ter matematike.

Pomen: Matematika je v obveznem šolanju več kot le učni predmet.

Ob njenem učenju učenke in učenci

- razvijajo različne vrste mišljenj: od *ustvarjalnega* (porajanje idej), *analitičnega* (razgrajujejo celoto) in *sistemskega mišljenja* (povezujejo v celoto) do *kritičnega mišljenja* (primerjajo, vrednotijo...);
- se učijo *učiti se*;
- razvijejo pomembne *osebne lastnosti*, npr., *natančnost, doslednost, jasnost izražanja, sistematičnost ...*

Kaj je posebno značilno za matematiko?

- ✓ zahteva **jasnost**, **natančnost** in **sistematičnost** izražanja ter zapisovanja;
- ✓ uporablja **matematični jezik** v medsebojnem sporazumevanju v smeri **sprejemanja** in **osebnega izražanja, ki se izraža**:
 - **z govorno besedo** (kratko, jasno),
 - **s pisano besedo** (naravni jezik in mat. simbole),
 - **z grafičnimi podobami** (s slikami modelov, slikovnimi in dinamičnimi prikazi, z grafi...),
 - **z različnimi aktivnostmi**: opisovanjem, razlaganjem, demonstriranjem, preizkušanjem, dokazovanjem, raziskovanjem ..., ki temeljijo na razmišljanju;

- ✓ Matematika obravnava predvsem *abstraktne vsebine* in temelji na *matematični logiki*.

Zato je pri učenju potreben, a ne zadosten pogoj:

- vestno zapisovanje,
- izpisovanje,
- ponavljanje,
- reševanje vaj po receptu,
- zapomnitev številnih vsebin ...

- ✓ Učenje matematike vključuje **mentalne** strategije:
 - *konkretiziranje*, s katerim dobijo abstraktne, posplošene informacije konkretno podobo;
 - *postavljanje zvez, odnosov* med deli in celoto, med že znanim in novim;
 - *strukturiranje in povezovanje* ločenih informacij v celoto;
 - *analiziranje* celote v sestavne dele;
 - *sklepanjem, posploševanjem...*
- ✓ Učenje matematike vključuje **metakognitivne** strategije, ki omogočajo, da se **proceduralna** in **problemska znanja** smiselno uporabi pri *reševanju problemov* različnih vrst: **besedilnih nalog**, **empiričnih** in **matematičnih** problemov.

Primer:

Ob reševanju problemov si zastavljamo vprašanja:

Kaj o tem že vem?

Ali sem že reševal/a podoben problem?

Kakšen načrt za reševanje bi bil ustrezen?

Ali lahko ocenim rezultat ?

Ali naj spremenim svoje postopke? ...

Zato: Učenje in razumevanje matematike je pomembno za **vse** učenke in učence

- tudi za tiste, ki **ne bodo** na njenih osnovah neposredno gradili dalje.

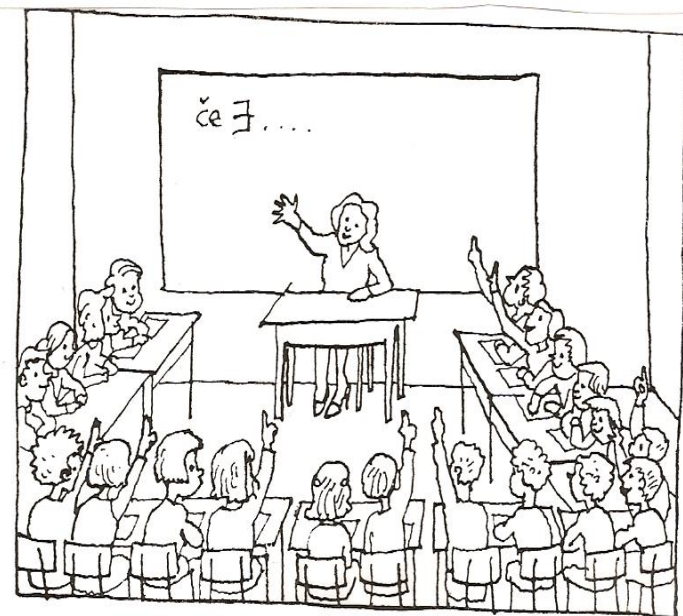


Poučevanje matematike – je odgovorno

Vprašanja:

- *Kako naj poučujem?*
- *Kateri učbenik in učna gradiva naj izberem?*

sta zlasti v času **uvajanja**
sprememb UN in bogati ponudbi
raznovrstnih učbenikov
večni temi učiteljev začetnikov,
kot tudi izkušenih učiteljev.



Na obe vprašanji ni enoličnega odgovora.

Vsak učitelj naj se glede

načina poučevanja

ter izbire

učnih gradiv odloča
samostojno.

Izjema: obseg in
razporeditev učne
snovi po razredih, ki
so predpisane z UN.



Kako poučevati?

- ✓ Pogled v zgodovino poučevanja pokaže,
 - da so od izida *Velike didaktike* **A. J. Komenskega** (1657) dalje, na poučevanje vplivali predvsem **pedagogi** in **psihologi**, npr. *Piaget, Labinowicz, Vigotsky, Bruner...*;
 - da so se jim okoli leta **1920** z *O. Toeplitzem* na čelu pridružili tudi **matematiki raziskovalci** z različnih področij, npr. *H. Behnke, H. Freudenthal, H. G. Steiner, A. Kirsch, R. Skemp, J. Kilpatrick, L. Frobisher, E. C. Wittmann* in drugi **didaktiki matematike**. Omeniti velja tudi šolo pedagoginje in zdravnic *A. Montessori* ter **waldorfsko** šolo filozofa *R. Steinerja*;
 - da so nekatere **uveljavljene novosti** raziskovalcev, čez čas **zamrle**, nekatere pa so se **modificirale** v nove.

Svarila

- ✓ Da ne velja **slepo slediti** vsem novitetam v poučevanju pa sta že leta 1998 opozorila didaktika *A. Sierpinska* in *J. Kilpatrik*.
- ✓ To potrjujejo tudi priporočila iz znanega projekta SLE (Substantial Learning Environments) *prof. Wittmanna*, ki učiteljem priporoča, da se pri poučevanju
 - »osredotočijo na **osrednje učne cilje, vsebino in principe poučevanja** na določeni stopnji,
 - izbrano vsebino povezujejo s **postopki** in **procesi** na način, **primeren stopnji poučevanja**, ter pri tem
 - upoštevajo **matematične, psihološke in sociološke poglede na poučevanje**”.

Priporočilo

logika in didaktika *prof. Ivana Prijatelja*, da mora dober učitelj le

- izvrstno obvladati matematične vsebine, ki jih poučuje,
- imati rad matematiko,
- imati rad učenke in učence

je postalo **potreben**, ne pa tudi **zadosten pogoj** za dobro poučevanje.

Dodati velja

Učitelj naj pri poučevanju

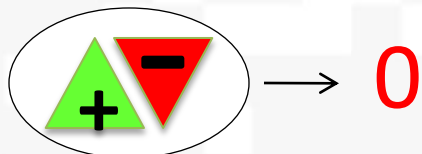
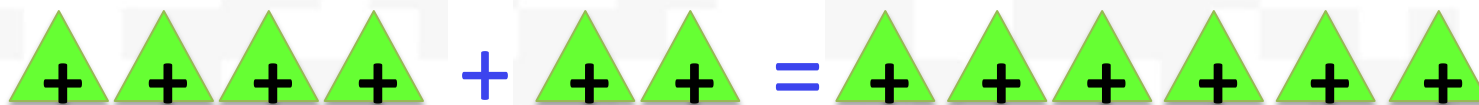
- ✓ upošteva močan vpliv *čustev* na učenje in poučevanje;
- ✓ uporablja **uravnoteženo** rabo matematičnega jezika pri vseh učnih fazah;
- ✓ vključuje v poučevanje tudi učenke in učence;
- ✓ spremlja predlagane **novosti** didaktikov, psihologov in pedagogov;
- ✓ novosti **preizkusi** in **kritično oceni**, uporablja pa potem le tiste, ki mu jih je uspelo sprejeti za svoje.

Dodati velja

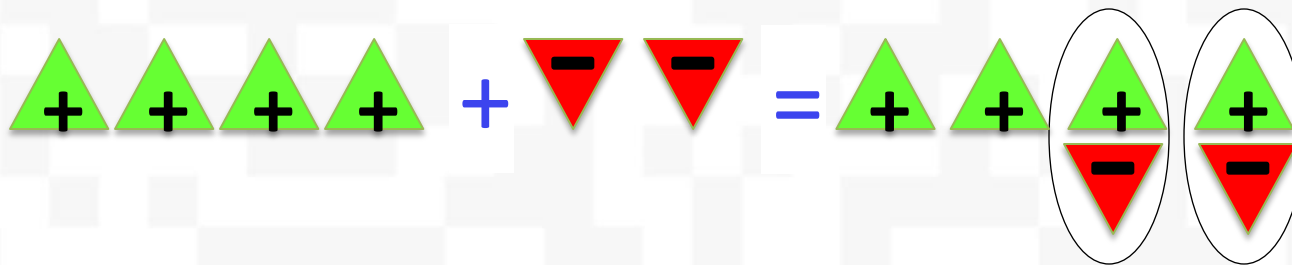
- ✓ Učitelj naj v poučevanje vključuje številne **učne pripomočke**, s katerimi konkretizira obravnavano abstraktno vsebino, npr. **kocke, vžigalice, modele**ipd.
- ✓ Naj **se ne izogiba dokazovanju** prilagojeno starosti učenk in učencev.
- ✓ Uporablja naj **elektronsko tablo**, če jo ima na voljo, saj z njo nazorno »oživi« npr.
 - pretvarjanje merskih enot,
 - geometrijo,
 - reševanje enačb itd.
 - operacije...

Seštevanje celih števil

$$(+4) + (+2) = +6$$

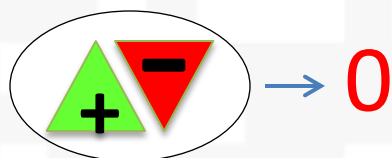


$$(+4) + (-2) = +2$$

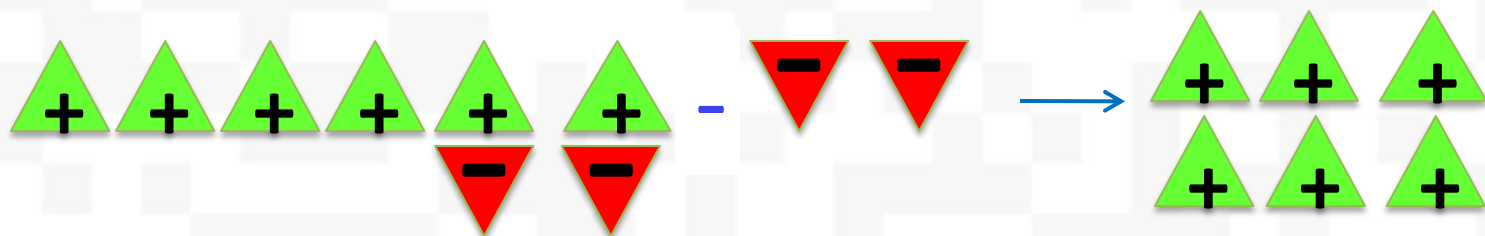


Odštevanje celih števil

$$(+4) - (+2) = +2$$



$$(+4) - (-2) = +6$$



Dodati velja

- ✓ Učitelj naj učenke in učence navaja na rabo *učbenika*, *drugo strokovno literaturo*.
- ✓ Uporablja naj nove *računalniške programe* (*geogebra* idr.) in naj posega tudi po kvalitetnih *e-gradivih*.

Ta lahko veliko prispevajo h konkretizaciji nekaterih pojmov, pomagajo pri prikazu nekaterih operacij in pri utrjevanju usvojene snovi.

- ✓ Učitelj naj učenke in učence spodbuja k pisanju *preglednih zapiskov*.

Temu cilju nasprotuje raba *delovnih zvezkov*.

Negativna vloga delovnih zvezkov

- rušijo sistematični zapis obravnavane snovi (razpršijo zapis obravnavane snovi),
- preprečujejo celovit pristop k reševanju naloge,
- pripravljeni prostor za reševanje pogosto zavaja,
- vzbudijo lahko iskanje *vzorca računskih rešitev*, ne pa utrjevanje določenih operacij,
- ne prispevajo k urjenju motoričnih spretnosti ...

Pozitivna vloga delovnih zvezkov

- preprečujejo napake pri prepisovanju preglednic, prerisovanju risb ipd.
- omogočajo hitro dopolnjevanje preglednic, računov, prikazov, geometrijskih risb. itd.

Pozitivne strani delovnih zvezkov izkorišča

slikovno učno gradivo

- To prinaša samo slike preglednic, raznih prikazov iz učbenika, ki naj jih učenke in učenci dopolnijo,
- slike nalepijo v zvezek na ustrezno mesto in nato nadaljujejo z delom.
- S tem dosežemo, sistematične, pregledne zapise vse obravnavane snovi v enem zvezku, vključno z učiteljevo razlago, zgledi in nalogami za utrjevanje.

IV.3, str. 68

1) $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{25}$ $\frac{5}{25}$

Slika	Pobarvani del celote	Dopolnitev do celote	Celota
1	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4} = 1$
2	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} = 1$
3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} = 1$
4	$\frac{5}{25}$	$\frac{20}{25}$	$\frac{5}{25} = 1$

O: Pravilno je $\frac{2}{4}$ in $\frac{5}{25}$

IV.4, str. 68

Dodati velja

Učitelj naj učenke in učence vseskozi opozarja,

- da je učenje **zanimivo, pogosto vznemirljivo, prijetno, zabavno, včasih tudi naporno *delo*** in ni samo *igra*;
- da so posamezni **spodrsljaji, neuspehi**, ki jim ne uide nihče, sestavni del vsakega učenja;
- da se vse težave lahko premaga z močjo svoje **pozitivne samopodobe**.

Strah pred matematiko

Kdo izmed nas še ni slišal izjav naključnih sogovorcev,
»Nimam smisla za matematiko«, »Matematike nisem
maral/a nikoli ...«,
ki jih izrečejo, ko beseda nanese na matematiko?

V podmladek teh sogovorcev sodijo pogosto prezrti
posamezni učenke in učenci, ki so pri usvajanju
matematičnih vsebin **neuspešni zato**, ker jim
matematika že sama po sebi vzbudi **odpor** ali **strah**,
čeprav za to pogosto nimajo tehtnih razlogov.

- Psiholog *Benjamin Bloom* je pri izobraževanju odraslih ugotovil, da so v šoli doživete **negativne čustvene izkušnje vzrok**, da so razvili odpor do učenja nasploh in opustili študij.
- Pedagoginja in psihologinja *B. Marentič Požarnik* je z raziskavo asociacij na temo **čustva in šola** skupin študentov in učiteljev ugotovila, da **strah** kot čustvo v šoli prednjači pred drugimi čustvi.
- Matematičarka *Sheila Tobias* pa je že leta 1985 opozorila, da je **strah pred matematiko** resen problem pri poučevanju matematike v ZDA.

Ugotovitve Sheile Tobias

Študenti in študentke, ki se pri nadaljnem študiju izognejo matematiki takoj, ko je to mogoče, to store zato, ker so se učenja matematike lotevali

- **s strahom**, ki so ga pridobili **s prenosom slabih izkušenj z matematiko** s strani staršev, znancev, vrstnikov;
- **z negativnimi pričakovanji zaradi pomanjkanja samozaupanja.**

Ker se je izkazalo, da gre za obsežnejši problem, so v ZDA ustanovili *matematično kliniko*.

Delovanje matematične klinike

- Usposobljeni strokovnjaki pomagajo prizadetim s pogovori o matematiki in z inštrukcijami.
- Učijo jih samozaupanja, uravnavanja lastnih občutkov in ocenjevanja lastnega dela.
- Usmerjajo jih, da zapisujejo svoja nepomembna razmišljanja.
- Seznanijo jih, kako naj se učijo ter kako naj pridobijo potrebne informacije že na začetku šolanja.
- Poudarek pri odpravljanju težav je na vajah.

Delo na kliniki temelji na naslednjih pravicah učečega (S.Tobias 1985):

- Imam pravico **učiti se v svojem tempu** in se ne počutiti zapostavljenega ali neumnega, če sem počasnejši od drugih.
- Imam pravico **vprašati karkoli**.
- Imam pravico do **posebne pomoči**, če jo potrebujem.
- Imam pravico **zaprostiti učitelja** ali njegovega pomočnika **za pomoč**.
- Imam pravico **reči, da ne razumem**.
- Imam pravico, da **ne razumem**.
- Imam pravico, da **se počutim dobro** ne glede na svoje zmožnosti pri kakem predmetu.

- Imam pravico, da gradim svoje **samospoštovanje** na svoji spretnosti pri katerem koli predmetu.
- Imam pravico, da vidim **sebe zmožnega za učenje** katerega koli predmeta.
- Imam pravico **oceniti svojega učitelja** in svoje šolske knjige.
- Imam pravico, da **si oddahnem**.
- Imam pravico, da me **smatrajo za odgovornega**.
- Imam pravico, da kakšnega **predmeta nimam rad**.
- Imam pravico, da **določim uspeh po svoje**.

Kakšno je stanje pri nas?

Prizadeti učenke in učenci si pomagajo

- **z zasebnimi inštrukcijami**, ki jih ponujajo posamezniki, največkrat niso učitelji matematike.
- Šolski psiholog pomaga učencem z učnimi težavami nasploh.

To ima za posledico, da ob zavedanju teh problemov, **dobi naš učitelj še dodatno zahtevno nalogo: prepoznavati *strah pred matematiko* ter učenkam in učencem *pomagati* skupaj s šolskim psihologom.**

Kaj pa preventiva?

Koristi,

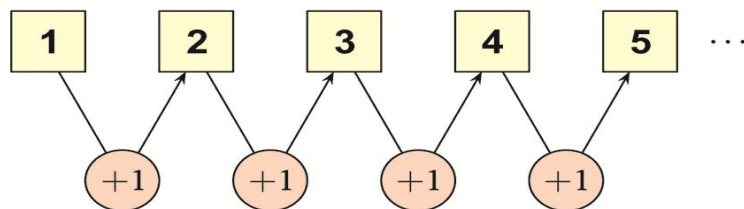
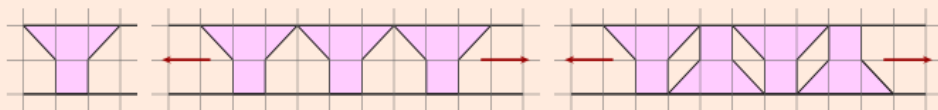
- če se učitelj zaveda, da na rezultat njegovega dela vplivajo tudi njegove **osebnostne lastnosti**, njegov pristop k posamezniku in k celotnemu razredu;
- če je prepričan, da za usvojitev minimalnih zahtev osnovnošolske in srednješolske matematike niso potrebne **posebne zmožnosti**; temveč le **resen, odgovoren pozitiven pristop k delu**;
- če učitelj uspe s svojim delom prepričati učenke in učence, da **je strah pred matematiko odveč**;
- če učenkam in učencem **dviguje samozavest** zlasti takrat, ko premagujejo učne težave;

- če učenke in učence **uči analizirati** njihove težave, npr. s postavljanjem vprašanj: *Zakaj imam težave pri reševanju tega problema? Kaj bi lahko naredil/a sam/a, preden preskočim kak problem?;*
- če tudi on iz leta v leto **prilagaja svoje poučevanje spreminjajočim se pričakovanjem in navadam učenk in učencev**, njihovih motoričnih zmožnosti.
- Ne škodi, če se učitelj vpraša ali se tudi on sam kdaj izogne kaki novi snovi v UN, s katero se ni soočil v času svojega študija, zaradi nezavednega lastnega *strahu* ...

Da se to ne bi zgodilo novi snovi iz UN “vzorcem”, jih toplo priporočimo obravnavi. Prinašajo veliko koristnega.

Vzorci kot primer vsebinske novosti UN 2011

Geometrijska vzorca. Isti osnovni motiv, a različni pravili:



- povezujejo mat. z **umetnostjo**,
- spodbujajo pozorno **opazovanje** in **risanje**,
- seznanjajo z osnovami **kombinatorike**,
- prispevajo k spoznavanju transformacij,
- omogočajo uvajanje **novih pojmov**, npr. naravnih števil, spremenljivke idr.

Vzorci

- ✓ prispevajo k motivaciji,
- ✓ spodbujajo ustvarjalno mišljenje,
- ✓ konkretizirajo abstraktne pojme,
- ✓ spodbujajo povezovanje leve in desne strani možganov.

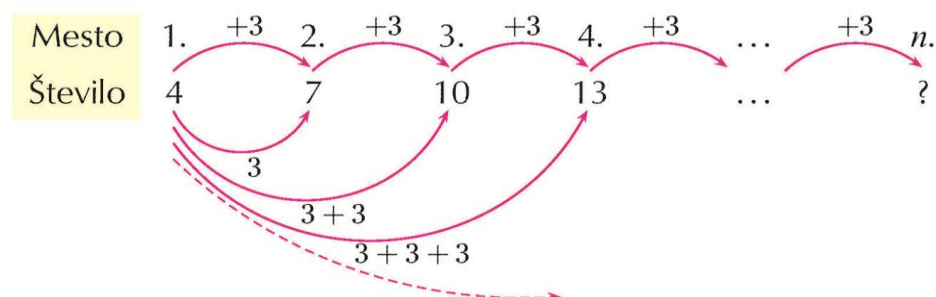
Uvajanje spremenljivke

4 Raziščimo zaporedje iz vžigalic. Ugotovimo, koliko vžigalic sestavlja 10. člen, koliko 100. člen in koliko n -ti člen zaporedja.



Rešitev:

Preoblikujemo slike v števila, opazujemo, sklepamo:



Od vzorca do pravila:

$$\begin{aligned}
 1. \text{ člen: } & 4 = 3 \cdot 1 + 1 \\
 2. \text{ člen: } & 7 = 3 \cdot 2 + 1 \\
 3. \text{ člen: } & 10 = 3 \cdot 3 + 1 \\
 4. \text{ člen: } & 13 = 3 \cdot 4 + 1 \\
 & \dots \\
 n\text{-ti člen: } & = 3 \cdot n + 1
 \end{aligned}$$

Ugotovimo:

Člen v zaporedju vžigalic bo na poljubnem n -tem mestu sestavljen iz $3 \cdot n + 1$ vžigalic. Deseti člen bo sestavljen iz 31 vžigalic, stoti člen pa iz 301 vžigalice.

Preizkusimo pravilo: Iz $3 \cdot n + 1, n \in \mathbb{N}$ sledi:

$$\begin{aligned}
 1. \text{ člen: } & n = 1 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 1 = 4 \\
 2. \text{ člen: } & n = 2 \Rightarrow 3 \cdot 2 + 1 = 7 \\
 3. \text{ člen: } & n = 3 \Rightarrow 3 \cdot 3 + 1 = 10 \\
 4. \text{ člen: } & n = 4 \Rightarrow 3 \cdot 4 + 1 = 13
 \end{aligned}$$

Računamo:

$$\begin{aligned}
 10. \text{ člen: } & n = 10 \Rightarrow 3 \cdot 10 + 1 = 31 \\
 100. \text{ člen: } & n = 100 \Rightarrow 3 \cdot 100 + 1 = 301
 \end{aligned}$$

Zaključek

Namen prispevka bo dosežen,

- ✓ če se bodo učitelji ob njem zavedli **posebnega pomena matematike kot učnega predmeta**,
- ✓ se ob neuspehu učenk in učencev pri učenju **najprej vprašali**, če ni to morda **posledica strahu pred matematiko**,
- ✓ če bi z združenimi močmi prej ali slej tudi pri nas ustanovili ***Matematično kliniko***.

HVALA ZA POZORNOST!

